

학부생들을 위한 최적 제어 방법 소개: Direct Collocation 방법을 이용한 Compass-gait Walker 최적 제어

Finding the Optimal Trajectory using a Direct Collocation Method for an Efficient and Accurate Compass-gait Walker for Undergraduates

○문 선 용¹, 차 명 주², 조 권 승³, 허 필 원^{4*}

¹⁾ GIST 기계공학과 (TEL: 010-3371-7479; E-mail: smking0708@gm.gist.ac.kr)

²⁾ GIST 기계공학과 (TEL: 010-6506-1053; E-mail: gistcmjgmj@gm.gist.ac.kr)

³⁾ GIST 기계공학과 (TEL: 010-6506-1053; E-mail: kwonseung93@gm.gist.ac.kr)

⁴⁾ GIST 기계공학과 (TEL: 062-715-2408; E-mail: pilwonhur@gist.ac.kr)

Abstract To control bipedal robots, trajectories are needed. To find to optimal trajectory, direct collocation method can be used. Direct collocation discretizes the continuous-time dynamics and uses nonlinear programming. Compass-gait Walker (CGW) are used as an example. Given the robotic equations and impact dynamics from [1], an interior point algorithm is applied to solve the nonlinear programming. Optimal trajectory and optimal control were computed and applied to control CGW. The results along with phase portrait are presented.

Keywords Compass-gait Walker, Robotic equation, Simulation, Direct Collocation Method, Trapezoidal Rule

1. 도입

본 논문의 목적은 이족보행로봇의 연구를 처음 접하는 기계공학/전기전자공학 학부생들에게 관련 연구를 시작할 수 있도록 큰 그림을 보여주기 위함이다. 특히 본 [1]에서 소개하였듯, 이족보행로봇의 제어 연구를 수행하기 위해서는 하이브리드 동역학 모델링, 최적궤적 생성, 제어, 시뮬레이션 및 분석 등의 과정이 필요하다.(그림 1) 최적궤적 생성 이외의 과정은 [1]에서 소개하였으므로, 본 논문에서는 최적궤적 생성에 관하여 논하고자 한다.

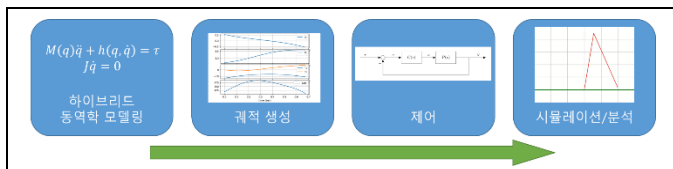


그림 1. Compass-gait Walker 연구를 위한 순서도

2. 최적 제어

일반적인 로봇의 연속동역학 모델은 식 1 과 같이 표현된다. 로봇이 특정한 움직임을(예: 보행) 수행하기 위해 그에 해당하는 궤적신호를 입력신호로 받고, 현재의 로봇상태와 비교하여 적절한 제어신호를 생성하고, 이를 식 1 의 u 로 입력해야 한다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (1)$$

뿐만 아니라, 로봇이 특정 움직임을 행할 때 관

절각의 제한, 속도제한, 토크한계, 안정성을 해치는 움직임 등은 모두 피해야 할 것들이다. 이러한 구속조건들을 모두 만족시키면서 특정 행동을 수행할 수 있는 방법은 이론상 무한대다. 그렇다면 어떤 궤적을 취해야 만족스러운 결과를 얻을 수 있을까?

이 질문에 답하기 위해 최적제어 기법을 활용할 수 있다. 식 2 에서 볼 수 있듯이, 목적함수(objective function)를 최소화하면서, 주어진 구속조건을 만족하는 최적제어신호를 찾는 수학적 기법을 활용한다.

$$\begin{aligned} & \min_u L(x, u, t) \quad (2) \\ \text{subject to} & \\ & h(x, u, t) = 0 \\ & g(x, u, t) \leq 0 \end{aligned}$$

특히, 식 2 처럼 설계변수가 $u(t), x(t)$ 와 같이 시간의 함수로 주어질 때는 무한차원의 함수공간에서 답을 찾는 고급 수학기론을 적용하여 답을 찾을 수 있다. 전통적으로 Pontryagin 의 Minimal Principle 이나 Bellman 의 Dynamic Programming 이 그 대표적인 예다. 하지만, 이들의 수학적 아름다움과 이론적 단단함에도 불구하고, 다양한 구속조건이 존재하거나 차원이 높아지게 되면 현실적으로 이 방법들로는 최적해를 찾기가 거의 불가능하다.

3. Direct Collocation [2]

이 문제를 해결하기 위해 시간에 대한 연속함수

인 $u(t), x(t)$ 를 찾는 대신, 이산화(discretization) 과정을 거친 $u[k], x[k], k = (1, 2, \dots, N)$ 를 구하는 문제로 변환할 수 있다. 쉽게 이야기 하면 무한차원의 최적화 문제를 유한차원의 최적화 문제로 단순화할 수 있다. 연속함수에 대한 무한차원 문제를 이산함수에 대한 유한차원으로 변환하는 과정을 Transcription 이라 한다. Transcription 을 거친 유한차원의 최적화문제는 Nonlinear Programming (NLP) 이라는 효율적인 알고리즘들을 통해서 쉽게 풀 수 있다. 또한, 문제의 복잡도와 차원이 증가하더라도 충분한 확장성을 (즉, scale up) 가지고 있다.

또한, 기존의 로봇방정식 형태를 그대로 사용하기보다 state space 모델을 사용하는 것이 편리하다. State vector 는 $x = [q^T, \dot{q}^T]^T$ 로 정의하면, 로봇방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ &= \begin{pmatrix} \dot{q} \\ M(q)^{-1}[-C(q, \dot{q})\dot{q} - g(q) + u] \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

NLP 알고리즘들은 다양한 구속조건들이 포함될 때 효과적이다. 가장 중요한 구속조건은 바로 로봇 방정식이다.(식 3) Transcription 과정을 거쳤기 때문에, 식 3 은 적분 수행 후 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x[k+1] - x[k] &= \int_{t[k]}^{t[k+1]} f(x, u) dt \\ &\approx \frac{\Delta t}{2} (f[k] + f[k+1]) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 Δt 는 샘플링 time step 이고, 식 6 은 Quadrature 를 중에서 Trapezoidal 방법이다. $k = (1, 2, \dots, N)$ 는 각각의 collocation point 의 인덱스를 나타낸다. Collocation point 에서 샘플링이 일어난다고 생각할 수 있다. 식 6 은 필요에 따라 Hermite Simpson 방법과 같은 고차원 방법을 사용하여 정밀도를 높일 수도 있다. 로봇방정식 이외에도 충격 방정식, 보행의 연속성, 힐 착지, 토크제한 등의 구속조건을 추가로 포함할 수 있다.

마지막으로, 목적함수를 정해준다. 본 논문에서는 보행에 사용되는 토크를 최소화하도록 설정하였다.

$$\int_0^T \sum_i u_i^2(t) dt \quad (7)$$

여기서 T 는 한걸음 보행시간이다. 이를 모두 통합하여 식 8 과 같이 NLP 문제를 설정할 수 있다.

$\min_{u, x, T} (\text{식 7}) \quad (8)$
subject to Equality: 로봇방정식(식 6), 충격방정식, 연속성, 힐 착지시 발 높이 Inequality: 토크의 최대치, 관절각 허용범위

본 논문에서는 범용 NLP 문제에 효율적이라고 알려져 있는 Interior Point 법을 Julia (v1.5.4) 에서 구현하였다.[3] 그림 2 는 Compass-gait Walker 모델 및 Direct collocation 에서의 사용된 변수의 개수를 보여준다. 운동방정식들은 [1]을 참조하면 된다.

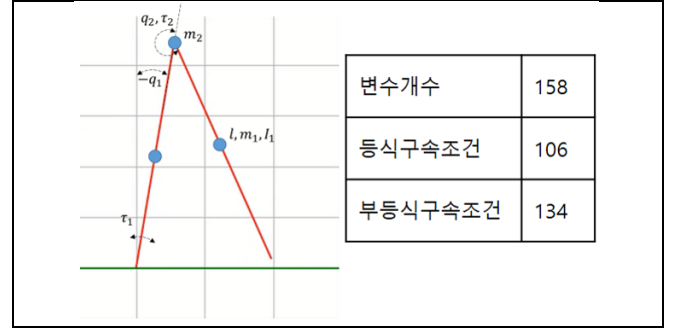


그림 2. Compass-gait Walker 모델 및 Direct collocation 세팅

그림 3 은 Direct collocation 의 결과로 구해진 최적궤적 과 최적제어, 그리고 이를 바탕으로 구현한 PD 제어를 실행한 결과를 보여준다.

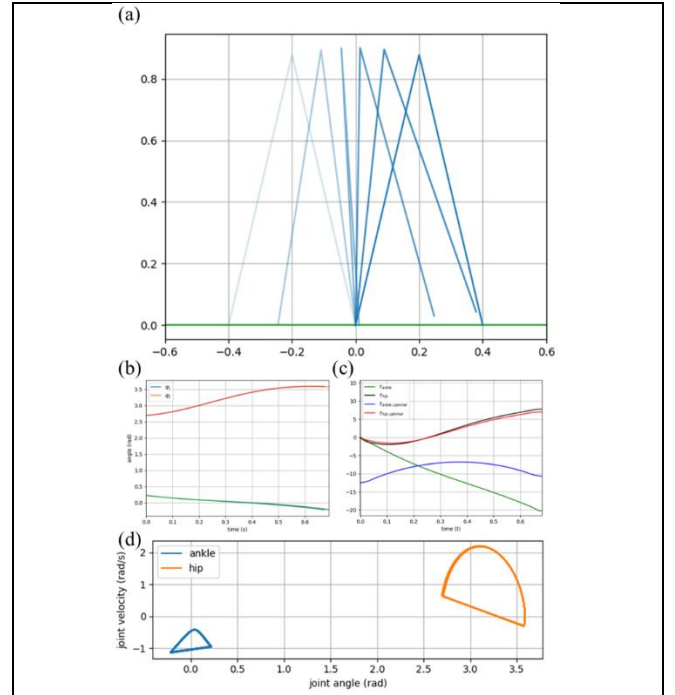


그림 3. (a) CGW 보행 스냅샷, (b) 최적궤적, (c) 최적제어와 PD 제어, (d) phase portrait

4. 결론

Compass-gait walker(CGW)를 이용하여 최적 제어의 방법을 소개하였다. [1]의 방법으로 물체의 연속 동역학을 이용하여, object function 을 최소화 시키면서 여러가지 구속 조건을 만족시키는 최적의 신호를 찾아냈다. 시간의 함수에서 발생하는 무한 차원의 문제점을 해결하기 위해 Direct collocation method 를 이용하였고, 이를 통해 도출된 결과를 이용하여 효율적이고 정확한 PD 제어를 구현할 수 있었다.

이 방법을 통하여 기계시스템을 처음 다루는 학부생들이 여러 가지 구속 조건들을 고려하여 더 효과적인 제어를 할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 차명주 외, ICROS 2021
- [2] Chao et al., IROS, pp1435-1440, 2019
- [3] Ipopt, (<https://github.com/jump-dev/Ipopt.jl>), Nov 2020.