

宇宙分野におけるカルマンフィルタの応用

岩 田 隆 敬*

* 宇宙航空研究開発機構 茨城県つくば市千現 2-1-1

* Japan Aerospace Exploration Agency, 2-1-1 Sengen, Tsukuba, Ibaraki, Japan

* E-mail: iwata.takanori@jaxa.jp

キーワード：宇宙機 (spacecraft), カルマンフィルタ (Kalman filtering), 拡張カルマンフィルタ (extended Kalman filter), 軌道推定 (orbit estimation), 姿勢推定 (attitude estimation).

JL 0009/17/5609-0668 ©2017 SICE

1. はじめに

宇宙分野は、カルマンフィルタの誕生と認知・普及・発展に大きな役割を果たしてきた。カルマンフィルタを形作る二つの概念の一つである最小二乗法は、18世紀末から19世紀初頭にかけて、小惑星や惑星の軌道を決定するために、Gauss と Legendre がそれぞれ独立に発見した^{1), 2)}。一方、カルマンフィルタを形作るもう一つの概念である線形システムの状態空間表現は、1930年代の研究を土台として、1950年代後半の航空宇宙などの応用分野における多入出力システムへのニーズの下、誕生への機が熟していた。

そして、1940年代のKolmogorovとWienerによる周波数領域の最適推定手法の開発を背景として、最小二乗法の発見から1世紀半の歳月を経て、1959年にSweringが、軌道決定問題に対して今日カルマンフィルタと呼ばれる逐次推定フィルタの概念的アプローチを初めて示した。一方で、これとは独立して1960年にKalmanが逐次推定フィルタの厳密な数学的アプローチを発表した^{3)~4)}。

Kalmanの論文³⁾は、直ちに、米国航空宇宙局(NASA) Ames研究センター(ARC)で、月有人宇宙船に搭載する軌道推定航法を検討していたSchmidtの目に留まった。この後のARCの広範な実現性検討により、現実の問題がもつ非線形性への対処などを得て、カルマンフィルタは、実時間搭載航法のための実用的な手法へと発展した。この結果は、マサチューセッツ工科大学(MIT)計装研究所のBattinらの開発チームに引き継がれ、搭載計算機の制約下における数値的安定性の改良などを経て、アポロ宇宙船の航法システムの一部として実現された。これらを通して、カルマンフィルタは実際の応用に有用であることが証明され、広く知られるところとなって普及が進んだ¹⁾。

カルマンフィルタ^{5)~7)}は、理論的な美しさ、従来の方法より高い性能、デジタル計算機での実装の容易さ、実用での安定した動作、などの特徴から、理論的な研究における人気と多くの実用例の両方を兼ね備えている。今日では、カルマンフィルタの応用は、宇宙分野のみならず、航空、通信、計測、制御、プラント、ロボット、画像処理、電力、土木、農業、医学、統計学、社会科学、経済などに広がっている。宇宙分野では、宇宙機などの軌

道の推定、宇宙機の姿勢の推定、複数宇宙機の相対位置の推定を始めとした広い用途に用いられている。

本稿では、カルマンフィルタの最初の実用例であるアポロ宇宙船の航法を振り返った後、今日の宇宙機の軌道推定、姿勢推定への応用例について、概要と目的、計測方法、動的システムモデル、観測モデル、推定手法などを紹介する。

2. カルマンフィルタの最初の実用：アポロ宇宙船の航法

2.1 要求

カルマンフィルタの最初の実用例として広く知られているのは、1960年代のアポロ・ミッションにおける有人宇宙船の実時間搭載航法^{8)~12)}である。アポロ・プログラムでは、宇宙飛行士を安全に月に送り地球に帰すために、宇宙船に搭載し実時間で軌道推定を行う航法を必要としていた。以下の理由により、特に月を回り往復する軌道の間中点での誘導・軌道修正に必要な高精度の航法が課題だった。

- 1 km/s で移動する月の裏側の高度 97 km で、月を周回する円軌道に投入しなければならない。
- 地球への帰還では、乗組員が乗った司令船を、非常に狭い再突入回廊に入れ大気圏に再突入させなければならない。

また、この航法には、当時の搭載計算機に実装可能であることと、当時の国際状況を反映して他国の通信妨害などに影響されないよう自律的であることが求められた^{8), 9)}。

2.2 搭載航法の実現性検討

Schmidt が率いる NASA ARC ダイナミクス解析部門は、1959 年秋から、後にアポロ・プログラムとなる有人月ミッションの間中点の航法・誘導問題に取り組んでいた^{8), 9)}。そうした中、1960 年秋に、Schmidt は、知人の Kalman を ARC に招き、彼の新しい論文を発表してもらった。この時、Schmidt は、このフィルタが、彼らが行っている問題の答えになるかもしれないと考え、応用の検討を開始した。1961 年初期までに、カルマンフィルタを月往復軌道の航法問題のデジタル計算機シミュレーションに実装し、見込みのある結果を得た。5 月 25 日の Kennedy 大統領の有名な演説の後には、ARC の作業は、新たに発足したアポロ・プログラムの一部とな

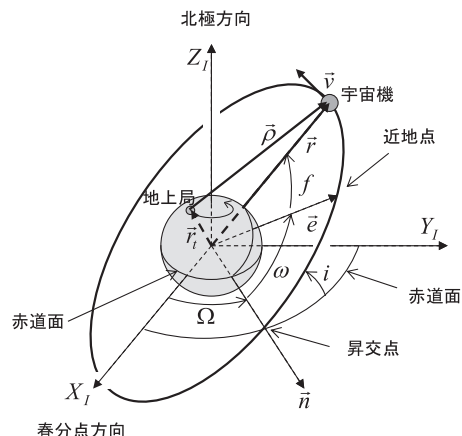
これらの検討で、NASA ARC は、主につぎのような先駆的な貢献を果たした：1) カルマンフィルタの理論的動作の実証。2) フィルタ・アルゴリズムの時間更新と観測更新への分割。これによって任意の時間間隔の観測を取り扱えるようになった。3) 拡張カルマンフィルタ (EKF) の開発。4) デジタル計算機シミュレーションによる、フィルタの搭載システムへの適用可能性の実証。5) この開発の航空宇宙コミュニティへの浸透。

ARCの検討により、宇宙機に搭載した光学計測と運動方程式の知識により、月への航法問題に対して十分な精度が得られることがわかった。また、EKFにより、重み付け最小二乗法で得られるのと同等の精度が得られたことから、バッチ処理ではなく逐次処理が可能となり、搭載計算機のメモリと速度に対する要求が大幅に緩和された。

ARCの実現性検討の後、搭載計算機を含む航法誘導システムの開発を1961年8月から担うことになったMIT計装研究所(現在のC. S. Draper研究所)のBattinらは、ARCや彼ら自身の検討結果を基に、EKFを用いた航法をアポロ宇宙船に使用することを決定した^{10)~12)}。

こうして開発されたアポロ宇宙船の中間点航法では、観測量は、宇宙飛行士が操作するセクスタントによる光学観測で得られる。つまり、地球ないしは月と基準星の間の角度計測値が誘導計算機に送られる。航法アルゴリズムは、EKFの観測更新を行い、推定された状態(位置と速度)誤差が観測更新前の状態推定値に加えられて新たな状態推定値となり、これを初期値として、つぎの不定期の観測時刻まで、軌道の運動方程式が積分される。

Schmidt は、文献 8) で、自身が大きな役割を果たしたカルマンフィルタのアポロ宇宙船航法への応用について、つぎのように述べている。「エンジニアの 1959~60 年の意思決定がフィルタに対する工学的要求を設定した。同じ時期に、卓越した理論家が理論を開発していた。幸い



にも、二人は知り合いだった。さもないければ、カルマンフィルタの応用は何年も遅れていただろう。」「応用畑のエンジニアがそのような機会に恵まれたのは、人生に一度の幸運だった。」「自分が果たした役割は、理論の有用性を認識し、実証し、広めたことだが、本当のクレジットは、アポロ・プログラムが受けるべきである。必要性を確立し、開発に必要なリソースを提供し、コミュニティを引っ張り共通の目標に向かわせたのは、アポロ・プログラムだからだ。」

本章では，4章，5章で紹介する応用例の基本となる概念を説明する．なお，宇宙機とは，宇宙空間を飛行し使用される人工物を指し，地球を周回する人工衛星，深宇宙を飛行する探査機，有人の宇宙船を含む．

宇宙機は，中心天体の引力を受けて飛行する．宇宙機の飛行している位置と速度を，宇宙機の軌道という．軌道は，位置と速度からなる 6 自由度により表現される．

3.2 姿勢

宇宙空間において宇宙機が向いている方向を，宇宙機の姿勢といい，特に，宇宙機に固定された機体座標系の，基準座標系に対する 3 自由度の回転で表現される．基準座標系としては，慣性空間に固定された慣性座標系や宇宙機の軌道運動とともに回転する軌道座標系が使われる．

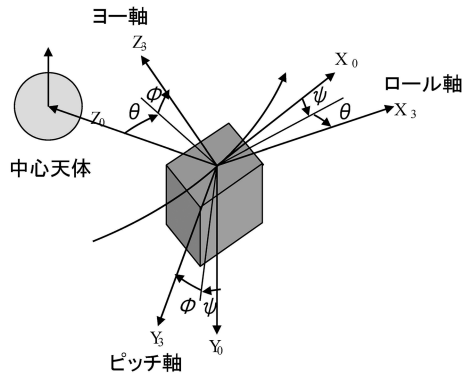


図2 宇宙機の姿勢 (オイラー角表現)

代表的な姿勢表現には、オイラー角とクォータニオンがある。オイラー角は、基準座標系から機体座標系への回転を3つの連続した座標軸回りの回転で表わしたもので、X軸、Y軸、Z軸回りの各回転角を、それぞれロール角 ϕ 、ピッチ角 θ 、ヨー角 ψ と呼ぶ。特異点があるため、微小角回転に限定して用いられる(図2)。クォータニオン q は、慣性座標系から機体座標系への回転を、4つのパラメータで表現したもので、単位ベクトル \vec{e} を用いて、以下の式で表わされる。

$$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = \begin{bmatrix} \vec{q} \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{e} \sin(\alpha/2) \\ \cos(\alpha/2) \end{bmatrix}$$

特異点がなく、大角度を含む任意の姿勢の表現に向くが、そのノルムが1という制約 ($q^T q = |\vec{q}|^2 + q_4^2 = 1$) がある。

姿勢運動の運動方程式は、角速度を $\vec{\omega}$ 、慣性テンソルを I とすると、つぎの非線形微分方程式で表わされる。

$$I\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times (I\vec{\omega}) = \vec{T}$$

また、角速度と姿勢表現を結びつける運動学式は、オイラー角の場合、いくつかの仮定により線形化すると次式で表わされる。ここで、 ω_0 は軌道レートである。

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x + \omega_0 \psi \\ \omega_y + \omega_0 \\ \omega_z - \omega_0 \phi \end{bmatrix}$$

クォータニオンの場合には、次式で表わされる。

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} \Omega(\vec{\omega})q, \quad \Omega(\vec{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix}$$

宇宙機の姿勢は、姿勢軌道制御系により、計測され、制御される。このうち、姿勢制御を担う部分は、姿勢推定フィルタと姿勢制御則を含む姿勢制御計算機と、姿勢センサ、姿勢アクチュエータからなり、図3に示すフィードバックループを構成する。

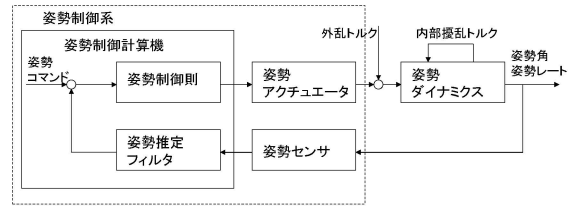


図3 姿勢制御系の構成

4. 軌道推定

4.1 概要

軌道推定^{12)~19)}とは、中心天体の影響下で運動する軌道上の物体(宇宙機、天体、デブリなど)の状態(位置と速度)を、物体の観測データに基づいて推定するプロセスである。その観測データは、地上の追跡システムや宇宙機に搭載された計測機器から得られる。

軌道推定問題の特徴は、物体の軌道運動を支配する運動方程式が状態変数に対して非線形であること、そして、観測量もまた、状態変数の非線形関数であることである。このため、単純な最小二乗法や線形のカルマンフィルタでは解を得ることができない。

軌道推定は、宇宙機の場合、その推定結果に基づき予測した宇宙機の位置に向けて通信するために必要となる。また、スラスタを噴射して軌道制御を行い、宇宙機をミッションを果たすために必要な軌道に投入したり、投入後に軌道を維持したりするための計画生成にも必要となる。また、軌道上の不要物体であるデブリの場合は、その軌道を予測し、宇宙機との衝突を回避するために重要となる。

4.2 計測方法

軌道推定に用いられる観測データは、送信機と受信機との間の電磁波の伝搬時の特性を計測するシステムや、宇宙機に搭載された光学観測システムによって得られる。前者には、電波による追跡、レーザーによる追跡、そして、GPSを代表とする全地球航法衛星システム(GNSS)による計測がある。電波による追跡は、宇宙飛行の初期より使用されており、地上局と宇宙機との距離であるレンジ、その間の視線方向速度であるレンジレートを観測量として使用する。精度は劣るが、地上局からみた宇宙機の指向角を使用することもある。レーザーによる追跡は、地上局と反射装置を装備した衛星の間の高精度レンジを使用する。GNSSによる計測では、航法衛星からユーザ衛星へのバイアス付レンジなどを観測量として使用する。光学観測は、主に深宇宙で用いられ、複数の天体の間の角度を観測して使用する。

4.3 動的システムのモデル

軌道推定問題の動的システムのダイナミクスは、宇宙機の軌道運動を表わす以下の運動方程式により与えられる。宇宙機の位置を \vec{r} 、速度を \vec{v} 、状態量を $\vec{x} = [\vec{r}^T \ \vec{v}^T]^T$ として、

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{r} \\ \vec{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{v} \\ -\frac{\mu}{|\vec{r}|^3} \vec{r} + \vec{f}(\vec{x}, t) \end{bmatrix}$$

ここで、 $\vec{f}(\vec{x}, t)$ は摂動力であり、中心天体の質量分布による摂動力、第三の天体の影響、相対性理論的效果、大気抵抗、太陽輻射圧、地球輻射圧、そのほかの効果からなる。軌道推定において、どの摂動力までモデル化するかは、必要とする精度や計算機能力に依存して決定する。

使用する計測方法や実時間性要求などによって、さまざまな軌道推定のアプローチがある。本稿では、代表的な2つのアプローチを紹介する。

4.4 地上局からの RARR 方式による追跡

宇宙機の追跡とこれに基づく管制に最も広く用いられている軌道推定方法は、電波を用いたレンジ&レンジレート (RARR) 計測を使用する方法である。RARR 方式では、各地に配置した地上局のアンテナが送信した電波が宇宙機で中継され地上局に戻るまでの視線方向の往復 (2 Way) の時間から距離 (レンジ) を求め、送信信号と受信信号の周波数の差 (ドップラー周波数) から距離の変化率 (レンジレート) を求める。

動的システムのダイナミクスは、4.3 節の運動方程式でモデル化される。観測は図1の概念に従い、レンジ (ρ) およびレンジレート ($\dot{\rho}$) の計測値が以下のようにモデル化される。

$$\rho_m = \frac{1}{2} c \tau_m = |\vec{r} - \vec{r}_t|, \quad \dot{\rho}_m = \frac{\rho_2 - \rho_1}{2t_c} = \frac{\vec{\rho} \cdot \dot{\vec{\rho}}}{\rho}$$

ここで、添字 m は計測値を、添字 t は地上局を、 c は光速を、 τ は信号伝搬時間を、 t_c はカウント時間を表わす。なお、ここでは簡単のため、信号の伝搬時間の間の宇宙機や地上局の位置の変化を無視している。推定問題としては、ダイナミクスモデル、観測モデルのいずれも非線形であるため、差分補正を伴う手法を採る必要がある。また、RARR による観測では、地上局の可視範囲に宇宙機がいる必要があるため、観測量が得られる期間は限定される。

推定手法としては、バッチ推定が用いられるケースと逐次推定が用いられるケースがある。バッチ推定の場合、非線形重み付け最小二乗法に基づく方法などが用いられる。逐次推定の場合、LKF や EKF が用いられる。特に、地球周回衛星のオフライン軌道推定では、バッチ推定が主流であり、日本でもバッチ推定が用いられている。

4.5 GNSS を用いた軌道推定

特に、GNSS 衛星より大幅に低い高度の地球低軌道を周回する宇宙機では、GNSS 受信機を搭載し、その中で実時間の軌道推定を行うことが標準となりつつある。GNSS 受信機の単独航法^{14)~18), 20)}を使用することで、宇宙機状態の把握を容易にするとともに、宇宙機の自律性を高め地上の運用負荷を減らす。また、地球観測衛星では、単

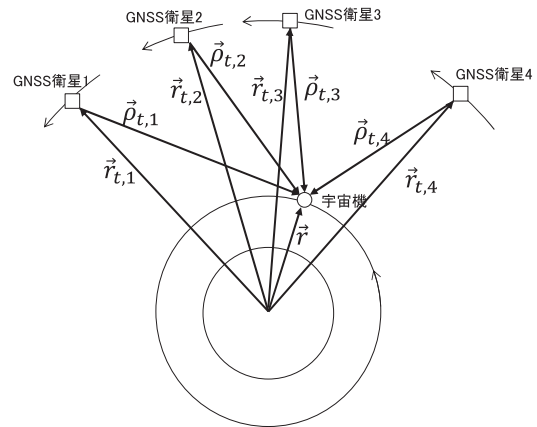


図4 GPS を用いた軌道推定の概念

独航法結果や、GNSS 受信機の観測データを用いて地上で行う高精度な軌道推定結果を、観測画像の幾何補正に使用する。

GNSS 受信機の機上の実時間軌道推定 (単独航法) では、GNSS 衛星から送信され GNSS 受信機で受信した信号の伝搬時間から、擬似距離と呼ばれるバイアス付片道 (1 Way) レンジデータの計測値を求め使用する。ある瞬間に軌道決定するためには、少なくとも4機のGNSS衛星からの擬似距離が必要になる。

宇宙機のダイナミクスは、4.3 節の運動方程式でモデル化される。観測は、図4に示した概念に従い、擬似距離の計測値が以下のようにモデル化される。

$$\begin{aligned} \rho_{m,i}(t_r) &= c(t_r - t_{t,i}) \\ &= |\vec{r}(T_r) - \vec{r}_i(T_{t,i})| + c(\delta t_r - \delta t_{t,i}) \\ &\quad + \delta \rho_{sag,i} + \delta \rho_{ion,i} + \delta \rho_{tro,i}, \quad i = 1, \dots, n \\ t_r &= T_r + \delta t_r, \quad t_{t,i} = T_{t,i} + \delta t_{t,i} \end{aligned}$$

ここで、添字 m は計測値を、添字 r は受信機を、添字 t は GNSS 衛星を、添字 i は i 番目の GNSS 衛星を、 T は真の時刻を、 δt はクロックバイアスを、 $\delta \rho_{sag}$ は Sagnac 効果を、 $\delta \rho_{ion}$ は電離層遅延を、 $\delta \rho_{tro}$ は対流圏遅延を表わす。

上記のシステムモデルに対して、推定手法としては、EKF が使用される。ただし、搭載航法は計算機資源が限られていることから、ダイナミクスモデルの範囲、観測チャンネル、積分法を注意して選択する必要がある。

GNSS を用いた搭載実時間軌道推定の精度は、陸域観測技術衛星 (ALOS) 搭載 GPS 受信機で 25 m (95%, rss)、これを改良した同 2 号 (ALOS-2) 搭載 GPS 受信機で 13 m (95%, rss) であった。

また、観測画像の高精度な幾何補正のために、GNSS 受信機の観測データを地上に降ろし、さらに高い精度の軌道推定を行うことがある。ALOS では、このため地上に高精度軌道推定システムを構築し、ALOS からダウンリンクされた GPS の L1, L2 信号の擬似距離と搬送波位

相, および地上の GPS 局ネットワークから収集した同様の観測データを基に, 擬似元期平方根情報スモザを用いて高精度軌道推定を行った. この結果, 0.30 m (距離誤差, 3σ) の軌道推定精度を達成した^{21), 22)}.

5. 姿勢推定

5.1 概要

姿勢推定^{18), 23)~25)}とは, 宇宙空間において宇宙機が基準座標系に対して向いている方向, つまり姿勢を, 観測データに基づいて推定するプロセスである. その観測データは, 一般に, 宇宙機に搭載された姿勢センサから得られる.

受動安定の一部の宇宙機を別として, 宇宙機は, 地上との通信, 電力の確保, 地表面や天体の観測, 温度上昇や低下の防止, 搭載機器の太陽光からの保護のために, つまり, 宇宙機の安全を確保し, ミッションを遂行するために, 常時, 機上で能動的な 3 軸姿勢制御を行う. 高精度な姿勢制御が必要な定常制御モードの場合は, この姿勢制御のためのフィードバック情報として, 姿勢推定を行いこの推定結果を用いる. 加えて, 地上で行う画像観測データの歪補正や位置決定のためにも, 高い精度の姿勢推定結果が必要になる. 実時間の姿勢制御に使用する必要性から, 姿勢推定は, 宇宙機に搭載された姿勢制御系により実時間で行われ, バッチ推定ではなく, 逐次推定フィルタが用いられる.

5.2 センサ

姿勢推定に用いる姿勢センサには, 地球の赤外輻射を観測する地球センサ, 太陽光を検出する太陽センサ, 恒星のパターンを計測・計算するスタートラッカ, 慣性法則を利用する機械式ジャイロなどがある.

姿勢センサにとって重要なのは, 精度と計測範囲であるが, これらは相反する要求である. たとえば, 地球センサは精度は低い広い計測範囲をもち, 計測対象の捕捉が容易である. スタートラッカは, 最も精度が高いが, 高い姿勢レートに対応できない上, 異常時のロバスト性が低い. 角速度を計測するジャイロは, 光学センサのランダム角度誤差と比較して, 積分すると短期的には非常に良い角度精度を提供するが, 長期的にはバイアス誤差によってドリフトが発生する.

姿勢センサは, こうした特性をもつため, 目的に応じて組み合わせ使い分けられる. 代表的な組み合わせは, (1) 地球センサ+太陽センサ+ジャイロ, (2) スタートラッカ+ジャイロ, の二つである. 前者は, 線形範囲が広く, 高い姿勢レートに対応でき, ロバストであるが, 0.1 deg 程度の姿勢推定精度しか実現できない. 後者は, スタートラッカの高い計測精度により, 0.01~0.001 deg 程度の高い姿勢推定精度を実現できるが, 低い姿勢レートにしか対応できず, ややロバスト性が低い.

いずれの場合も異種センサの情報を組み合わせ, それ

ぞれの情報を相補的に補完するために, 姿勢推定フィルタが用いられる. 短期的には, 精度が高いジャイロの角速度積分値から推定姿勢を得るが, 長期的には光学センサの姿勢角計測値の統計的平均に基づき姿勢推定値を補正する.

以下に, それぞれの姿勢推定フィルタを紹介する. なお, これらの姿勢推定フィルタでは, 動的システムのモデルとして, 運動方程式を使用しない. 外乱トルクや柔軟構造モード, 内部の角運動量交換などの影響により, モデル化の不確定性が非常に大きいためである. 代わりに, ジャイロデータから得られた角速度計測値を観測量としてでなく運動学式の角速度に置換して使い, 姿勢角を得る. これをジャイロ・センサモデルと組み合わせる.

5.3 地球センサを用いた姿勢推定

地球センサを搭載する地球指向 3 軸姿勢安定宇宙機では, ジャイロ, 地球センサ, 太陽センサを用いて, ジャイロ出力をベースとした 3 軸姿勢推定を行う. この姿勢推定系は, 地球センサが規定する軌道座標系相当からのオイラー角を推定姿勢として出力する.

動的システムのモデルとしては, 3.2 節で示したオイラー角に対する運動学式を用いる. これに, ジャイロの計測誤差をドリフトレートバイアス $\vec{\omega}_d$ とランダム誤差 $\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2$ でモデル化した以下のジャイロ・センサモデル²⁶⁾を, 動的システムのモデルに加える.

$$\vec{\omega}_m = \vec{\omega} + \vec{\omega}_d + \vec{\eta}_1, \quad \dot{\vec{\omega}}_d = 0 + \vec{\eta}_2$$

観測方程式は, 地球センサの角度計測誤差をモデル化した次式から得られる.

$$\phi_m = \phi + v_x, \quad \theta_m = \theta + v_y$$

これらを総合すると, 姿勢推定対象のモデルは, ピッチ軸回りとロール軸・ヨー軸回りに非干渉化することができる. このうち, ピッチ軸姿勢推定フィルタの状態方程式と観測方程式のモデルを例として示す.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_{dy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_{dy} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_{ym} + \omega_0) + \begin{bmatrix} -\eta_{1y} \\ \eta_{2y} \end{bmatrix} \\ \theta_m &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_{dy} \end{bmatrix} + v_y \end{aligned}$$

これらのモデルを離散化した差分方程式に対して, 過渡応答が収束した定常過程を仮定して, 定常カルマンフィルタを適用し, 一定値のカルマンゲインを算出する. 搭載計算機に, このカルマンゲインを保持し, 実時間で観測更新と時間更新を行う.

この姿勢推定フィルタは, 日本の人工衛星では, デジタル計算機が初めて使われた JERS-1 以来, 最近まで, メ

インの定常制御モードの姿勢推定フィルタとして使われてきた。本格的なスタートラッカの登場前だったことに加えて、当時の搭載姿勢制御計算機は浮動小数点付き 16 ビット演算、動作周波数 5 MHz で、次節で述べる EKF を用いた姿勢推定には、力不足だったためである。

5.4 スタートラッカを用いた姿勢推定

スタートラッカを搭載する 3 軸姿勢安定宇宙機では、ジャイロとスタートラッカを用いて、ジャイロ出力をベースとした 3 軸姿勢推定を行う。スタートラッカは、慣性座標系に対する視線ベクトルの向きを出力するが、宇宙機は軌道周回に伴い慣性座標系に対して任意の姿勢を取ることになるため、姿勢表現としては特異点のないクォータニオンが用いられる。

動的システムのモデルは、3.2 節で示したクォータニオン表現の運動学式と 5.3 節のジャイロ・センサモデルからなり、7 次元の状態量をもつ。運動学式が非線形となるため、EKF が姿勢推定フィルタとして用いられる^{27)~30)}。クォータニオン表現には特異点がないという利点の一方で、ノルムが 1 という非線形制約式を伴うため、4 成分が独立ではなく、その結果、状態量の共分散行列はランク 6 の状態だという難しさがある。丸め誤差の蓄積により、数値的に共分散行列のランクを 6 に維持するのが難しく、その結果、共分散行列が負の固有値をもち、フィルタが破綻することがある。この問題を回避するアプローチのうち、ここでは、最も良く使われている乗法的クォータニオン拡張カルマンフィルタ (MEKF) を紹介する。

MEKF では、クォータニオン誤差を、加法的クォータニオンではなく乗法的クォータニオンで表現する。正規化されたクォータニオン推定値を \hat{q} 、クォータニオン誤差を δq とすると、真の姿勢 q はつぎのクォータニオン積で表わされる。

$$q = \delta q \otimes \hat{q}, \delta q = \begin{bmatrix} \delta \vec{q} \\ 1 \end{bmatrix} + \text{order}(|\delta \vec{q}|^2)$$

ドリフトレートバイアスは、これまで同様、加法的に表現して、次式の 6 次元の状態ベクトルを定義する。

$$\vec{\omega}_d = \hat{\vec{\omega}}_d + \delta \vec{\omega}_d, \delta \vec{x} = \begin{bmatrix} \delta \vec{q} \\ \delta \vec{\omega}_d \end{bmatrix}$$

スタートラッカによるクォータニオン観測量 q_m についても、クォータニオン積を用いて、 $q_m = \delta q_m \otimes \hat{q}$ により定義する。以上を総合して、EKF の線形化後のシステムモデルを以下のとおり得る。

$$\frac{d\delta \vec{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -[\hat{\vec{\omega}} \times] & -\frac{1}{2}I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \delta \vec{x} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\eta}_1 \\ \vec{\eta}_2 \end{bmatrix}$$

$$\delta \vec{q}_m = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \delta \vec{x} + \vec{v}$$

これらのモデルを離散化した差分方程式に対して、カルマンフィルタをステップごとに適用し、観測更新と時

間更新を繰り返す。搭載計算機への実装には、たとえば ALOS では、UD 分解フィルタを用いている。

スタートラッカを用いたこのタイプの姿勢推定フィルタは、日本の地球指向衛星では、浮動小数点付き 64 ビット演算と動作周波数 25 MHz の高性能 MPU、これを用いた高性能姿勢軌道制御計算機、および高精度スタートラッカの 3 者を並行開発した ALOS で初めて使用され、その後今日に至るまで、定常制御モードの姿勢推定フィルタとして使われている。なお、ALOS, GCOM-W (水循環変動観測衛星)、ALOS-2 などの移行期の衛星では、システムのロバスト性を向上させるため、地球センサベースの姿勢推定系を併せて搭載・稼働させて両者の結果を比較していた。

観測画像の高精度な幾何補正のために、機上の姿勢推定に加えて、地上でさらに高精度なオフライン姿勢推定を行うことがある。前述した ALOS では、個々の星方向ベクトル観測値を共分散とともに観測方程式に導入した上で、MEKF ベースのスムーザを繰り返し適用し、高精度のジャイロドリフトレートバイアス推定を行うアルゴリズムを開発し、0.0007 deg (3σ) の精度を実現した。また、ALOS では、姿勢推定帯域を広げるため、ウィナーフィルタをベースにした相補フィルタとジッタセンサにより、5 Hz 弱の帯域を 335 Hz まで広げた^{21), 22)}。

Unscented カルマンフィルタ、粒子フィルタ、直交姿勢フィルタ、非線形オブザーバなどといった新しい手法の姿勢推定への応用が研究されているが、多くの宇宙ミッションで実績のある EKF を置き換えるほどの利点や必要性には至っていない。さまざまな観測を取り込むことができ、シンプルさ、柔軟性、実績に優れていることから、しばらくは、EKF、特に MEKF が、多くの宇宙機で選択されるだろう²⁹⁾。

6. さいごに

宇宙分野への応用は、カルマンフィルタの誕生、認知、普及、発展に大きく貢献してきた。軌道決定へのニーズが最小二乗法を生み、アポロ宇宙船の航法へのニーズが、発見されたばかりのカルマンフィルタに応用の場を与え、認知・普及を進めただけでなく、拡張カルマンフィルタや平方根フィルタの開発という発展につながった。今日、多くの宇宙ミッションは、非線形性を特徴とする軌道推定や姿勢推定に、拡張カルマンフィルタを用いており、それがもたらす高い精度の推定値が、確実な運用とミッション価値の向上に貢献している。また、紙面の制約から紹介できなかったが、カルマンフィルタは、深宇宙探査機における電波情報に光学情報や VLBI 情報を加えたハイブリッド航法や、ランデブーやフォーメーションフライトの相対航法にも応用されており、こうした新しいミッションを可能にしている。

(2017 年 7 月 14 日受付)

参 考 文 献

- 1) M.S. Grewal and A.P. Andrews: Applications of Kalman Filtering in Aerospace 1960 to the Present, *IEEE Contr. Syst. Mag.*, **30**-3, 69/78 (2010)
- 2) H.W. Sorenson: Least-Squares Estimation: from Gauss to Kalman, *IEEE Spectrum*, **7**-7, 63/68 (1970)
- 3) R.E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, *ASME Trans., J. Basic Eng.*, D-82: 35/46 (1960)
- 4) R.E. Kalman and R.S. Bucy: New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, *ASME Trans., J. Basic Eng.*, D-83, 95/108 (1961)
- 5) A. Gelb, et al.: *Applied Optimal Estimation*, MIT Press (1974)
- 6) M.S. Grewal and A.P. Andrews: *Kalman Filtering: Theory and Practice*, Prentice-Hall (1993)
- 7) J.L. Crassidis and J.L. Junkins: *Optimal Estimation of Dynamic Systems, 2nd Ed.*, CRC Press (2012)
- 8) S.F. Schmidt: The Kalman Filter: Its Recognition and Development for Aerospace Applications, *J. Guid. Control*, **4**-1, 4/7 (1981)
- 9) L.A. McGee and S.F. Schmidt: Discovery of the Kalman Filter as a Practical Tool for Aerospace and Industry, NASA TM-86847, NASA (1985)
- 10) R.H. Battin: Space Guidance Evolution - A Personal Narrative, *J. Guid. Control Dynam.*, **5**-2, 97/110 (1982)
- 11) D.G. Hoag: The History of Apollo Onboard Guidance, Navigation, and Control, *J. Guid. Control Dynam.*, **6**-1, 4/13 (1983)
- 12) R.H. Battin: *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, AIAA (1987)
- 13) J.R. Rao and N.K. Sinha: On the Orbit Determination Problem, *IEEE Trans. Aero. Elec. Sys.*, AES-21-3, 274/291 (1985)
- 14) O. Montenbruck and E. Gill: *Satellite Orbits - Models, Methods and Applications*, Springer (2000)
- 15) D.A. Vallado: *Fundamentals of Astrodynamics and Applications, 3rd Ed.*, Microcosm Press (2007)
- 16) B.D. Tapley, B.E. Schutz, and G.H. Born: *Statistical Orbit Determination*, Elsevier Academic Press (2004)
- 17) 西村敏充, 金井喜美雄, 村田正秋: 航空宇宙における誘導と制御, 計測自動制御学会 (1995)
- 18) R. Blockley and W. Shyy, et al.: *Encyclopedia of Aerospace Engineering, Vol.5 Dynamics and Control, Chs. 254, 255, 261, & 264*, John Wiley & Sons (2010)
- 19) R.H. Battin: *Astronautical Guidance*, McGraw-Hill (1964)
- 20) M.S. Grewal, et al.: *Global Navigation Satellite Systems, Inertial Navigation, and Integration, 3rd Ed.*, John Wiley & Sons (2013)
- 21) 岩田隆敬: 高精度観測衛星における指向・姿勢・軌道の決定と制御:「だいち」と未来への展望, 計測と制御, **47**-12, 1007/1016 (2008)
- 22) 岩田隆敬: ALOS における高精度指向・姿勢・位置の決定と制御:開発と軌道上評価, 日本航空宇宙学会誌, **61**-10, 329/339 (2013)
- 23) J.R. Wertz: *Spacecraft Attitude Determination and Control*, D. Reidel Publishing (1978)
- 24) F.L. Markley and J.L. Crassidis: *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*, Springer (2014)
- 25) 姿勢制御研究委員会: 人工衛星の力学と制御ハンドブック, 培風館 (2007)
- 26) R.L. Farrenkopf: Analytic Steady-State Accuracy Solutions for Two Common Spacecraft Attitude Estimators, *J. Guid. Control*, **1**-4, 282/284 (1974)
- 27) E.J. Lefferts, et al.: Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation, *J. Guid. Control Dynam.*, **5**-5, 417/429 (1982)
- 28) F.L. Markley: Attitude Error Representations for Kalman Filtering, *J. Guid. Control Dynam.*, **26**-2, 311/317 (2003)
- 29) J.L. Crassidis, et al.: Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods, *J. Guid. Control Dynam.*, **30**-1, 12/28 (2007)
- 30) F.L. Markley: Lessons Learned, *J. Astronautical Sciences*, **57**-1 & 2, 3/29 (2009)

[著 者 紹 介]

いわ た たか のり 岩 田 隆 敬 君 (正会員)



1985年東京大学工学部航空学科宇宙工学コース卒業。同大学大学院航空学専攻工学修士。スタンフォード大学大学院航空宇宙学科 M.S., Ph.D. (主専攻: 航空宇宙工学, 副専攻: 電気工学)。宇宙開発事業団 (現, 宇宙航空研究開発機構) 入社, ALOS プロジェクトチームにて, 姿勢軌道制御系 (含, 姿勢推定系), スタートラッカ, GPS 受信機 (含, 軌道推定系), 地上の高精度指向決定系などの開発・運用を担当。その後, 誘導・制御グループ長として, プロジェクトの姿勢軌道制御系の開発, 姿勢センサ・アクチュエータの研究開発を指揮。現在, チーフエンジニア室長。日本航空宇宙学会, AIAA の会員。