

相关术语

图由顶点和边组成。

如果边都是无向边，则图为无向图，否则为有向图。

顶点的邻居的数量称为顶点的度。离开顶点的边条数称为顶点的出度，进入顶点的边条数称为顶点的入度。

边的长度称为权。

连通：两个顶点之间可以通过若干条边相互到达，若所有顶点都是连通的，则为连通图。

图的代码实现

邻接矩阵

```
1 int arr[4][4];
2 arr[0][1] = 1; // A->B之间的边权值为1
3 arr[1][0] = 2; // B->A之间的边权值为2
```

劣势：空间复杂度 $O(V^2)$

邻接表法

```
1 struct Edge {
2     int adjNode; // 邻接顶点
3     int weight; // 边的权值
4     Edge(int _adjNode, int _weight) {
5         adjNode = _adjNode;
6         weight = _weight;
7     }
8 };
9 vector<vector<Edge>> graph(4);
10 Edge e(1, 1);
11 graph[0].push_back(e); // A->B之间的边权值为1
```

并查集

并查集通常用于检查图的连通性。

`find()`：根据元素查找对应的集合

`union()`：两个集合合并

```
1  int father[1000]; // 数组下标是集合数据编号father[i]集合数据的父亲的编号，根的父亲编号和根编号相同
2
3  void initUFSet(int n) {
4      // 0 ~ n - 1
5      for(int i = 0; i < n; i++) {
6          father[i] = i;
7      }
8  }
9
10 int find(int u) {
11     while(father[u] != u) {
12         u = father[u];
13     }
14     return u;
15 }
16
17 void union(int u, int v) {
18     int uRoot = find(u);
19     int vRoot = find(v);
20     father[vRoot] = uRoot;
21 }
```

并查集优化

```
1  /*路径压缩*/
2  int find(int u) {
3      while(father[u] != u) {
4          father[u] = father[father[u]];
5          u = father[u];
6      }
7      return u;
8  }
```

最小生成树

找到一个子图，需要连通所有点，并且边的权值之和要最小（树）。掌握Kruskal算法即可。

1. 将所有边按权值排序。
2. 按权值从小到大加入子图（可以使用堆实现，也可以先排序再遍历）。如果边的两点已经连通（用并查集实现），则无需加入。
3. 边数=顶点数-1。

单源最短路径

Dijkstra算法用于求一个顶点到所有其他顶点的最短路径长度。

可以使用小根堆，找到离起点最近且未被访问过的结点。

```
1 struct PQueueNode {
2     int u;
3     int distance;
4     PQueueNode(_u, _distance) {
5         u = _u;
6         distance = _distance;
7     }
8 };
9
10 bool operator < (PQueueNode lhs, PQueueNode rhs) {
11     return lhs.distance > rhs.distance;
12 }
13
14 int dijkstra(int s, int t) {
15     priority_queue<PQueueNode> pqueue;
16     int distance[300];
17     bool isVisited[300];
18     for(int i = 0; i < 300; i++) {
19         distance[i] = -1; // 表示无穷远
20         isVisited[i] = false;
21     }
22     distance[s] = 0;
23     PQueueNode qnode(s, 0);
24     pqueue.push(qnode);
25     while(!pqueue.empty()) {
```

```
26     int u = pqueue.top().u;
27     pqueue.pop();
28     if(isVisited[u] == true) {
29         continue;
30     } else {
31         isVisited[u] = true;
32     }
33     for(int i = 0; i < graph[u].size(); i++) {
34         int v = graph[u][i].v;
35         int weight = graph[u][i].weight;
36         if(distance[v] == -1 || distance[v] > distance[u] +
weight) {
37             distance[v] = distance[u] + weight;
38             PQueueNode next(v, distance[v]);
39             pqueue.push(next);
40         }
41     }
42 }
43
44 return distance[t];
45 }
```