

Московский физико-технический институт

Лабораторная работа 1.3.3
ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО ТЕЧЕНИЮ
В ТОНКИХ ТРУБКАХ

Отчёт студента группы Б02-303
Долговой Екатерины

г.Долгопрудный, 2024

Лабораторная работа 2.4.1

Измерение вязкости воздуха по течению в тонких трубках

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

В работе используются: система подачи воздуха (компрессор, поводящие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

Теоретические сведения

Работа посвящена изучению течения воздуха по прямой трубе круглого сечения. Сила вязкого трения как в жидкостях, так и в газах описывается *законом Ньютона*: касательное напряжение между слоями пропорционально перепаду скорости течения в направлении, поперечном к потоку. В частности, если жидкость течёт вдоль оси x , а скорость течения $v_x(y)$ зависит от координаты y , в каждом слое возникает направленное по x касательное напряжение

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}, \quad (1)$$

где η — коэффициент динамической вязкости.

Характер течения в трубе может быть **ламинарным** либо **турбулентным**. При ламинарном течении поле скоростей $u(r)$ образует набор непрерывных линий тока, а слои жидкости не перемешиваются между собой. Турбулентное течение характеризуется образованием вихрей и активным перемешиванием слоев, при этом даже в стационарном течении в каждой точке имеют место существенные флуктуации скорости течения и давления.

Характер течения определяется безразмерным параметром задачи — числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta}, \quad (2)$$

где ρ — плотность среды, u — характерная скорость потока, a — характерный размер системы (размер, на котором существенно меняется скорость течения).

Это число имеет смысл отношения кинетической энергии движения элемента объёма жидкости к потерям энергии из-за трения в нём $Re \sim K/A_{кр}$. При достаточно малых Re в потоке доминируют вязкие силы трения и течение, как правило, является ламинарным. С ростом числа Рейнольдса может быть достигнуто его критическое значение $Re_{кр}$, при котором характер течения сменяется с ламинарного на турбулентный.

В целях упрощения теоретической модели течение газа в условиях эксперимента можно считать несжимаемым, то есть принять плотность среды постоянной: $\rho = \text{const}$.

Для ламинарного течения в опыте будем применять формулу Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l}, \quad (3)$$

где Q — объемный расход газа, R — радиус трубы, ΔP — перепад давления на участке, l — длина данного участка. Этой формулой будем пользоваться в работе как основной.

Эмпирически установленная формула для $l_{\text{уст}}$ — длины трубы от входа трубы, далее которой наблюдается установившееся течение:

$$l_{\text{уст}} \approx 0,2R \cdot Re. \quad (4)$$

Экспериментальная установка

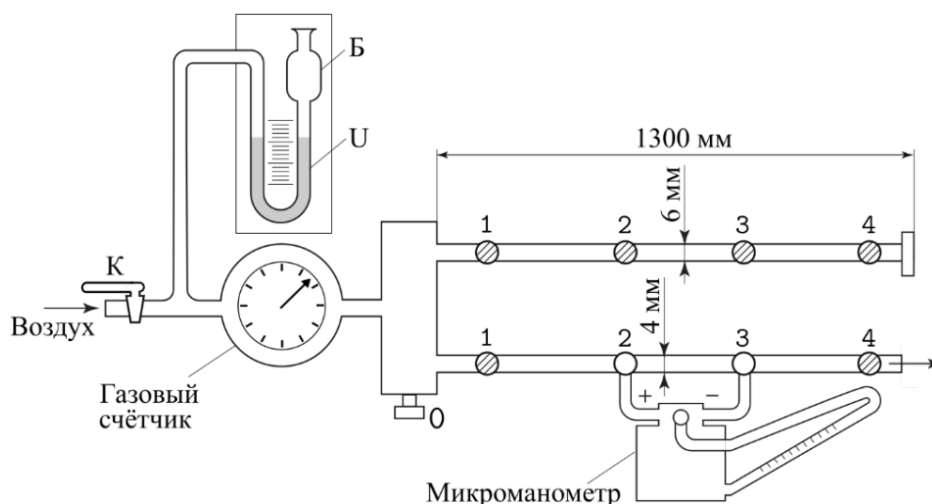


Рис. 1: Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на Рис. 1. Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками.

Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубки в защитный баллон Б, создавая шум и привлекая к себе внимание экспериментатора.

Ход работы

1. Подготовим установку к работе, ознакомившись с устройством и характеристиками приборов.
2. Проведем предварительный запуск установки и убедимся в ее работоспособности.
3. Измерим параметры окружающей среды: температуру и атмосферное давление.

$$T = 299 \text{ К}, \quad p = 100330 \text{ Па}.$$

Запишем диаметры трубок:

$$d_1 = (5,05 \pm 0,05) \text{ мм}$$

$$d_2 = (3,0 \pm 0,1) \text{ мм}$$

$$d_3 = (3,95 \pm 0,05) \text{ мм}$$

4. Проведем предварительные расчеты. Для этого сначала оценим $Q_{кр}$, приняв $Re_{кр} \approx 10^3$, $\eta \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $u = \frac{4Q}{\pi d^2}$:

$$Re_{кр} = \frac{\rho u d}{2\eta} \quad \longrightarrow \quad Q_{кр} = \frac{Re_{кр} R T \pi d \eta}{2\rho\mu}$$

С помощью формулы Пуазейля (3) рассчитаем критический перепад давлений для выбранных участков, ответ выразим в делениях микроманометра (расчетная формула: $P = 9,80667 \cdot 0,2 \cdot 0,991 \cdot h$, где h — число делений)

$$\Delta P_{кр} = \frac{128 Q_{кр} \eta l}{\pi d^4}$$

Также из соотношения (4) получим $l_{уст}$.

Все результаты подсчетов занесем в таблицу 1.

d , мм	$Q_{кр}$, $\frac{\text{л}}{\text{ч}}$	$\Delta P_{кр}$, дел	$l_{уст}$, см
3,95	381	91	39,5
3,00	290	83	30,0
5,05	488	44	50,5

Таблица 1: Предварительные расчеты

5. Меняя расход воздуха краном К и наблюдая за столбиком спирта в микроманометре, визуально определите границу перехода $\Delta P_{кр}$ от ламинарного течения к турбулентному. Видим, что значения предварительных расчетов слегка превышают визуальную оценку.
6. Чтобы относительная погрешность измерения расхода оказалась не более 1%, будем измерять расход не менее, чем за 20 секунд.
7. Измерим зависимости перепада давления ΔP на выбранном участке трубки диаметром d_1 от расхода газа Q . Результаты занесем в таблицу 2.
8. Измерим распределение давления газа вдоль трубки $P(x)$. Установите поток воздуха через трубку, близкий к критическому, но всё ещё сохраняющий ламинарность. Данные занесем в таблицу 3.
9. Повторим вычисления пп. 7-8 на трубках других диаметров.
 - Для трубки диаметром $d_2 = (3,0 \pm 0,1) \text{ мм}$:
 - Для трубки диаметром $d_3 = (5,05 \pm 0,05) \text{ мм}$:
10. Измерим зависимость расхода от радиуса трубы при заданном градиенте давления. градиент: 0,2 мм/см.
11. По результатам измерений п.7 построим графики зависимостей перепада давления от расхода $\Delta P(Q)$.

h , мм	ΔP , Па	$Q_{\text{ср}}$, л/ч
7	13,6	24,8
17	33,0	72,4
26	50,5	115,9
36	70,0	160,2
46	89,4	205,2
61	118,6	271,4
71	138,0	316,2
75	145,8	331,6
78	151,6	335,5
80	155,5	339,6
82	159,4	340,5
90	174,9	351,7
97	188,5	362,2
101	196,3	368,3

Таблица 2: $\Delta P(Q)$ для трубки 3,95 мм и участка 50 см

h , мм	ΔP , Па	x , см
3	5,8	11,5
18	35,0	30,0
23	44,7	41,5
39	75,8	70,0
46	89,4	81,5
74	143,8	131,5

Таблица 3: $P(x)$ для трубки 3,95 мм при 125,2 л/ч

h , мм	ΔP , Па	$Q_{\text{ср}}$, л/ч
5	9,7	30,2
10	19,4	79,2
13	25,3	92,5
16	31,1	117,6
20	38,9	142,1
25	48,6	171,2
30	58,3	196,9
35	68,0	217,3
40	77,7	237,4
45	87,5	263,1
50	97,2	282,7
55	106,9	300,7
60	116,6	317,7
65	126,3	332,0

Таблица 4: $\Delta P(Q)$ для трубки 3,0 мм и участка 20 см

Видим, что на всех трех графиках, начиная с какого-то момента начинается излом. Это означает смену ламинарного течения на турбулентное, когда перепад давлений начинает резко возрастать при увеличении расхода.

Также заметим, что до излома графиков $\Delta P(Q)$ точки отлично ложатся на прямую,

h , мм	ΔP , Па	x , см
8	15,5	11,5
26	50,5	30,0
36	70,0	41,5
60	116,6	70,0
70	136,1	81,5
112	217,7	131,5

Таблица 5: $P(x)$ для трубки 3,0 мм при 118,3 л/ч

h , мм	ΔP , Па	$Q_{\text{ср}}$, л/ч
5	9,7	44,7
10	19,4	122,0
13	25,3	161,8
15	29,2	195,4
17	33,0	234,1
20	38,9	266,7
25	48,6	347,1
28	54,4	383,2
32	62,2	417,4
35	68,0	446,2
40	77,7	473,9
45	87,5	507,6
50	97,2	529,6
56	108,8	548,7
62	120,5	566,4

Таблица 6: $\Delta P(Q)$ для трубки 5,05 мм и участка 50 см

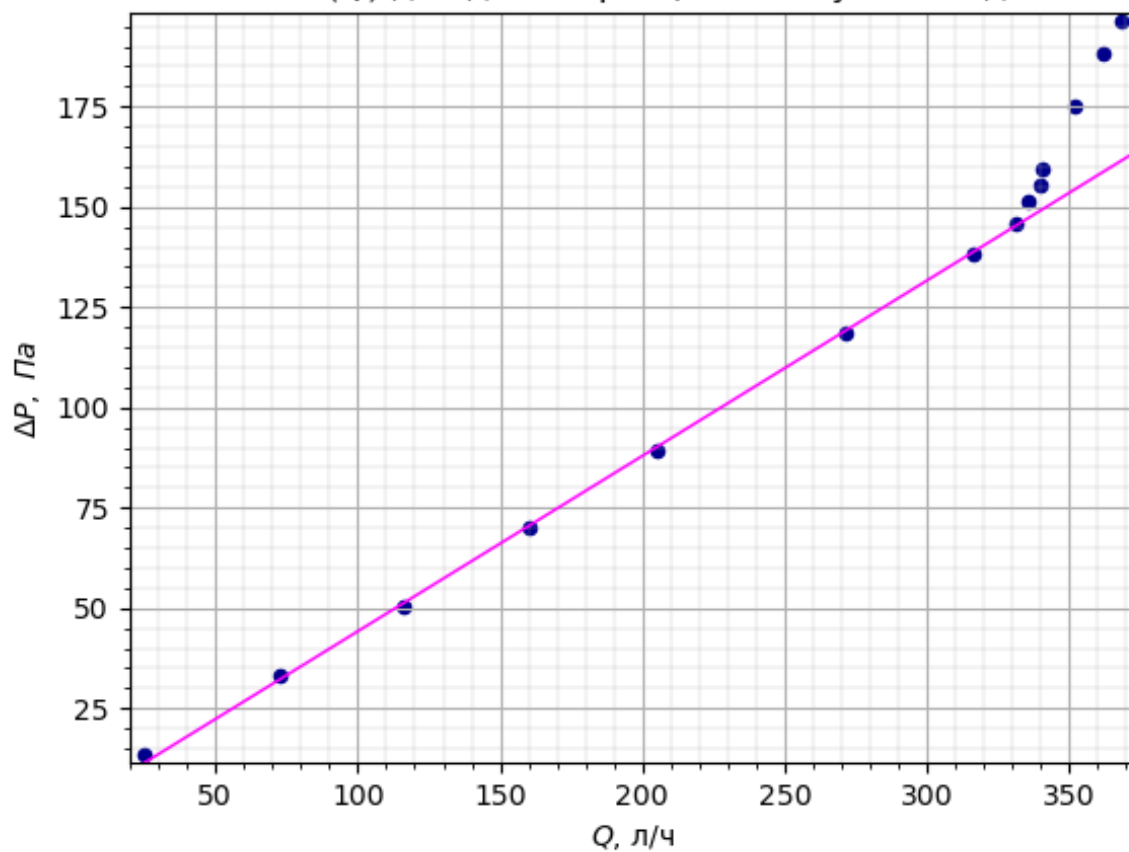
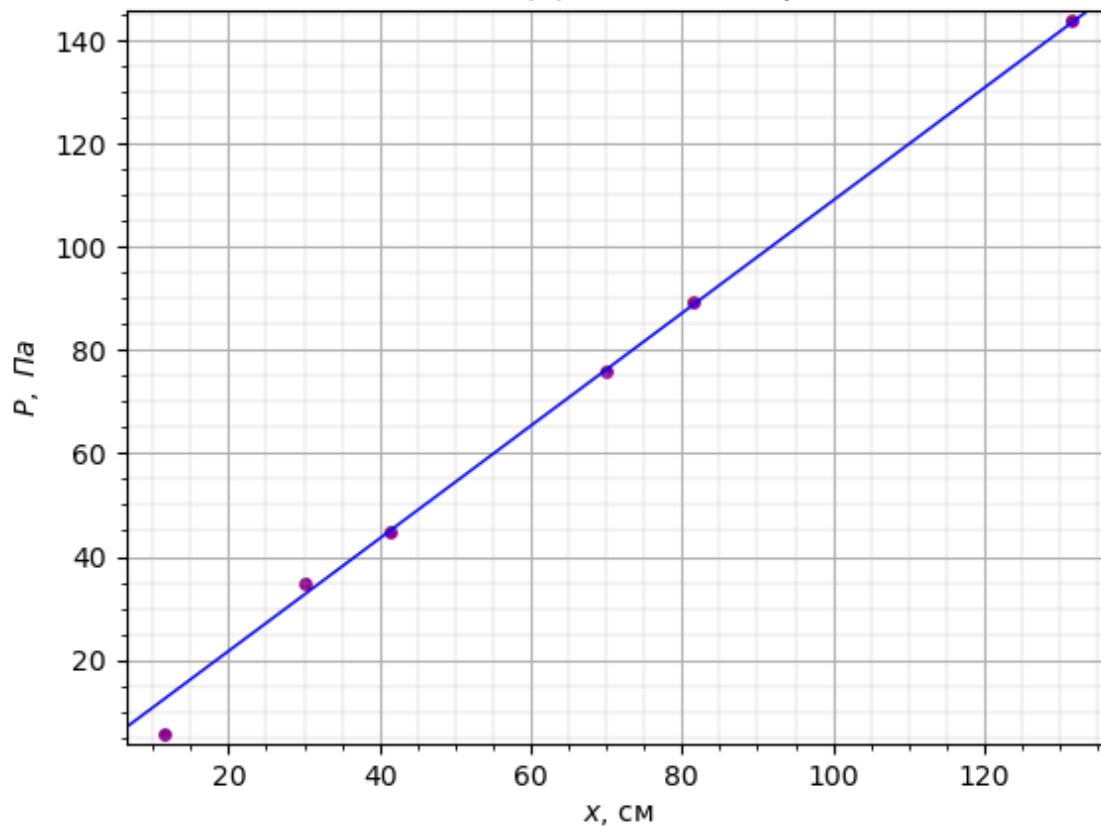
h , мм	ΔP , Па	x , см
3	5,8	11,5
5	9,7	30,0
7	13,6	41,5
13	25,3	70,0
15	29,2	81,5
24	46,6	131,5

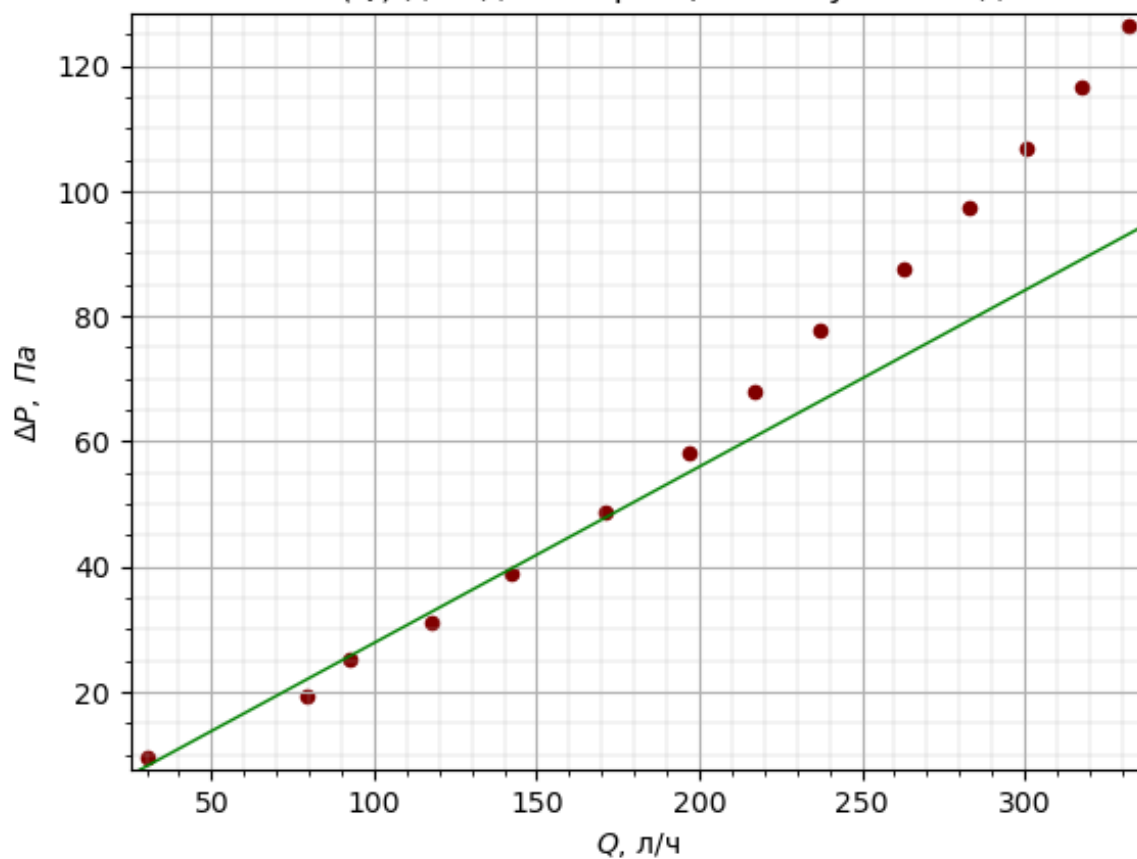
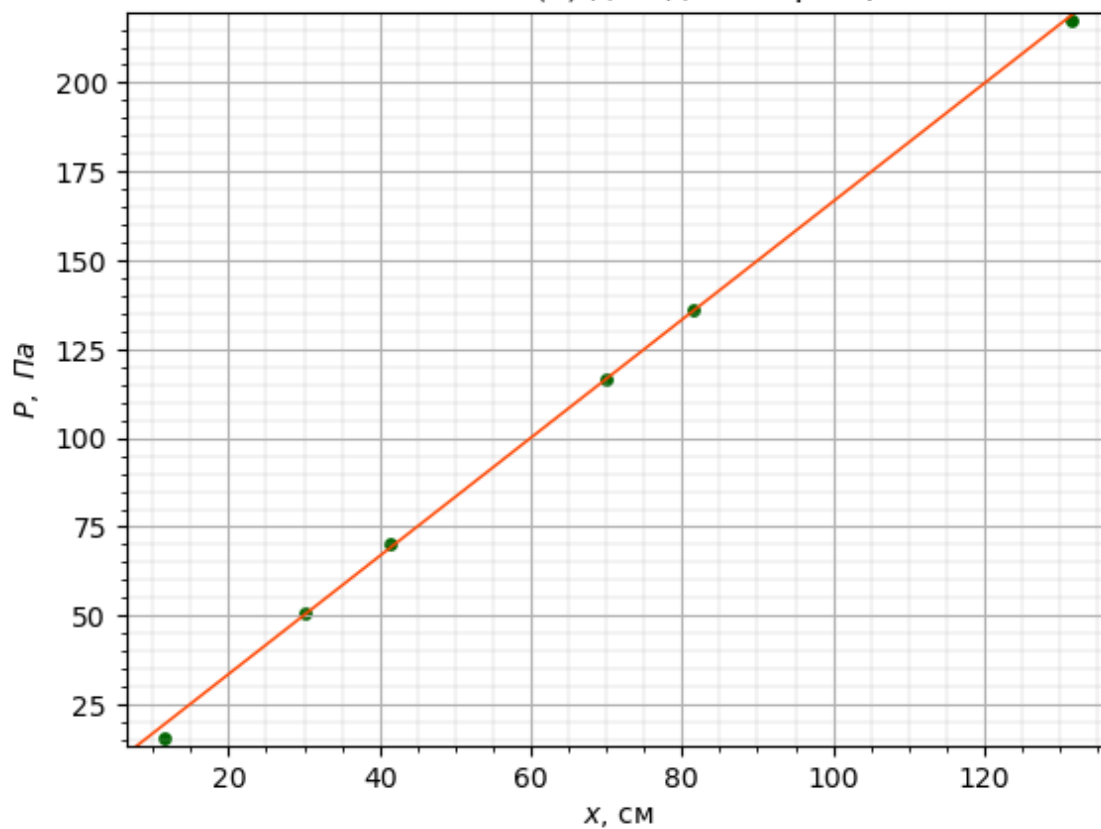
Таблица 7: $P(x)$ для трубки 5,05 мм при 120,5 л/ч

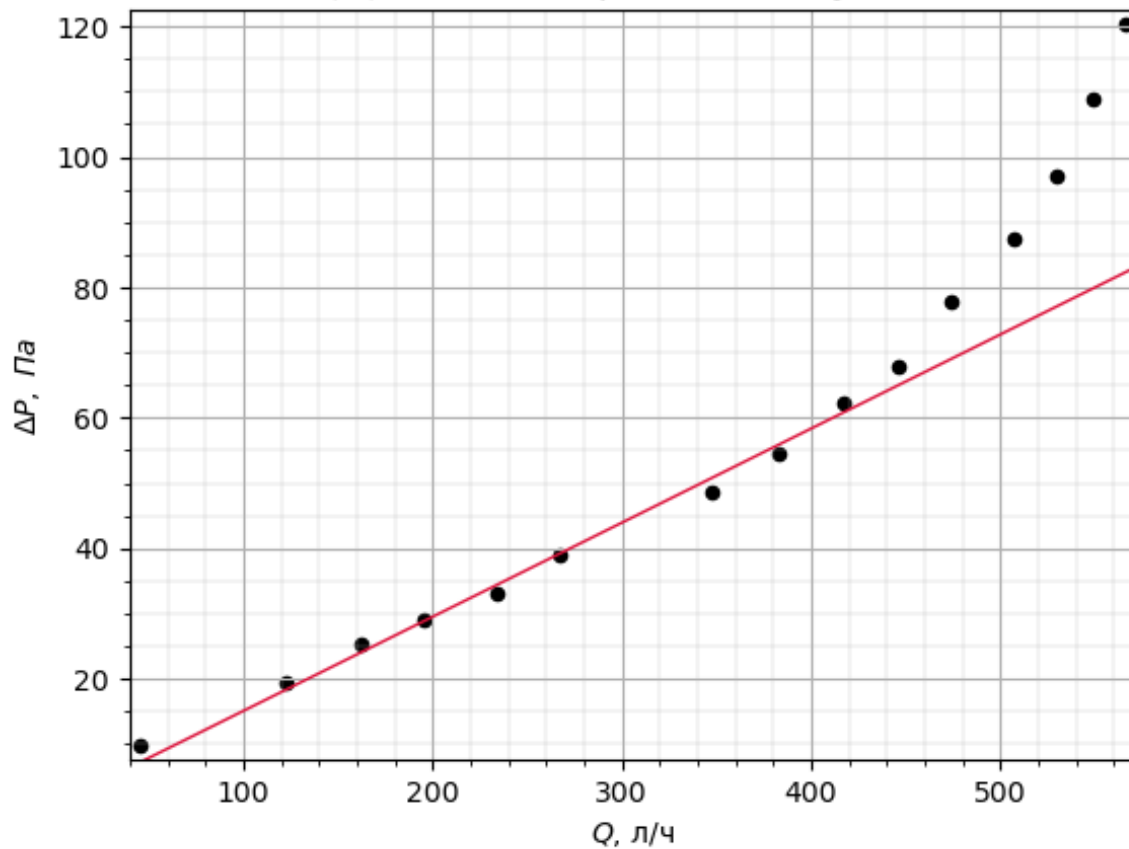
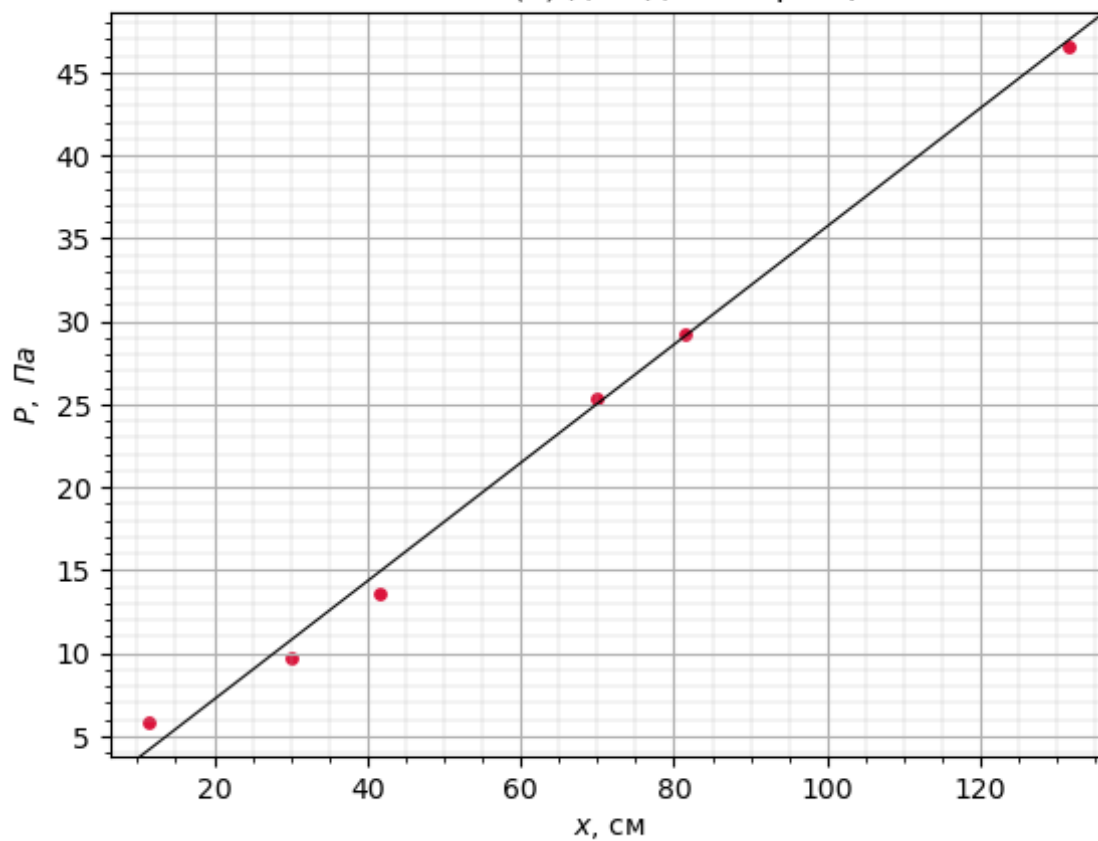
d , мм	$Q_{\text{ср}}$, л/ч
5,05	229,6
3,85	75,3
3,00	27,4

Таблица 8: $Q(d)$ для градиента давления 0,2 мм/см

соответствующую ламинарному течению.

Зависимость $\Delta P(Q)$ для диаметра 3,95 мм и участка длиной 50 смЗависимость $P(x)$ для диаметра 3,95 мм

Зависимость $\Delta P(Q)$ для диаметра 3,0 мм и участка длиной 20 смЗависимость $P(x)$ для диаметра 3,0 мм

Зависимость $\Delta P(Q)$ для диаметра 5,05 мм и участка длиной 50 смЗависимость $P(x)$ для диаметра 5,05 мм

Воспользуемся формулой Пуазейля (3) для расчета вязкости воздуха

$$k = \frac{128\eta l}{\pi d^4} \rightarrow \eta = k \frac{\pi d^4}{128l}$$

$$\varepsilon_k = \sqrt{(\varepsilon_k^{\text{МНК}})^2 + (\varepsilon_k^{\text{КОСВ}})^2} = \sqrt{(\varepsilon_k^{\text{МНК}})^2 + (\varepsilon_{\Delta P})^2 + (\varepsilon_Q)^2}$$

$$\varepsilon_\eta = \sqrt{(\varepsilon_k)^2 + (4\varepsilon_d)^2 + (\varepsilon_l)^2}$$

Для d_1 :

$$\eta = 1,52 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\varepsilon_\eta = 0,09$$

$$\sigma_\eta = 0,14 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Для d_2 :

$$\eta = 1,21 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\varepsilon_\eta = 0,15$$

$$\sigma_\eta = 0,18 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Для d_3 :

$$\eta = 1,66 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\varepsilon_\eta = 0,09$$

$$\sigma_\eta = 0,15 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Видим, что для трубки меньшего диаметра значение получилось заниженным, остальные два вполне похожи на правду (при табличном значении для заданных параметров среды $1,85 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$).

Итого имеем значение для вязкости $\eta = (1,6 \pm 0,2) \text{ Па} \cdot \text{с}$.

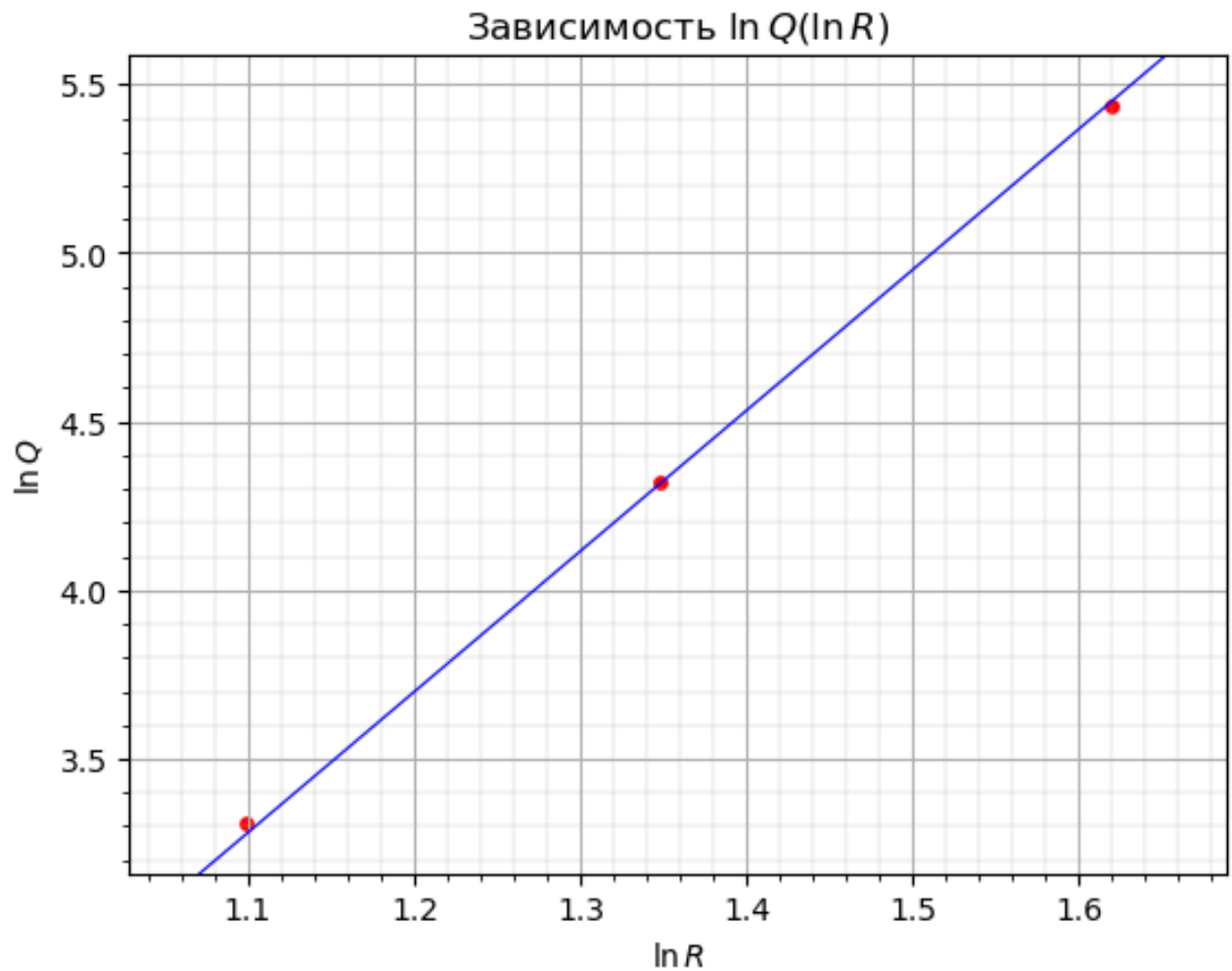
Рассчитаем критическое число Рейнольдса $Re_{\text{кр}} = \frac{2p\mu Q_{\text{кр}}}{RT\pi d\eta}$

$$\varepsilon_{Re} = \sqrt{(\varepsilon_p)^2 + (\varepsilon_Q)^2 + (\varepsilon_T)^2 + (\varepsilon_d)^2 + (\varepsilon_\eta)^2}$$

Для d_1 , d_2 и d_3 критическое число Рейнольдса составило (1130 ± 140) , (940 ± 120) и (1220 ± 150) . Т.е. получили значения около 1000, что довольно хорошо.

12. По результатам измерений п. 8 построим графики $P(x)$ зависимостей давления P от координаты вдоль трубы x . Видим, что в трех трубках диаметрами d_1 , d_2 , d_3 переходу от ламинарного участка к турбулентному происходит примерно на 40, 30, 70 см соответственно. Видим, что значения в целом не разнятся с предварительно рассчитанными.
13. Убедимся в пропорциональности $Q \propto R^4$ при ламинарном течении. Для этого для опытов в п.10 построим зависимости $\ln Q(\ln R)$ и найдем угловой коэффициент β .

$$\beta = (4,2 \pm 0,2)$$



Видим, что ожидаемое значение 4 принадлежит области значений β , т.е. результат будем считать достоверным.

Вывод

Мы экспериментально исследовали свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявили область применимости закона Пуазейля и с его помощью определили коэффициент вязкости воздуха.