

重力补偿惯性导航技术的应用与发展

胡其秦

2024 年 10 月 8 日

摘要

XXXXXXX

1 介绍

向海而兴，向海而强，自15世纪以来，人类就拉开了大航海时代的帷幕。随着科学家们对海洋认识的不断加深，新型航海技术日新月异，世界各国已经不再是一个个被分割的孤岛，而是相互连结的命运共同体。充分开发海洋资源，发展海洋贸易，建设海洋强国，首先是要加快海洋科技创新的步伐。但汪洋无际，复杂多变的海洋环境给航行的船只和舰艇的作业活动带来了许多难题，其中亟需解决的是水下高精度导航定位问题。水下导航的难点不光是在导航定位本身上，更是因为复杂多变的水下环境带来了不小的阻碍，让原本适用于地面的诸多方法失效于水下，比如我们常见的卫星导航，由于水体介质不利于电磁波的传播，所以目前来说在深海区域无法直接接收到有效的卫星信号。而相比之下，惯性导航依托自身的惯性器件测量输出的结果，并不需要其他外来的数据，所以能够保持较高的自主性和无源性，使之成为主要的水下导航方式。然而，惯性导航的定位精度往往与其自身的器件工艺与相应的算法有关，在没有其他参考信息进行误差修正的情况下，只能在短时间内保持一定的导航精度。随着导航解算时间的不断增加，相应的各种误差也将随时间不断积累，如果不能采取及时有效的误差修正手段，惯性导航将无法ً满足正常的导航精度需求，最终导致其彻底失效。因此，发展以惯导为主、多手段辅助导航系统成为水下导航定位系统的发展方向。

为了能够满足水下导航的正常需求，人们不得不从地球自身的地理特征上寻找方法，比如地形轮廓、地球磁场、地球重力场等。与陆地上不同，因为海下环境的复杂性，以目前的技术手段很难有效的成功提取海底特征；而且由于水下载体自身金属结构的特殊性，加上大量的用电设施，很容易对本就微弱的地球磁场产生进一步的干扰，增大其检测难度。无独有偶，重力场作为一种无源、不交叉重合的地球特征场，由于其只与地球本身有关，短时间内并不会明显的变化，自上个世纪以来一直成为

人们研究的热点，相关领域可以追溯到测绘、地质勘探、天体物理等多个研究方向。更重要的是，在哥式效应的作用下，加速度计和陀螺仪无法区分载体的加速度和重力加速度，而往往重力场的信息是通过正常重力场模型给出，这对于追求高精度的惯性导航来说，成为了制约其发展的重要影响因素之一。目前国际上高精度惯导的指标已经优于 $1\text{ n mile/h}^{[1]}$ ，但离水下无源自主导航最终实现“码头到码头(Port-to-Port)”这一目标还有相当长的一段距离^[2]。因此如何提取出重力扰动并有效地应用于惯导中补偿，是开展重力辅助惯性导航后续研究的关键性步骤，也是其重要前提^[3]。

2 重力测量

重力测量最早可以追溯到16世纪，1590年伽利略首次利用观测物体自由落体运动的方法测量到了重力加速度。历史上，惠更斯在17世纪推导了摆钟周期 T 与摆长 L 和重力加速度 g 的关系，从而研制出了第一架可以测定重力加速度的摆钟^[4]，为重力测量奠定了基础。在十九世纪末期，匈牙利物理学家厄缶研制出了扭秤，这标志着重力勘探技术的诞生^[5, 6]。然而，到了二十世纪三十年代，由于扭秤在测量上耗时较长且易受地形变化的影响，它逐渐被新一代的重力测量设备所替代，这些设备虽灵敏度略低，但测量速度快、稳定性强^[7]。

根据测量目标的区别，可以将重力仪分为标量重力仪、矢量重力仪以及重力梯度仪^[8]。标量重力测量通常使用一个精确的垂直加速度计来确定重力场中垂向重力异常，没有提供方向信息；矢量重力仪不仅测量重力异常的大小，还测量其方向，包含垂向和水平方向的重力扰动信息，所以测量结果往往能够更好的反映重力场的空间分布情况，在现在拥有更广泛的应用；重力梯度仪则是测量重力场的空间变化率（即重力势的梯度），在需要解析高频重力信号和高精度重力场研究中，能够提供更高的分辨率和丰富的细节特征，拥有更广阔的应用前景。

根据搭载的平台设备区别，重力测量可以分为地面重力测量、海洋重力测量、航空重力测量和卫星重力测量^[9-11]，表1分析了四种方式的优缺点及发展趋势。现代开展海洋重力测量的仪器是海洋重力仪，其中海洋重力测量一般采用静力法相对重力测量。由于海洋重力仪需要安装在动基座(如船舶、潜艇等)进行测量工作，需要面临恶劣海况的干扰，各种有害加速度信息和厄特弗斯效应会影响到重力加速度的测量结果^[12]。与传统的船载重力测量手段不同，为了获得更加真实的海洋重力数据，近几年研究人员进一步提出水下移动重力测量，使AUV搭载相关重力测量仪器平台，与母船之间通过拖缆连接实现信息反馈，实现水下移动重力测量实验^[13]。图1为国防科技大学研制的水下重力仪搭载“海洋四号”调查船进行的水下重力测量实验。

设计的重力仪的平台架构是否稳定，往往决定了其测量的精度，因此更好的平台稳定性是所有新系统开发的主要目标。文献^[15]基于不同的稳定平台方案类型，将当前主流的海空重力仪划分为四种^[15-20]：第一种是双轴阻尼陀螺平台，代表性产品包



(a) 一级拖体



(b) 二级拖体

图 1: “海洋四号” 科考船实施水下拖拽移动重力测量实验^[14]

括L & R系列、ZLS型、DGS型、KSS型、BGM型和CHZ型重力仪；第二种是双轴惯导加捷联方位平台，代表性产品包括Chenkan-AM型和GDP型重力仪；第三种是三轴惯导平台，代表性产品包括AirGrav型、GIPS-AM型和GT系列重力仪；第四种是捷联惯导平台，代表性产品包括SISG系统、SAGS系统、SGA-WZ型和SAG型捷联重力仪。其中，前三种为物理平台，可以有效隔离载体的角运动和振动，因此能够提供更稳定的测量环境，具有较好的长期稳定性和更高的作业效益。捷联式重力仪作为数学平台，不需要水平稳定的平台，结构相对比较简单，可以快速响应载体的姿态变化，便于在各种载体上集成使用；更重要的是，捷联式重力测量对于类似湍流类的扰动敏感性低，即使在强烈的扰动环境中也能够进行重力测量，而更成熟的平台稳定式弹簧重力仪对强湍流相当敏感^[21]。而且研究表明^[22-24]，如果通过消除线性漂移来减少强IMU漂移的影响，则可以实现与使用稳定平台重力仪类似的水平精度。

2.1 国外捷联式重力仪研究现状

上个世纪五六十年代，捷联式重力仪主要以测量标量重力为主^[25-27]，1958年美国空军首次在加利福尼亚州爱德华兹空军基地上空进行了机载L & R海洋重力仪的第一次测试，并且获得了5分钟平均重力读数，精度优于10mGal。1965年，美国空军将L & R重力仪装配平衡架并搭载在CH-3E直升机上进行位置确定，测量载体高度。随着80年代差分全球定位系统(Differential Global Position System,DGPS)的高速发展，航空重力测量的精度问题逐渐得到解决^[27-30]，因此大量的关于捷联式重力仪的相关研究和测试开始展开。以加拿大Calgary大学的基于捷联惯导系统的航空标量重力测量系统(Strapdown Inertial Scalar Gravimetry,SISG)、德国巴伐利亚自然与人文科学学院的SAGS系统、德国iMAR Navigation gmbH(iMAR)系列捷联式重力仪和俄罗斯莫斯科重力测量技术公司的GT-X型重力仪为代表^[24, 31-35]。

表 1: 重力测量的基本方法

测量方法	优点	缺点	发展趋势
地面重力测量	精度高，可以提供绝对重力值或详细的重力异常数据	效率低，覆盖区域有限，不适合大范围快速测量	地面重力测量仪器变得更加轻便和自动化，动态性能和实时性能表现更好，测量效率提高
海洋重力测量	适用于大面积海洋区域的重力场调查	受海况影响较大，精度可能受到船体运动和海洋噪声的影响	结合卫星遥感技术，提高海洋重力测量的动态性和实时性，精度和稳定性有更好的发展
航空重力测量	覆盖面积广，数据获取速度快，适用于难以到达的地区	成本较高，受天气条件限制,精度可能受到飞行高度和速度的影响	随着无人机技术的发展，航空重力测量将会更加灵活和经济；采集的数据会得到快速处理和实时应用
卫星重力测量	全球覆盖，可以监测到偏远或难以接近的地区	空间分辨率较低，受大气和卫星轨道误差的影响	卫星重力测量的分辨率和精度会持续提高；出现多卫星联合观测的模式，提高全球重力场数据的获取频率和覆盖范围的能力

2.2 国内捷联式重力仪研究现状

由于种种原因,我国在重力测量领域起步较晚,自1969年以来,先后引进了一批国外制造的海洋重力仪,其中以前西德的产品居多。自21世纪第二个十年以来,中国在重力仪研制领域取得了快速进展。北京航天控制仪器所于2010年开始了平台式和捷联式航空重力仪的研制,SGA型捷联式重力仪和SAG-2M型海洋重力仪在海洋试验中都取得了优于1mGal内符合精度的测试结果^[36]。中国第一台捷联式机载标量重力仪SGA-WZ于2010年在国防科技大学(NUDT)惯性技术实验室研制成功^[14],并在2012年受邀参加格陵兰岛进行的航空飞行测试。此后,基于丰富的技术及经验,在第一代的基础上持续改进和创新,目前已实现了四代五型捷联式重力仪的研制工作,分别是第二代SGA-WZ02重力仪,基于“捷联+平台”理念的第三代重力仪SGA-WZ03、第三代水下重力仪以及第四代SGA-WZ04和第五代SGA-WZ05捷联式重力仪,目前优于0.6mGal的动态重复测量精度使得其性能达到了国际先进水平。2018年,向阳红6号科考船搭载6个型号的海洋重力仪(CHZ-II、SAG-2M、SGA-WZ、ZL11、俄罗斯GT-2M和美国LCR)在南海海域开展对比试验,试验结果表明,国产重力仪精度接近GT-2M重力仪,高于LCR重力仪^[37]。

在为我国重力仪研制工作取得重大突破而感到鼓舞的同时,也应该清楚地认识到与西方发达国家之间的差距。特别是重力仪作为各国之间重要的战略型武器,我们国家如何在保持独立自主、自立根生的同时,打破信息封锁、紧跟世界前沿,需要所有的科技工作者共同努力。

3 重力扰动定义及测量方法

3.1 定义

假设地球可以被近似为一个绕其短轴均匀旋转的椭球体,并且这个椭球体的表面是一个等势面,那么正常重力可以用Somigliana公式的泰勒级数展开来计算^[38]。但是实际上地球并非一个理想的旋转椭球体,真实的重力与正常重力之间必然会存在一个偏差,如图2所示。在图a中 H 代表大地水准面高, N 代表大地水准面相对于椭球表面的高度, h_t 代表地形高度。我们通常将真实重力与正常重力之间的差值定义为重力扰动 $\delta g = g - g_0$,在东北天坐标系下,重力扰动在正常重力方向下的投影为重力异常 $\Delta g = -\delta g_U$,真实重力与正常重力在水平方向的夹角称作垂线偏差,并定义在卯酉圈方向上的分量记为 η ,在子午圈方向上的分量记为 ζ 。当垂线偏差满足小角度条件(即重力扰动水平分量远小于正常重力大小)时,有如下的近似关系

$$\begin{aligned}\eta &\approx -\delta g_E/\gamma \\ \xi &\approx -\delta g_N/\gamma\end{aligned}\tag{1}$$

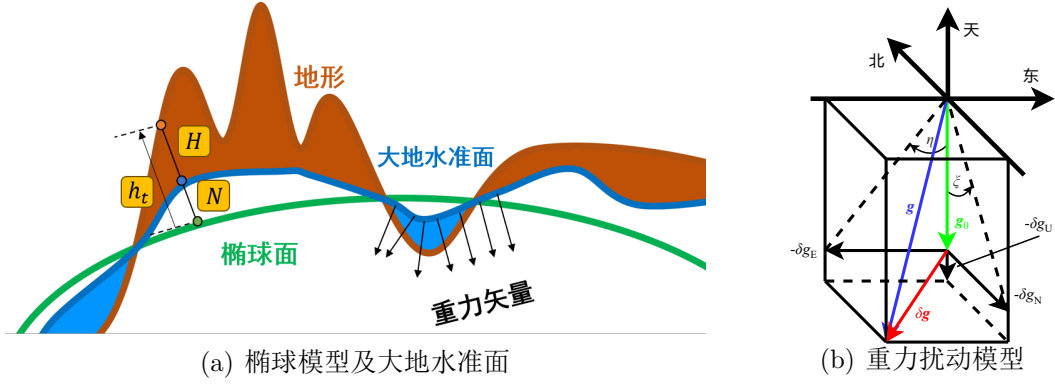


图 2

根据几何关系可知，真实重力与正常重力、垂线偏差和重力异常之间的关系为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}^n &= \gamma^n + \delta \mathbf{g}^n \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} \delta g_E & \delta g_N & \delta g_U \end{bmatrix}^T \\
 &= \begin{bmatrix} -\gamma\eta & -\gamma\xi & -\gamma - \Delta g \end{bmatrix}^T
 \end{aligned} \tag{2}$$

因此，对于1arcsec的垂线偏差，大约会产生5mGal的水平重力误差^[39]，这对于高精度惯导来说，补偿是必要的。

3.2 测量方法

在使用捷联式重力仪进行重力扰动的测量中，主要有两种方法进行测量^[40]，分别是直接测量和间接测量。

直接测量就是根据牛顿第二定律，利用测得的物体运动加速度 $\ddot{\mathbf{r}}$ 减去惯性测量单元(IMU)所测得的比力 \mathbf{f} 的量作为实测的重力，于是有的文献将其称呼为“加速度计测量法”^[22]，如式3所示

$$\mathbf{g} = \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{f} \tag{3}$$

其中，物体的运动加速度 $\ddot{\mathbf{r}}$ 一般通过卫星观测值进行相应的微分处理得到的。进一步的，重力扰动的处理流程如图3所示

间接测量就相对比较复杂，如图4所示，它是基于构建的惯性导航参数误差的卡尔曼滤波器而间接得到的。除了姿态误差、速度误差、位置误差和传感器误差之外，额外增加了重力扰动的矢量误差 $[\delta \mathbf{g}^n]$ 项，其具体的维数与模型构建的方式有关。由于IMU测量得到的位置是通过对其输出进行积分，那么包含重力重力扰动在内的误差值就可以从观测到的位置差异中估计出来。然而这种方法在构建卡尔曼状态方程时，最好能够将其与其它误差源进行区分，使其不相互影响。常见的方法是将其构建为高斯-马尔可夫模型^[39, 41]和自回归模型(AR)^[31, 42]。间接测量相比于直接测量，由于采用

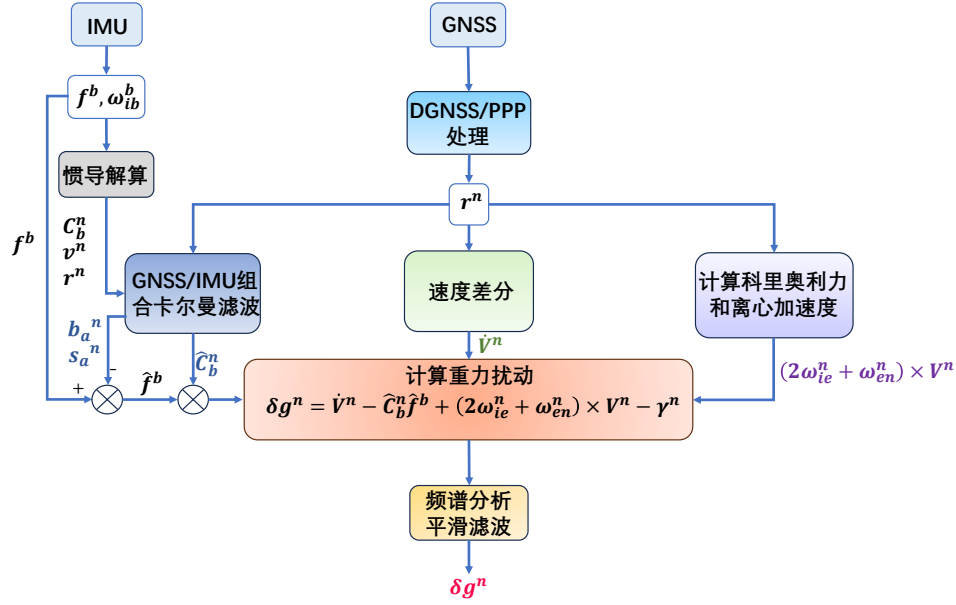


图 3: 直接测量

卡尔曼滤波器，其积分形式相比于直接测量的微分形式来说，数值上更稳定；但是同时，间接测量的方法极其依赖于其构建的模型，如果构建的模型不够准确，那么很难将有效的重力扰动从频谱中进行分离；并且如果采用低通滤波对测量数据进行处理，反而会失去一部分重力场的短波信息^[43]；更重要的是，由于使用卡尔曼滤波器对重力扰动估计需要先验值，那么最终估计得到的结果将会受限于先验假设的影响。但是相比之下，采用直接法则简单高效，更容易应用于GNSS/IMU集成的软件之上^[44]。

4 重力扰动对惯导解算的误差影响

美军早在20世纪50年代末就已经开启重力辅助惯导技术研究，为了减弱惯导系统的舒勒振荡误差影响，当时主要聚焦于实现惯导系统力学编排中的扰动重力矢量参数(特别是垂线偏差)精确补偿。黄谟涛等人提出^[3]，将重力辅助惯性导航技术划分为重力补偿和重力修正两个发展阶段，其中重力补偿技术是指在惯导解算回路中加入重力扰动信息以改善惯导系统的力学编排，达到抑制误差发散的趋势。下面我们将围绕重力扰动对惯导解算过程的影响机理进行分析。

4.1 重力扰动的误差模型

在惯性导航中，我们常常通过构建位置、速度和姿态误差的微分方程来描述误差源随时间传播的规律。根据第3节描述的重力扰动模型，在惯导解算的速度微分方程中，有

$$\delta \dot{g}^n = \dot{v}^n - C_b^n f^b + (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times v^n - \gamma^n \quad (4)$$

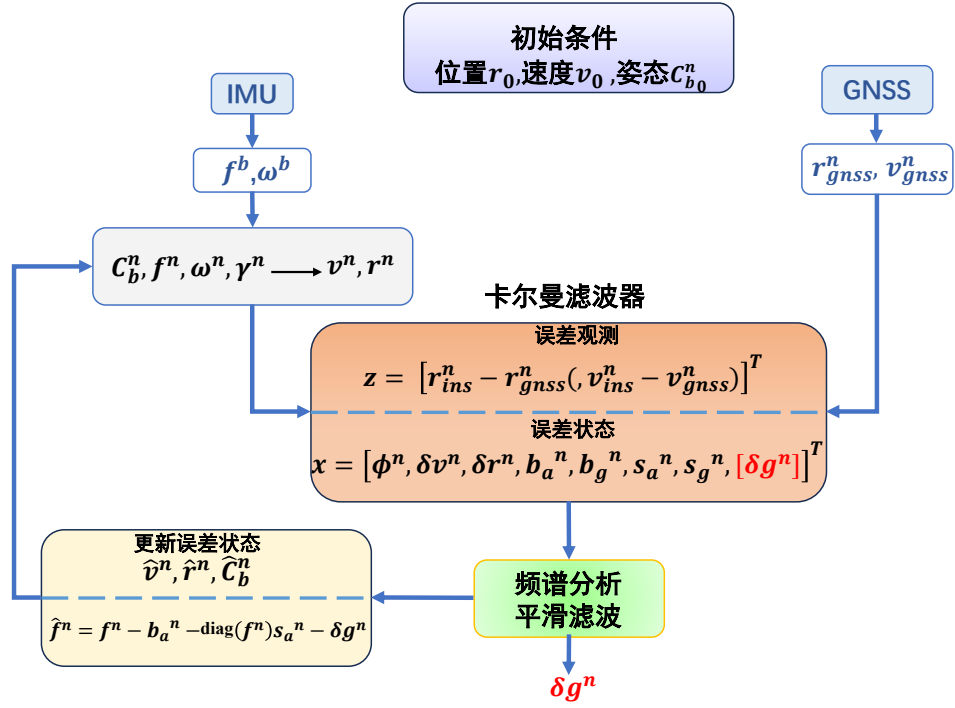


图 4: 间接测量

在北-东-地坐标系下，可以得到其分量表示：

$$\begin{cases} \delta g_N = \dot{v}_N - f_N + (2w_{ie} \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_N + h})v_E - \frac{v_N v_D}{R_M + h} \\ \delta g_E = \dot{v}_E - f_E - (\frac{v_E}{R_N + h} + 2w_{ie} \cos L)(v_D + v_N \tan L) \\ \delta g_D = \dot{v}_D - f_D + \left[(2w_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h})v_E \right] + \frac{v_N^2}{R_M + h} - \gamma \end{cases} \quad (5)$$

其中， R_N 和 R_M 分别表示卯西圈半径和子午圈半径， L 代表纬度， w_{ie} 表示地球自转角速度，等式 δg_D 右边的 $[\cdot]$ 为厄特弗斯效应^[45]。

于是，由式4可以进一步得到重力扰动的误差模型，

$$\begin{aligned} d\delta g^n = & \delta \dot{v}^n + [\phi^n \times] C_b^n f^b - C_b^n \delta f^b + \\ & (2\delta w_{ie}^n + \delta w_{en}^n) \times v^n + (2w_{ie}^n + w_{en}^n) \times \delta v^n - \delta \gamma^n \end{aligned} \quad (6)$$

其中， $d\delta g^n$ 代表重力扰动的误差， $[\phi^n \times]$ 是姿态误差 ϕ^n 的反对称矩阵， $\delta \gamma^n$ 代表正常重力的模型误差

进一步的，当考虑惯性导航系统和卫星导航系统存在同步时间差 dT 时^[8]，式6可以重新写作

$$\begin{aligned} d\delta g^n = & \delta \dot{v}^n + [\phi^n \times] C_b^n f^b - C_b^n \delta f^b + (2\delta w_{ie}^n + \delta w_{en}^n) \times v^n \\ & + \ddot{v}^n dT + (2w_{ie}^n + w_{en}^n) \times \delta v^n - \delta \gamma^n \end{aligned} \quad (7)$$

随着实时运动学差分GNSS技术的不断改进,采用实时运动学差分GNSS技术的定位精度和速度精度分别小于0.01m和0.03m/s。根据前面的分析,在式6中由差分GNSS引起的最后三项误差均低于1mGal;当时间同步误差限制在50 μ s时,由同步时间差引起的 $\ddot{v}^n dT$ 误差项可维持在1mGal以内^[46]。因此,捷联式重力扰动的误差主要由动态加速度误差 $\delta \dot{v}^n$ 、姿态误差 $[\phi^n \times] C_b^n f^b$ 和比力误差 $C_b^n \delta f^b$ 引起的。

4.2 对速度的影响

由式7可知,重力扰动最直接影响的是加速度计对于速度的测量,在经过积分计算后,最终对载体位置的解算产生影响。文献[47]通过设定不同大小重力扰动的仿真试验,发现当重力扰动大于100mGal时,纯惯性导航在一天内计算的最大位置误差将超过4海里。

4.3 对姿态的影响

惯导的姿态误差可以通过式来表示,

$$\phi^n = \phi_0^n + \int_{t_0}^t C_b^n dw_{ib}^b dt \quad (8)$$

其中第一项 ϕ_0^n 代表初始对准误差,包括重力异常误差;第二项主要是陀螺自身引起的器件误差,包括陀螺轴非正交误差,比例因子误差,线性和非线性漂移,随机游走,量化噪声和分形噪声等^[48, 49]。

此外,相关研究表明,当载体速度较大时,姿态误差主要由水平重力扰动的中低频分量($\lambda_0 > 30$ km)引起;随着载体速度减小,高频分量则占主导地位,换句话说,低速运动的载体所经历的重力场细节特征作用更加明显,对姿态误差影响更大,因此确定水平重力扰动的高频信号是进一步提高重力补偿精度的关键^[39, 50]。

4.4 对初始对准的影响

朱婧提出了一种海洋重力场信息与激光陀螺姿态测量系统(Attitude & Heading Measurement System, AHMS)^[50],并对于在不同工作模式下DOV对初始对准精度的影响进行了分析和仿真验证,结果表明,单轴旋转系统的对准精度随DOV增大而降低,随着对准时间的增加,引起的姿态误差趋于计算的理论值。在此基础上,张盼盼进一步地借助双轴旋转惯导的优势^[51],将加速度计的漂移进行准确的估计后,通过静态仿真实验验证了重力扰动对北向和东向姿态误差的影响,并通过补偿重力扰动,成功减小了姿态误差。

4.5 对载体运动的影响

5 现有的补偿方法及策略

上个世纪70年代起,越来越多的卫星用于重力场的重建,其中GEM(Goddard Earth Model)和TEG(Texas Earth Gravity models)模型开发团队在联合重力建模工作上取得了重大进展^[52, 53],但是其分辨率精度并不能满足实际需求。之后相继出现了EGM96,EGM2008和EIGEN-6C使得全球重力场模型的实际应用成为可能。大约自1991年以来,雷达测高已用于以厘米精度扫描海洋表面,有的工作在具有非常高空间分辨率但重复率相当适中的大地测量模式下,有的则是在具有高时间重复率但相对粗糙的地面轨迹网格的海洋学模式下。但是构建海洋重力场模型的不确定因素在于目前对海洋地形的模拟不足,即海面与大地水准面之间的高度差,而基于测高的海洋大地水准面和重力场模型是计算组合重力场模型的重要数据源^[54, 55]。

为了进一步提高重力补偿的实时性,文献[47]提出了一种基于反向传播神经网络(back-propagation neural network (BPNN))的重力预测模型,通过将规划航区内重力扰动信息作为数据集进行训练,用于纯惯导解算的实时补偿,其效果与用球谐模型补偿想同。缺点是因为其只关注于实时地去获取补偿数值,而忽略了其补偿的具体方案,并且只适用于预先规划的区域。

6 总结与展望

6.1 致谢

感谢博客园博主[@望舒](#)提供的部分代码参考，开源促进世界进步！

6.2 联系作者

作者QQ邮箱1141470651@qq.com，欢迎进行讨论交流(> w <)，good luck!。

参考文献

- [1] Yan Qu. Current Status and Development Trend of Gyroscopes in Inertial Navigation in China. *Journal of Sensor Technology and Application*, 09:234–240, 01 2021.
- [2] J Moryl. Advanced submarine navigation systems. *Oceanographic Literature Review*, 5(44):523, 1997.
- [3] Motao HUANG, Yongzhong OUYANG, Shaofeng BIAN, Shanshan LI, et al. Analysis and Reflections on the Development of Underwater Gravity-Aided Inertial Navigation Technology in the United States and Russia. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, pages 1–19, 2024.
- [4] Harry AM Snelders. Christiaan Huygens and Newton’s theory of gravitation. *Notes and Records of the Royal Society of London*, 43(2):209–222, 1989.
- [5] Zoltán Szabó. The history of the 125 year old eötvös torsion balance. *Acta Geodaetica et Geophysica*, 51:273–293, 2016.
- [6] Alexey V Veryaskin. *Gravity, magnetic and electromagnetic gradiometry: strategic technologies in the 21st century*. IOP Publishing, 2021.
- [7] Daiyong CHEN. *Research on Non-sensitive Degree of Freedom FeedbackControl for Superconducting Gravity Gradiometer*. PhD thesis, Huazhong University of Science and Technology, 2022.
- [8] KP Schwarz and M Wei. Some unsolved problems in airborne gravimetry. In *Gravity and Geoid: Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission*, pages 131–150. Springer, 1995.
- [9] Christian Hirt, Sten Claessens, Thomas Fecher, Michael Kuhn, Roland Pail, and Moritz Rexer. New ultrahigh-resolution picture of earth’s gravity field. *Geophysical research letters*, 40(16):4279–4283, 2013.

- [10] Wei LIANG, Jiancheng LI, Xinyu XU, Shengjun ZHANG, and Yongqi ZHAO. A high-resolution earth's gravity field model sgg-ugm-2 from goce, grace, satellite altimetry, and egm2008. *Engineering*, 6(8):860–878, 2020.
- [11] Jay Hyoun Kwon and Ch Jekeli. A new approach for airborne vector gravimetry using gps/ins. *Journal of Geodesy*, 74(10):690–700, 2001.
- [12] Jin LI, Yue CHENG, and Ningyang WEI. Research status of Marine gravimeter. In *The 9th plenary meeting of the Ship Mechanics Academic Committee of the Chinese Society of Naval Architecture and Engineering*, pages 145–150. China Ship Scientific Research Center;State Key Laboratory of Deep-sea Manned Equipment;, 2018.
- [13] Zhiqiang ZHANG. *Theory Method and Appliaction of Underwater Mobile Gravity Measurement*. PhD thesis, School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 2020.
- [14] Meiping WU, Shaokun CAI, Ruihang YU, and Juliang CAO. Research Progress on Strapdown Gravimetry Technology. *Navigation and Control*, 19(Z1):161–169, 2020.
- [15] Min LIU, Motao HUANG, Yongzhong OUYANG, et al. Development and prospect of air-sea gravity survey and its applications, part II: Sensor, plan and design of survey. *Hydrographic Surveying and Charting*, 37(3):1–11, 2017.
- [16] Lucien Lacoste, Neal Clarkson, and George Hamilton. Lacoste and romberg stabilized platform shipboard gravity meter. *Geophysics*, 32(1):99–109, 1967.
- [17] Jie ZONG. Nonlinear problem of CHZ gravimeter in dynamic gravity measurement. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 16(1):7–15, 1987.
- [18] Pinghua HU, Ming ZHAO, He HUANG, et al. Review on the Development of Airborne/Marine Gravimetry Instruments. *Navigation Positioning and Timing*, 4(4):10–19, 2017.
- [19] Shanyan ZHANG, Xiqi LI, and Chujian LIANG. Newly Developed CHZ Sea-Gravimeter. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 16(1):1–6, 1987.
- [20] Herbert D Valliant. The LaCoste & Romberg air/sea gravity meter: an overview. *Handbook of geophysical exploration at sea*, pages 141–177, 2019.
- [21] David Becker. *Advanced calibration methods for strapdown airborne gravimetry*. Number 51. Technische Universität Darmstadt, 2016.

- [22] Felix Johann, David Becker, Matthias Becker, René Forsberg, and Majid Kadir. The direct method in strapdown airborne gravimetry—a review. *ZfV-Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*, (zfv 5/2019), 2019.
- [23] M Wei and KP Schwarz. Flight test results from a strapdown airborne gravity system. *Journal of Geodesy*, 72:323–332, 1998.
- [24] L Bastos, P Tomé, T Cunha, MJ Fernandes, and S Cunha. Gravity anomalies from airborne Measurements—Experiments using a low cost IMU device. In *Gravity, Geoid and Geodynamics 2000: GGG2000 IAG International Symposium Banff, Alberta, Canada July 31–August 4, 2000*, pages 253–258. Springer, 2002.
- [25] VG Peshekhonov, OA Stepanov, VG Rozentsvein, AA Krasnov, and AV Sokolov. State-of-the-art strapdown airborne gravimeters: Analysis of the development, Gyroscopy and Navigation, vol. 13, no. 4, 2022.
- [26] Lloyd GD Thompson. Airborne gravity meter test. *Journal of Geophysical Research*, 64(4):488–488, 1959.
- [27] Lloyd GD Thompson and Lucien JB LaCoste. Aerial gravity measurements. *Journal of Geophysical Research*, 65(1):305–322, 1960.
- [28] JM Brozena, GL Mader, and MF Peters. Interferometric Global Positioning System: Three-dimensional positioning source for airborne gravimetry. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 94(B9):12153–12162, 1989.
- [29] KP Schwarz. A comparison of GPS kinematic models for the determination of position and velocity along a trajectory. *Manuscripta geodaetica*, 14:345–353, 1989.
- [30] Alfred Kleusberg, Derrick Peyton, and David Wells. Airborne gravimetry and the global positioning system. In *IEEE Symposium on Position Location and Navigation. A Decade of Excellence in the Navigation Sciences*, pages 273–278. IEEE, 1990.
- [31] Alexander Mark Bruton. *Improving the accuracy and resolution of SINS/DGPS airborne gravimetry*, volume 20145. University of Calgary Calgary, Alberta, 2000.
- [32] Uwe Meyer, Gerd Boedecker, and Hartmut Pflug. *ANGEL Airborne Navigation and Gravimetry Ensemble & Laboratory: Introduction and first airborne tests*. Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ, 2003.

- [33] Gerd Boedecker and Andrea Stürze. SAGS4—Strapdown airborne gravimetry system analysis. *Observation of the Earth System from SPACE*, pages 463–478, 2006.
- [34] VN Berzhitskii, MA Ermakov, VN Ilyin, Yu L Smoller, S Sh Yurist, Yu V Bolotin, AA Golovan, NA Parusnikov, EV Gavrov, DA Rekunov, et al. Airborne strapdown gravimeter GT-X. pages 20–23, 2010.
- [35] M Hoss, A Dreyer, EL von Hinueber, R Urli, and F Lapeyrade. 1.3 Innovative Inertial Measurement Data Acquisition and Processing for Aircraft Surveying up to Airborne Gravimetry. *Proceedings-ettc2020*, pages 38–47, 2020.
- [36] Rui XIU, Gang GUO, Zhengbing XUE, Dongming LI, and Haibing LI. Technical Current Situation and New Application of Marine/aviation Gravimeter. *Navigation and Control*, pages 35–43, 2019.
- [37] Yuan YUAN, Jinyao GAO, Zhaocai WU, Zhongyan SHEN, and Guochao WU. Performance estimate of some prototypes of inertial platform and strapdown marine gravimeters. Technical report, Springer, 2020.
- [38] Carlo Somigliana. Teoria generale del campo gravitazionale dell’ellissoide di rotazione. *Memorie della Società Astronomia Italiana, Vol. 4, p. 425*, 4:425, 1929.
- [39] Christopher Jekeli. Airborne vector gravimetry using precise, position-aided inertial measurement units. *Bulletin géodésique*, 69:1–11, 1994.
- [40] C Jekeli and R Garcia. GPS phase accelerations for moving-base vector gravimetry. *Journal of Geodesy*, 71:630–639, 1997.
- [41] Stanley K Jordan. Self-consistent statistical models for the gravity anomaly, vertical deflections, and undulation of the geoid. *Journal of Geophysical Research*, 77(20):3660–3670, 1972.
- [42] Sameh Nassar, KLAUS-PETER SCHWARZ, NASER EL-SHEIMY, and Aboelmagd Noureldin. Modeling inertial sensor errors using autoregressive (AR) models. *Navigation*, 51(4):259–268, 2004.
- [43] K P Schwarz and Zuofa Li. An introduction to airborne gravimetry and its boundary value problems. *Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid*, pages 312–358, 1997.

- [44] Christopher Jekeli. *Inertial navigation systems with geodetic applications*. Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2023.
- [45] Raymond B Harlan. Eotvos corrections for airborne gravimetry. *Journal of Geophysical Research*, 73(14):4675–4679, 1968.
- [46] Shiwen Hao, Zhili Zhang, Zhaofa Zhou, Zhenjun Chang, Zhihao Xu, Hui Duan, and Ziqi Li. Methods for gravity anomaly and dov determination based on mpgac for land vehicles. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024.
- [47] Duanyang Gao, Baiqing Hu, Fangjun Qin, Lubin Chang, and Xu Lyu. A real-time gravity compensation method for ins based on bpnn. *IEEE Sensors Journal*, 21(12):13584–13593, 2021.
- [48] Paul G Savage. Strapdown sensors. *AGARD Lecture series*, 95, 1978.
- [49] Zuofa Li and Klaus-Peter Schwarz. Chaotic behaviour in geodetic sensors and fractal characteristics of sensor noise. In *Geodetic Theory Today: Third Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy L’ Aquila, Italy, May 30–June 3, 1994*, pages 246–258. Springer, 1995.
- [50] Jing ZHU. *Study on Gravity aided Technologies in Shipborne Attitude Measurement with Ring Laser Gyro*. PhD thesis, National University of Defense Technology, 2018.
- [51] Panpan Zhang, Lin Wu, Lifeng Bao, Bo Wang, Hui Liu, Qianqian Li, and Yong Wang. Gravity disturbance compensation for dual-axis rotary modulation inertial navigation system. *Frontiers in Marine Science*, 10:1086225, 2023.
- [52] FJ Lerch, CA Wagner, DE Smith, ML Andson, JE Brownd, and JA Richardson. Gravitational field models for the earth (gem 1 and 2). Technical report, 1972.
- [53] BD Tapley, CK Shum, JC Ries, SR Poole, PAM Abusali, SV Bettadpur, RJ Eanes, MC Kim, HJ Rim, and BE Schutz. The teg-3 geopotential model. In *Gravity, Geoid and Marine Geodesy: International Symposium No. 117 Tokyo, Japan, September 30–October 5, 1996*, pages 453–460. Springer, 1997.
- [54] Nikolaos K Pavlis, Simon A Holmes, Steve C Kenyon, and John K Factor. The development and evaluation of the earth gravitational model 2008 (egm2008). *Journal of geophysical research: solid earth*, 117(B4), 2012.

- [55] Frank Flechtner, Christoph Reigber, Reiner Rummel, and Georges Balmino. Satellite gravimetry: a review of its realization. *Surveys in Geophysics*, 42(5):1029–1074, 2021.