Tóm tắt công thức xxtk - tổng hợp công thức xác xuất thống kê ngắn gọn từ chương đầu đến cuối phần thống

Xác suất thống kê (Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông)

Tóm tắt công thức Xác Suất - Thống Kê

I. Phần Xác Suất

1. Xác suất cổ điển
   - Công thức cộng xác suất: P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).
   - $A_1, A_2, \ldots, A_n$ xung khắc từng đôi $\Leftrightarrow$ $P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$.
   - Ta có
     - A, B xung khắc $\Leftrightarrow$ P(A+B)=P(A)+P(B).
     - A, B, C xung khắc từng đôi $\Leftrightarrow$ P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C).
     - $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
   - Công thức xác suất có điều kiện: $P(A/B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$, $P(B/A) = \dfrac{P(AB)}{P(A)}$.
   - Công thức nhân xác suất: P(AB)=P(A).P(B/A)=P(B).P(A/B).
   - $A_1, A_2, \ldots, A_n$ độc lập với nhau $\Leftrightarrow$ $P(A_1.A_2.\ldots.A_n)=P(A_1).P(A_2).\ldots.P(A_n)$.
   - Ta có
     - A, B độc lập $\Leftrightarrow$ P(AB)=P(A).P(B).
     - A, B, C độc lập với nhau $\Leftrightarrow$ P(A.B.C)=P(A).P(B).P(C).
   - Công thức Bernoulli: $B(k;n;p) = C_n^k p^k q^{n-k}$, với p=P(A): xác suất để biến cố A xảy ra ở mỗi phép thử và q=1-p.
   - Công thức xác suất đầy đủ - Công thức Bayes
     - Hệ biến cố gồm n phần tử $A_1, A_2, \ldots, A_n$ được gọi là một phép phân hoạch của Ω $\Leftrightarrow \begin{cases} A_i.A_j = \Phi, \forall i \neq j; i, j \in \overline{1,n} \\ A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \Omega \end{cases}$
     - Công thức xác suất đầy đủ:

       $$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(B/A_i) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \ldots + P(A_n).P(B/A_n)$$

     - Công thức Bayes:

       $$P(A_i/B) = \frac{P(A_i).P(B/A_i)}{P(B)}$$

       với $P(B) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \ldots + P(A_n).P(B/A_n)$

2. Biến ngẫu nhiên
   a. Biến ngẫu nhiên rời rạc
   - Luật phân phối xác suất

X	x_1	x_2	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_n

với $p_i = P(X = x_i), i = \overline{1,n}$.

Ta có:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \text{ và } P\{a \leq f(X) \leq b\} = \sum_{a \leq f(x_i) \leq b} p_i$$

- Hàm phân phối xác suất
  $F_X(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p_i$
- Mode
  $\text{ModX} = x_0 \Leftrightarrow p_0 = \max\{p_i : i = \overline{1,n}\}$
- Median
  $$\text{MedX} = x_e \Leftrightarrow \begin{cases} P(X < x_e) \le 0,5 \\ P(X > x_e) \le 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{x_i < x_e} p_i \le 0,5 \\ \sum_{x_i > x_e} p_i \le 0,5 \end{cases}$$
- Kỳ vọng
  $$EX = \sum_{i=1}^{n} (x_i . p_i) = x_1.p_1 + x_2.p_2 + ... + x_n.p_n$$
  $$E(\varphi(X)) = \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i).p_i) = \varphi(x_1).p_1 + \varphi(x_2).p_2 + ... + \varphi(x_n).p_n$$
- Phương sai
  $VarX = E(X^2) - (EX)^2$
  với $E(X^2) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 . p_i) = x_1^2.p_1 + x_2^2.p_2 + ... + x_n^2.p_n$

b. Biến ngẫu nhiên liên tục.

- f(x) là hàm mật độ xác suất của X $\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$,
  $$P\{\text{a} \le \text{X} \le \text{b}\} = \int_a^b f(x).dx$$
- Hàm phân phối xác suất
  $$F_X(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$
- Mode
  $ModX = x_0 \Leftrightarrow$ Hàm mật độ xác suất f(x) của X đạt cực đại tại x_0.
- Median
  $$MedX = x_e \Leftrightarrow F_X(x_e) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{x_e} f(x)dx = \frac{1}{2}.$$
- Kỳ vọng
  $$\text{EX} = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx.$$
  $$E(\varphi(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x).f(x)dx$$

- Phương sai

$$VarX = E(X^2) - (EX)^2 \text{ với } EX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2.f(x)dx.$$

c. Tính chất

- $E(C) = C, Var(C) = 0$, C là một hằng số.
- $E(kX) = kEX, Var(kX) = k^2 VarX$
- $E(aX + bY) = aEX + bEY$
- Nếu X, Y độc lập thì $E(XY) = EX.EY, Var(aX + bY) = a^2 VarX + b^2 VarY$
- $\sigma(X) = \sqrt{VarX}$: Độ lệch chuẩn của X, có cùng thứ nguyên với X và EX.

3. Luật phân phối xác suất

a. Phân phối Chuẩn $(X \sim N(\mu;\sigma^2))$

- $X(\Omega) = \mathbb{R}$, EX=ModX=MedX= μ, $VarX = \sigma^2$
- Hàm mđxs $f(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow$ Với $\mu = 0, \sigma = 1$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \text{ (Hàm Gauss)}$$

- $P(a \le X \le b) = \varphi(\frac{b-\mu}{\sigma}) - \varphi(\frac{a-\mu}{\sigma})$ với $\varphi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ (Hàm Laplace)
- Cách sử dụng máy tính bỏ túi để tính giá trị hàm Laplace, hàm phân phối xác suất của phân phối chuẩn chuẩn tắc

Tác vụ	**Máy CASIO 570MS**	**Máy CASIO 570ES**
Khởi động gói Thống kê	Mode…(tìm)…SD	Mode…(tìm)…STAT 1-Var
Tính $\varphi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	Shift 3 2 x) =	Shift 1 7 2 x) =
$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	Shift 3 1 x) =	Shift 1 7 1 x) =
Thoát khỏi gói Thống kê	Mode 1	Mode 1

Lưu ý: $F(x) = 0,5 + \varphi(x)$

b. Phân phối Poisson $(X \sim P(\lambda))$

- $X(\Omega) = \mathbb{N}$, $EX = VarX = \lambda$. ModX=k $\Leftrightarrow \lambda\text{-}1 \le k \le \lambda$
- $P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, $k \in \mathbb{N}$

c. Phân phối Nhị thức $(X \sim B(n;p))$

- $X(\Omega) = \{0..n\}$, EX=np, VarX=npq, ModX=k $\Leftrightarrow (n+1)p - 1 \le k \le (n+1)p$
- $P(\text{X=k}) = \mathrm{C}_n^k . p^k . q^{n-k}$, $\mathrm{q} = 1 - \mathrm{p}, 0 \le k \le n,\ k \in \mathbb{N}$
- Nếu $(n \ge 30; 0,1 < p < 0,9; np \ge 5, nq \ge 5)$ thì $X \sim B(n;p) \approx N(\mu;\sigma^2)$ với $\mu = n.p, \sigma = \sqrt{npq}$
  - $P(\text{X=k}) \approx \dfrac{1}{\sigma} f(\dfrac{k-\mu}{\sigma}),\ 0 \le k \le n,\ k \in \mathbb{N}$
  - $P(\text{a} \le \text{X<b}) \approx \varphi(\dfrac{b-\mu}{\sigma}) - \varphi(\dfrac{a-\mu}{\sigma})$
- Nếu $(n \ge 30, p \le 0,1, np < 5)$ thì $X \sim B(n;p) \approx P(\lambda)$ với $\lambda = np$
  - $P(\text{X=k}) \approx \mathrm{e}^{-\lambda} \dfrac{\lambda^k}{k!},\ k \in \mathbb{N}$
- Nếu $(n \ge 30, p \ge 0,9, nq < 5)$

  $P(\text{X=k}) \approx \mathrm{e}^{-\lambda} \dfrac{\lambda^{n-k}}{(n-k)!}, k \in \mathbb{R}$ với $\lambda = nq$

d. Phân phối Siêu bội $(X \sim H(N;N_A;n))$

- $X(\Omega) = \{\max\{0; n-(N-N_A)\}..\min\{\mathrm{n};\mathrm{N}_A\}\}$
- EX=np, VarX=npq$\dfrac{N-n}{N-1}$ với $p = \dfrac{N_A}{N}$, q=1-p.
- $ModX = k \Leftrightarrow \dfrac{(N_A+1)(n+1)+2}{N+2} - 1 \le k \le \dfrac{(N_A+1)(n+1)+2}{N+2}$.
- $P(\text{X=k}) = \dfrac{C_{N_A}^k C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n},\ k \in X(\Omega)$
- Nếu $\dfrac{N}{n} > 20$ thì $X \sim H(N;N_A;n) \approx B(n;p)$ với $p = \dfrac{N_A}{N}$.

  $P(\text{X=k}) \approx \mathrm{C}_n^k . p^k . q^{n-k},\ k \in X(\Omega), q = 1 - p$.

Sơ đồ tóm tắt các dạng phân phối xác suất thông dụng:

Siêu bội: X~H(N;N_A;n)

$$P(X=k)=\frac{C_{N_A}^{k}.C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n}$$

N>20n

$p=\dfrac{N_A}{N}$, *q=1-p*

Nhị thức: X~B(n;p)

$$P(X=k)=C_n^k.p^k.q^{n-k}$$

n≥30, np<5

p≤0,1

$\lambda=np$

Poisson: X~$P(\lambda)$

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

n≥30, np ≥ 5, nq ≥ 5

0,1<p<0,9

$$P(X=k)\approx\frac{1}{\sigma}f\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P(a\le X<b)\approx\varphi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)-\varphi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

với $\mu=np,\ \sigma=\sqrt{npq}$

Chuẩn: X~$N(\mu;\sigma^2)$

$$f(x;\mu;\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$Y=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

Chuẩn chuẩn tắc: Y~ N(0;1)

$$f(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{y^2}{2}}$$

II. Phần Thống Kê.

1. Lý thuyết mẫu.

a. Các công thức cơ bản.

Các giá trị đặc trưng	**Mẫu ngẫu nhiên**	**Mẫu cụ thể**
Giá trị trung bình	$\overline{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$	$\overline{x} = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$
Phương sai không hiệu chỉnh	$\hat{S}_X^2 = \frac{(X_1 - \overline{X})^2 + \ldots + (X_n - \overline{X})^2}{n}$	$\hat{s}_x^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2}{n}$
Phương sai hiệu chỉnh	$S_X^2 = \frac{(X_1 - \overline{X})^2 + \ldots + (X_n - \overline{X})^2}{n-1}$	$s_x^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2}{n-1}$

b. Để dễ xử lý ta viết số liệu của mẫu cụ thể dưới dạng tần số như sau:

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_k
n_i	n_1	n_2	$\cdots$	n_k

Khi đó

Các giá trị đặc trưng	**Mẫu cụ thể**
Giá trị trung bình	$\overline{x} = \frac{x_1 n_1 + \ldots + x_k n_k}{n}$
Phương sai không hiệu chỉnh	$\hat{s}_x^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 n_1 + \ldots + (x_k - \overline{x})^2 n_k}{n}$
Phương sai hiệu chỉnh	$s_x^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 n_1 + \ldots + (x_k - \overline{x})^2 n_k}{n-1}$

c. Cách sử dụng máy tính bỏ túi để tính các giá trị đặc trưng mẫu

- Nếu số liệu thống kê thu thập theo miền $[a;b)$ hay $(a;b]$ thì ta sử dụng giá trị đại diện cho miền đó là $\frac{a+b}{2}$ để tính toán.

Tác vụ	**Dòng CASIO MS**	**Dòng CASIO ES**
Bật chế độ nhập tần số	Không cần	Shift Mode ↓ 4 1
Khởi động gói Thống kê	Mode…(tìm)…SD	Mode…(tìm)…STAT 1-Var
Nhập số liệu	x_1 Shift , n_1 M+ $\vdots$ x_k Shift , n_k M+ Nếu $n_i = 1$ thì chỉ cần nhấn x_i M+	<table><tr><th>X</th><th>FREQ</th></tr><tr><td>x_1 = $\vdots$ x_k =</td><td>n_1 = $\vdots$ n_k =</td></tr></table>

Xóa màn hình hiển thị	AC	AC
Xác định: • Kích thước mẫu (n) • Giá trị trung bình ($\overline{x}$) • Độ lệch chuẩn không hiệu chỉnh ($\hat{s}_x$) • Độ lệch chuẩn hiệu chỉnh (s_x)	Shift 1 3 = Shift 2 1 = Shift 2 2 = Shift 2 3 =	Shift 1 5 1 = Shift 1 5 2 = Shift 1 5 3 = Shift 1 5 4 =
Thoát khỏi gói Thống kê	Mode 1	Mode 1

2. Ước lượng khoảng.

a) Khoảng tin cậy cho giá trị trung bình.

<u>Trường hợp 1</u>. (σ đã biết)

- Ước lượng đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x}-\varepsilon\,;\overline{x}+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty;\overline{x}+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x}-\varepsilon;+\infty)$$

<u>Trường hợp 2</u>. (σ chưa biết, $n \geq 30$)

- Ước lượng đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x}-\varepsilon\,;\overline{x}+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty;\overline{x}+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x}-\varepsilon;+\infty)$$

<u>Trường hợp 3</u>. (σ chưa biết, n<30)

- Ước lượng đối xứng.

$$1-\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x}-\varepsilon\,;\overline{x}+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$1-\alpha \to \alpha \to t_{(n-1;\alpha)} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1;\alpha)}.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty\,;\overline{x}+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$1-\alpha \to \alpha \to t_{(n-1;\alpha)} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1;\alpha)}.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x}-\varepsilon\,;+\infty)$$

b) Khoảng tin cậy cho tỉ lệ.

- Ước lượng đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (f-\varepsilon\,; f+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5-\alpha \to z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha}.\frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (0; f+\varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5-\alpha \to z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha}.\frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (f-\varepsilon;1)$$

c) Khoảng tin cậy cho phương sai.

<u>Trường hợp 1</u>. (μ chưa biết)

- Nếu đề bài chưa cho s mà cho mẫu cụ thể thì phải xác định s (bằng máy tính).

- Ước lượng không chệch.

$$1-\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to \chi_2 = \chi^2_{(n-1;\frac{\alpha}{2})},\ 1-\alpha \to 1-\frac{\alpha}{2} \to \chi_1 = \chi^2_{(n-1;1-\frac{\alpha}{2})}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2};\frac{(n-1)s^2}{\chi_1}\right)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$1-\alpha \to \chi_1 = \chi^2_{(n-1;1-\alpha)} \Rightarrow \left(0;\frac{(n-1)s^2}{\chi_1}\right)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$1-\alpha \to \alpha \to \chi_2 = \chi^2_{(n-1;\alpha)} \Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2};+\infty\right)$$

<u>Trường hợp 2</u>. (μ đã biết)

- Tính $(n-1)s^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-\mu)^2$

- Ước lượng không chệch.

$$1-\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to \chi_2 = \chi^2_{(n;\frac{\alpha}{2})},\ 1-\alpha \to 1-\frac{\alpha}{2} \to \chi_1 = \chi^2_{(n;1-\frac{\alpha}{2})}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2};\frac{(n-1)s^2}{\chi_1}\right)$$

- Ước lượng chệch trái.

  $$1-\alpha \to \chi_1 = \chi^2_{(n;1-\alpha)} \Rightarrow (0; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1})$$

- Ước lượng chệch phải.

  $$1-\alpha \to \alpha \to \chi_2 = \chi^2_{(n;\alpha)} \Rightarrow (\frac{(n-1)s^2}{\chi_2}; +\infty)$$

3. Kiểm định tham số.
   a) Kiểm định giá trị trung bình.

<u>Trường hợp 1</u>. (σ đã biết)

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

  $$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{\sigma}.\sqrt{n}$$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.

  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

  $$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{\sigma}.\sqrt{n}$$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

  $$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{\sigma}.\sqrt{n}$$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

<u>Trường hợp 2</u>. (σ chưa biết, $n \geq 30$)

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

  $$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{s}.\sqrt{n}$$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.

  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

  $$\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{s}.\sqrt{n}$$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

<u>Trường hợp 3</u>. (σ chưa biết, n<30)

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

  $\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}, t = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $|t| > t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
  - Nếu $|t| \leq t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

  $\alpha \to t_{(n-1;\alpha)}, t = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $t < -t_{(n-1;\alpha)}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
  - Nếu $t \geq -t_{(n-1;\alpha)}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

  $\alpha \to t_{(n-1;\alpha)}, t = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $t > t_{(n-1;\alpha)}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
  - Nếu $t \leq t_{(n-1;\alpha)}$: Chấp nhận H$_o$.

b) Kiểm định tỉ lệ.

- $H_o : p = p_o, H_1 : p \neq p_o$

  $\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, f = \frac{k}{n}, z = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}}.\sqrt{n}$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : p = p_o, H_1 : p < p_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, f = \frac{k}{n}, z = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}}.\sqrt{n}$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $z \ge -z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

• $H_o : p = p_o, H_1 : p > p_o$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, f = \frac{k}{n}, z = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}}.\sqrt{n}$$

- Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $z \le z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

c) Kiểm định phương sai.

<u>Trường hợp 1</u>. (μ chưa biết)

- Nếu đề chưa cho s mà cho mẫu cụ thể thì phải sử dụng máy tính để xác định s.

• $H_o : \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1 : \sigma^2 \ne \sigma_o^2$

$$\alpha \to 1 - \frac{\alpha}{2} \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n-1;1-\frac{\alpha}{2})}, \ \alpha \to \frac{\alpha}{2} \to \chi_2^2 = \chi^2_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}, \ \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

- Nếu $\left[\begin{array}{l}\chi^2 > \chi_2^2 \\ \chi^2 < \chi_1^2\end{array}\right.$: Bác bỏ H$_0$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $\chi_1^2 \le \chi^2 \le \chi_2^2$: Chấp nhận H$_o$.

• $H_o : \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1 : \sigma^2 < \sigma_o^2$

$$\alpha \to 1 - \alpha \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n-1;1-\alpha)}, \ \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

- Nếu $\chi^2 < \chi_1^2$: Bác bỏ H$_0$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $\chi^2 \ge \chi_1^2$: Chấp nhận H$_o$.

• $H_o : \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_o^2$

$$\alpha \to \chi_2^2 = \chi^2_{(n-1;\alpha)}, \ \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

- Nếu $\chi^2 > \chi_2^2$: Bác bỏ H$_0$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $\chi^2 \le \chi_2^2$: Chấp nhận H$_o$.

4. Kiểm định so sánh tham số.

a) Kiểm định so sánh giá trị trung bình.

<u>Trường hợp 1</u>. (σ_1, σ_2 đã biết)

• $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
- Nếu $|z| \le z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
- Nếu $z \ge -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
- Nếu $z \le z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

Trường hợp 2. (σ_1, σ_2 chưa biết, $n_1, n_2 \ge 30$)

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
- Nếu $|z| \le z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
- Nếu $z \ge -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $z \le z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

Trường hợp 3. ($\sigma_1 = \sigma_2$ chưa biết, $n_1, n_2 < 30$)

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

$$\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}, t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}, \text{ với } s^2 = \frac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

- Nếu $|t| > t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $|t| \le t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$$\alpha \to t_{(n_1+n_2-2;\alpha)}, t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}, \text{ với } s^2 = \frac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

- Nếu $t < -t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $t \ge -t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$$\alpha \to t_{(n_1+n_2-2;\alpha)}, t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}, \text{ với } s^2 = \frac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

- Nếu $t > t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $t \le t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

b) Kiểm định so sánh tỉ lệ.

$$f_1 = \frac{k_1}{n_1}, f_2 = \frac{k_2}{n_2}, f = \frac{k_1+k_2}{n_1+n_2}$$

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 \ne p_2$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, \; z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f).(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

- Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H$_o$, chấp nhận H$_1$.
- Nếu $|z| \le z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 < p_2$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \dfrac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f).(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 > p_2$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \dfrac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f).(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

c. Kiểm định so sánh phương sai.

- μ_1, μ_2 chưa biết nên tính s_1 và s_2 từ mẫu (sử dụng máy tính) nếu đề bài chưa cho.

  - $H_o : {\sigma_1}^2 = \sigma_2^2, H_1 : {\sigma_1}^2 \neq \sigma_2^2$
    - $f = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}, f_1 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; 1 - \dfrac{\alpha}{2})$, $f_2 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; \dfrac{\alpha}{2})$
    - Nếu $\left[\begin{array}{l} f < f_1 \\ f > f_2 \end{array}\right.$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
    - Nếu $f_1 \leq f \leq f_2$: Chấp nhận H_o.
  - $H_o : {\sigma_1}^2 = \sigma_2^2, H_1 : {\sigma_1}^2 < \sigma_2^2$
    - $f = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}, f_1 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; 1 - \alpha)$
    - Nếu $f < f_1$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
    - Nếu $f_1 \leq f$: Chấp nhận H_o.
  - $H_o : {\sigma_1}^2 = \sigma_2^2, H_1 : {\sigma_1}^2 > \sigma_2^2$
    - $f = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}, f_2 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; \alpha)$
    - Nếu $f > f_2$: Bác bỏ H_o, chấp nhận H_1.
    - Nếu $f \leq f_2$: Chấp nhận H_o.

5. Hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu.

a. Hệ số tương quan mẫu: $r = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}}$

Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu: $\overline{y_x} = A + Bx$ với

$$B = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \text{ và } A = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - B.\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

b. Trong trường hợp sử dụng bảng tần số:

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_k
y_i	y_1	y_2	$\cdots$	y_k
n_i	n_1	n_2	$\cdots$	n_k

Ta tính theo công thức thu gọn như sau:

Hệ số tương quan mẫu: $r = \dfrac{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i y_i - \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \sum_{i=1}^{k} n_i y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{k} n_i y_i^2 - (\sum_{i=1}^{k} n_i y_i)^2}}$

Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu: $\overline{y_x} = A + Bx$ với

$$B = \frac{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i y_i - \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \sum_{i=1}^{k} n_i y_i}{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i)^2} \text{ và } A = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i y_i - B.\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{n}.$$

c. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu:

<table>
<tr><th>Tác vụ</th><th>Dòng CASIO MS</th><th>Dòng CASIO ES</th></tr>
<tr><td>Bật chế độ nhập tần số</td><td>Không cần</td><td>Shift Mode ↓ 4 1</td></tr>
<tr><td>Khởi động gói Hồi quy tuyến tính</td><td>Mode…(tìm)…REG Lin</td><td>Mode…(tìm)…STAT A+BX</td></tr>
<tr><td>Nhập số liệu</td><td>x_1 , y_1 Shift , n_1 M+
⋮
x_k , y_k Shift , n_k M+

$n_i = 1$ thì chỉ cần nhấn
x_i , y_i M+</td><td><table><tr><th>X</th><th>Y</th><th>FREQ</th></tr><tr><td>x_1 =
⋮
x_k =</td><td>y_1 =
⋮
y_k =</td><td>n_1 =
⋮
n_k =</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Xóa màn hình hiển thị</td><td>AC</td><td>AC</td></tr>
<tr><td>Xác định:
Hệ số tương quan mẫu (r)
Hệ số hằng: A
Hệ số ẩn (x): B</td><td>Shift 2 ⟶⟶ 3 =

Shift 2 ⟶⟶ 1 =
Shift 2 ⟶⟶ 2 =</td><td>Shift 1 7 3 =

Shift 1 7 1 =
Shift 1 7 2 =</td></tr>
<tr><td>Thoát khỏi gói Hồi quy</td><td>Mode 1</td><td>Mode 1</td></tr>
</table>

Lưu ý: Máy ES nếu đã kích hoạt chế độ nhập tần số ở phần Lý thuyết mẫu rồi thì không cần kích hoạt nữa.

……………………………………….