ФИО: Молодцов Глеб Львович

Номер задачи: 66(б)

Решение:

Запишем матрицу штрафов:

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 0 & c_{12} \\ c_{12} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{P}\left[H_1\right] = \mathbb{P}\left[H_2\right] = \frac{1}{2}$$

Запишем риски:

$$R_1(\delta) = 0 + c_{12} \cdot \mathbb{P}_1\left[H_2\right] = c_{12} \cdot \alpha, \quad R_2(\delta) = c_{12} \cdot \beta$$

Запишем Байесовский критерий для двух гипотез:

$$l(x) = \frac{f_2(x)}{f_1(x)} \geqslant \frac{c_{21} - c_{11}}{c_{12} - c_{22}} \cdot \frac{q_1}{q_2} = 1$$

Тогда получим Байесовское решающее правило:

$$\delta(x) = \begin{cases} 1, l(x) \geqslant 1 \\ 0, l(x) < 1 \end{cases}$$

Пусть решение принимается только на основании измерения второй компоненты. В таком случае СВ будет иметь одно из двух следующих нормальных распределений (одномерных):

$$H_1'' : N(0,1) \quad H_2'' : N(0,1)$$

Как мы видим, вторые компоненты распределены одинаково. При этом $l(x) = 1 \Rightarrow$ будет выбираться вторая гипотеза.
Найдем ошибки первого и второго рода: $\alpha = 1, \beta = 0$.
Минимальный байесовский риск:

$$r = \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot c_{12} = \frac{1}{2} \cdot c_{12}$$

Ответ: $r(\delta) = \frac{1}{2} \cdot c_{12}$