

# State Estimation of Nonlinear System Based on Free Energy Principle

Sunwoong Moon<sup>1</sup>, Myeongju Cha, Hyungseok Ryu, Kwonseung Cho  
Jiyeon Sung, Kangwoo Lee, Sunghyun Kim, Pilwon Hur<sup>2</sup>

Gwangju Institute of Science and Technology<sup>1,2</sup>

E-mail: anstjs7777@gm.gist.ac.kr<sup>1</sup>, pilwonhur@gist.ac.kr<sup>2</sup>

## 1. 연구 소개

### 연구 배경

- 로봇 제어 및 센서 기반 신호 처리 등 여러 분야에서 시스템의 입출력을 원하는대로 조절하기 위해서는 노이즈 및 외란의 존재로 인한 왜곡을 최소화 해야한다.

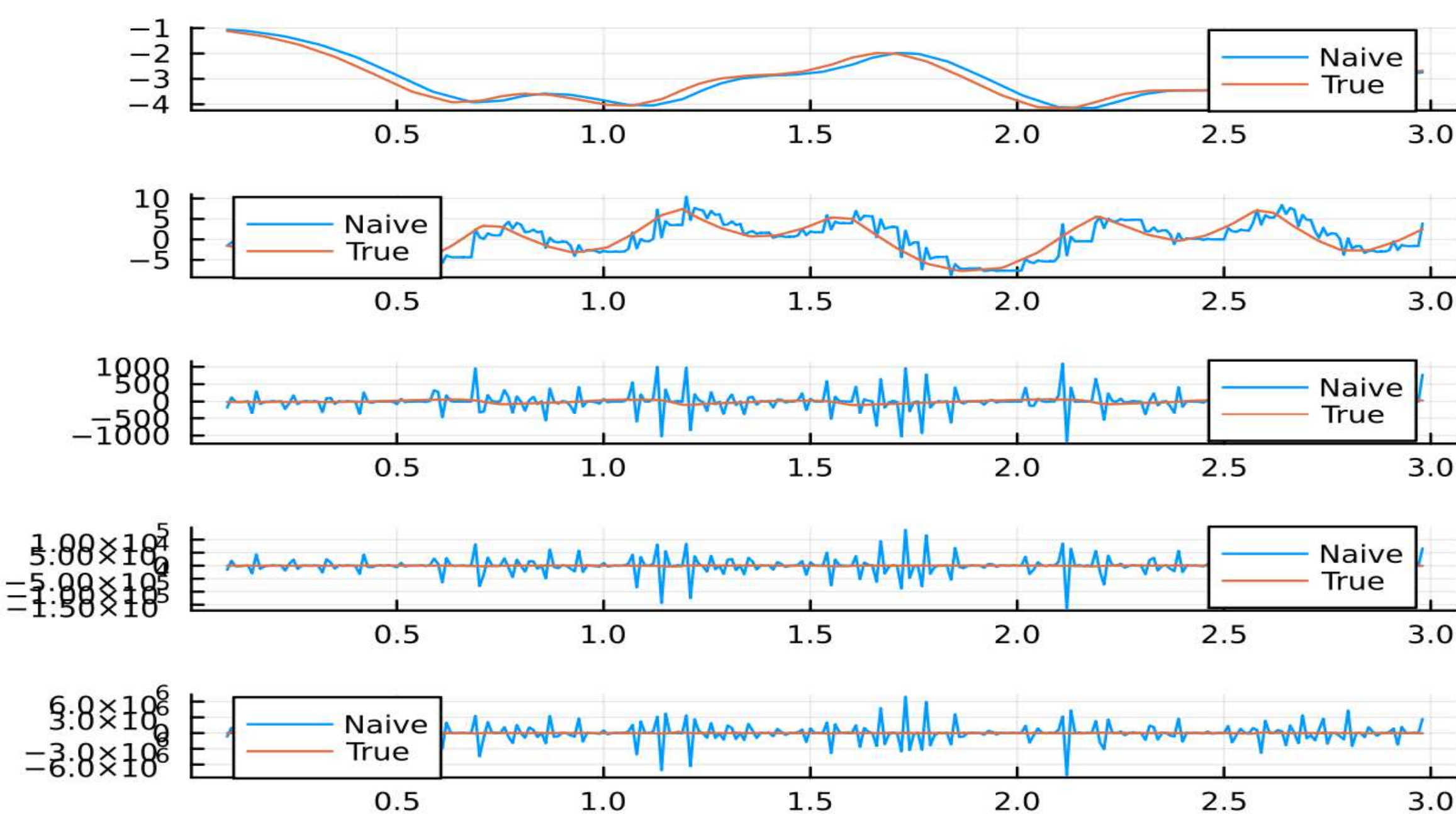


그림1. 센서 신호의 Taylor series를 통한 미분 결과

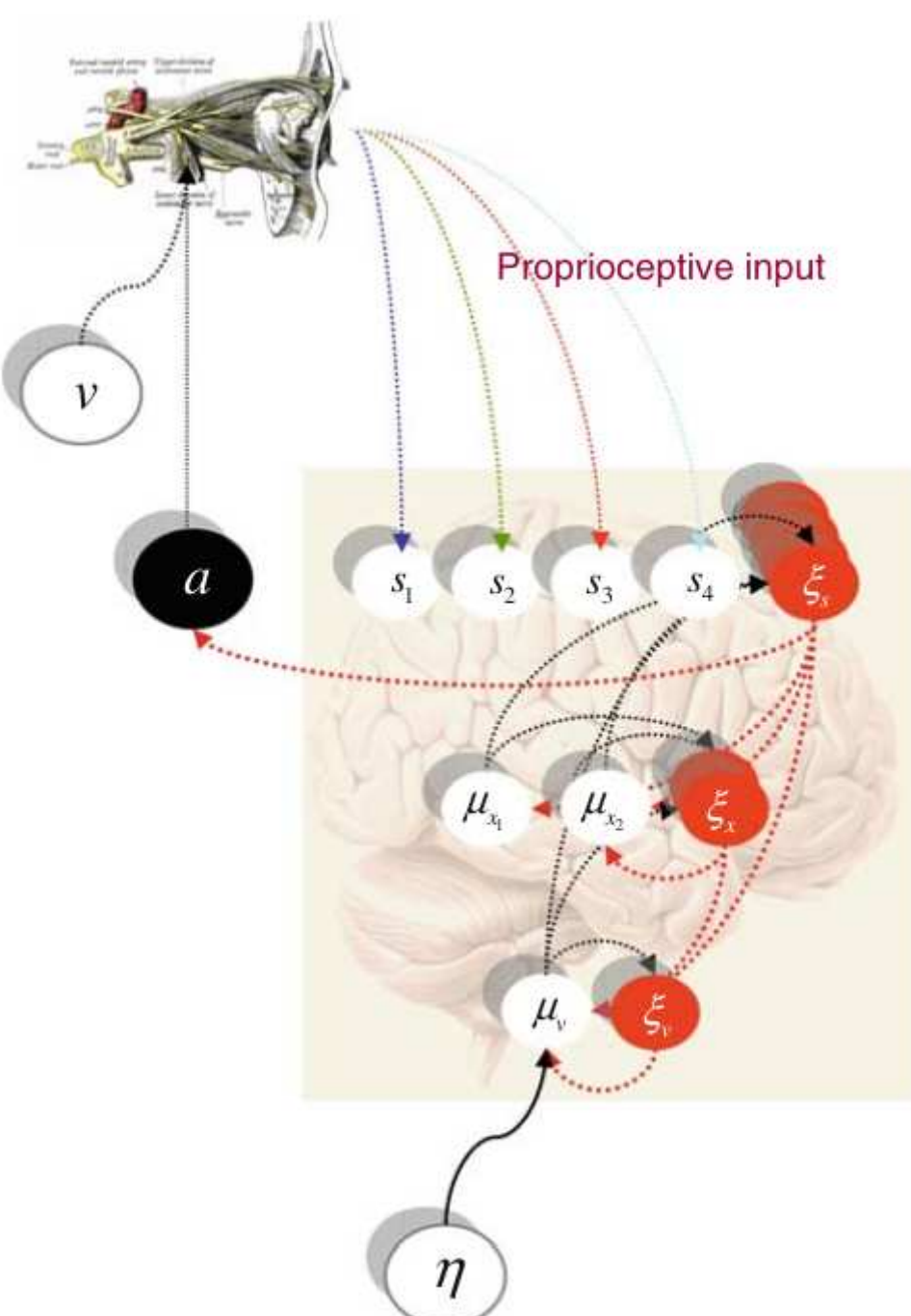
- 이러한 왜곡은 미분 차수가 높아질수록 더욱 심해진다.
- 그럼에도 불구하고 고차 미분 신호는 시스템의 출력을 더 정확히 추정할 수 있는 많은 가능성을 가지고 있다. 관련하여 칼만 필터나 학습 기반 모델을 통해 많은 연구가 수행되고 있으나, 아직까지 2차 이상의 고차 미분 신호는 정확도와 계산 속도에 있어 그 한계가 명확한 상황이다.

### 연구 목적

- 학습 모델을 사용하지 않고 **2차 이상의 고차 미분 신호 추정의 정확도 향상**

### 연구 방법

- 자유에너지 이론에 기반한 비선형 모델에 대한 인지 모델을 생성한다.**



### 자유에너지 이론

사람은 자유에너지를 최소화하는 방향으로 인지, 행동, 학습을 통합적으로 수행한다.

본 연구에서는 자유에너지를 최소화함으로써 인지 정확도가 향상된다는 부분에 주목하여, 시뮬레이션을 통해 이를 검증하였다.

- Friston and Stephan의 논문에서 따르면 자유에너지는 아래 식 (1)과 같이 정의된다[1].

$$\begin{aligned} F &= -\langle \ln p(\tilde{s}, \Psi | m) \rangle_q + \langle \ln q(\Psi | \mu) \rangle_q \quad (1) \\ &= D(q(\Psi | \mu) || p(\Psi | \tilde{s}, m)) - \ln p(\tilde{s} | m) \\ &= D(q(\Psi | \mu) || p(\Psi | m)) - \langle \ln q(\tilde{s} | \Psi, m) \rangle_q \end{aligned}$$

- Mean field assumption 과 Laplace approximation 을 통해 위 식을 아래 식 (2)의 형태로 정리한다[2].

$$F = -\frac{1}{2} \tilde{\epsilon}^T \tilde{\Pi} \tilde{\epsilon} + \frac{1}{2} \ln |\tilde{\Pi}| \quad (2)$$

### Generative Model/Process

- 식(1-2)을 보면 Agent의 Model과 실제 시스템 (Process)를 통해 Free Energy를 계산할 수 있으며 이를 수식으로 표현하면 아래와 같다.

#### Generative Process

$$\begin{aligned} \tilde{s} &= g(\tilde{x}, \tilde{v}, \theta) + \tilde{z} \\ \dot{\tilde{x}} &= f(\tilde{x}, \tilde{v}, a, \theta) + \tilde{w} \end{aligned}$$

#### Generative Model

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_s &= g(\tilde{\mu}_x, \tilde{\mu}_v, \theta) + \tilde{z} \\ \dot{\tilde{\mu}}_x &= f(\tilde{\mu}_x, \tilde{\mu}_v, \theta) + \tilde{w} \\ \tilde{v} &= \tilde{\eta} + \tilde{n} \end{aligned}$$

- 이 두 시스템을 사용하여 sensory state, hidden state의 업데이트는 아래와 같이 수행되었다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mu}}_x &= D\tilde{\mu}_x - \frac{\partial F}{\partial \tilde{\mu}_x} & \tilde{\epsilon}_s &= \tilde{s} - g(\tilde{\mu}_x, \tilde{\mu}_v) \\ \tilde{\epsilon}_x &= D\tilde{\mu}_x - f(\tilde{\mu}_x, \tilde{\mu}_v) \end{aligned}$$

## 2. 연구 결과

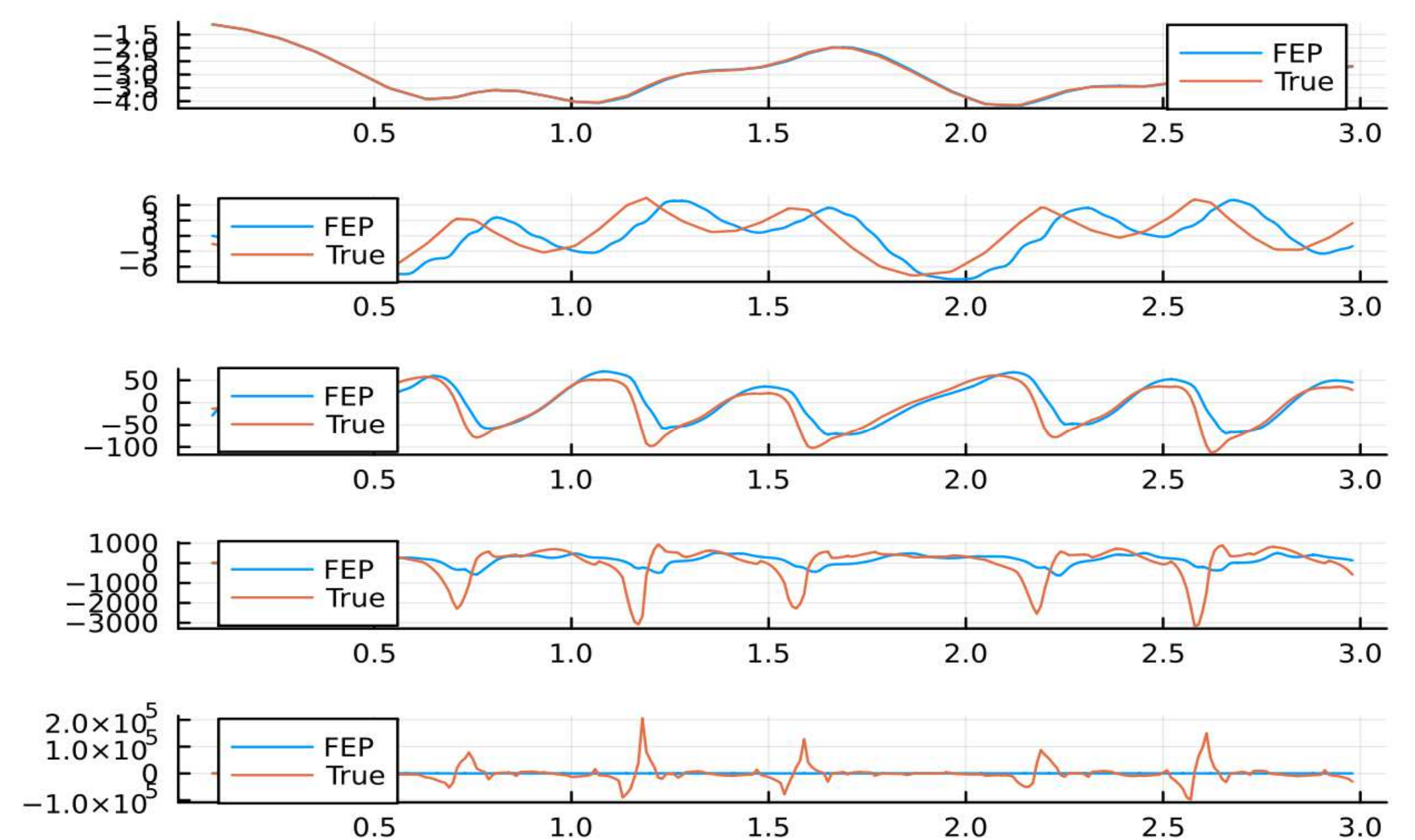


그림2. 센서 신호의 Taylor series를 통한 미분 결과를 Kalman filter를 통해 받은 다음 자유에너지 이론 기반 모델을 통해 업데이트를 수행한 결과

## 3. 논의 및 결론

- 기존의 모델을 사용한 결과가 2 차 이상의 고차 미분항을 잘 예측하지 못하는 반면 **FEP 기반 상태 추정기를 사용하면 2 차 미분 신호도 잘 예측해내는 것을 확인함**
- 하지만 3차 이상 미분 신호는 실제 데이터를 따라가려는 경향성은 보이지만, 충분한 정확도를 확보하지 못한 상황이다. 이것은 동역학 모델이 가속도까지는 정확히 추정하지만, 더 높은 차수의 신호는 추정하지 못하기 때문이다.
- 자유에너지 이론에 기반하여 더 높은 차수의 신호를 추정하는 모델을 학습하는 부분을 추가함으로써 모델의 정확도를 향상시키는 연구를 추가로 진행할 예정이며, 최종적으로는 자유에너지 기반 모델만으로 인지, 제어, 학습을 통합적으로 수행할 수 있는 모델을 만들고자 한다.**

## 4. 참고문헌

- [1] Friston, Karl J., et al. "Action and behavior: a freeenergy formulation." Biological cybernetics vol.102, pp.227-260,2010.
- [2] Friston, Karl J., N. Trujillo-Barreto, and Jean Daunizeau. "DEM: a variational treatment of dynamic systems." Neuroimage 41.3 (2008): 849-885.