

微分・積分入門

微分・積分を学ぶ

今日のコンテンツ

- 1-1 微積の歴史
- 1-2 関数とは？
- 1-3 微分とは？
- 1-4 積分とは？

微分・積分を学ぶ

今日のコンテンツ

1-1 微積の歴史

1-2 関数とは？

1-3 微分とは？

1-4 積分とは？

何故、数学を学ぶ？

数学



Mathematics



語源はギリシャ時代の「マテマ」



「学ぶべきもの」の事



より良く生きるための道具

放物線の始まり

投石 兵士の命を守るために、その軌道を予測したい。



軌道は「放物線」を描く



より良く生きるために
数学がある

ニュートンの発見



「私が遠くを見ることができたのは、巨人たちの肩に乗っていたからである。」

*If I have seen further, it is by
standing on the sholders of Giants*

アイザック・ニュートン

科学による問題解決方法とは？

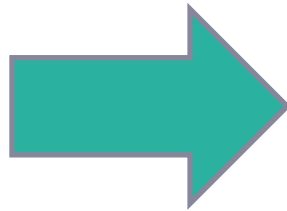
化学

医療

数学

ビジネス

⋮



問題解決の為の
共通アプローチ？

「分解と統合」
の哲学

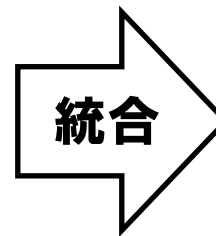
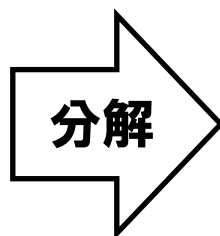


ルネ・デカルト
(1596-1650)

「分解と統合」の哲学

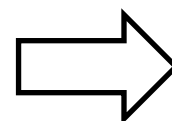
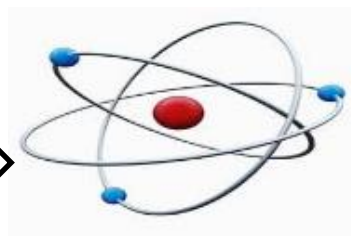
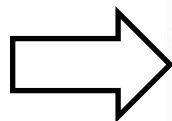


故障中

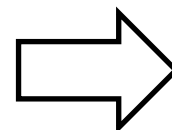
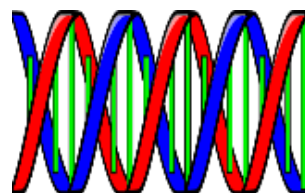
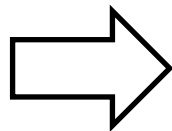


「分解と統合」の哲学

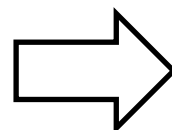
分子



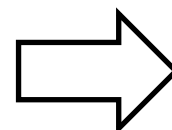
DNA



素因数分解 42

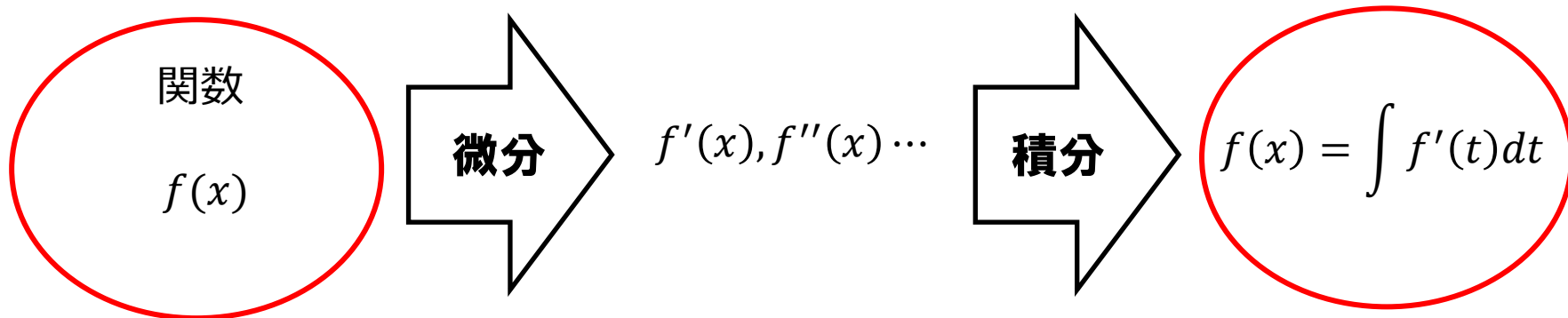


2, 3, 7



$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

「分解と統合」の哲学



分解する対象

微分・積分を学ぶ

今日のコンテンツ

1-1 微積の歴史

1-2 関数とは？

1-3 微分とは？

1-4 積分とは？

関数とは？

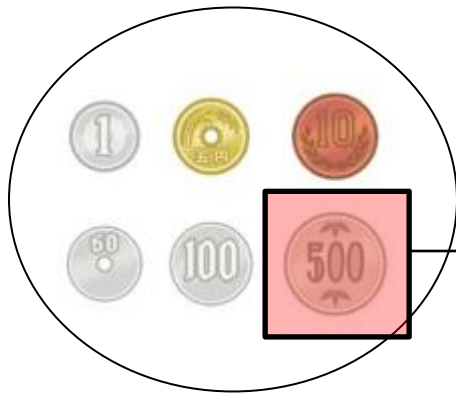
A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という. さらに, 集合 A から集合 B への関数は, 集合 A の全ての要素を集合 B の要素に対応付け, かつ, 集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである.

関数とは？

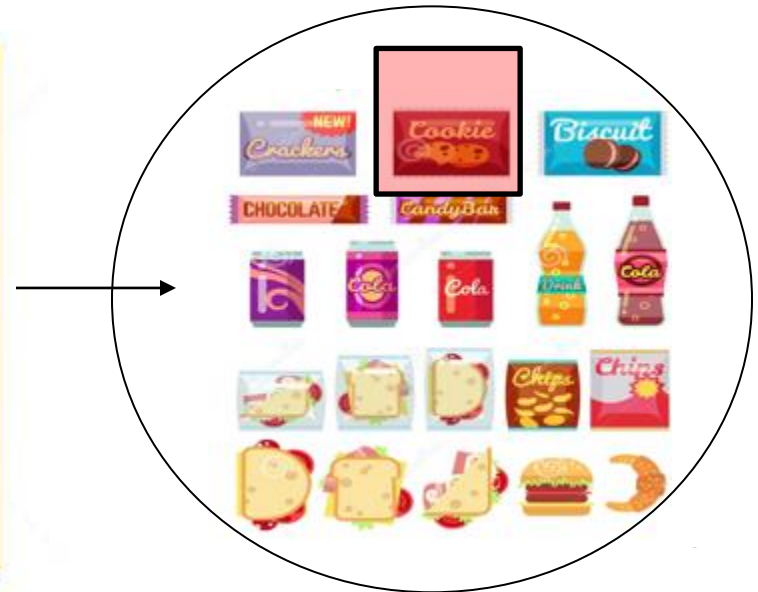
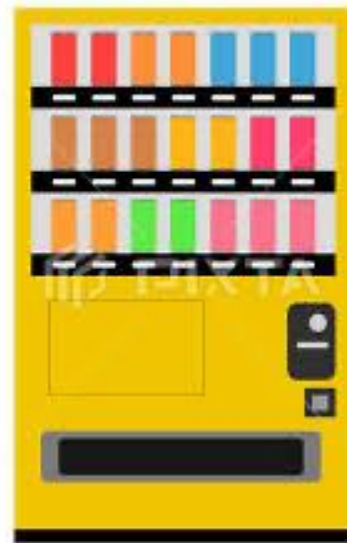
A, B を集合とする。集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、集合 A から集合 B への関数は、集合 A の全ての要素を集合 B の要素に対応付け、かつ、集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。

関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という. さらに, 集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである.



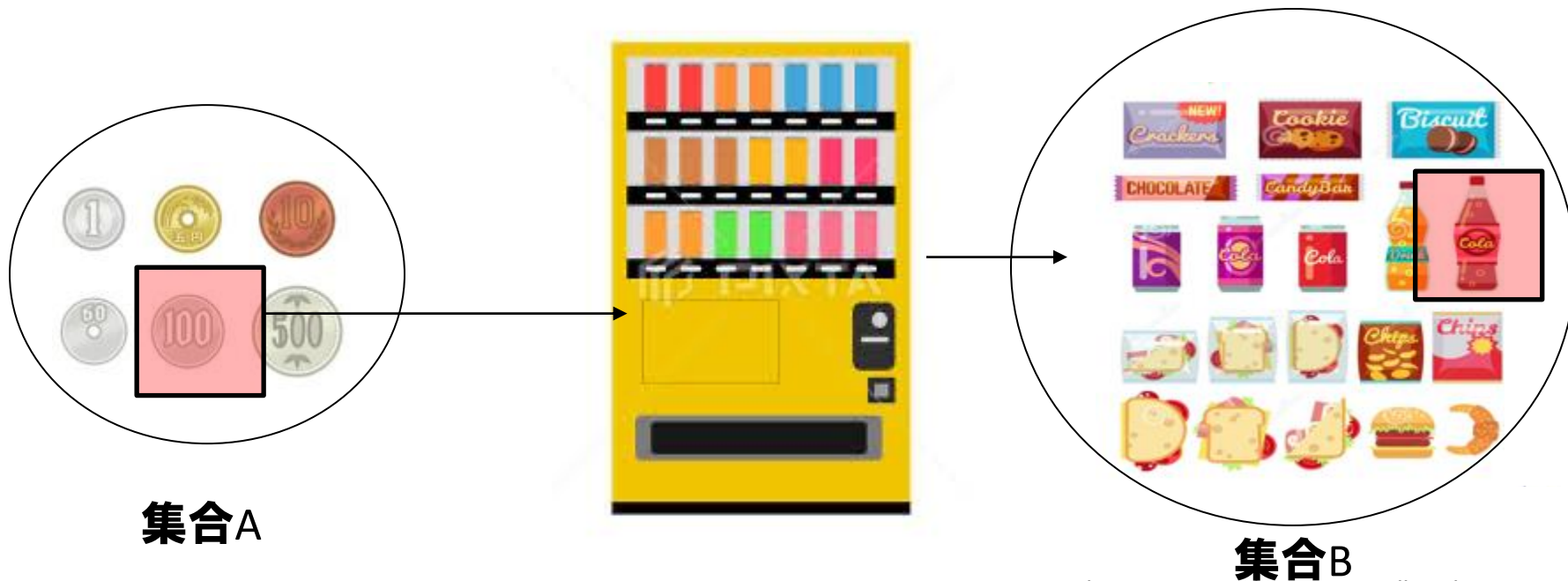
集合A



集合B

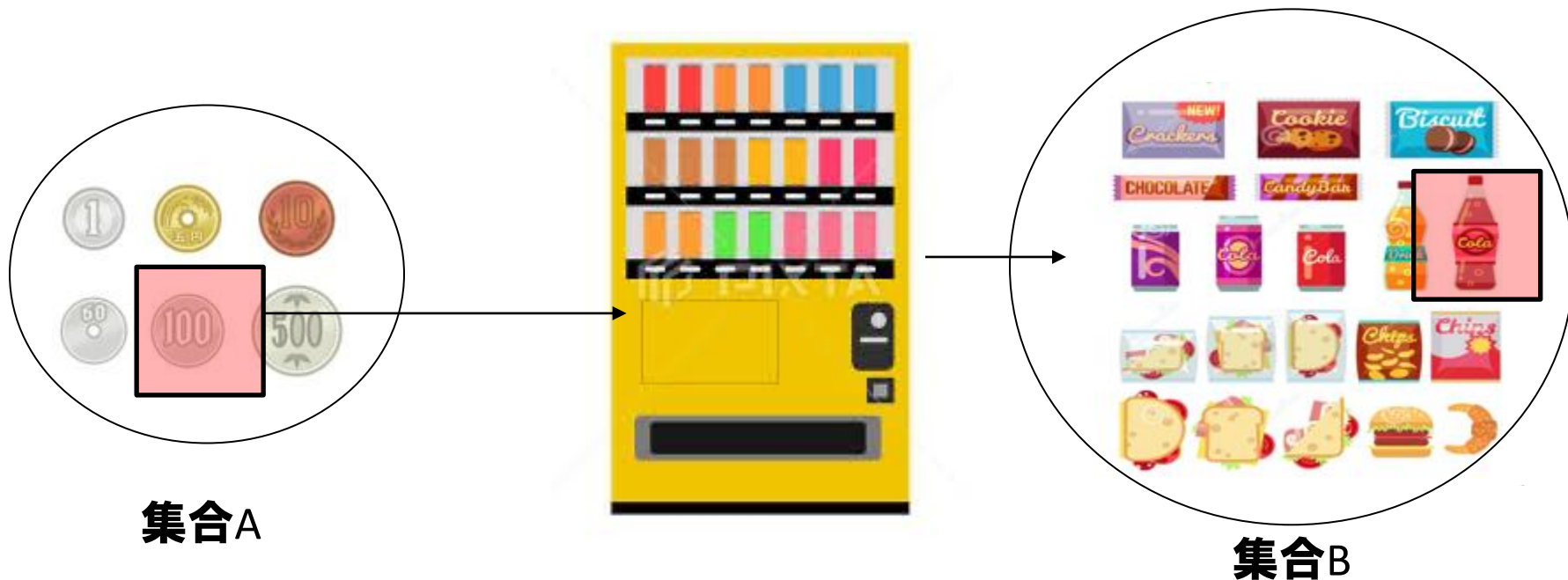
関数とは？

A, B を集合とする。集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。



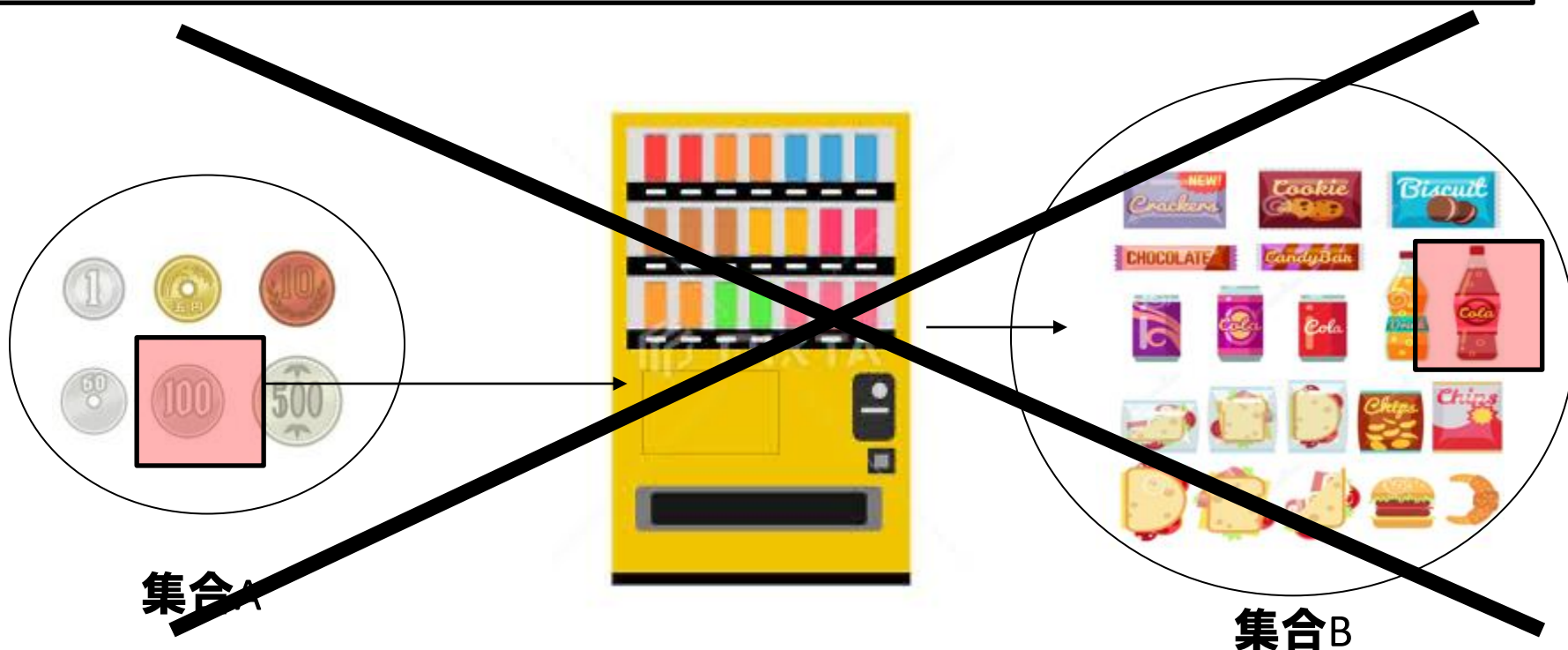
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



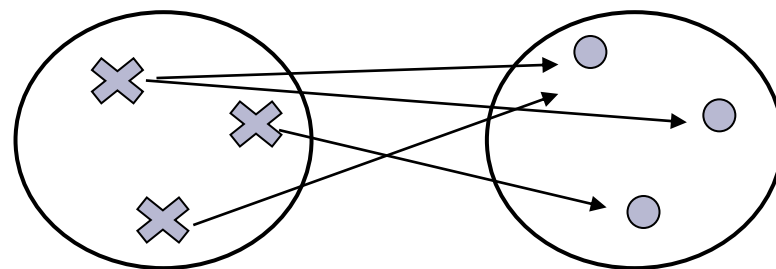
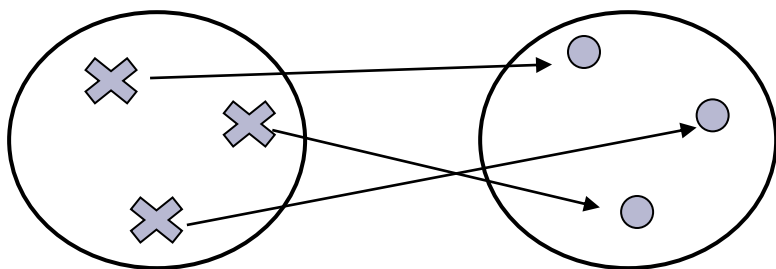
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**

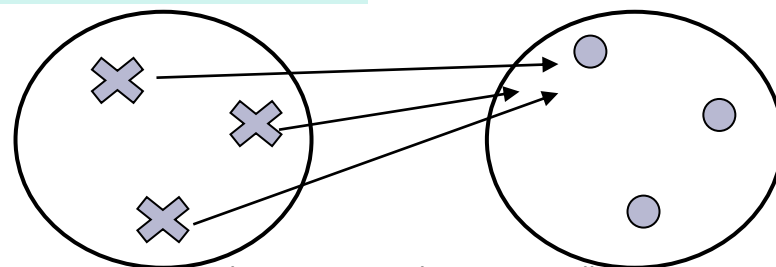
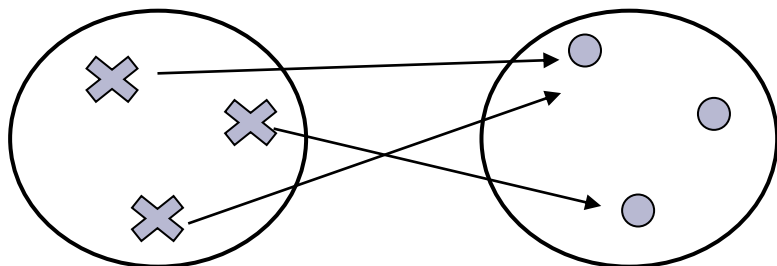


関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**

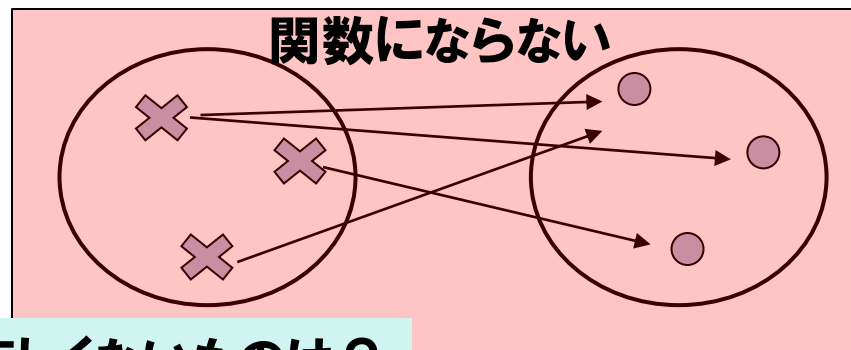
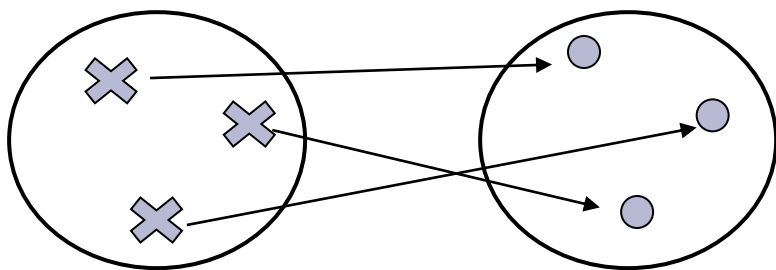


関数の対応として相応しくないものは？

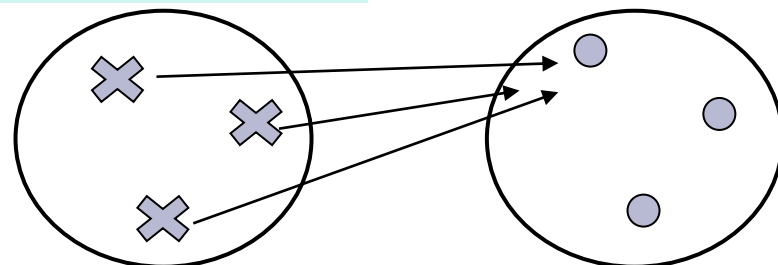
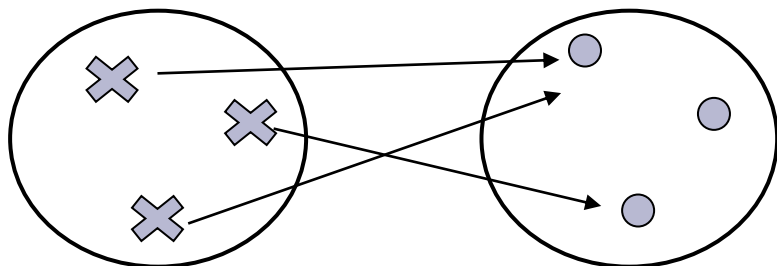


関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**

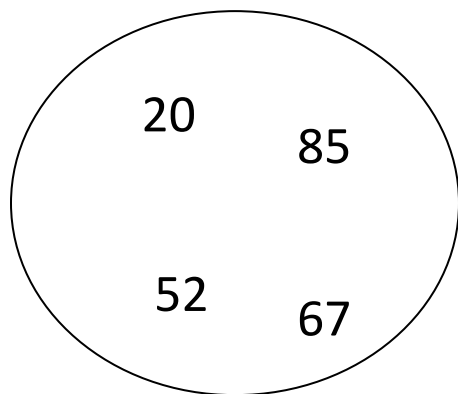


関数の対応として相応しくないものは？

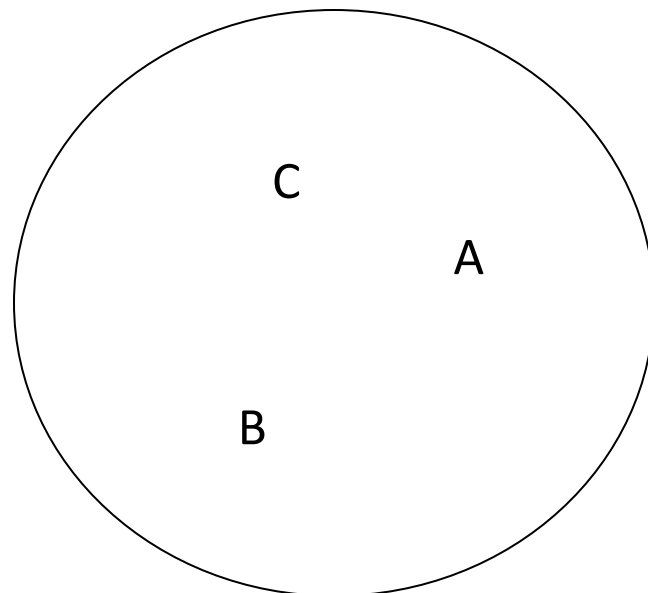


関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



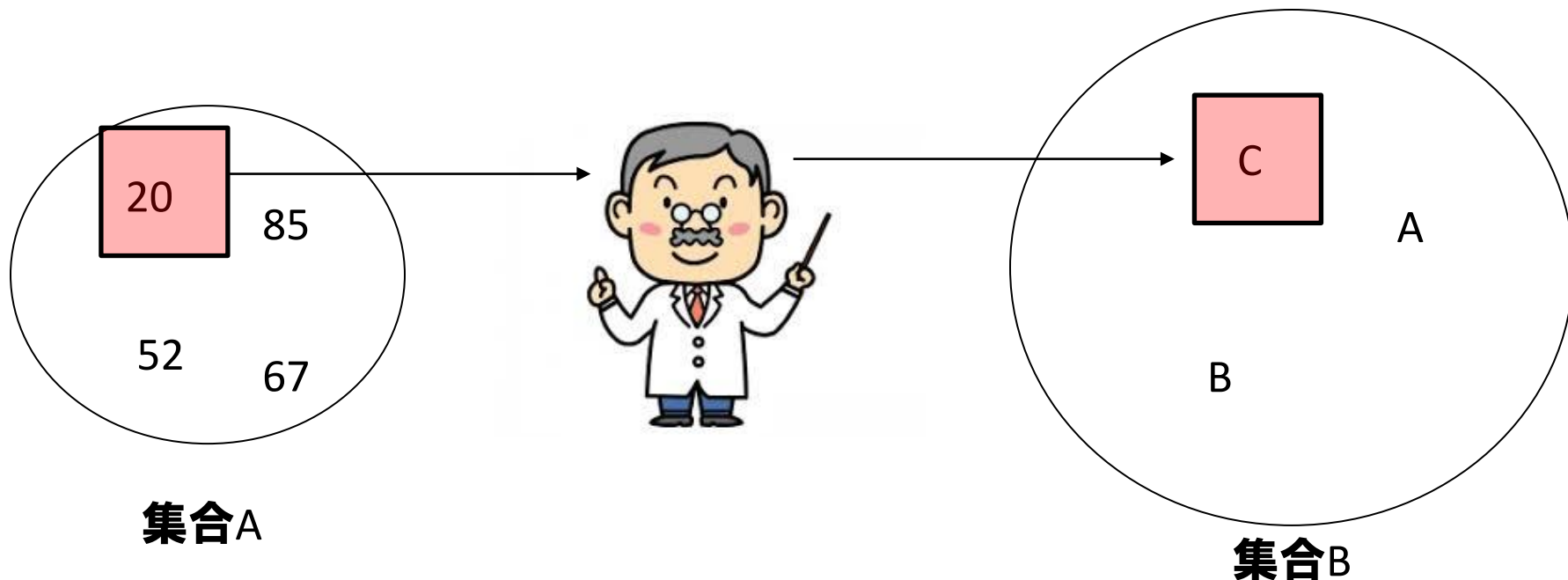
集合A



集合B

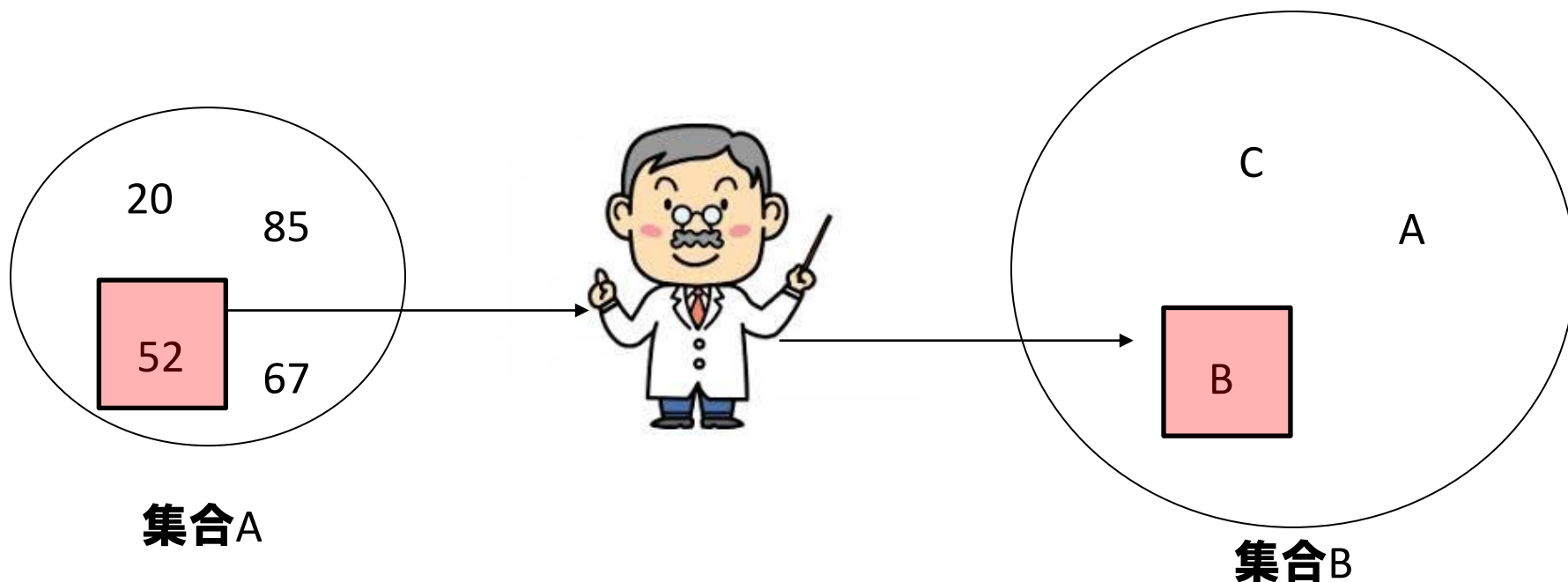
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



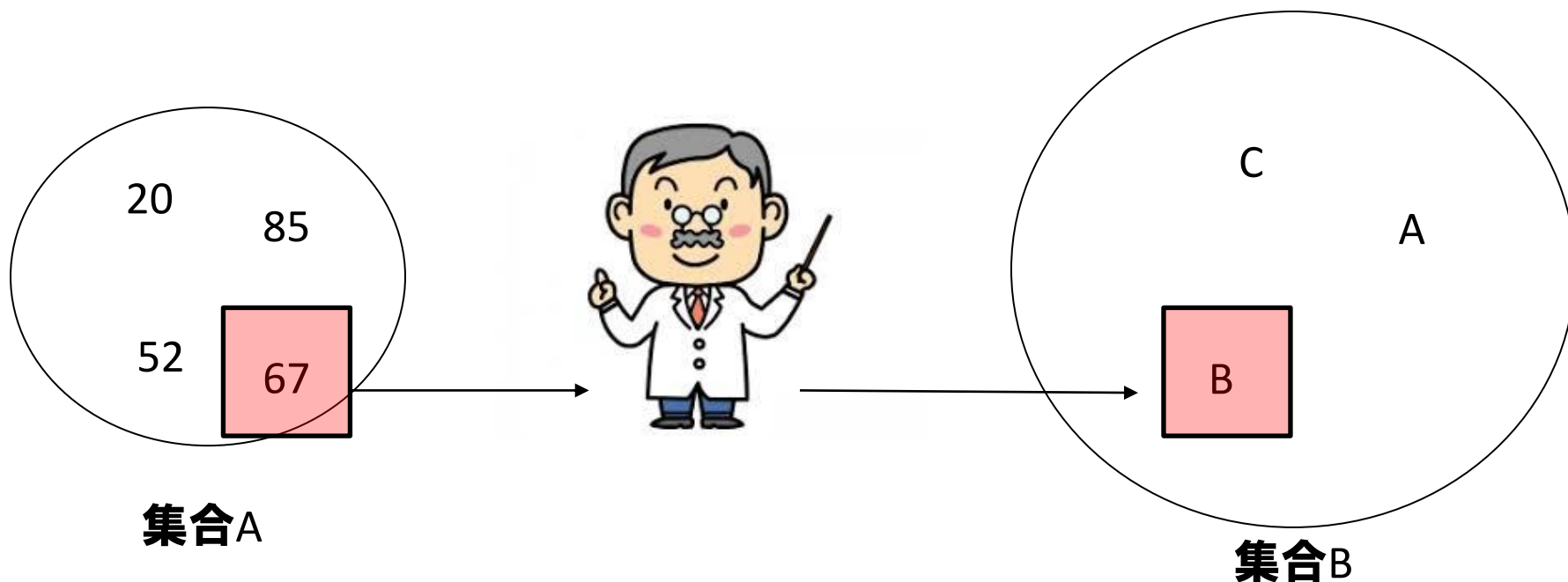
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



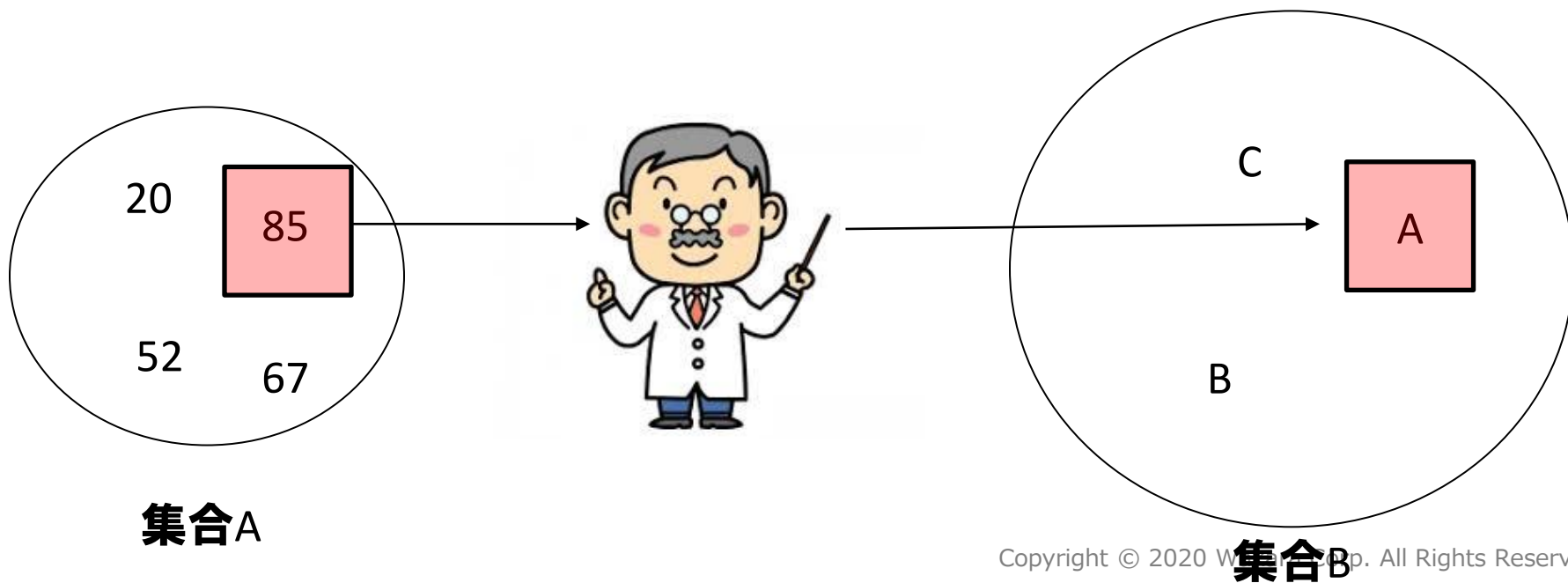
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



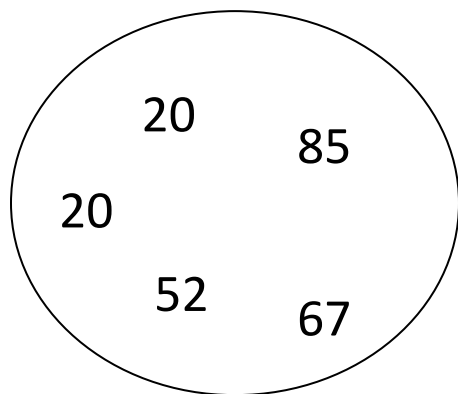
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という. さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである.**

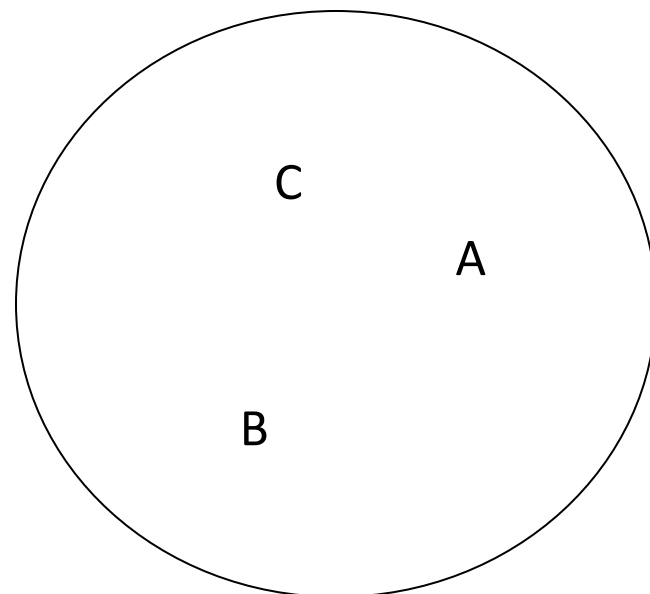


関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



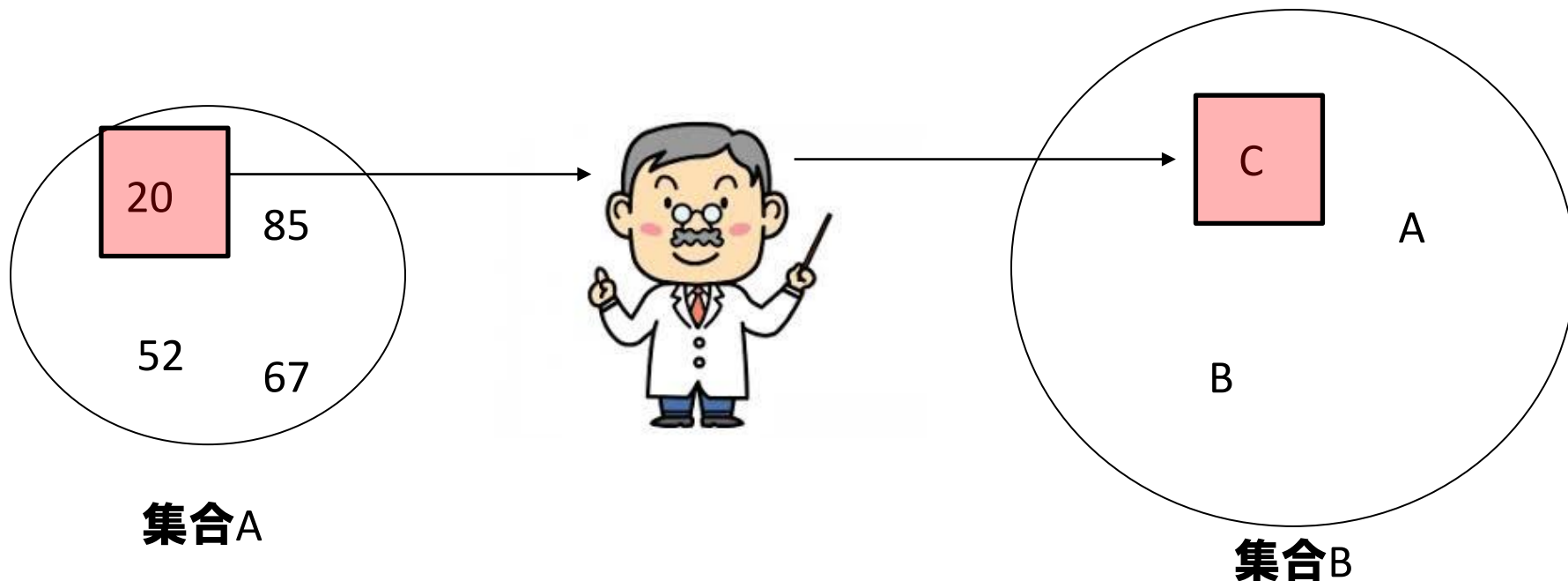
集合A



集合B

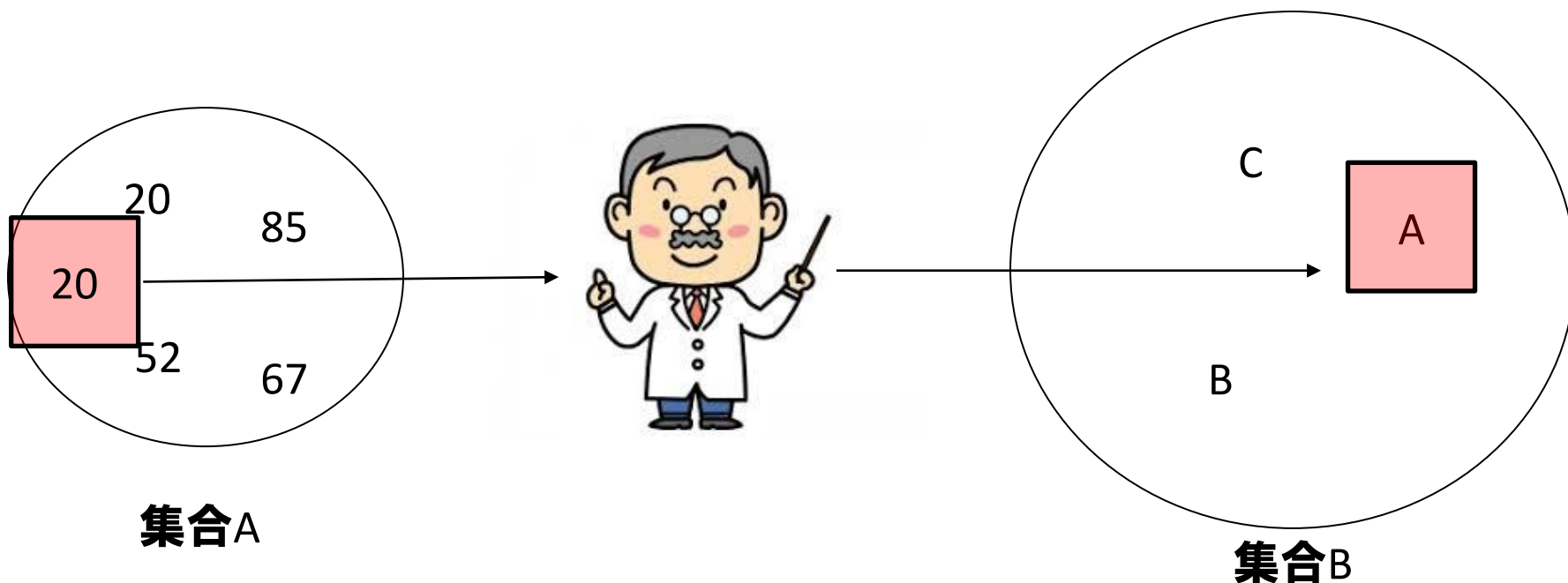
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**



関数とは？

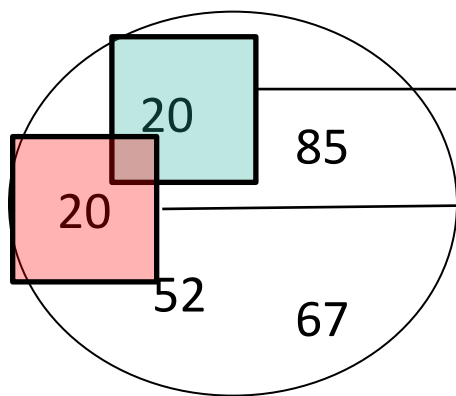
A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という. さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである.**



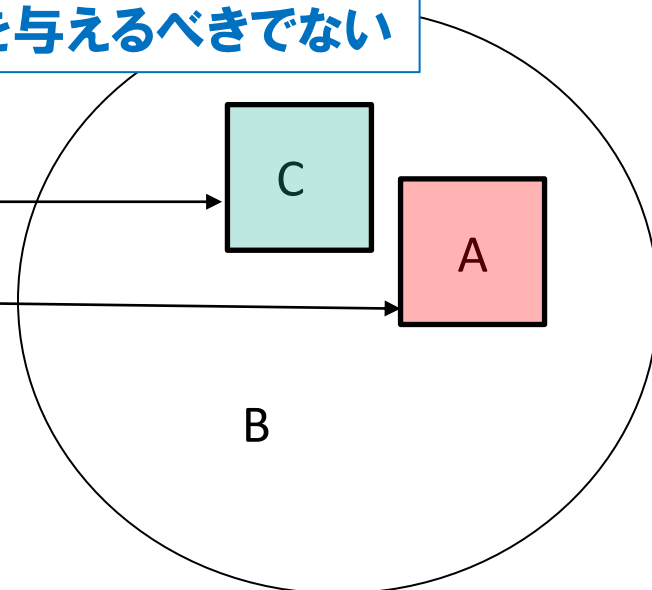
関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という. さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**

同じ点数なのに、ある生徒にはA,ある生徒にはCを与えるべきでない



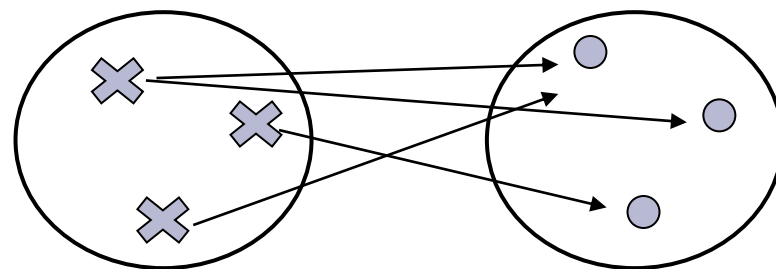
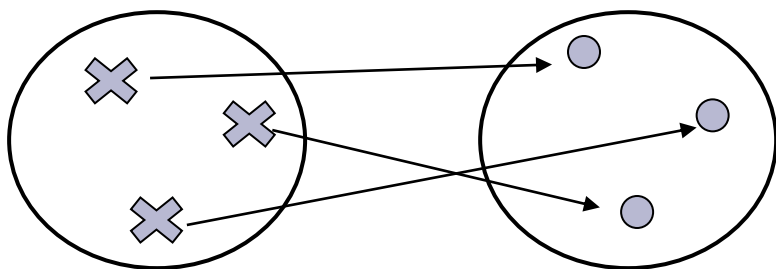
集合A



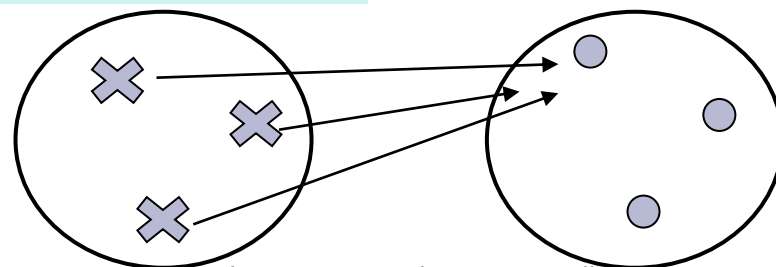
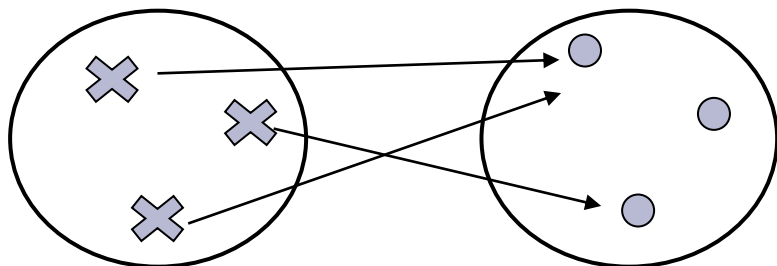
集合B

関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに、**集合 A の全ての要素に対して、それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**

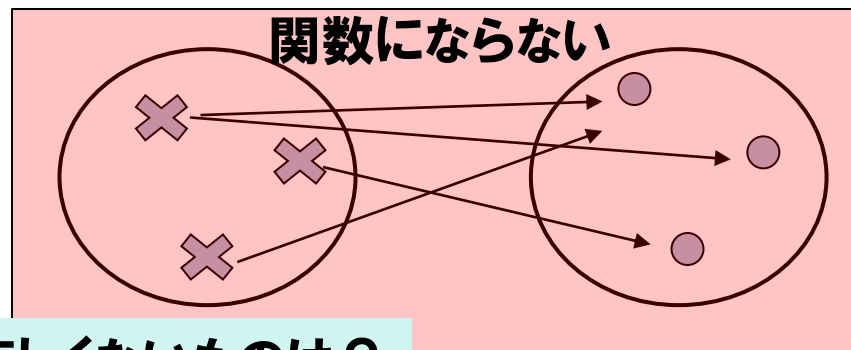
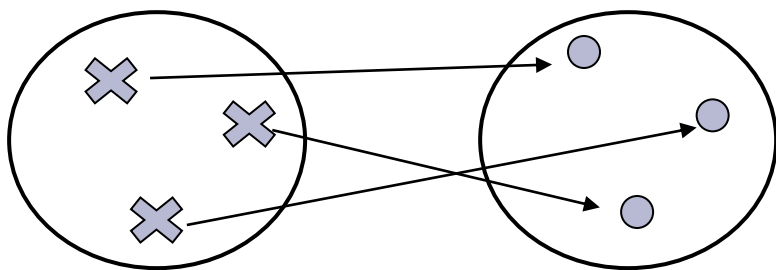


関数の対応として相応しくないものは？

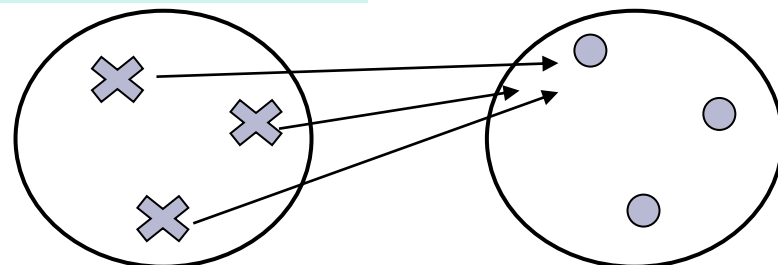
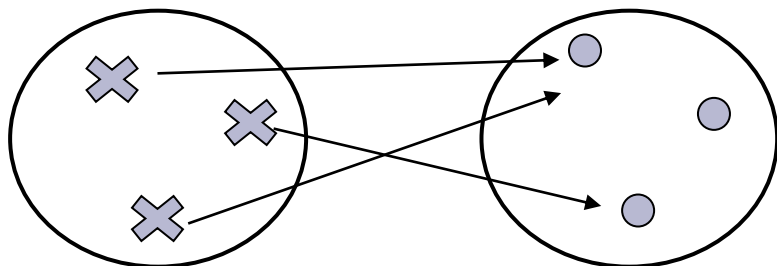


関数とは？

A, B を集合とする. 集合 A の各々の要素に対して集合 B の要素を対応させる仕方を関数 (function) という。さらに, **集合 A の全ての要素に対して, それに対応付けられる集合 B の要素は唯 1 つとなるものである。**

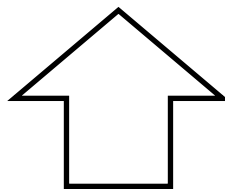


関数の対応として相応しくないものは？



垂直線テスト

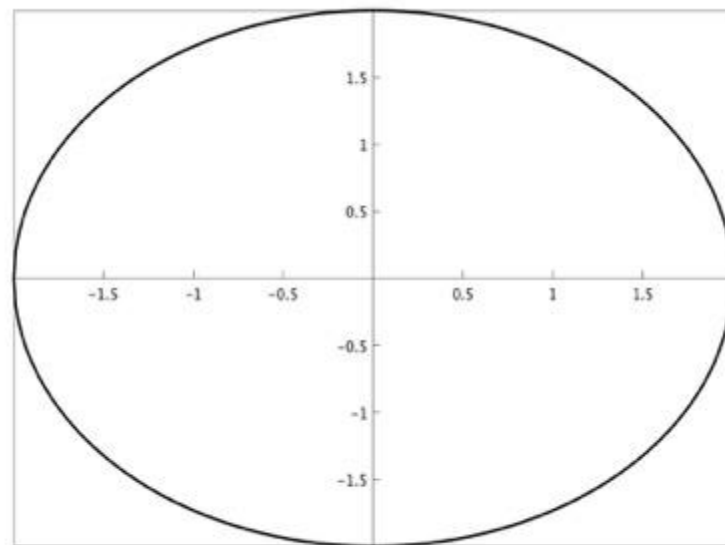
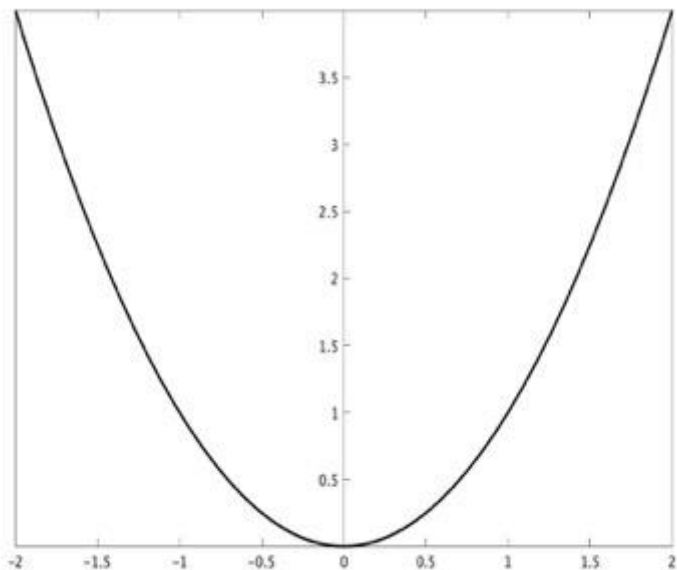
関係式のグラフを通る垂直な線を描き、この垂直な線とグラフの交点が1つだけならこのグラフは関数を表すグラフであり、交点が1つも無い場合、2つ以上ある場合は、関数を表すグラフではないと判断する。



関数であるかを識別する方法

垂直線テスト

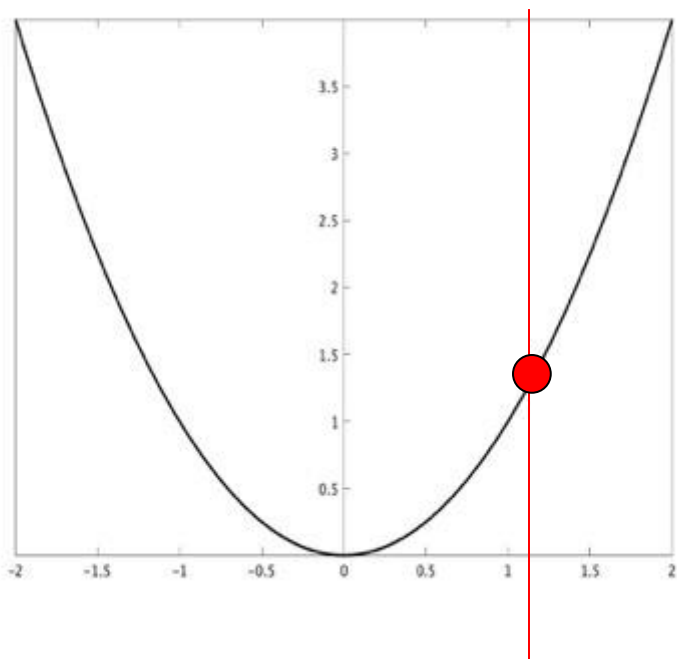
関係式のグラフを通る垂直な線を描き、この垂直な線とグラフの交点が1つだけならこのグラフは関数を表すグラフであり、交点が1つも無い場合、2つ以上ある場合は、関数を表すグラフではないと判断する。



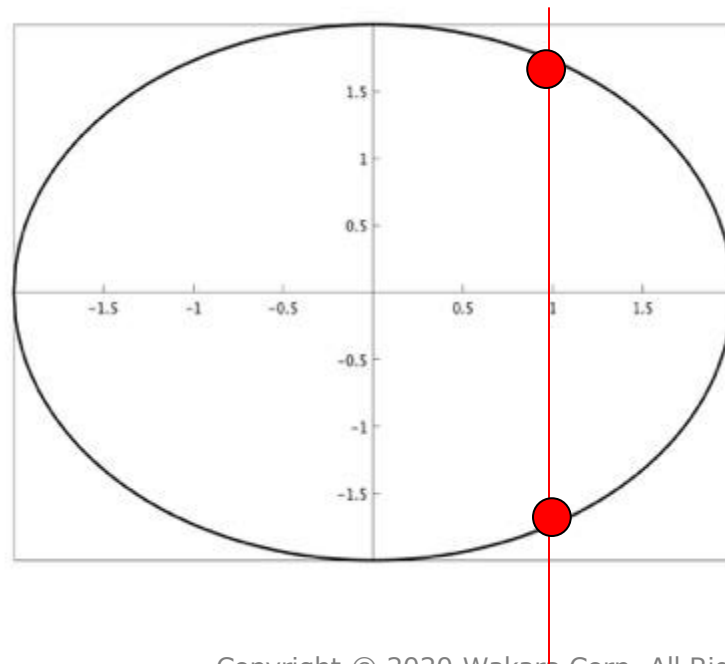
垂直線テスト

関係式のグラフを通る垂直な線を描き、この垂直な線とグラフの交点が1つだけならこのグラフは関数を表すグラフであり、交点が1つも無い場合、2つ以上ある場合は、関数を表すグラフではないと判断する。

関数を表すグラフである

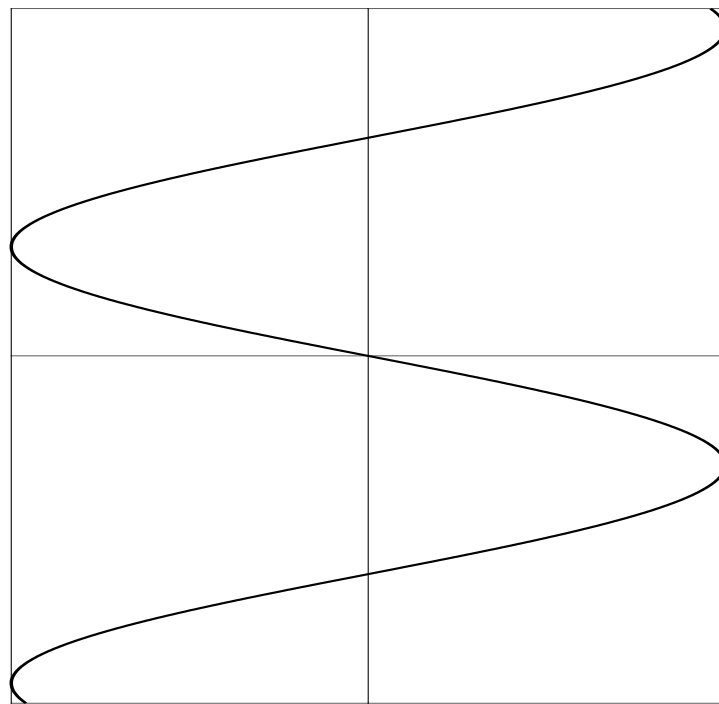
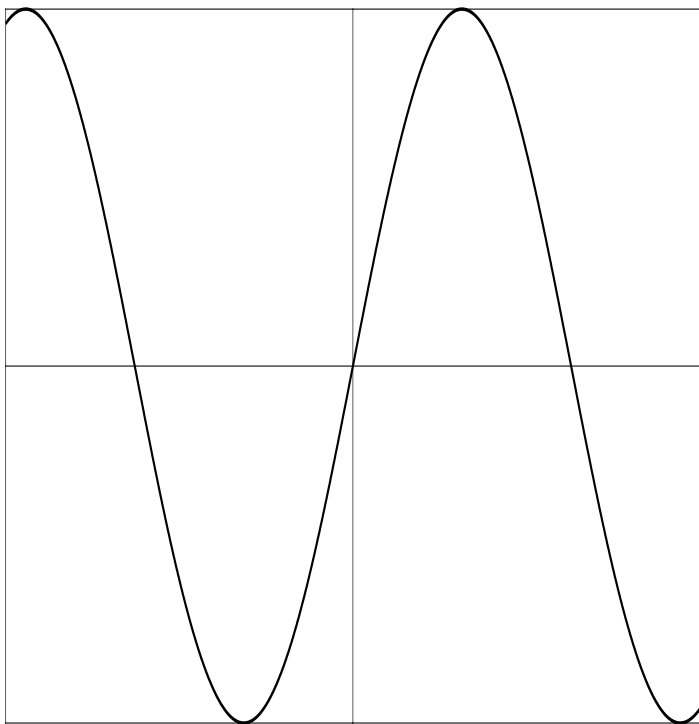


関数を表すグラフではない



問題

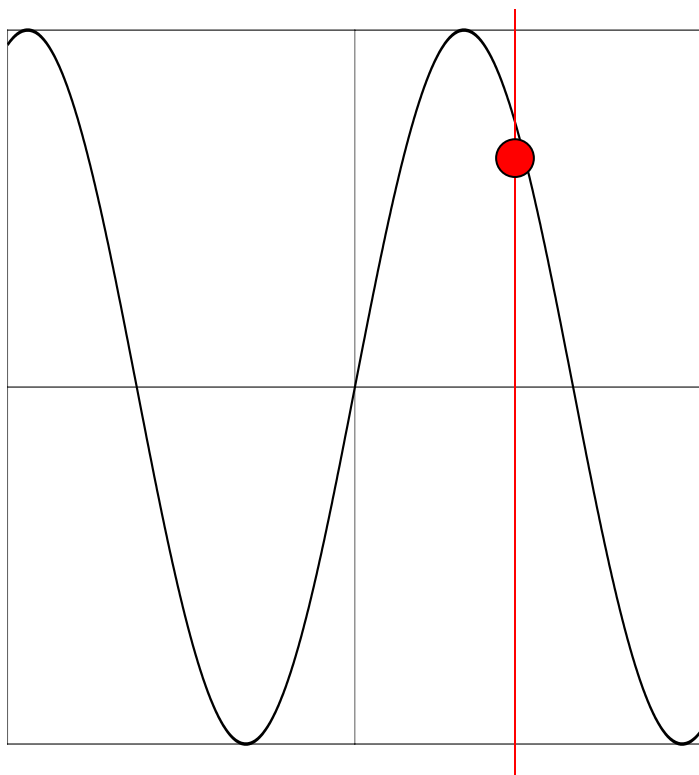
関数を表すグラフとしてふさわしいのは？



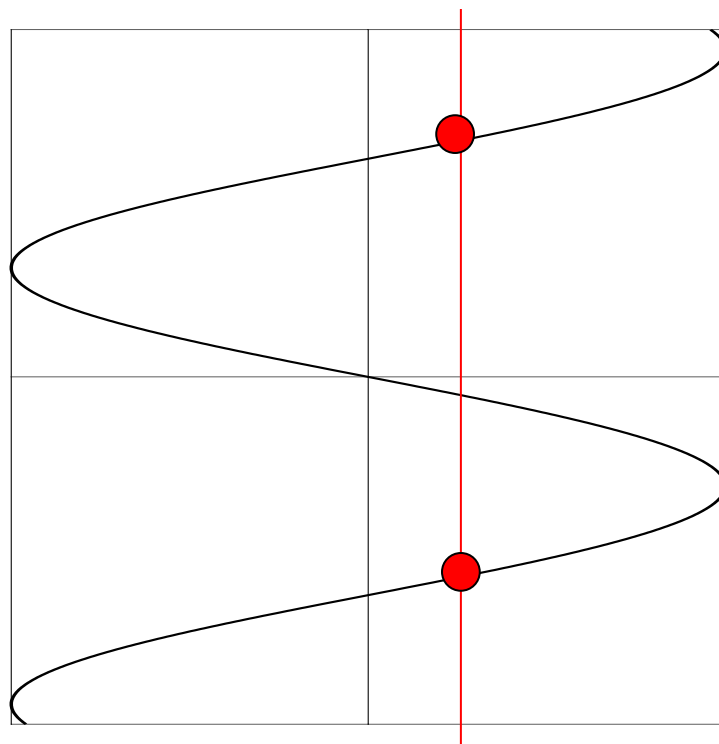
問題

関数を表すグラフとしてふさわしいのは？

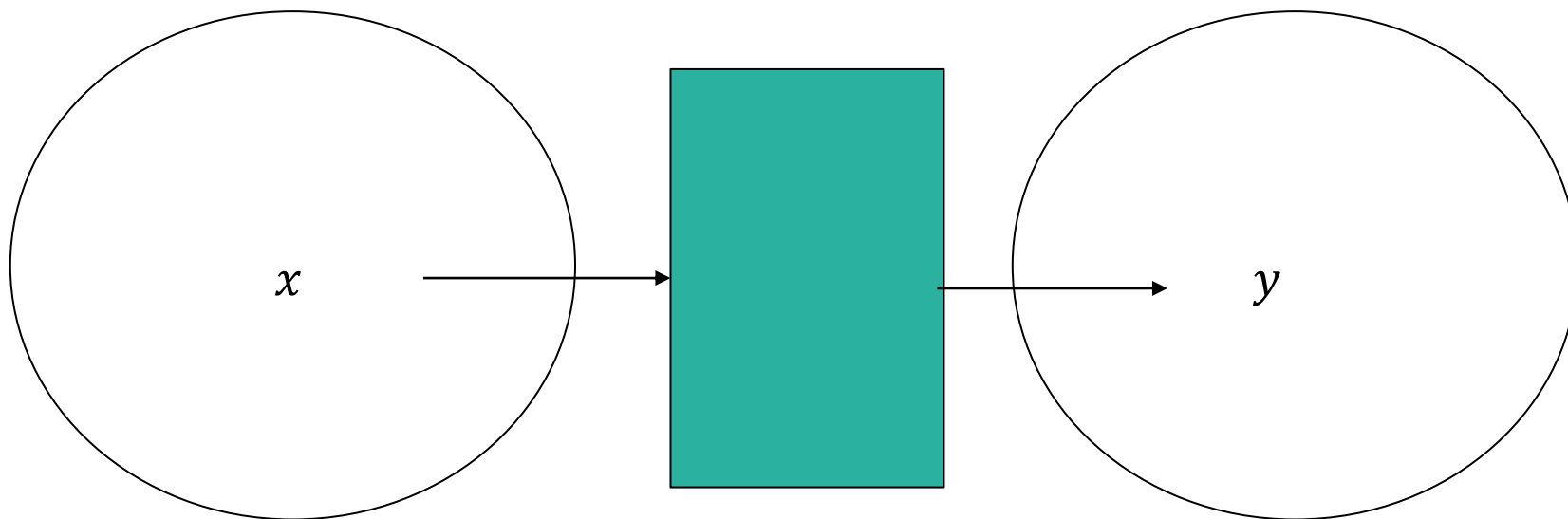
関数を表すグラフである



関数を表すグラフではない



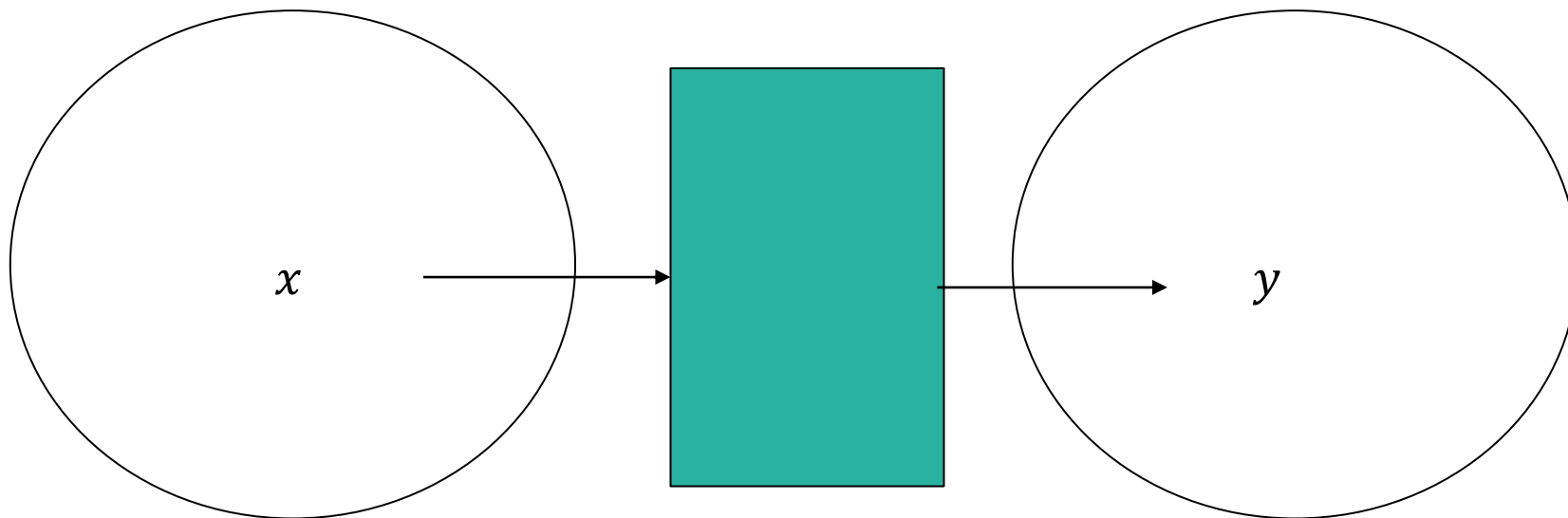
関数の記述形式



$$y = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

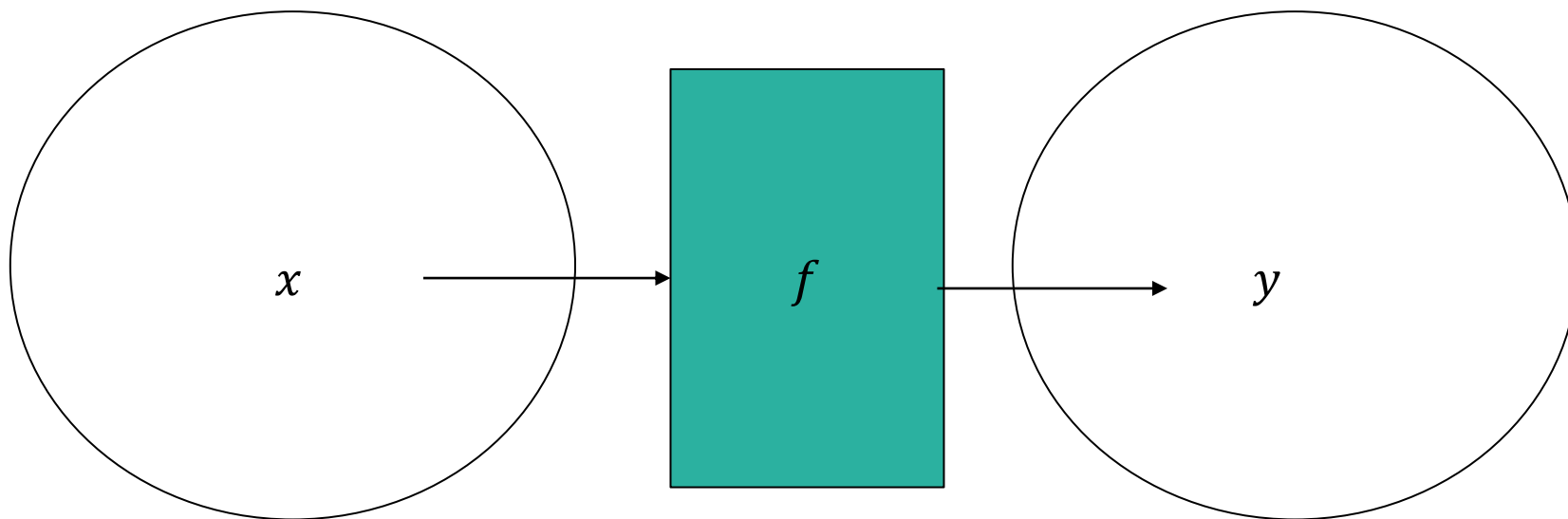
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

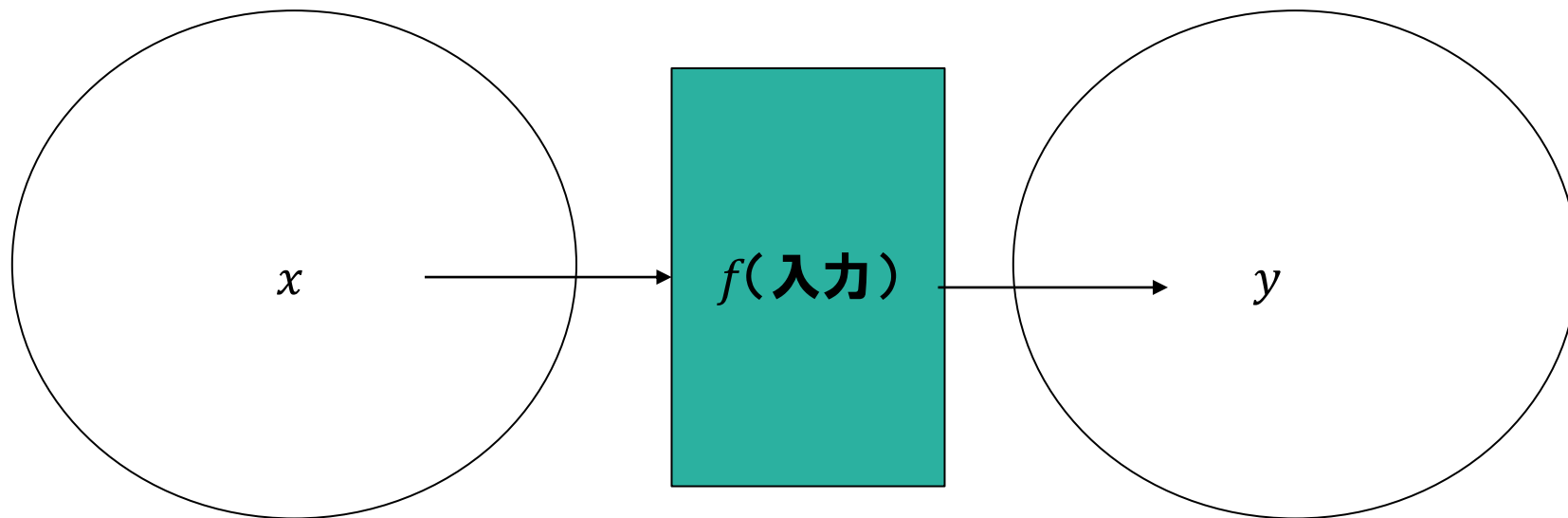
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

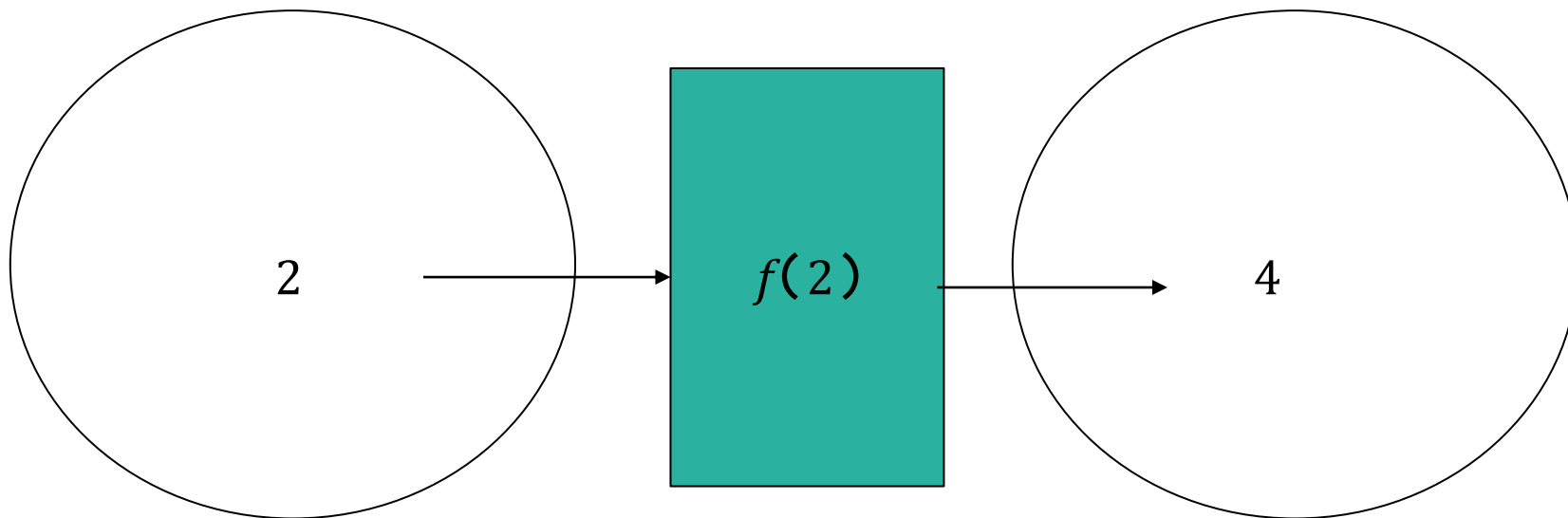
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

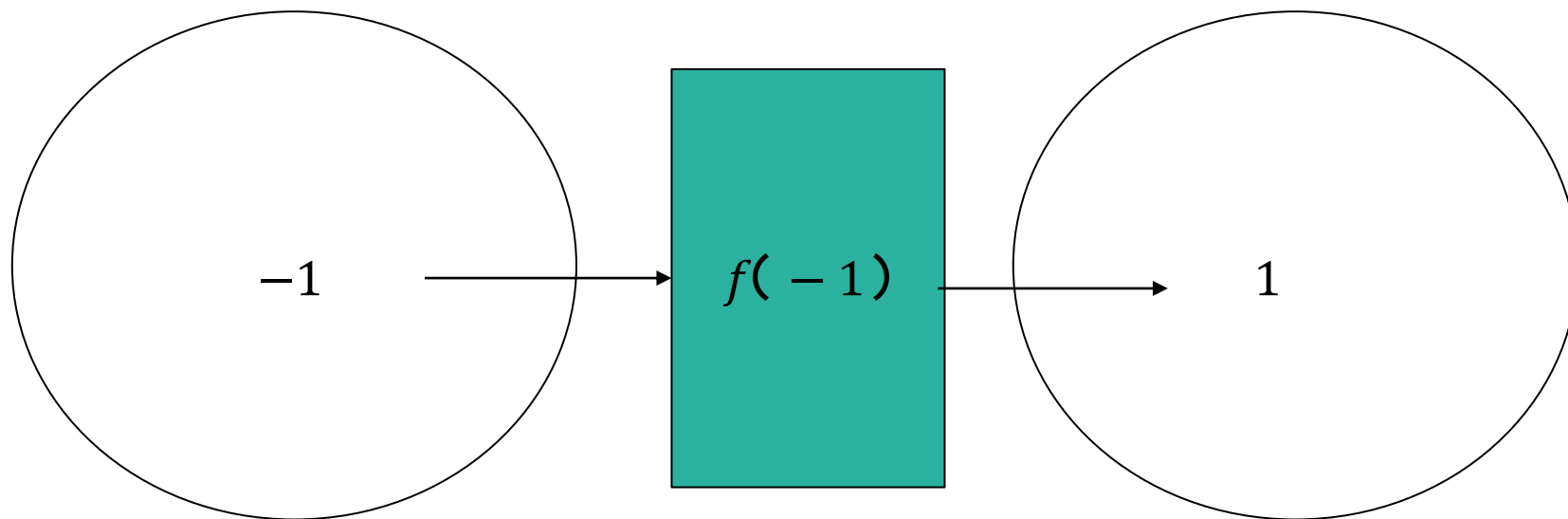
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

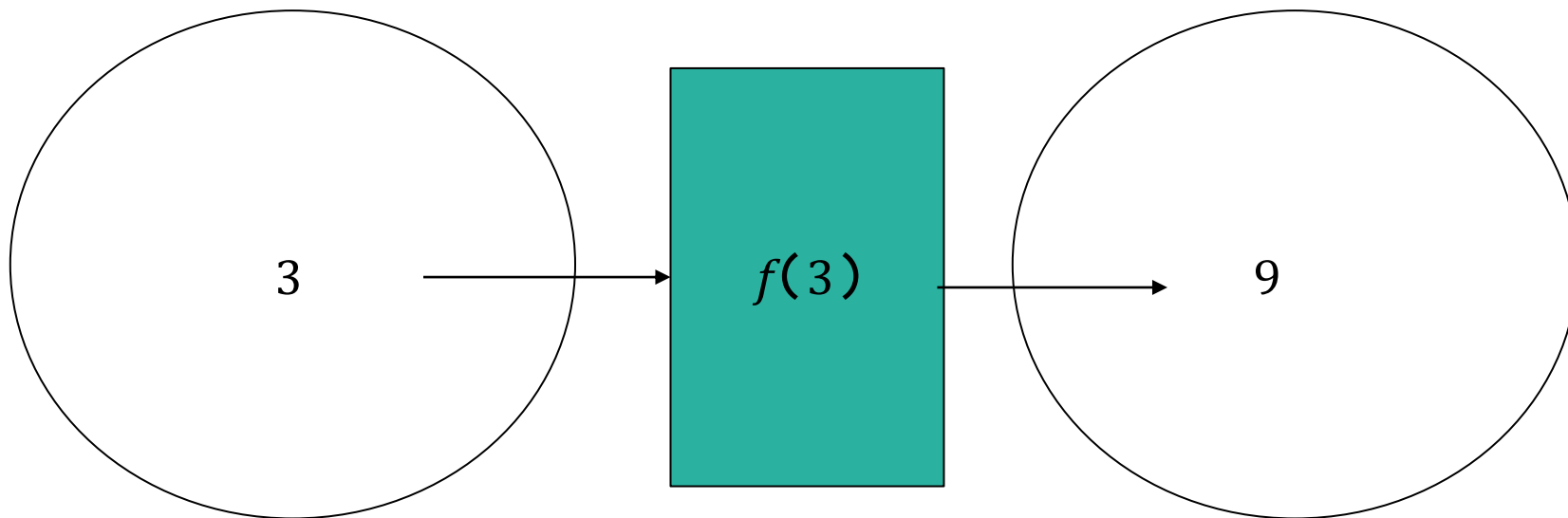
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

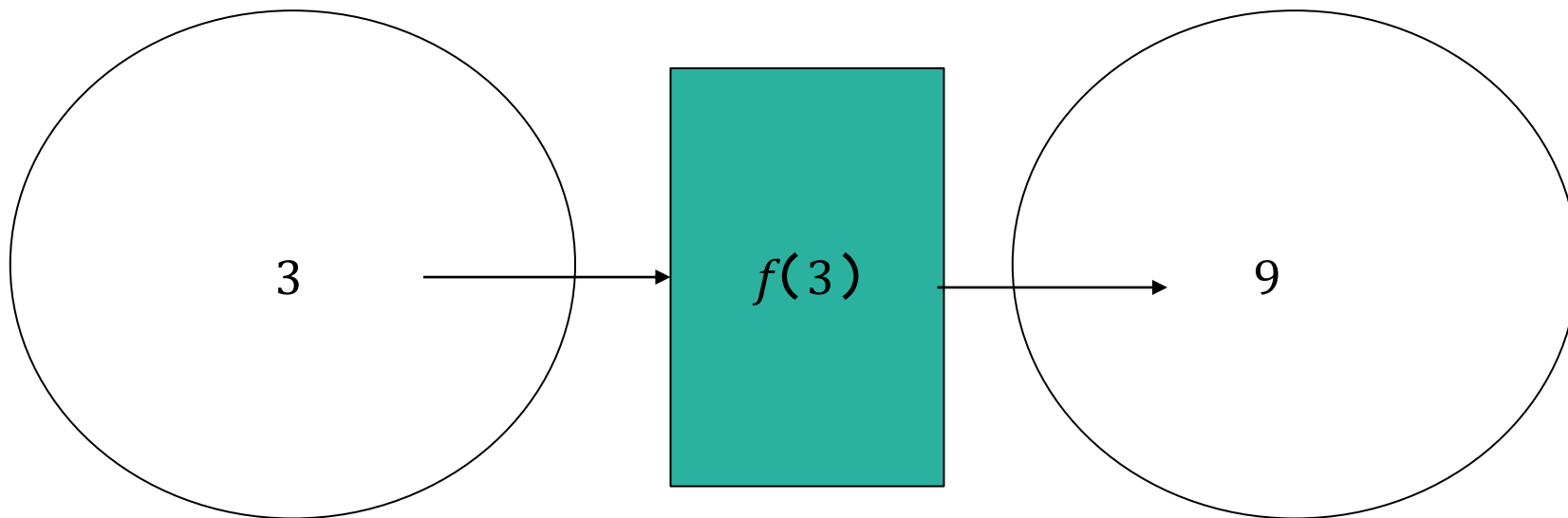
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

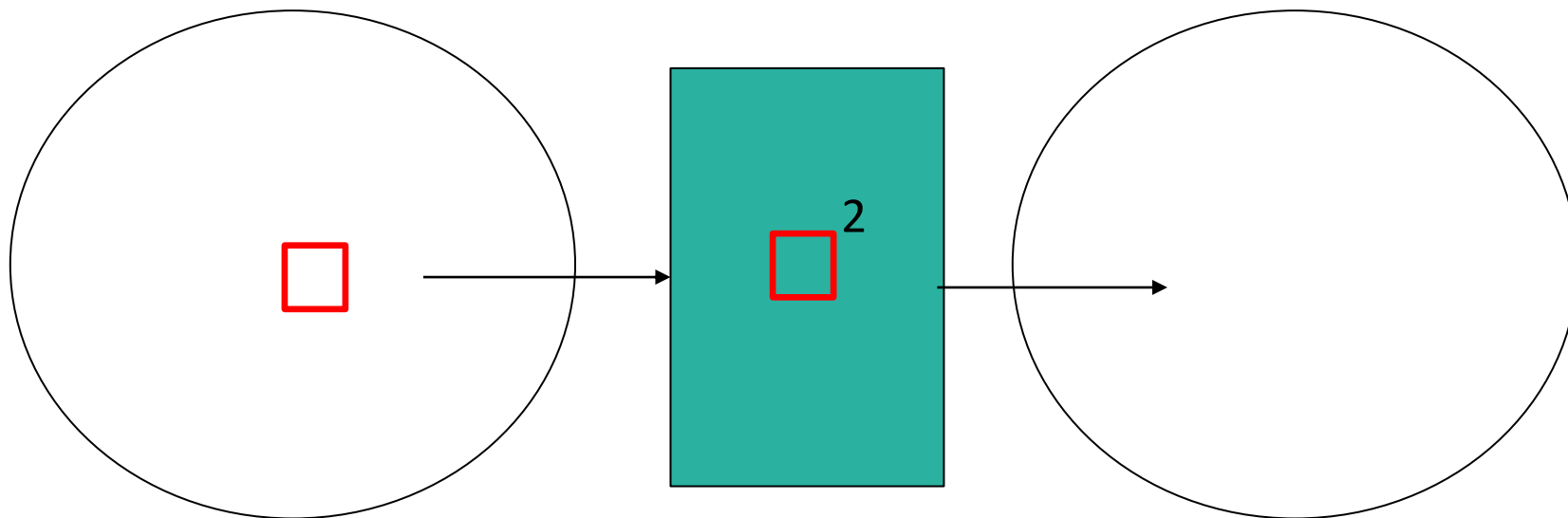
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

関数の記述形式

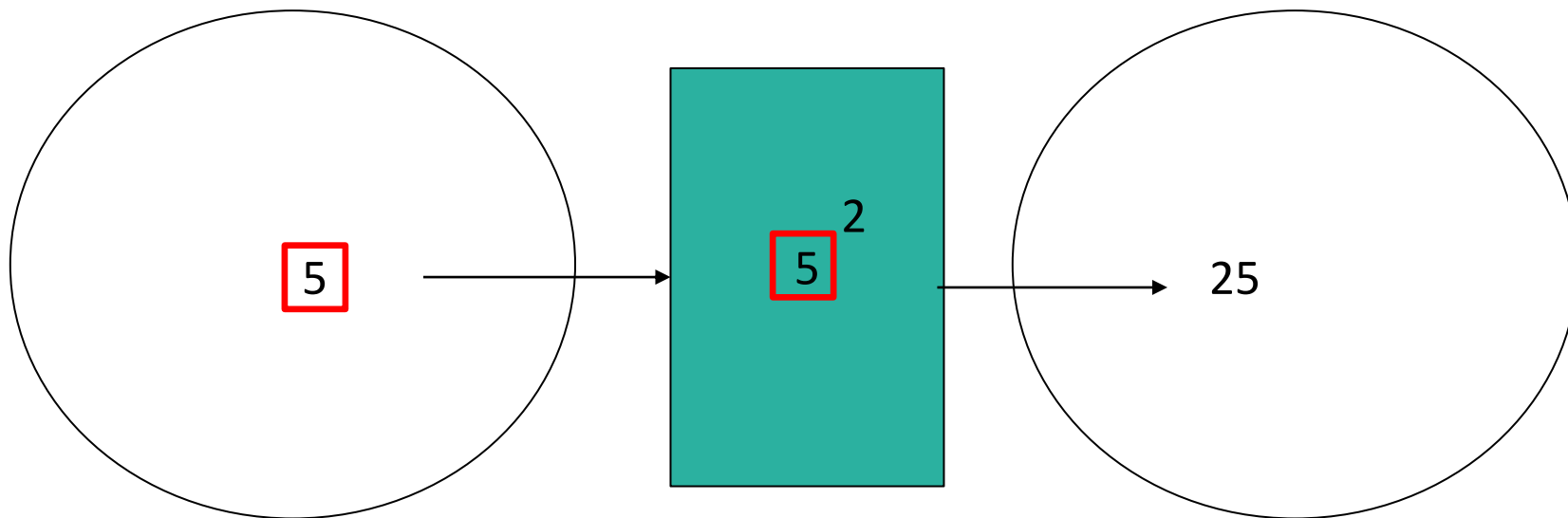


f に入ってきたものを2乗して返す

$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

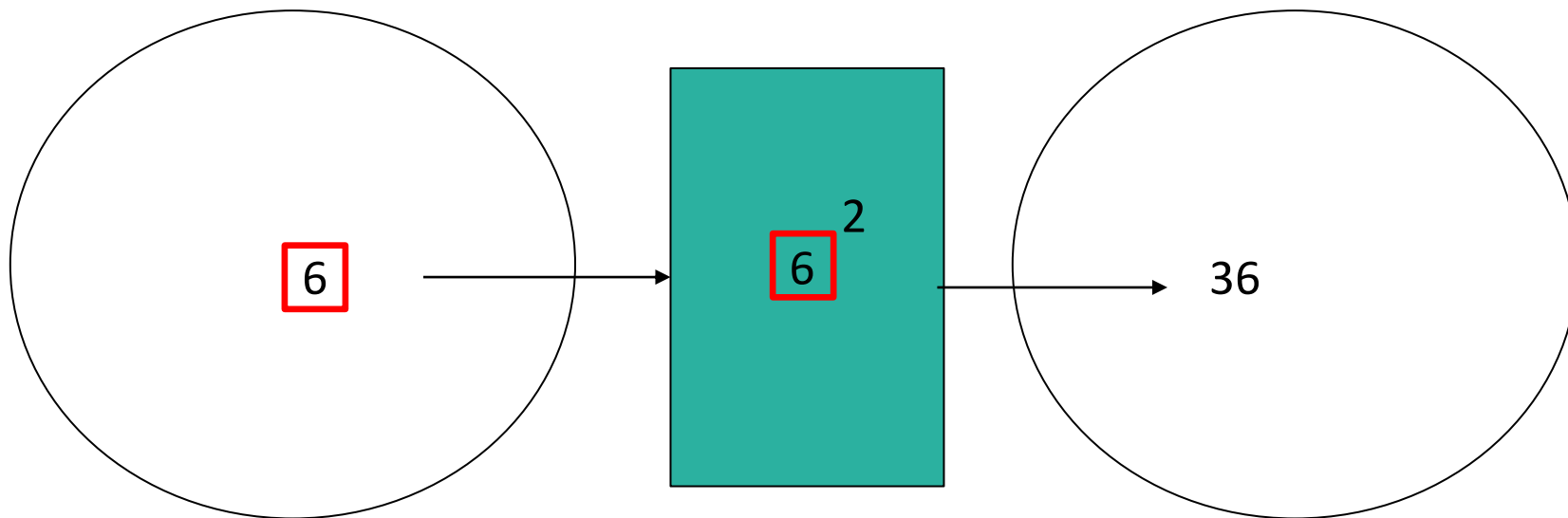
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

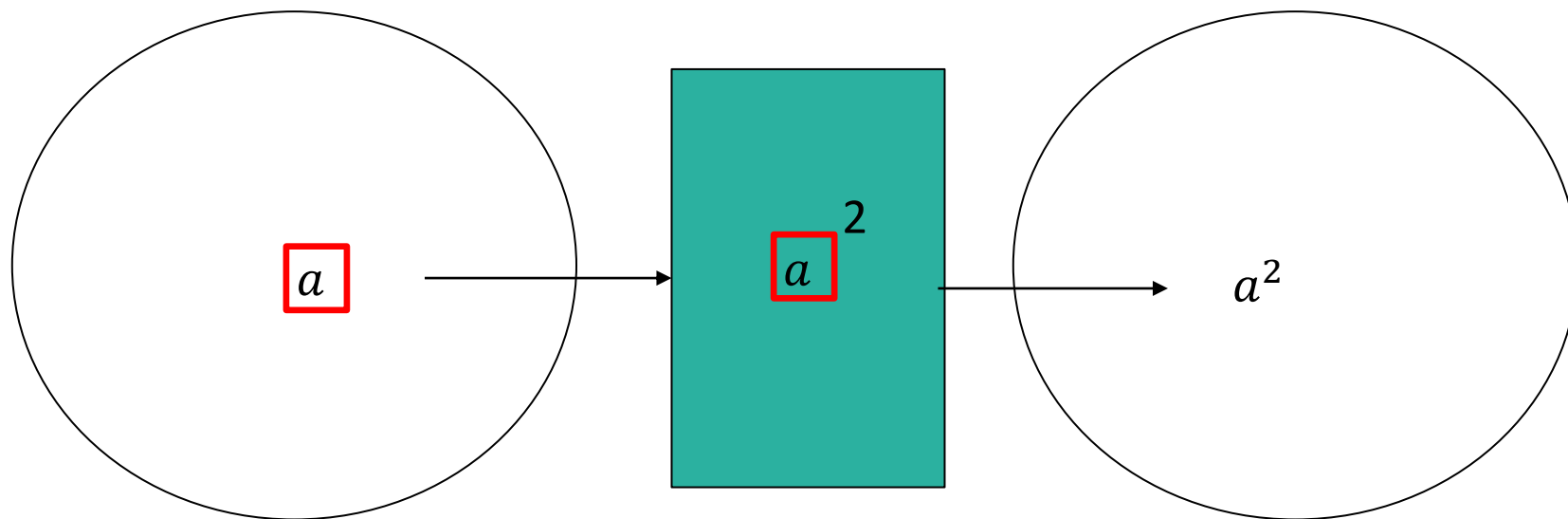
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

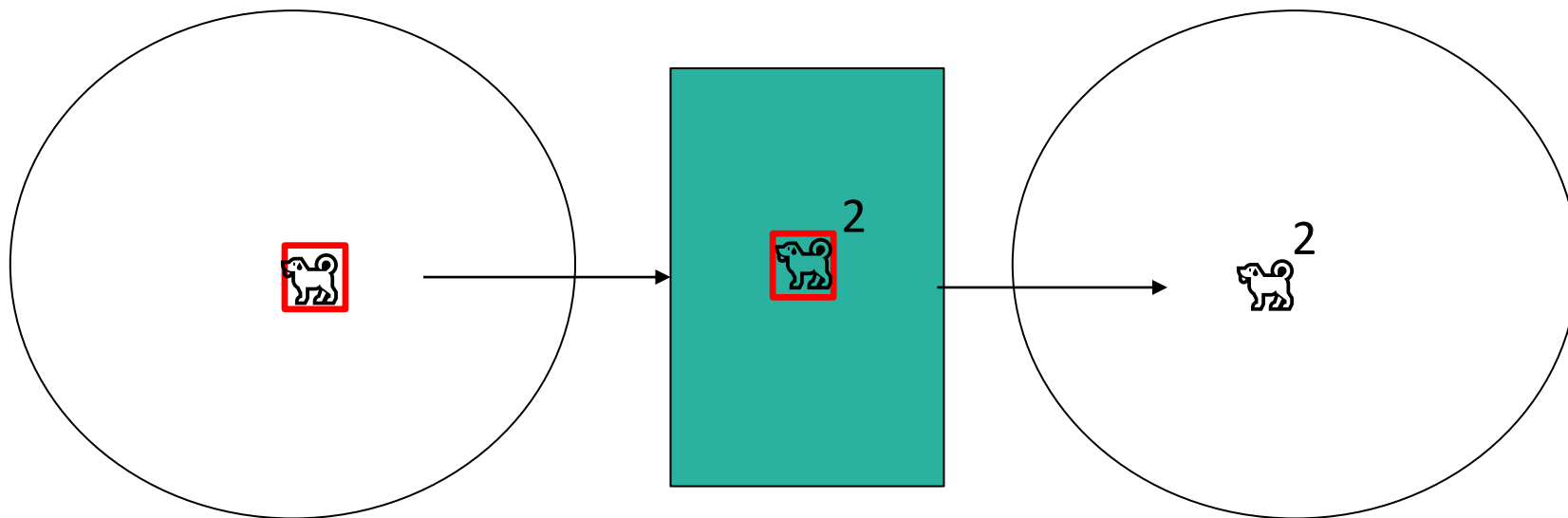
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

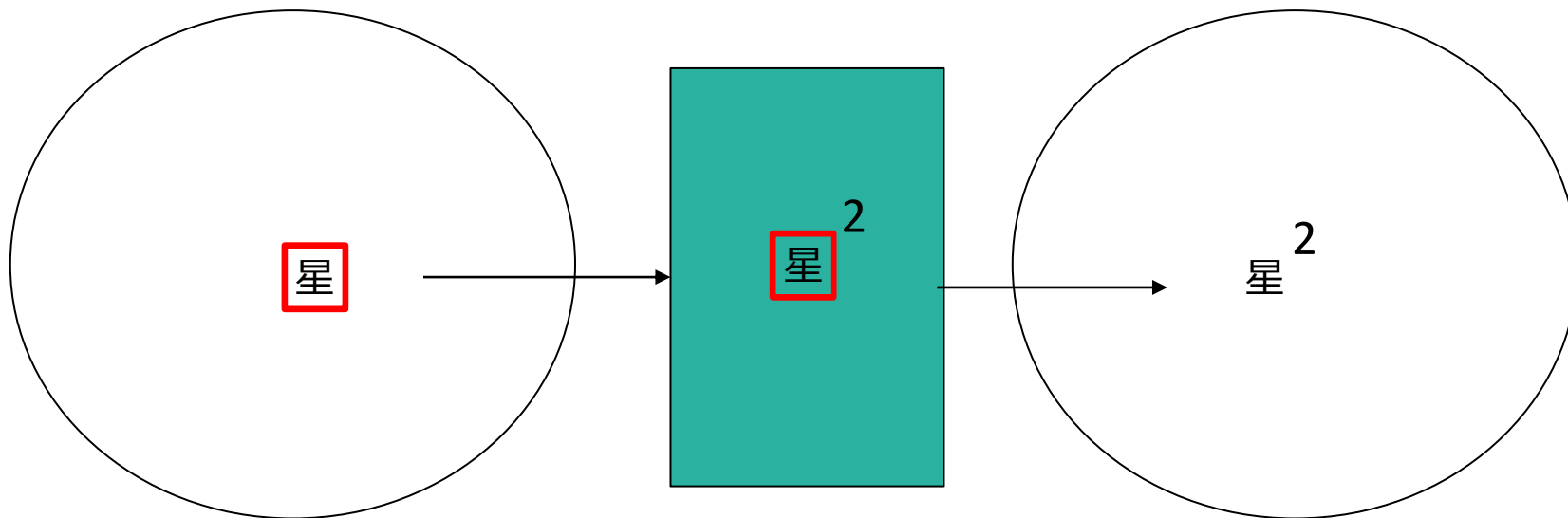
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

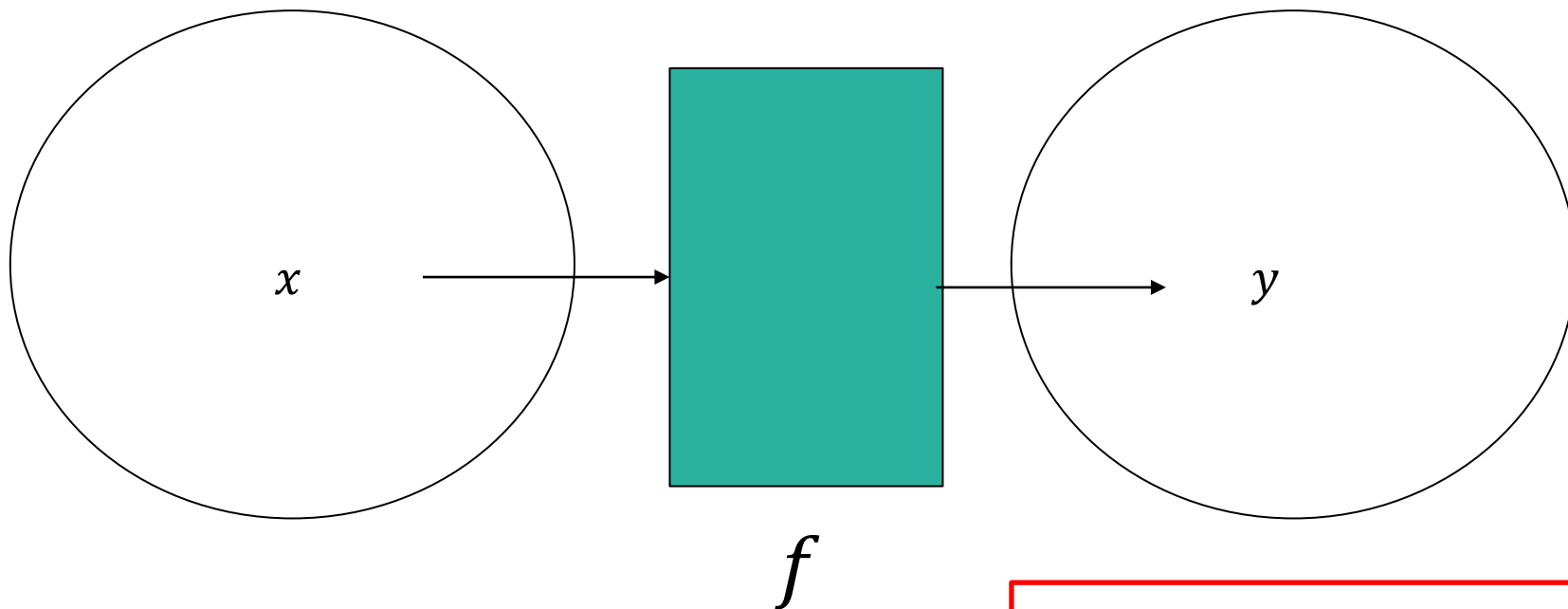
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

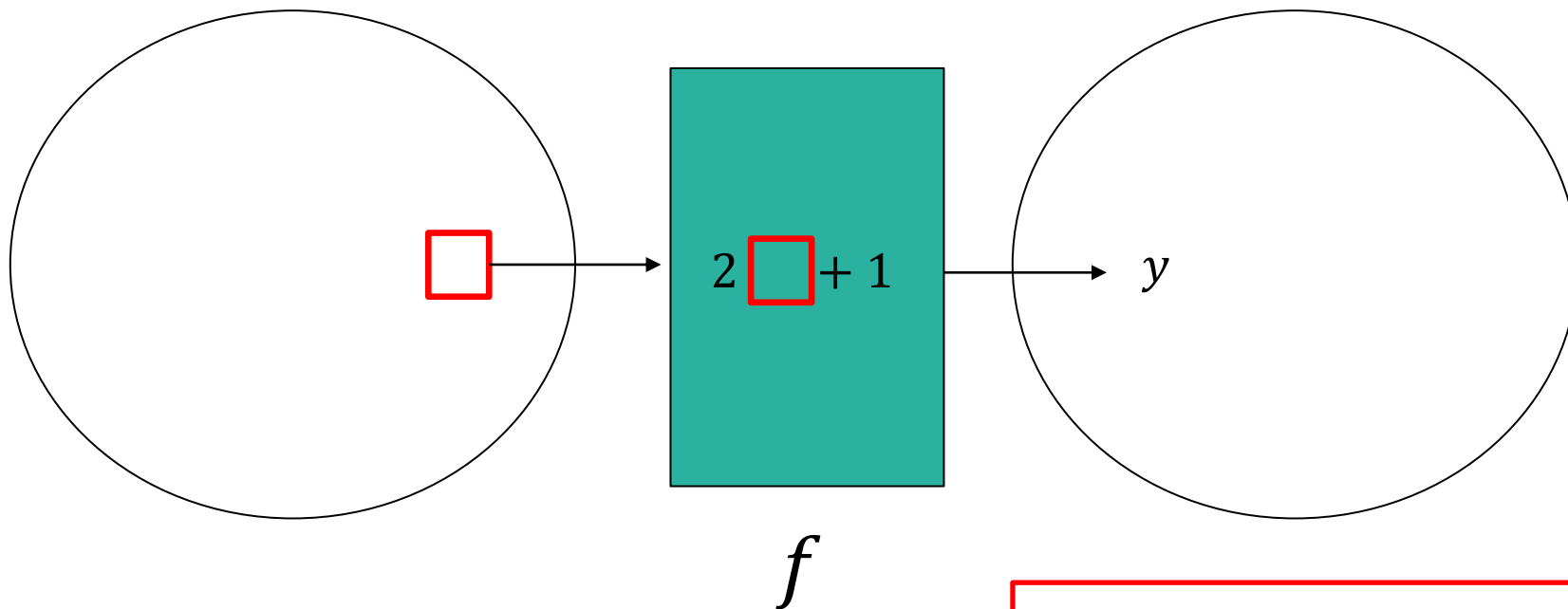
関数の記述形式



$$f(x) = 2x + 1$$

与えられた入力を2倍して1を加え出力する関数

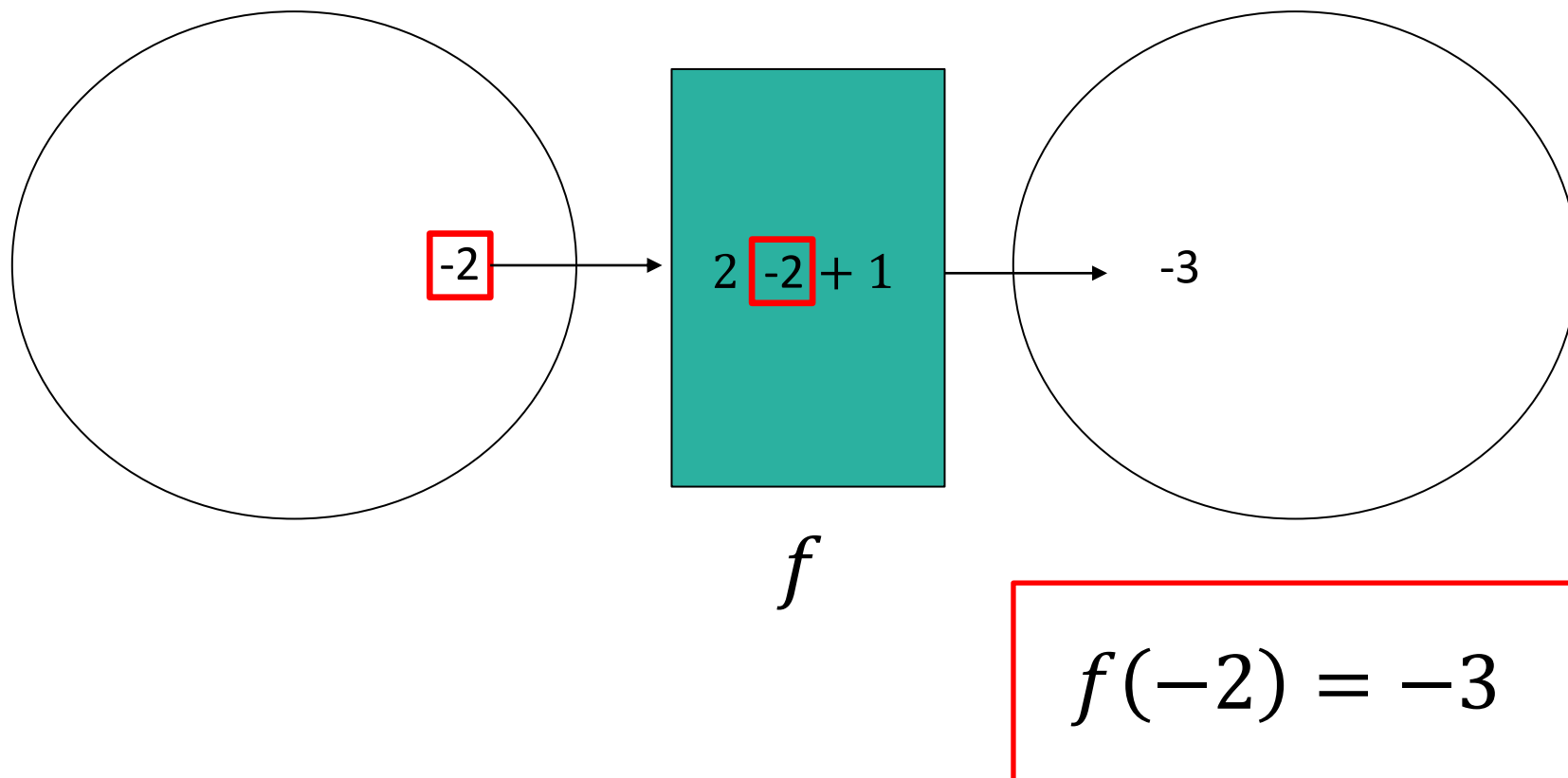
関数の記述形式



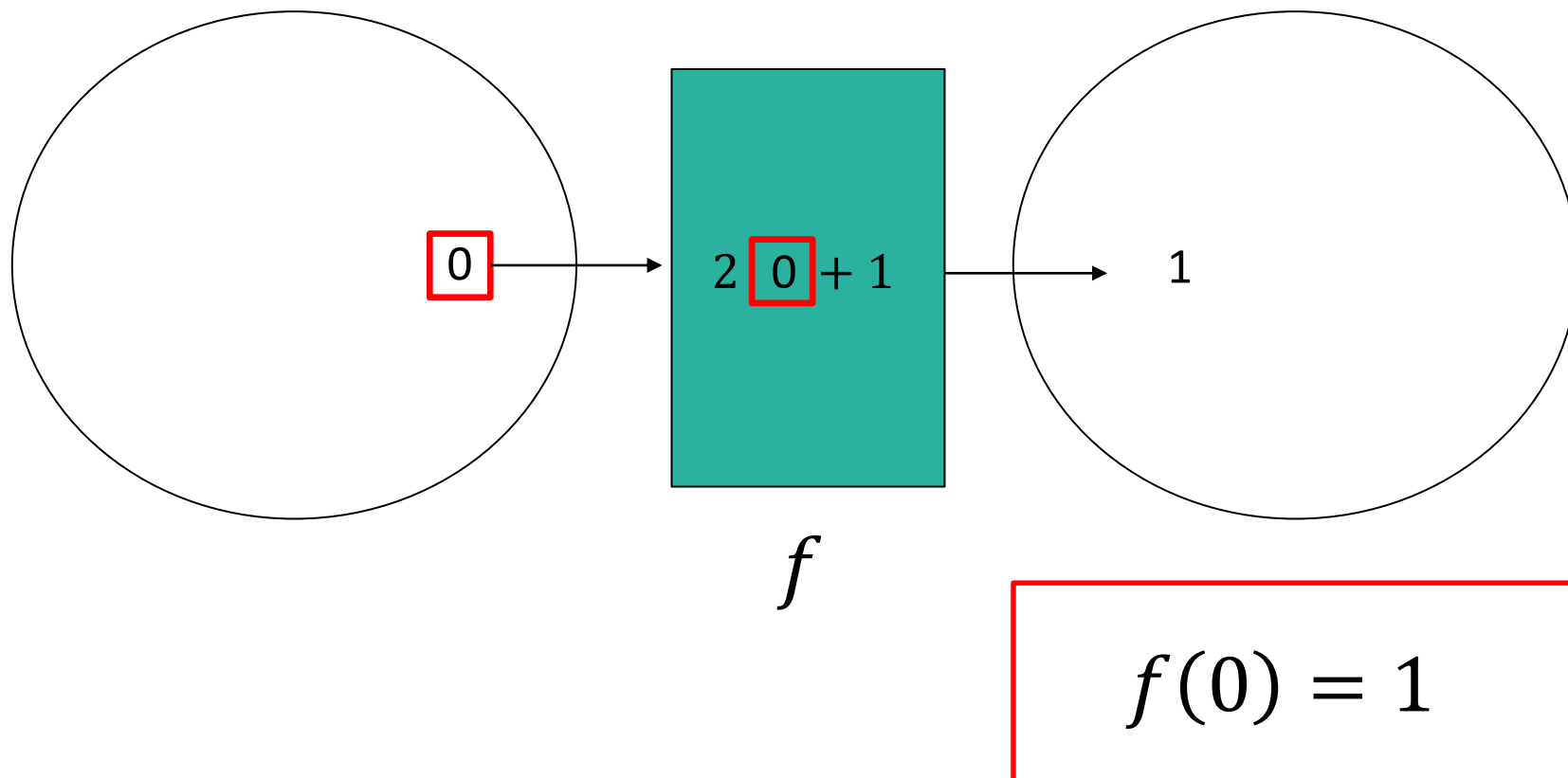
$$f(x) = 2x + 1$$

与えられた入力を2倍して1を加え出力する関数

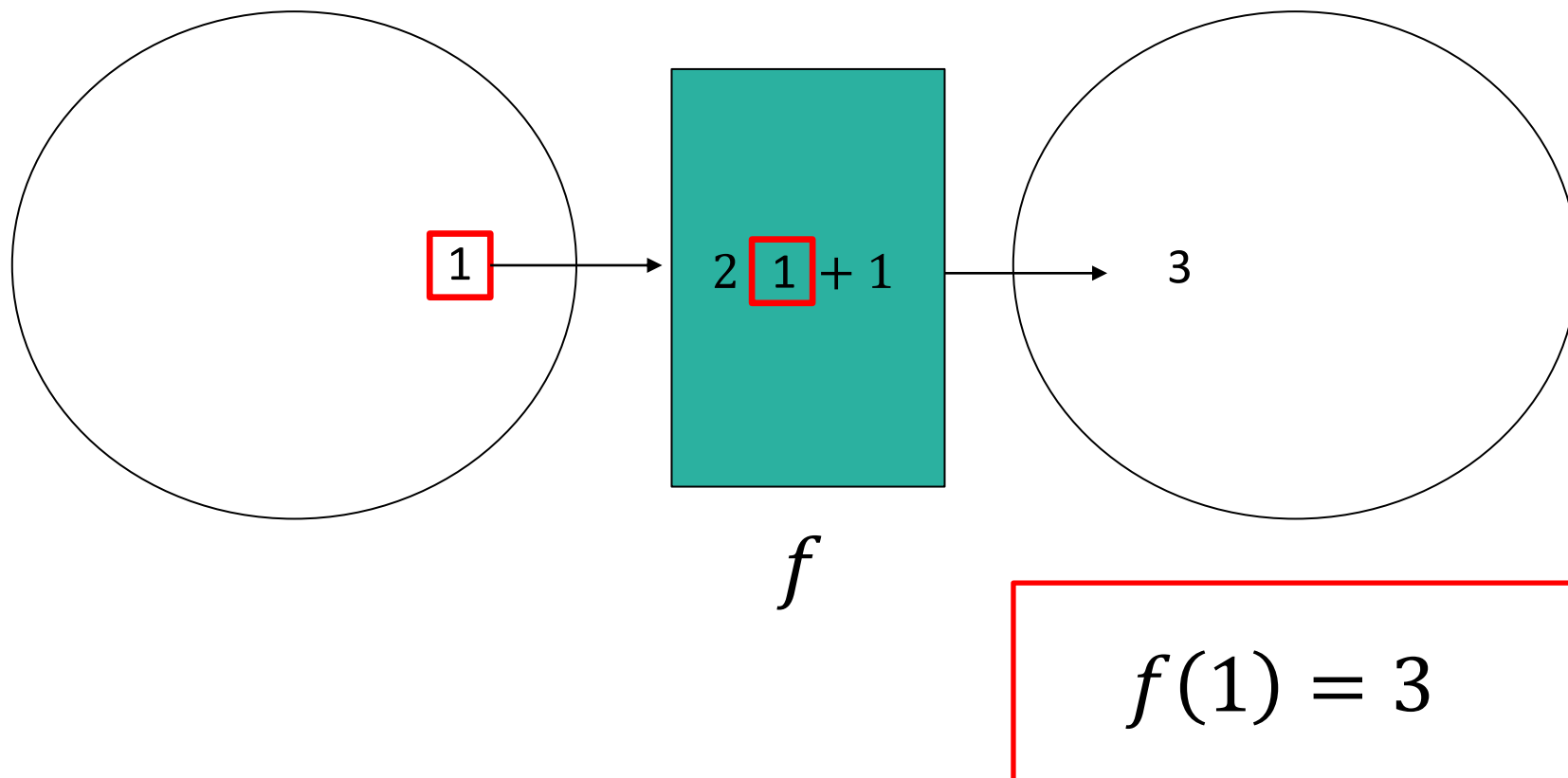
関数の記述形式



関数の記述形式



関数の記述形式



問題

$$f(x) = x^2 + 3x + 1$$

このとき、次の値を求めてください

$$f(2)$$

$$f(-1)$$

問題

$$f(x) = x^2 + 3x + 1$$

このとき、次の値を求めてください

$$f(2) = 2^2 + 3 \times 2 + 1 = 11$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 3 \times -1 + 1 = -1$$

問題

$$f(x) = x^2$$

このとき、次の値を求めてください

$$f(2 + h) =$$

問題

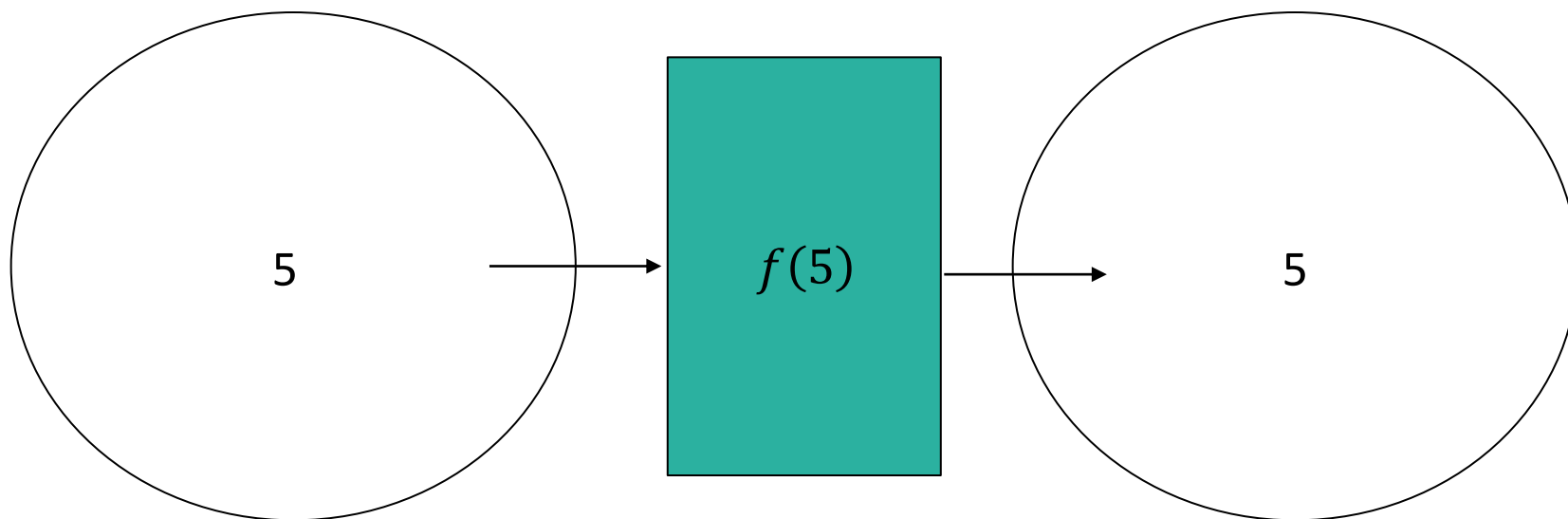
$$f(x) = x^2$$

このとき、次の値を求めてください

$$\begin{aligned} f(2 + h) &= (2 + h)^2 \\ &= 4 + 4h + h^2 \end{aligned}$$

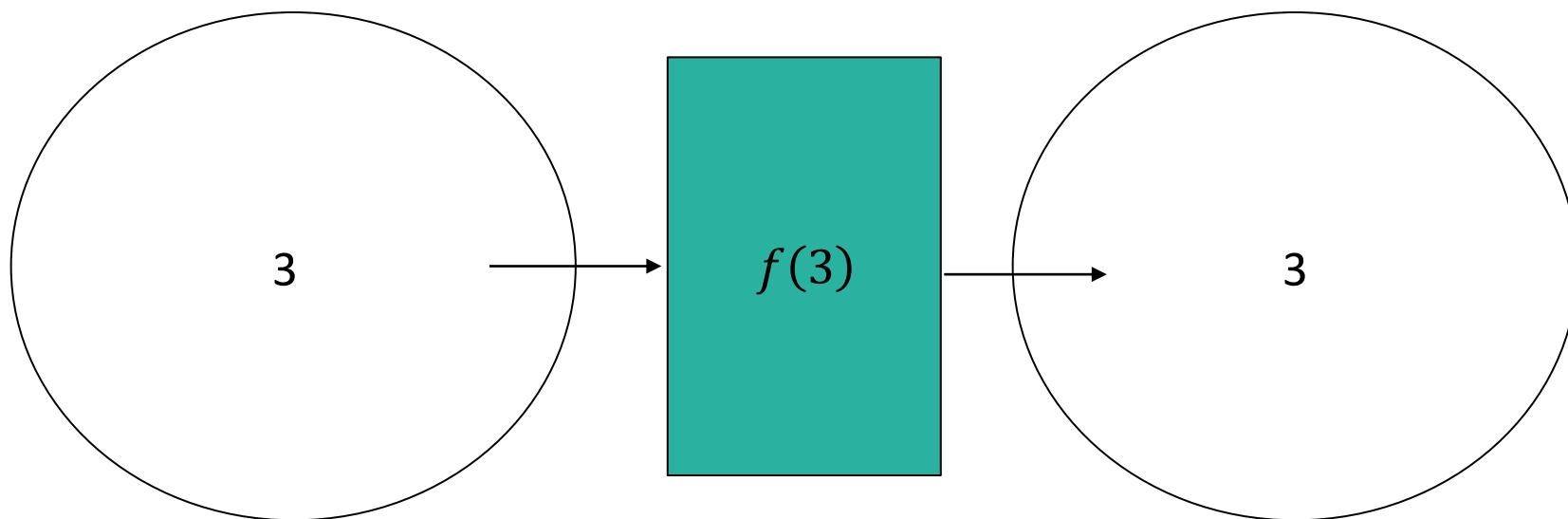
いろいろな関数とそのグラフ

与えられた入力をそのまま出力として吐き出す関数



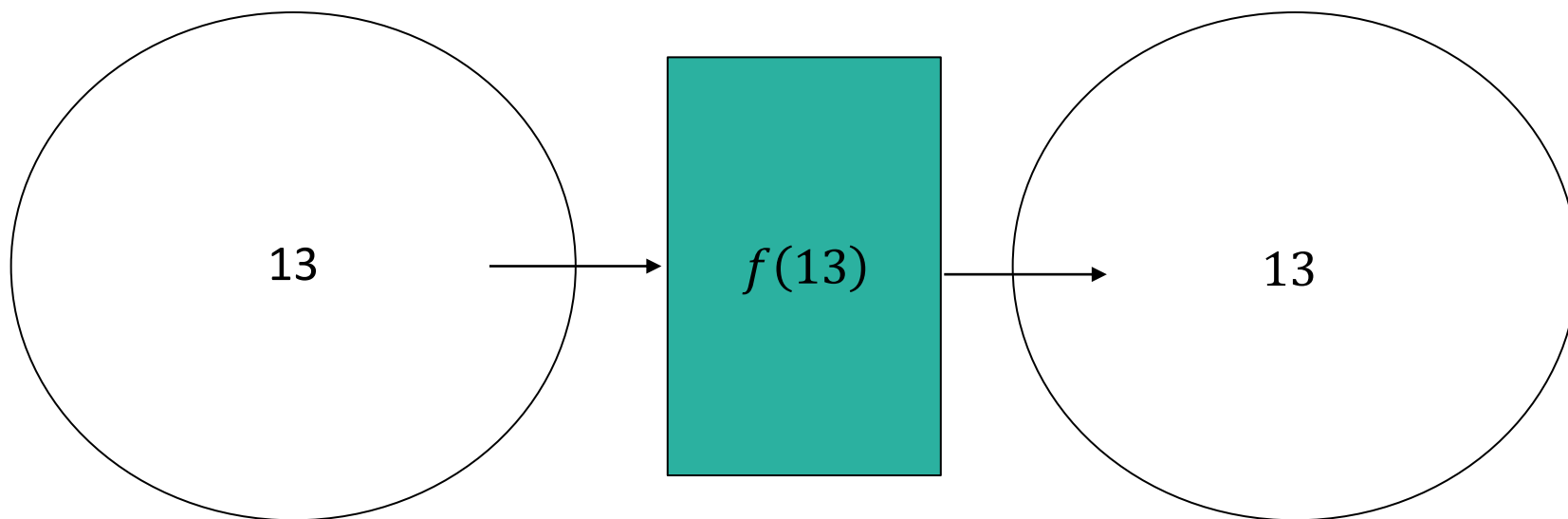
いろいろな関数とそのグラフ

与えられた入力をそのまま出力として吐き出す関数



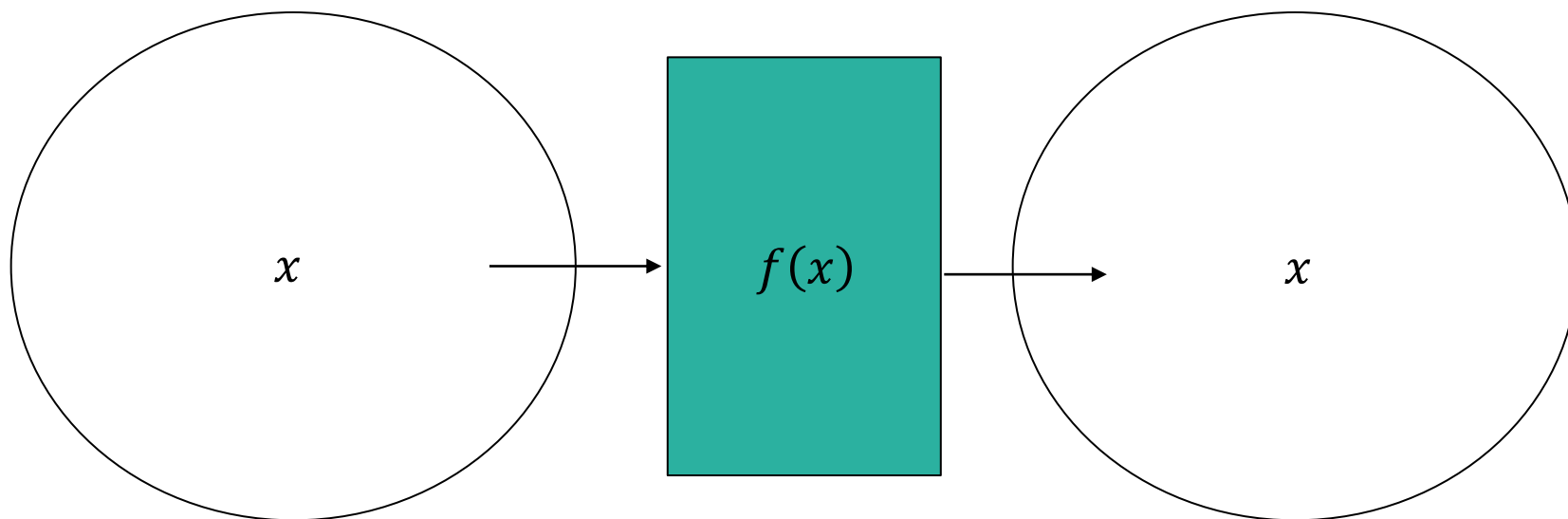
いろいろな関数とそのグラフ

与えられた入力をそのまま出力として吐き出す関数



いろいろな関数とそのグラフ

与えられた入力をそのまま出力として吐き出す関数



$$f(x) = x$$

いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

いろいろな関数とそのグラフ

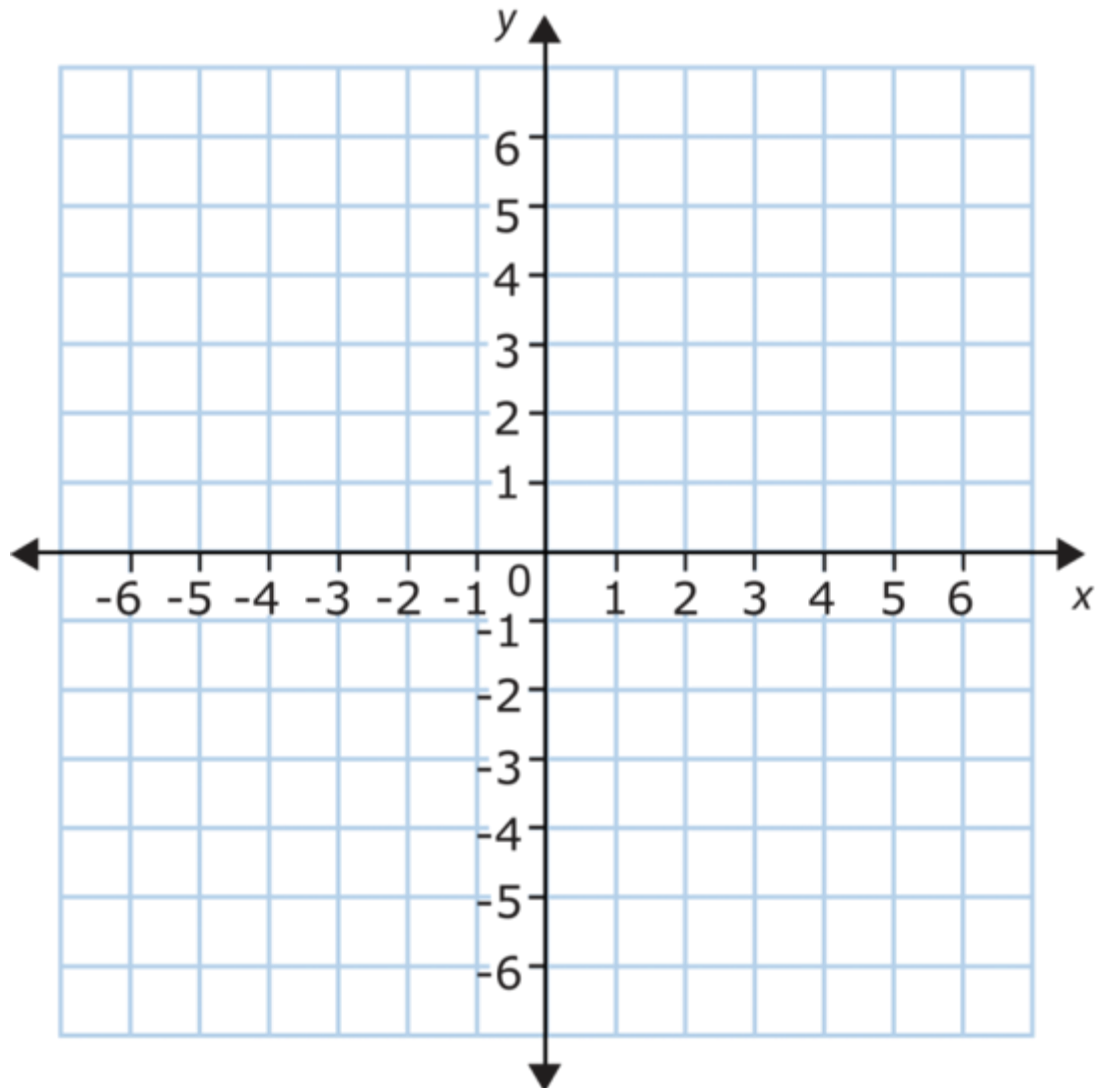
$f(x) = x$ のグラフ

x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮

いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

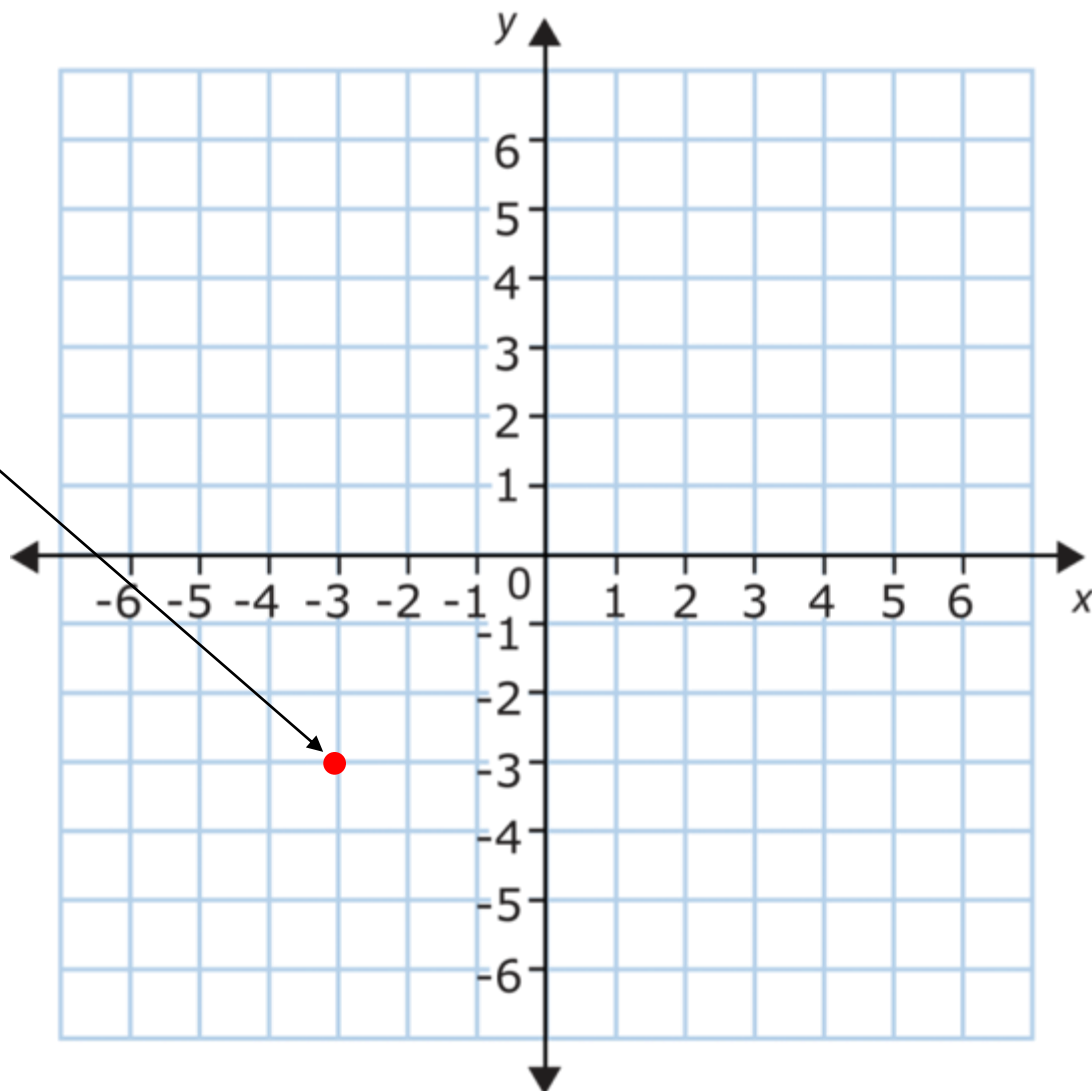
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

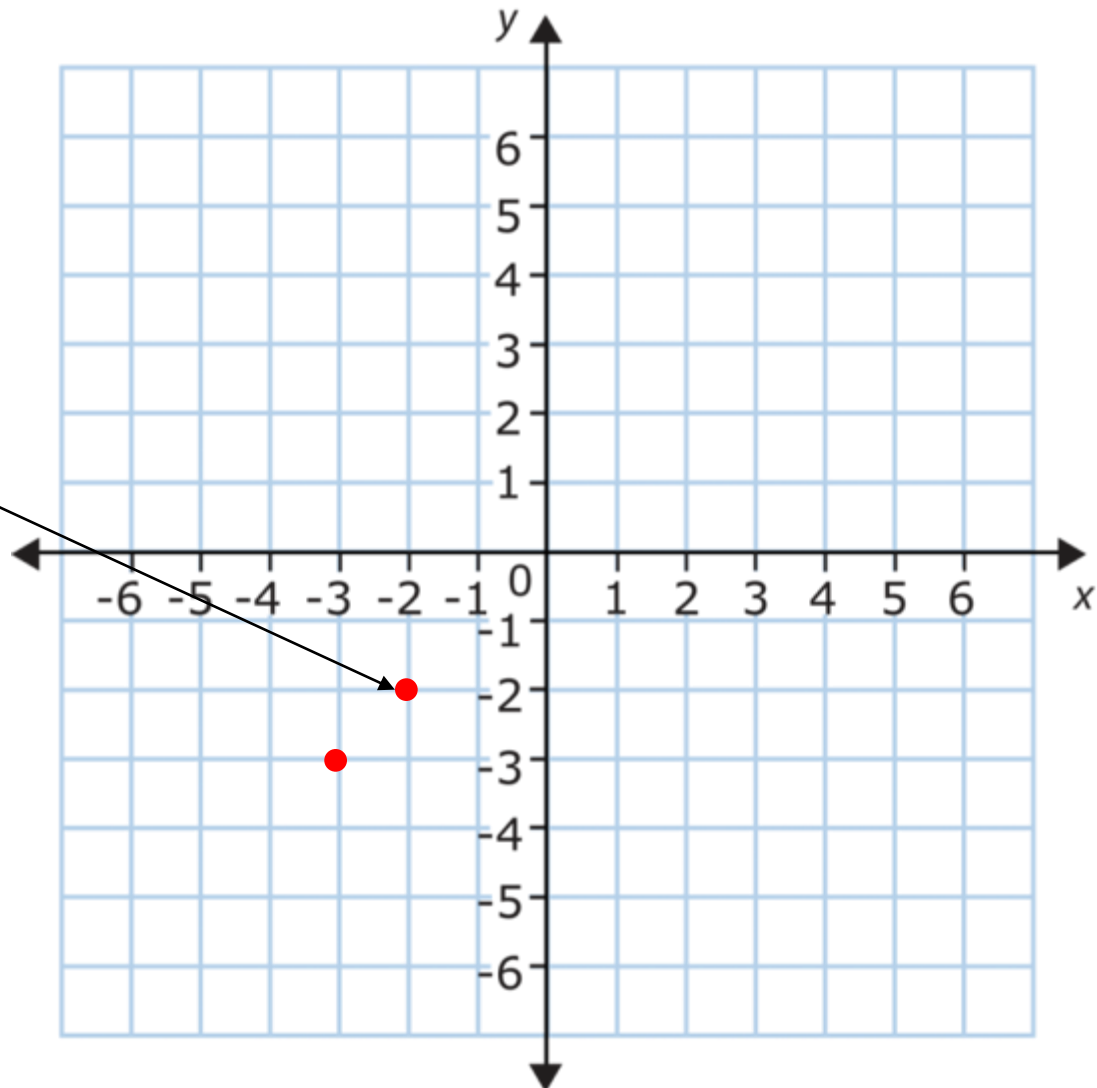
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

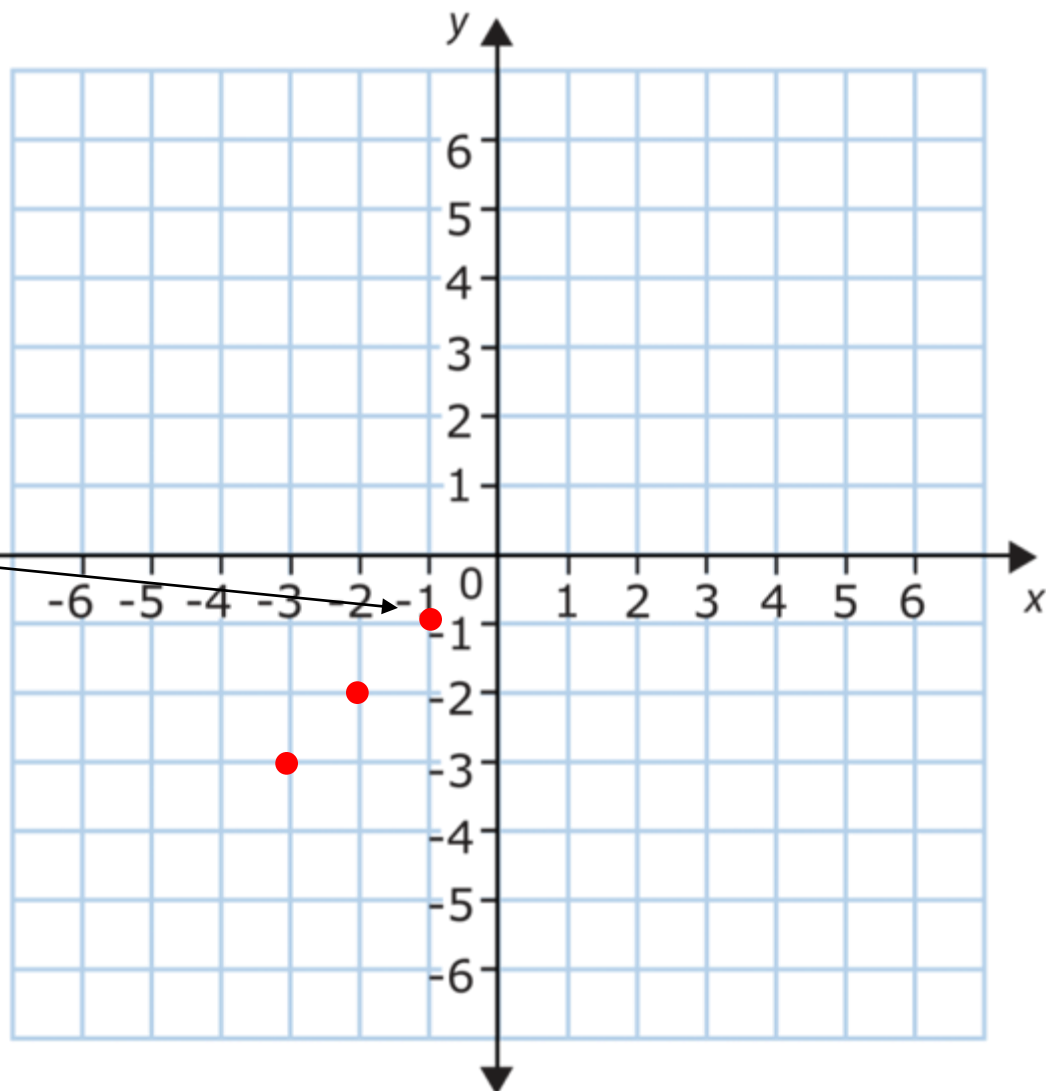
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

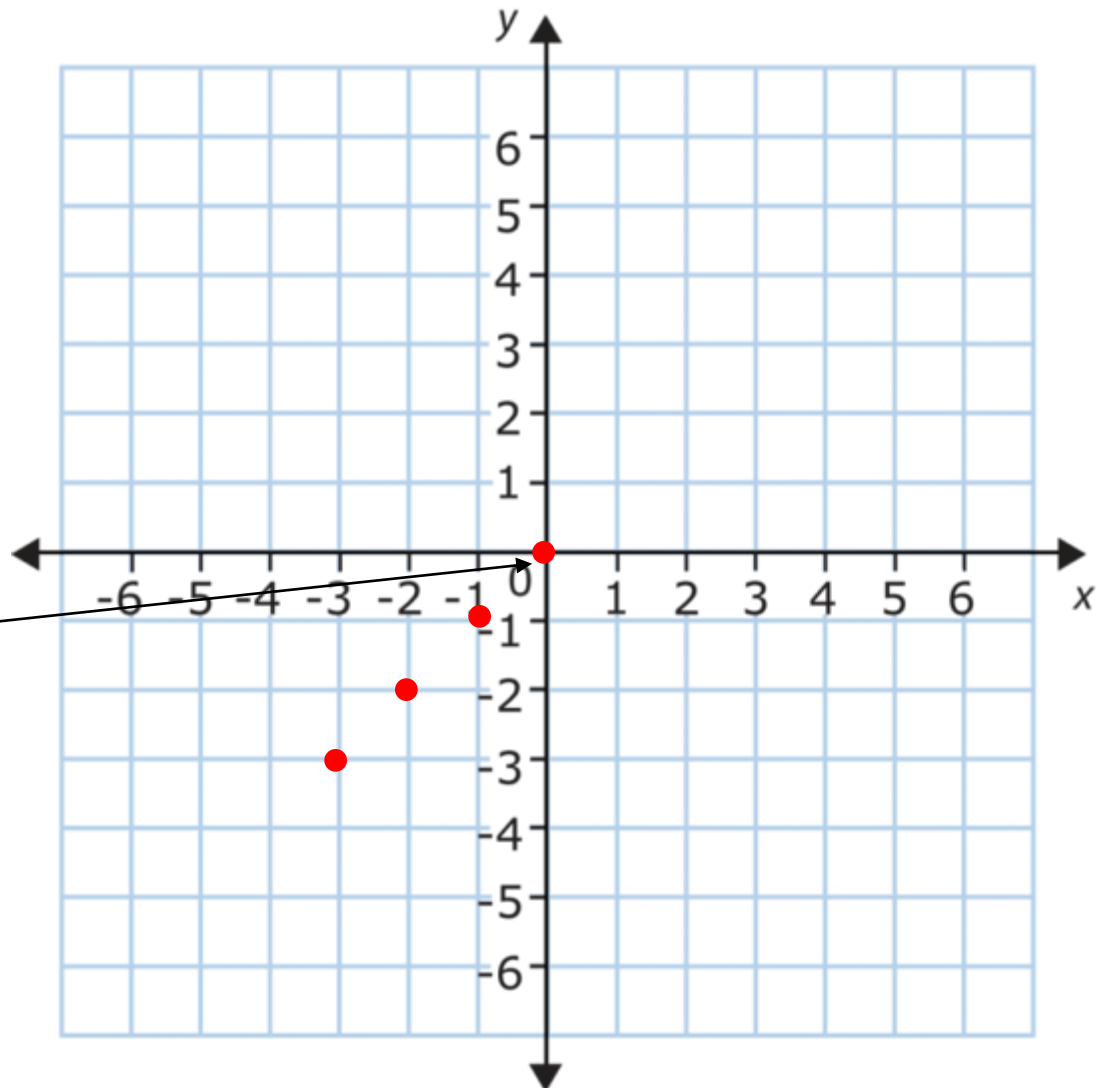
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

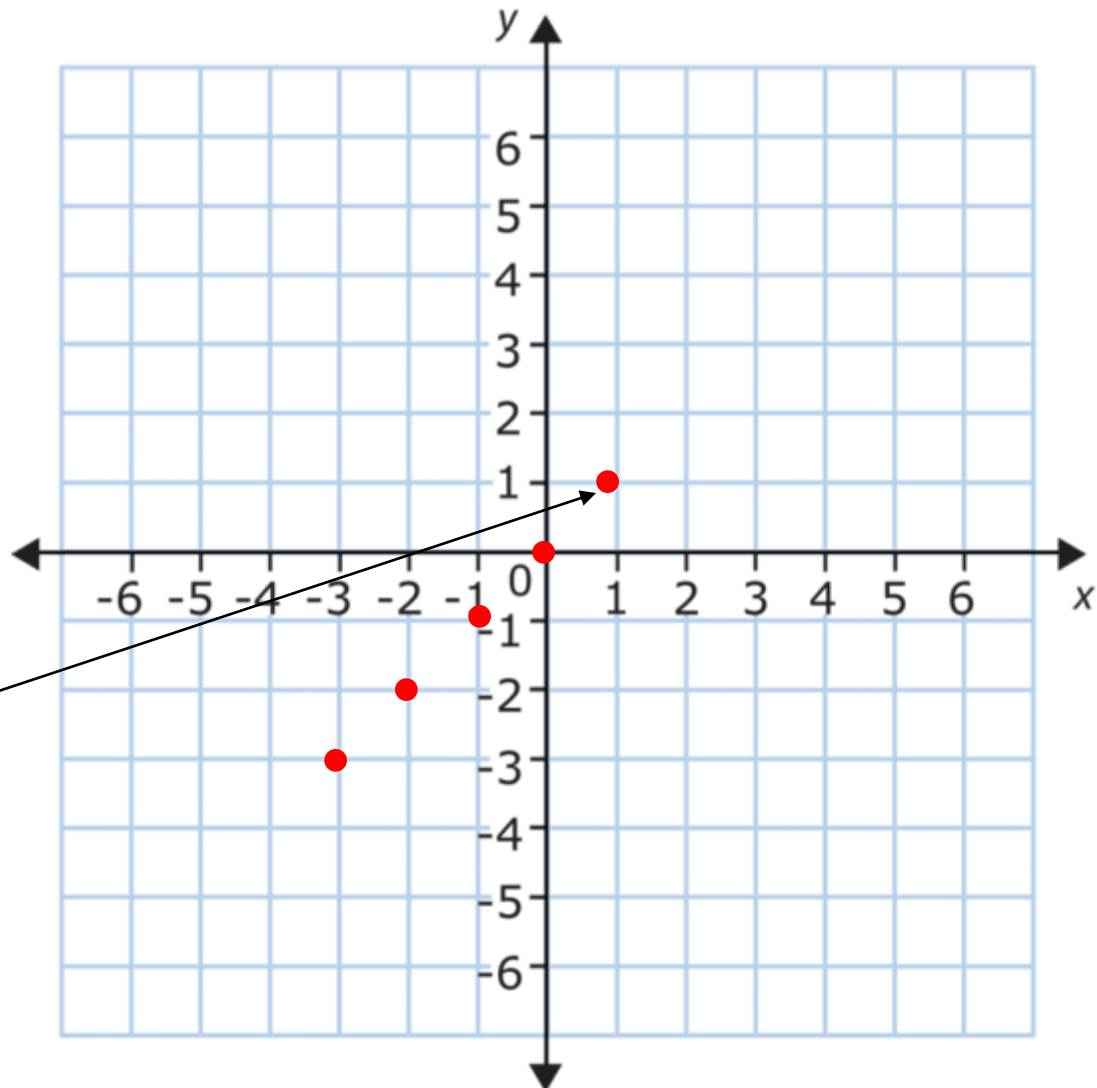
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

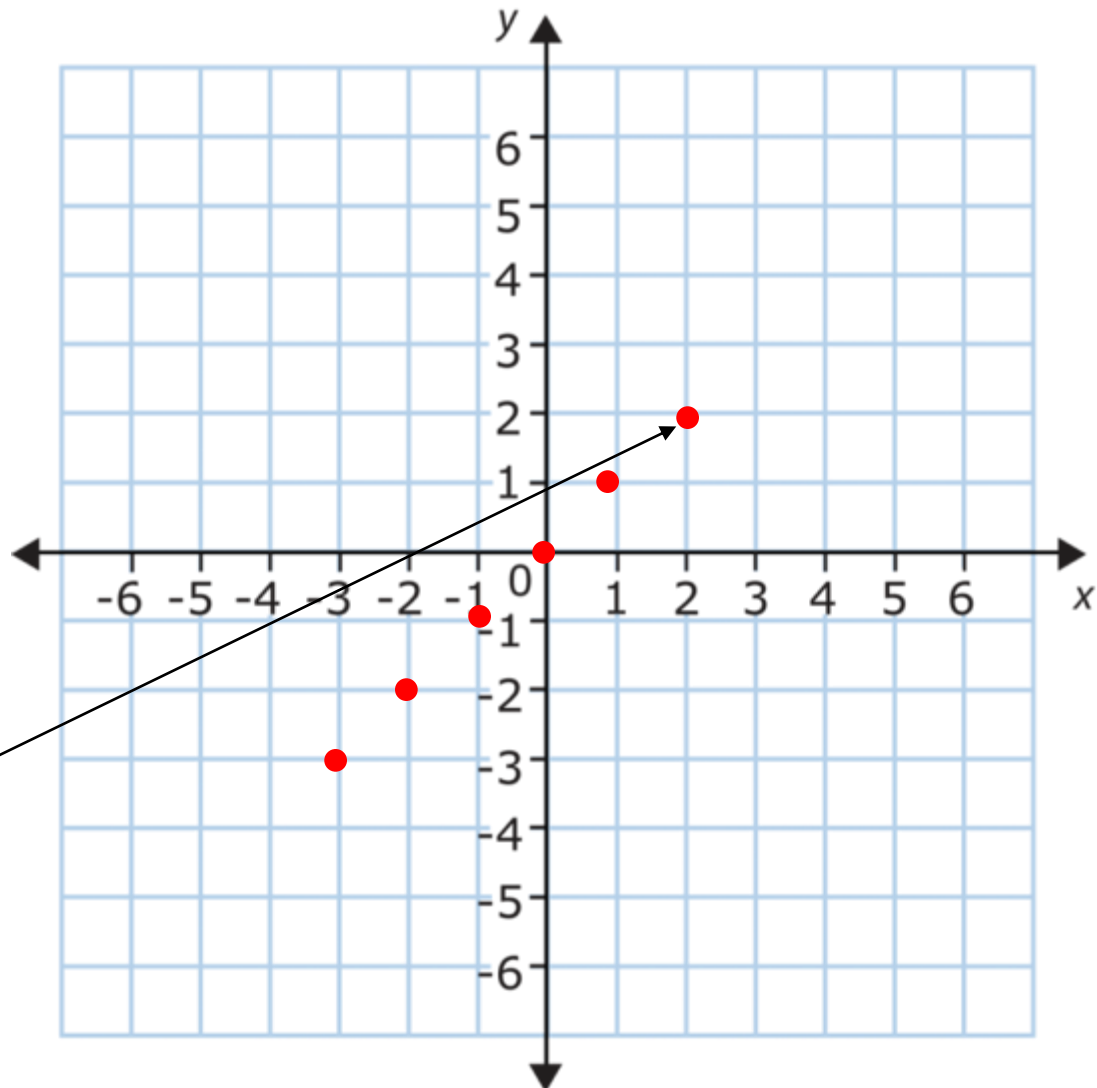
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

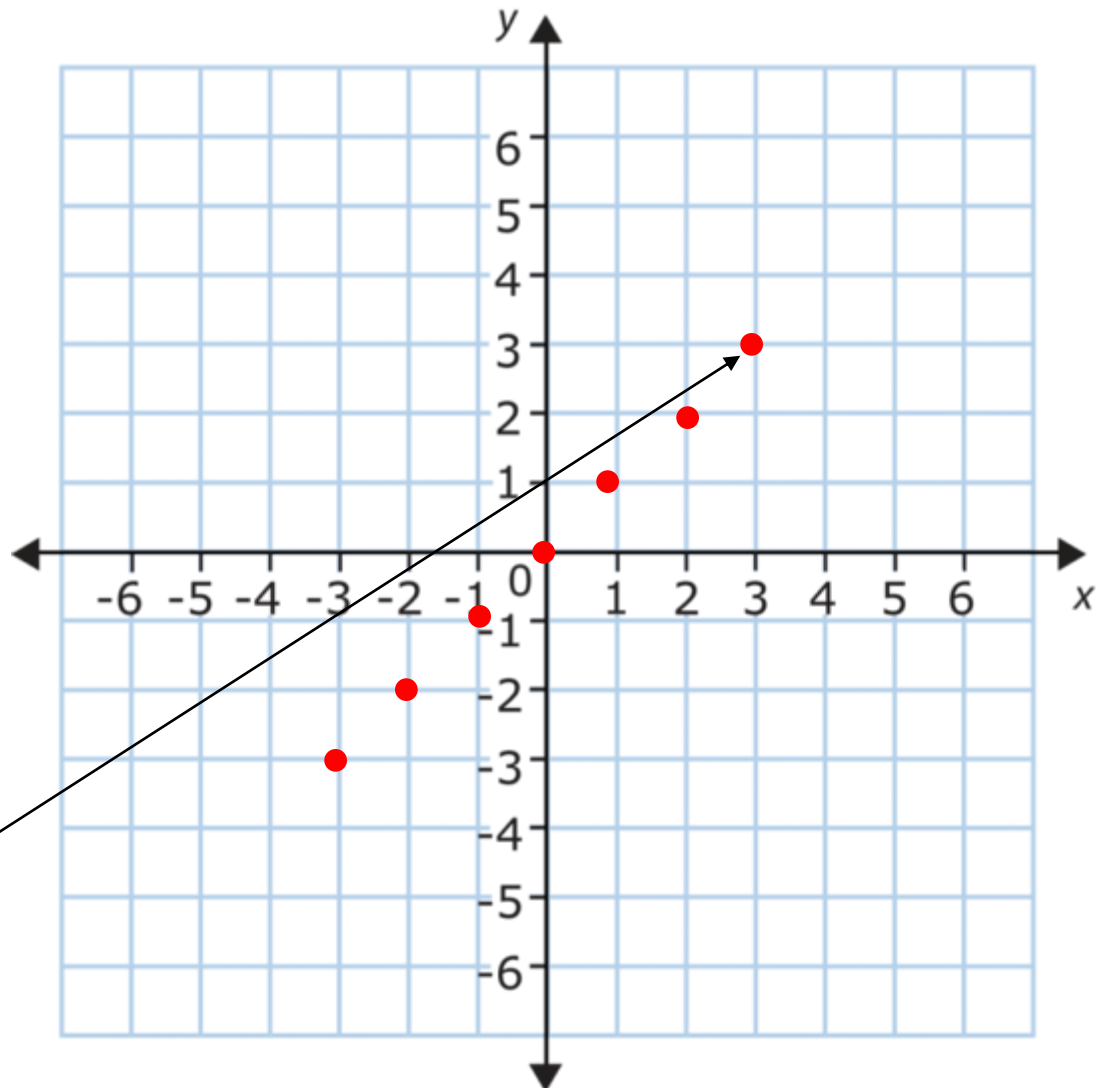
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x$ のグラフ

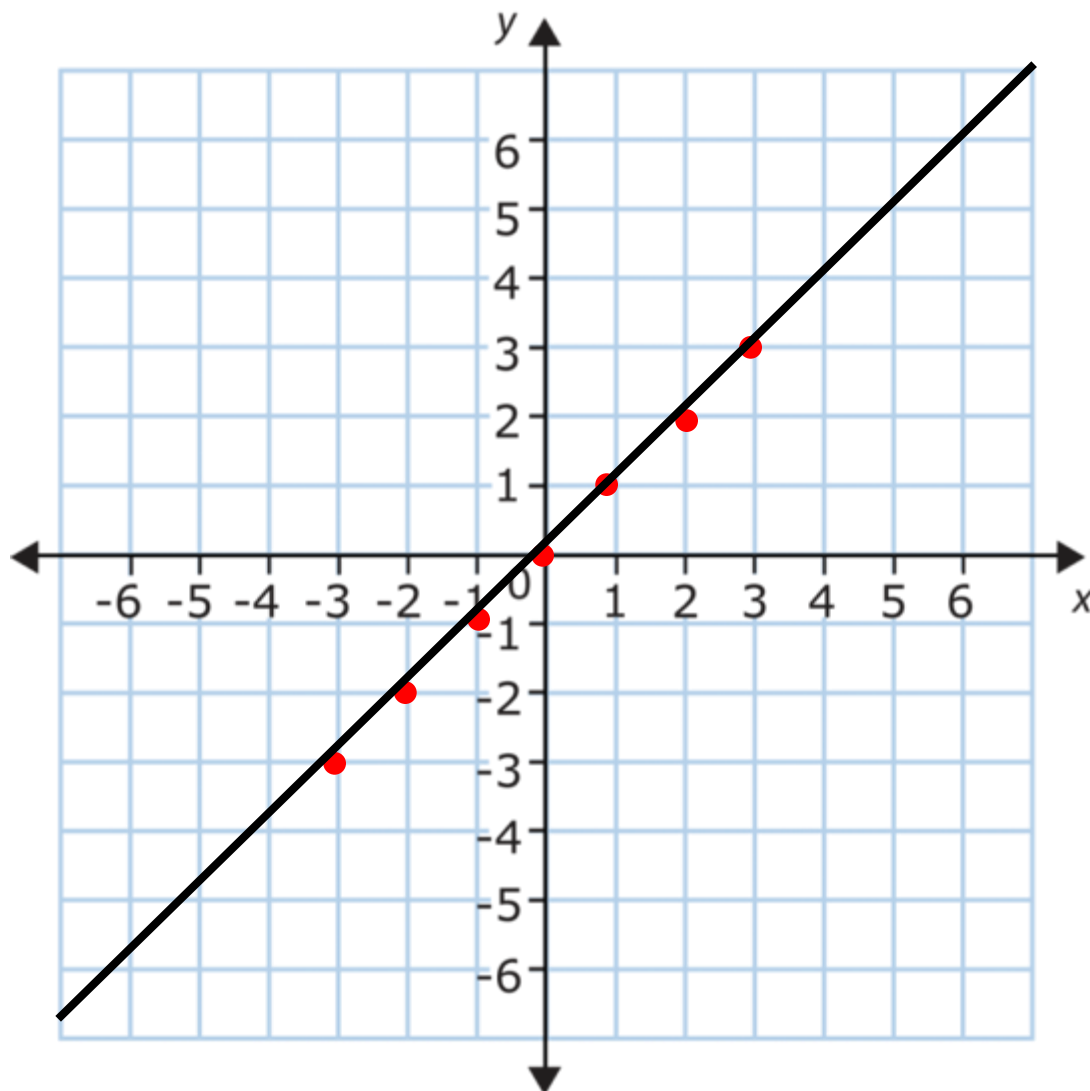
x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

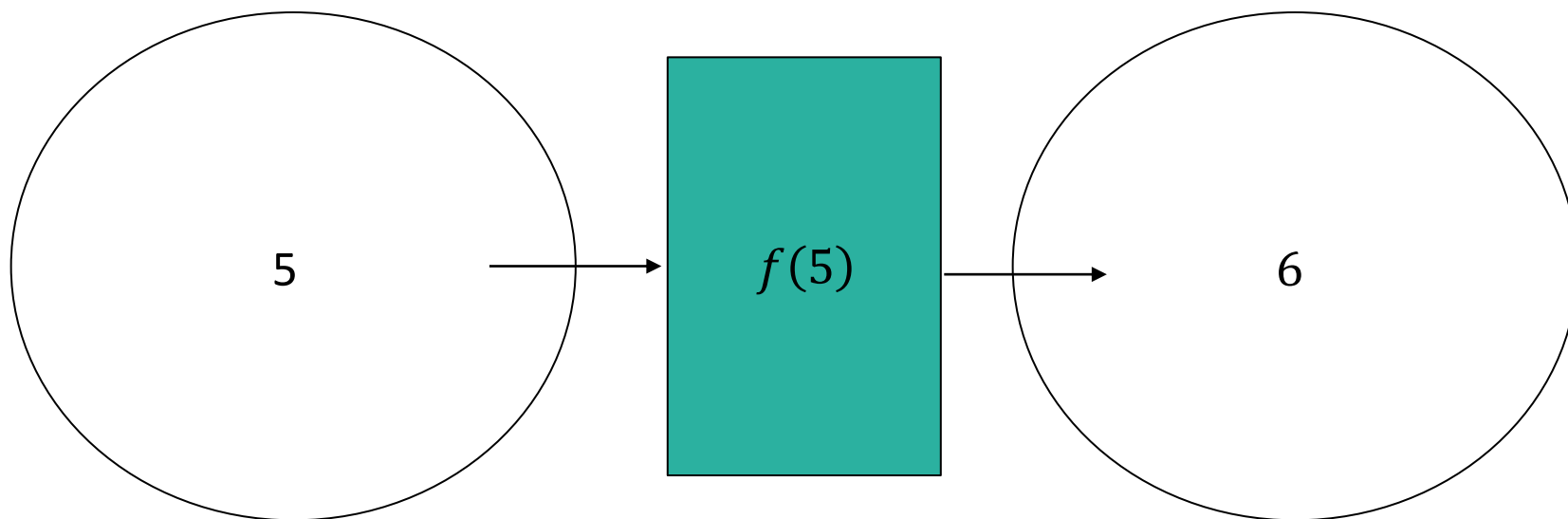
$f(x) = x$ のグラフ

x	y
⋮	⋮
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮



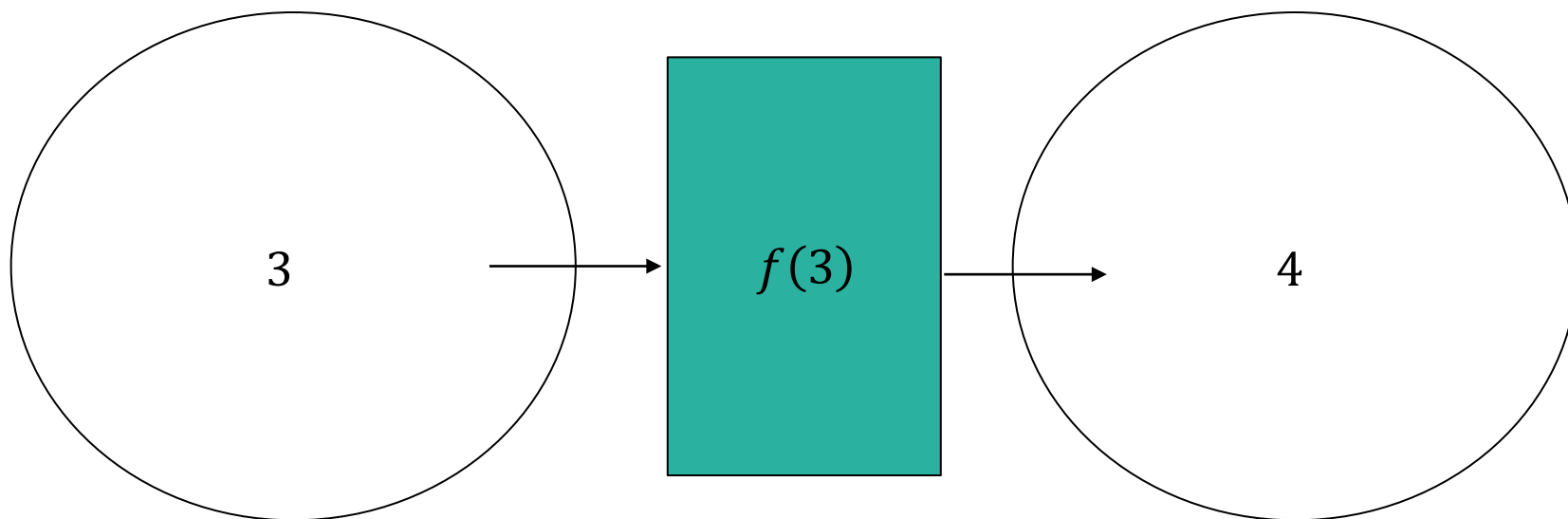
いろいろな関数

入力に対して1を加えて出力する関数



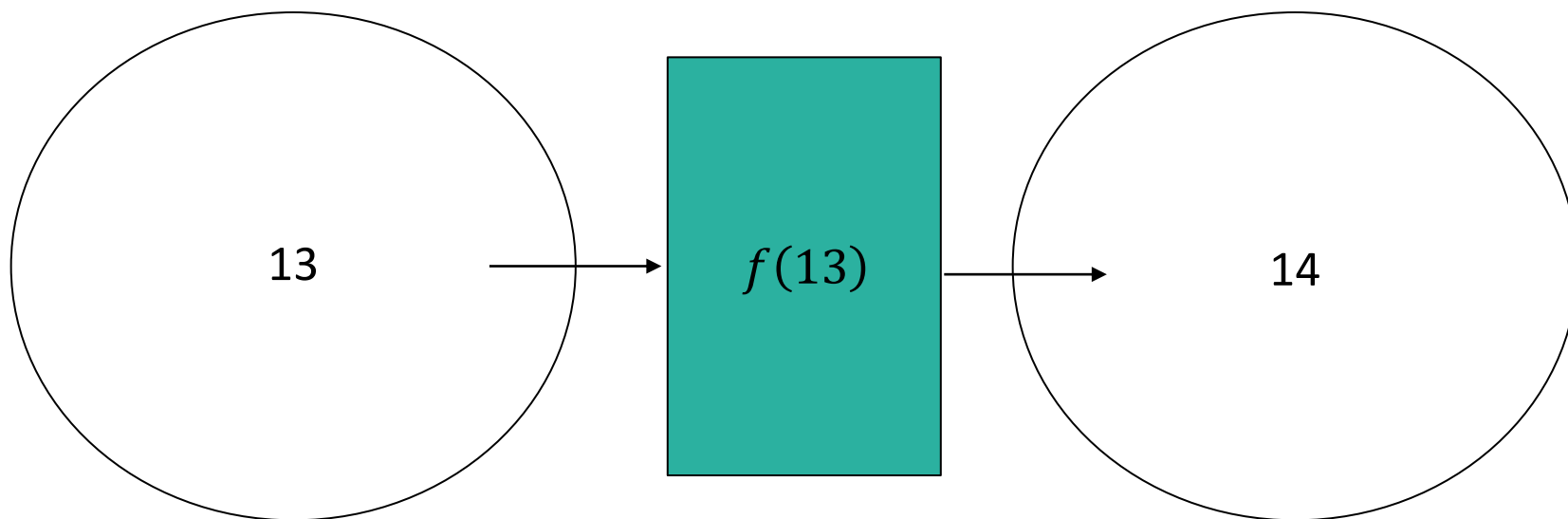
いろいろな関数

入力に対して1を加えて出力する関数



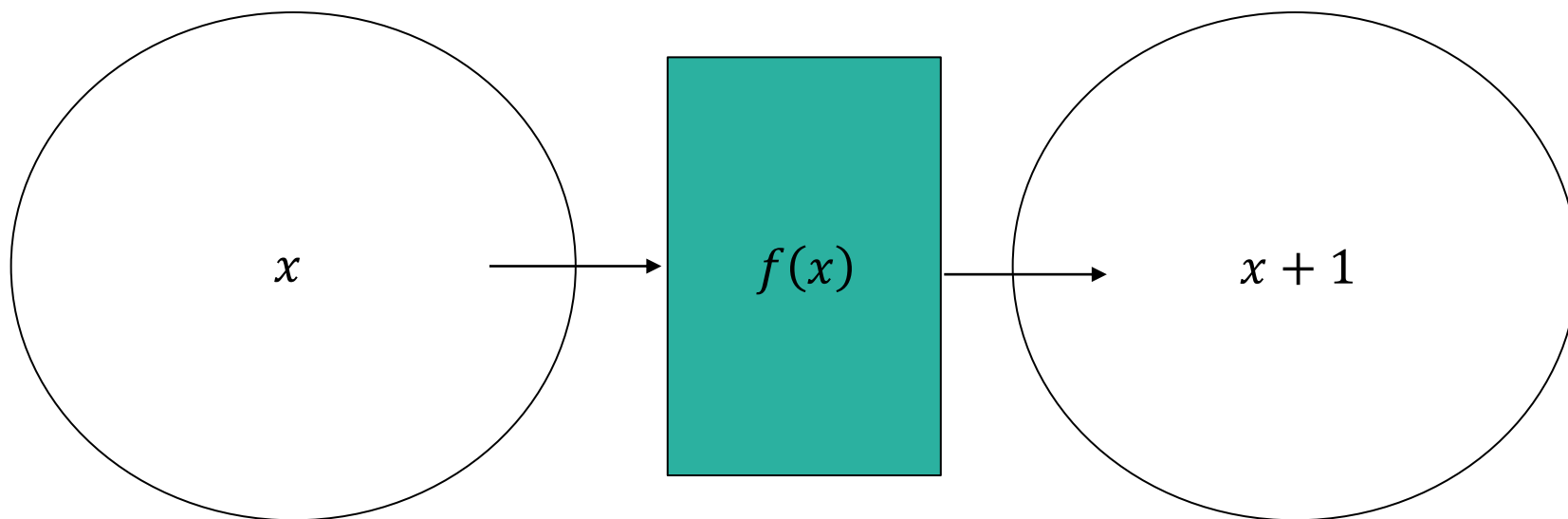
いろいろな関数

入力に対して1を加えて出力する関数



いろいろな関数

入力に対して1を加えて出力する関数

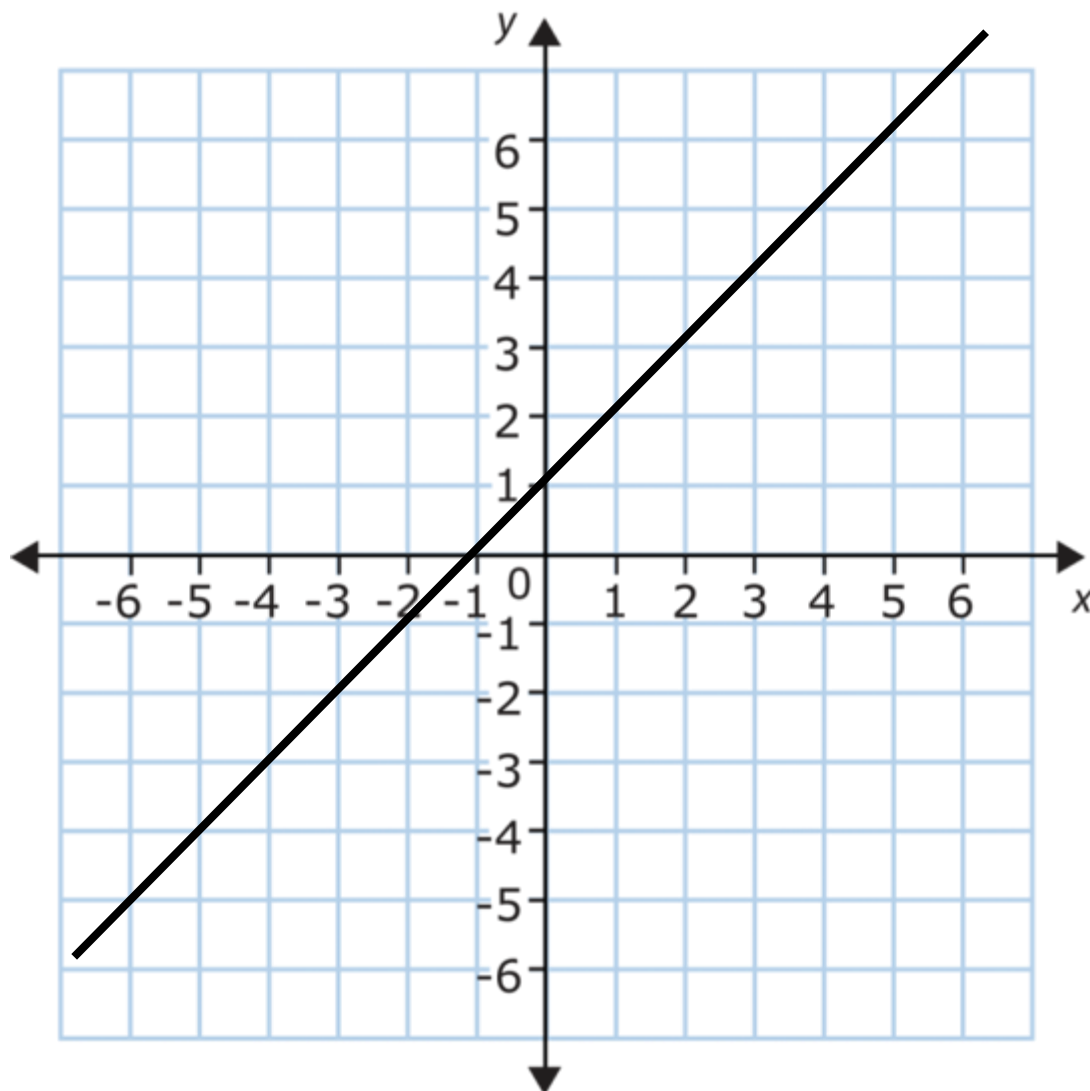


$$f(x) = x + 1$$

いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = x + 1$ のグラフ

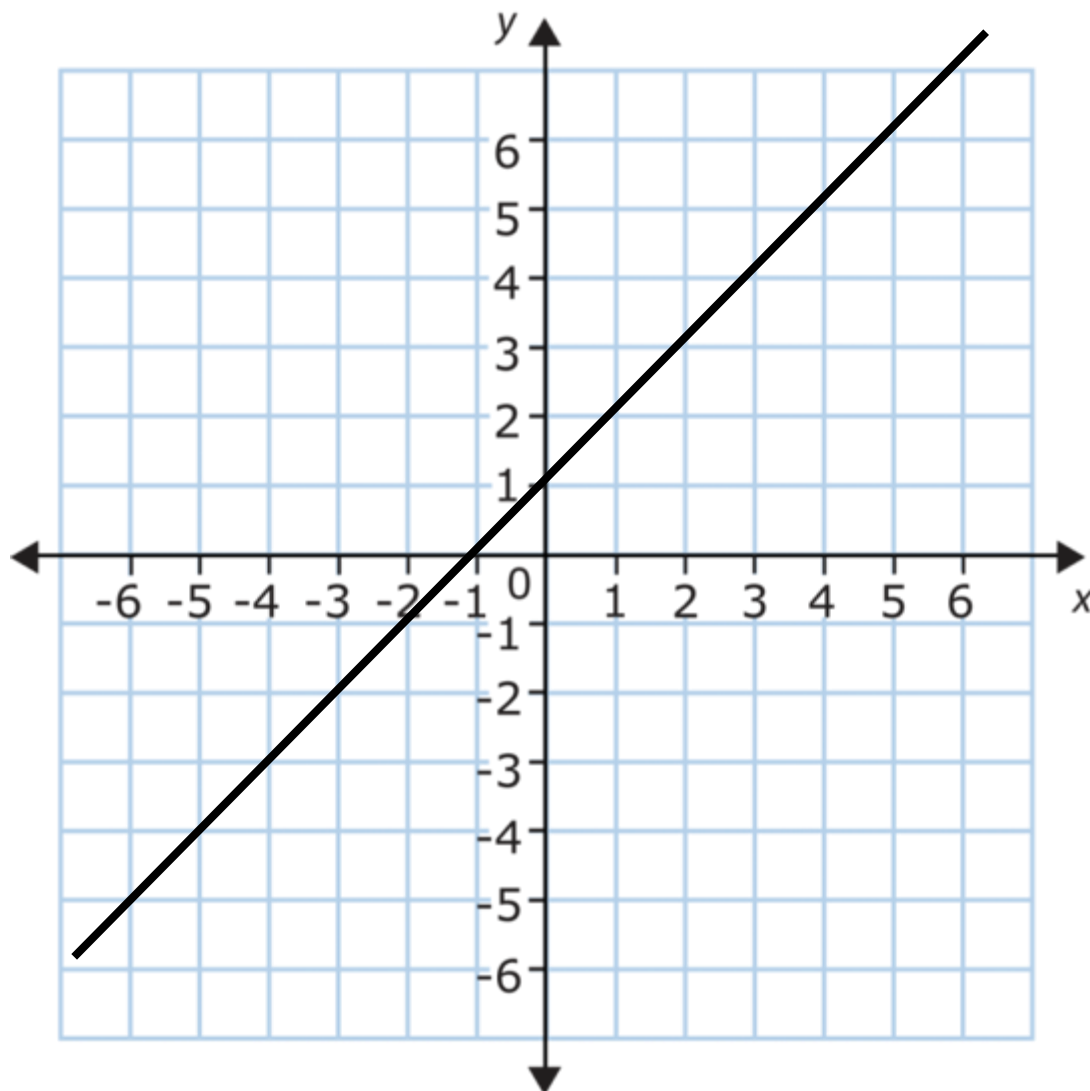
x	y
⋮	⋮
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

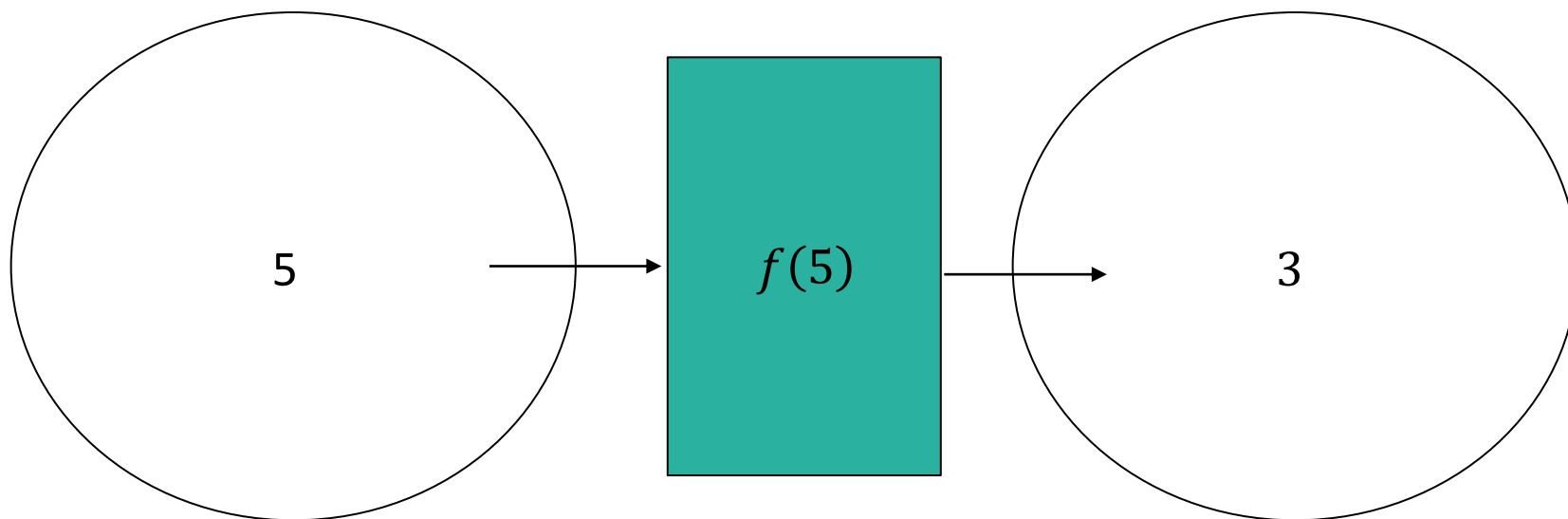
$f(x) = x + 1$ のグラフ

x	y
⋮	⋮
-3	-2
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
2	3
3	4
⋮	⋮



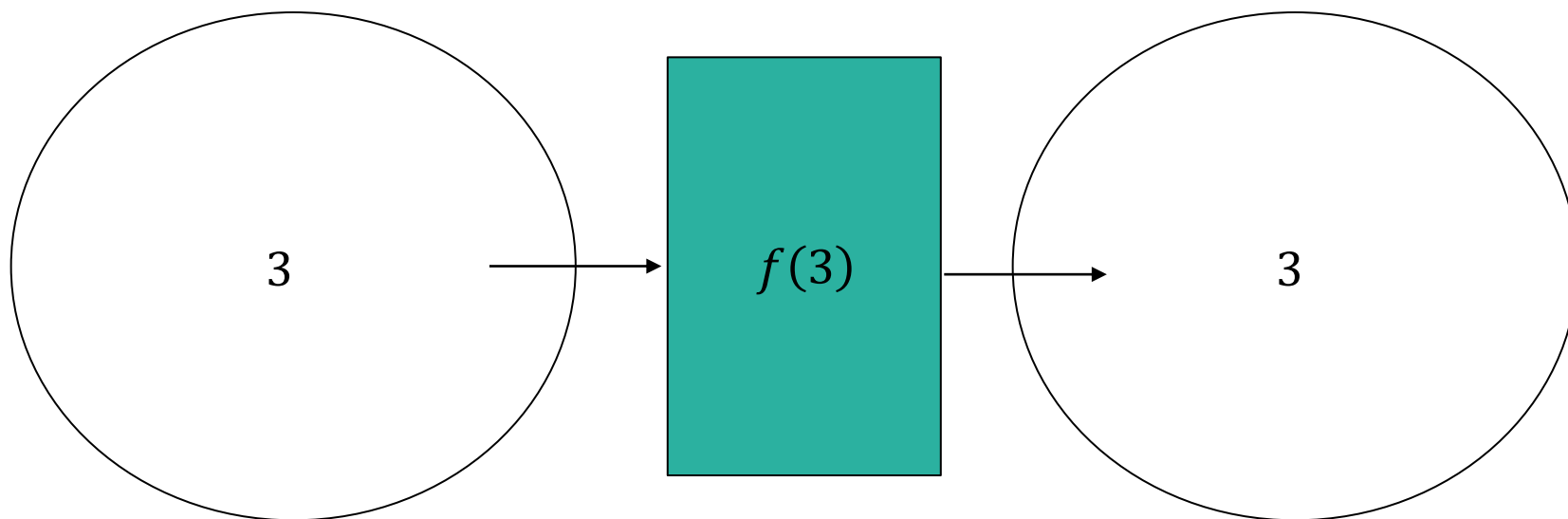
いろいろな関数

どんな入力に対しても出力として 3 を吐き出す関数



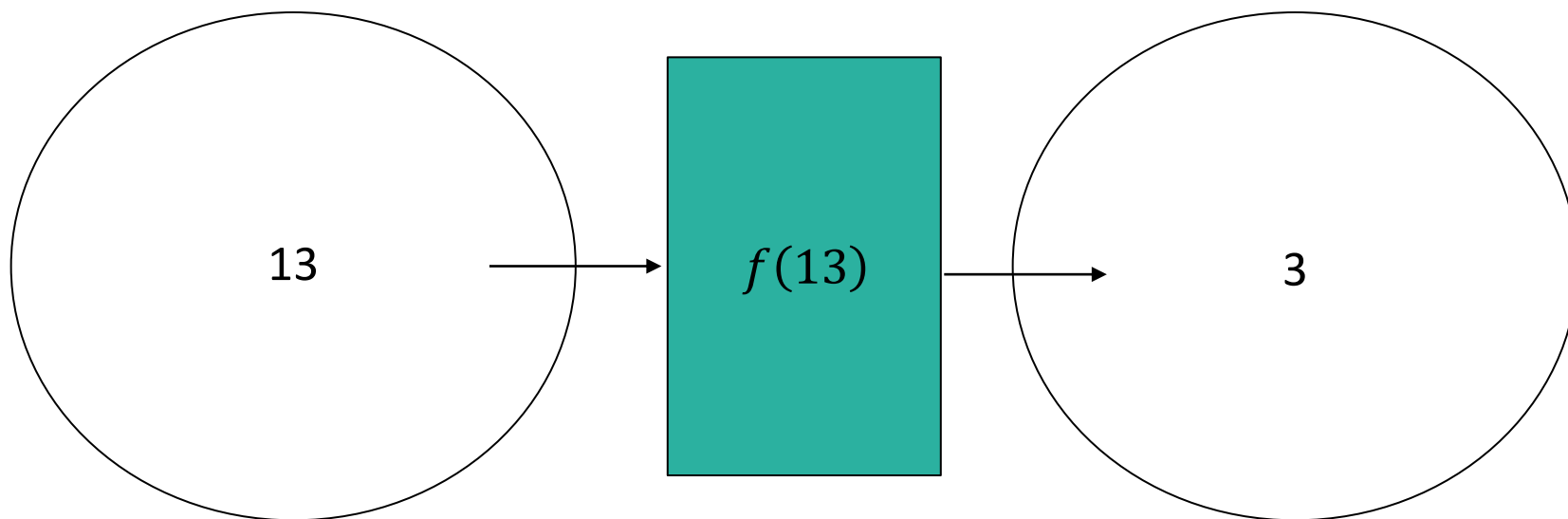
いろいろな関数

どんな入力に対しても出力として 3 を吐き出す関数



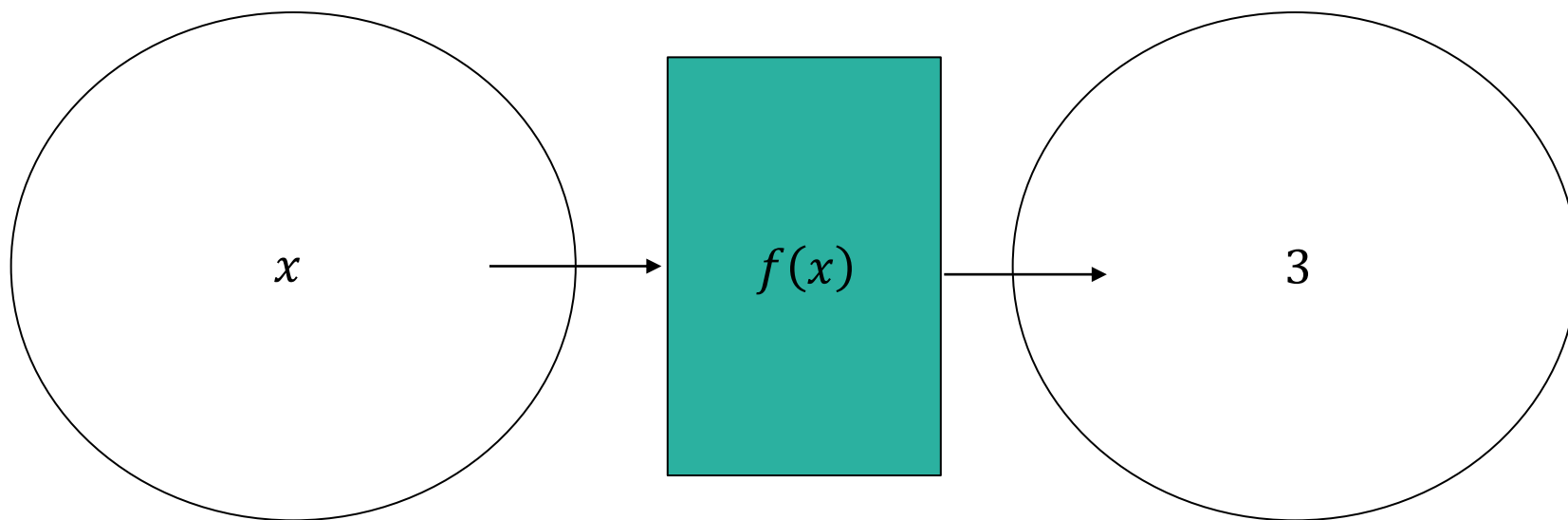
いろいろな関数

どんな入力に対しても出力として 3 を吐き出す関数



いろいろな関数

どんな入力に対しても出力として 3 を吐き出す関数



$$f(x) = 3$$

いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

x	y
⋮	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
⋮	

いろいろな関数とそのグラフ

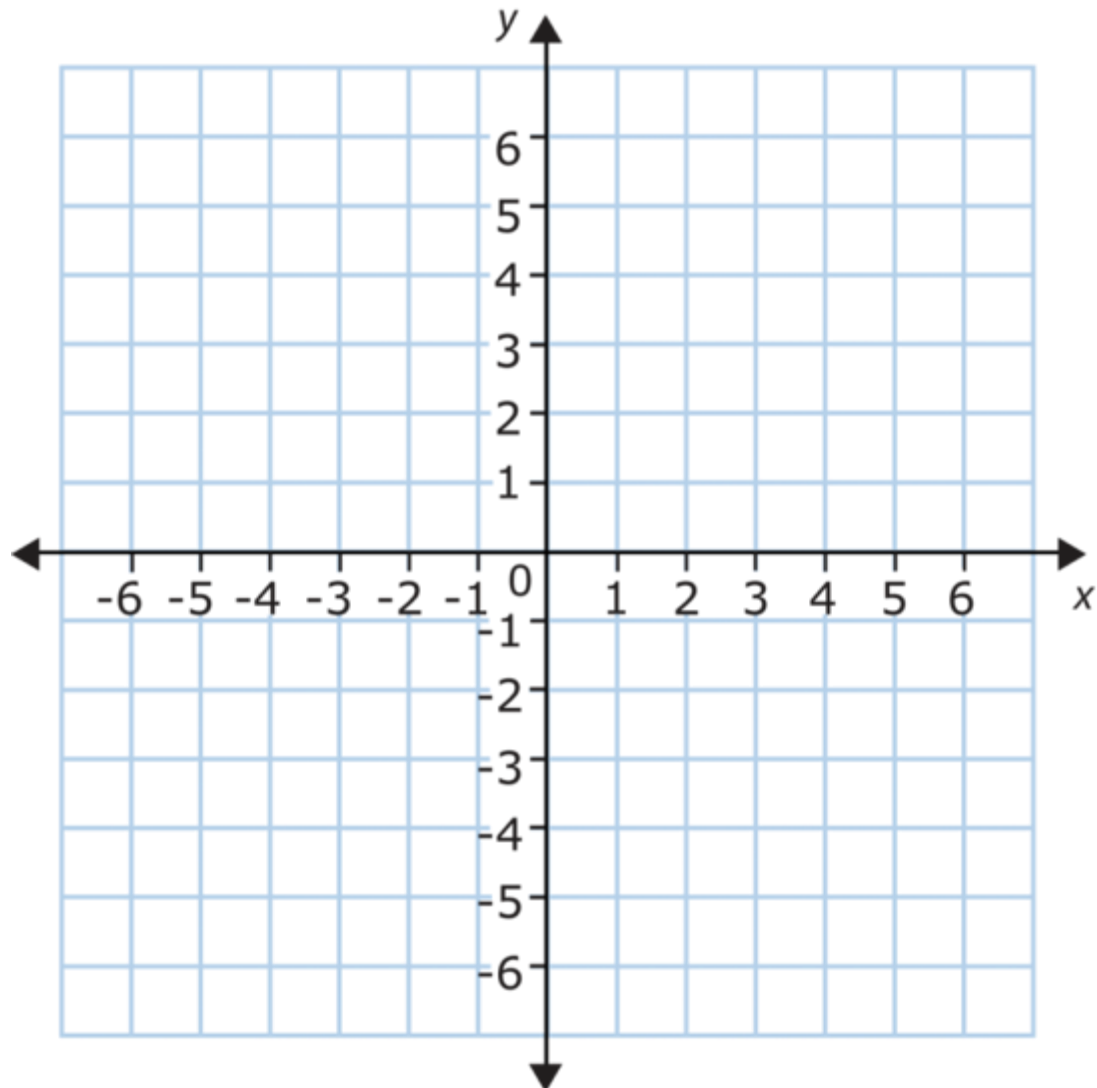
$f(x) = 3$ のグラフ

x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮

いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

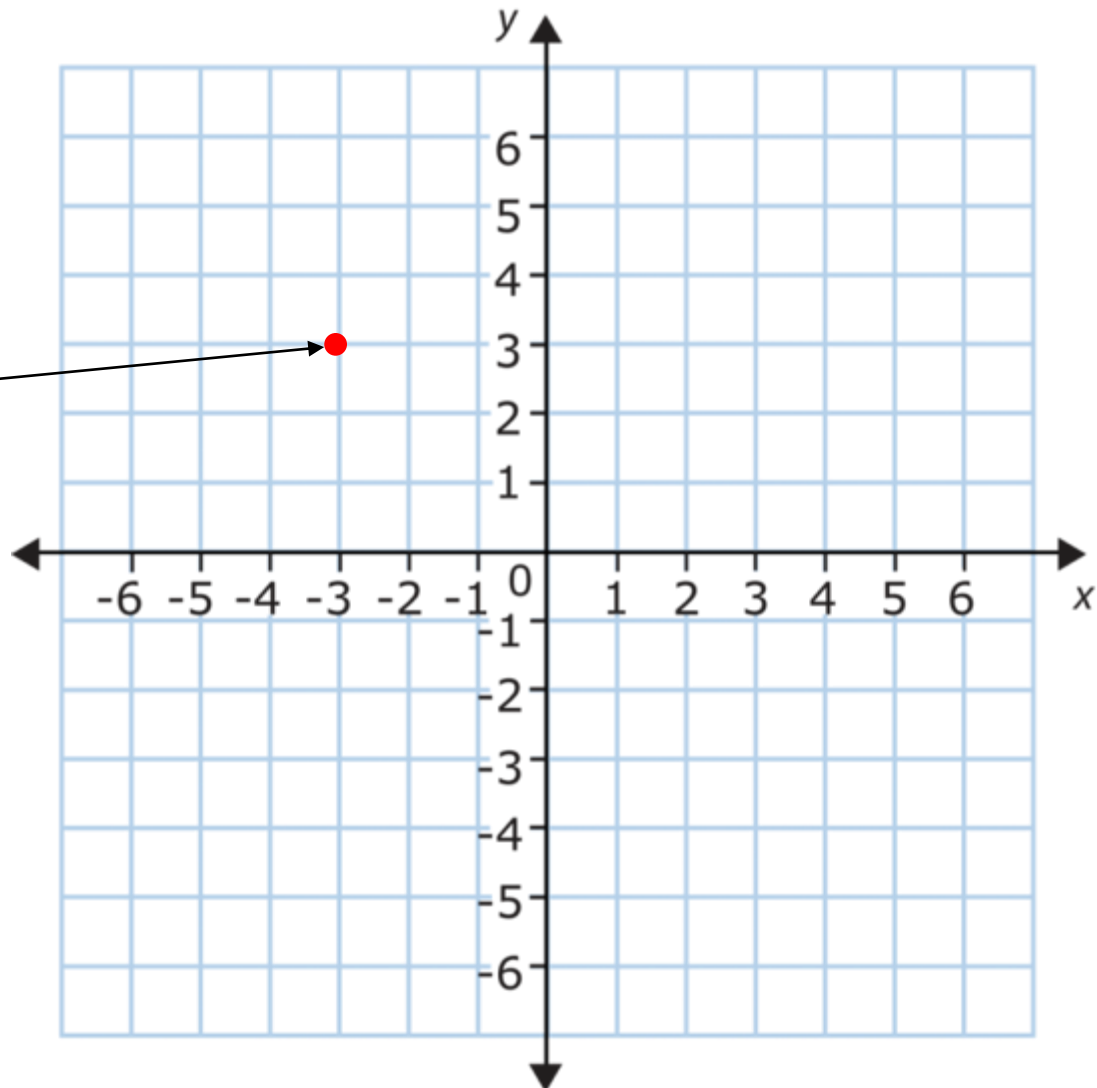
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

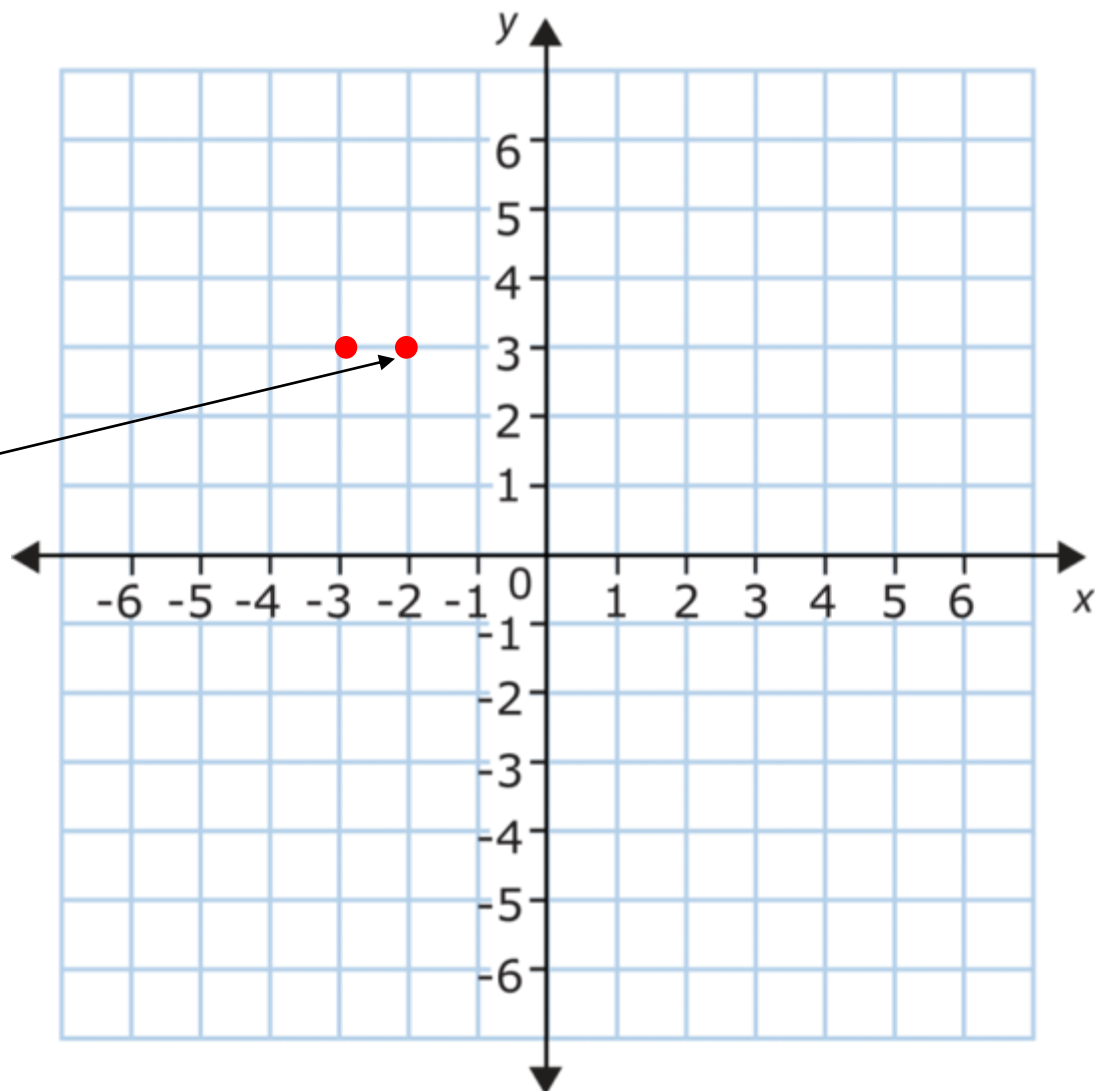
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

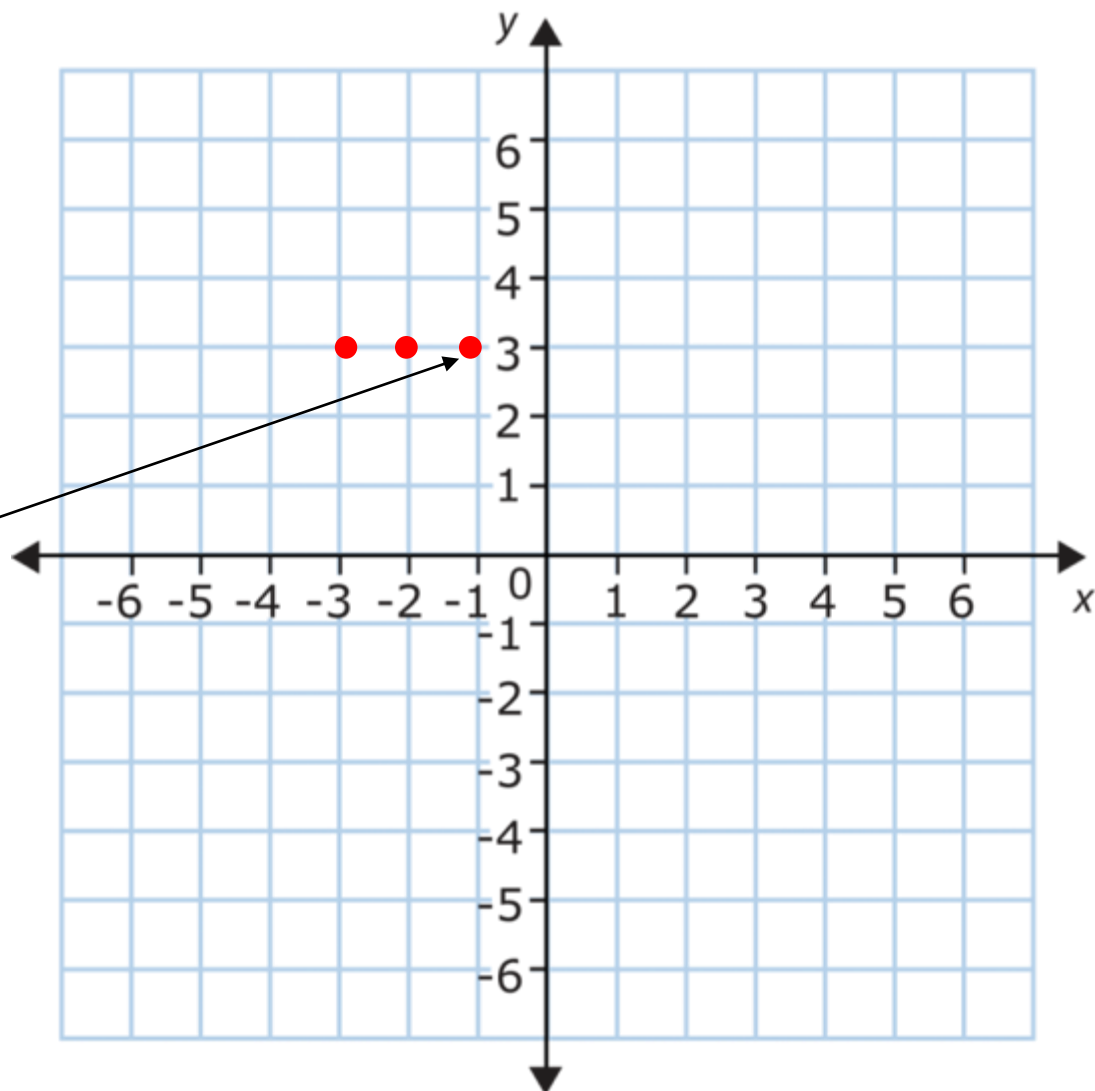
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

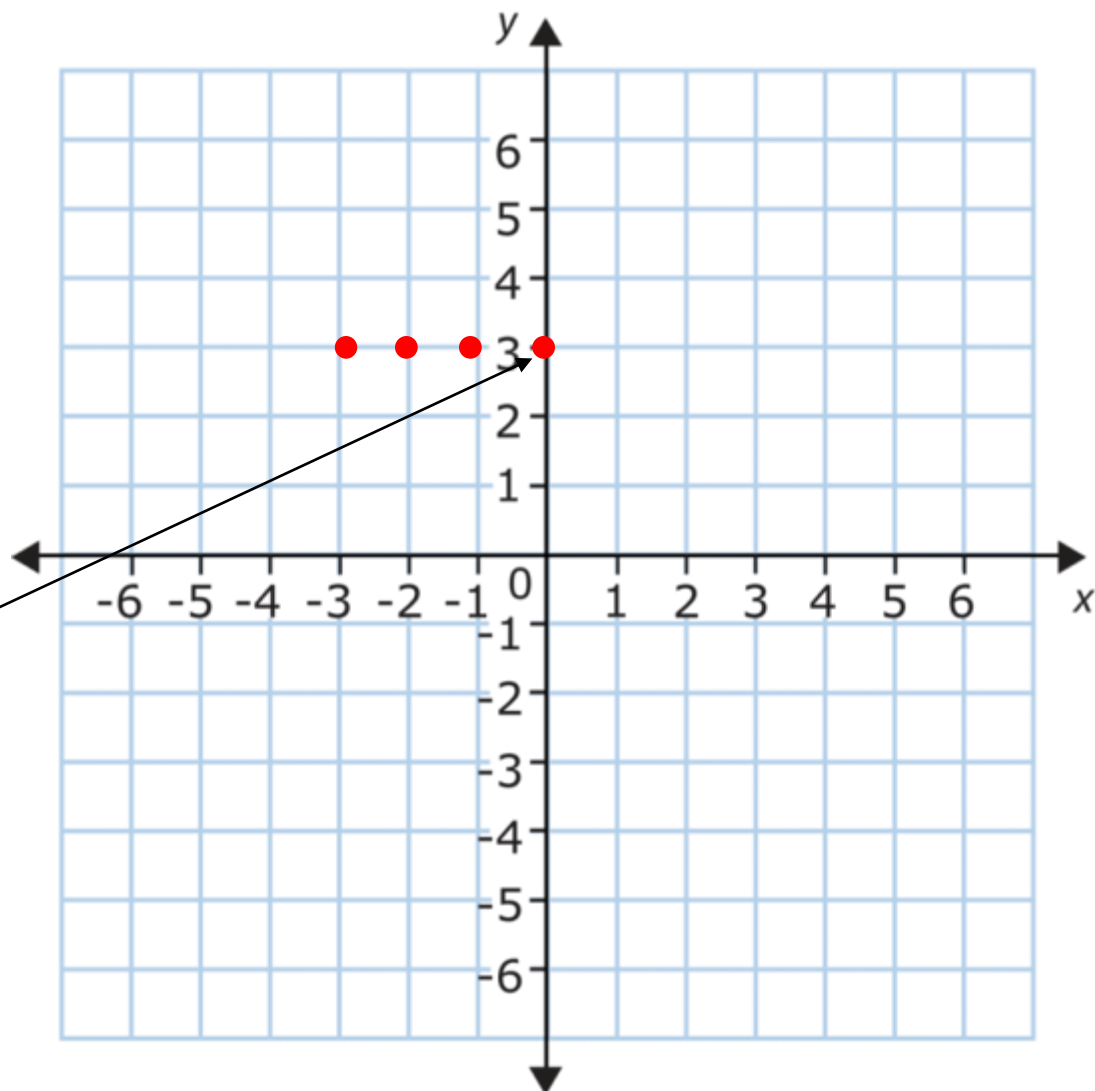
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

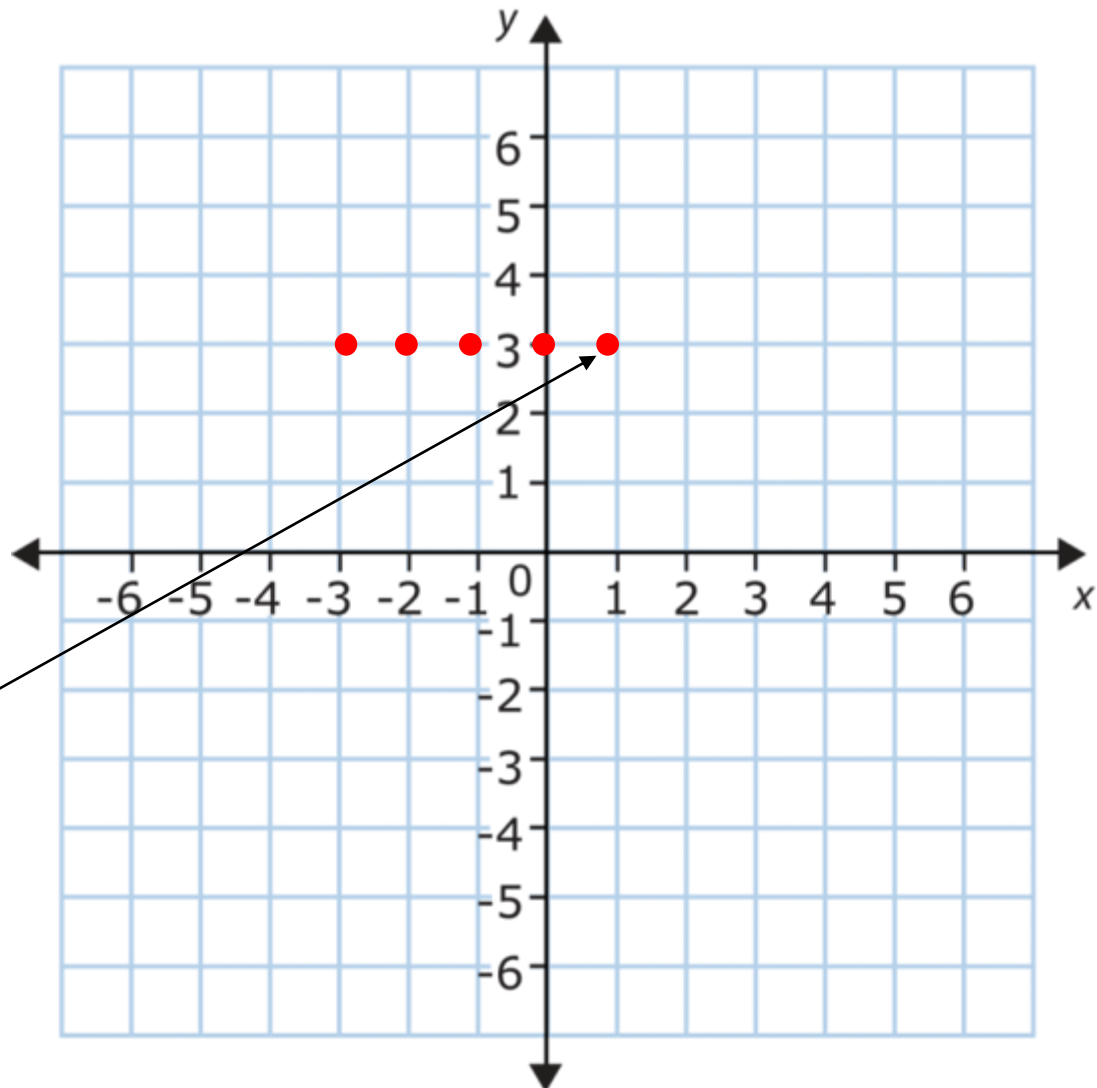
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

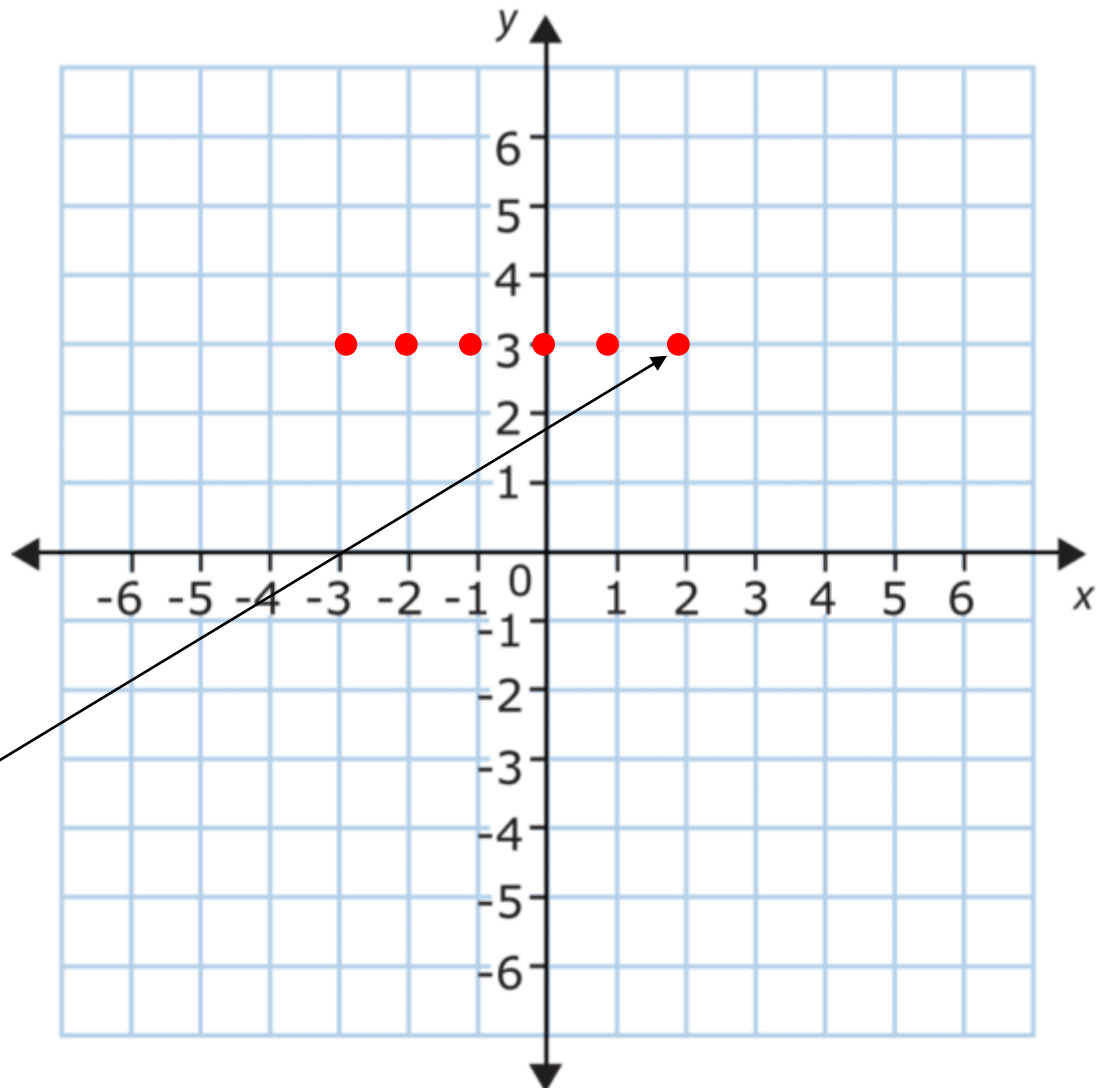
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

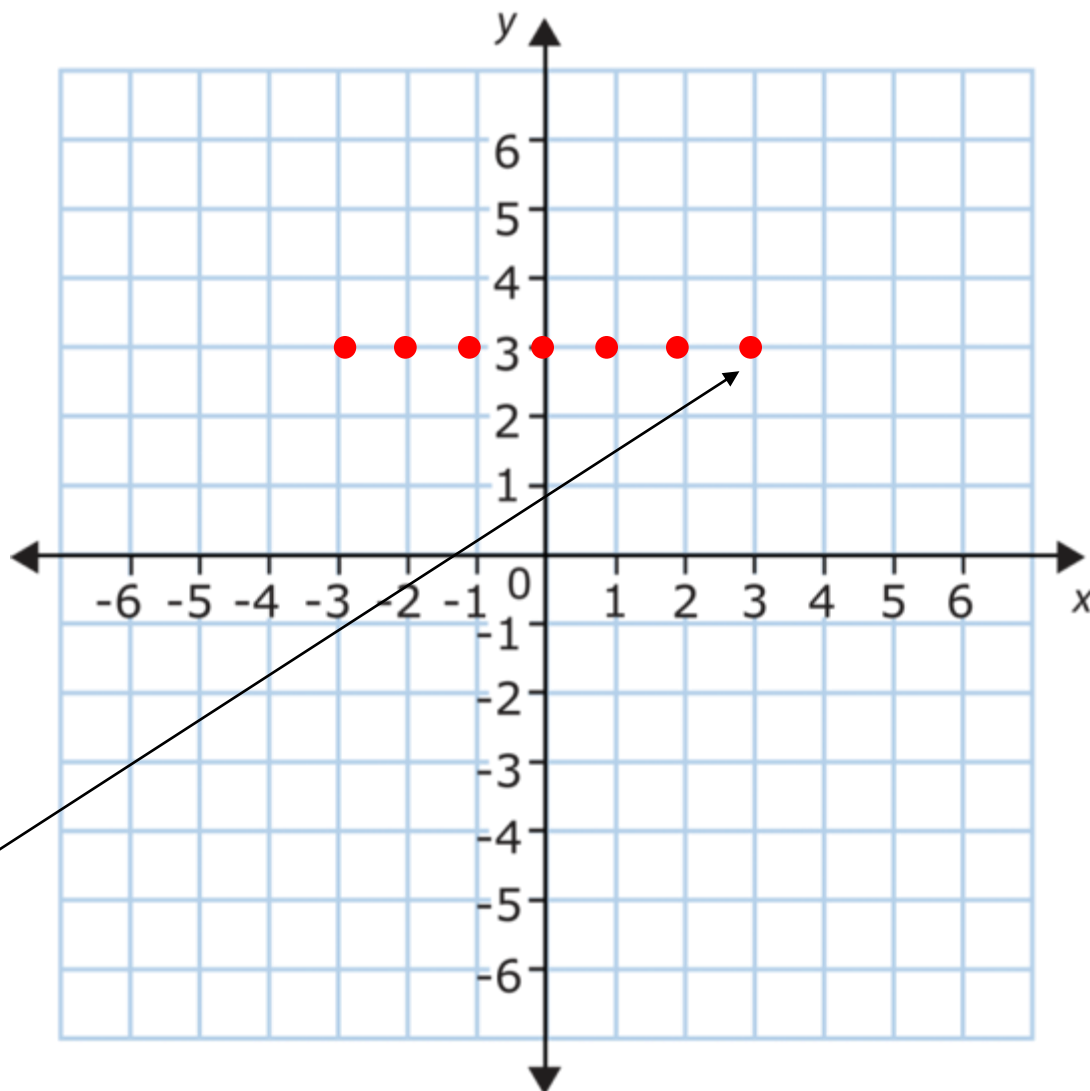
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

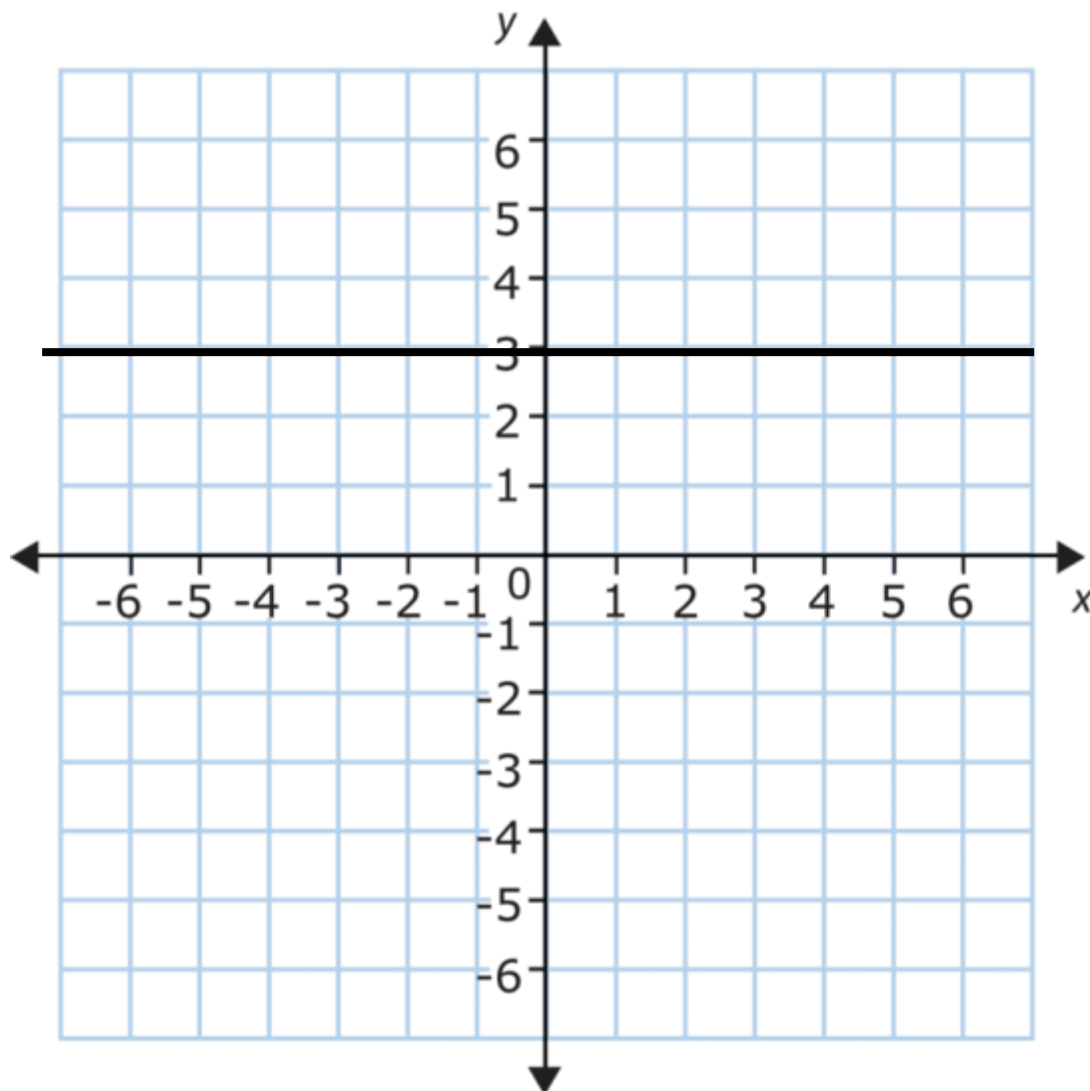
x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮



いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

x	y
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮

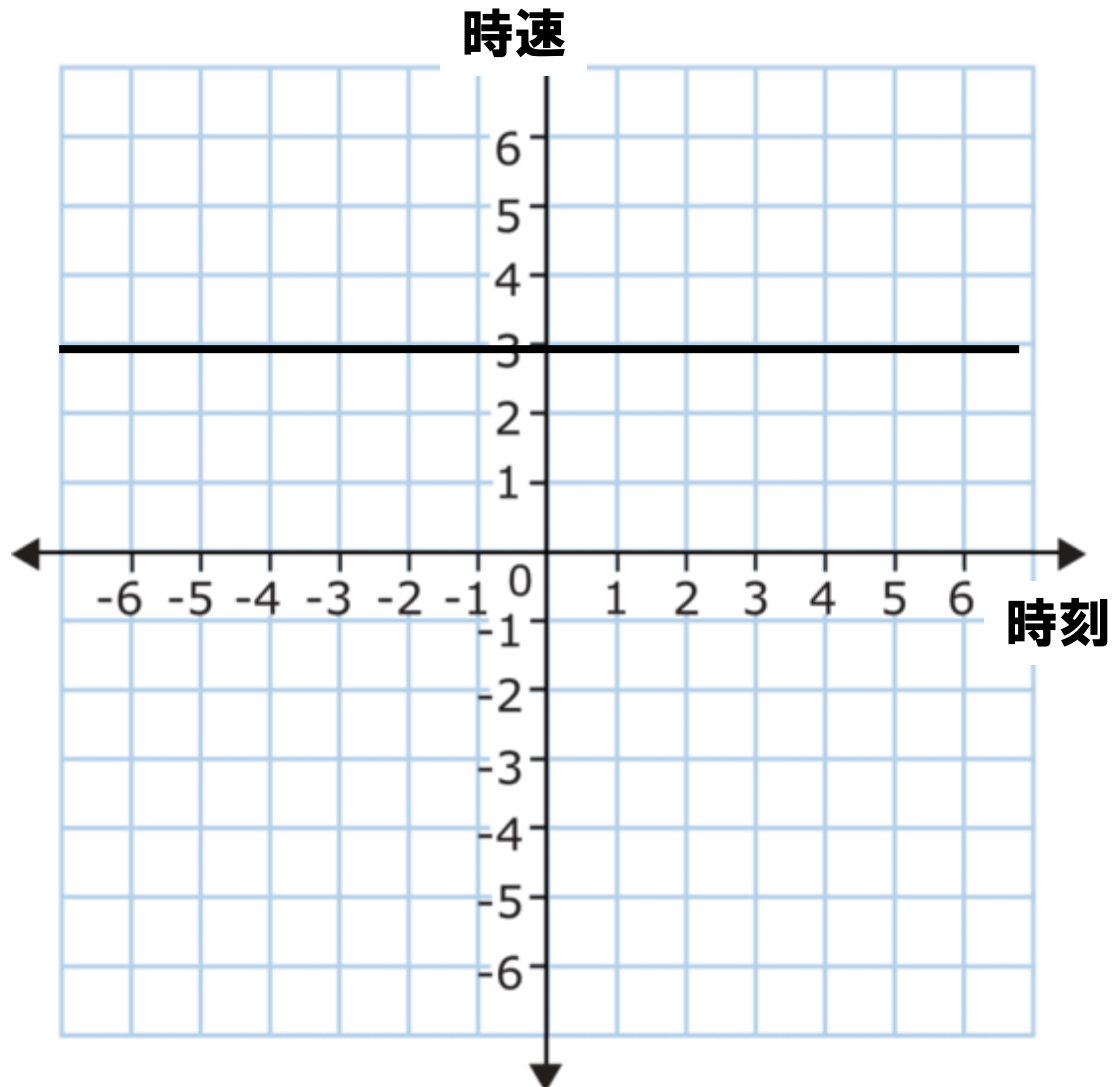


いろいろな関数とそのグラフ

$f(x) = 3$ のグラフ

時間	時速
⋮	⋮
-3	3
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3
3	3
⋮	⋮

速さが変わらない運動モデル



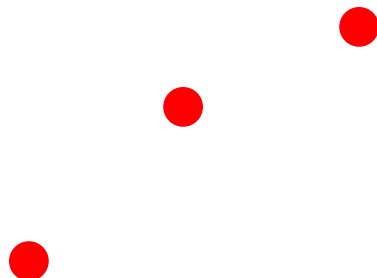
運動モデルの設計



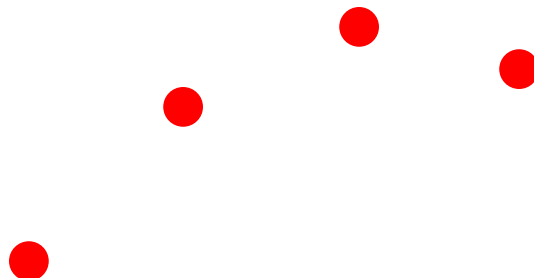
運動モデルの設計



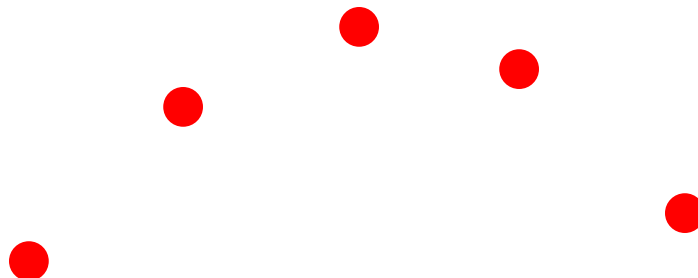
運動モデルの設計



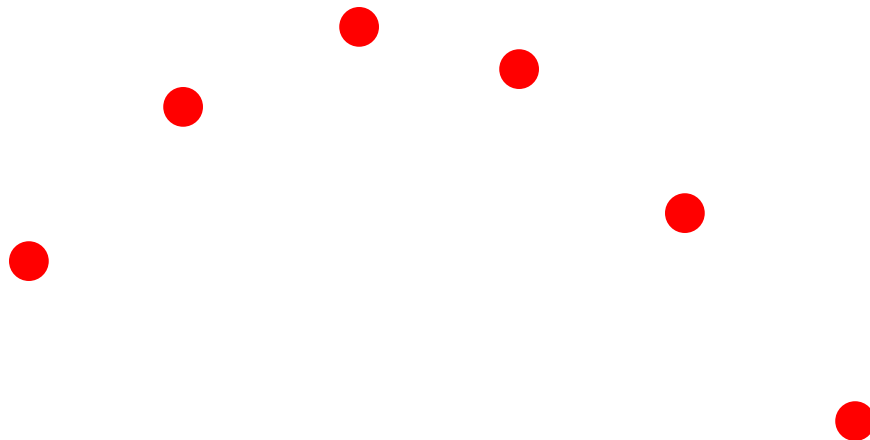
運動モデルの設計

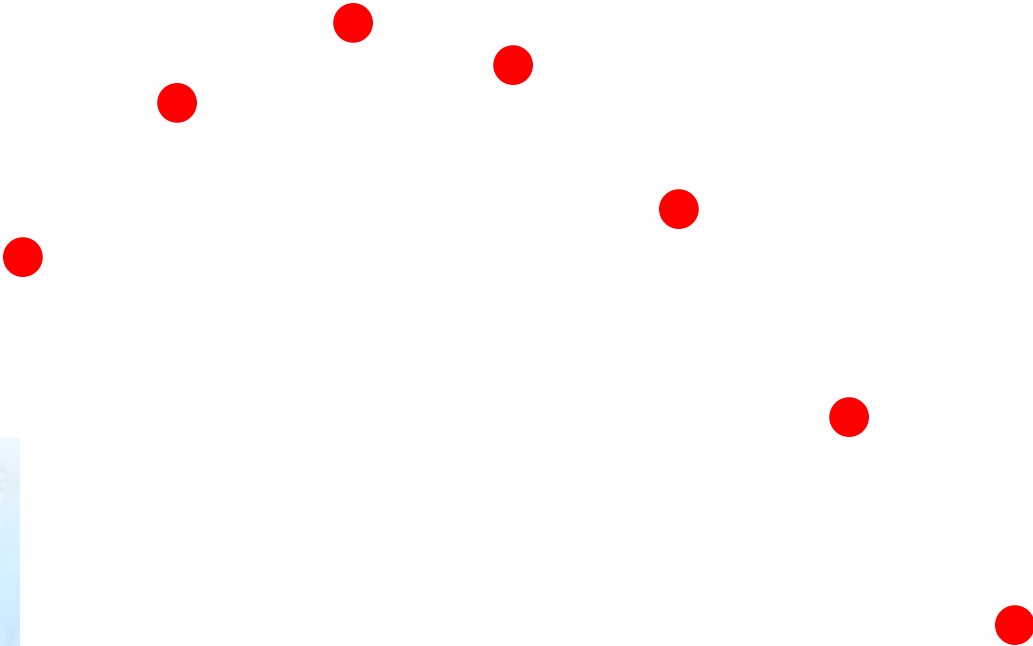


運動モデルの設計

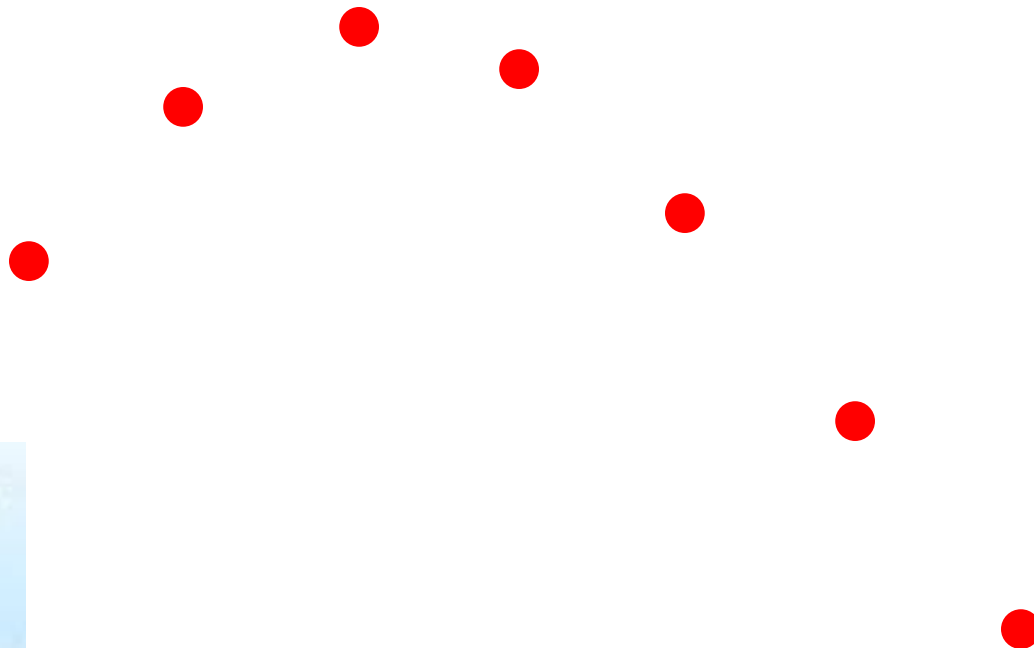


運動モデルの設計

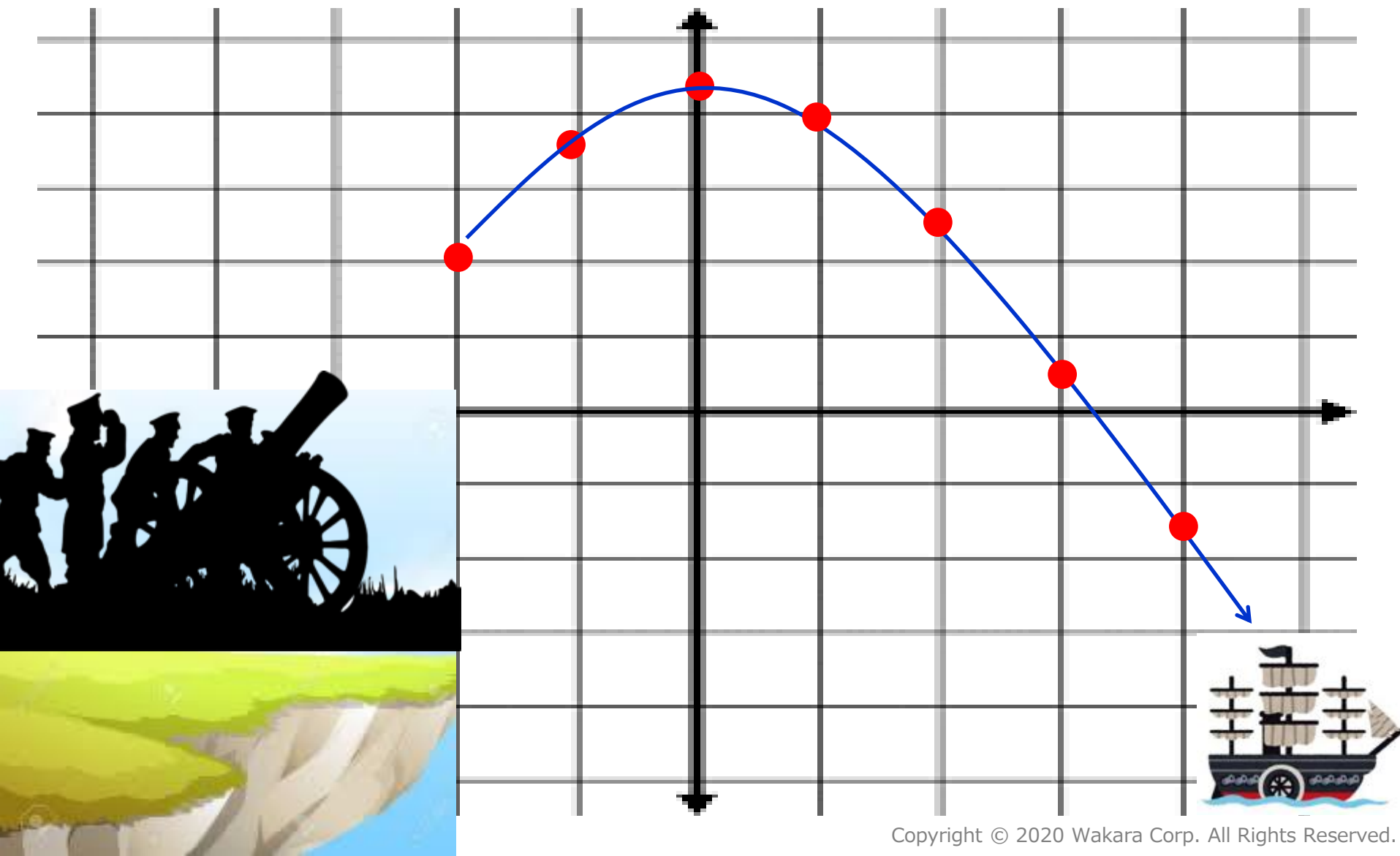




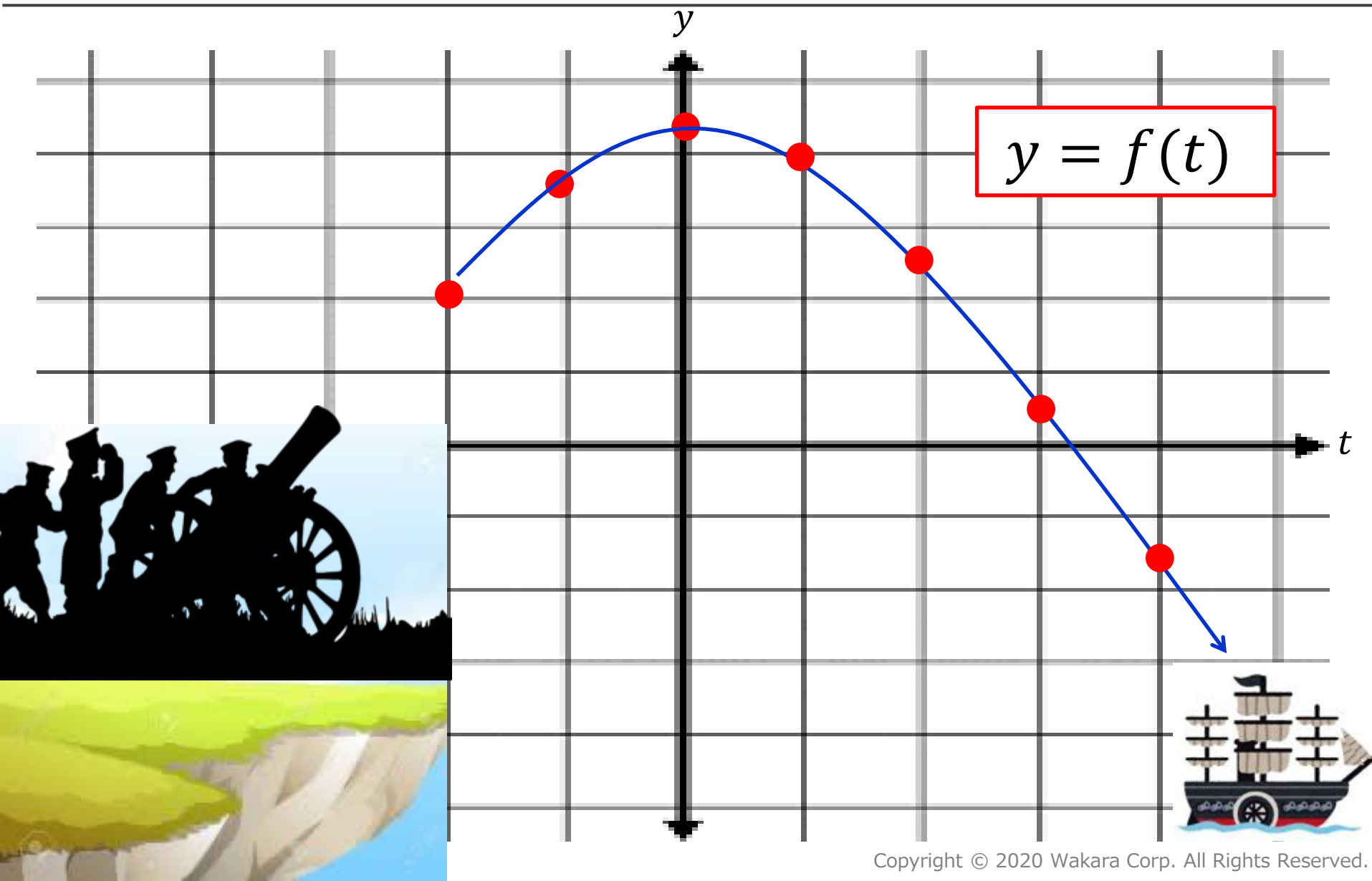
運動モデルの設計



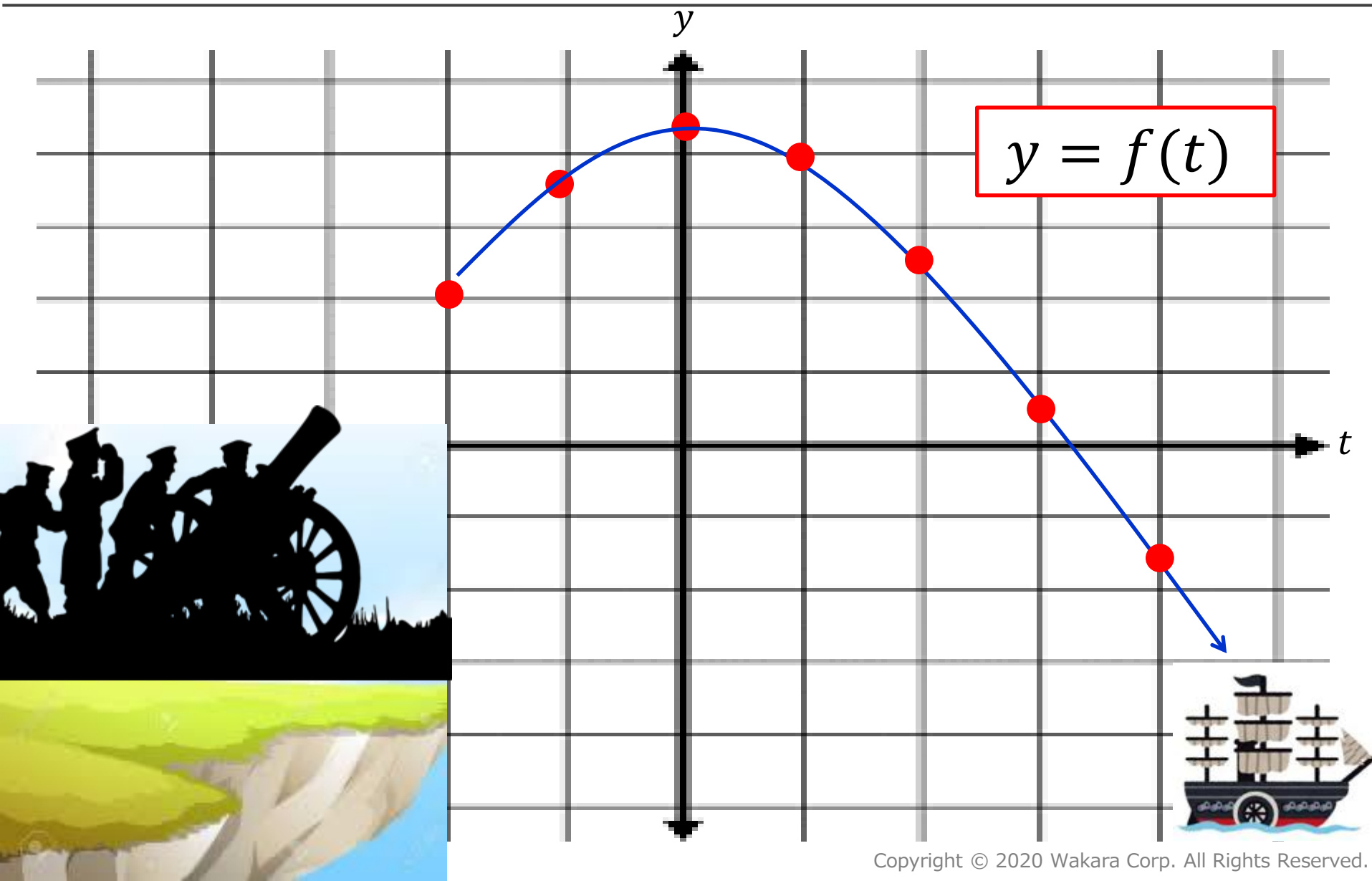
運動モデルの設計



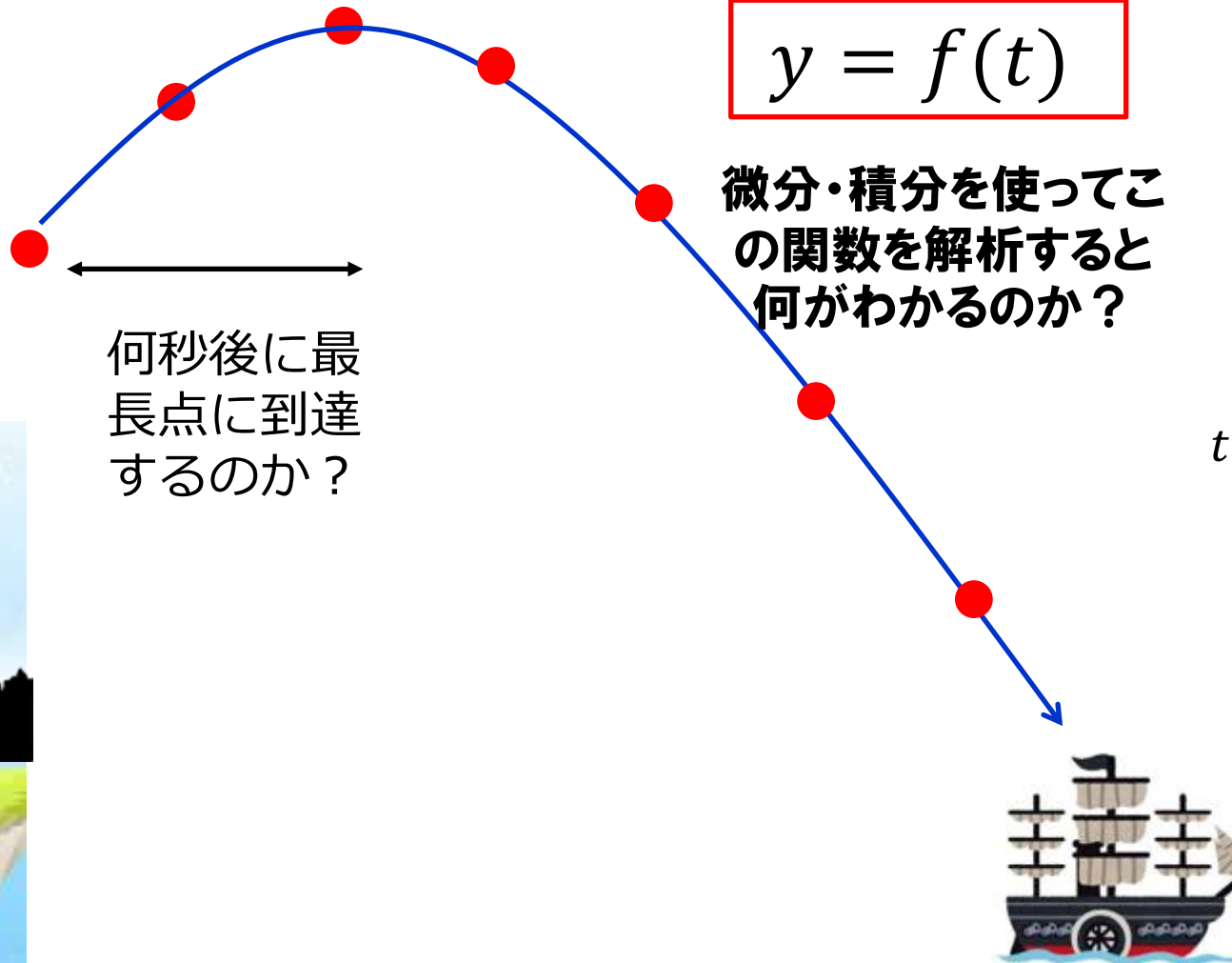
運動モデルの設計



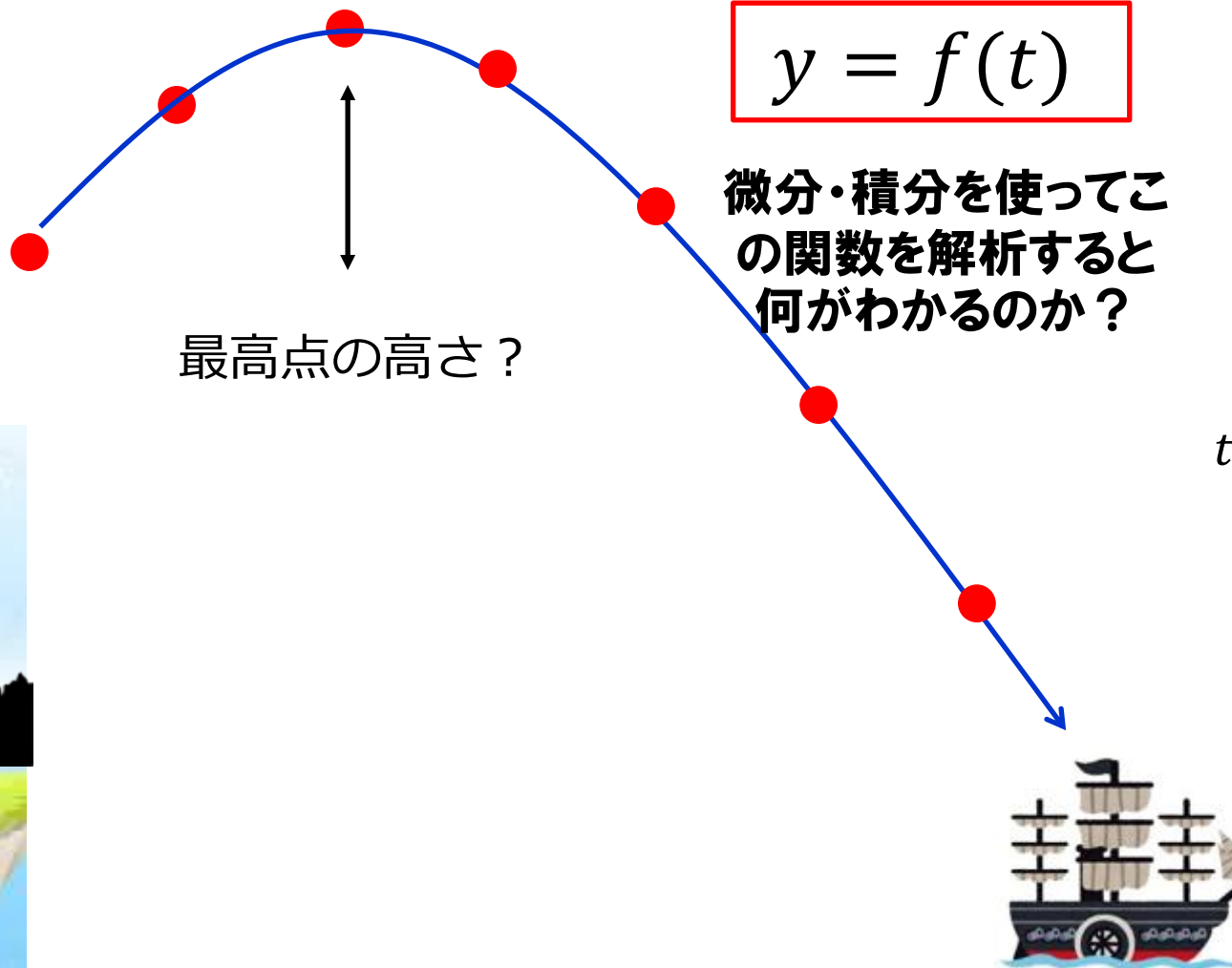
運動モデルの設計



運動モデルの設計

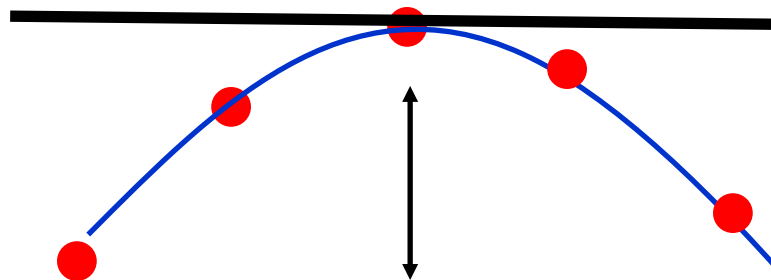


運動モデルの設計



運動モデルの設計

接線の傾きが0の点



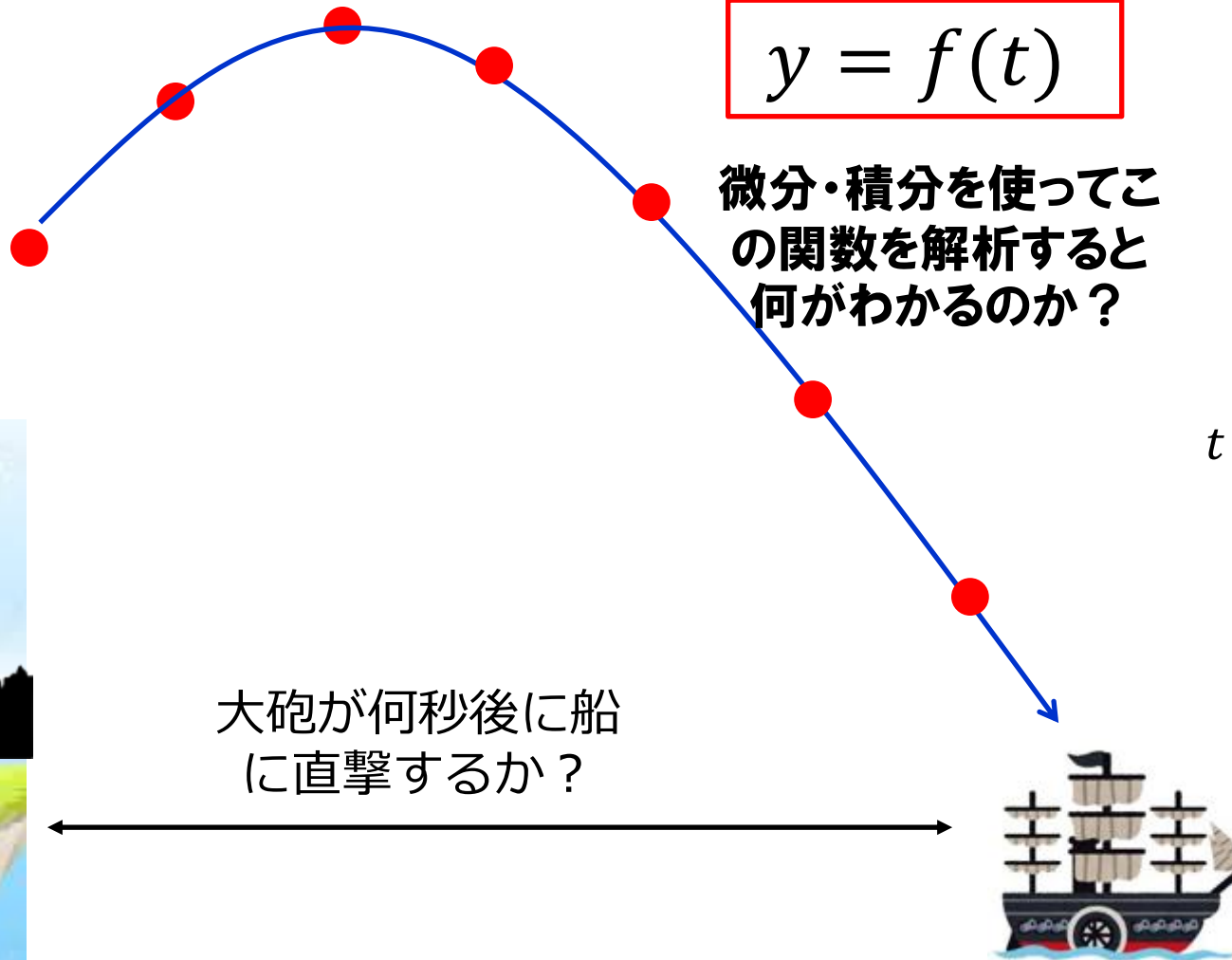
$$y = f(t)$$

微分・積分を使ってこの関数を解析すると何がわかるのか？

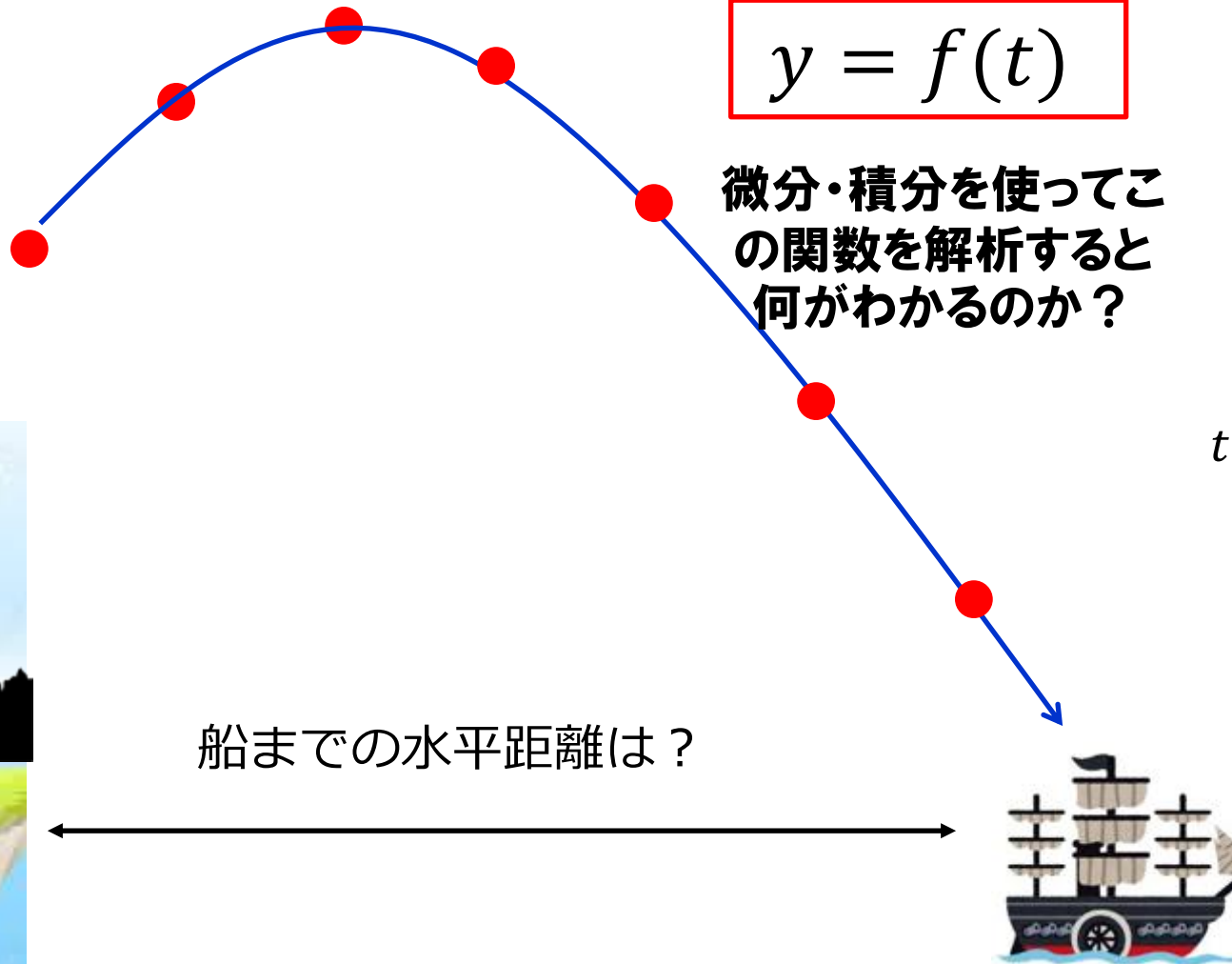
最高点の高さ？



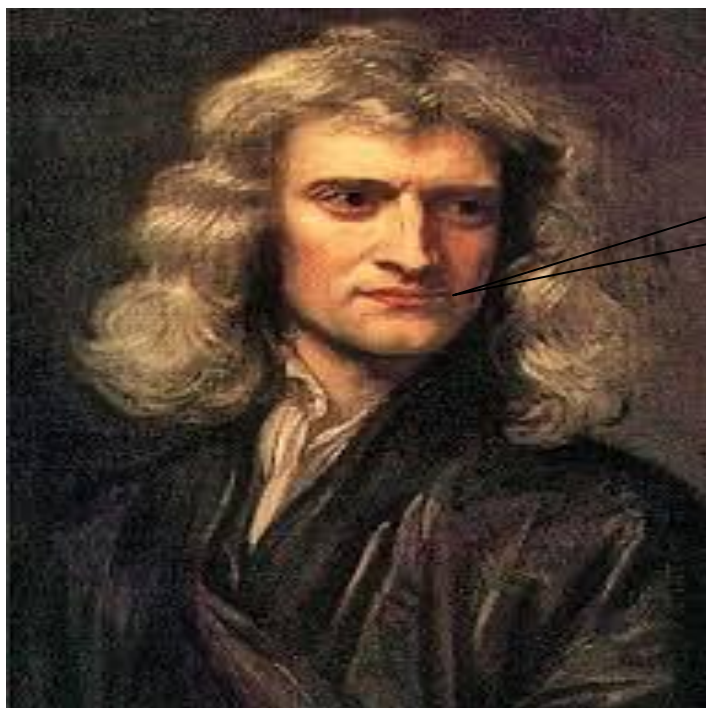
運動モデルの設計



運動モデルの設計



ニュートンの発見

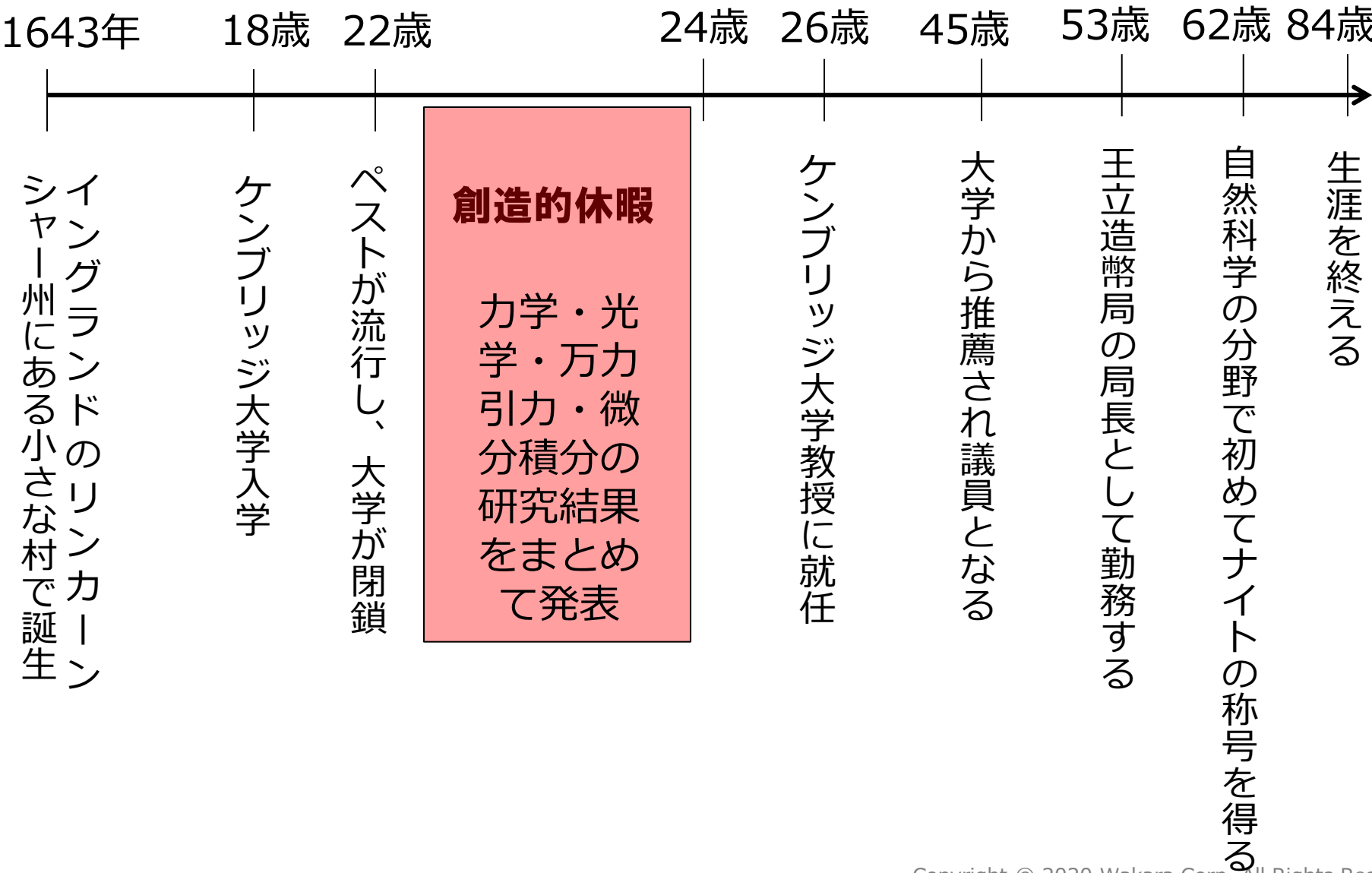


*If I have seen further, it is by standing
on the sholders of Giants*

「私が遠くを見ることができたのは、巨人
たちの肩に乗っていたからである。」

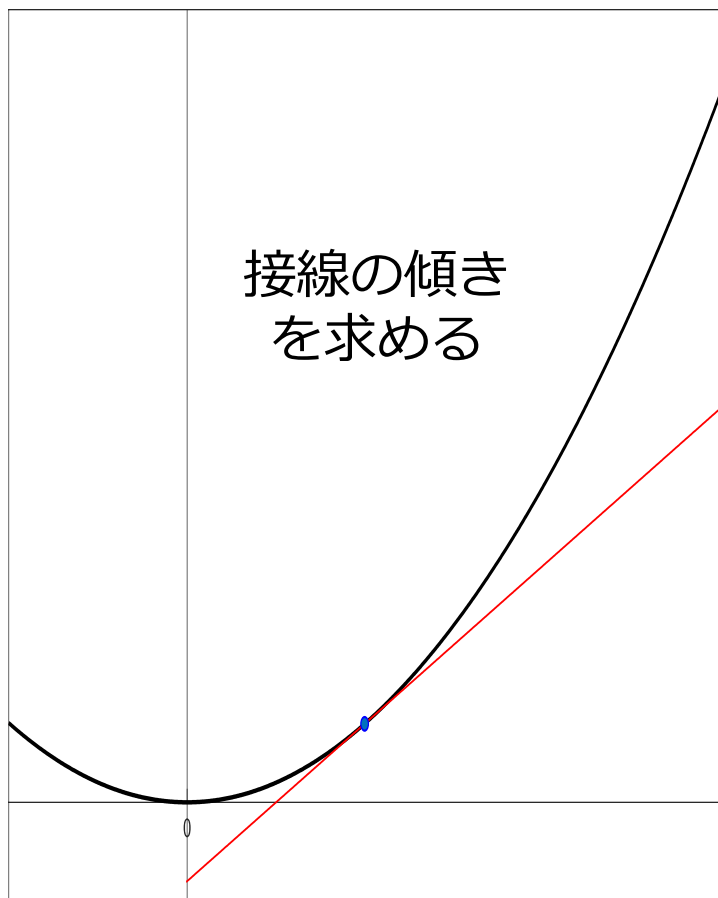
アイザック・ニュートン

ニュートン年表

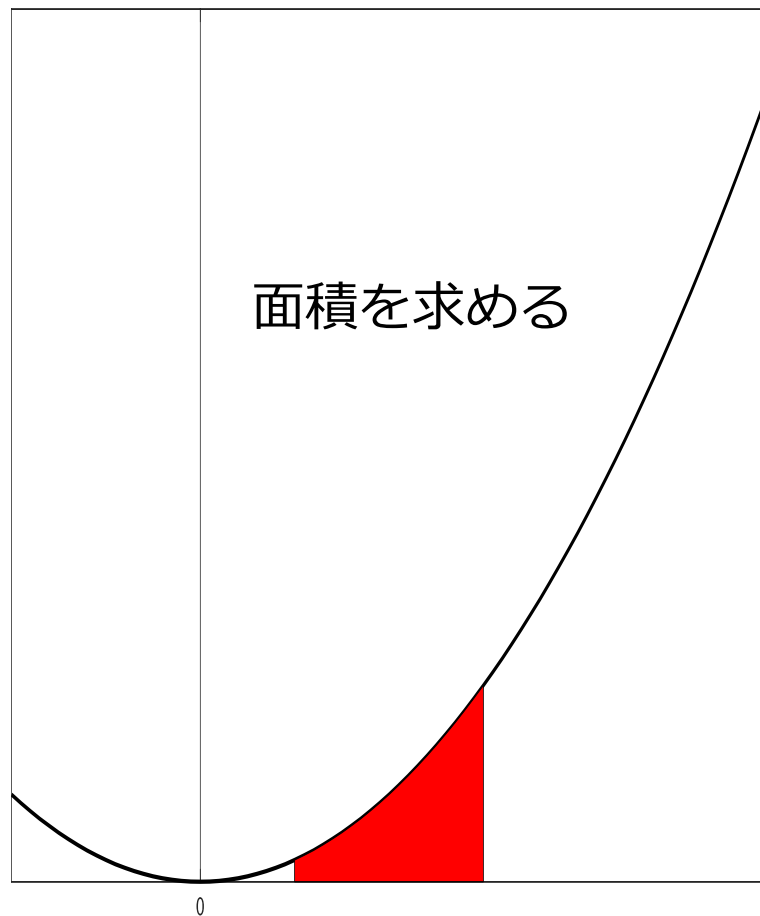


微分積分の発見

微分法

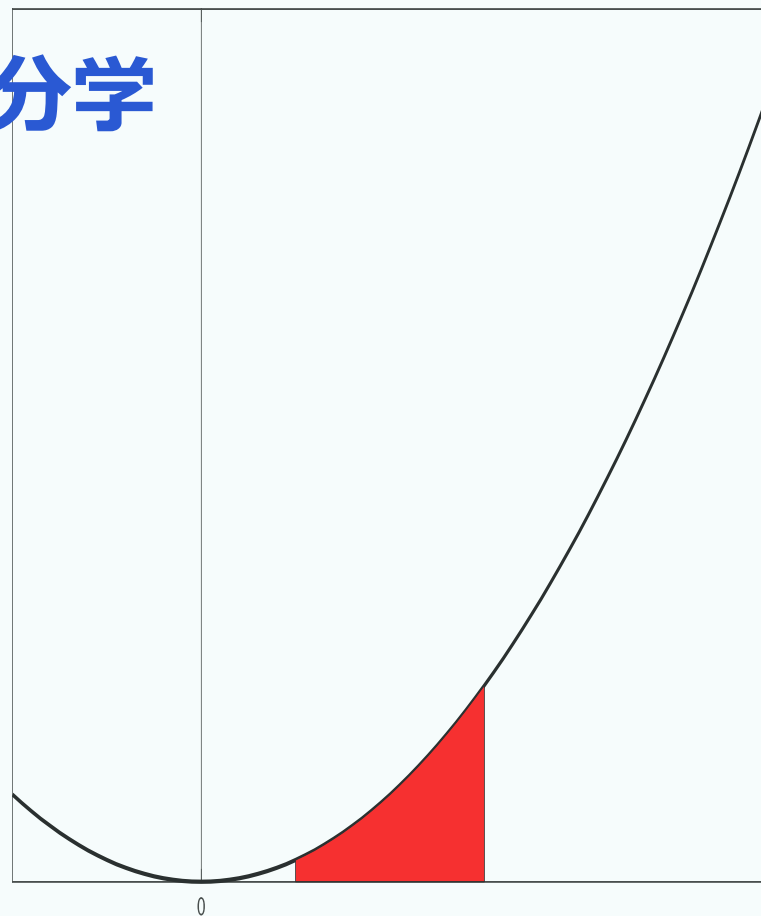
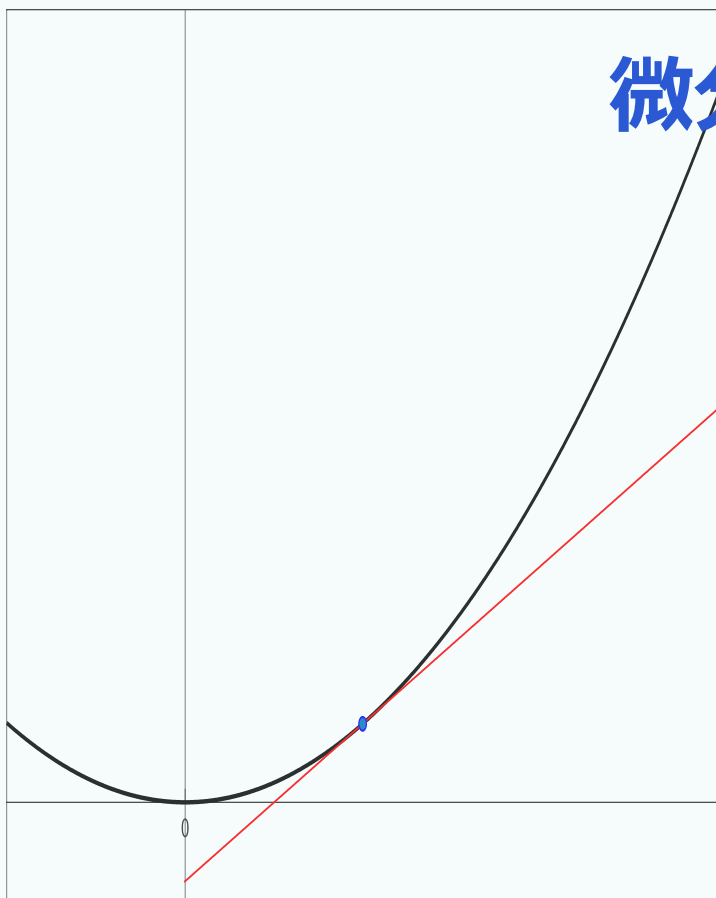


積分法



微分積分の発見

微分・積分学



微分積分の発見

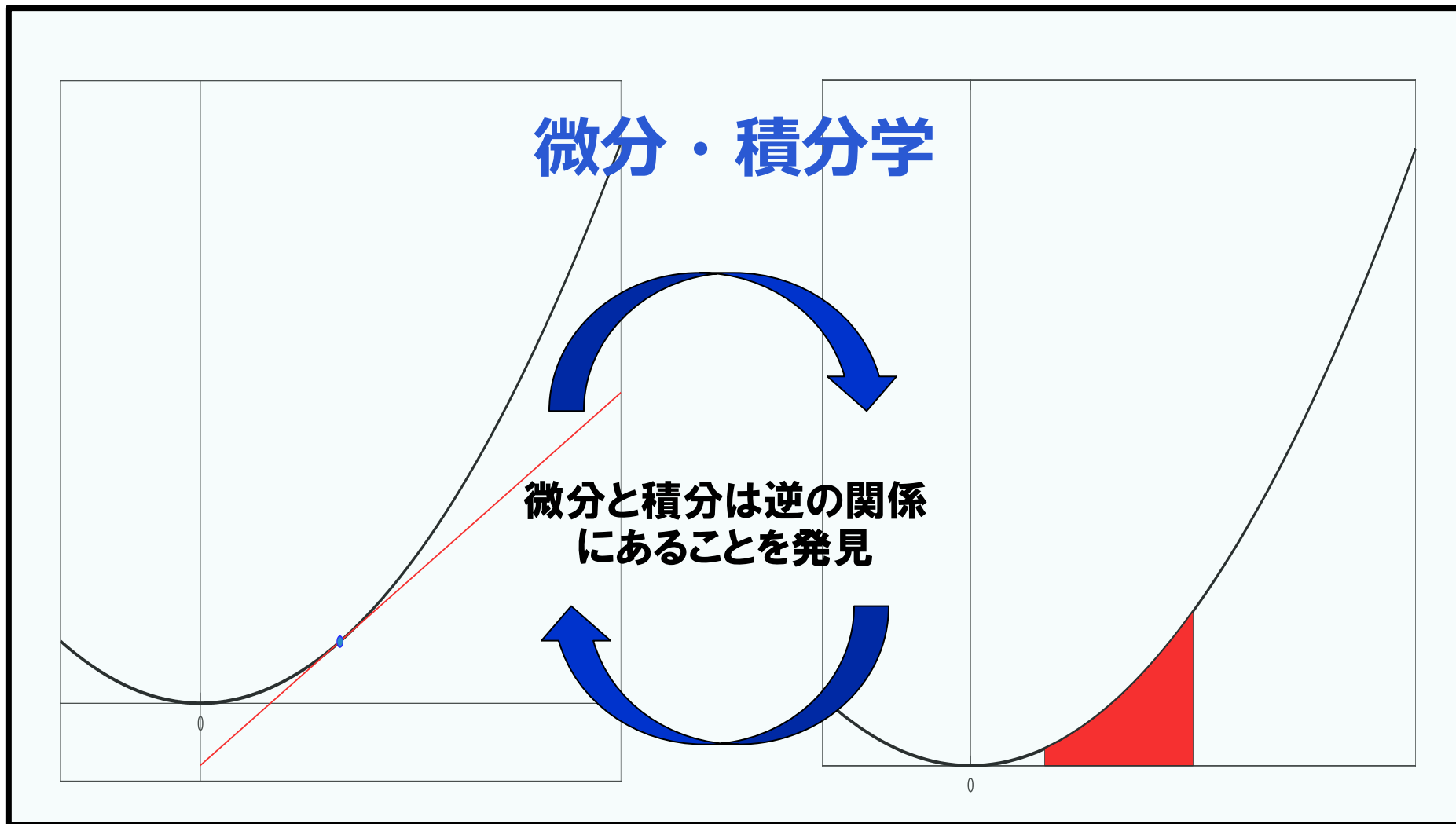
微分・積分学



23歳



微分積分の発見



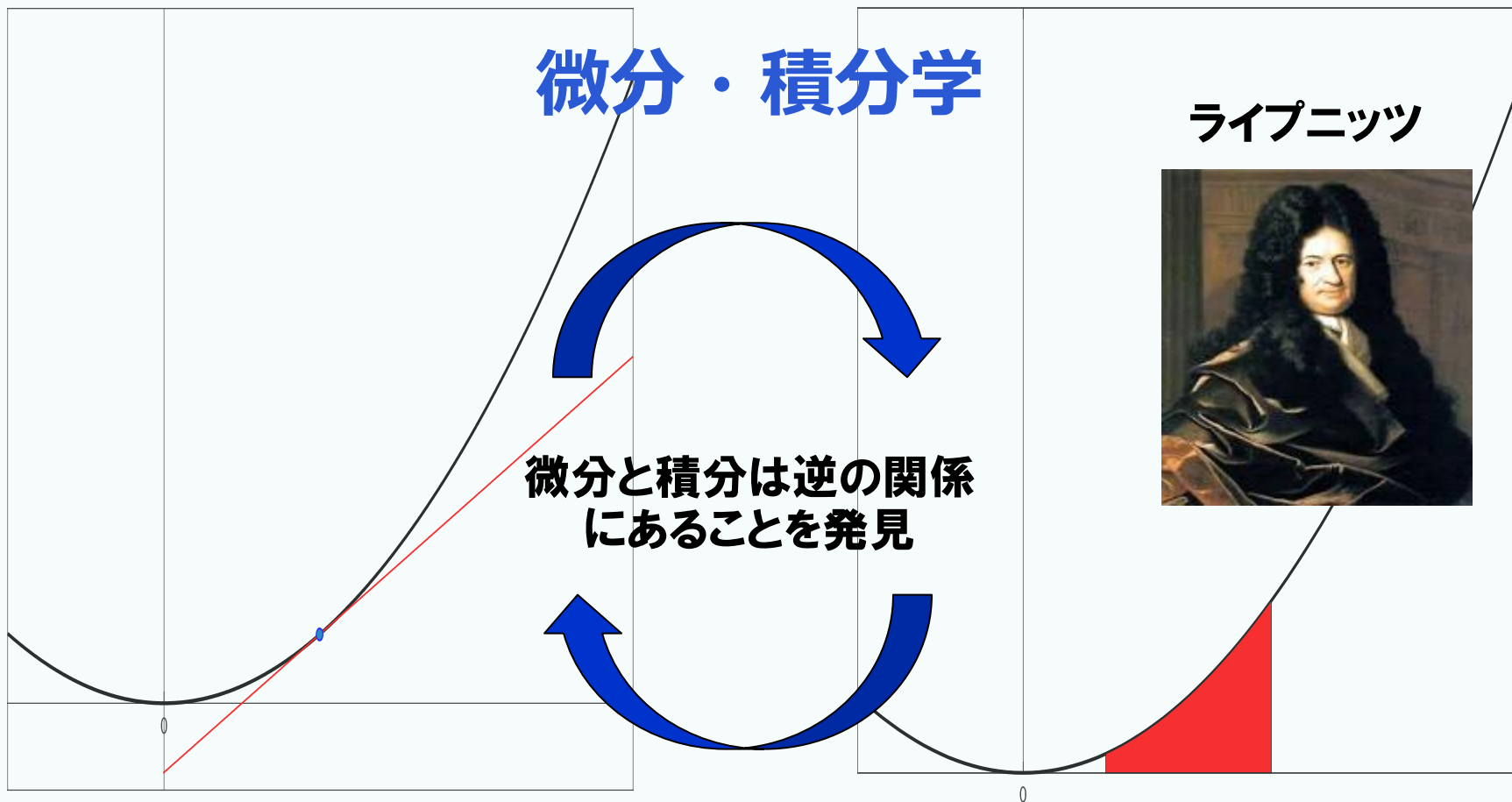
微分積分の発見

微分・積分学

ライプニッツ



微分と積分は逆の関係
にあることを発見



微分積分の発見



自然を観察し、運動の変化
を記述するための道具とし
て微分積分を開発した



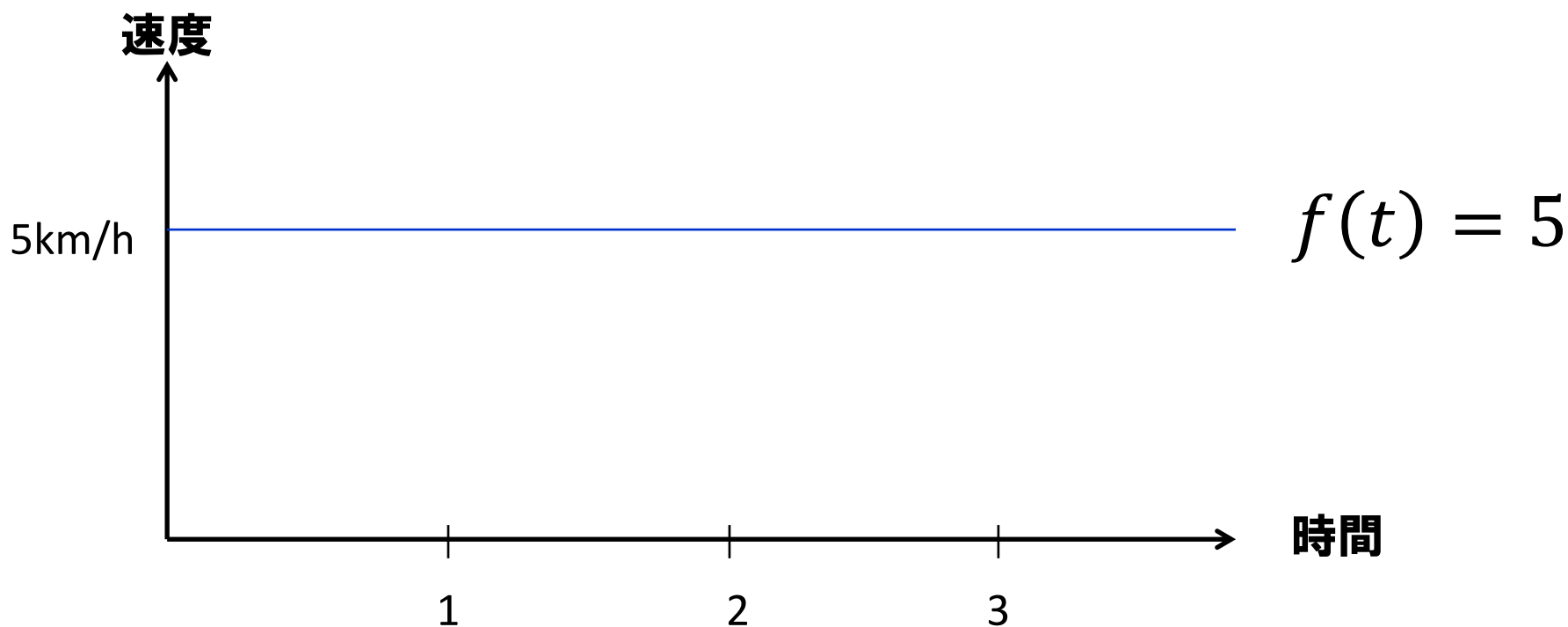
微分積分の発見



微分積分の発見



時速 5 km

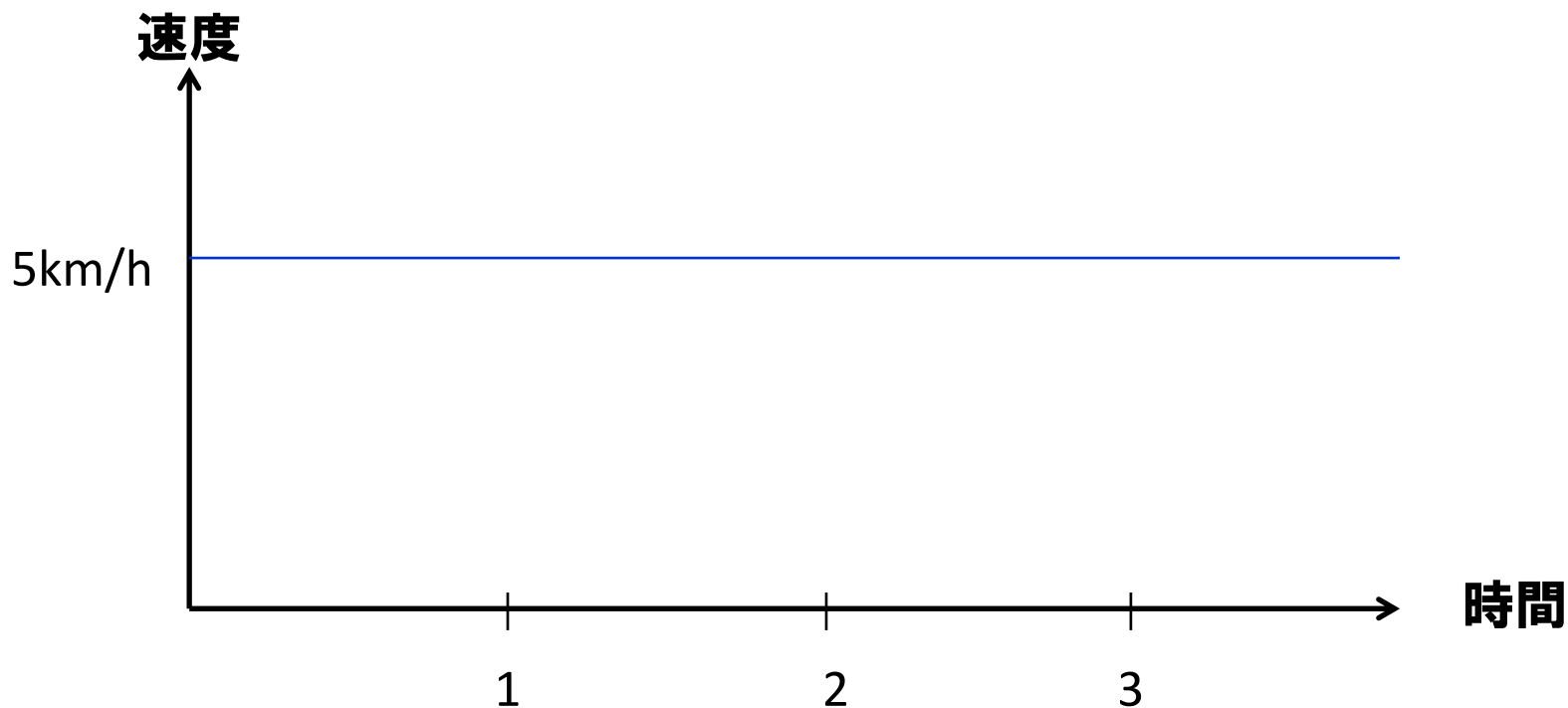


微分積分の発見



時速 5 km

この人は1時間でどれく
らいの距離を進むか？



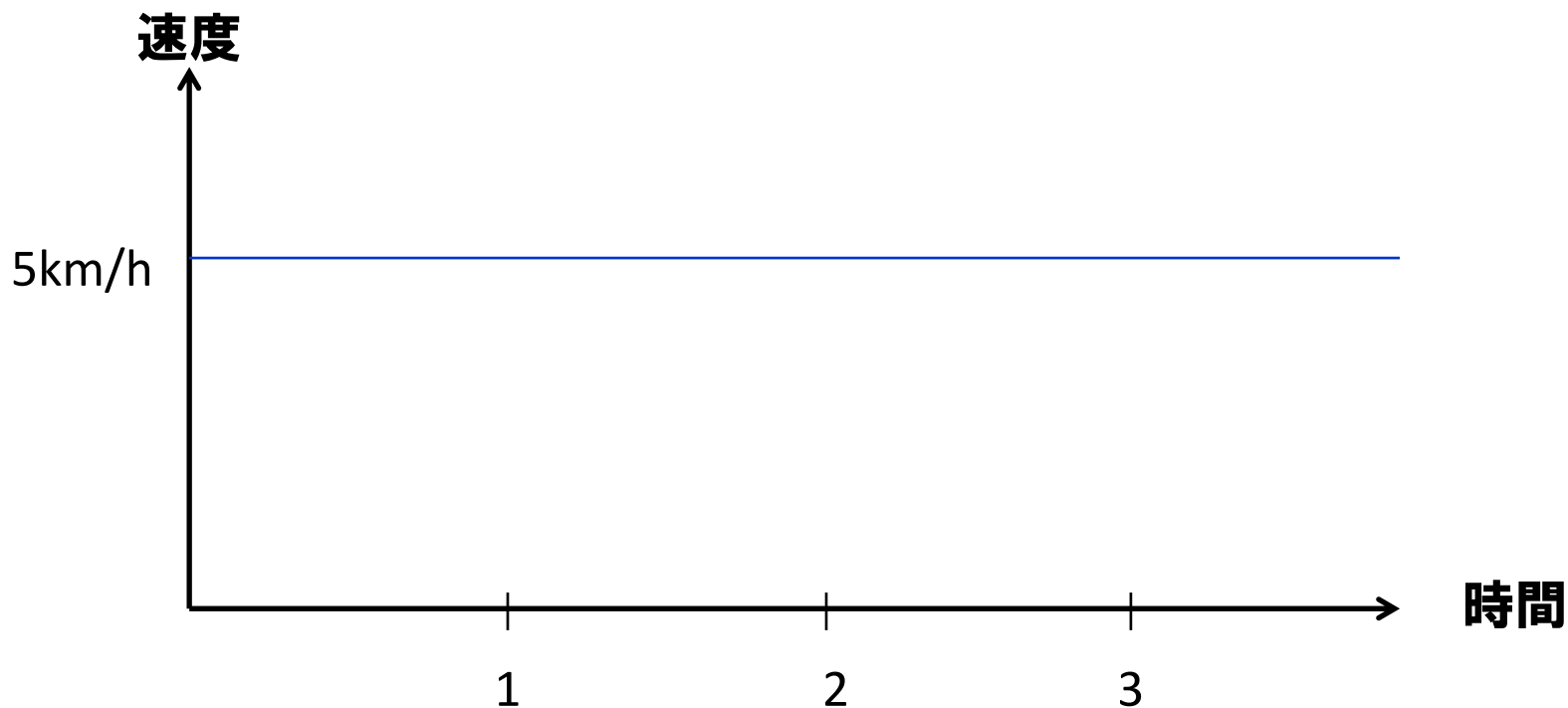
微分積分の発見



時速 5 km

この人は1時間でどれく
らいの距離を進むか？

$$\text{速度} \times \text{時間} = \text{距離}$$



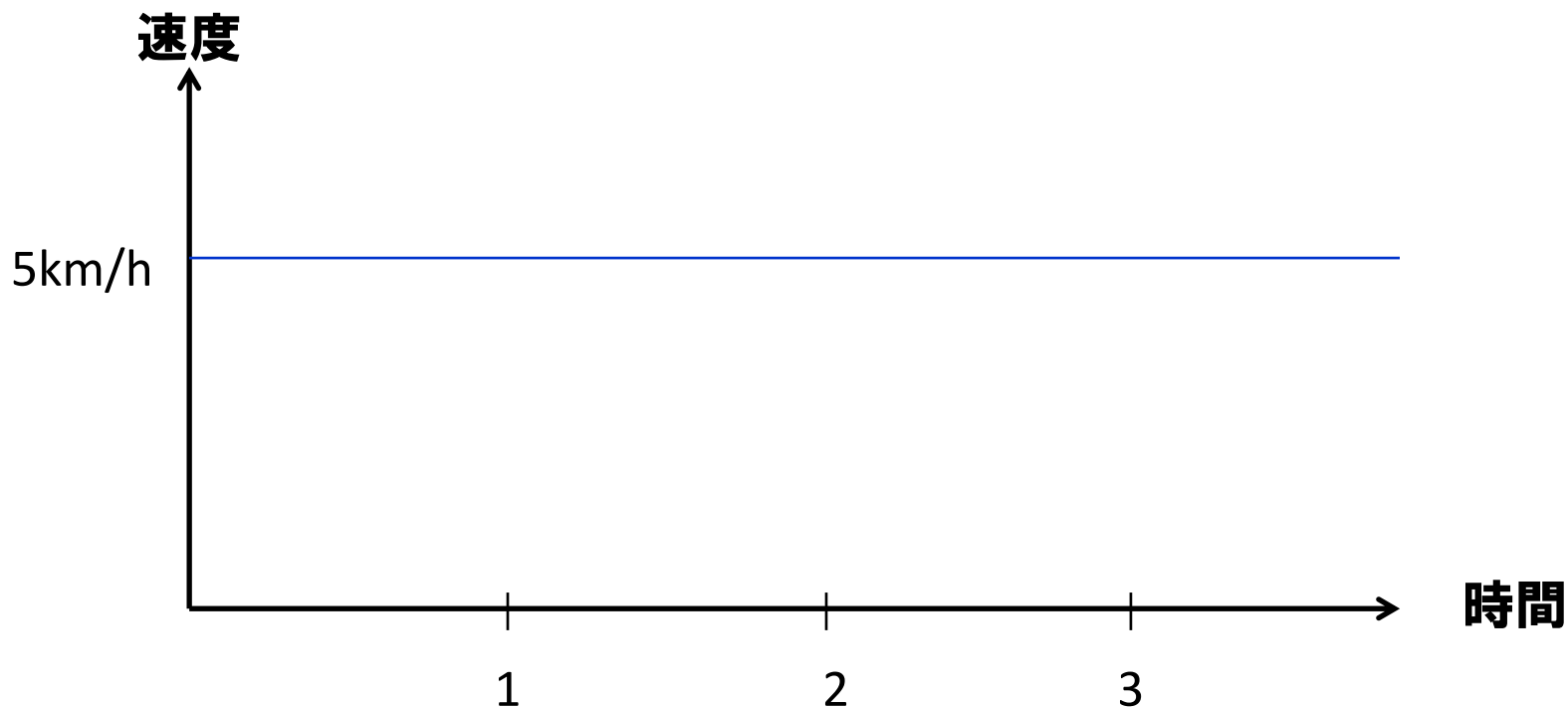
微分積分の発見



時速 5 km

この人は1時間でどれく
らいの距離を進むか？

$$5 \times 1 = 5 \text{ km}$$



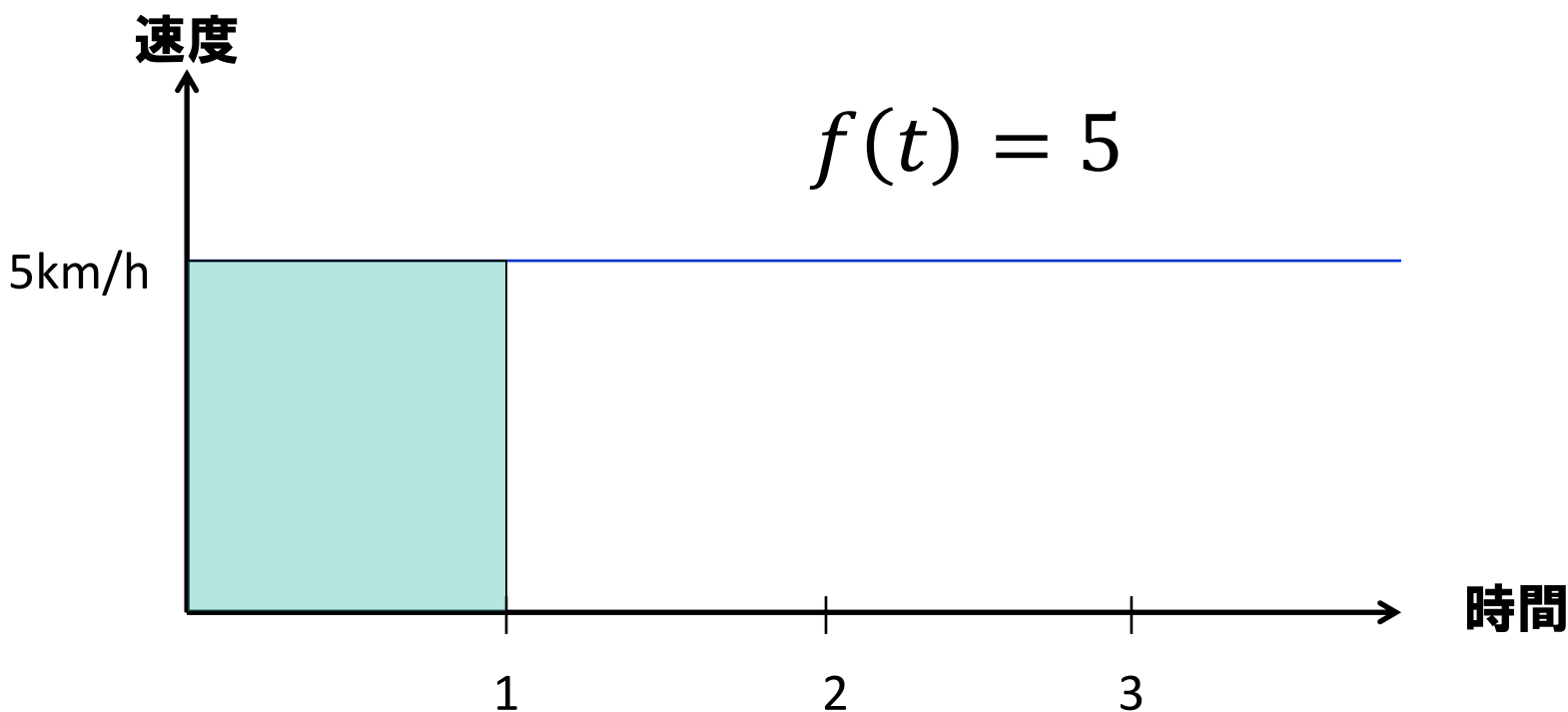
微分積分の発見



時速 5 km

この人は1時間でどれく
らいの距離を進むか？

$$5 \times 1 = 5 \text{ km}$$



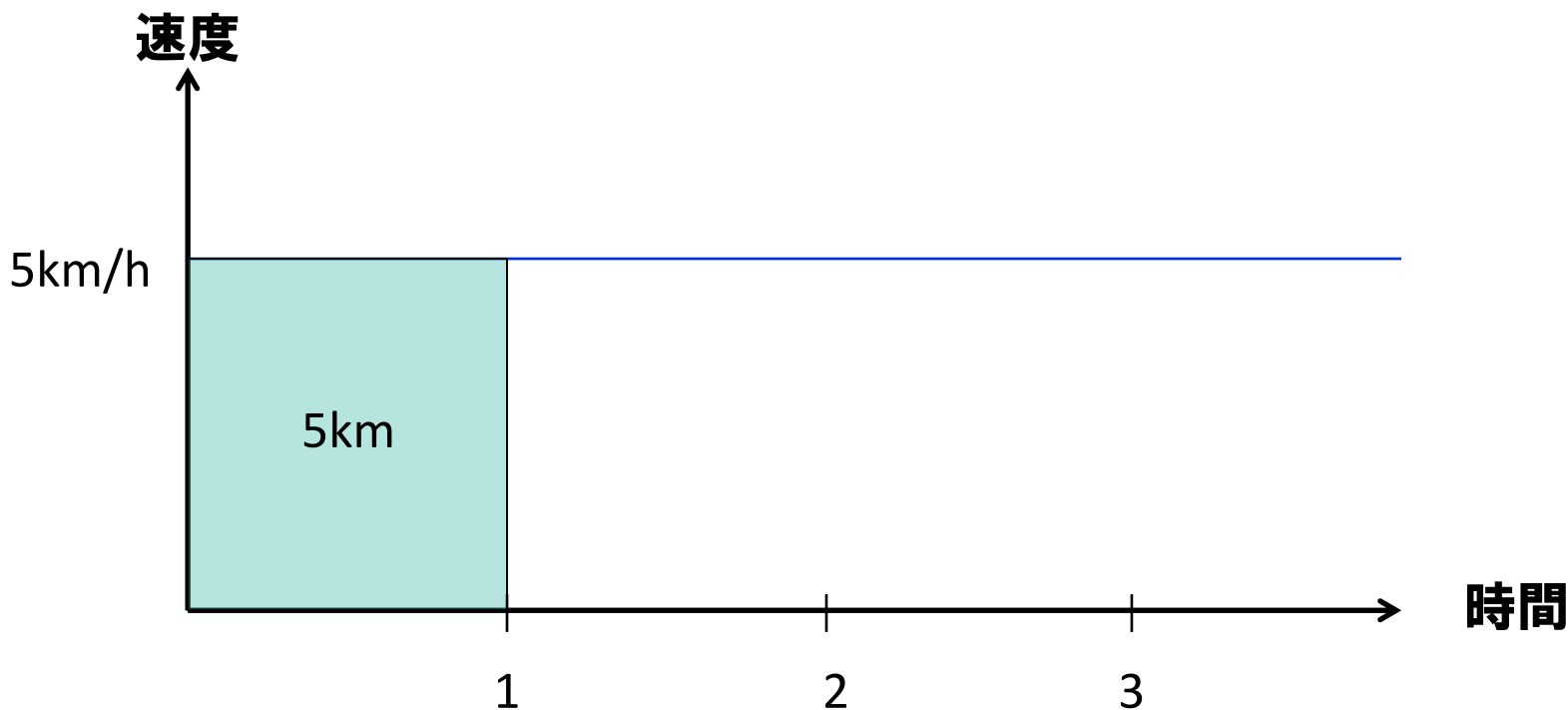
微分積分の発見



時速 5 km

この人は1時間でどれく
らいの距離を進むか？

$$5 \times 1 = 5 \text{ km}$$



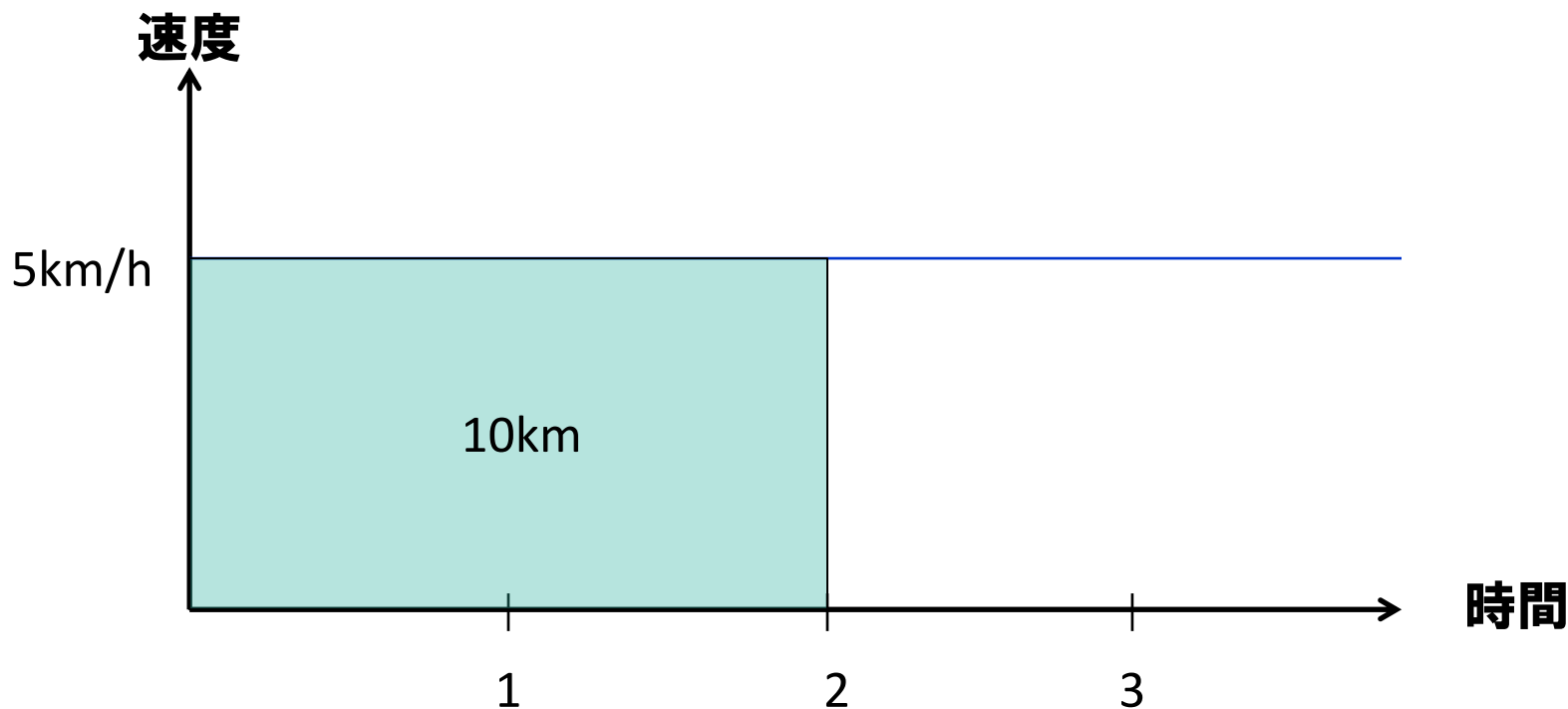
微分積分の発見



時速 5 km

この人は2時間でどれく
らいの距離を進むか？

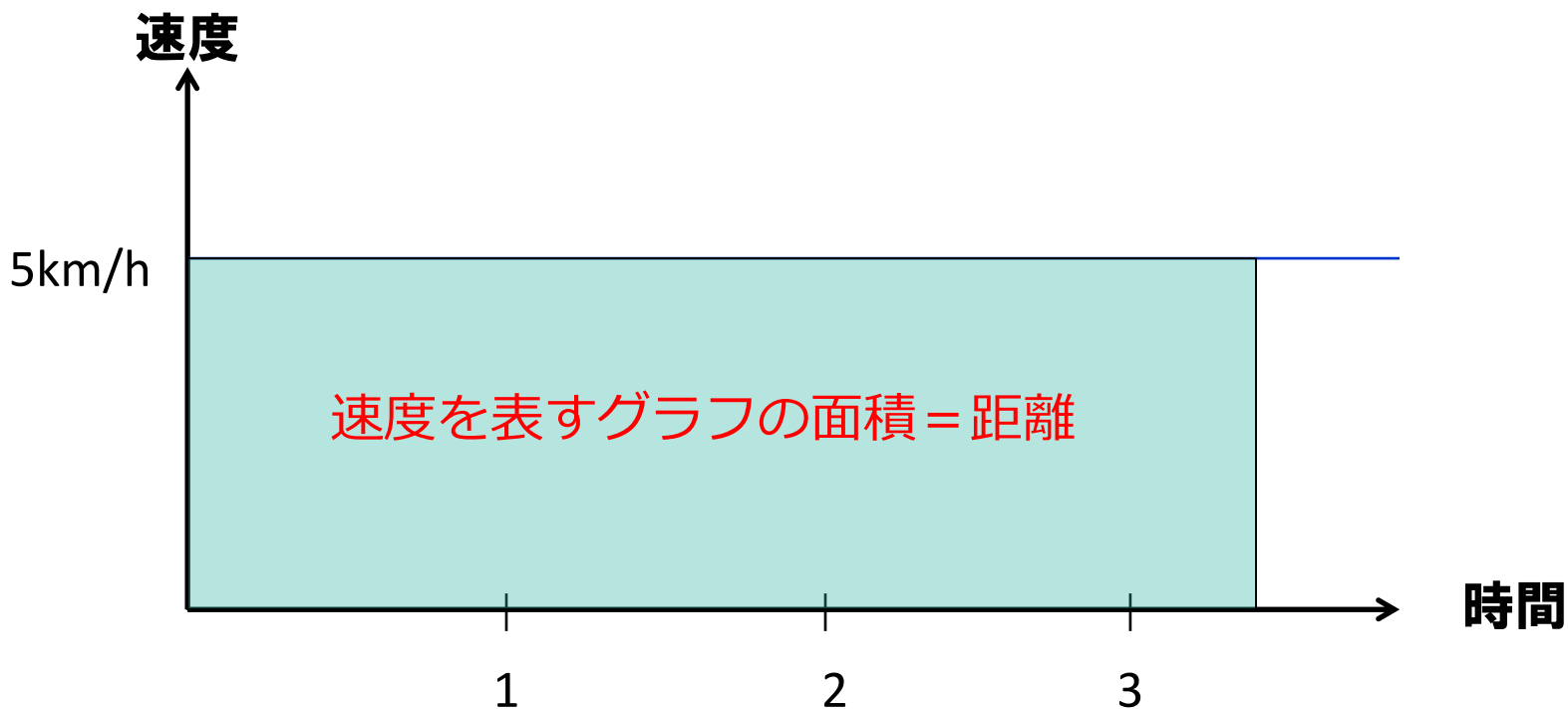
$$5 \times 2 = 10\text{km}$$



微分積分の発見



時速 5 km



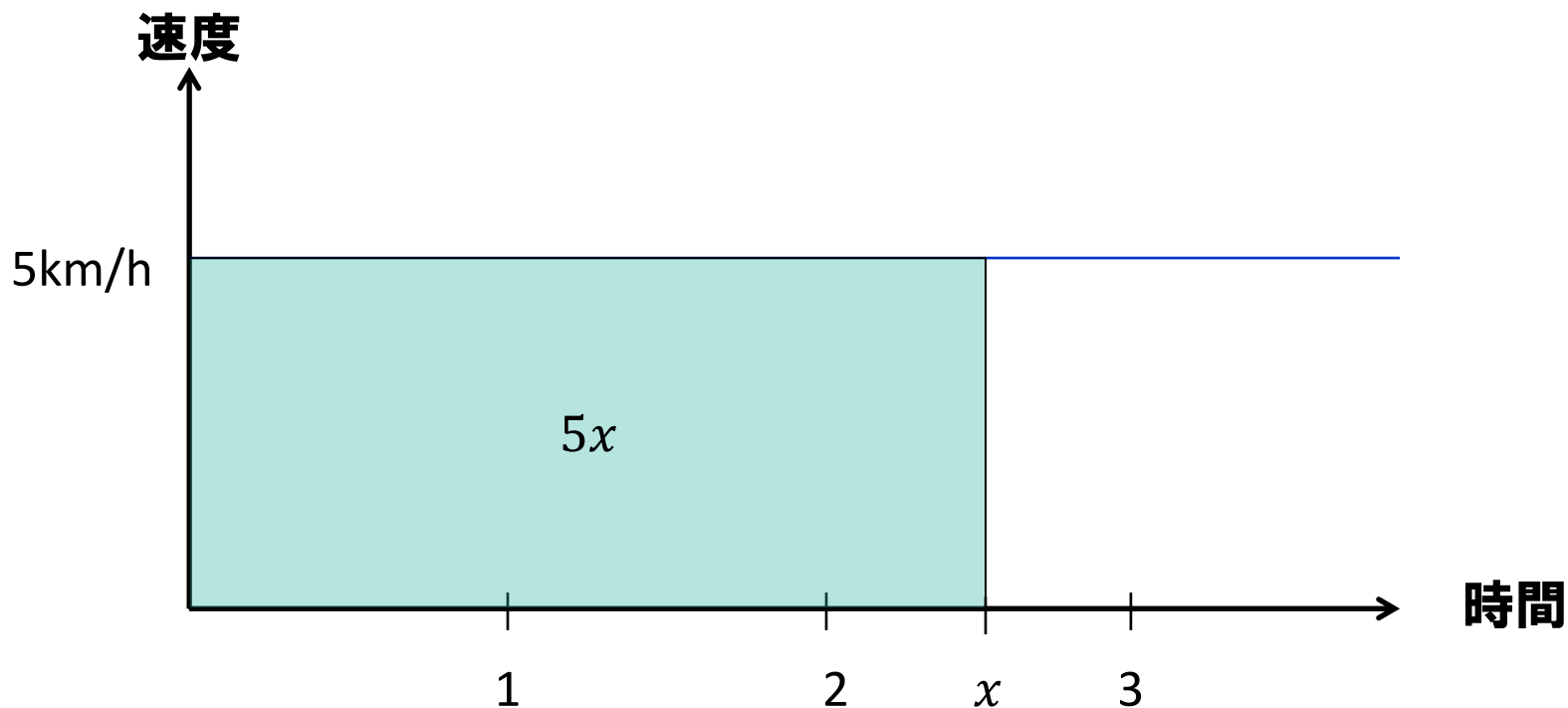
微分積分の発見



時速 5 km

この人は x 時間でどれくら
いの距離を進むか？

$$5 \times x = 5x \text{ (km)}$$



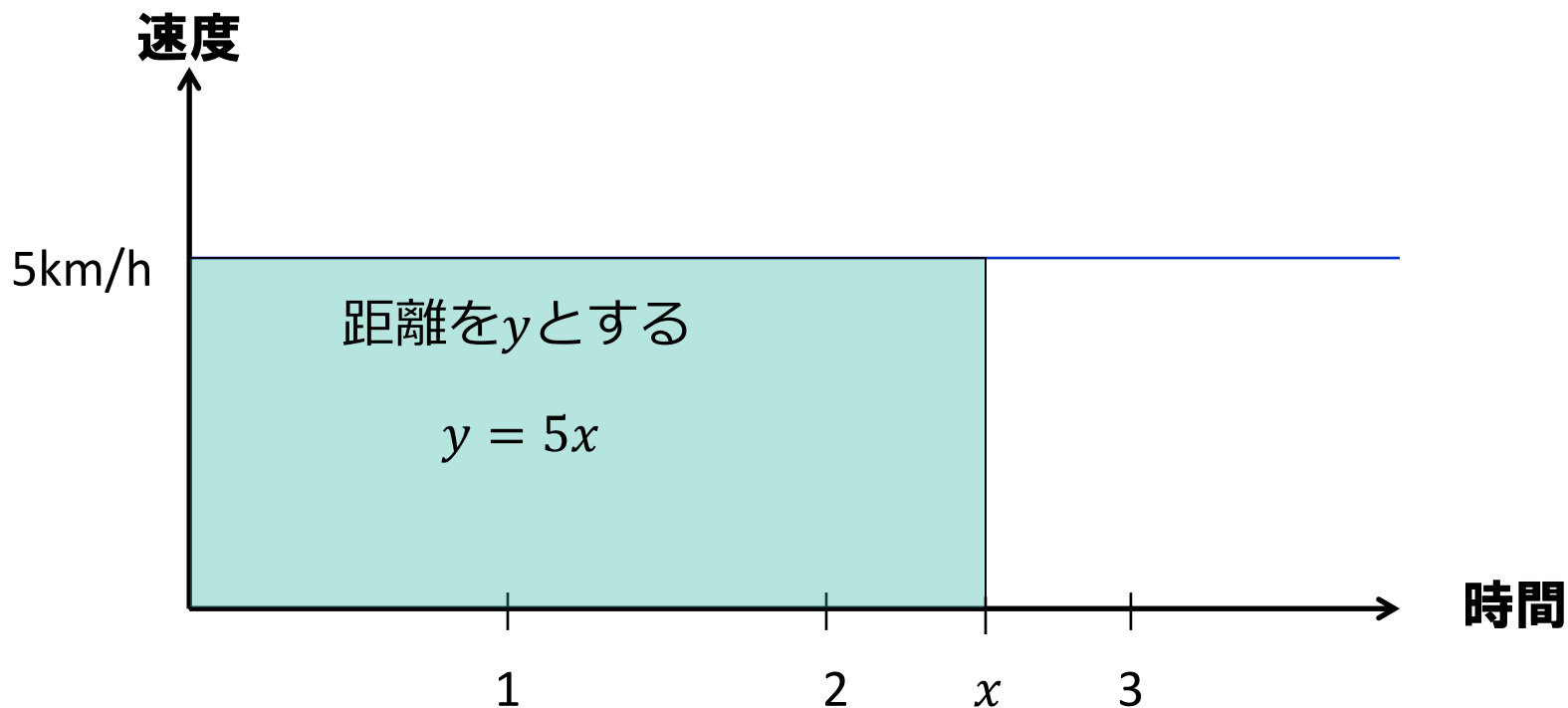
微分積分の発見



時速 5 km

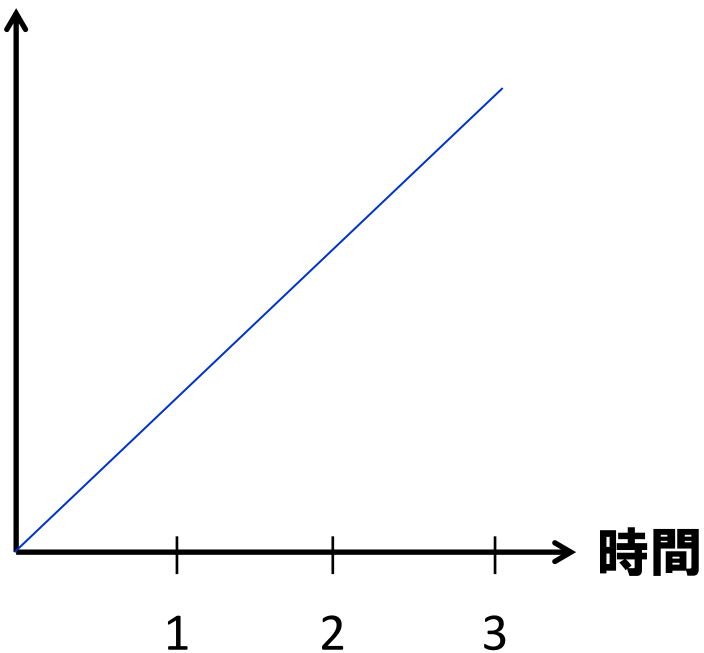
この人は x 時間でどれくら
いの距離を進むか？

$$5 \times x = 5x \text{ (km)}$$



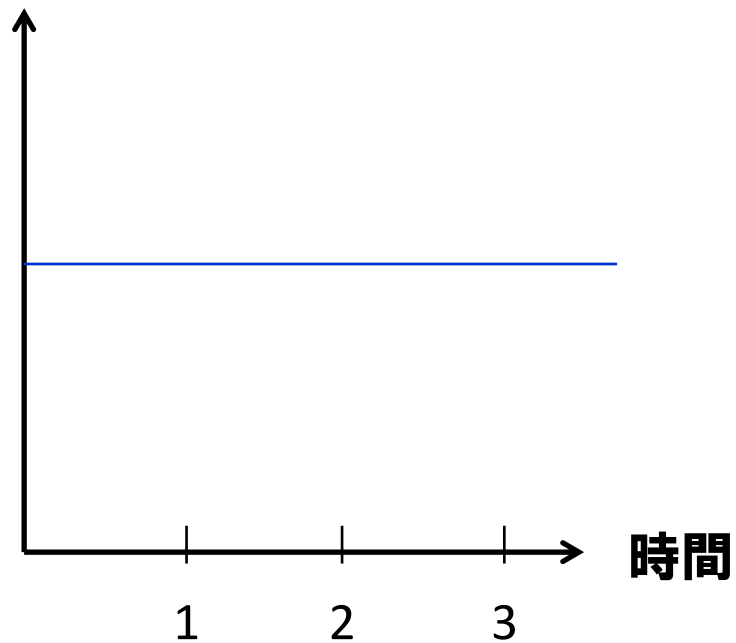
距離

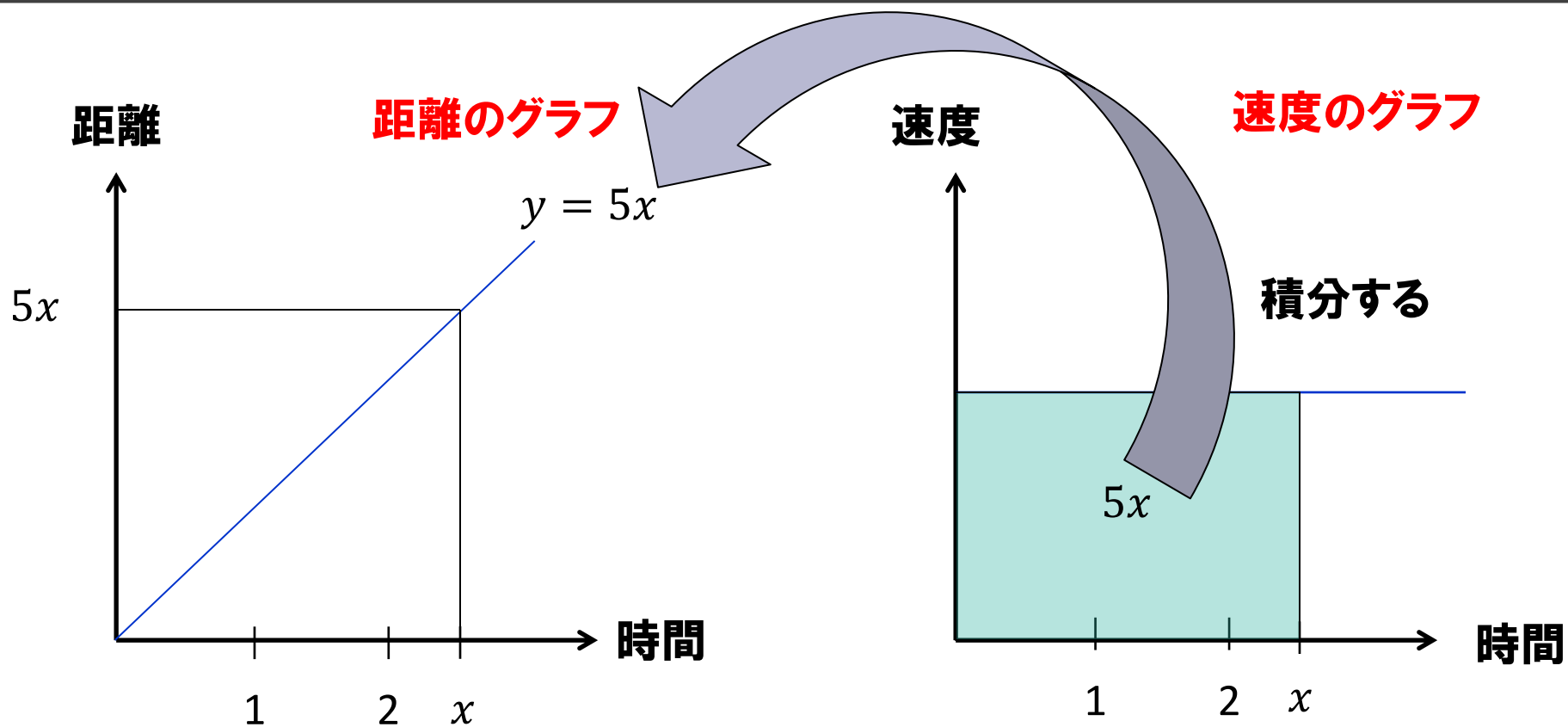
距離のグラフ

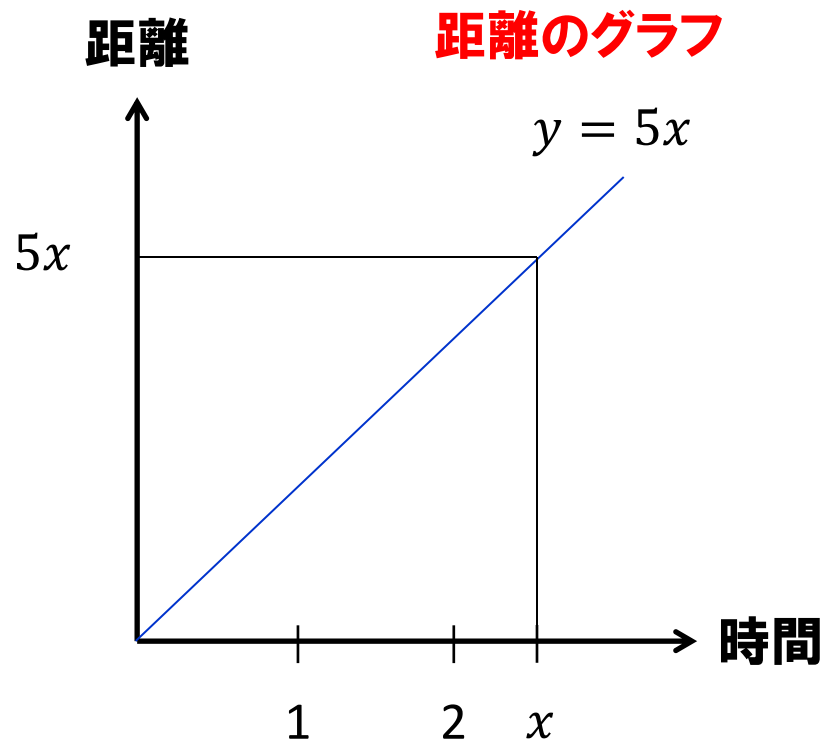


速度

速度のグラフ



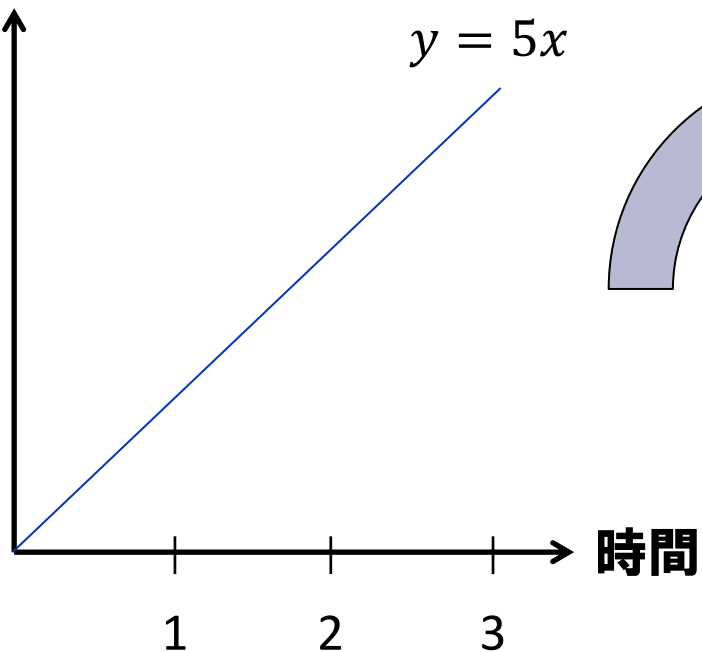




距離のグラフの傾きは？

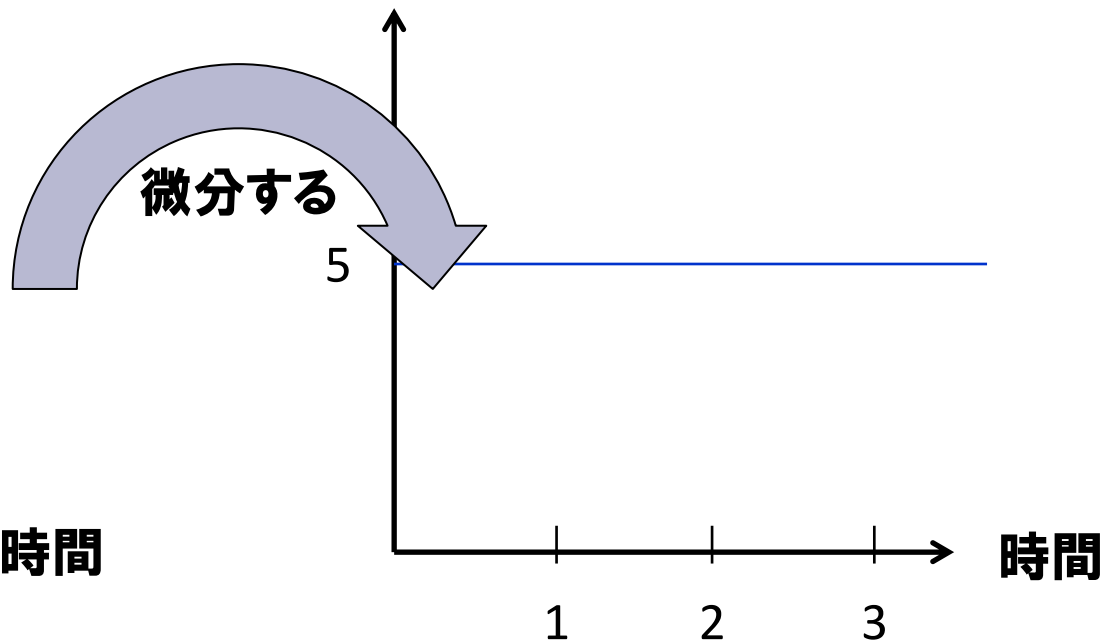
距離

距離のグラフ

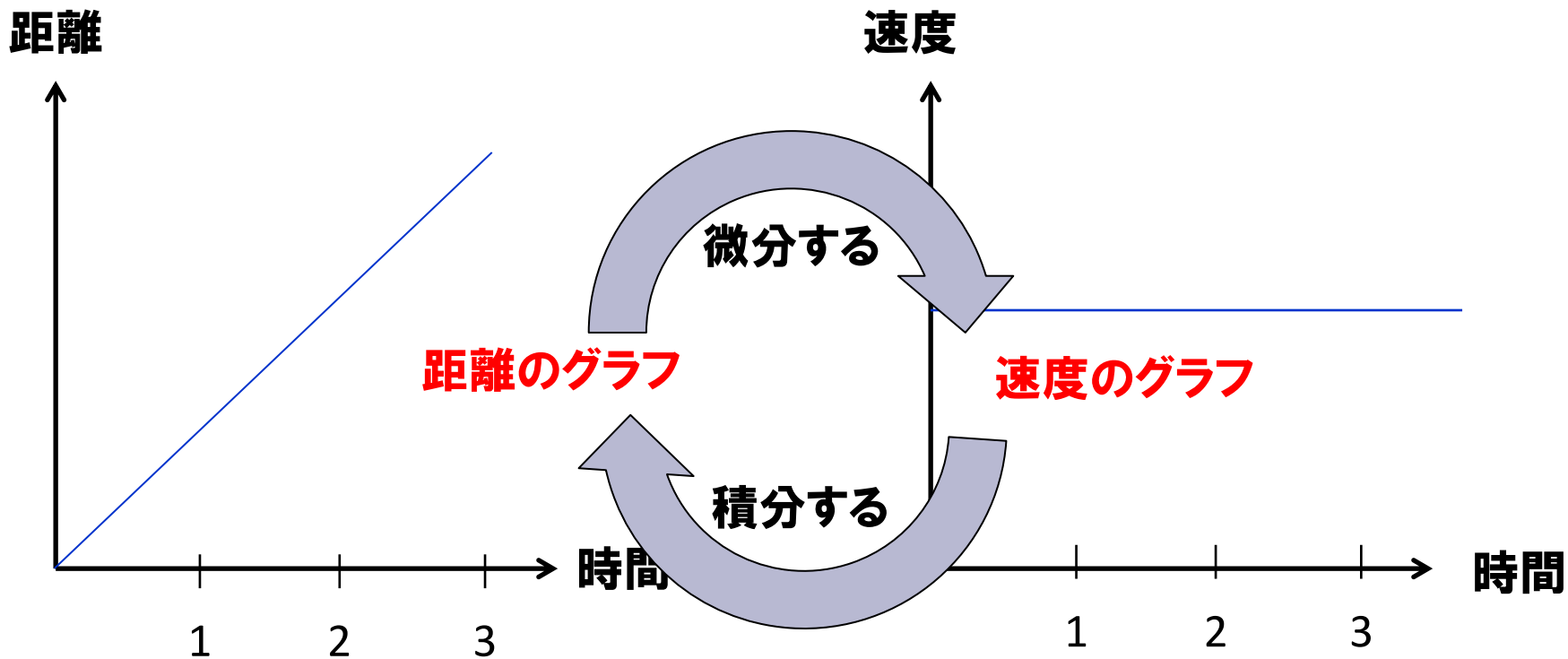


速度

速度のグラフ



距離のグラフの傾きは？

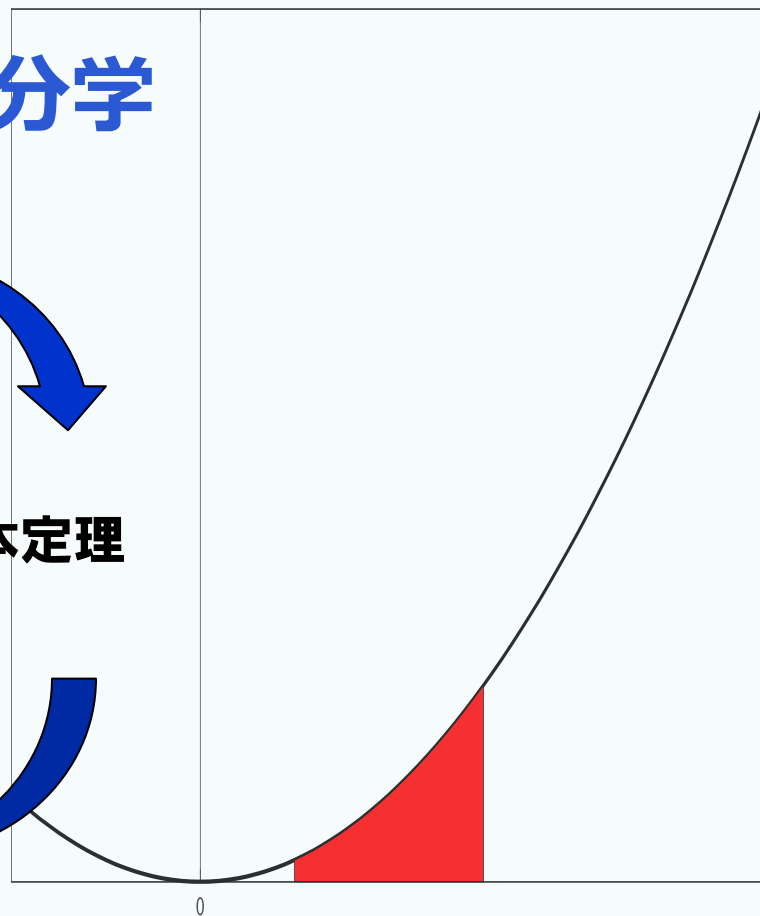
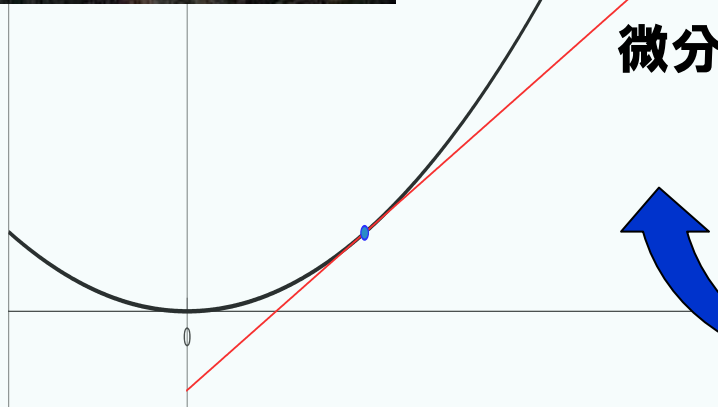


微分積分の発見

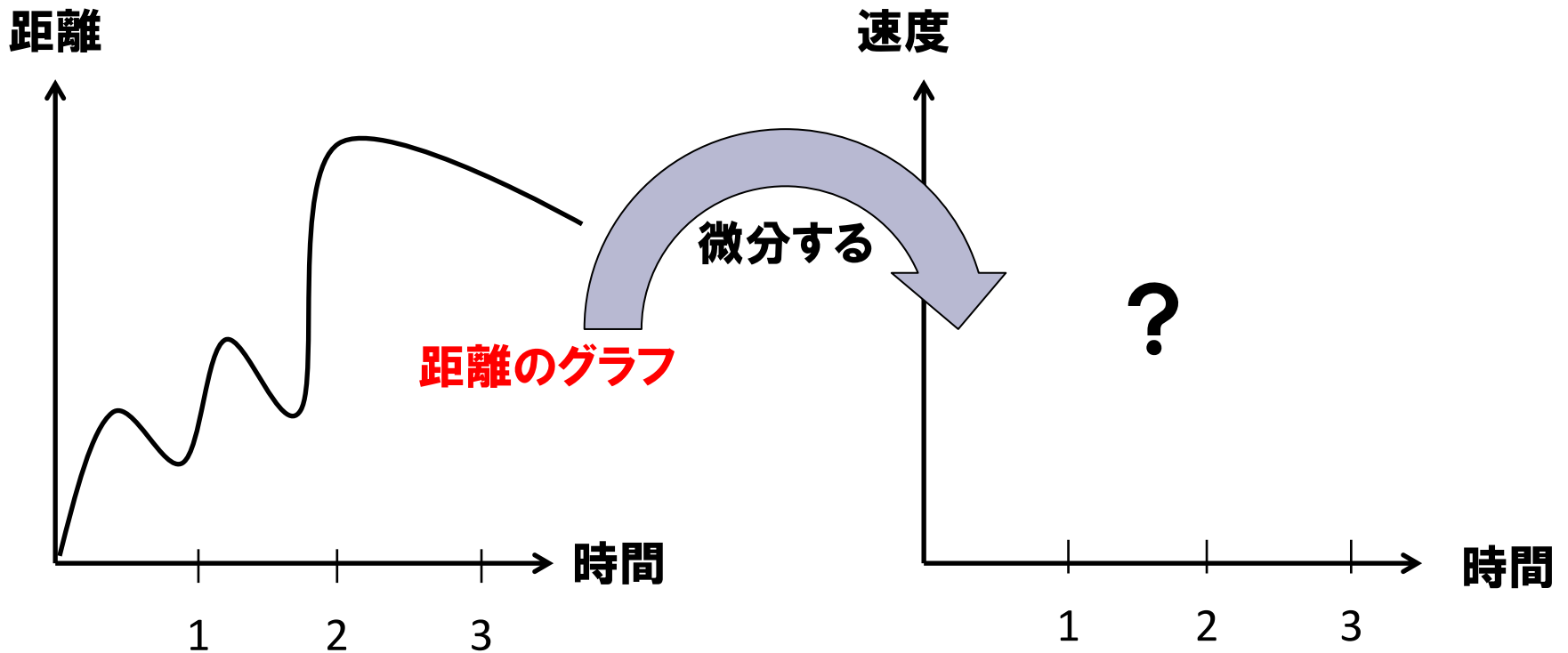


微分・積分学

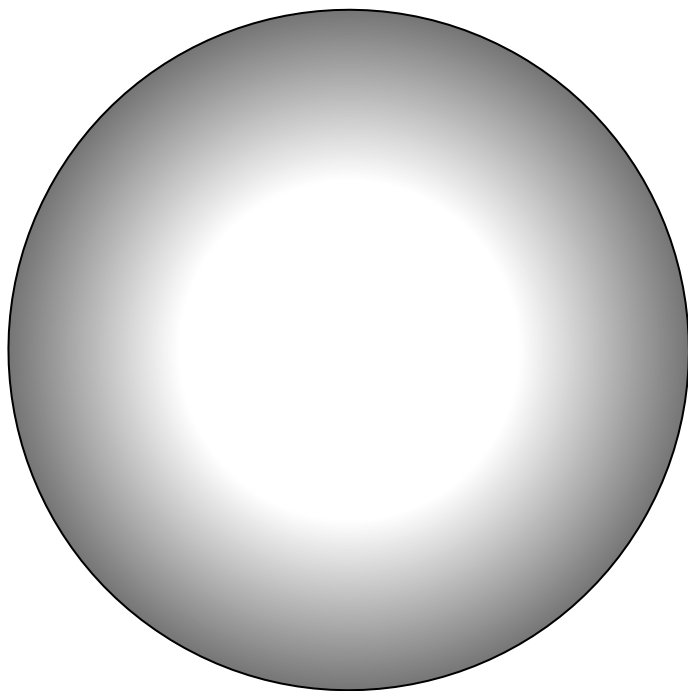
微分積分の基本定理



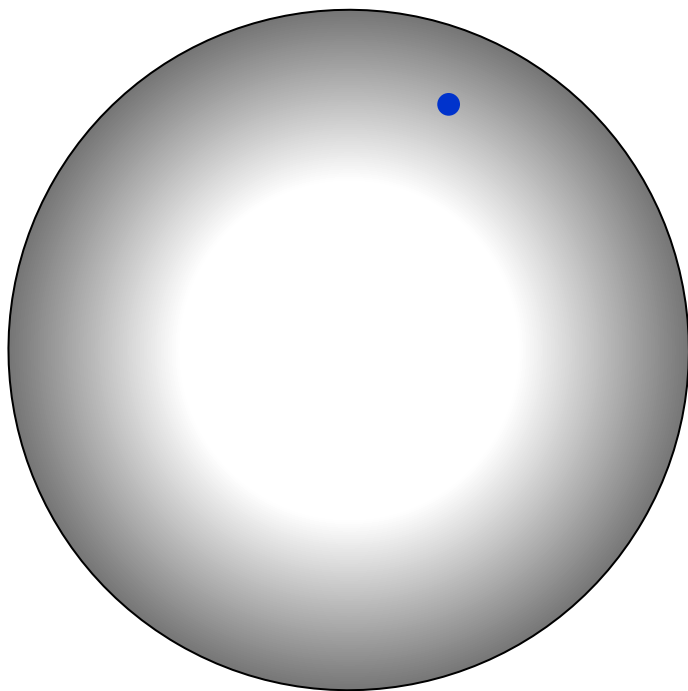
微分積分の発見



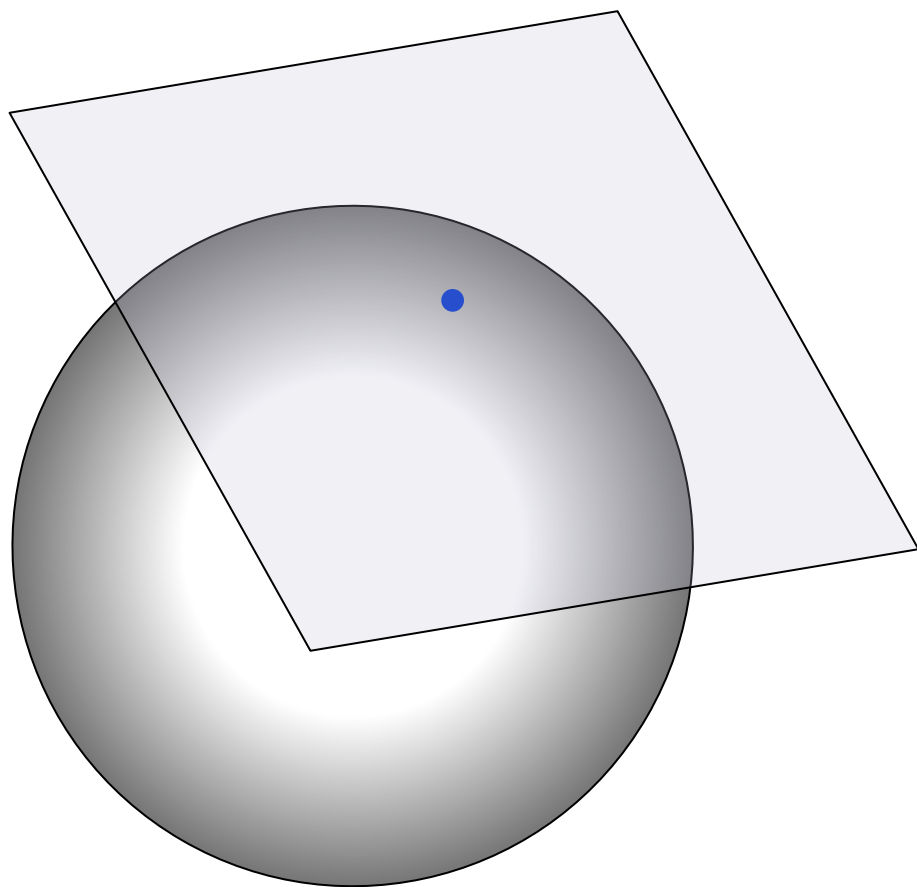
微分の考え方



微分の考え方

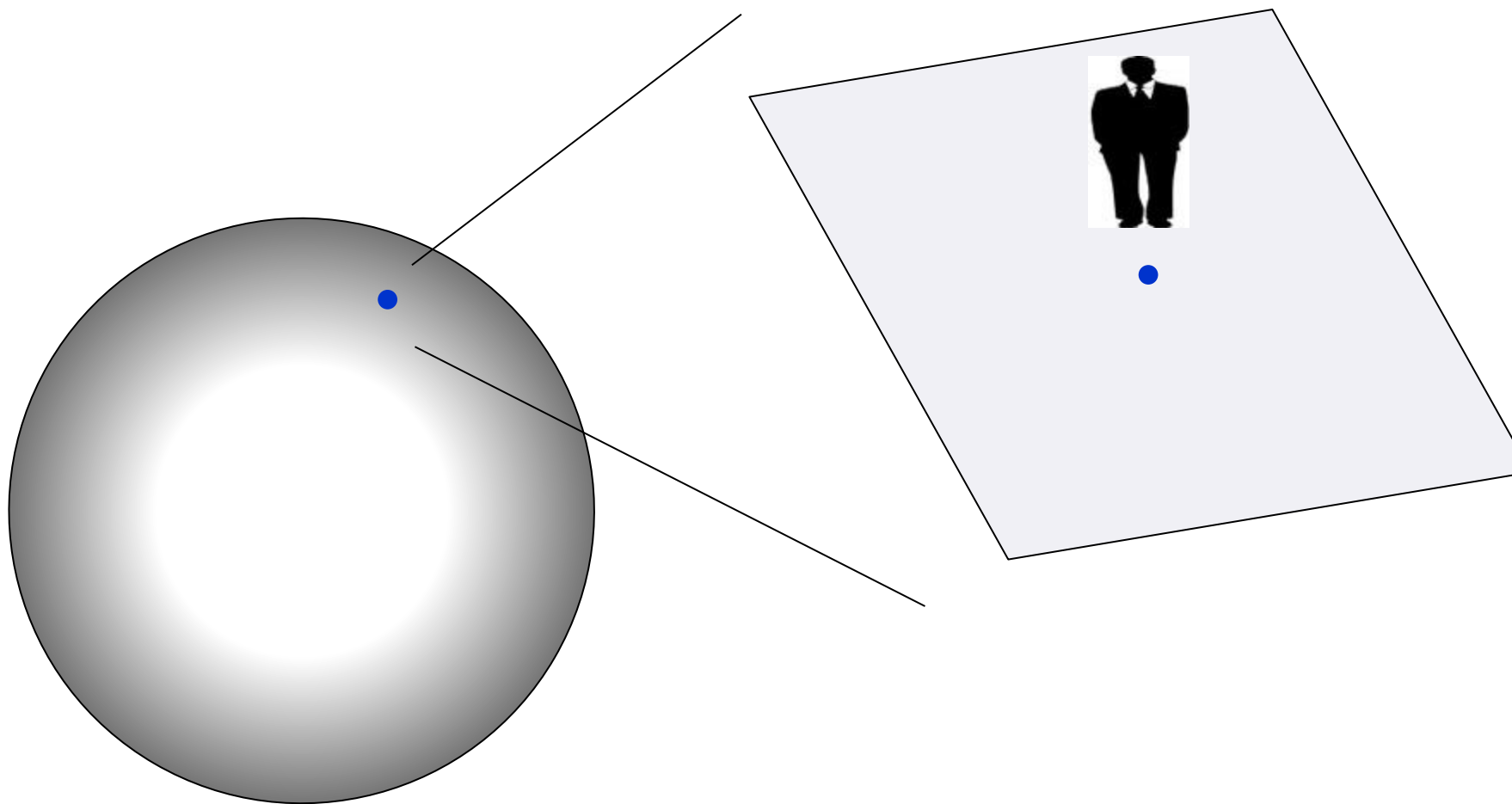


微分の考え方



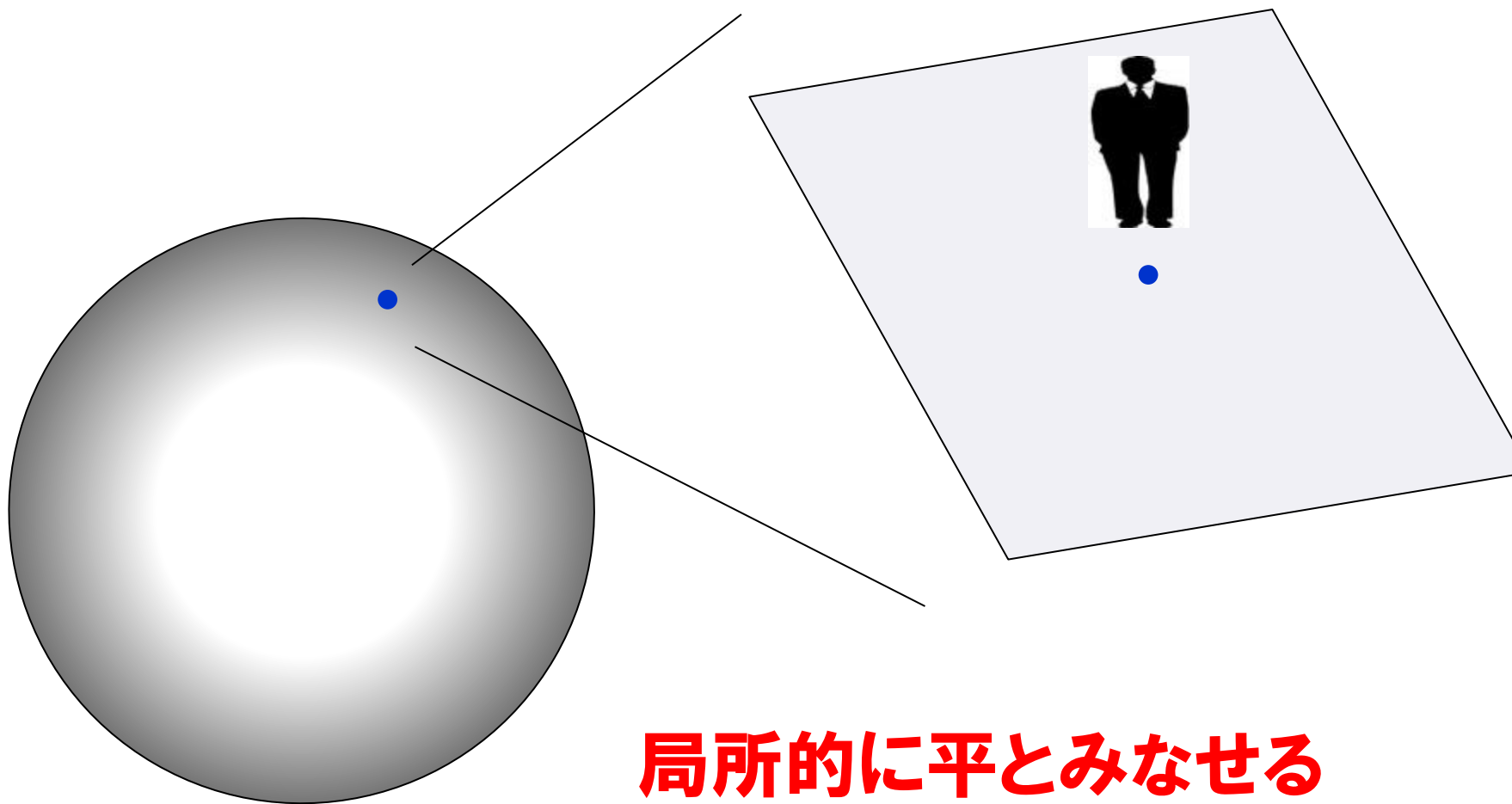
微分の考え方

平らな土地の上に住んでると思ってる



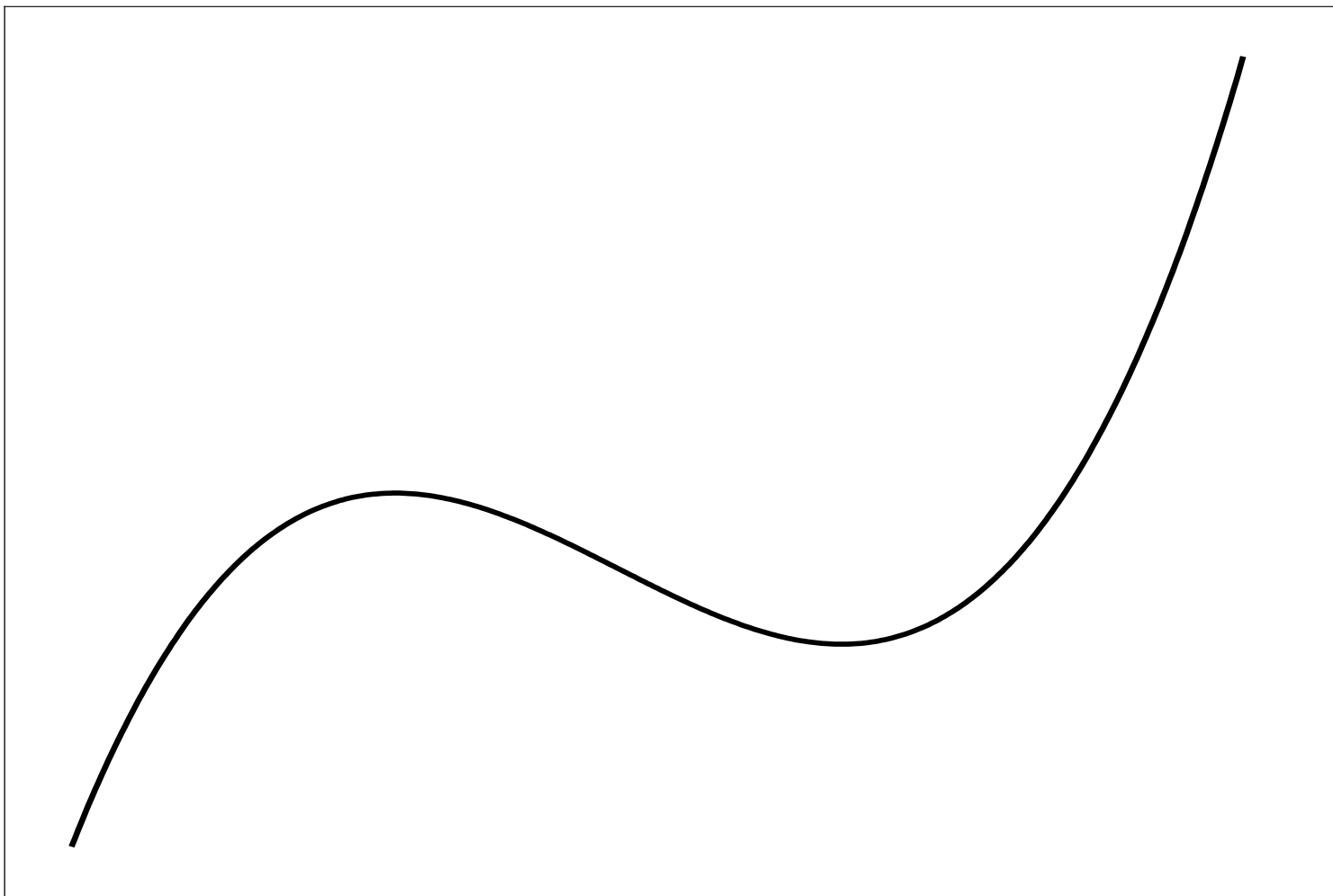
微分の考え方

平らな土地の上に住んでると思ってる

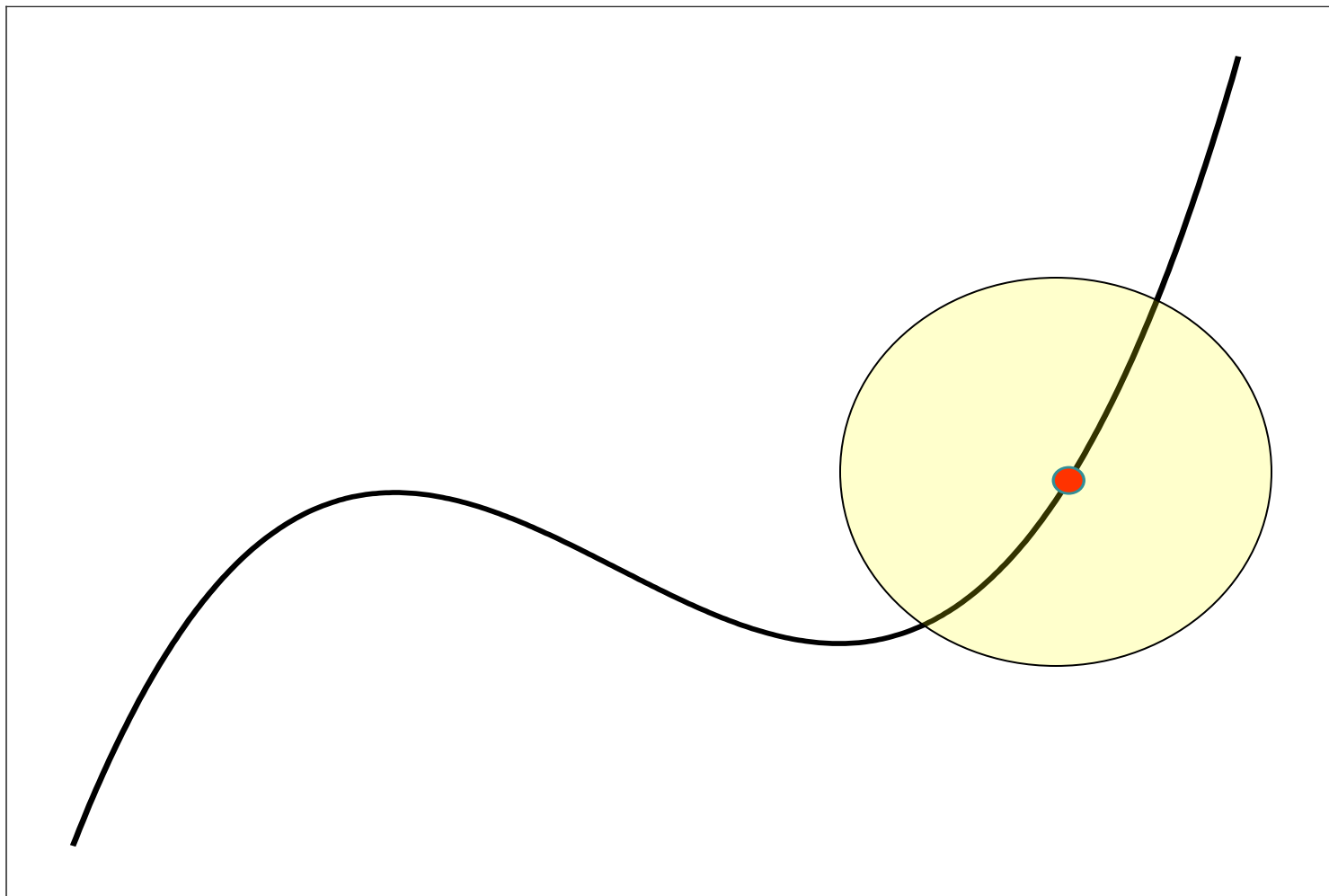


局所的に平とみなせる

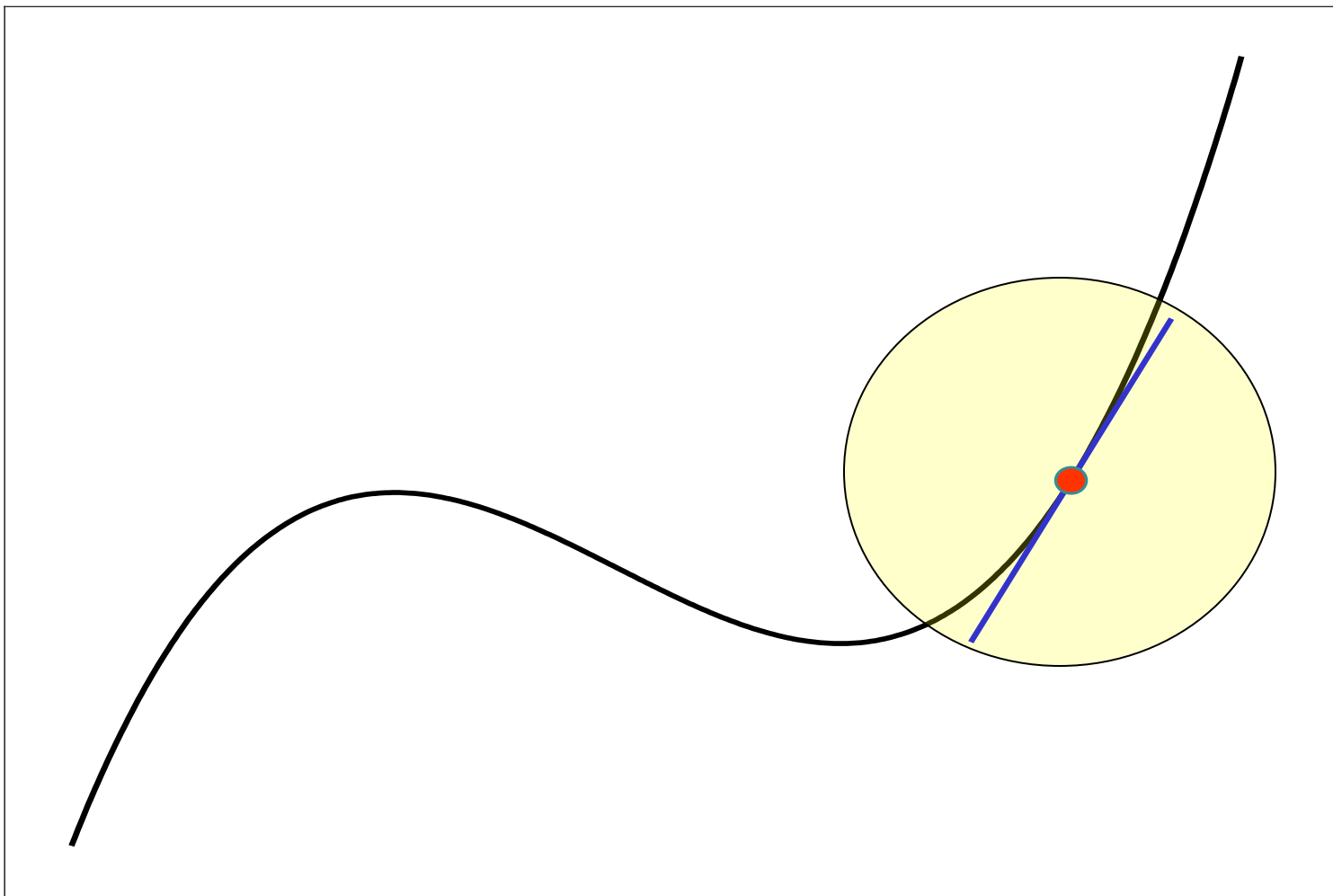
微分の考え方



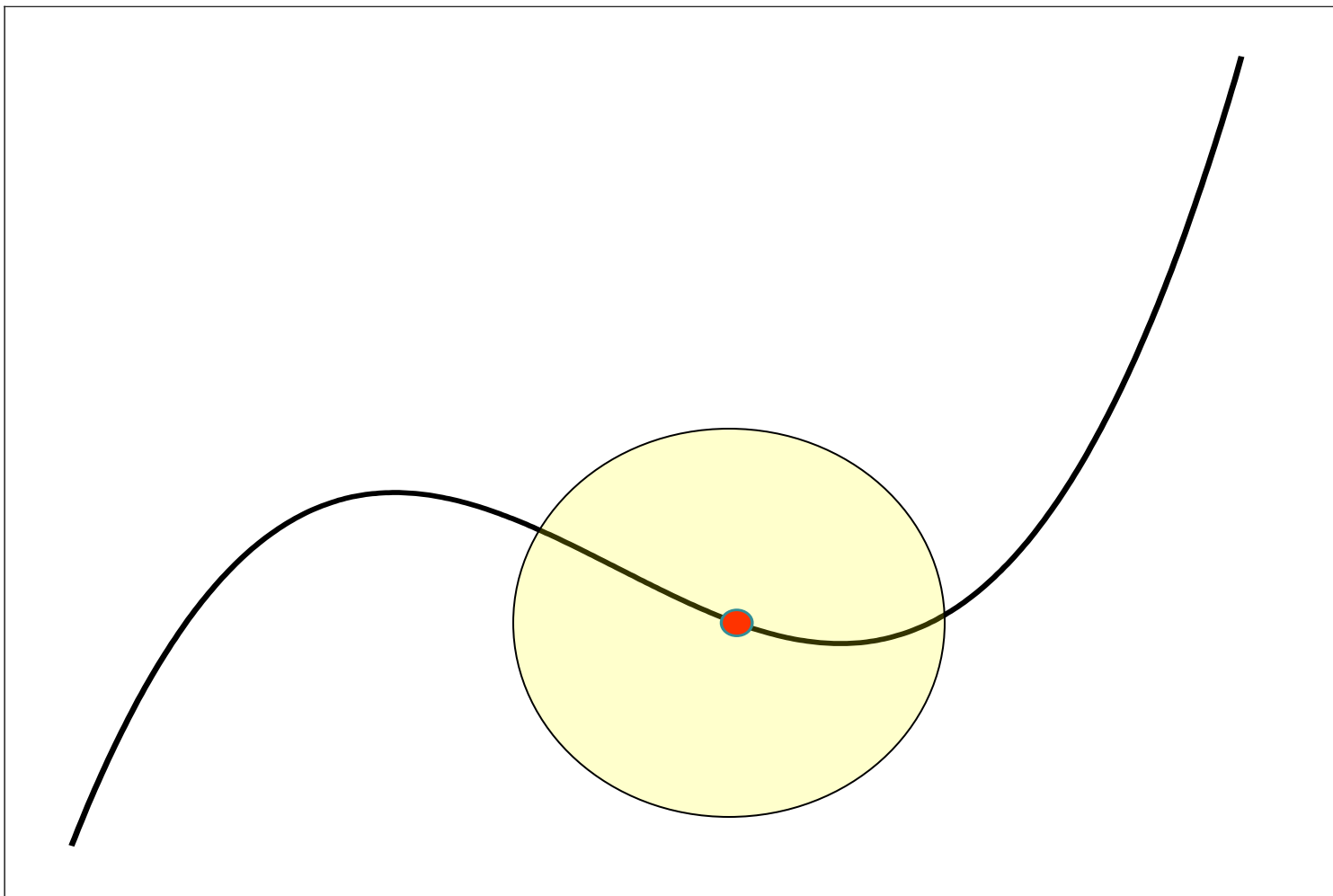
微分の考え方



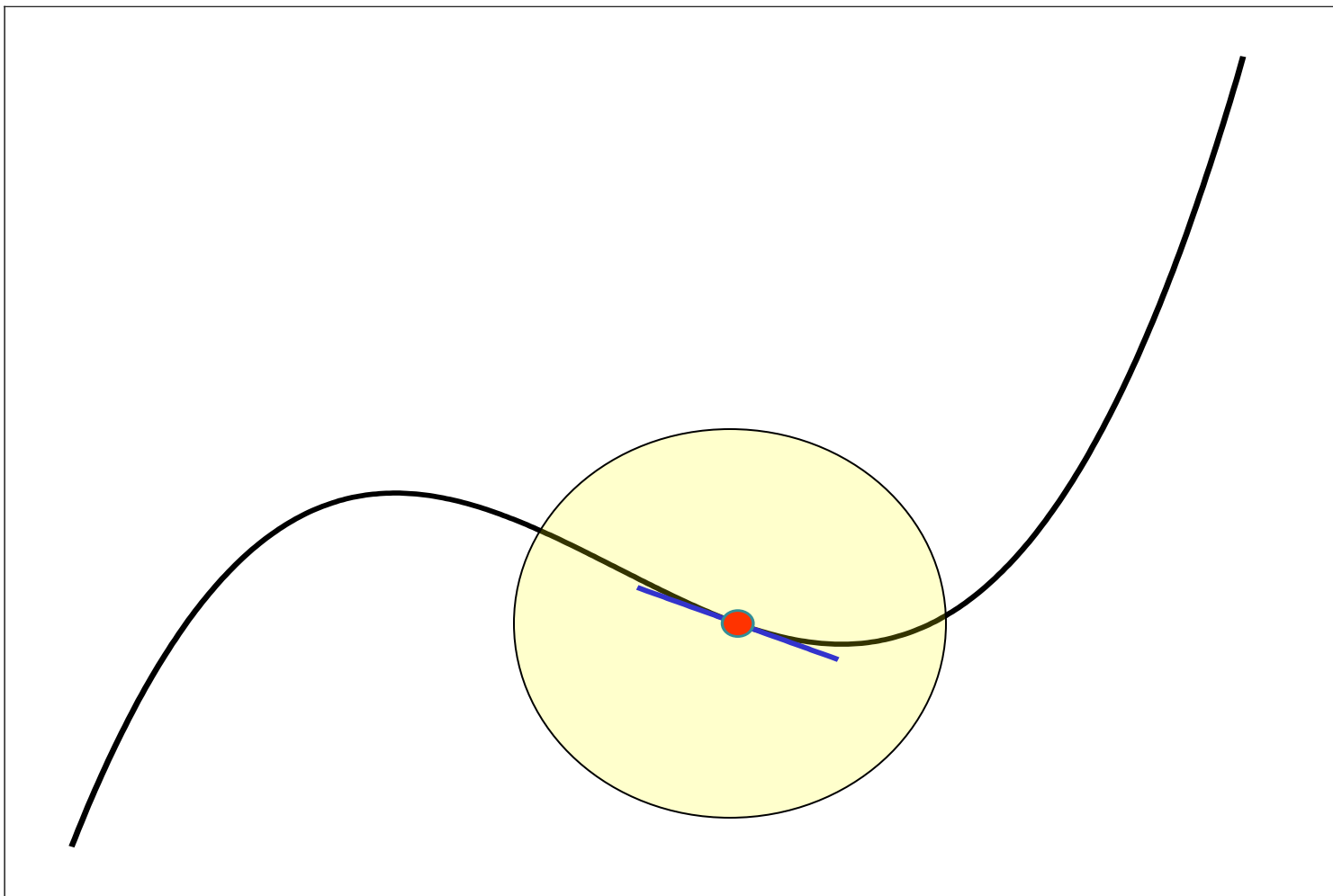
微分の考え方



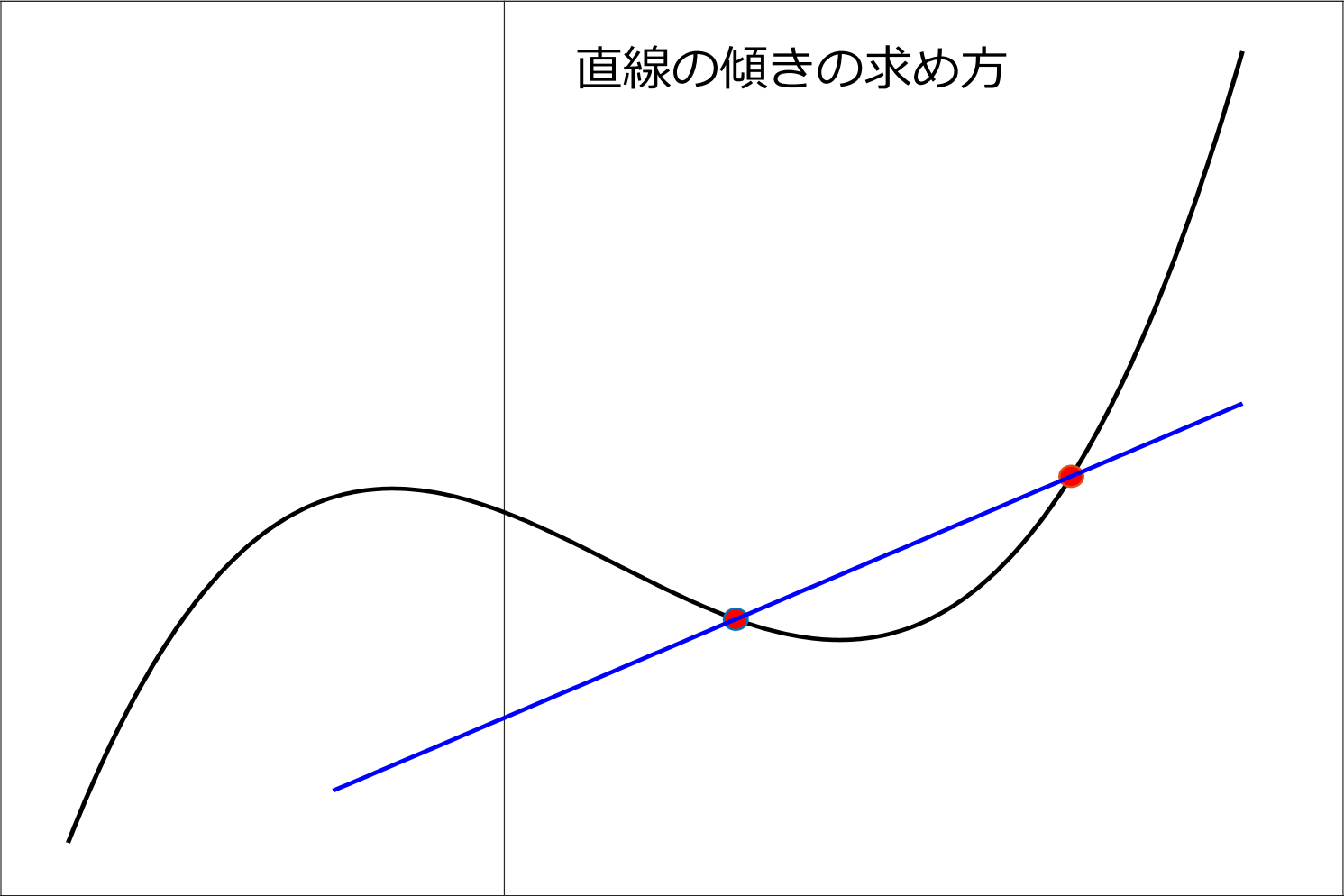
微分の考え方



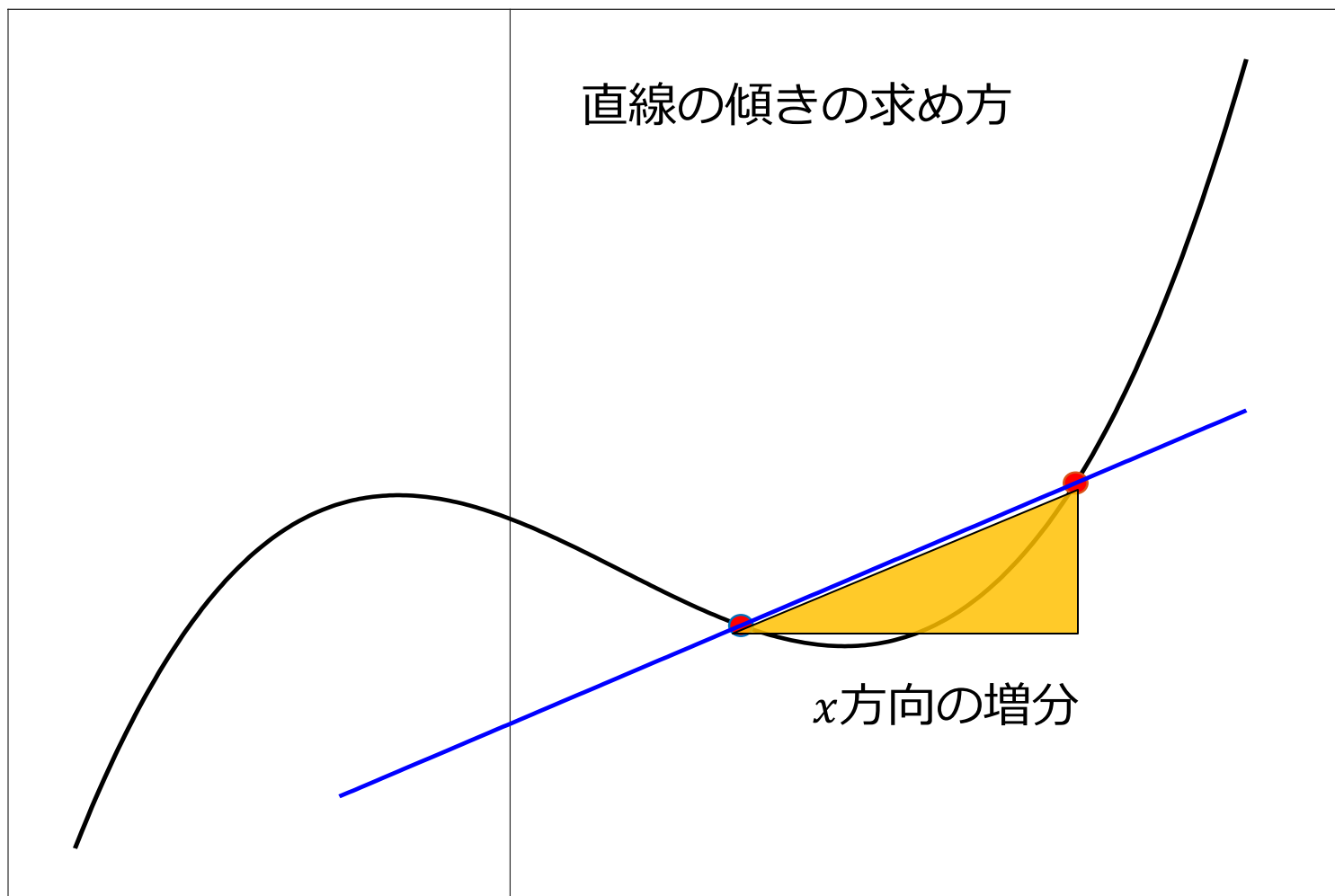
微分の考え方



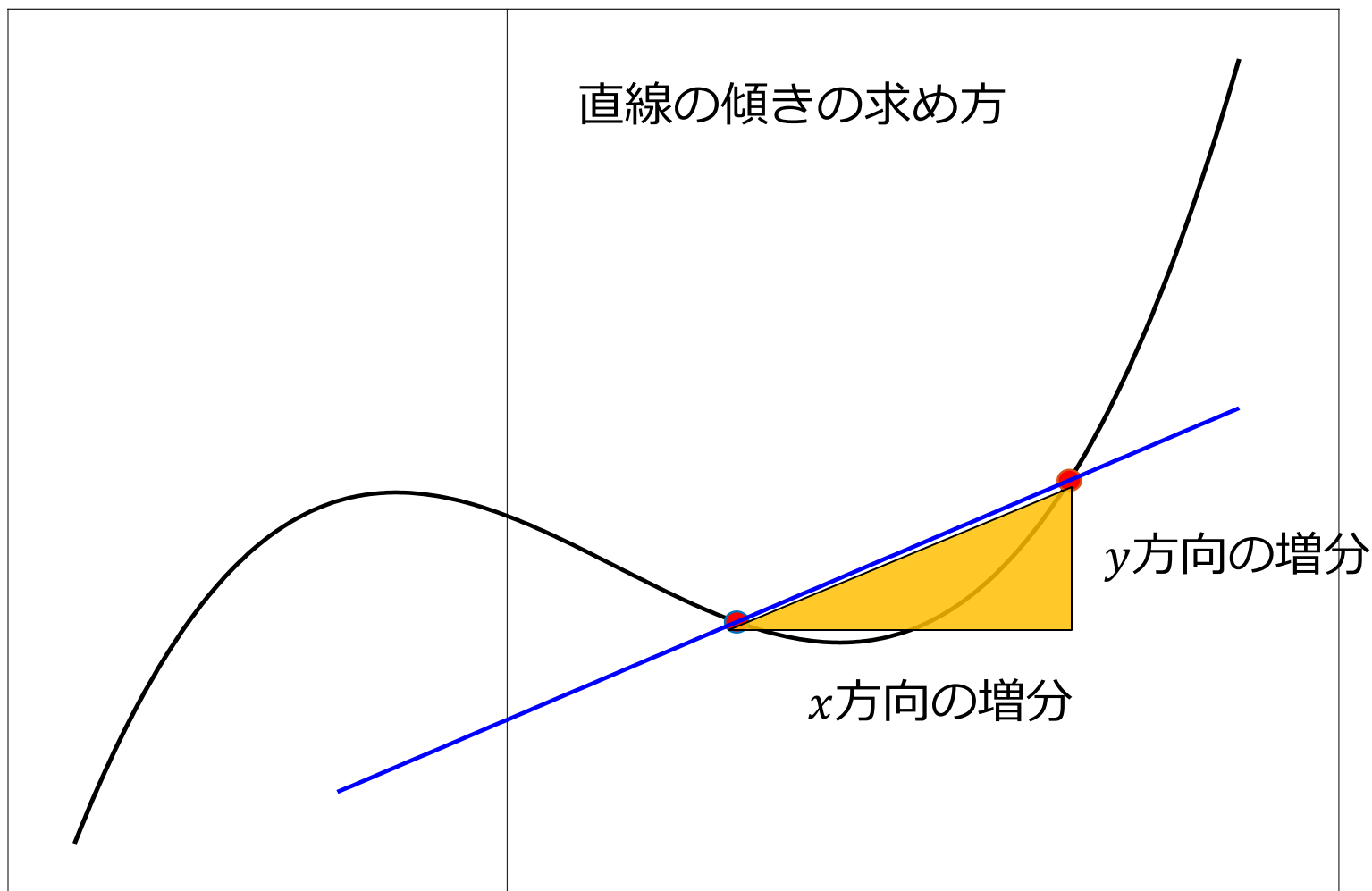
傾きの求め方



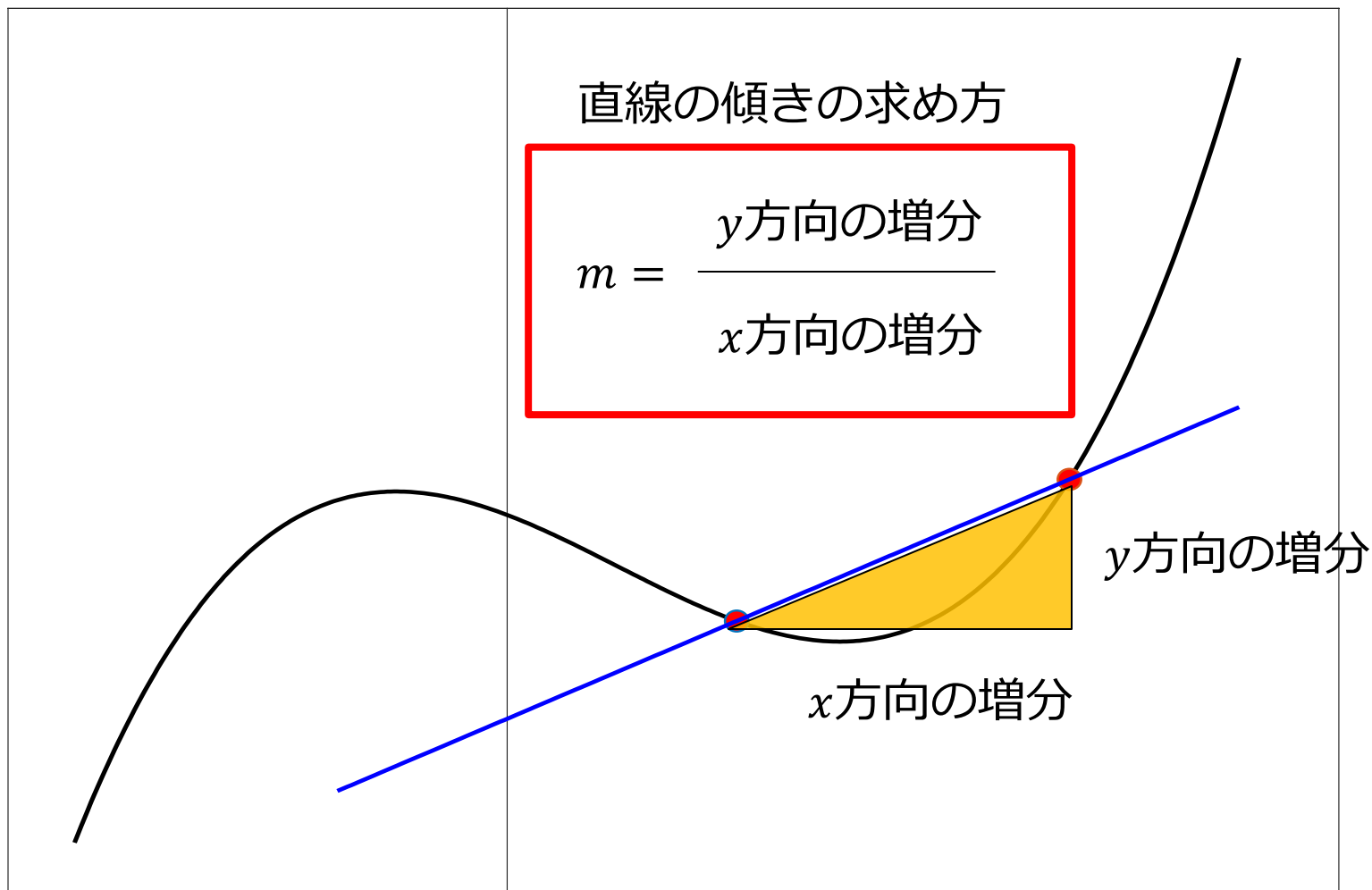
傾きの求め方



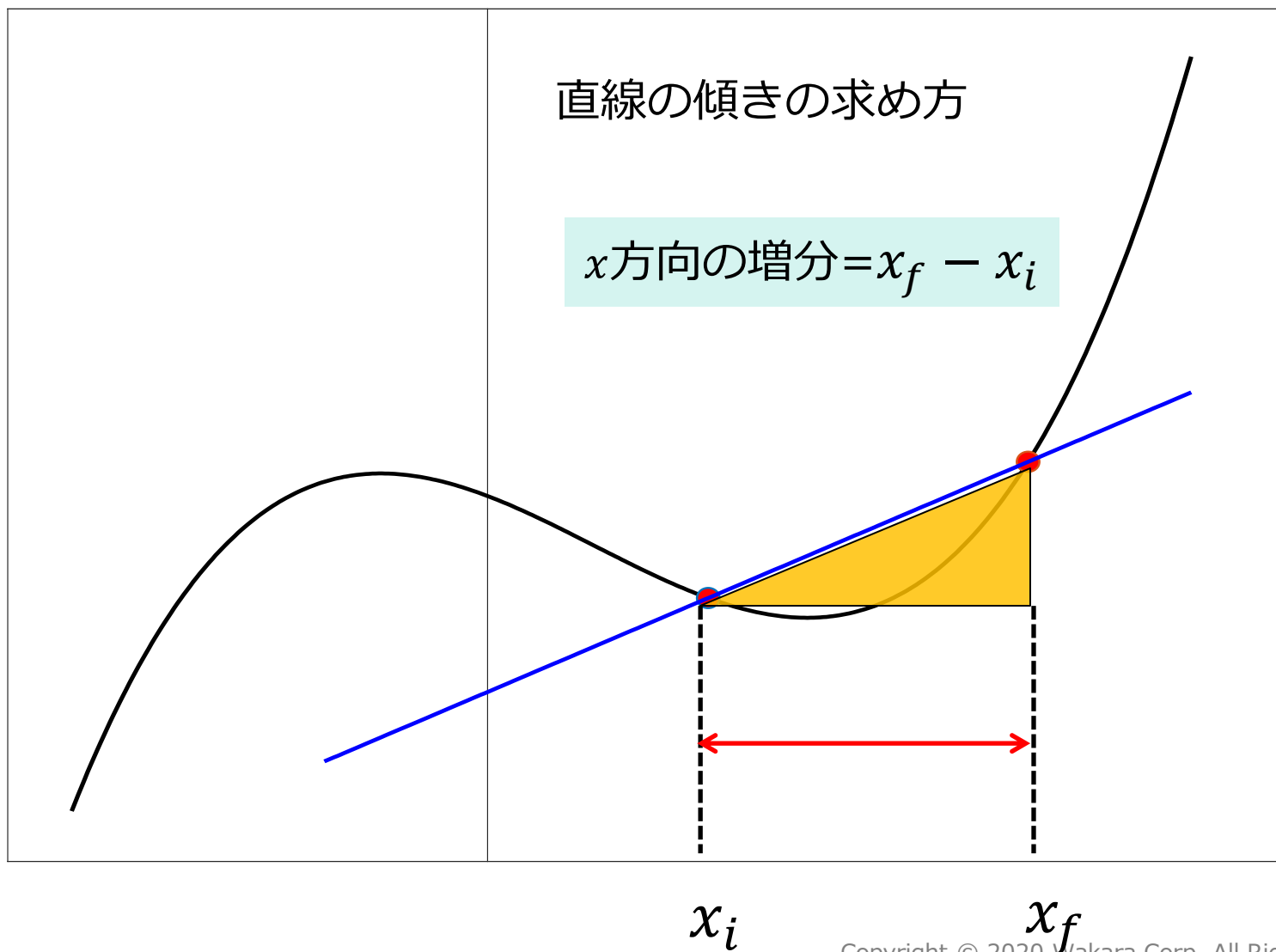
傾きの求め方



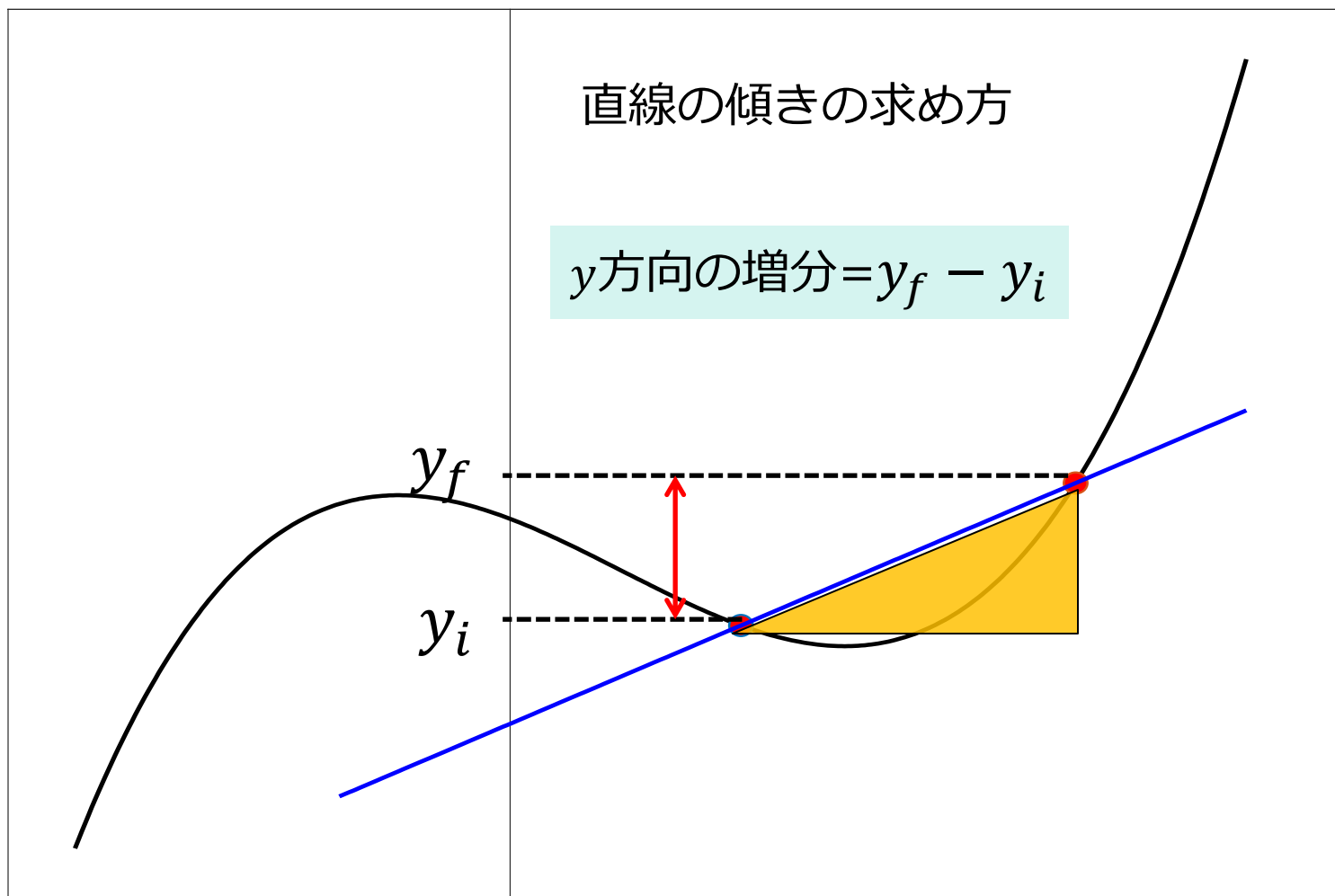
傾きの求め方



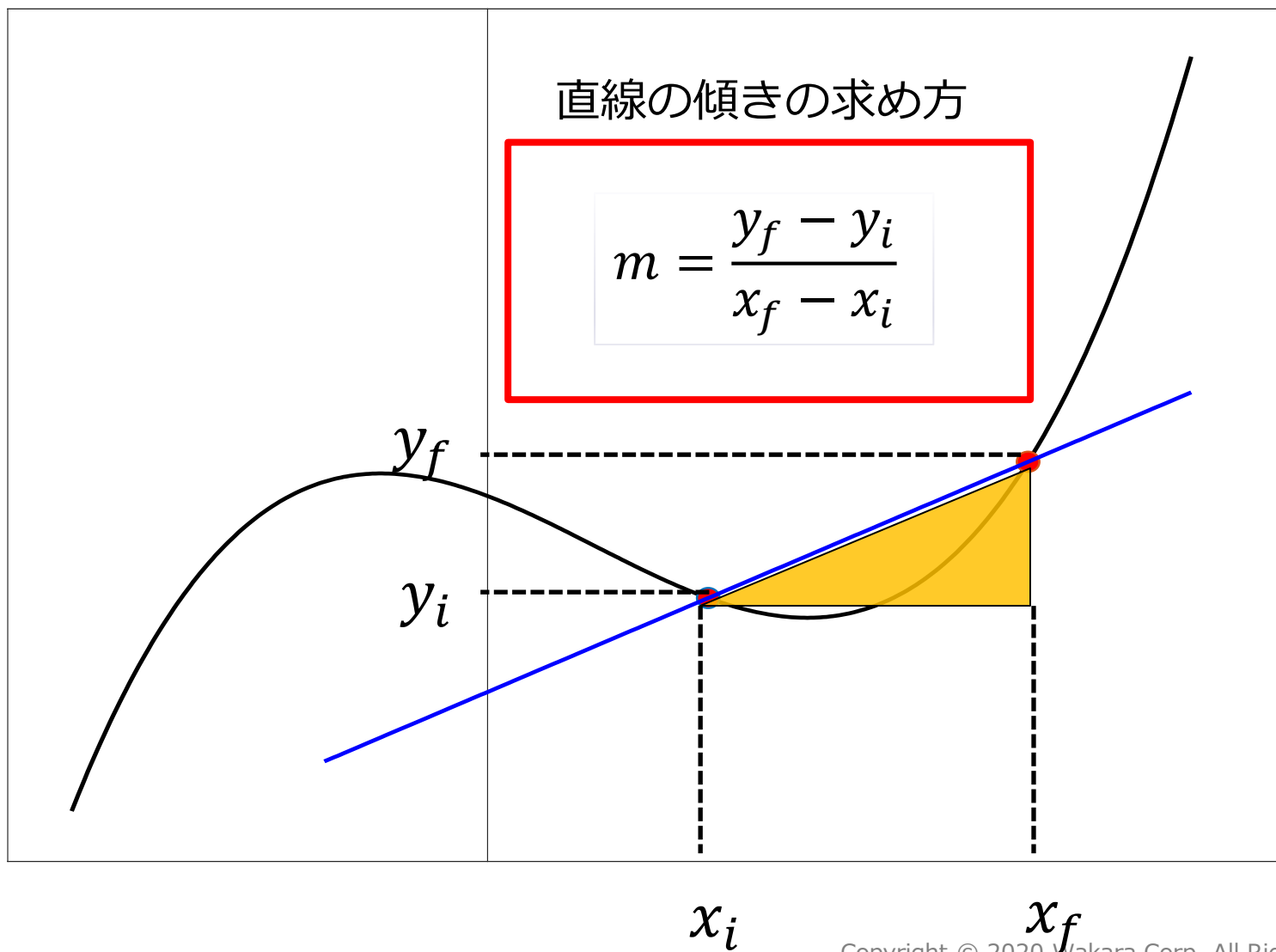
傾きの求め方



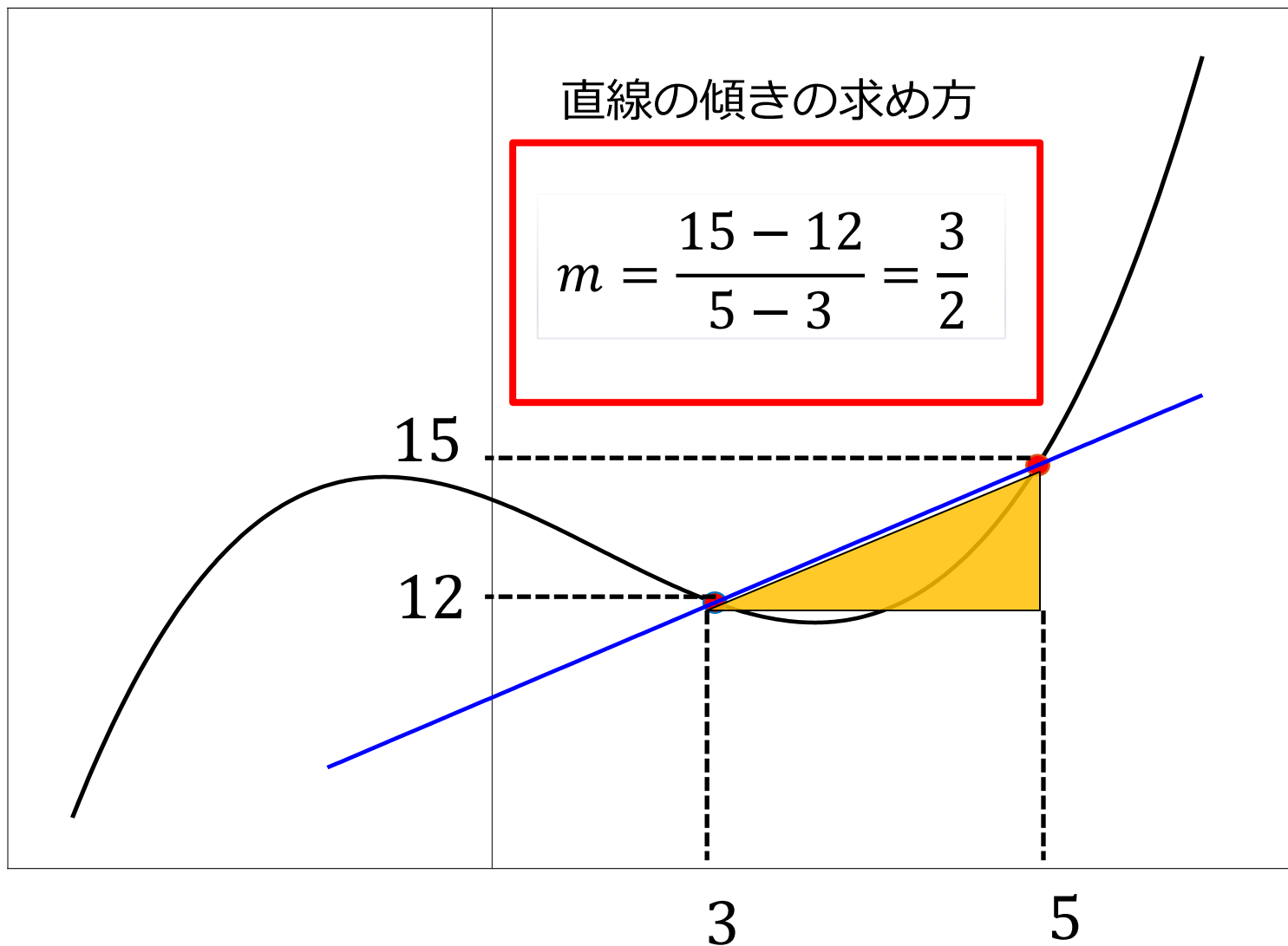
傾きの求め方



傾きの求め方

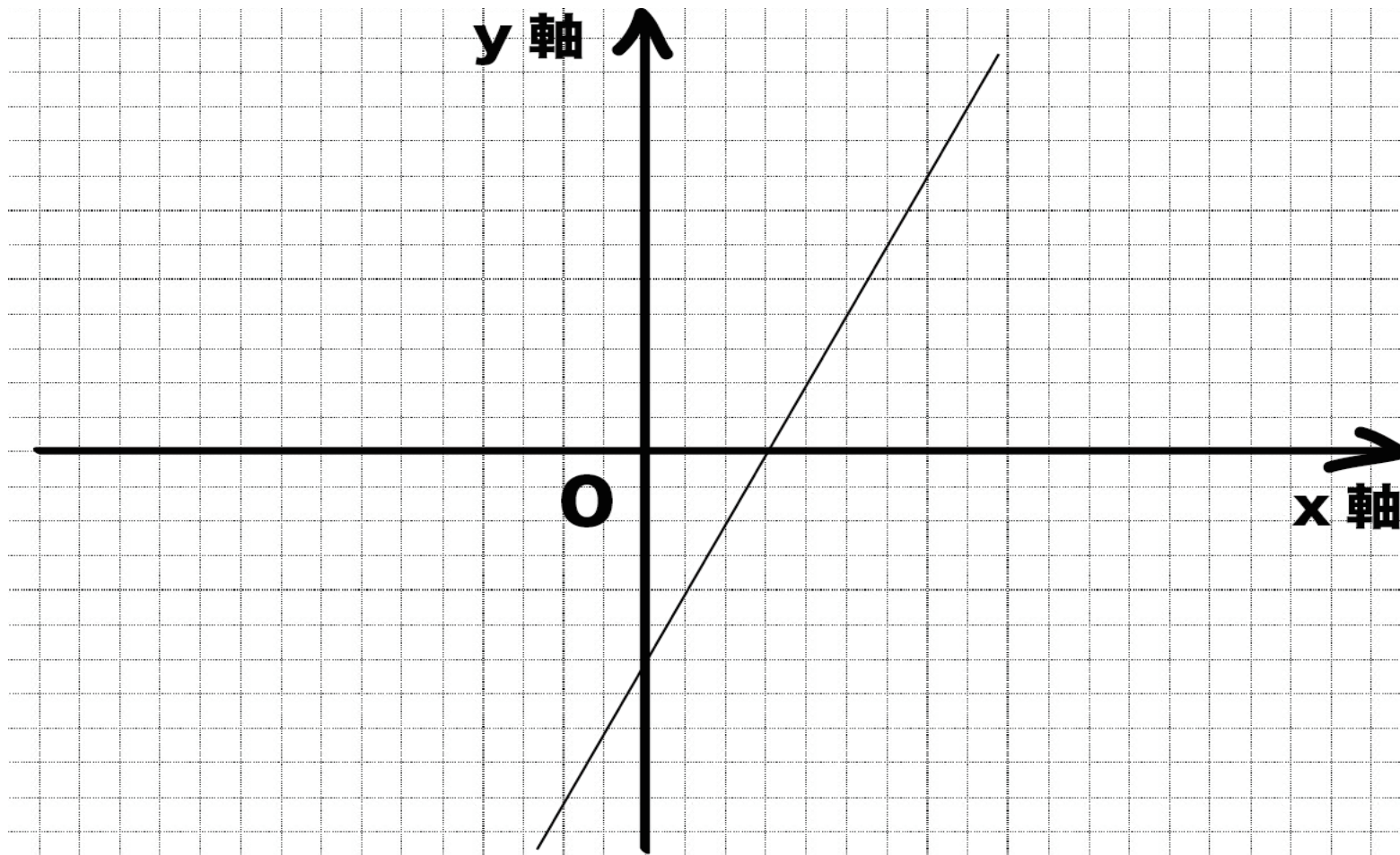


傾きの求め方

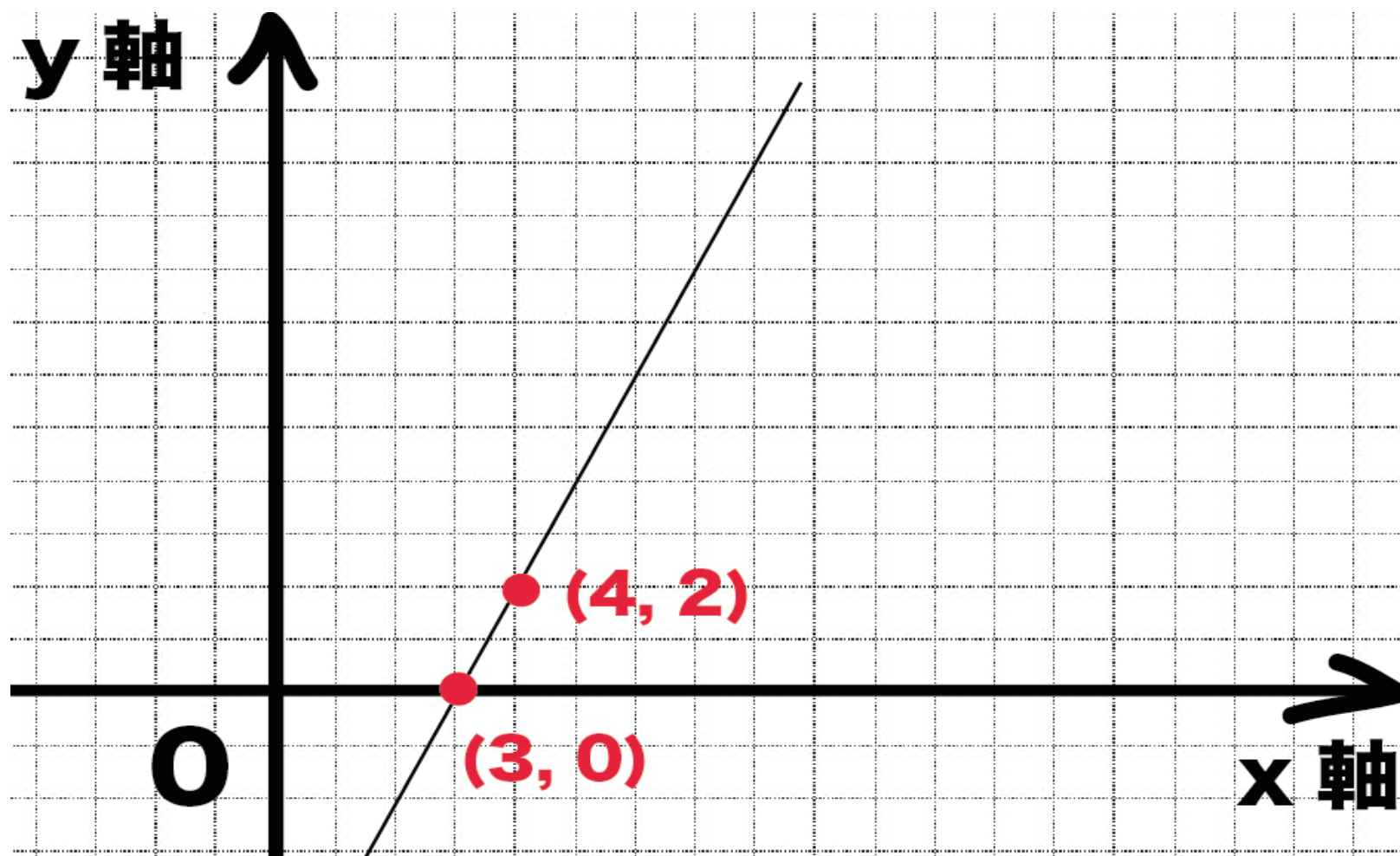


練習問題

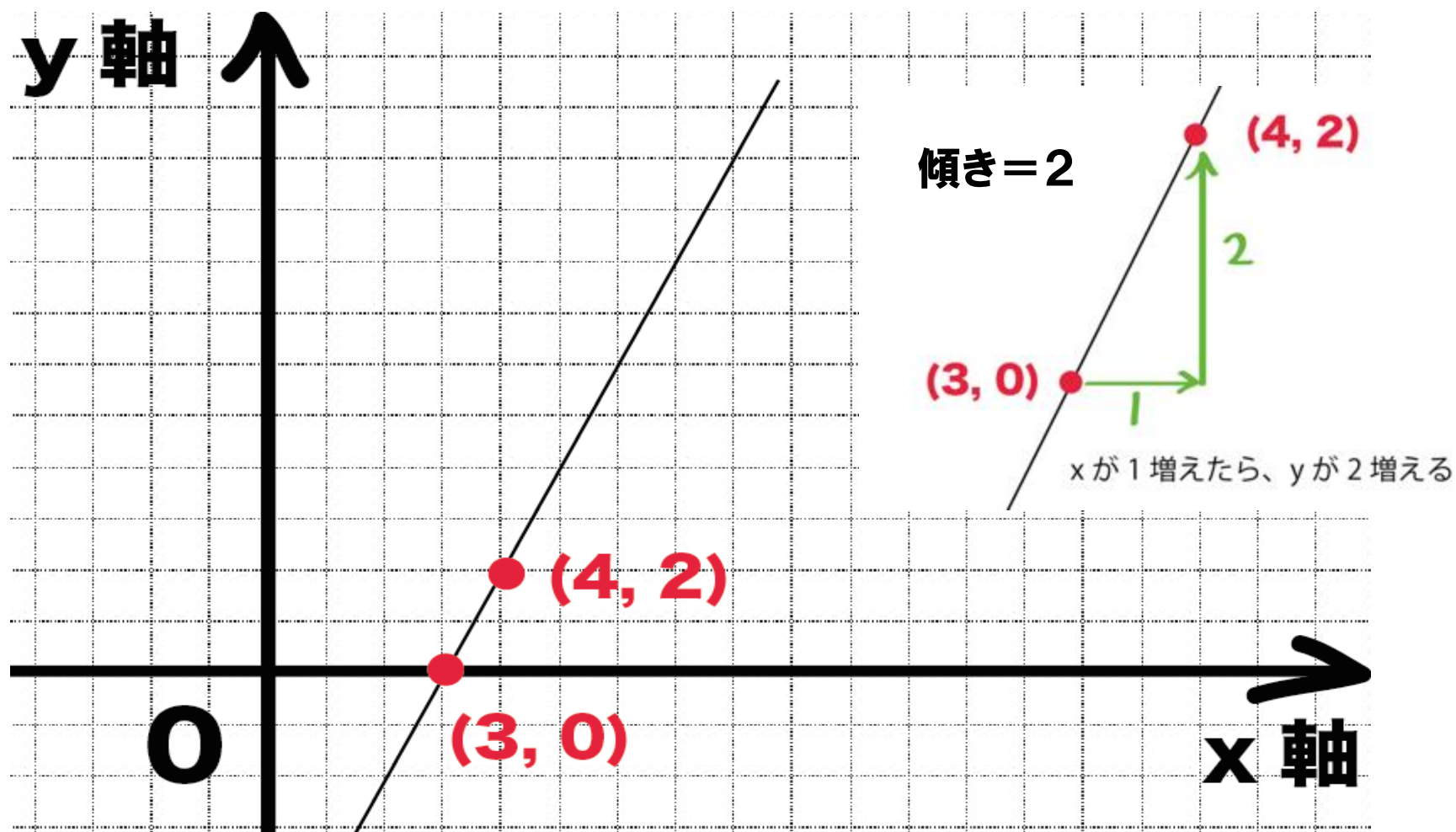
つぎの関数の傾きを求めてください



練習問題



練習問題

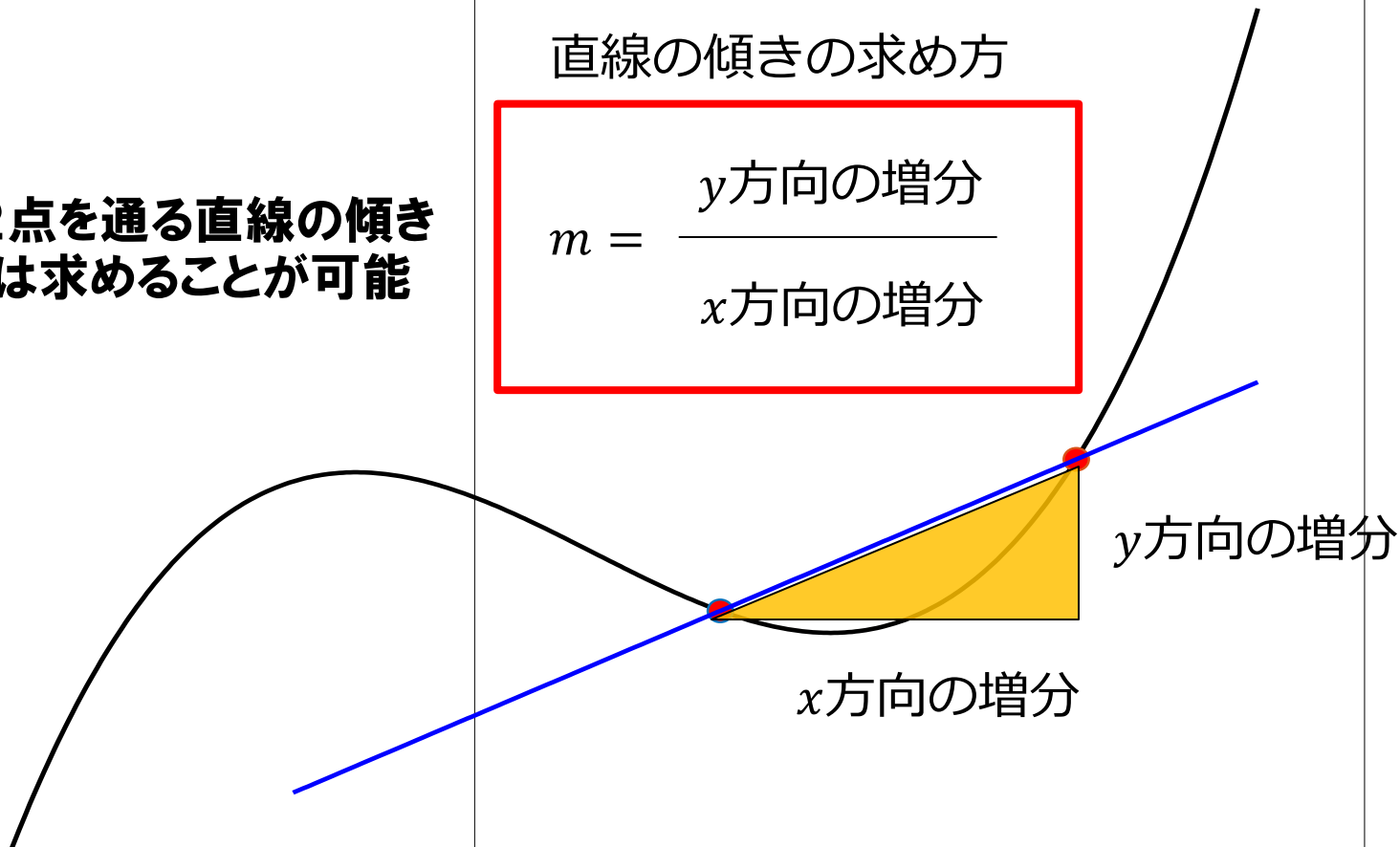


傾きの求め方

2点を通る直線の傾きは求めることが可能

直線の傾きの求め方

$$m = \frac{y\text{方向の増分}}{x\text{方向の増分}}$$



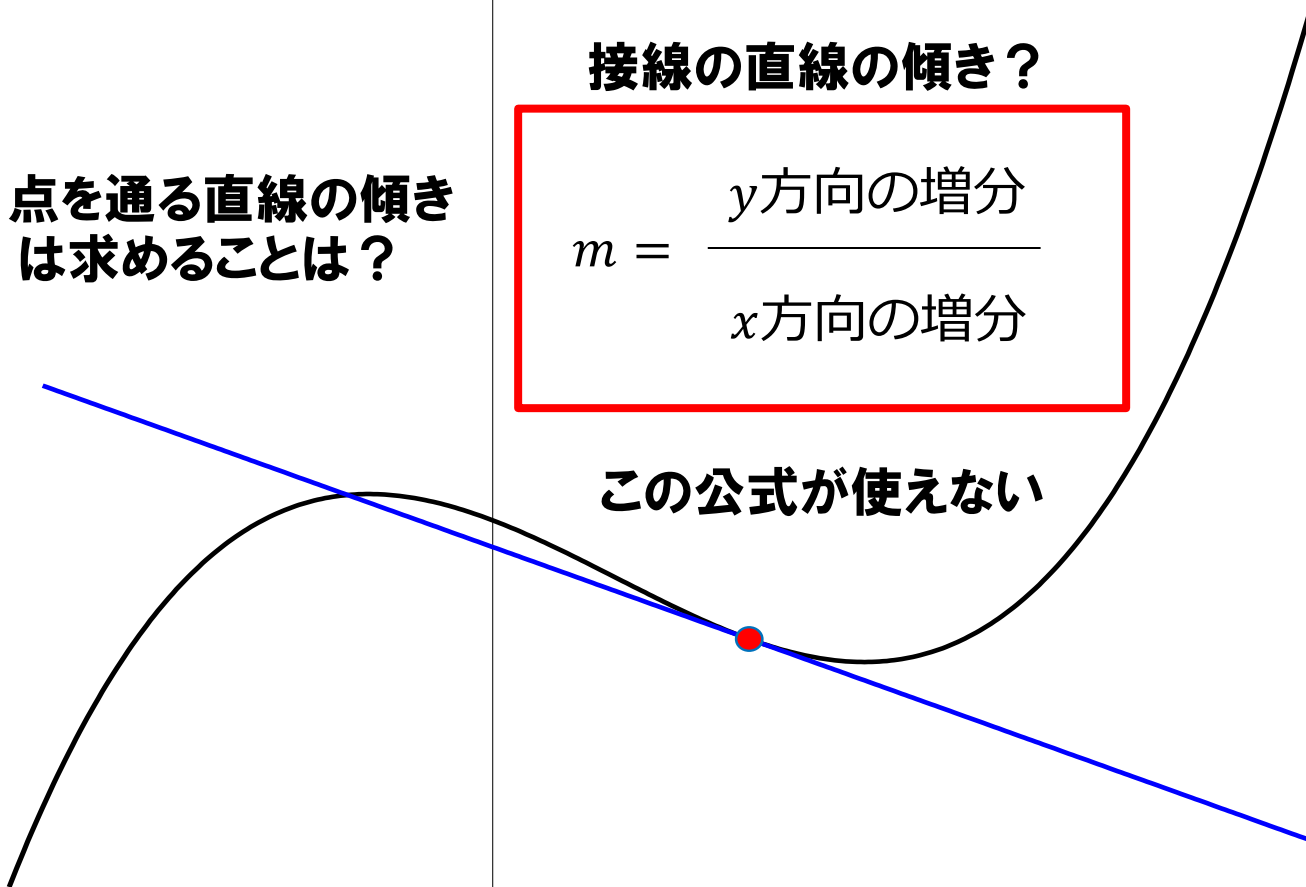
傾きの求め方

1点を通る直線の傾きは求めることは？

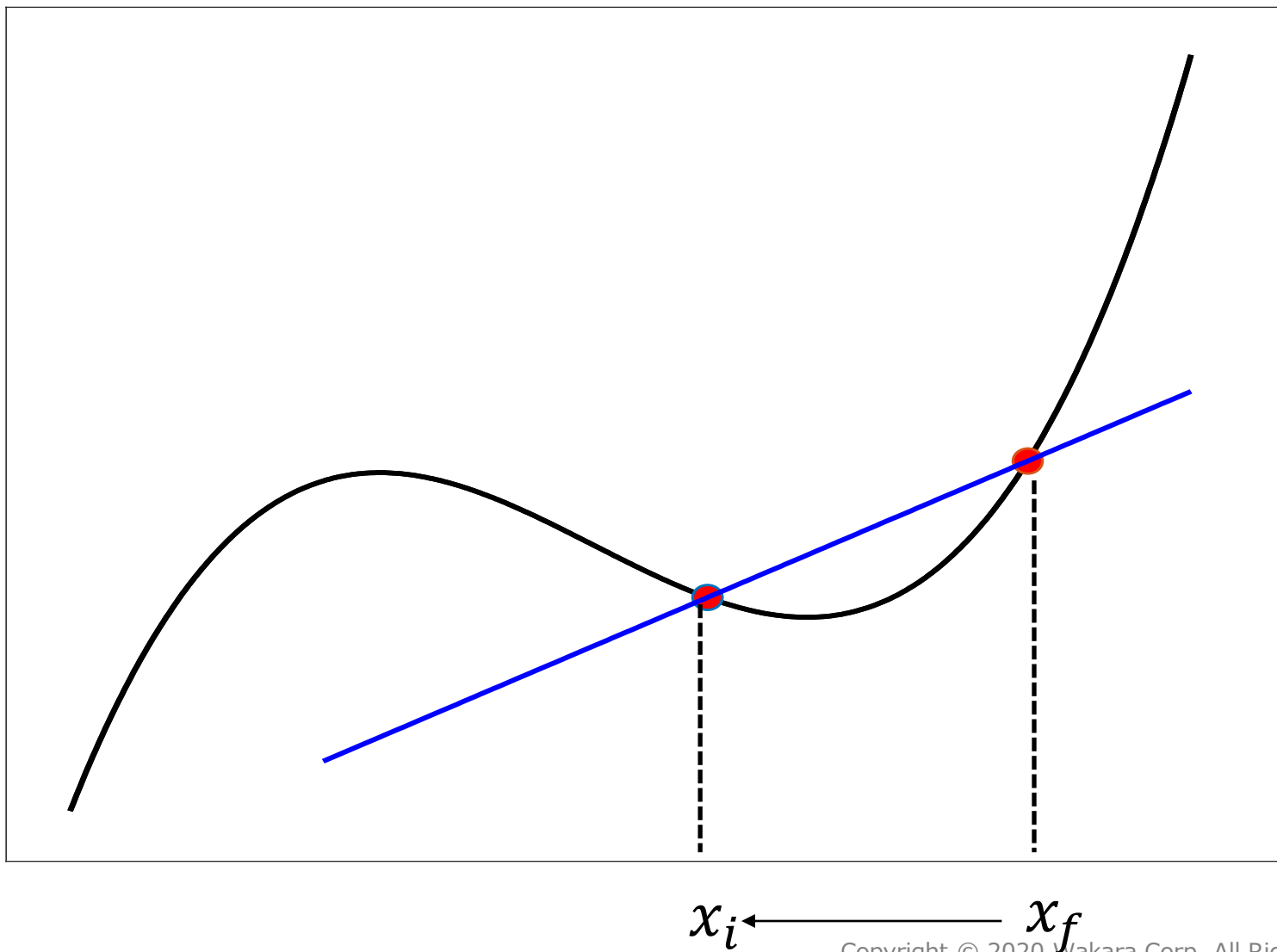
接線の直線の傾き？

$$m = \frac{y\text{方向の増分}}{x\text{方向の増分}}$$

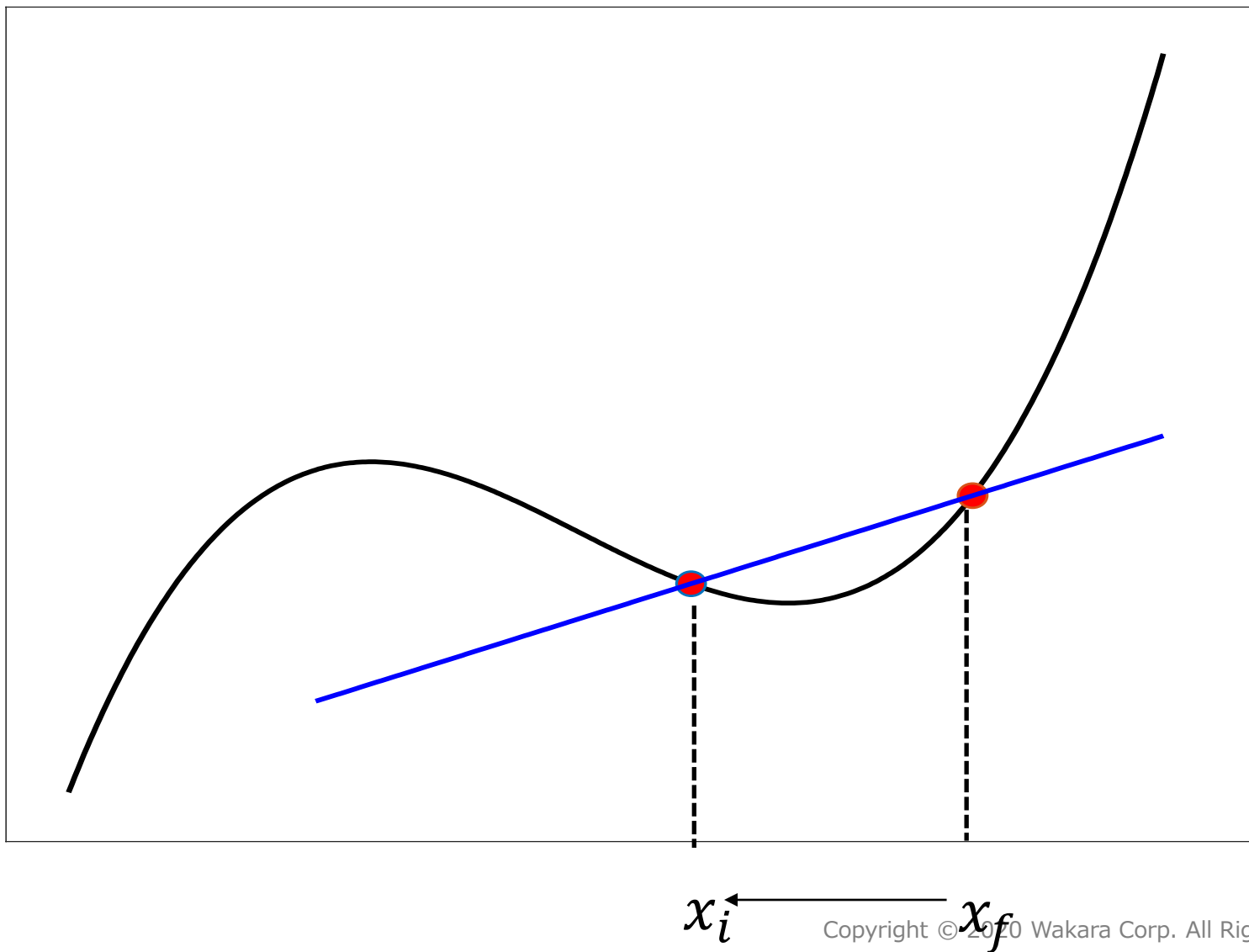
この公式が使えない



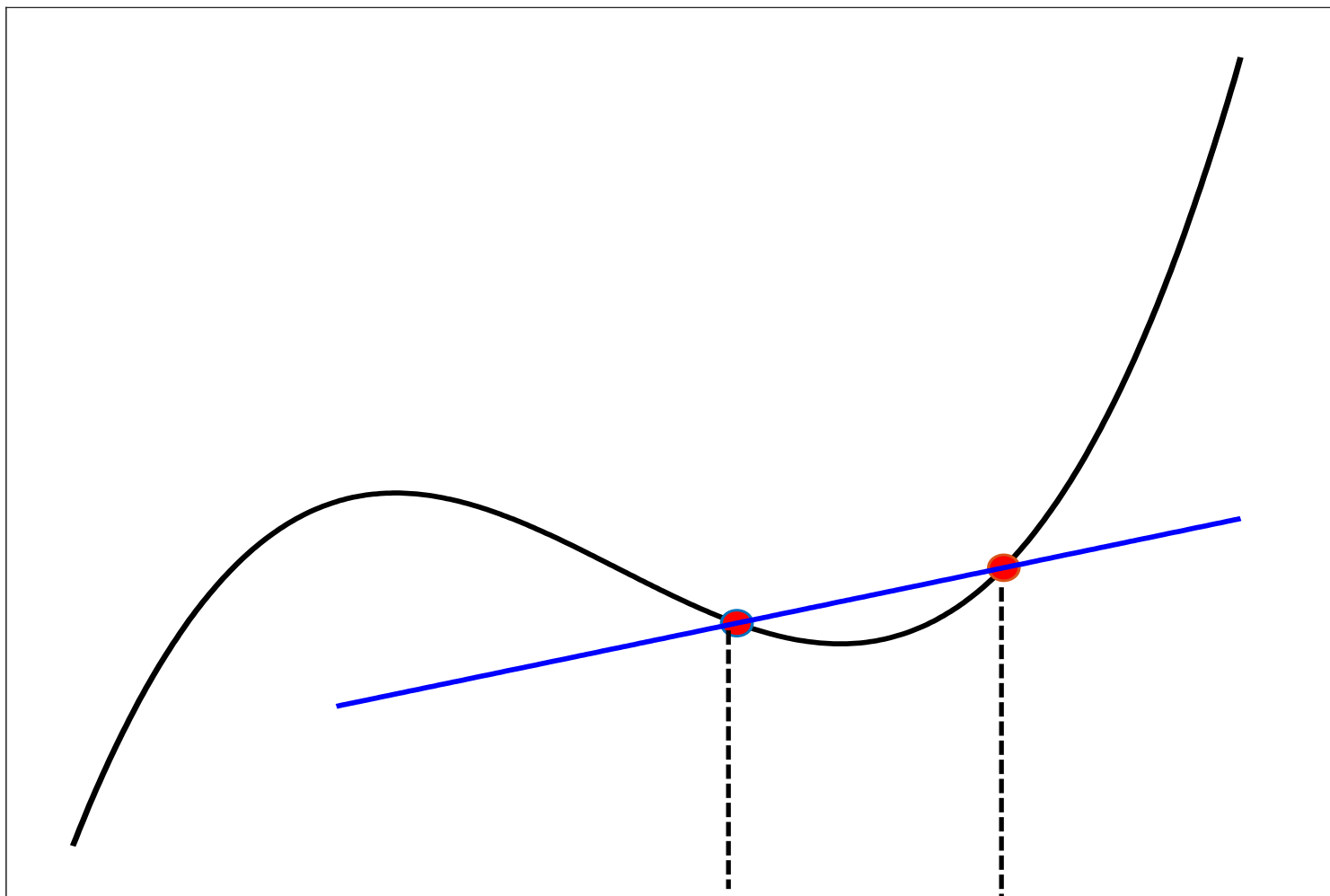
傾きの求め方



傾きの求め方

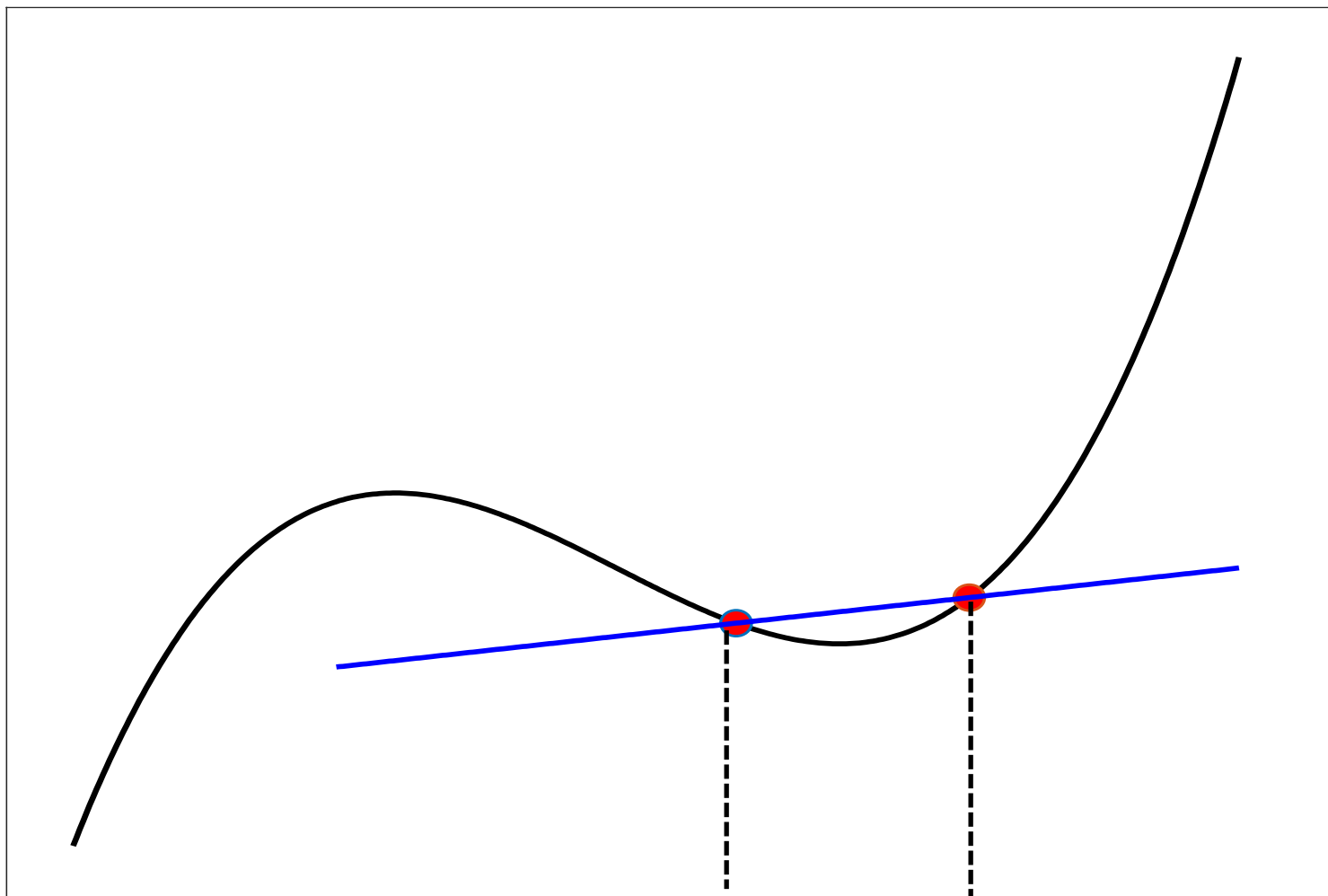


傾きの求め方



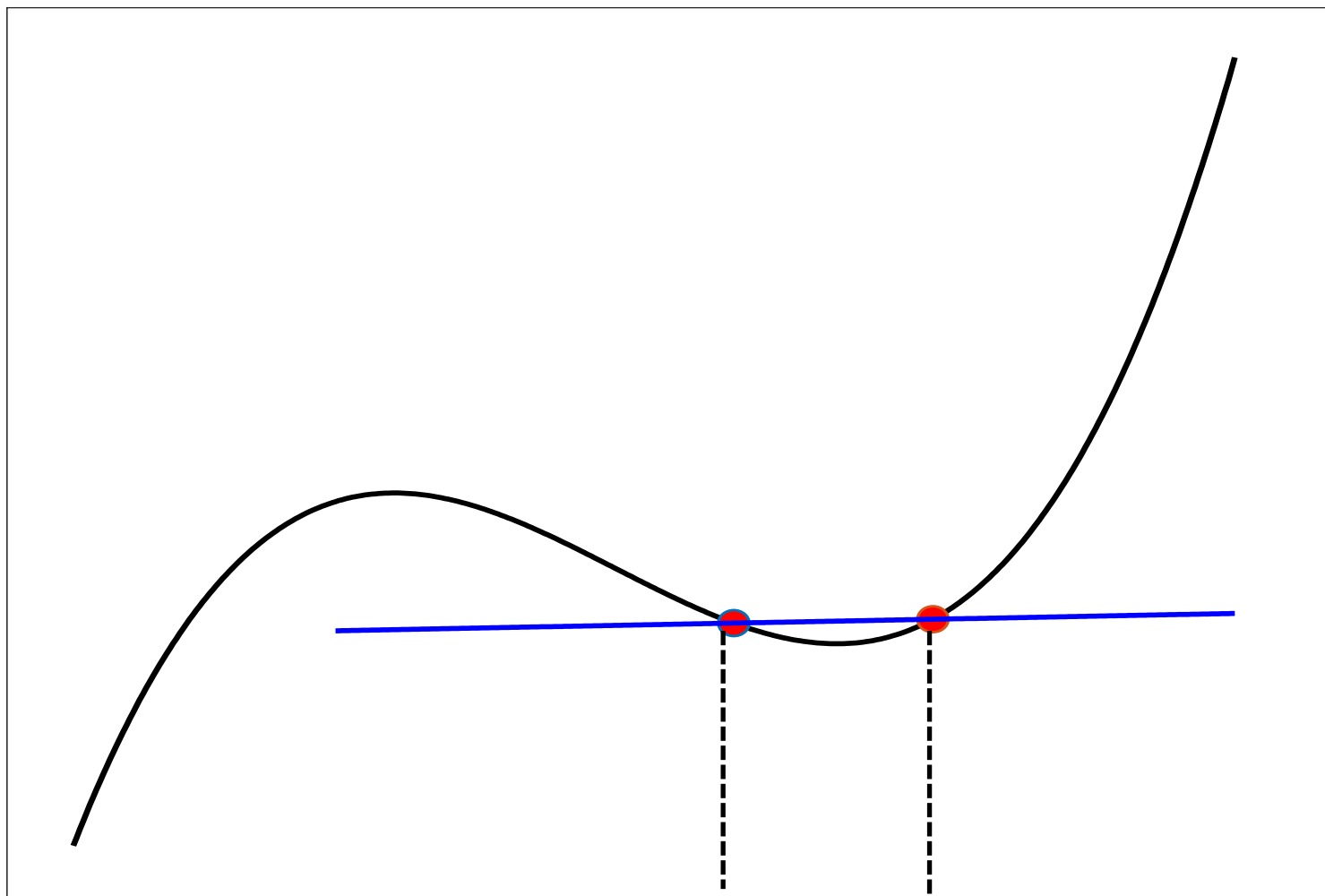
x_i ← x_f

傾きの求め方



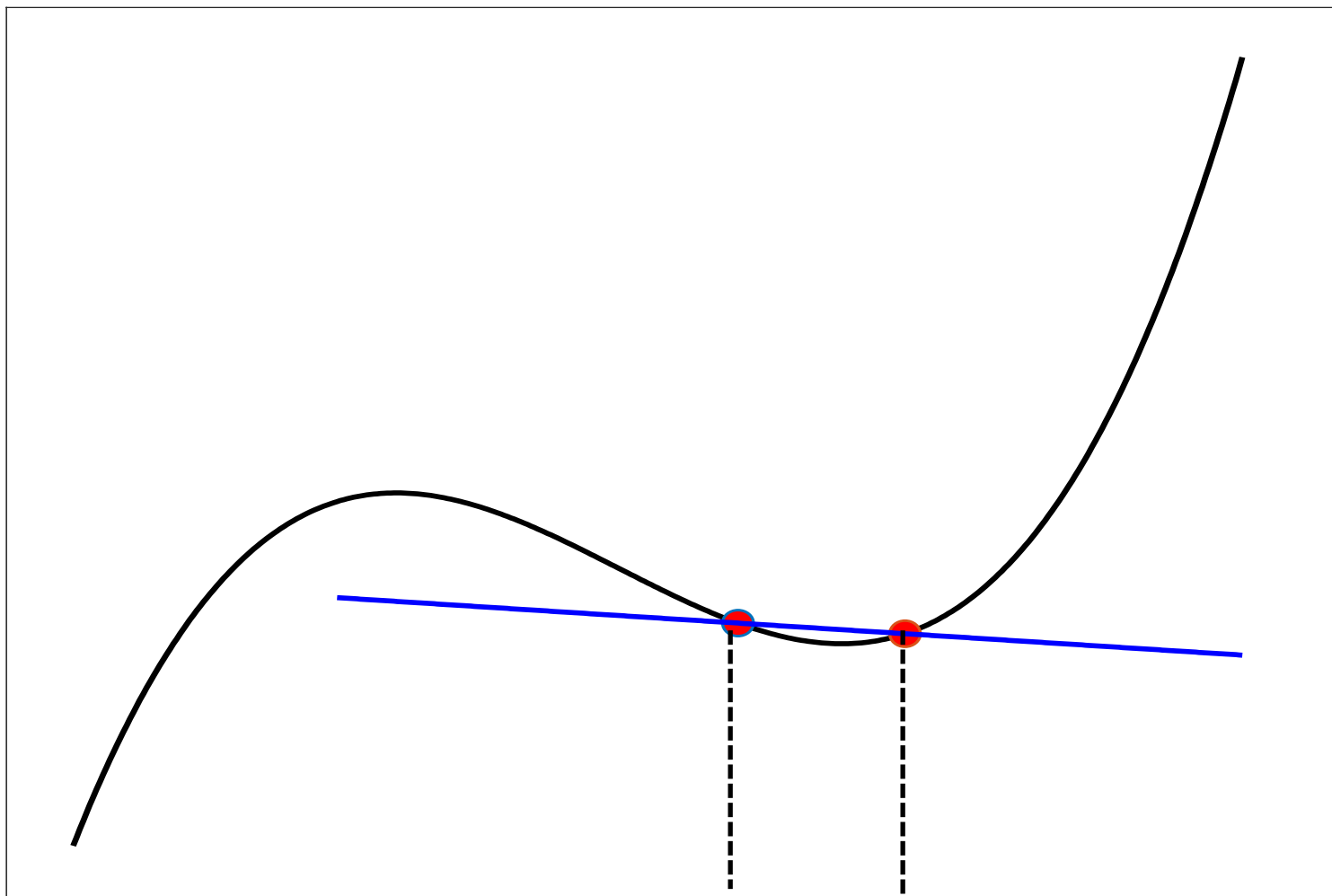
x_i ← x_f

傾きの求め方



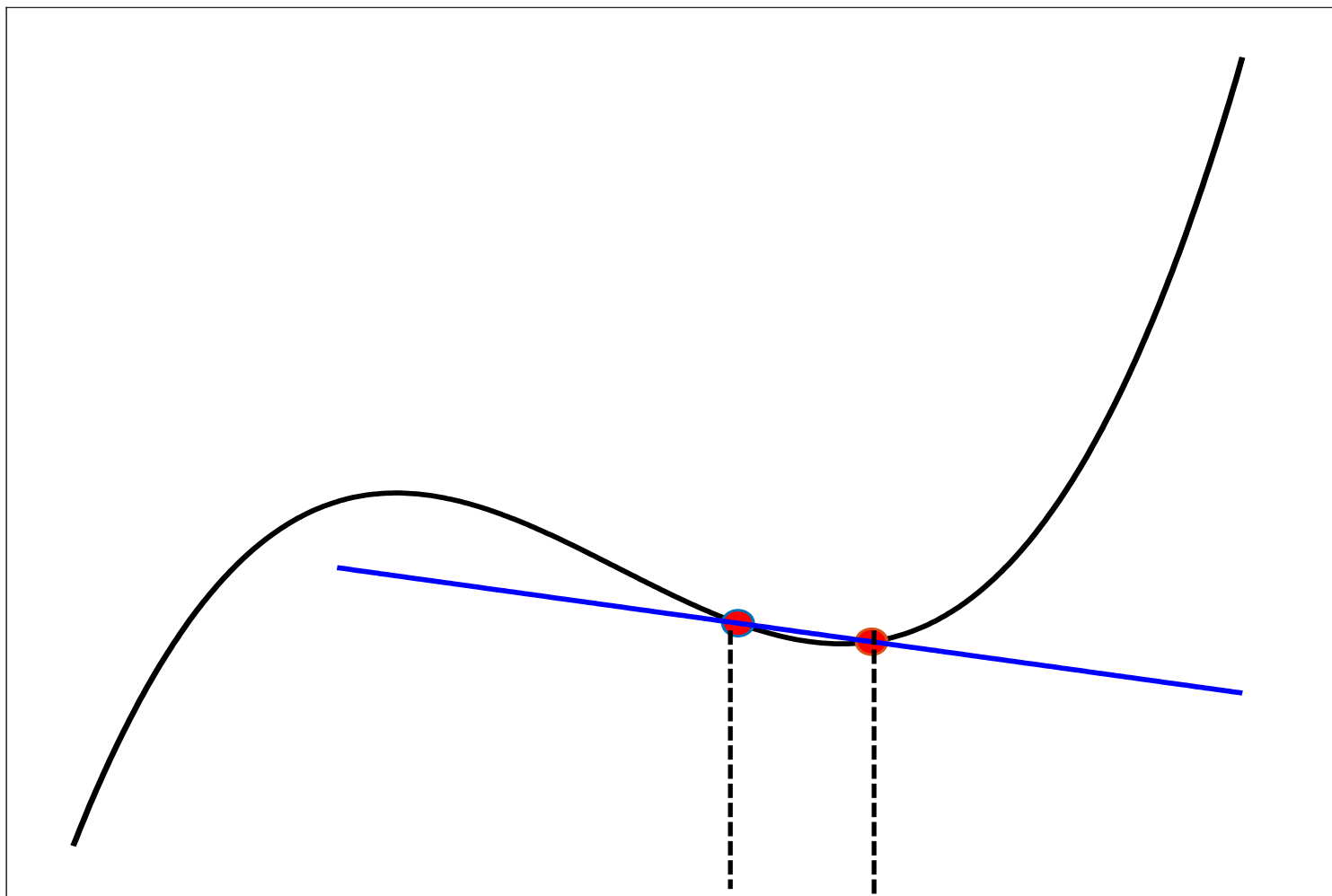
x_i ← x_f

傾きの求め方



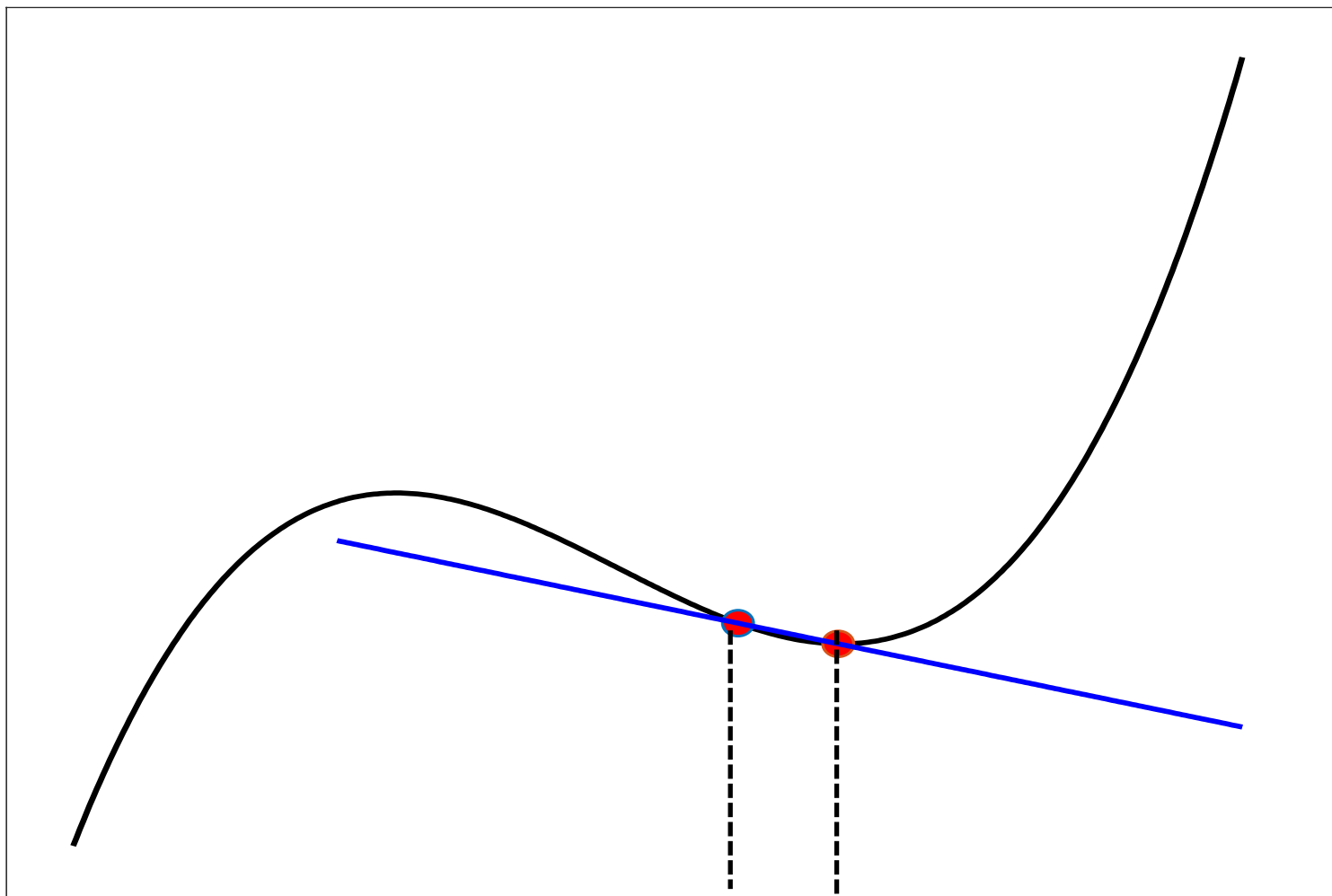
$x_i \leftarrow x_f$

傾きの求め方

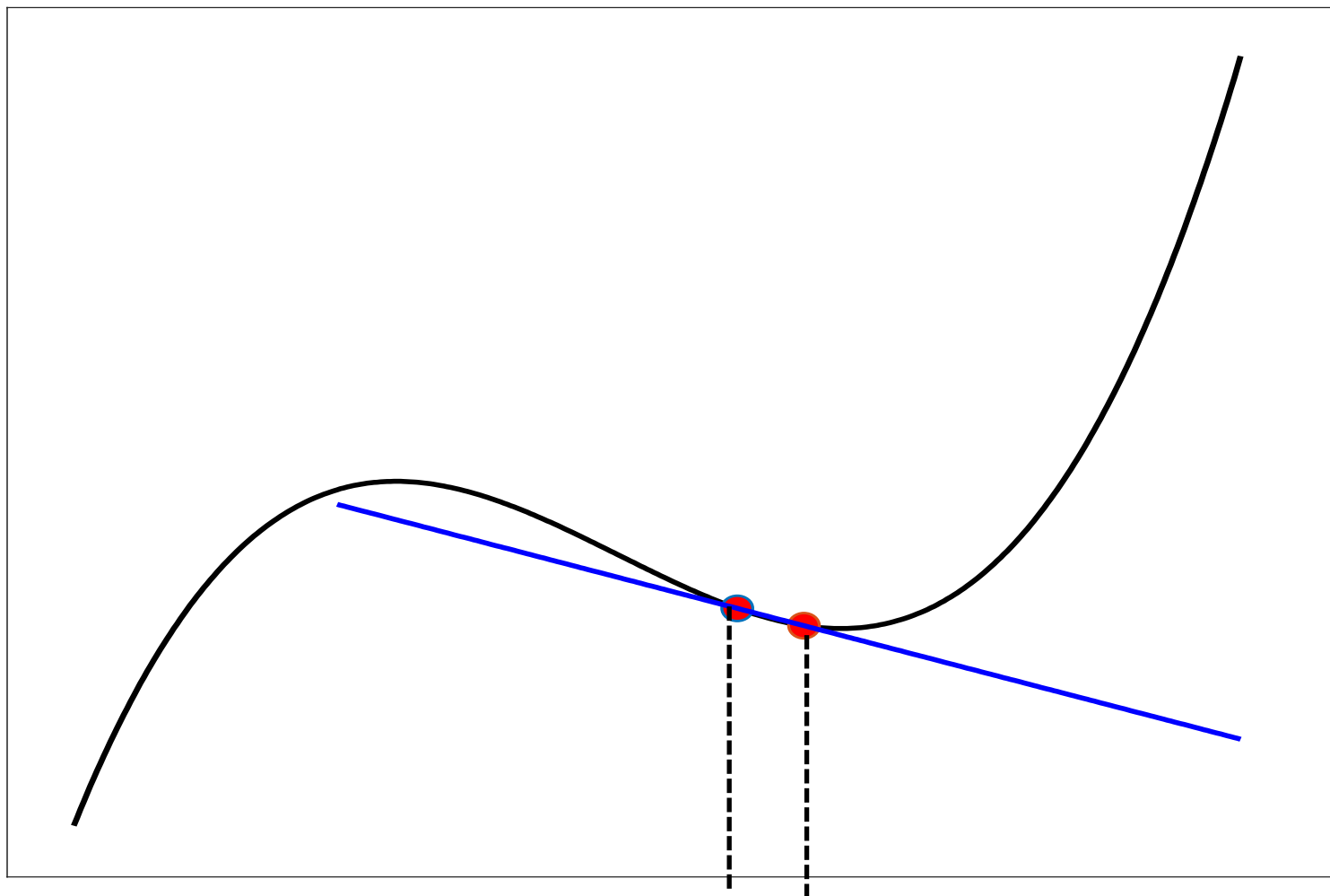


$x_i \leftarrow x_f$

傾きの求め方

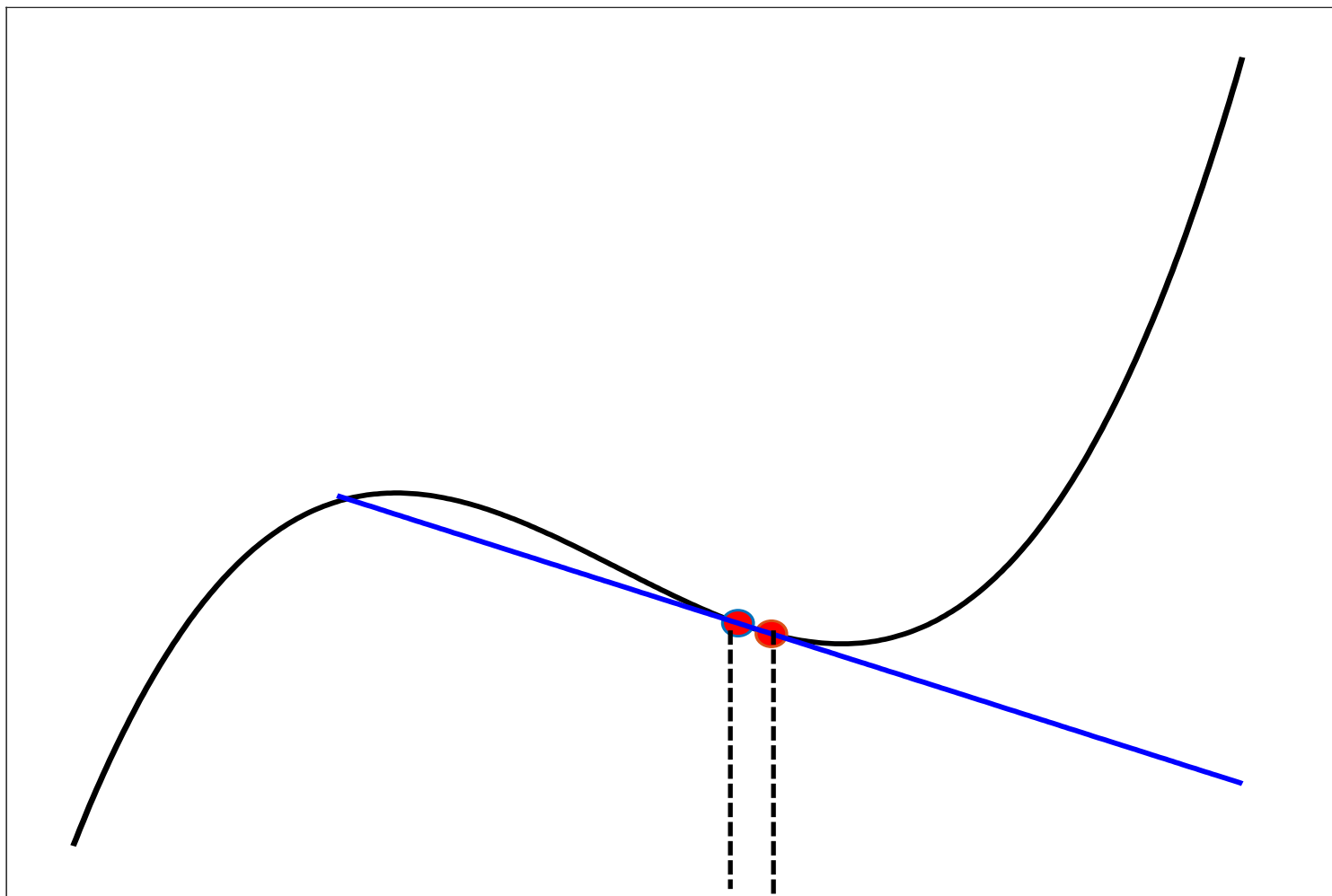


傾きの求め方

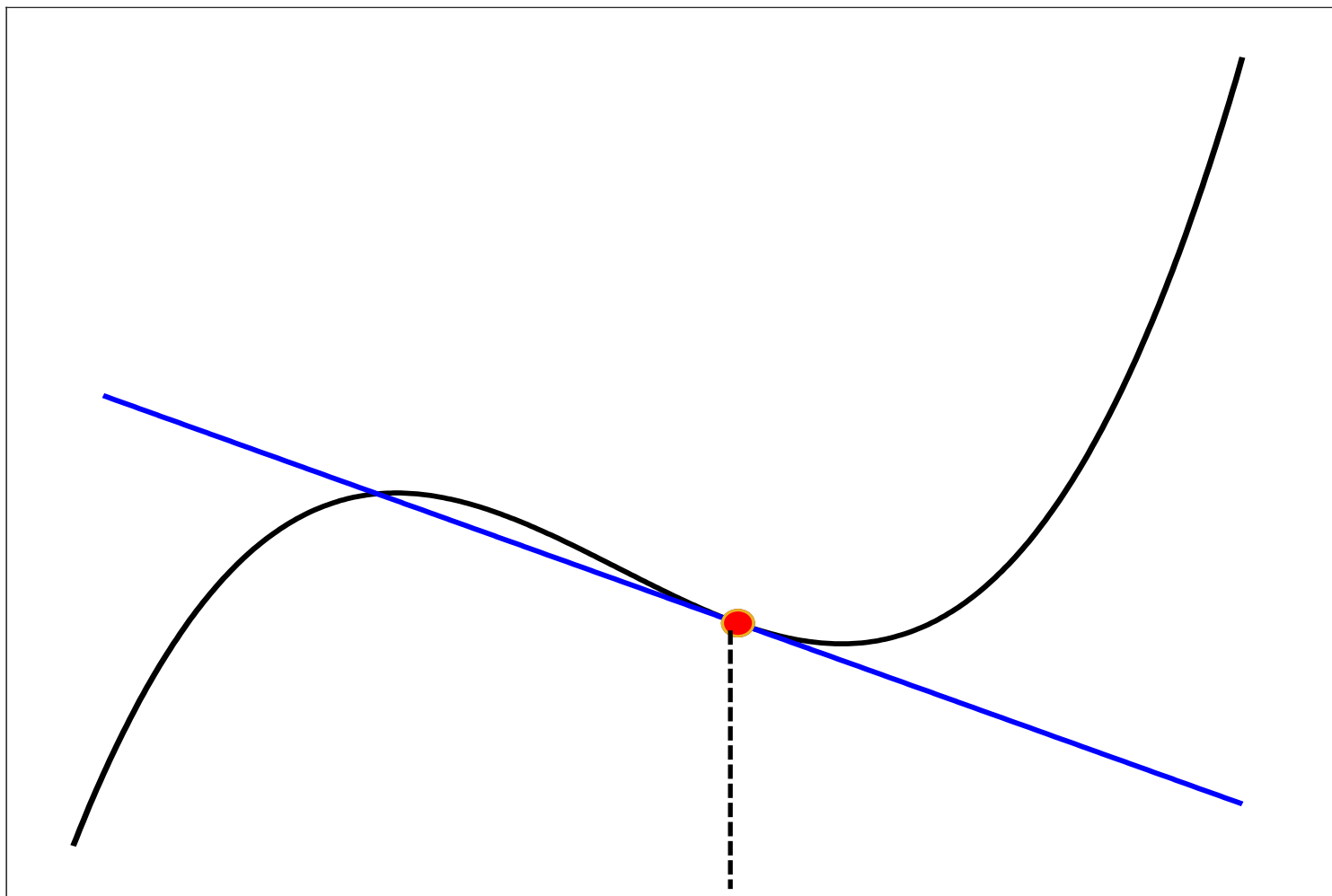


$$x_i \leftarrow x_f$$

傾きの求め方

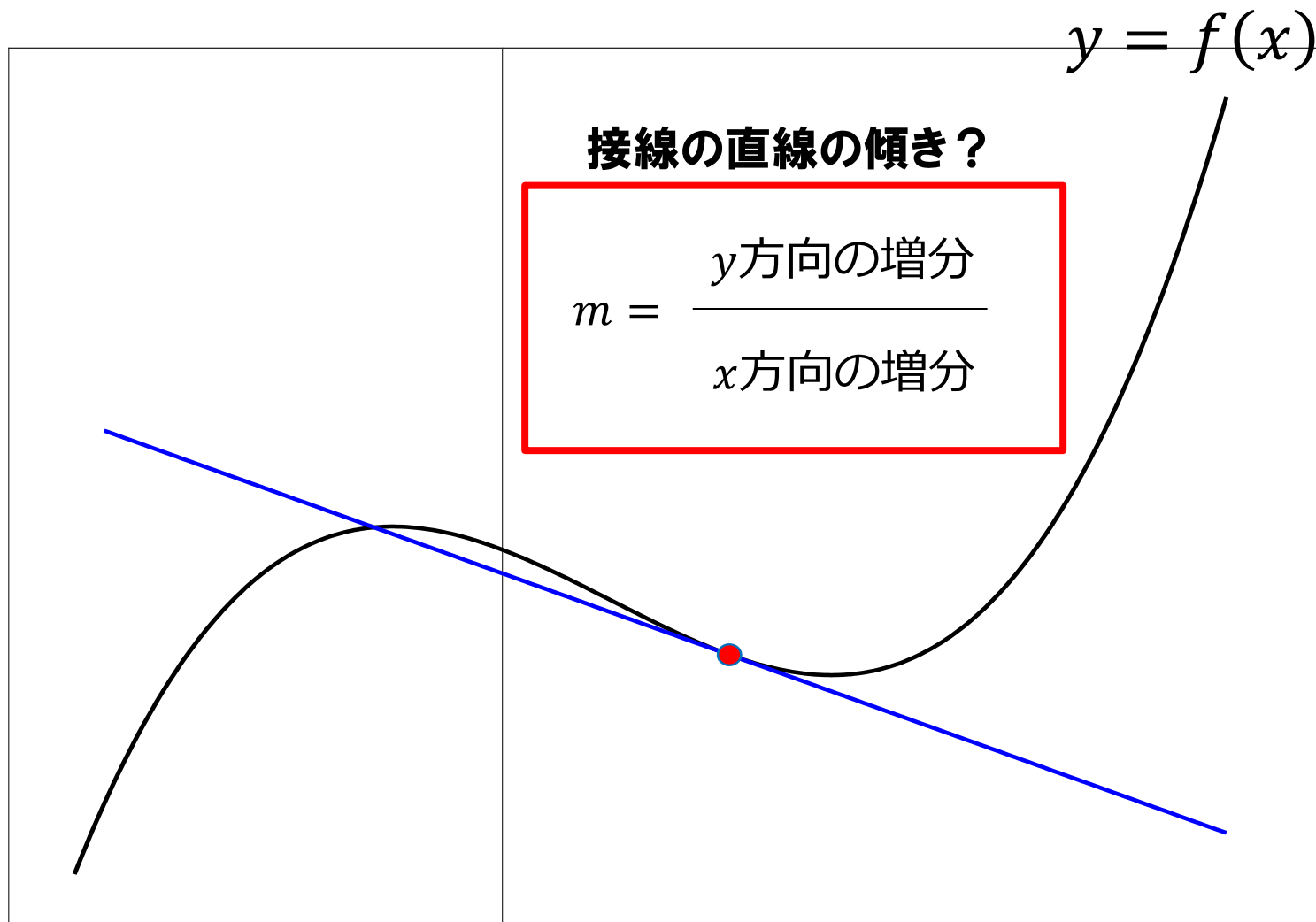
 $x_i x_f$

傾きの求め方

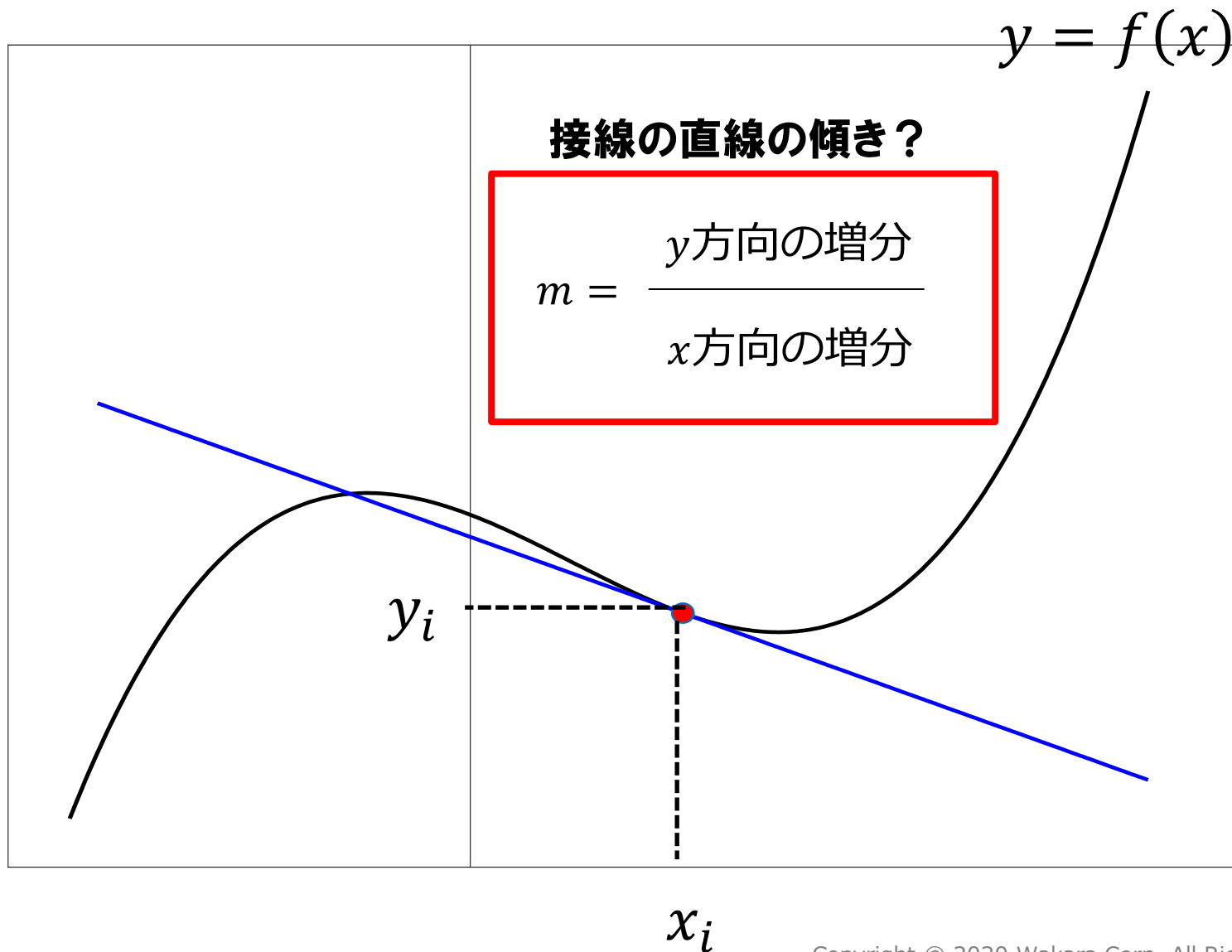


x_i

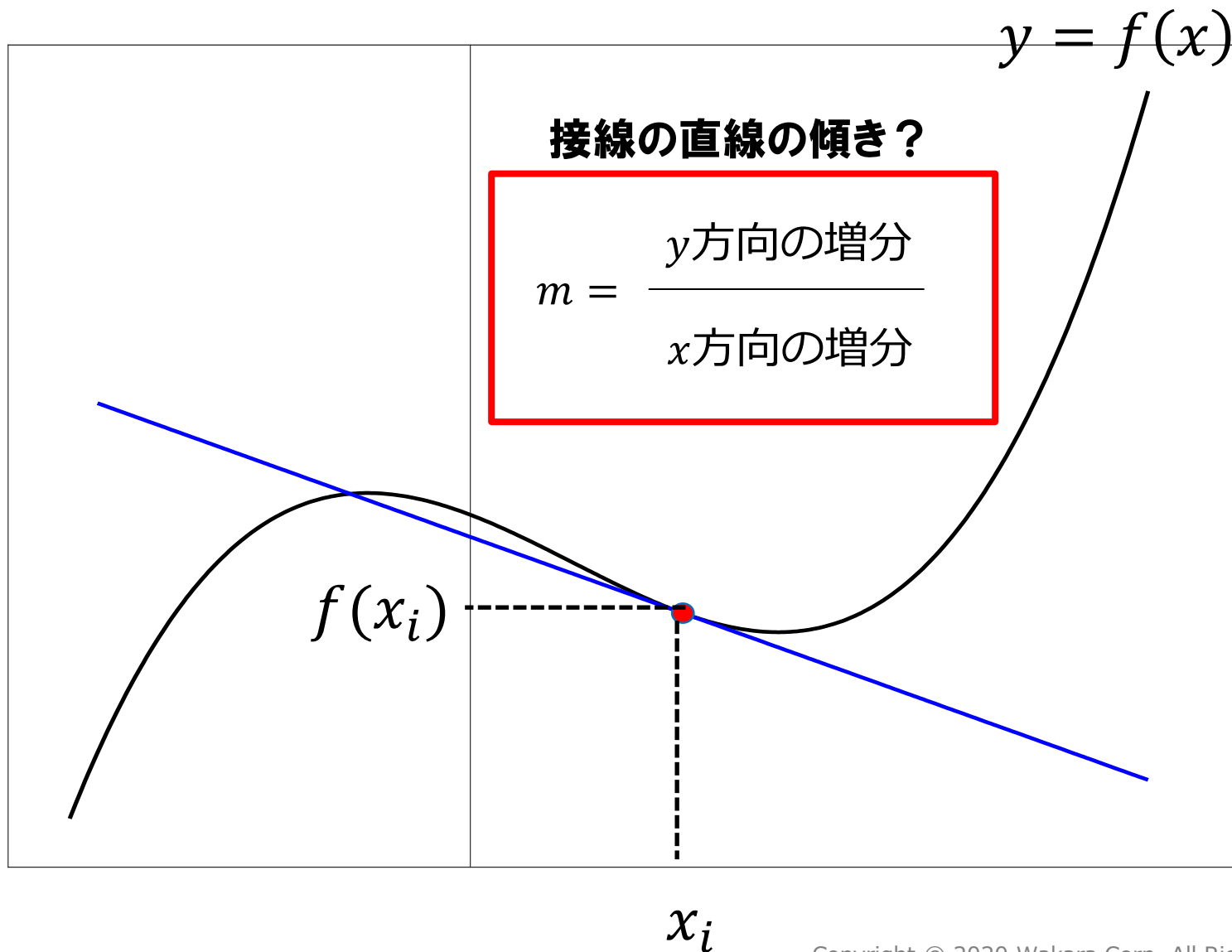
傾きの求め方



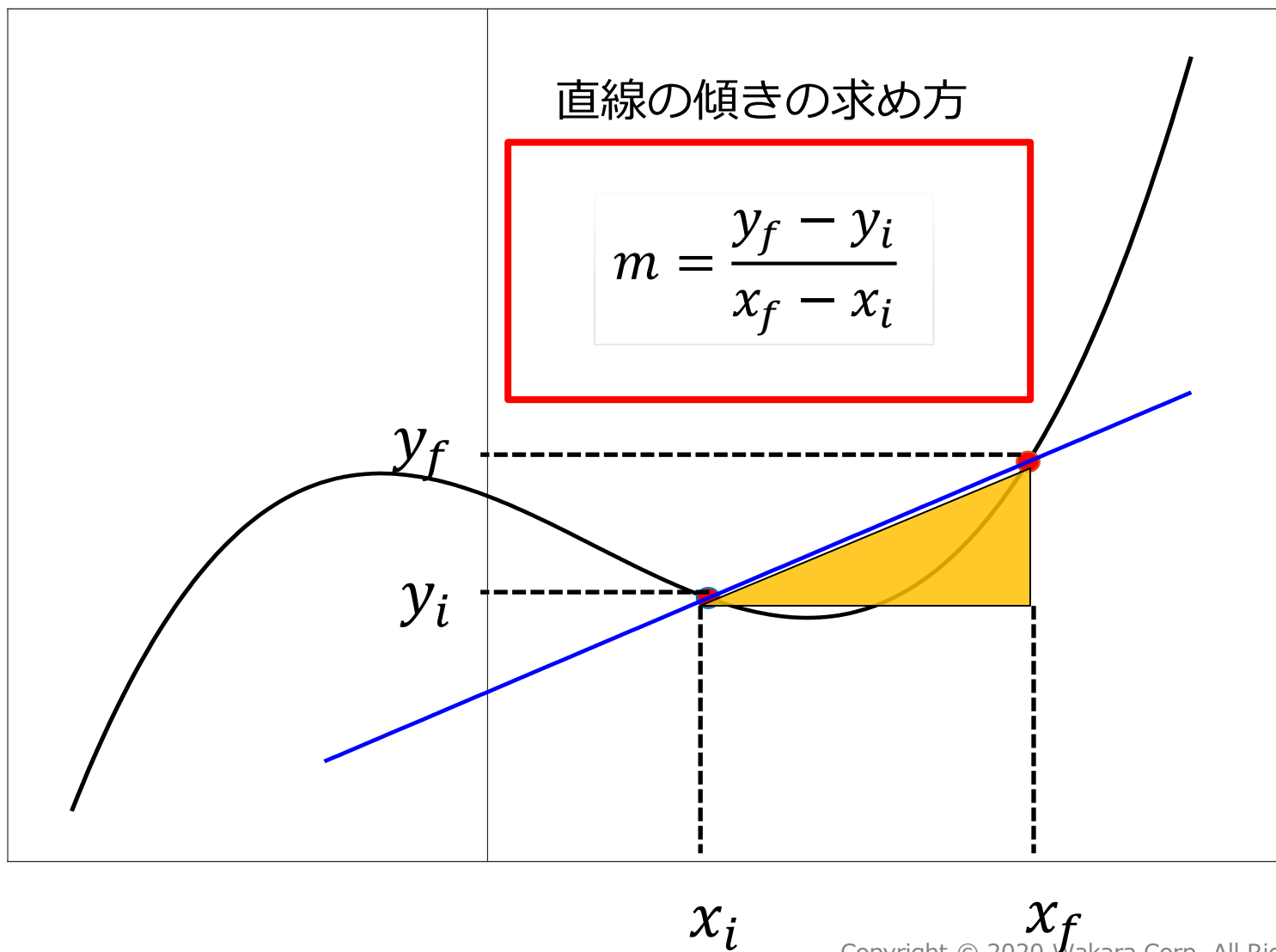
傾きの求め方



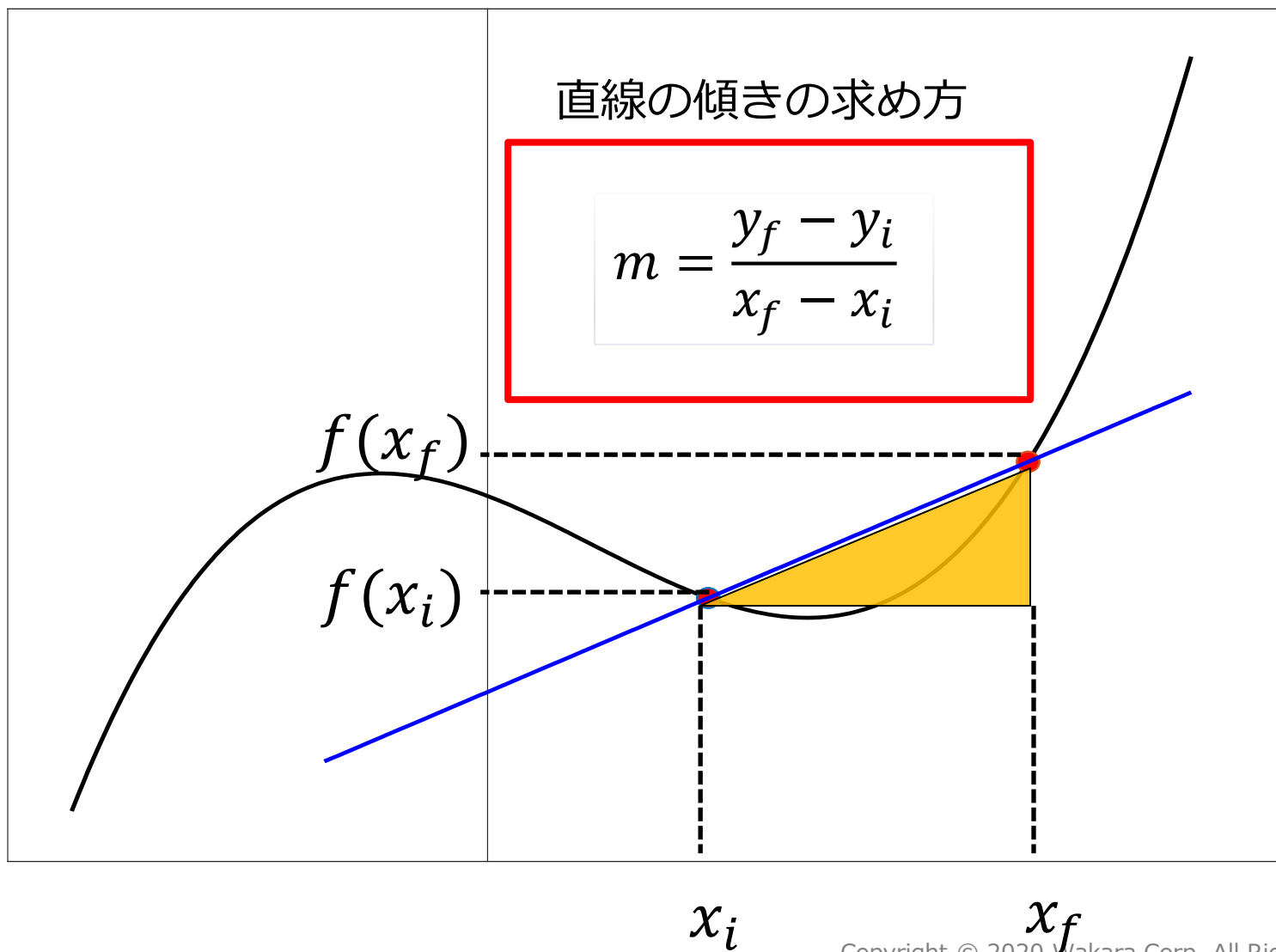
傾きの求め方



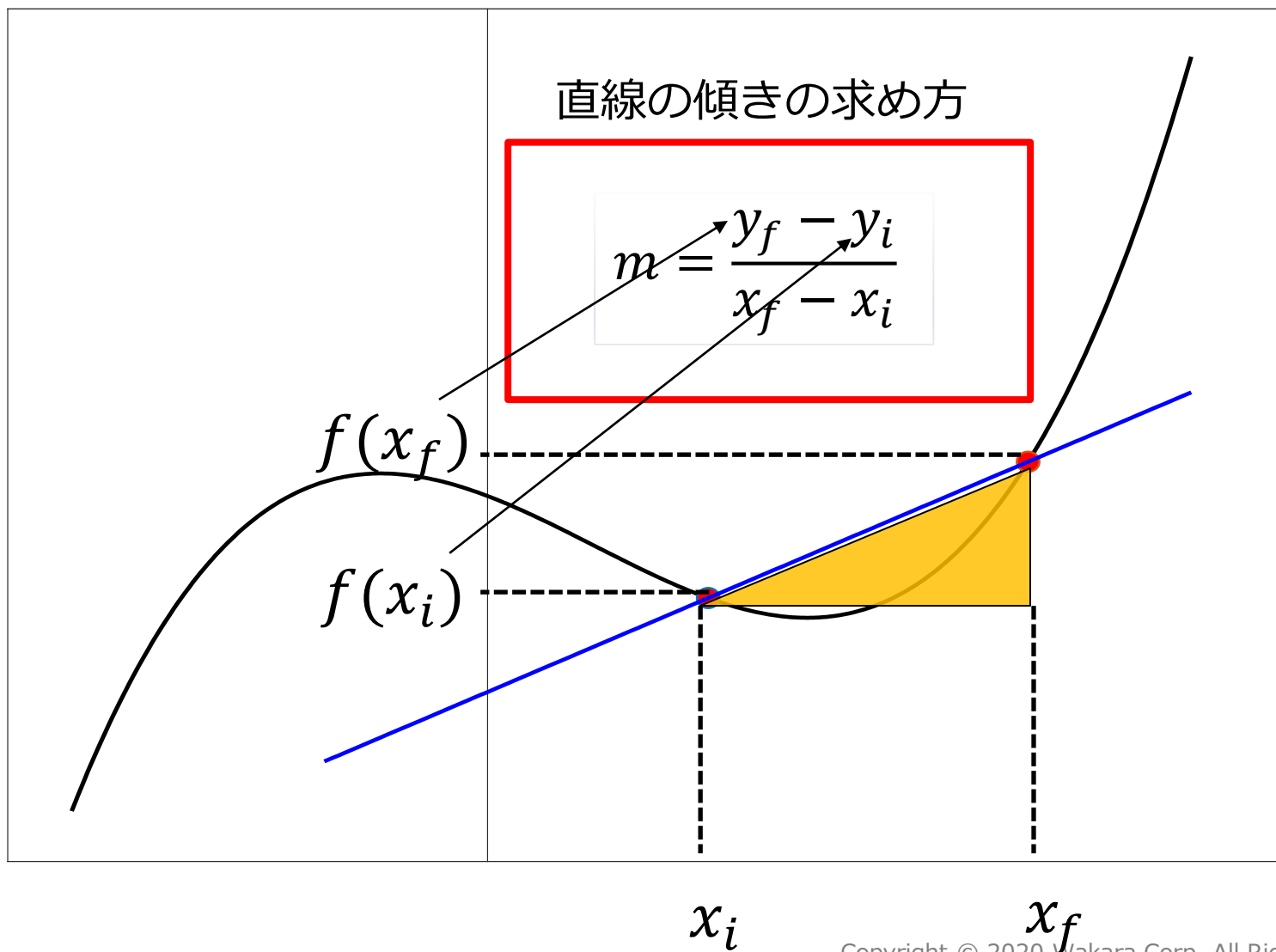
傾きの求め方



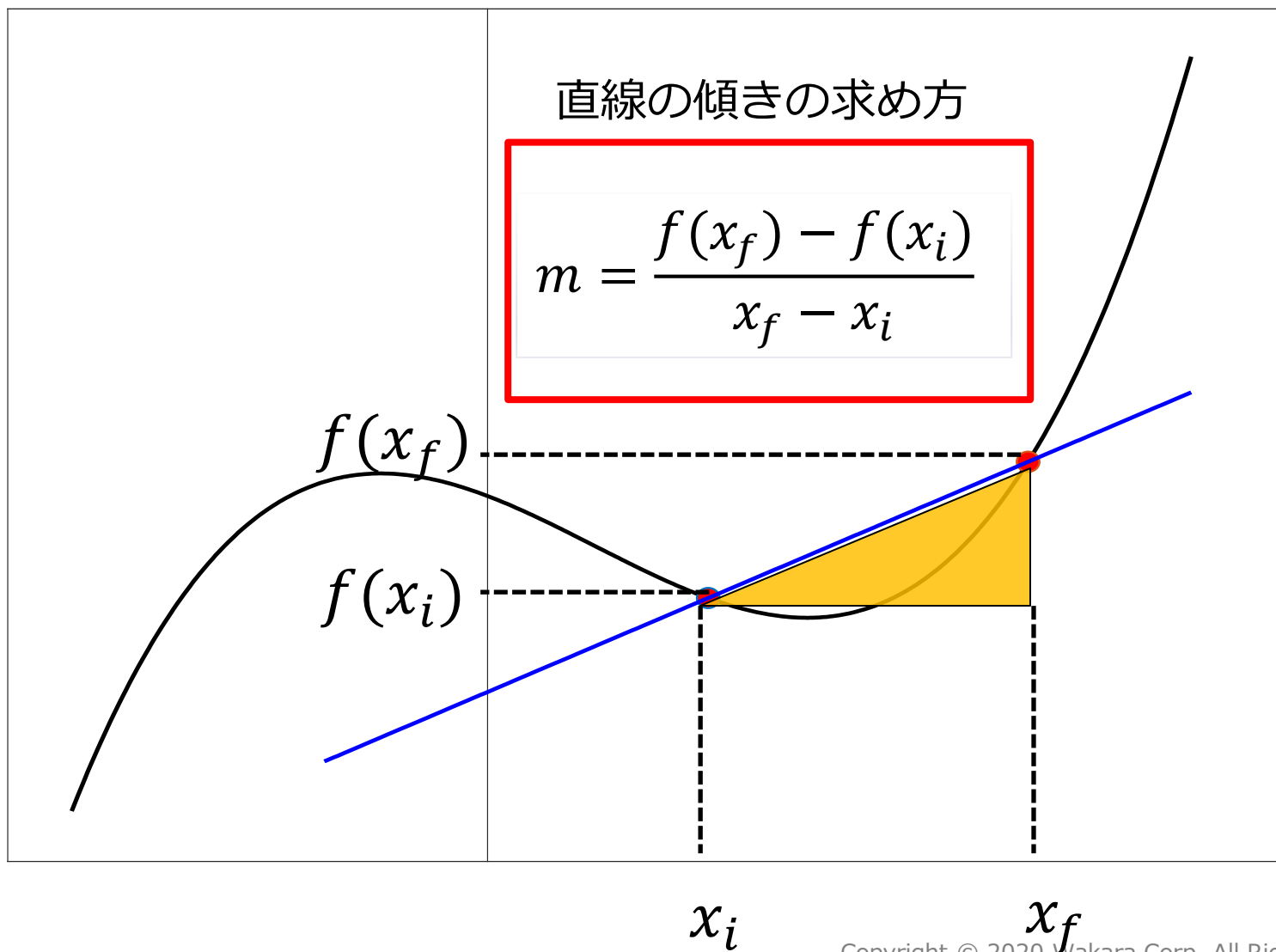
傾きの求め方



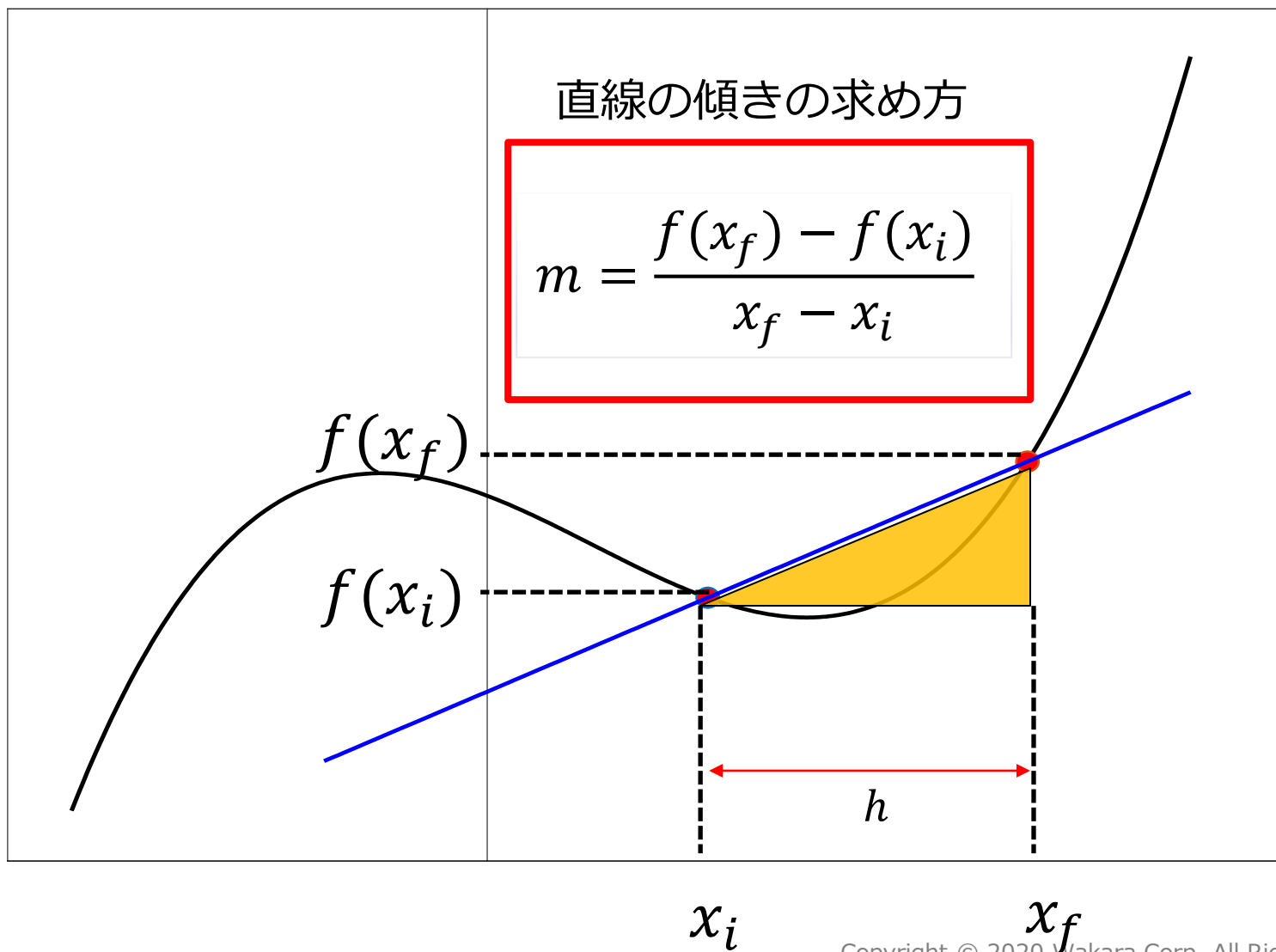
傾きの求め方



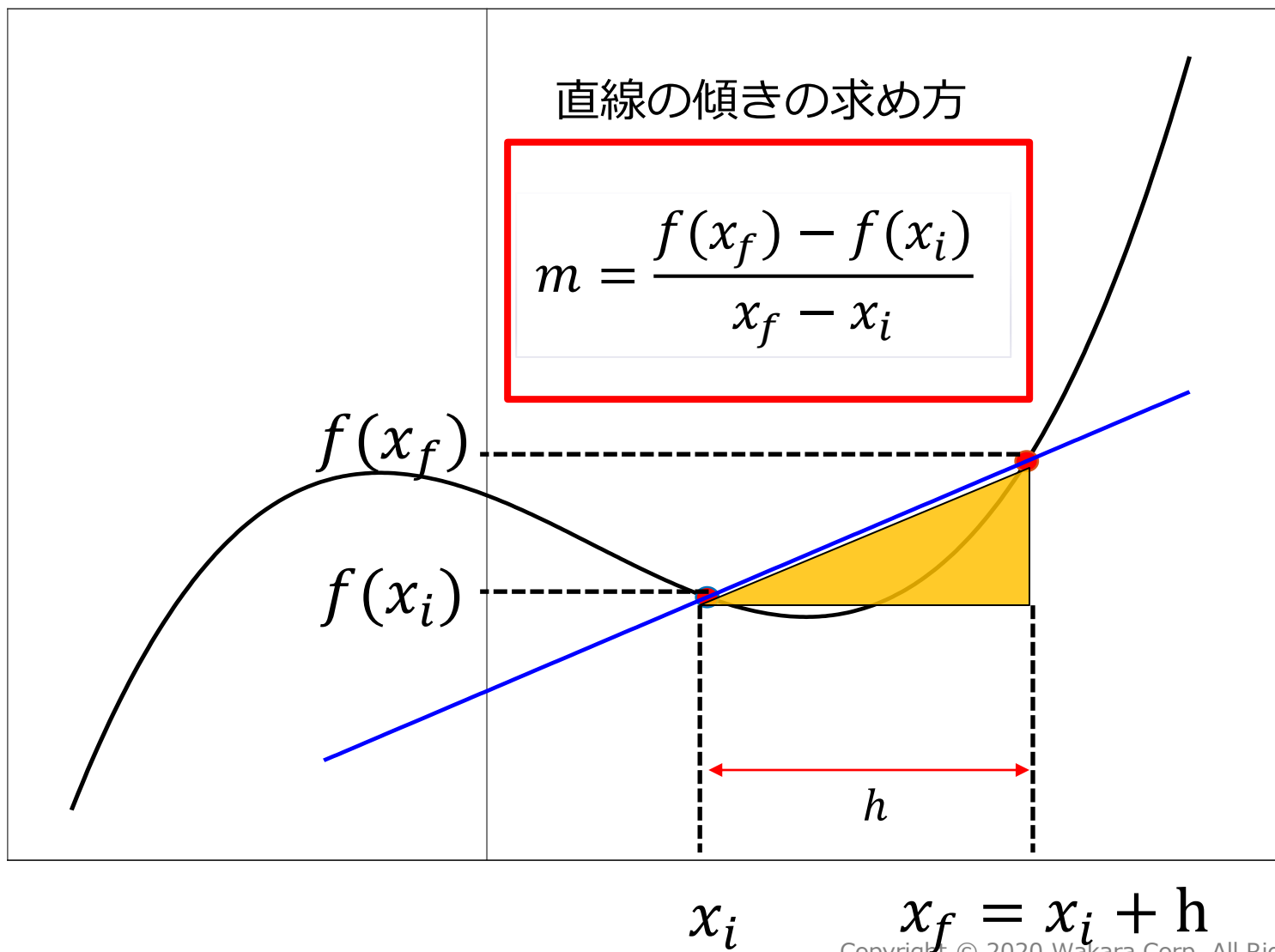
傾きの求め方



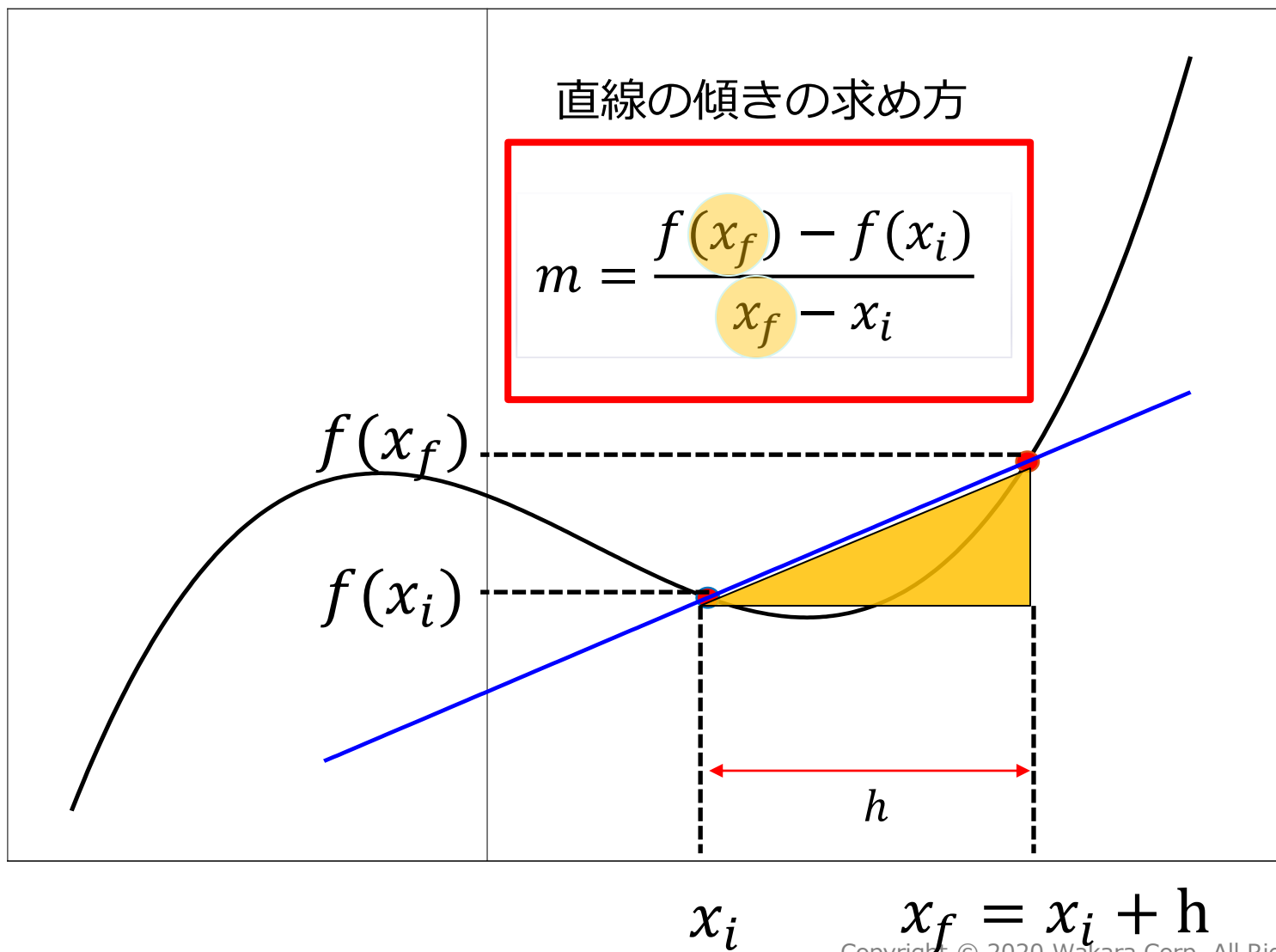
傾きの求め方



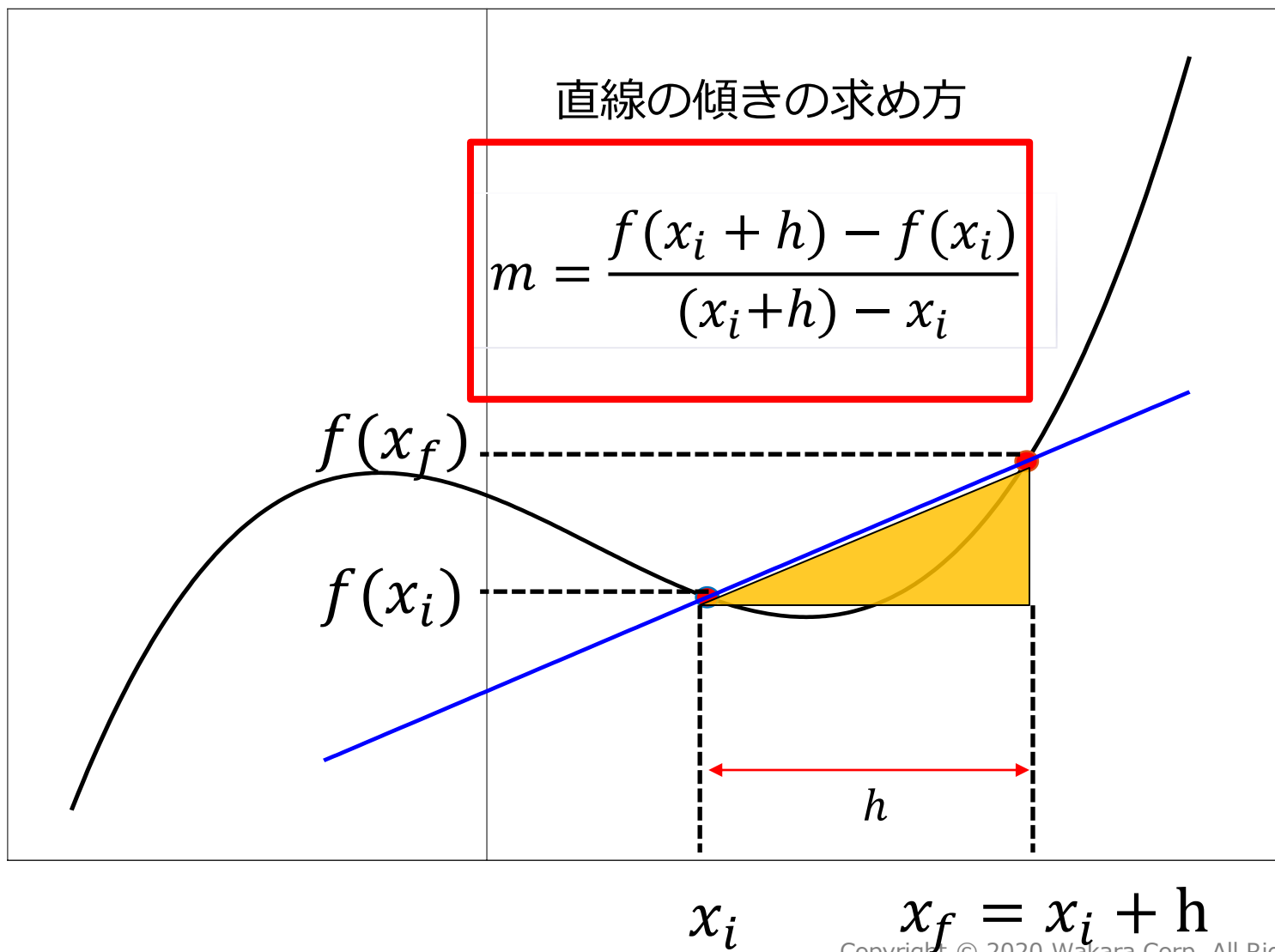
傾きの求め方



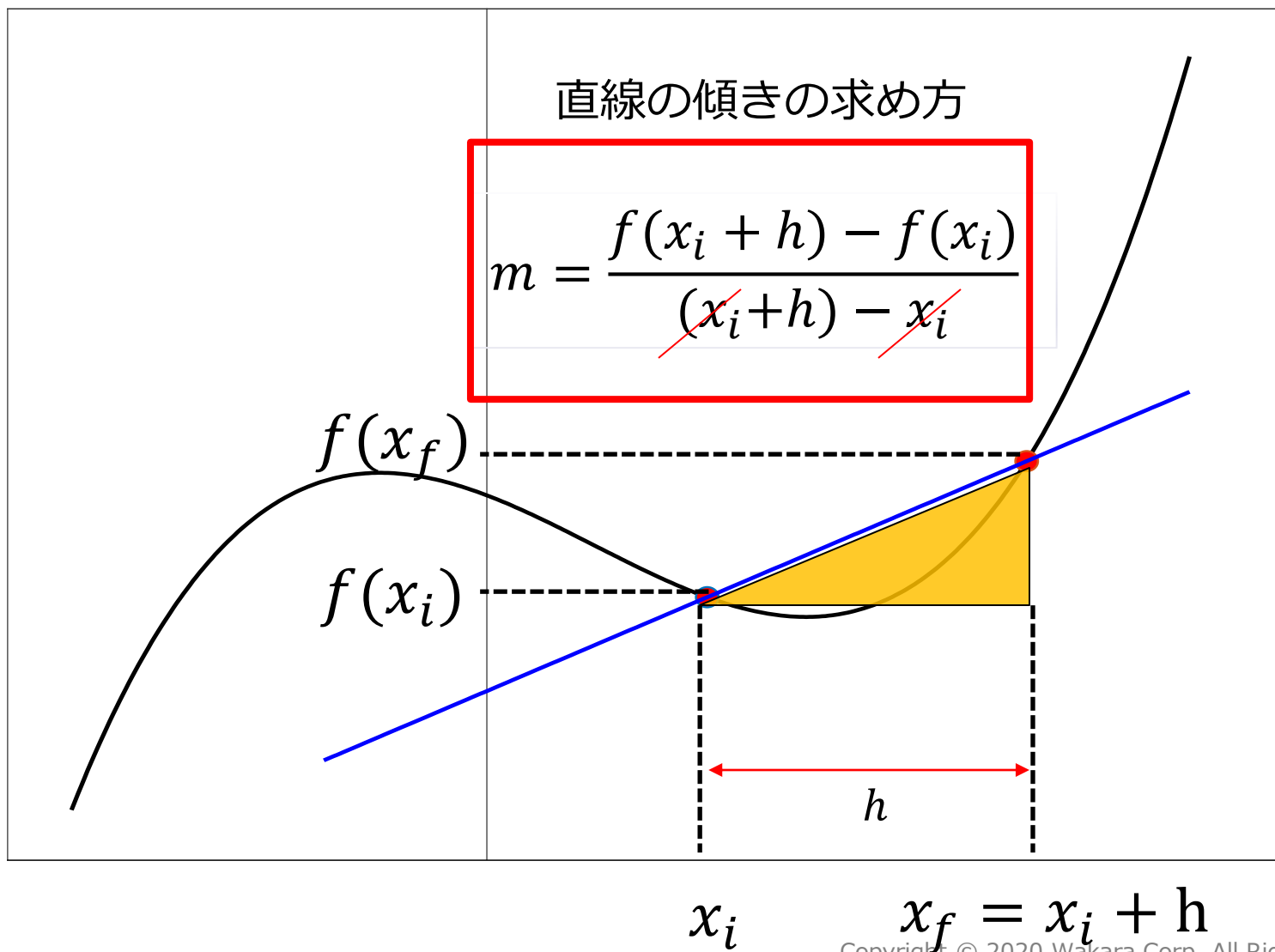
傾きの求め方



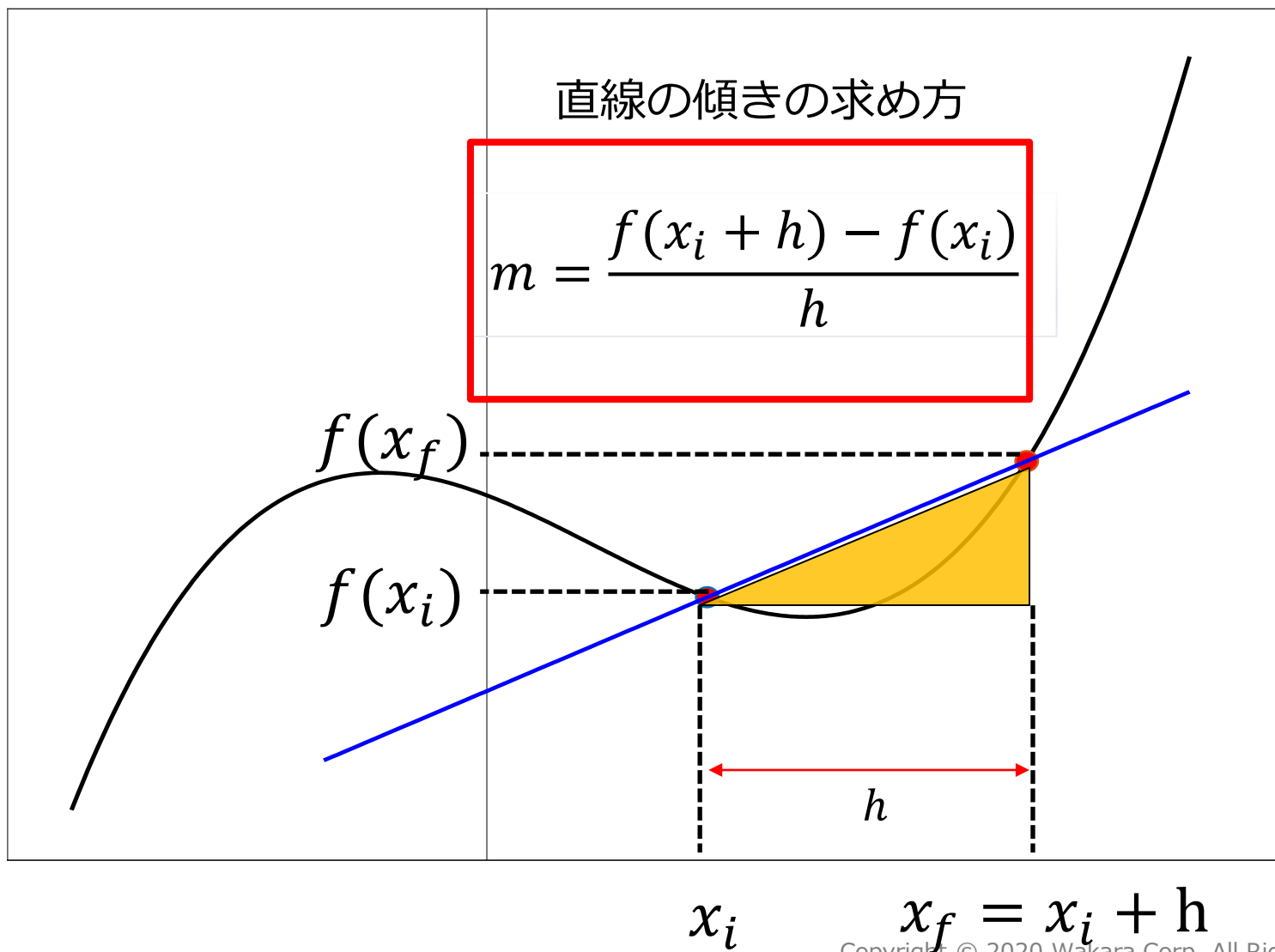
傾きの求め方



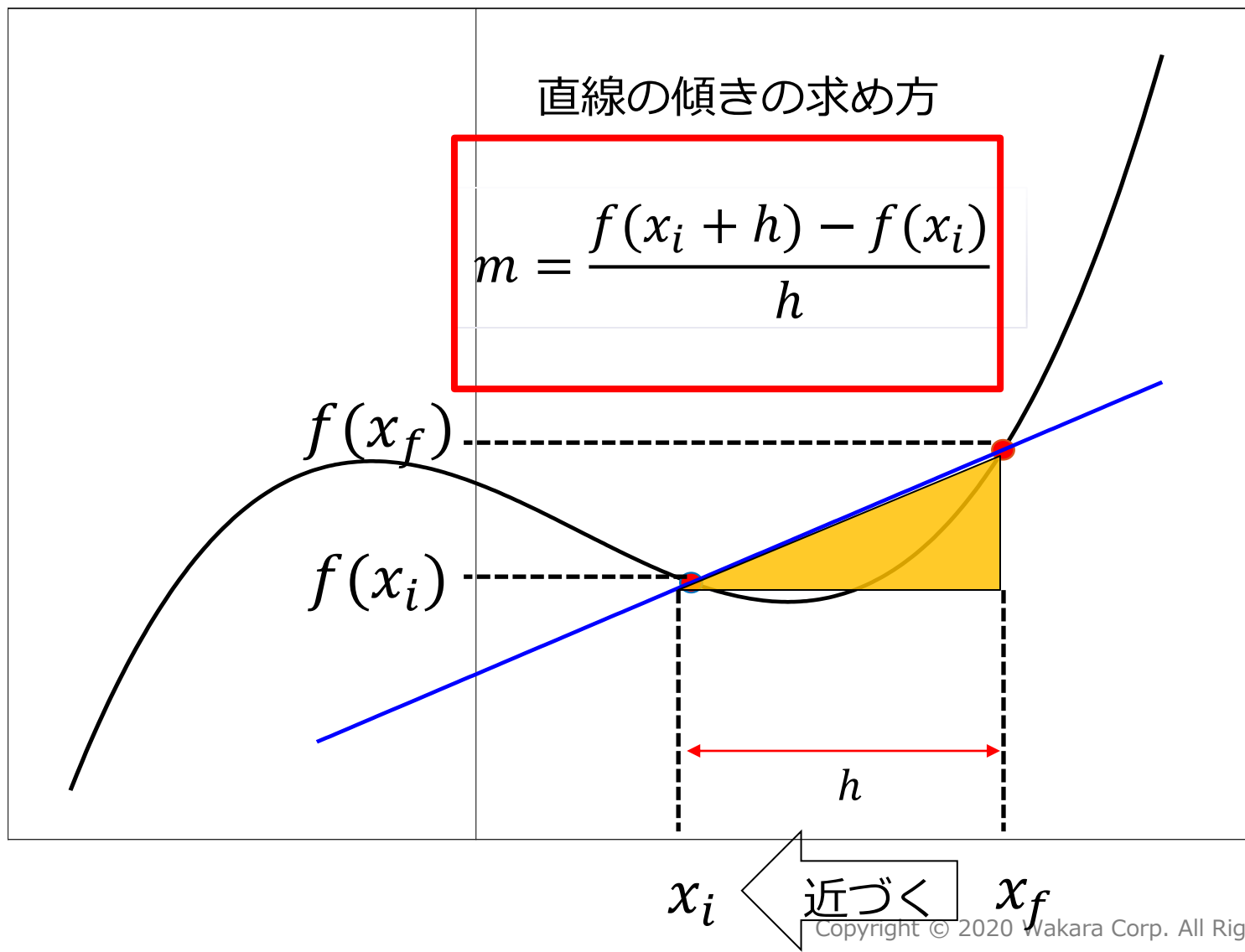
傾きの求め方



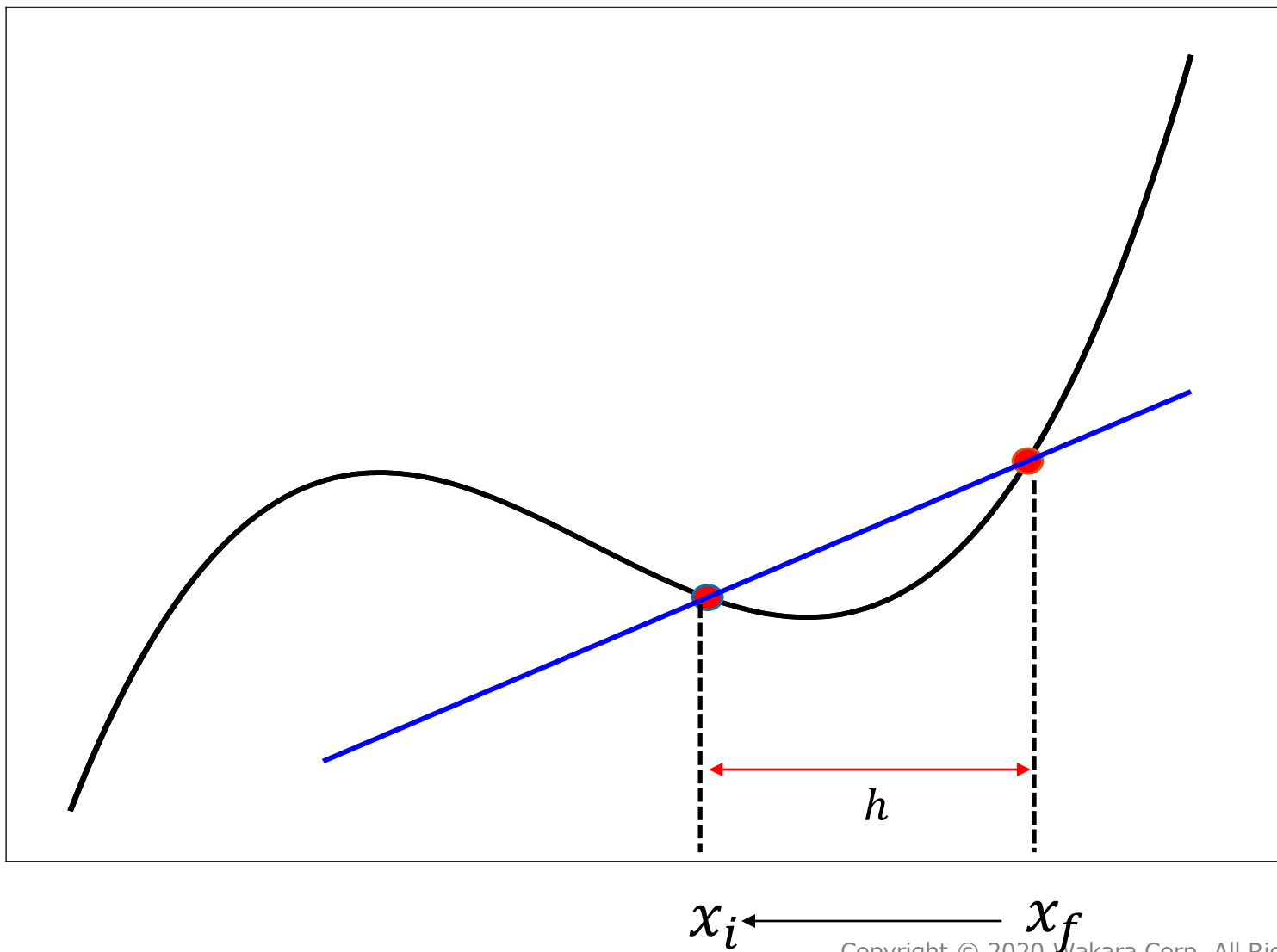
傾きの求め方



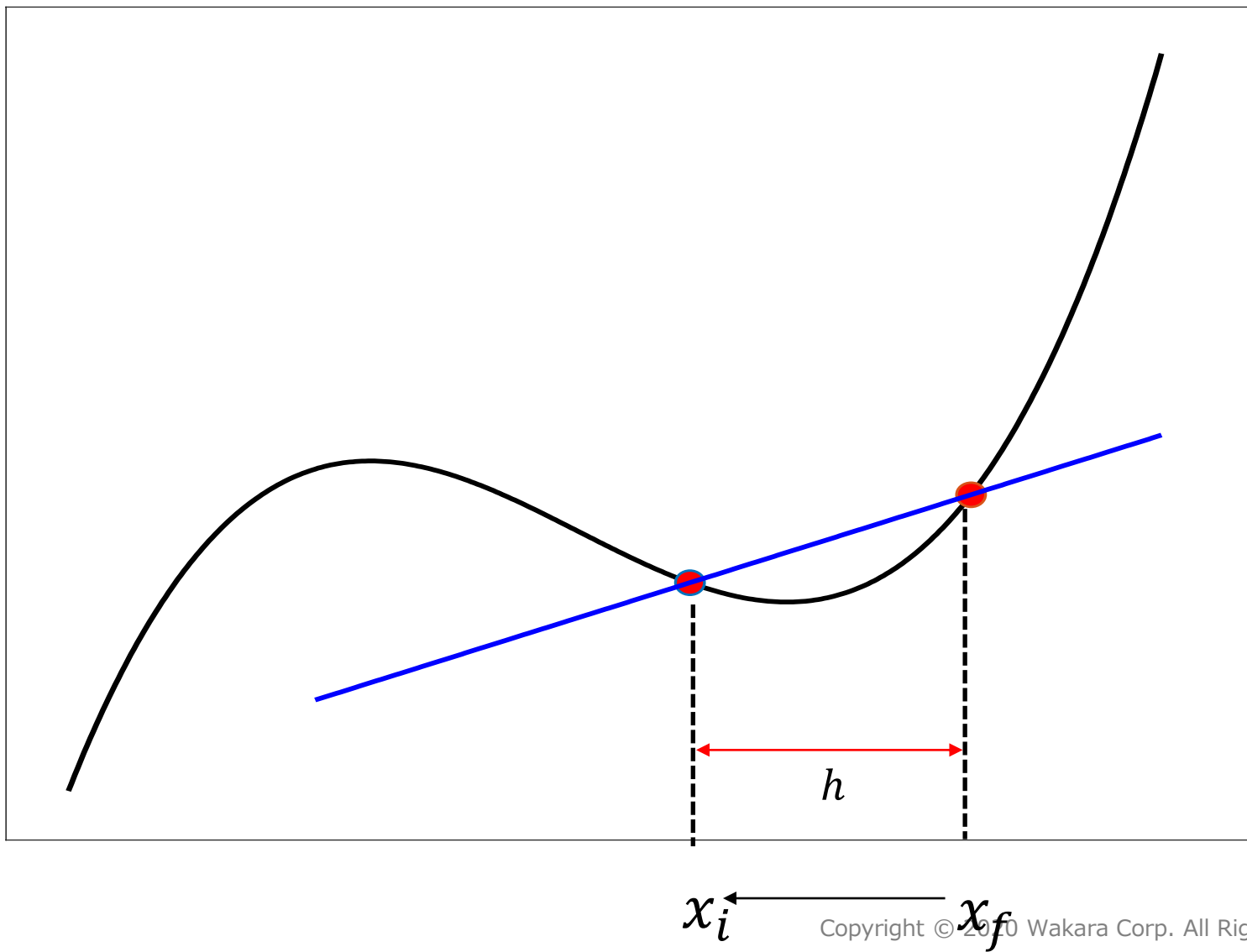
傾きの求め方



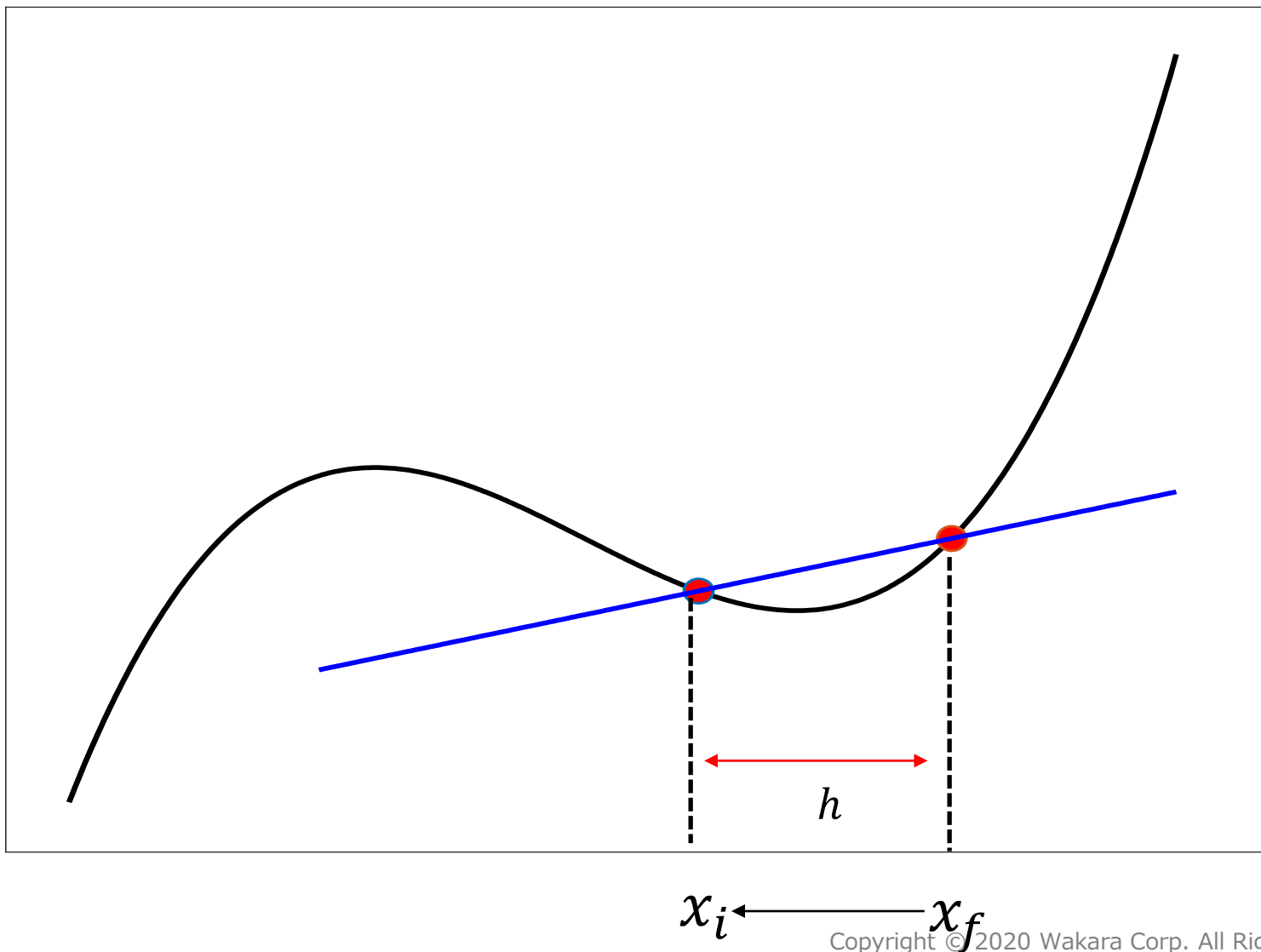
傾きの求め方



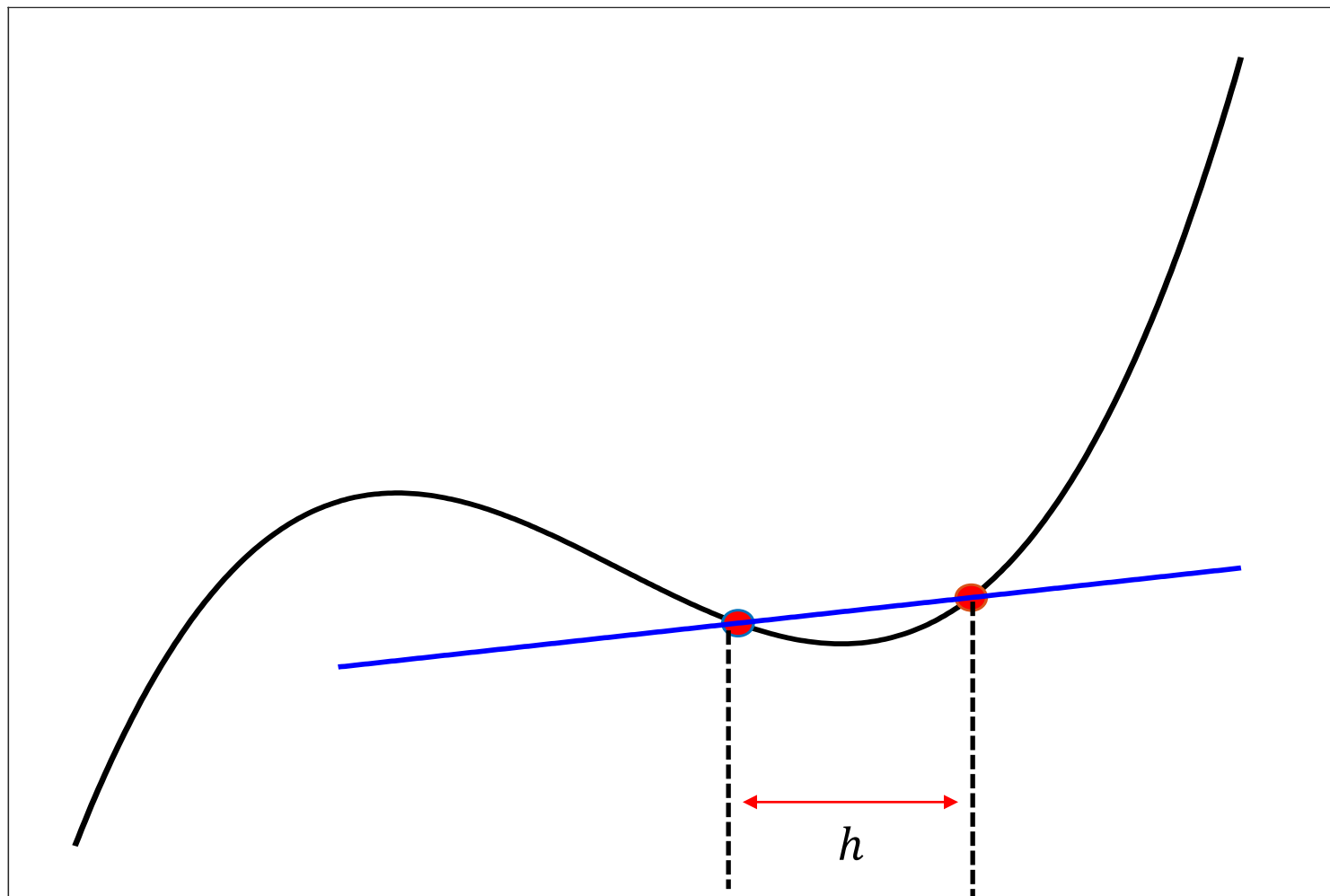
傾きの求め方



傾きの求め方

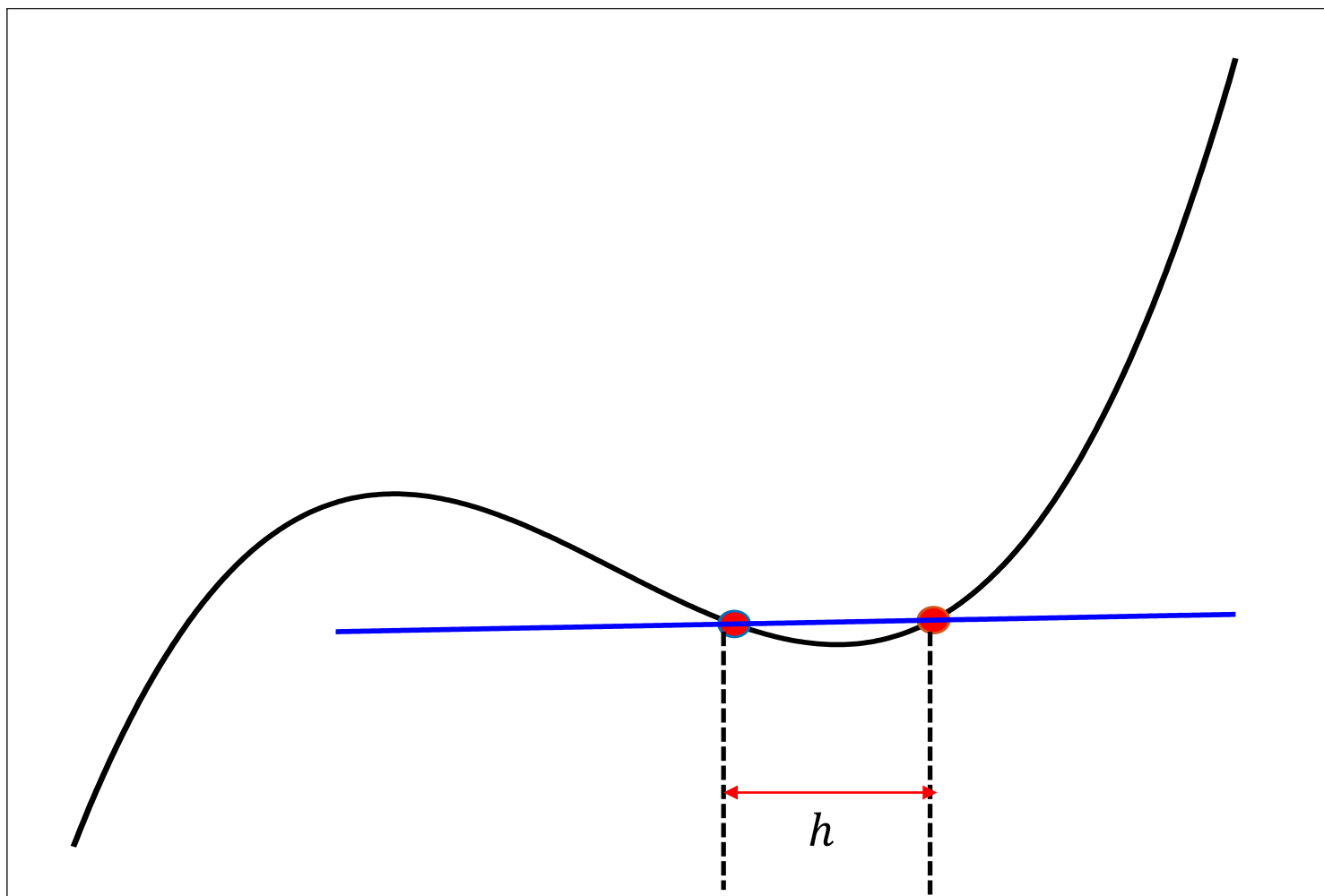


傾きの求め方



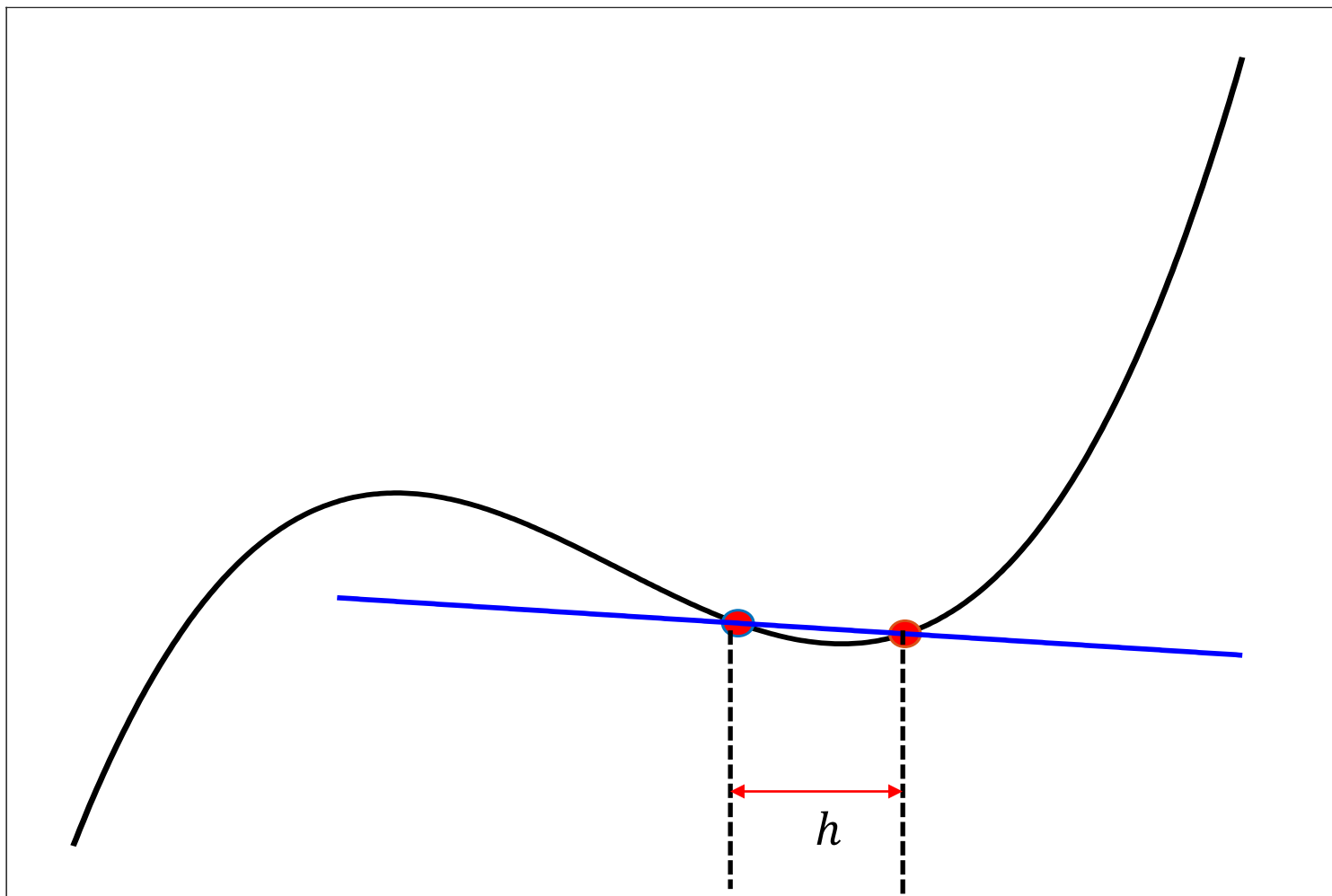
x_i ← x_f

傾きの求め方



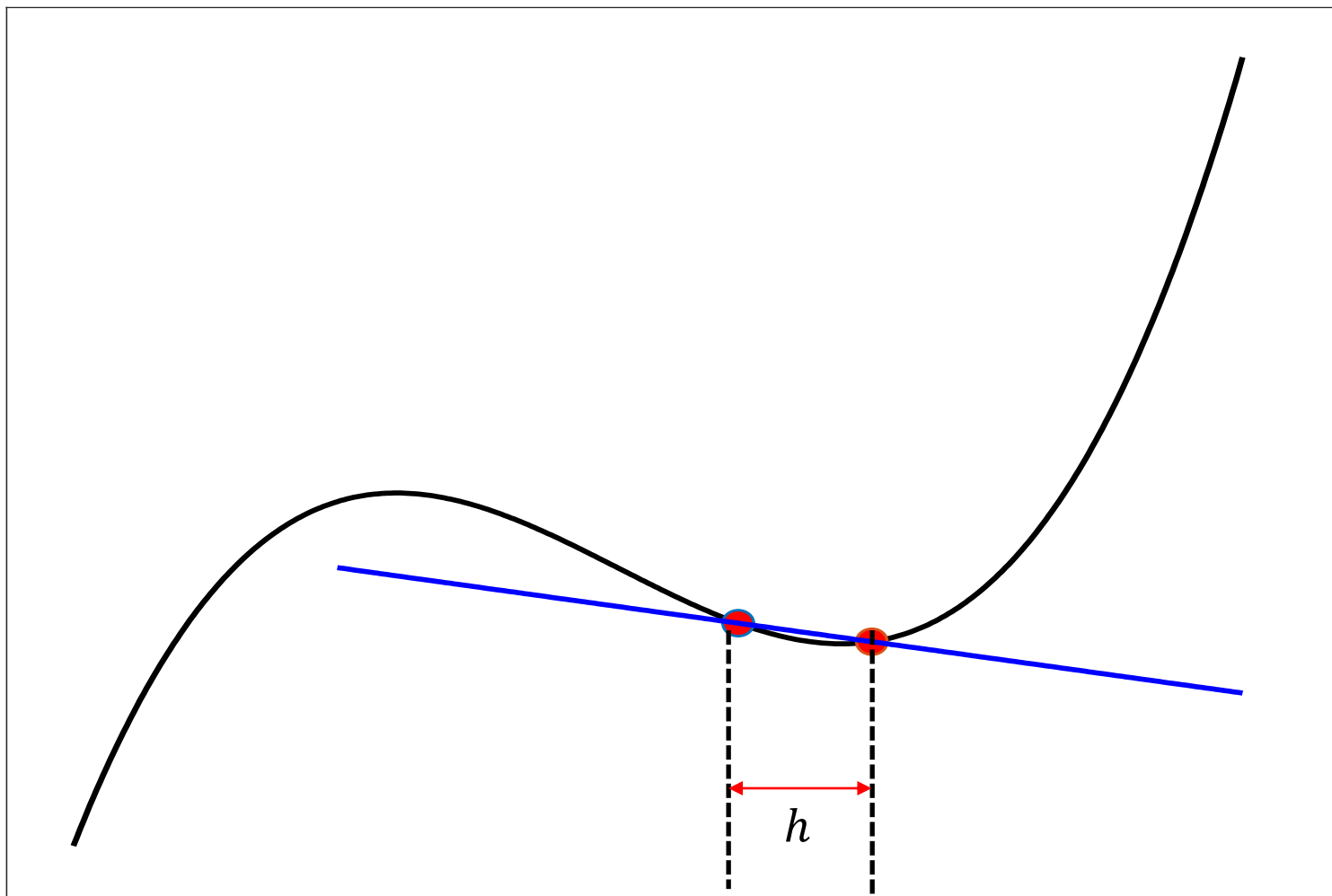
x_i ← x_f

傾きの求め方

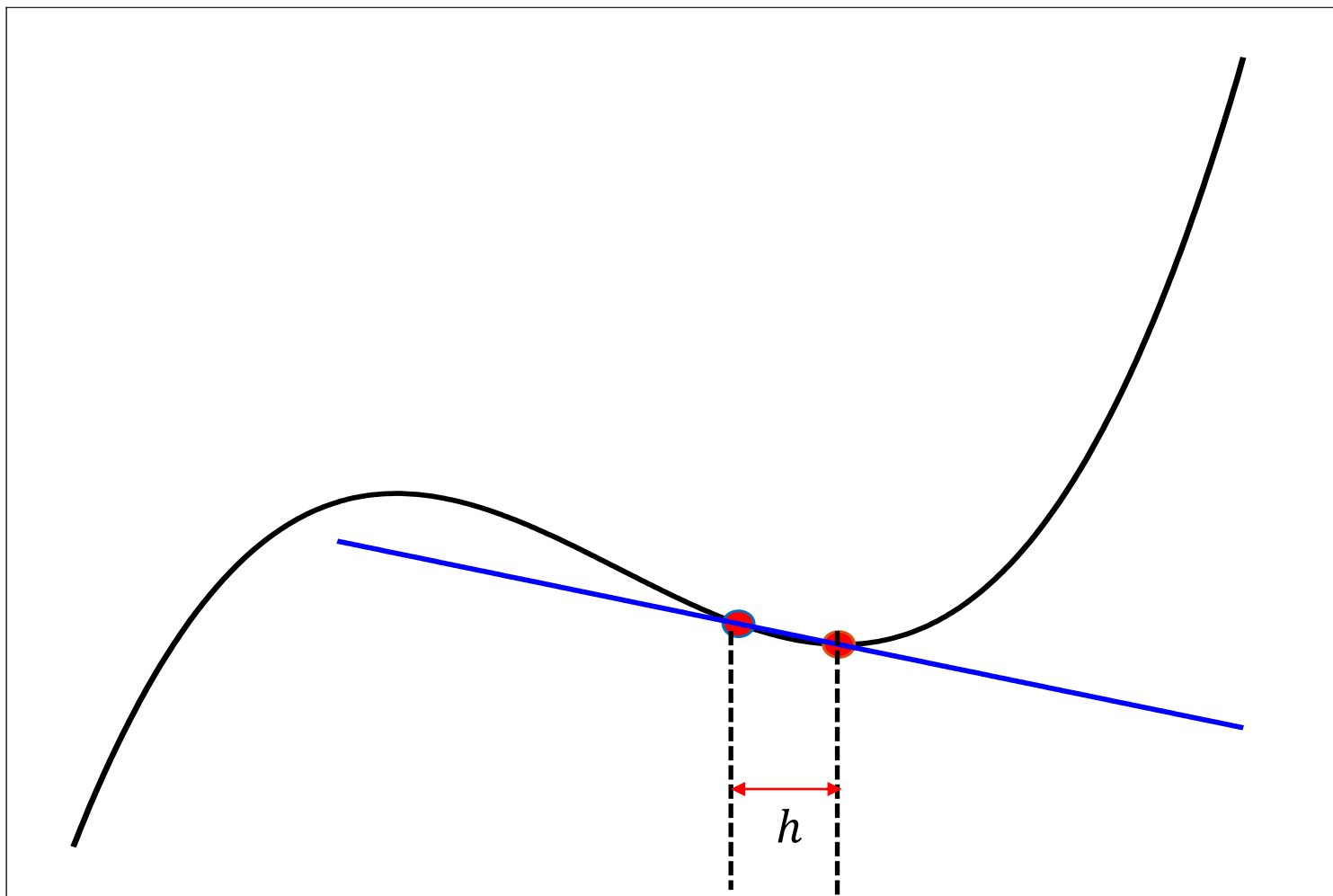


$x_i \leftarrow x_f$

傾きの求め方

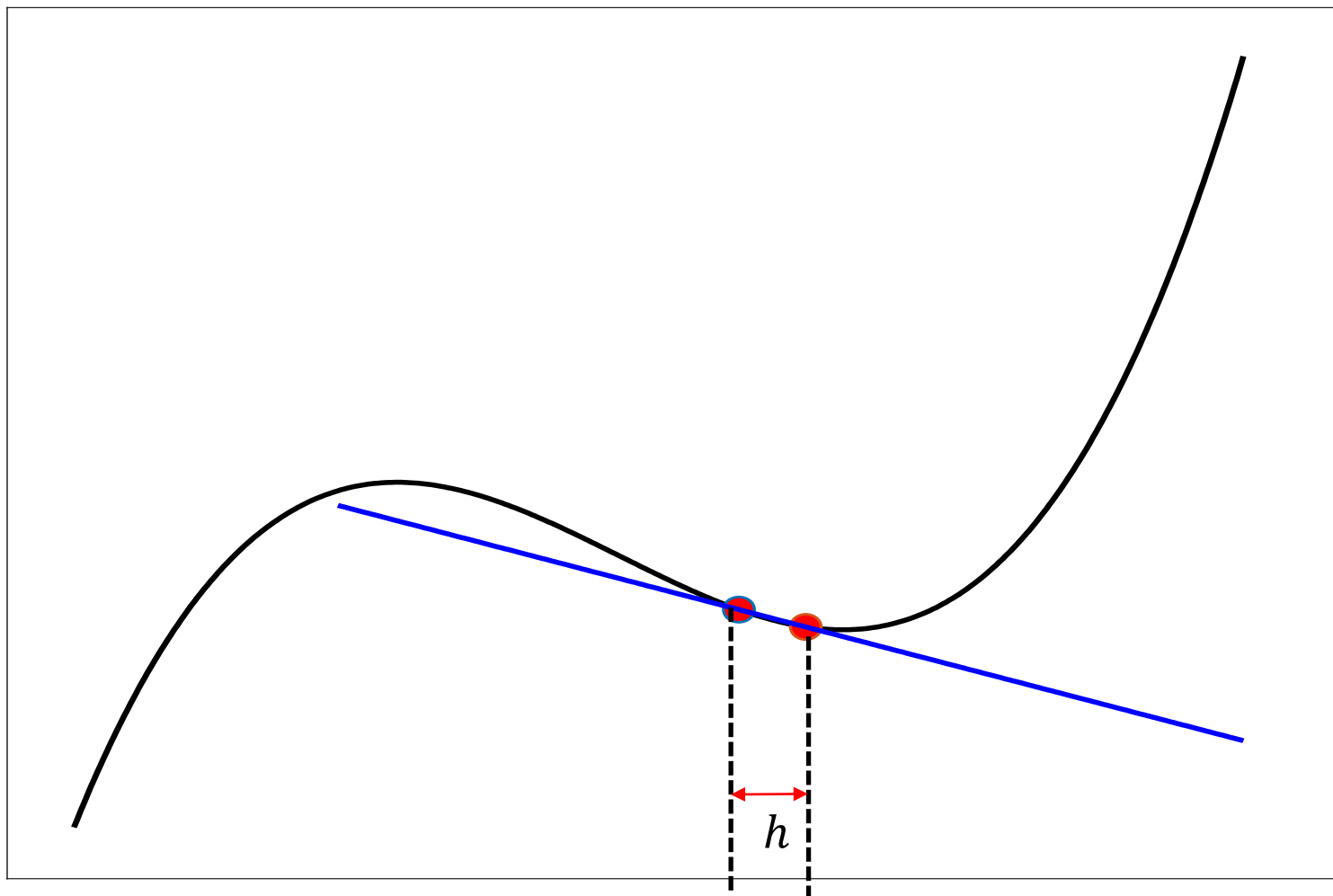
 $x_i \leftarrow x_f$

傾きの求め方



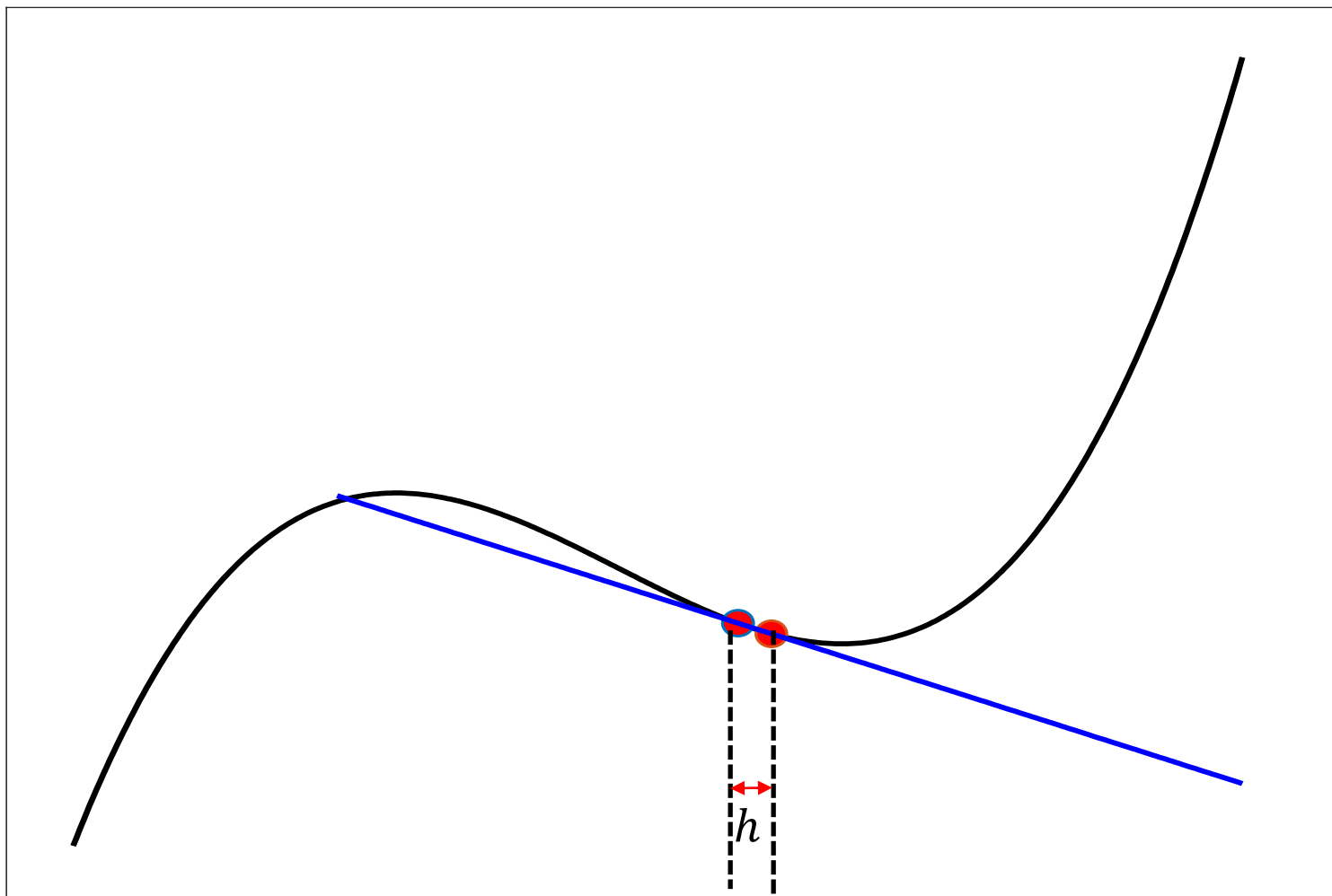
$$x_i \leftarrow x_f$$

傾きの求め方

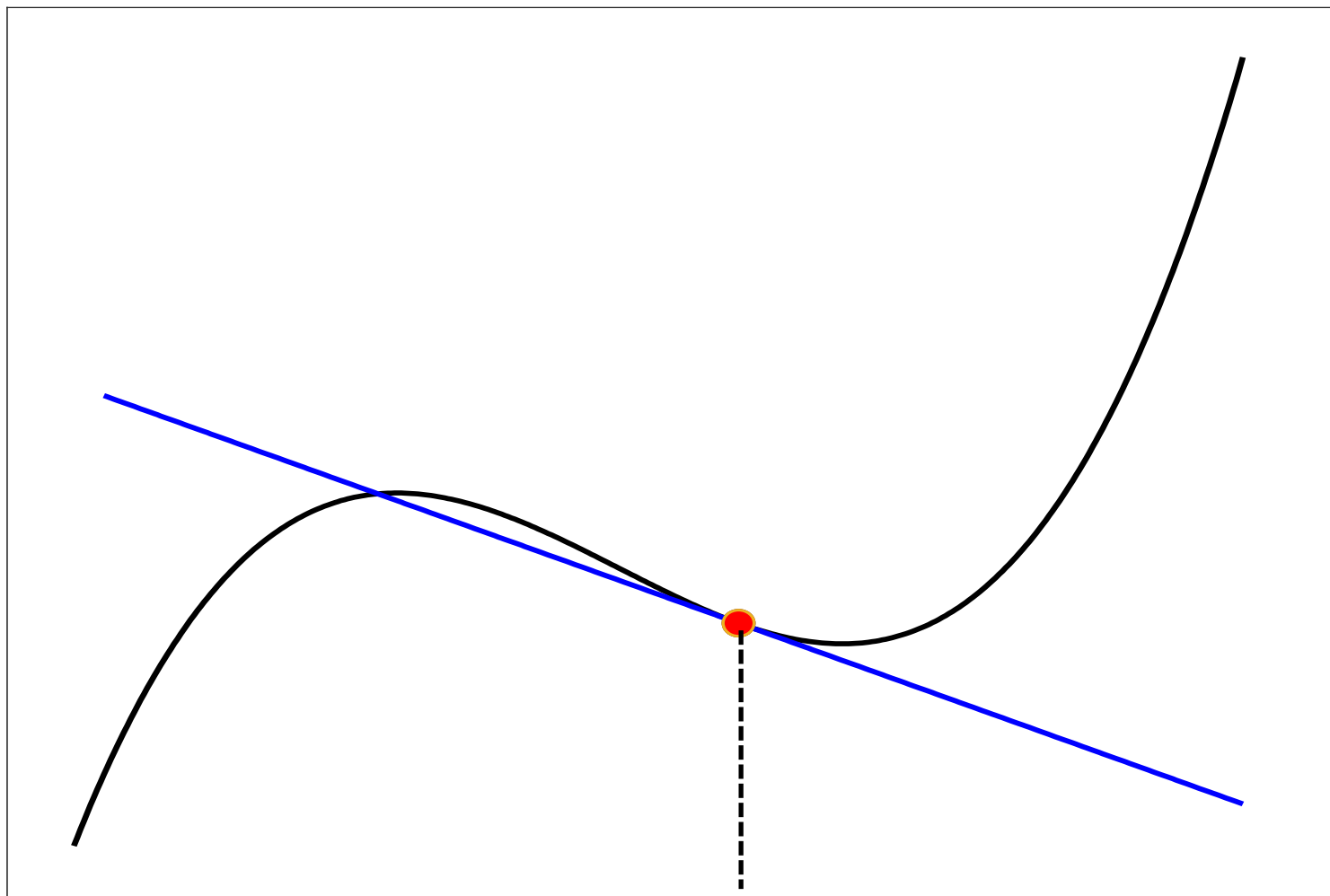


$$x_i \leftarrow x_f$$

傾きの求め方

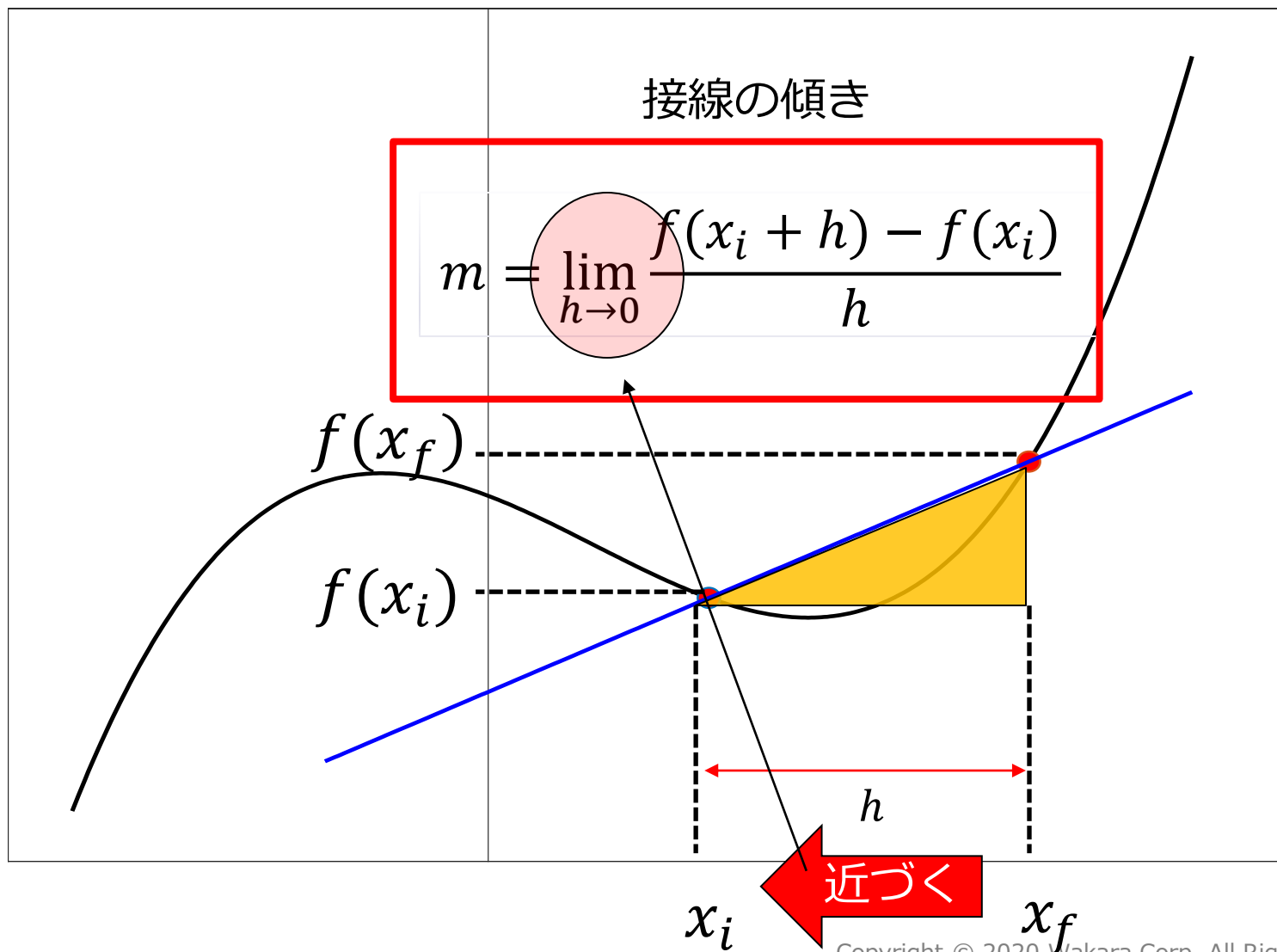
 $x_i x_f$

傾きの求め方



x_i

傾きの求め方

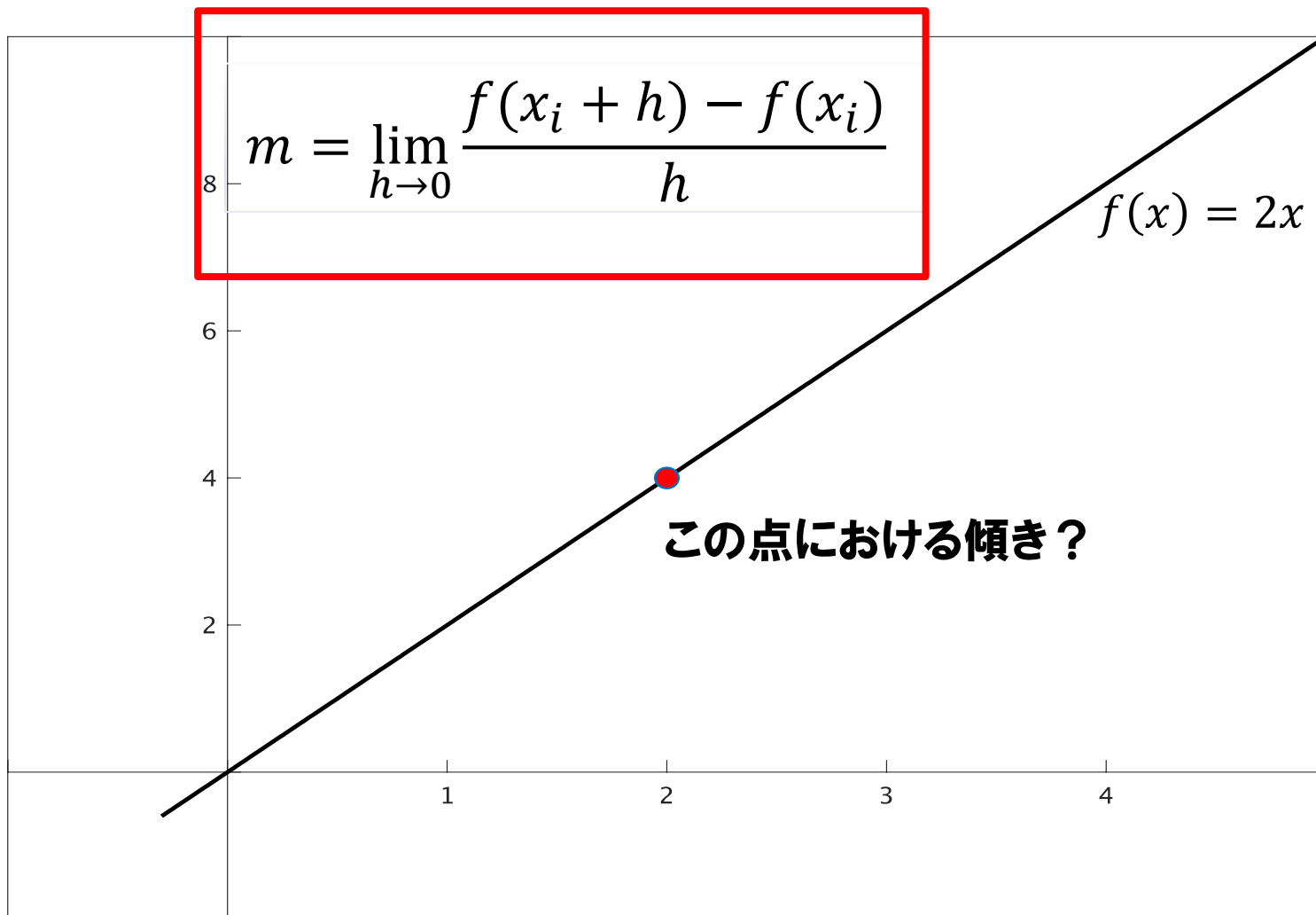


練習問題

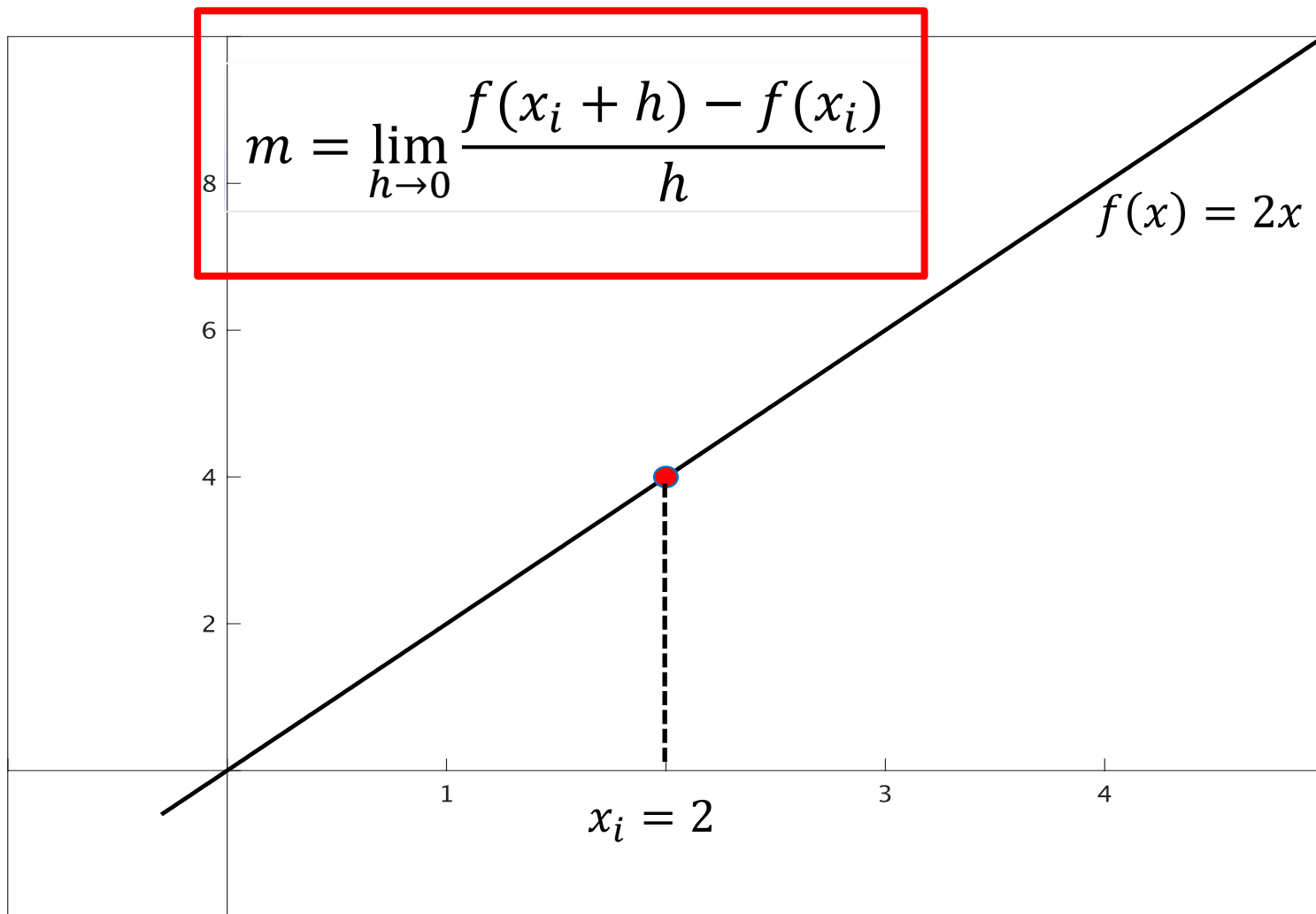
$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$$

$f(x) = 2x$ のとき、上の式を使って、 $x = 2$ における傾きを求める

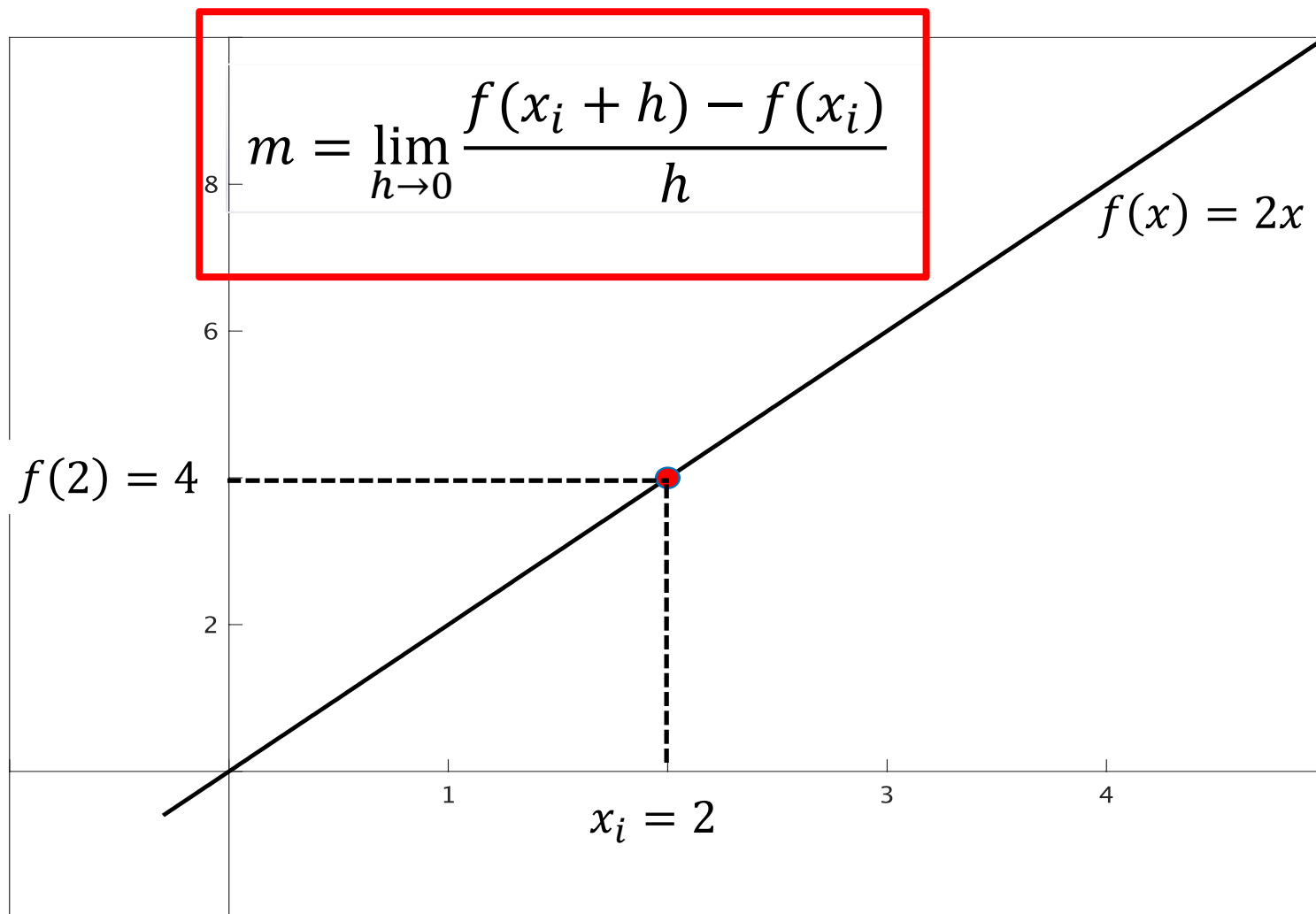
練習問題



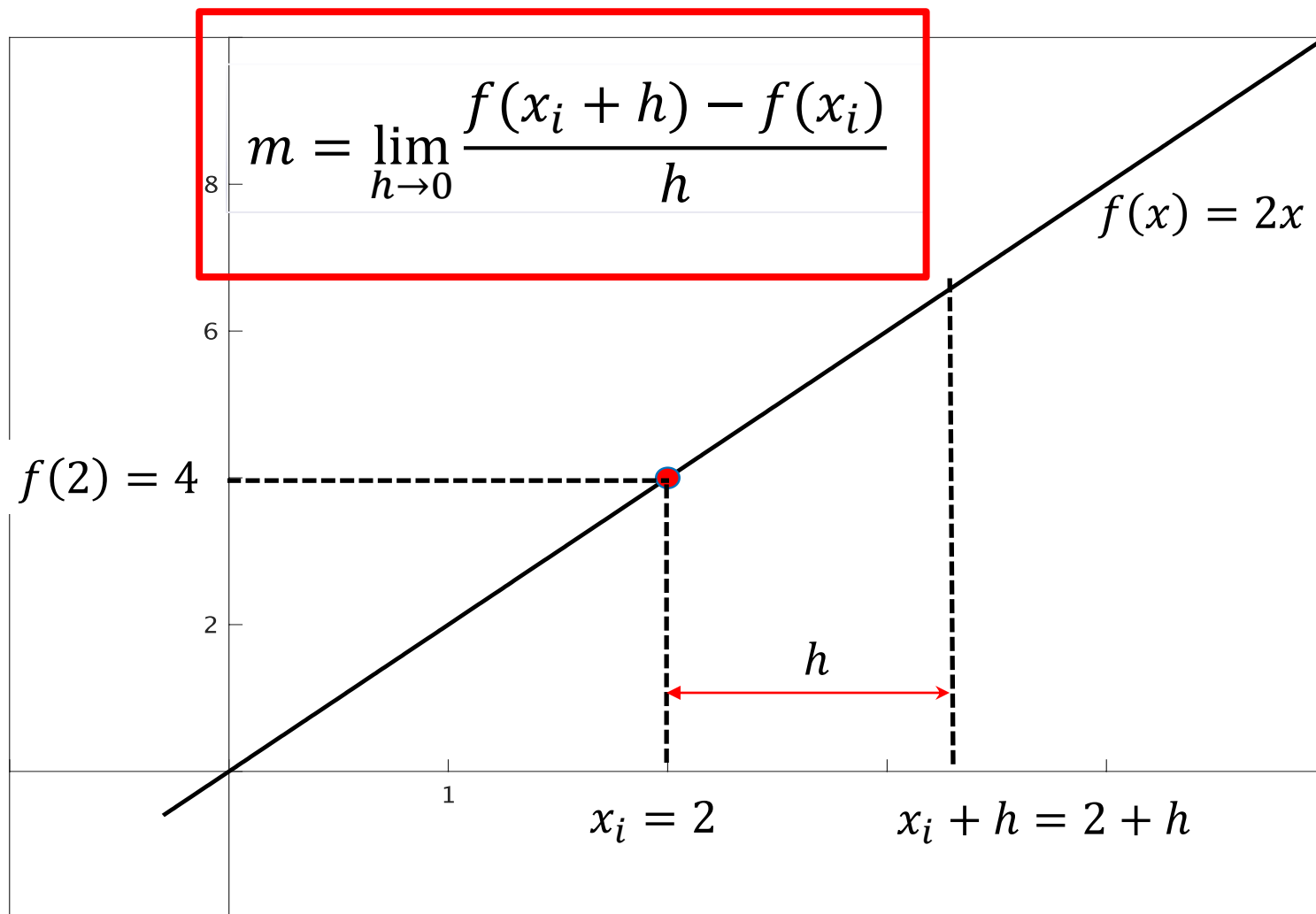
練習問題



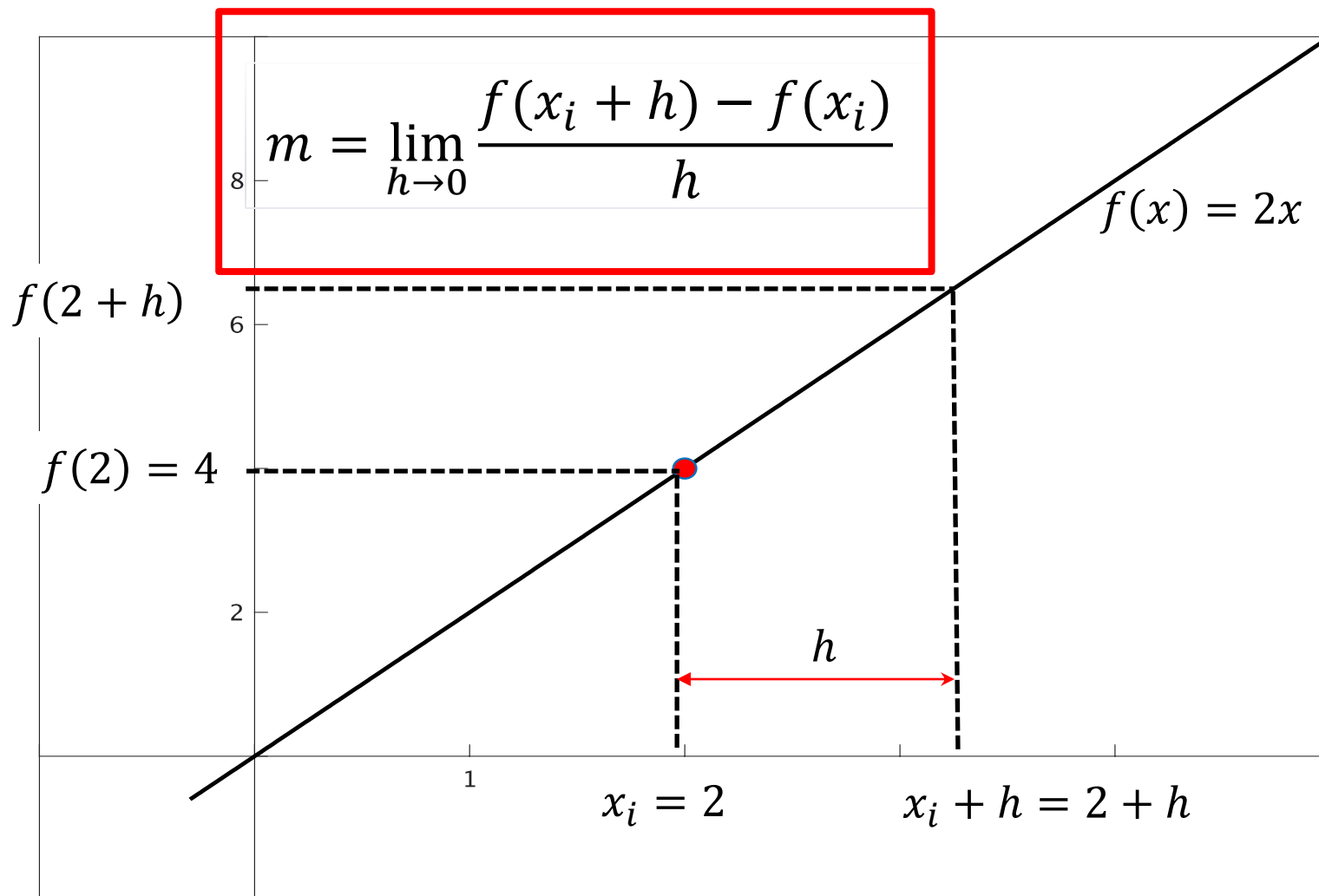
練習問題



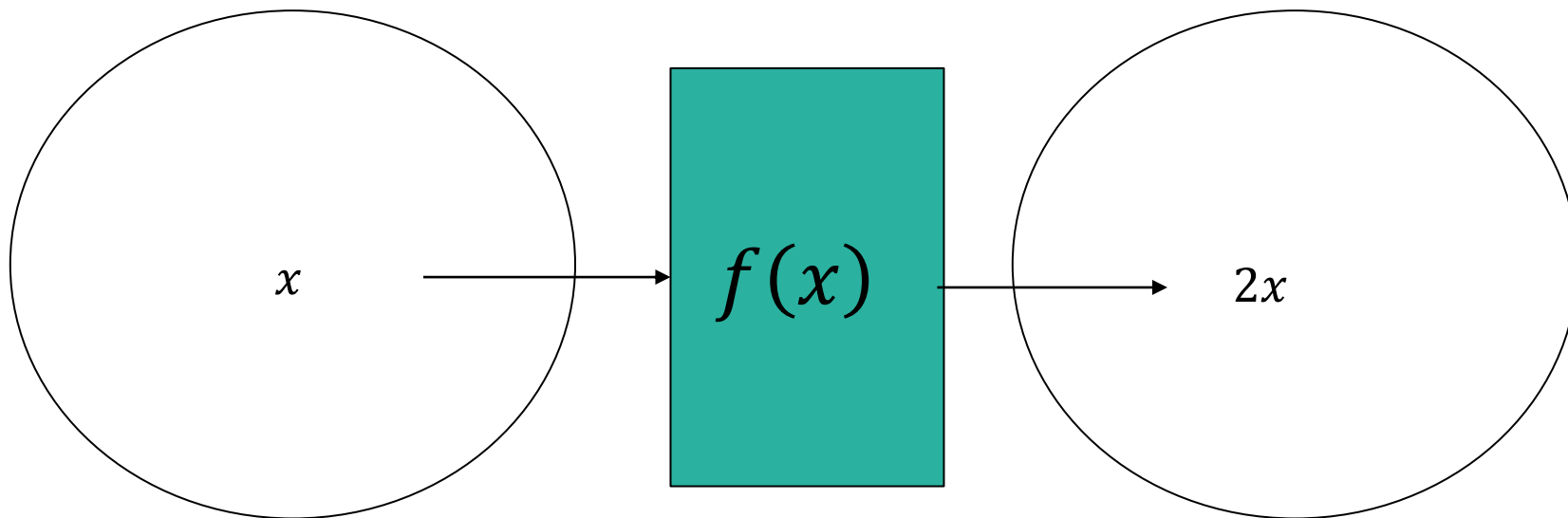
練習問題



練習問題



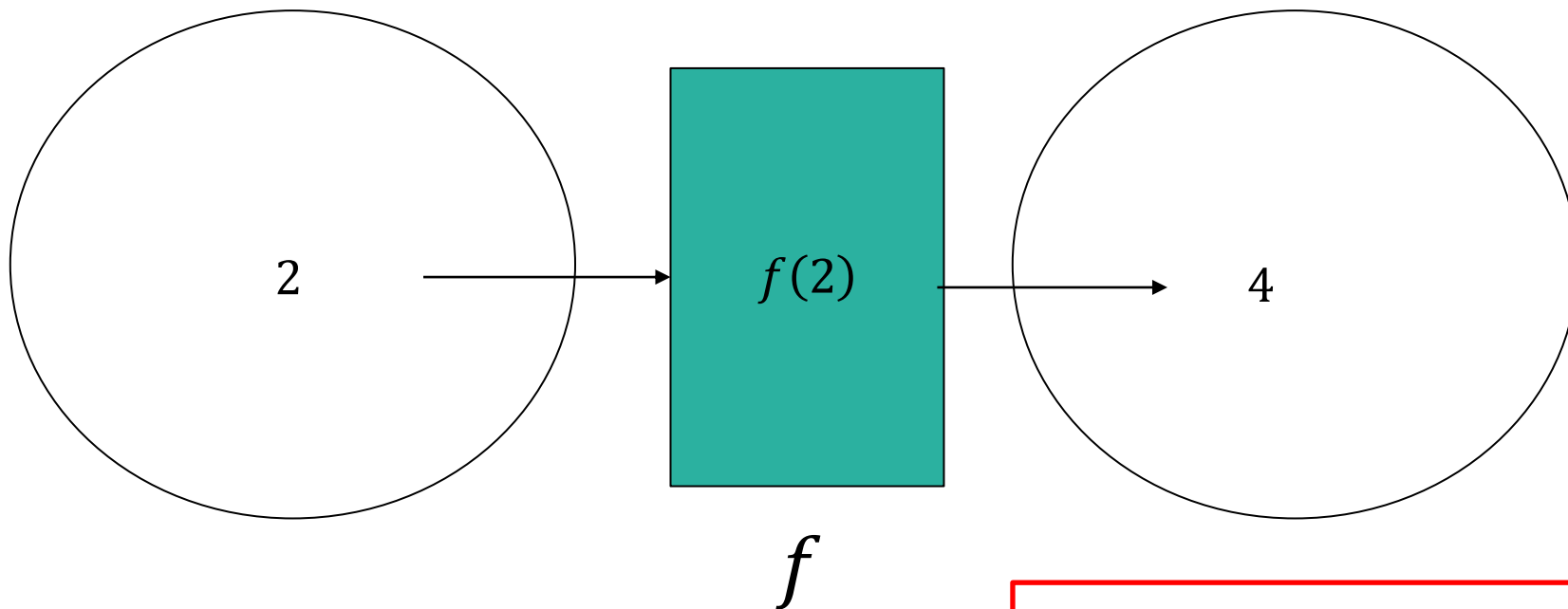
関数の記述形式



$$f(x) = 2x$$

与えられた入力を2倍して出力する関数

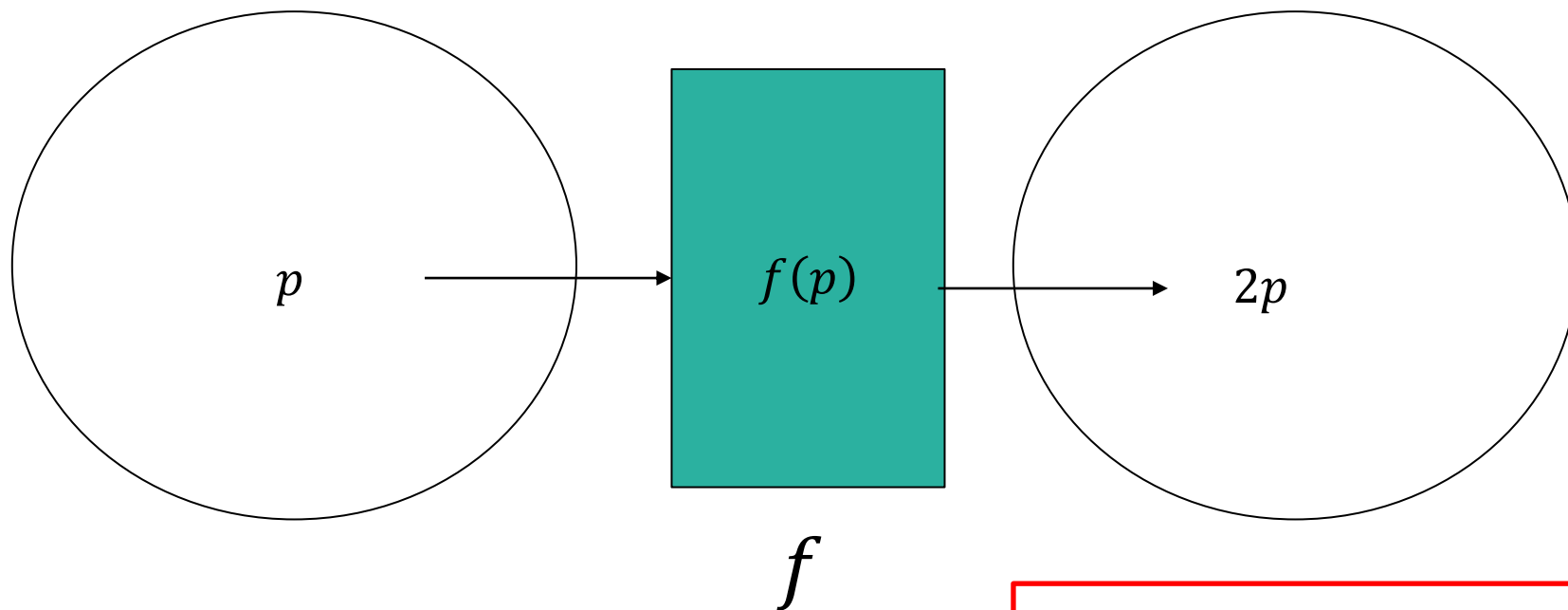
関数の記述形式



$$f(x) = 2x$$

与えられた入力を2倍して出力する関数

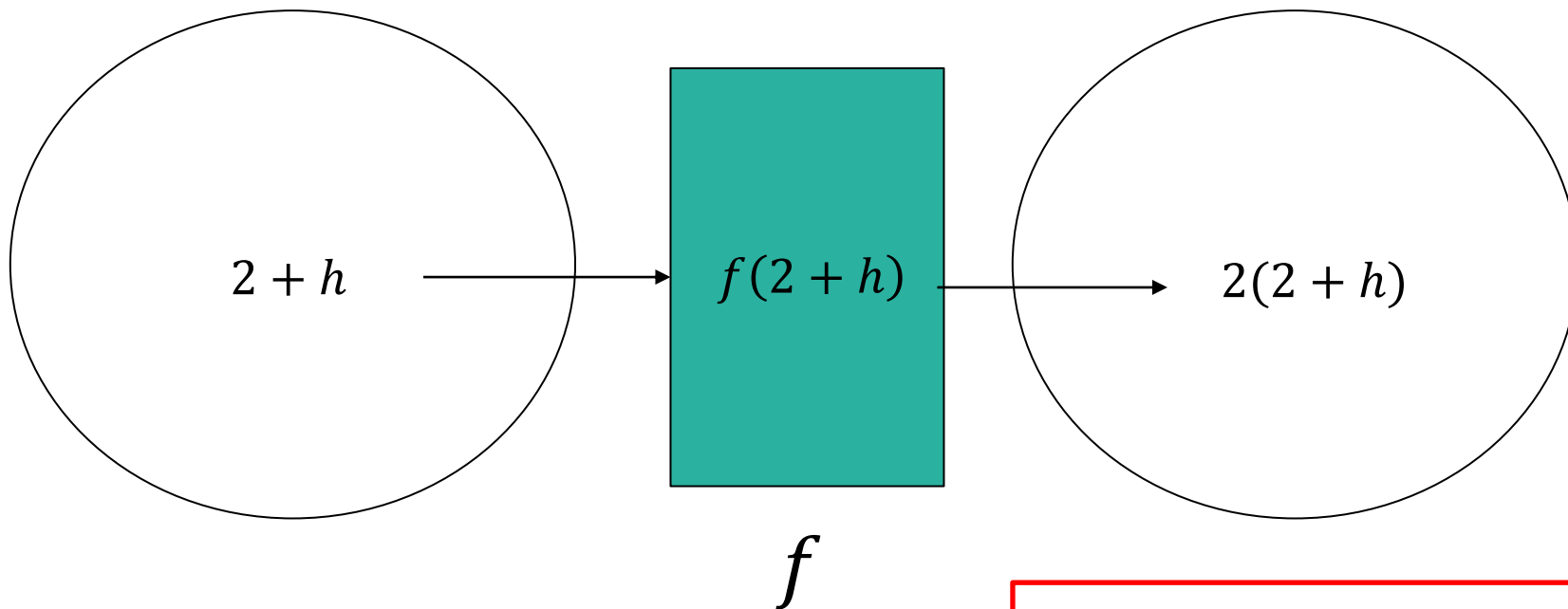
関数の記述形式



$$f(x) = 2x$$

与えられた入力を2倍して出力する関数

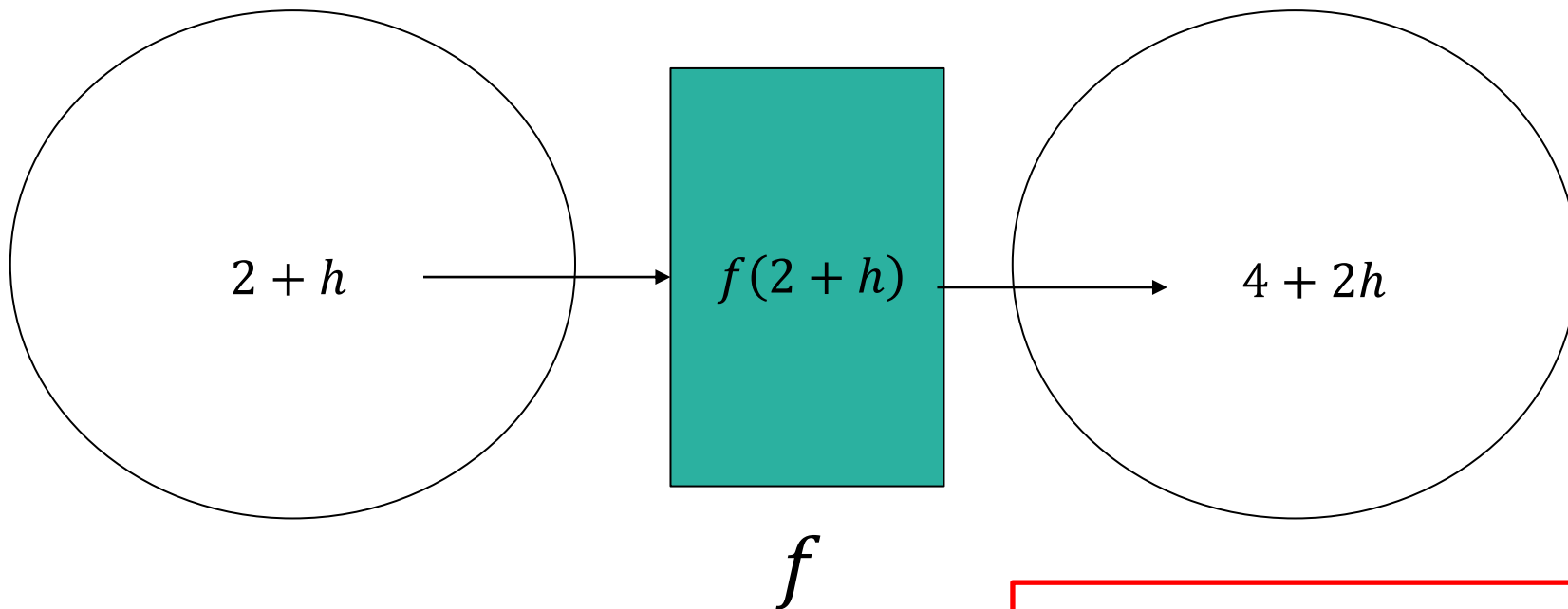
関数の記述形式



$$f(x) = 2x$$

与えられた入力を2倍して出力する関数

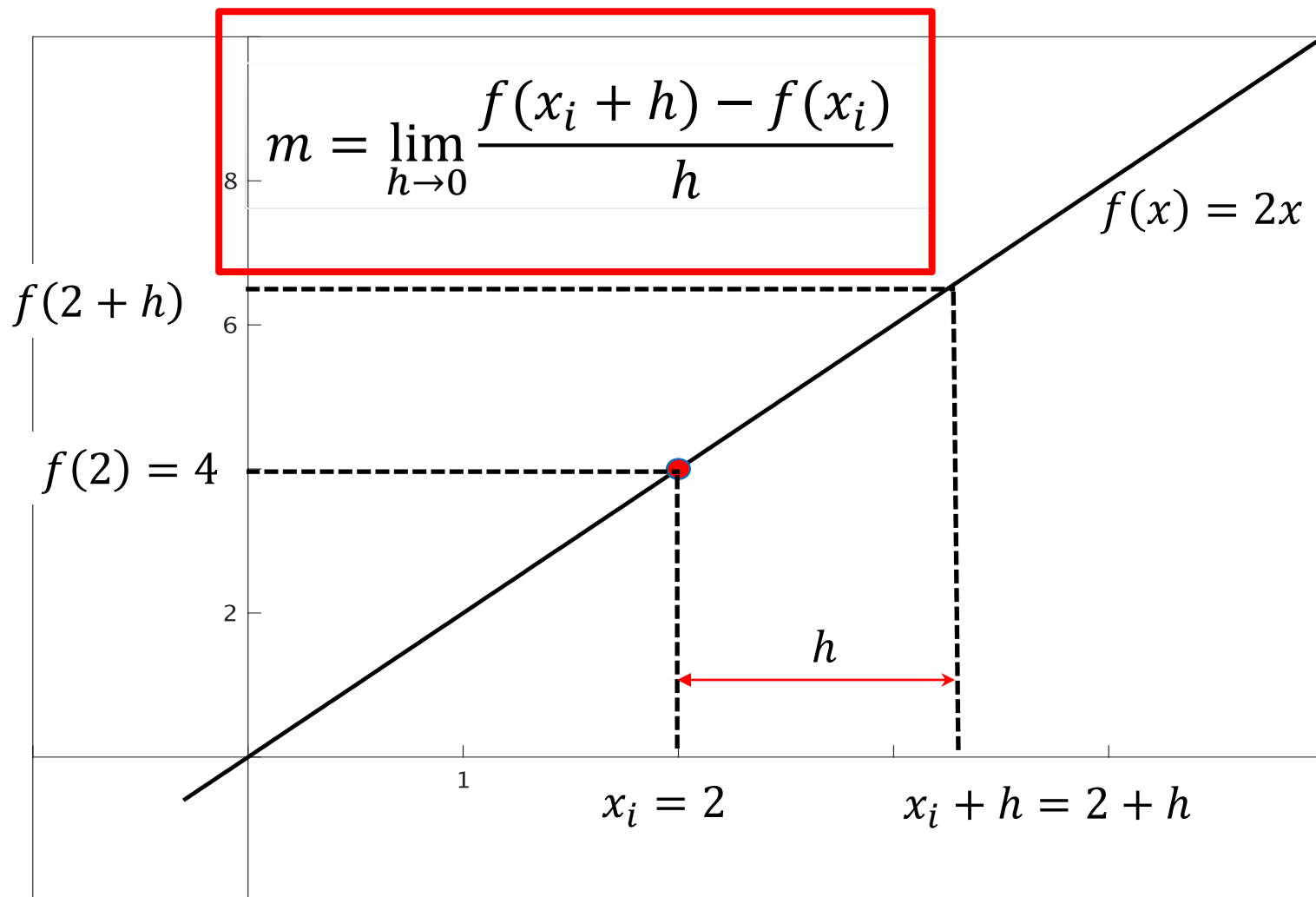
関数の記述形式



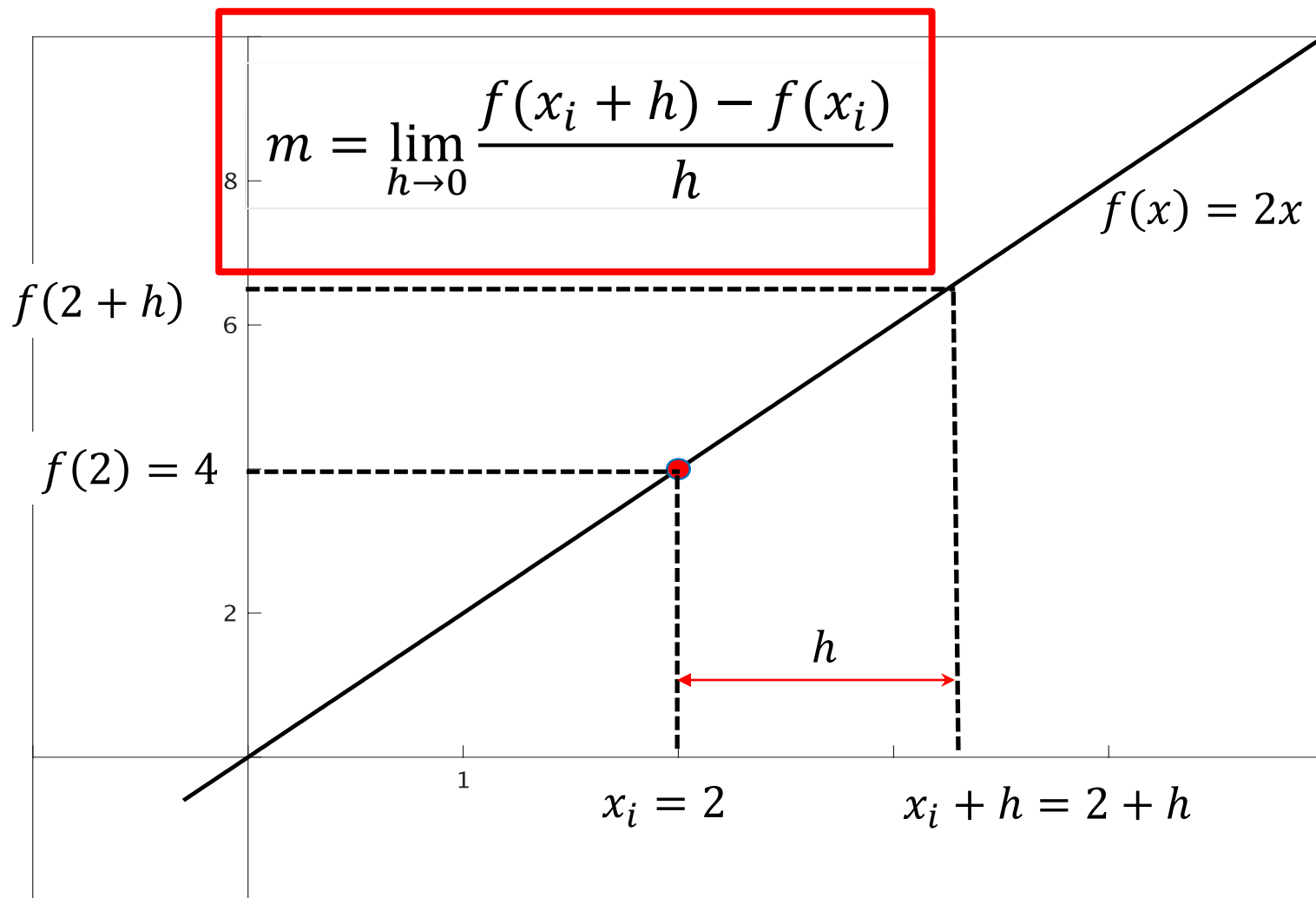
$$f(x) = 2x$$

与えられた入力を2倍して出力する関数

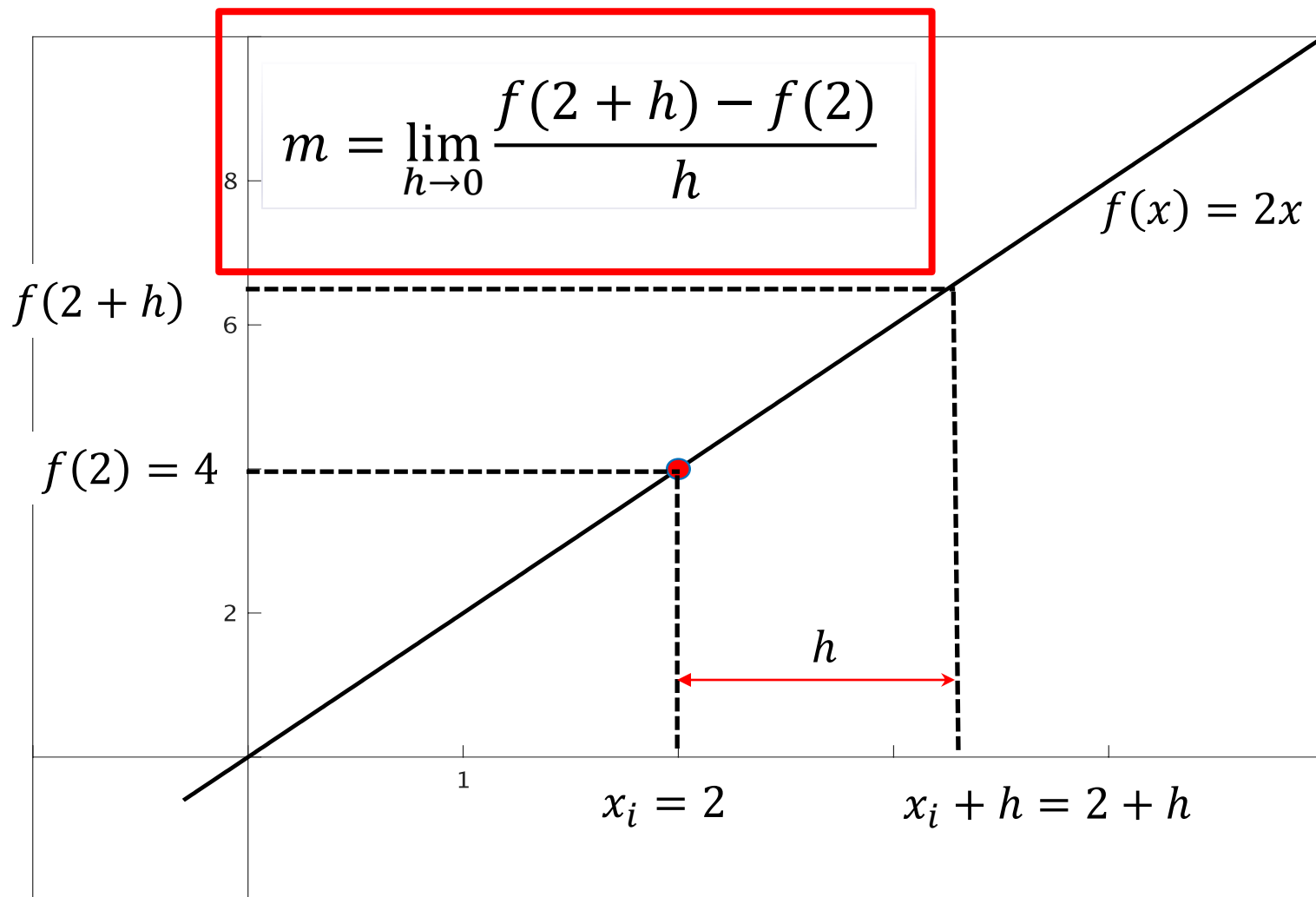
練習問題



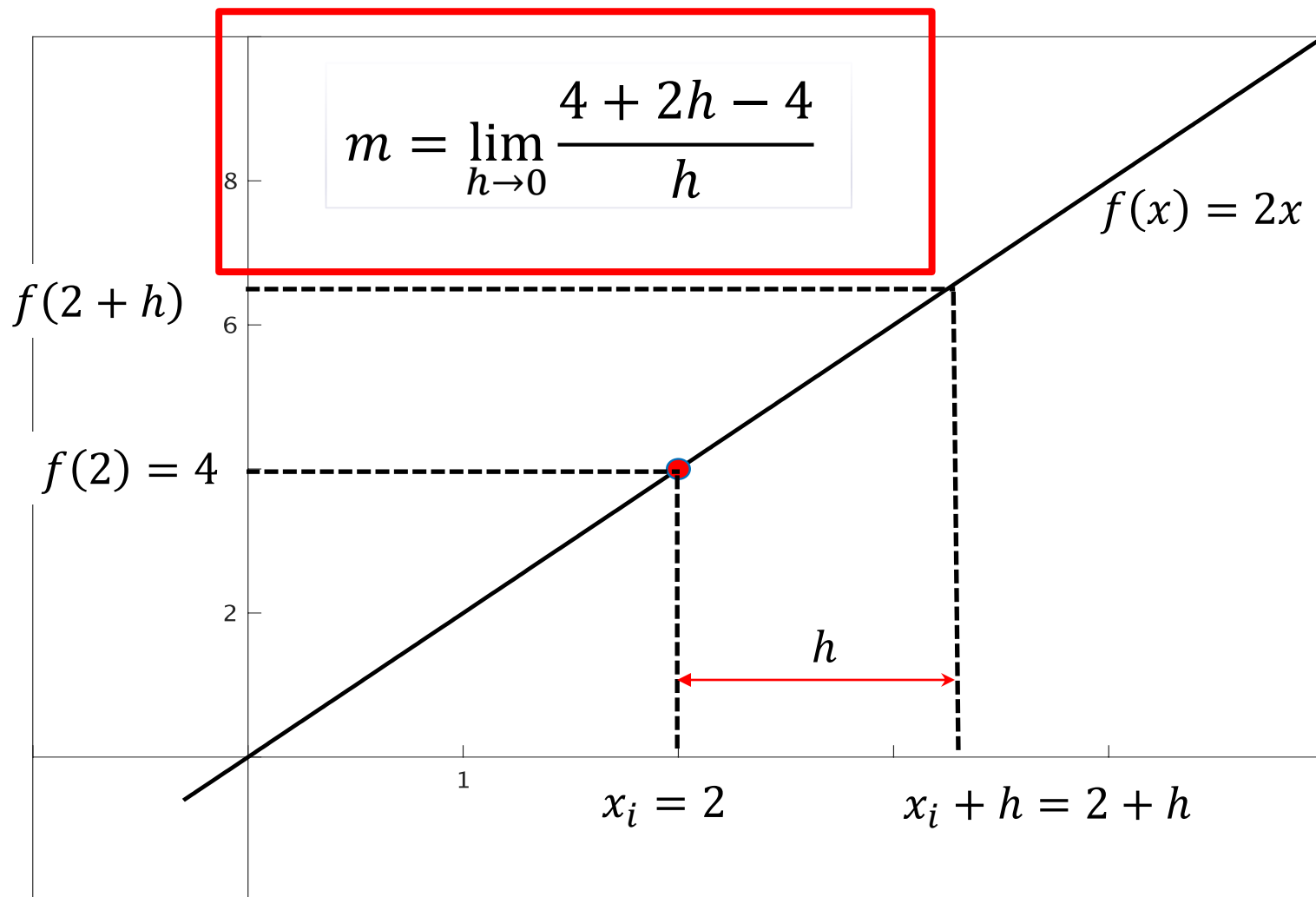
練習問題



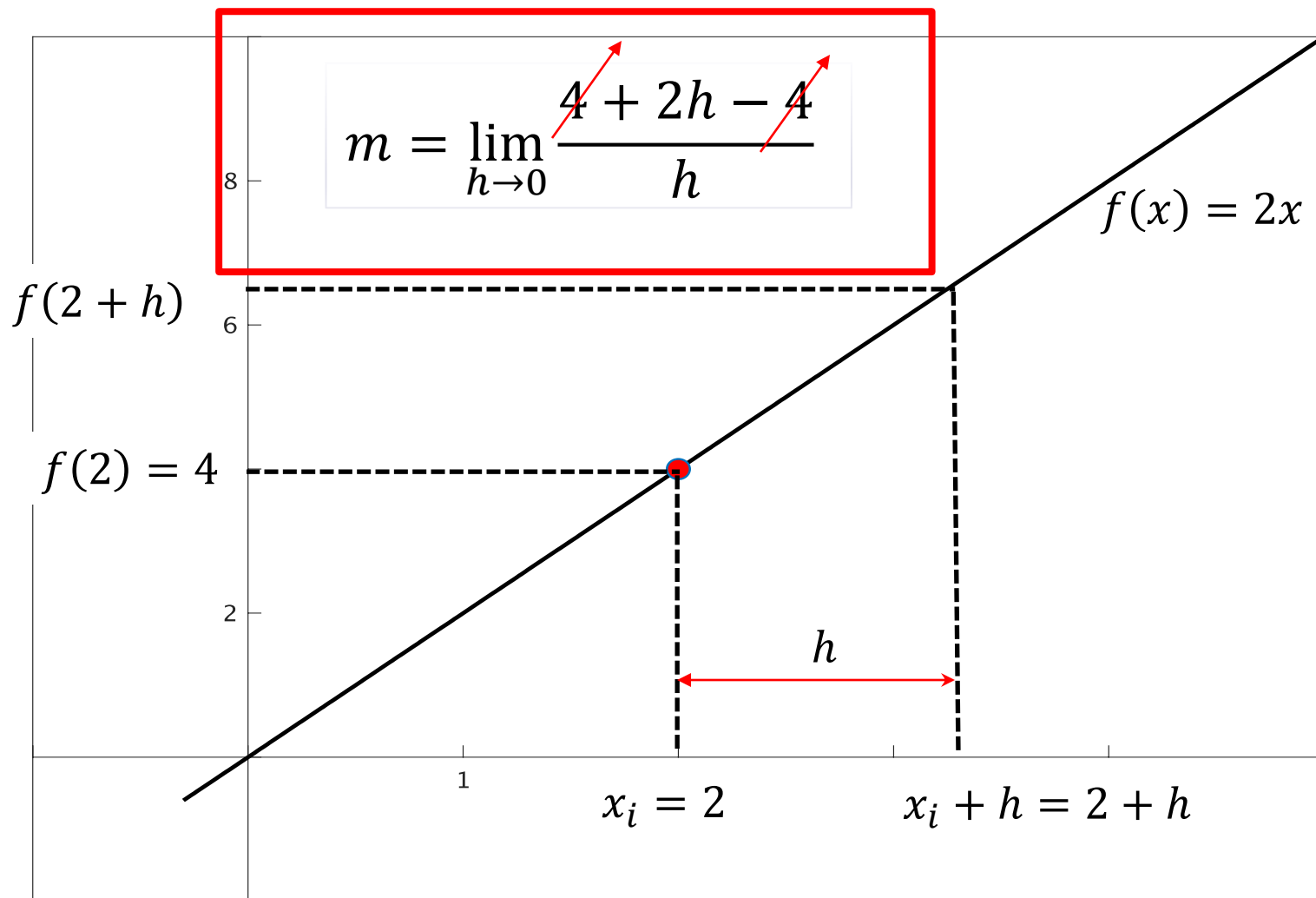
練習問題



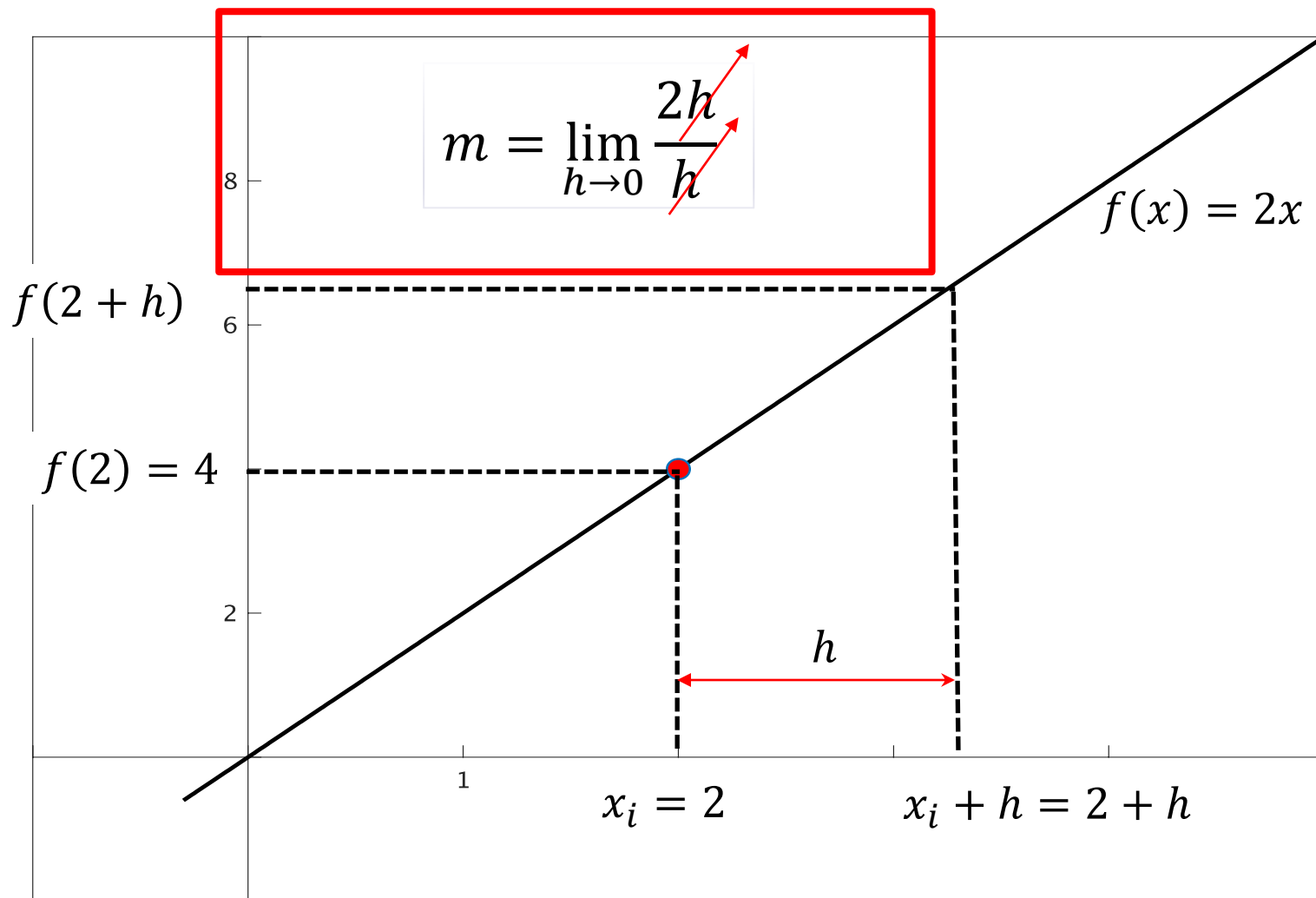
練習問題



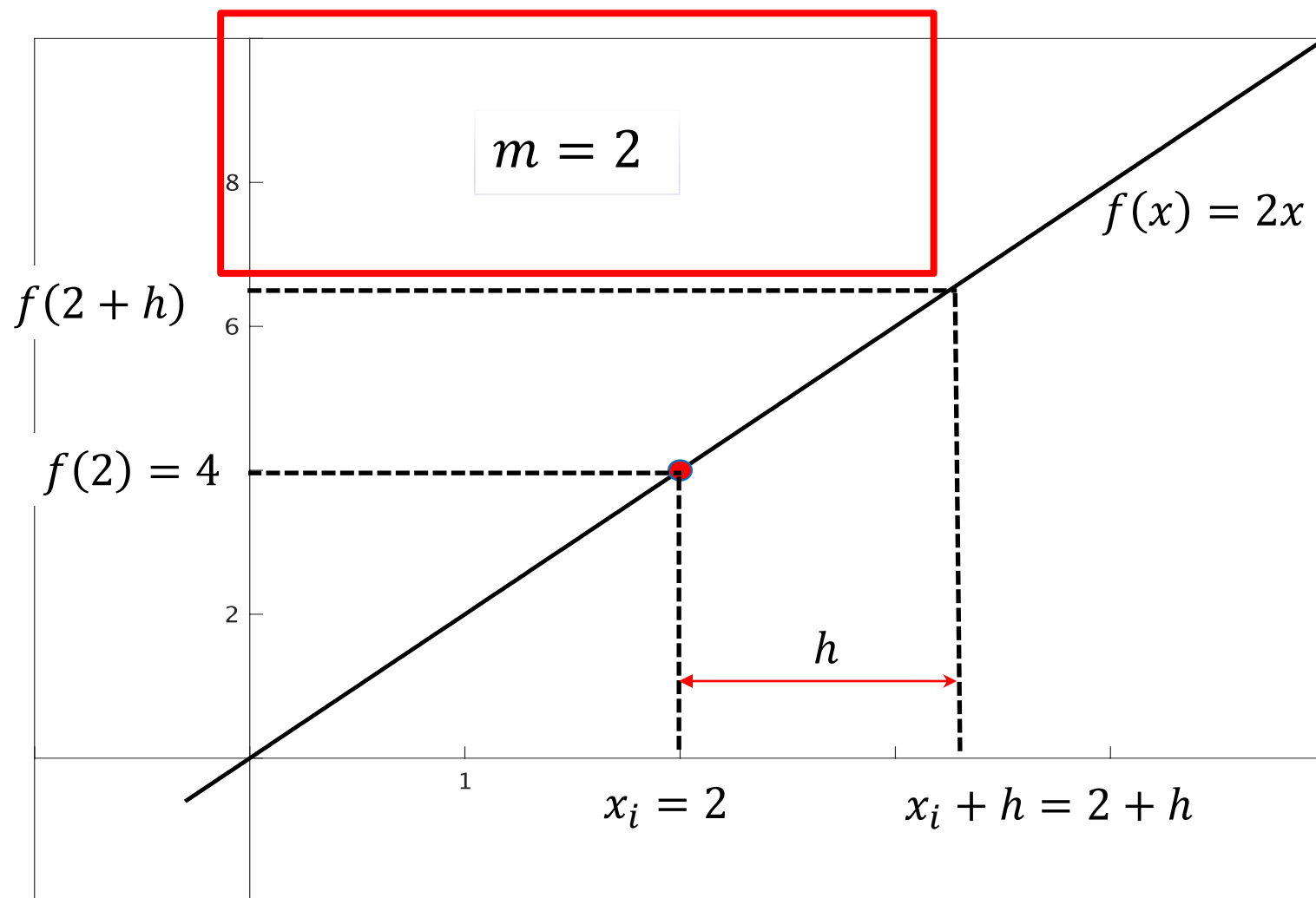
練習問題



練習問題



練習問題

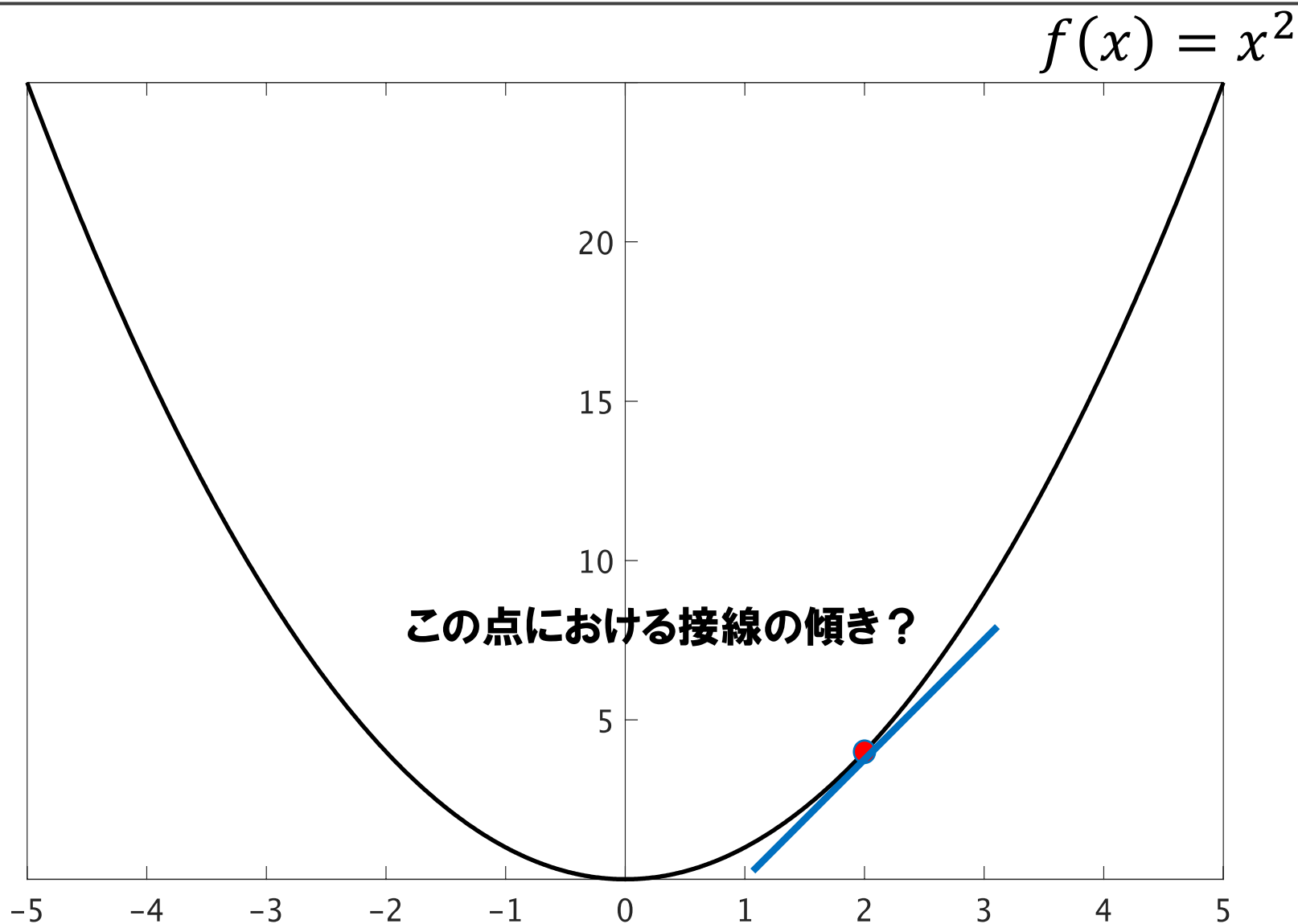


練習問題

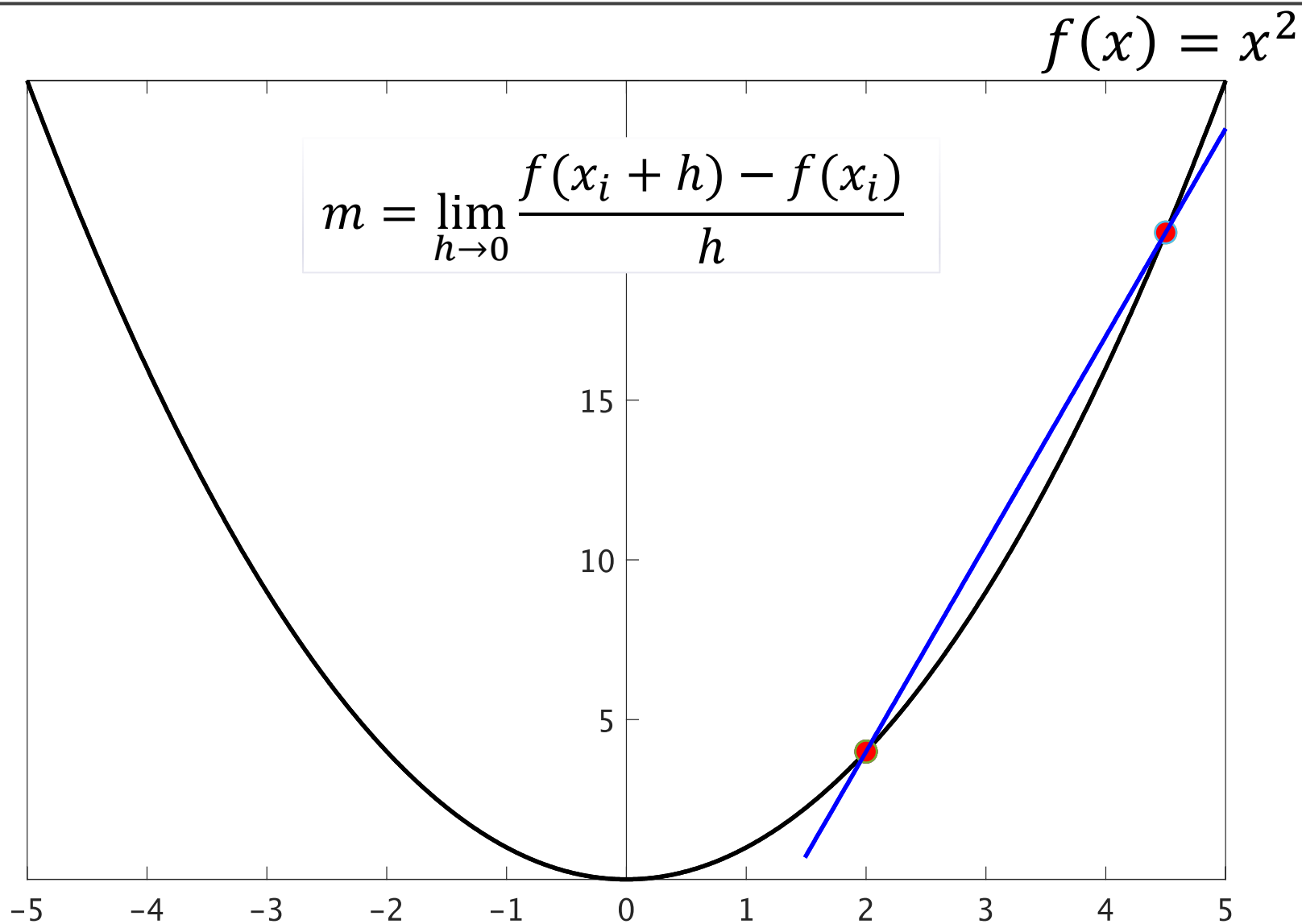
$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$$

$f(x) = x^2$ のとき、上の式を使って、 $x = 2$ における傾きを求める

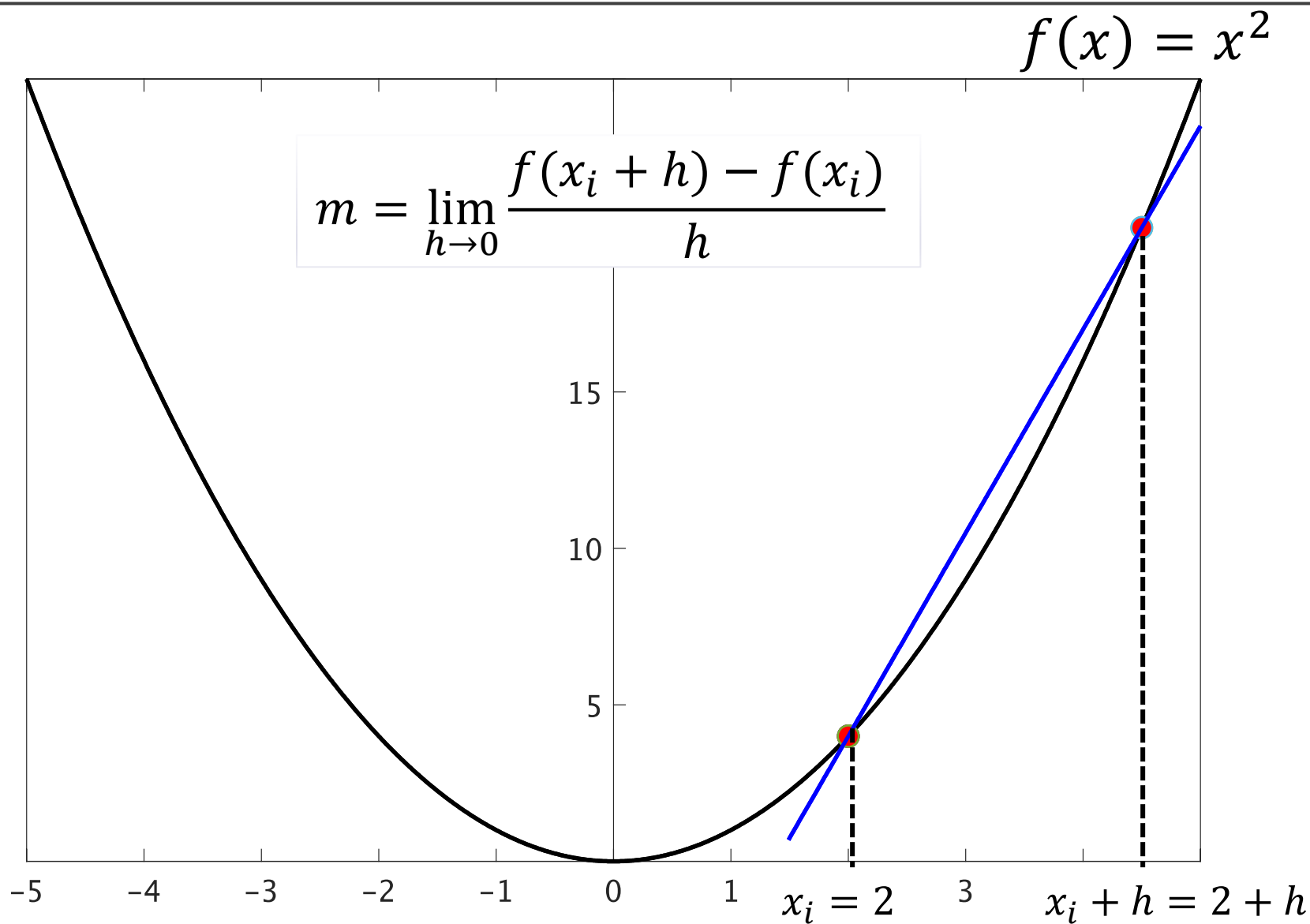
練習問題



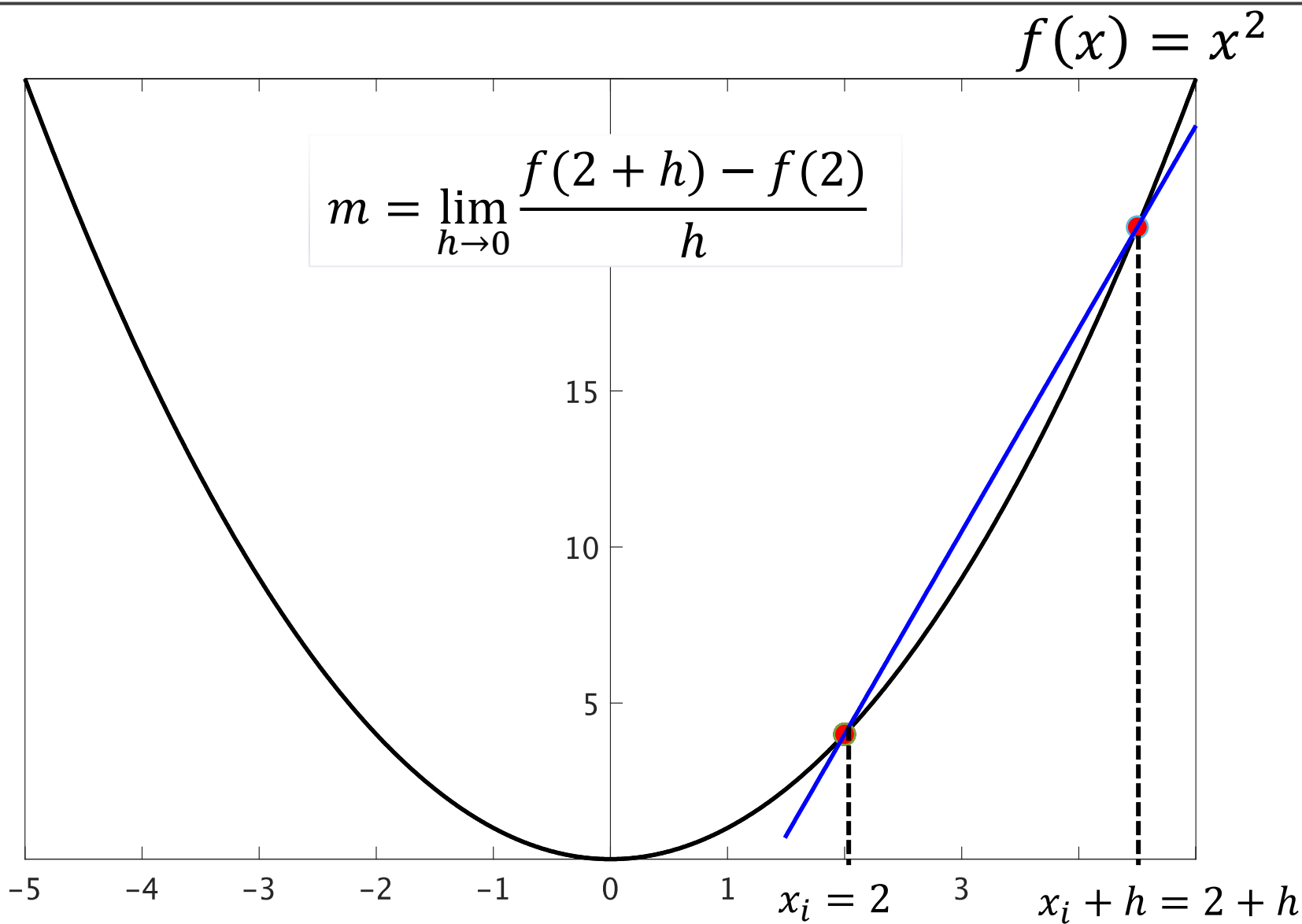
練習問題



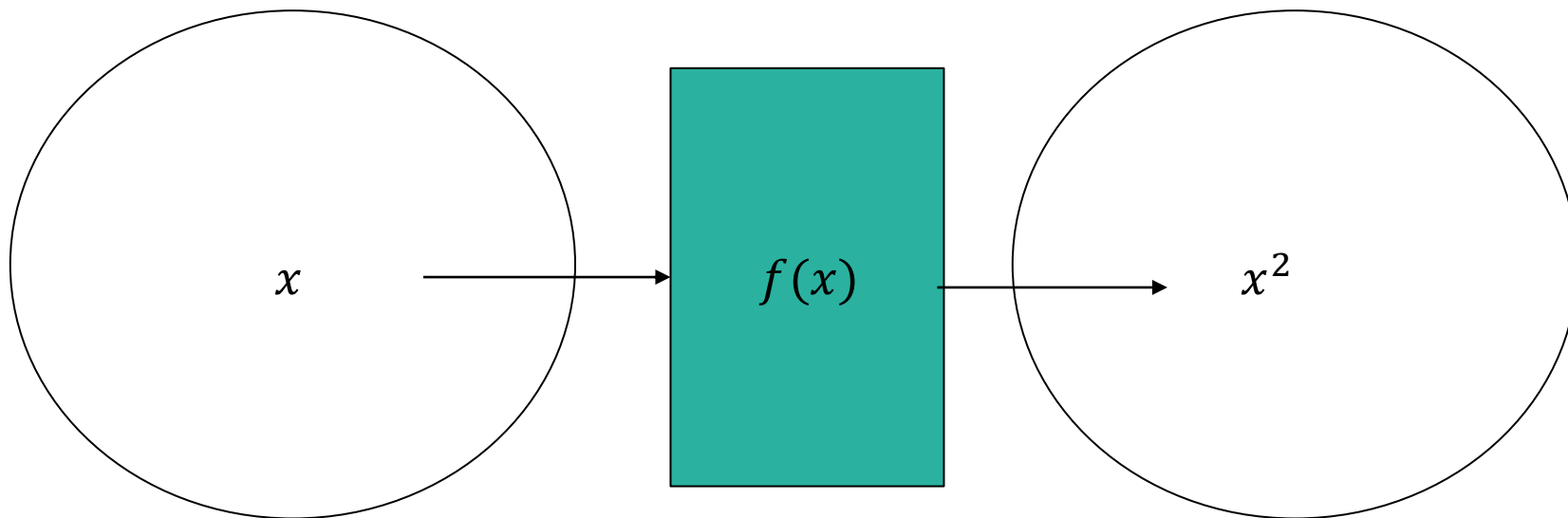
練習問題



練習問題



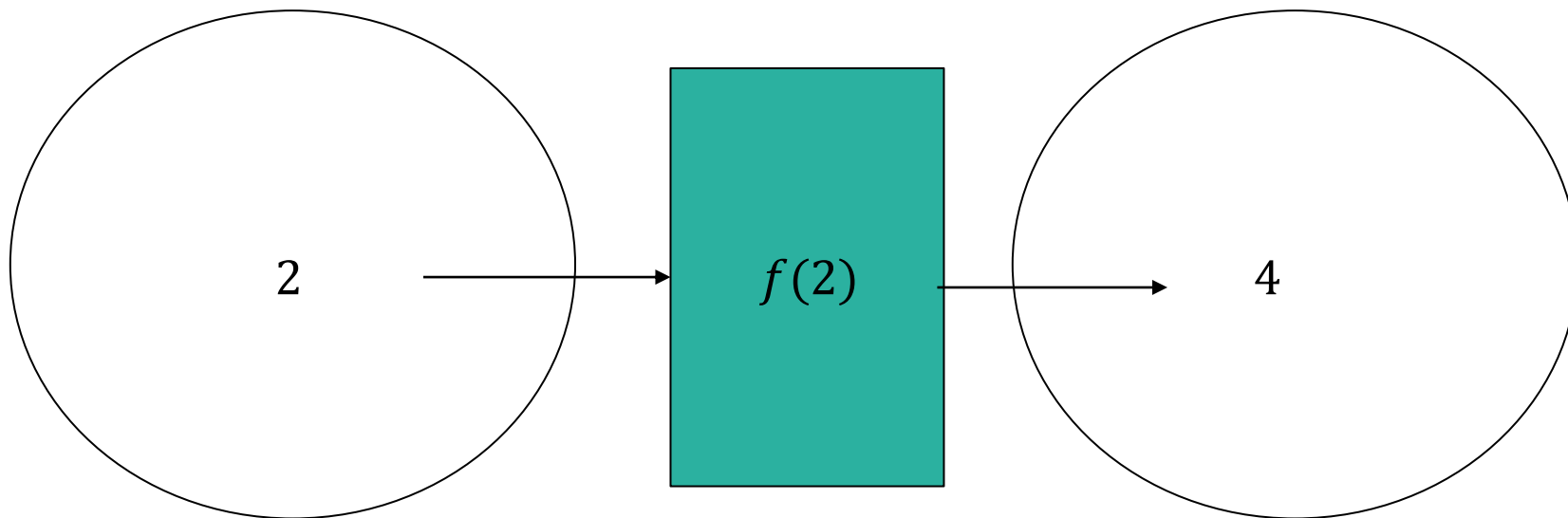
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

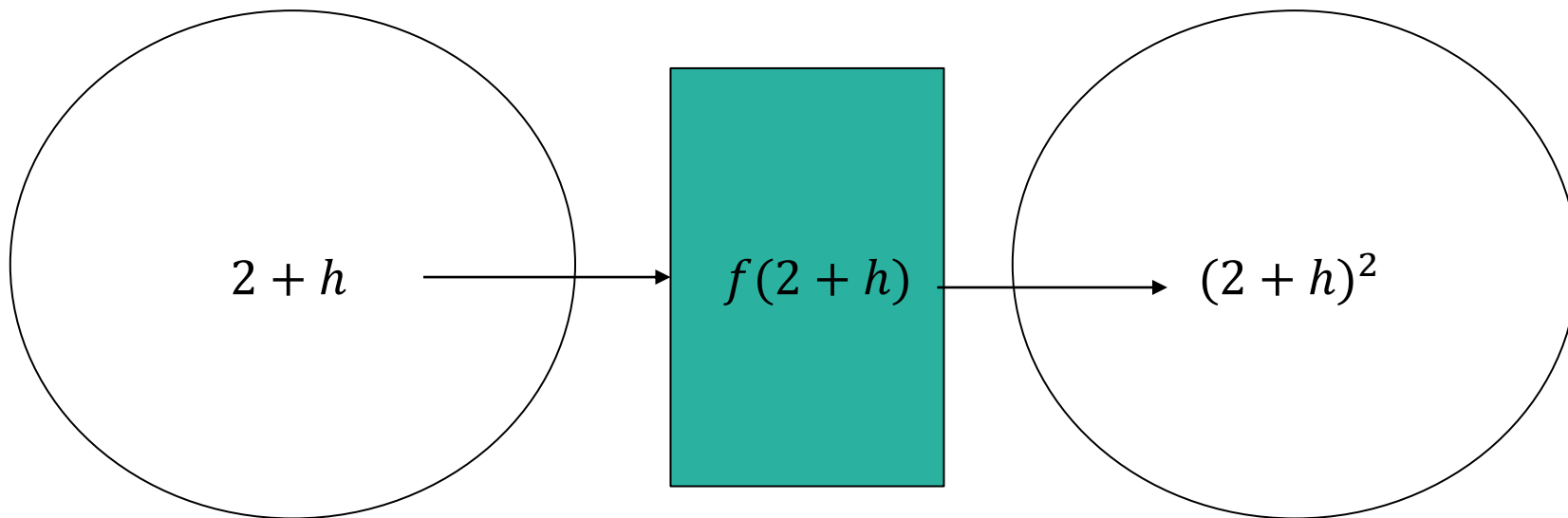
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

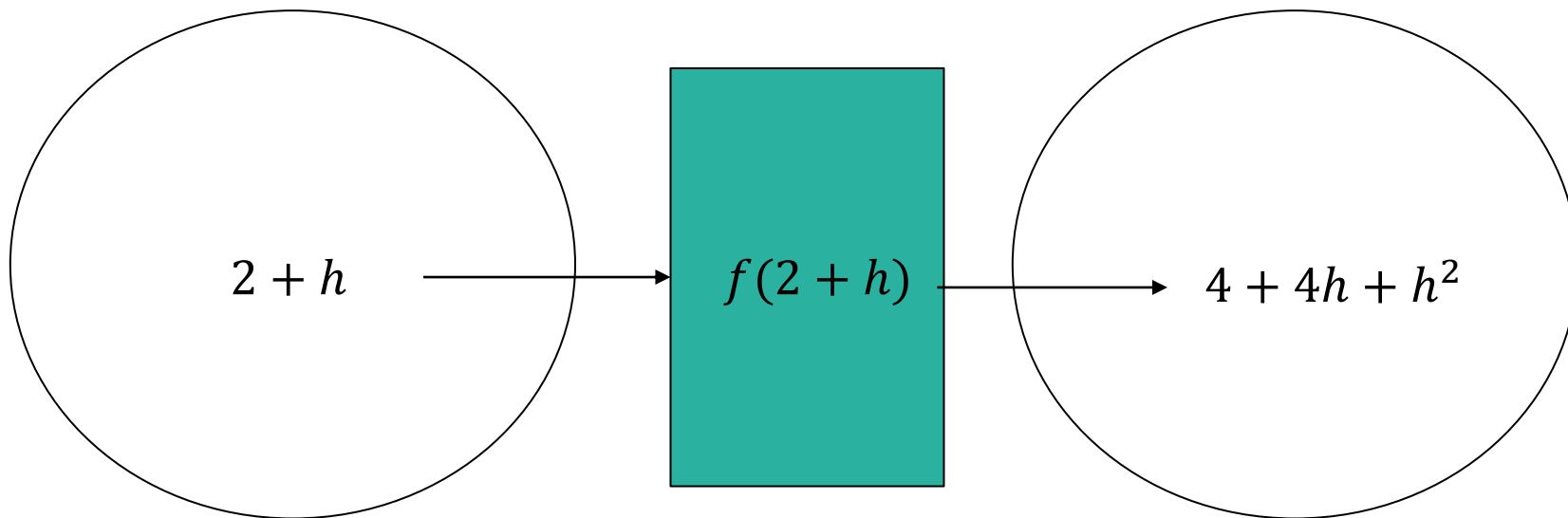
関数の記述形式



$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

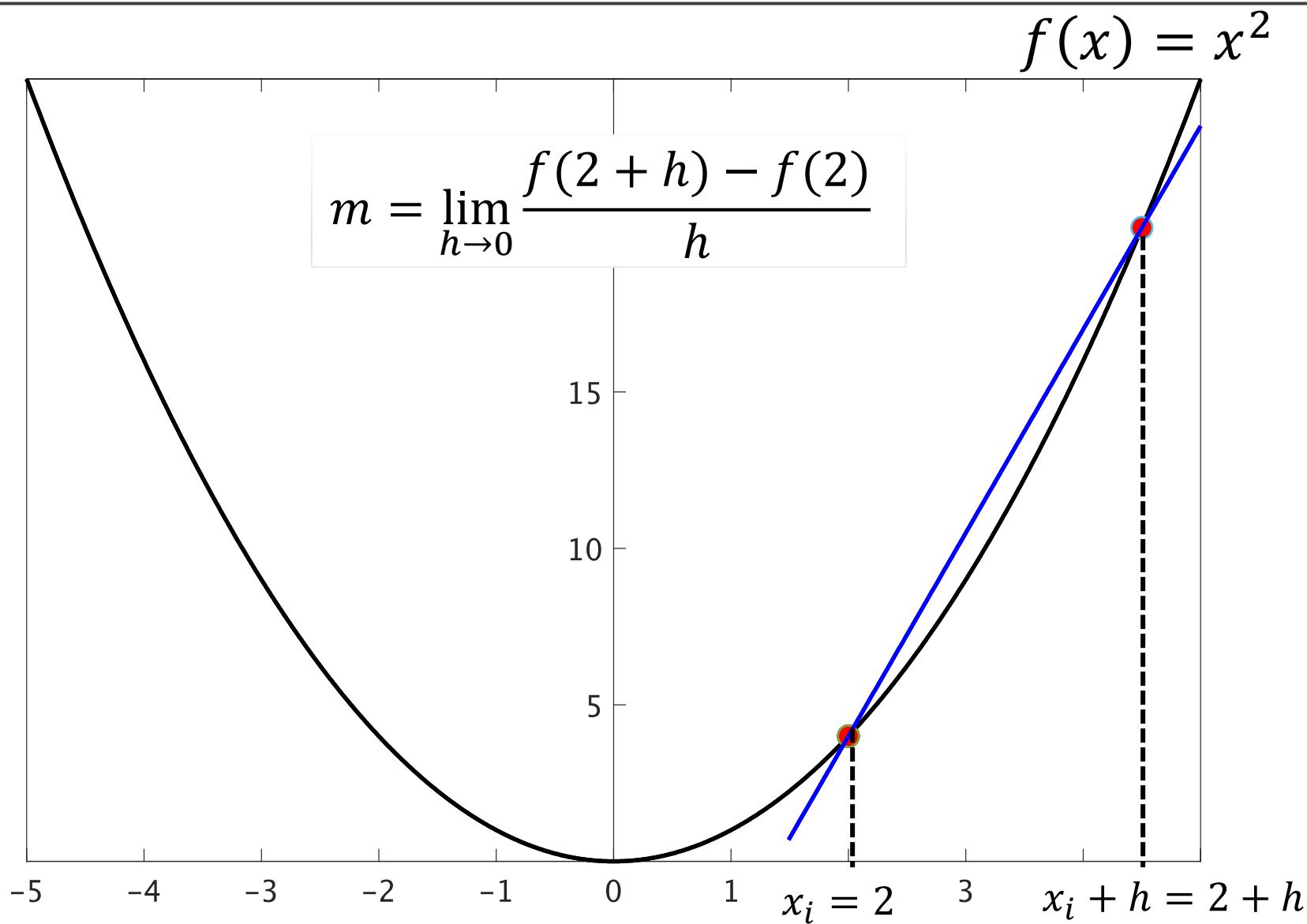
関数の記述形式



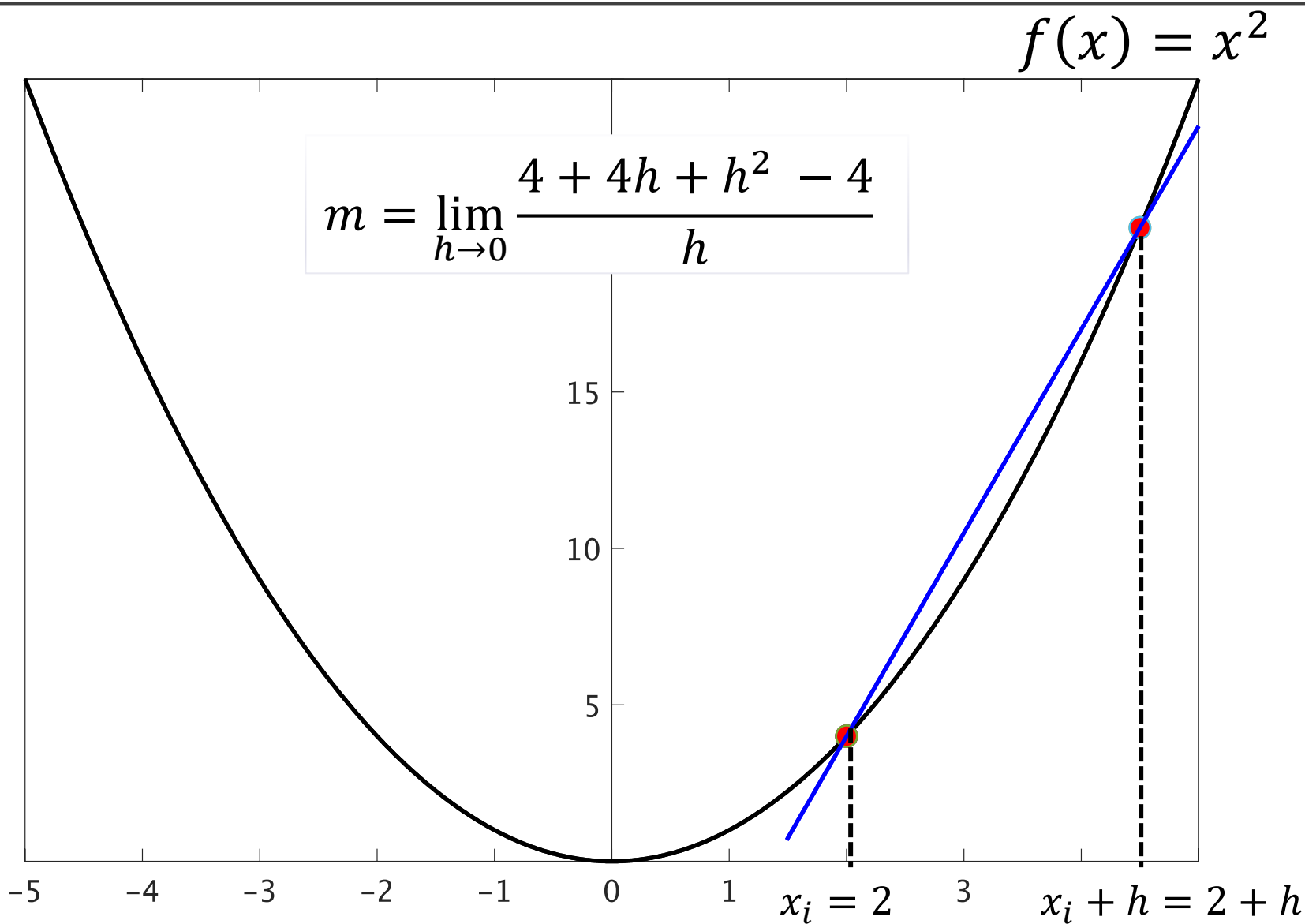
$$f(x) = x^2$$

与えられた入力を2乗して出力として吐き出す関数

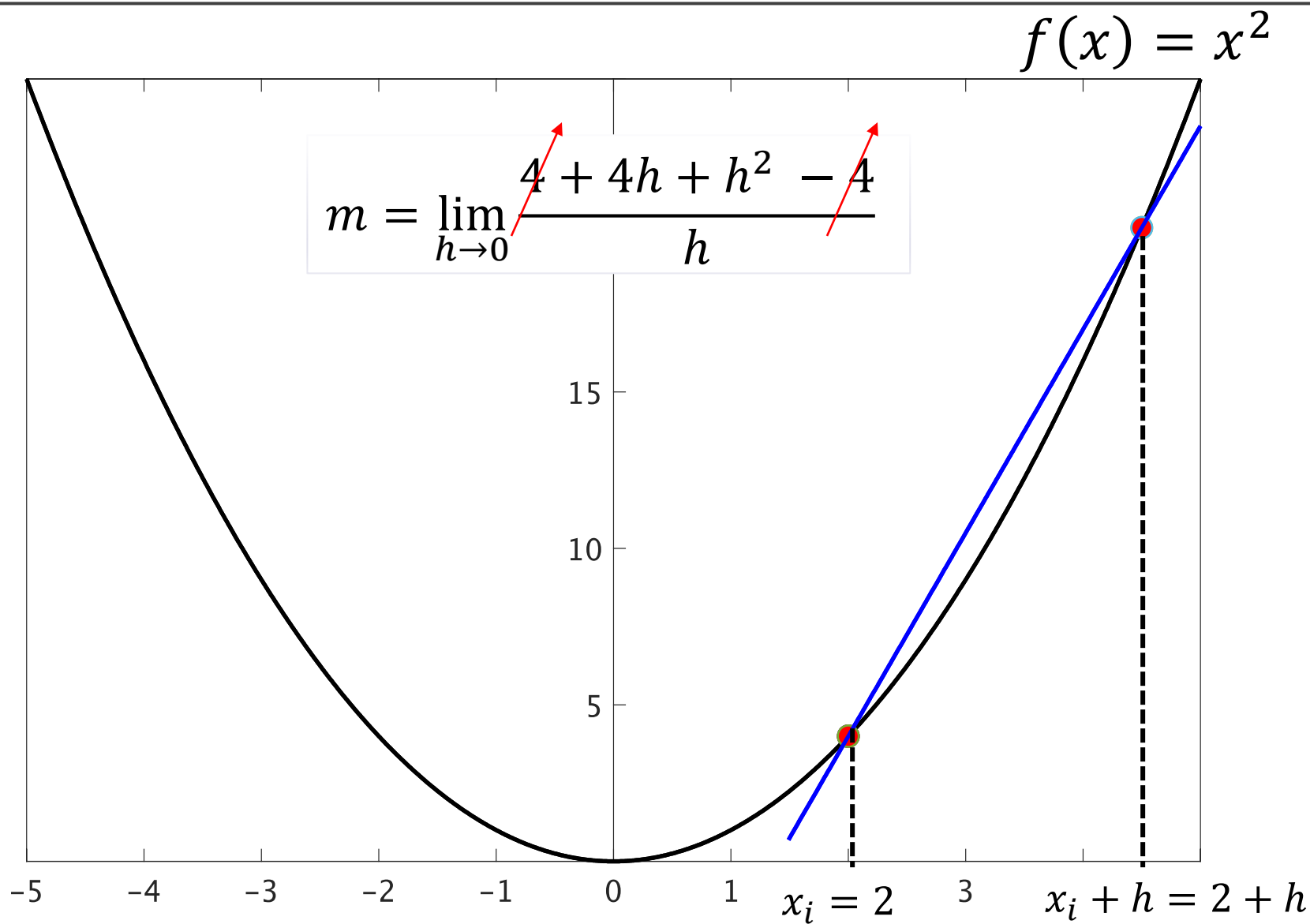
練習問題



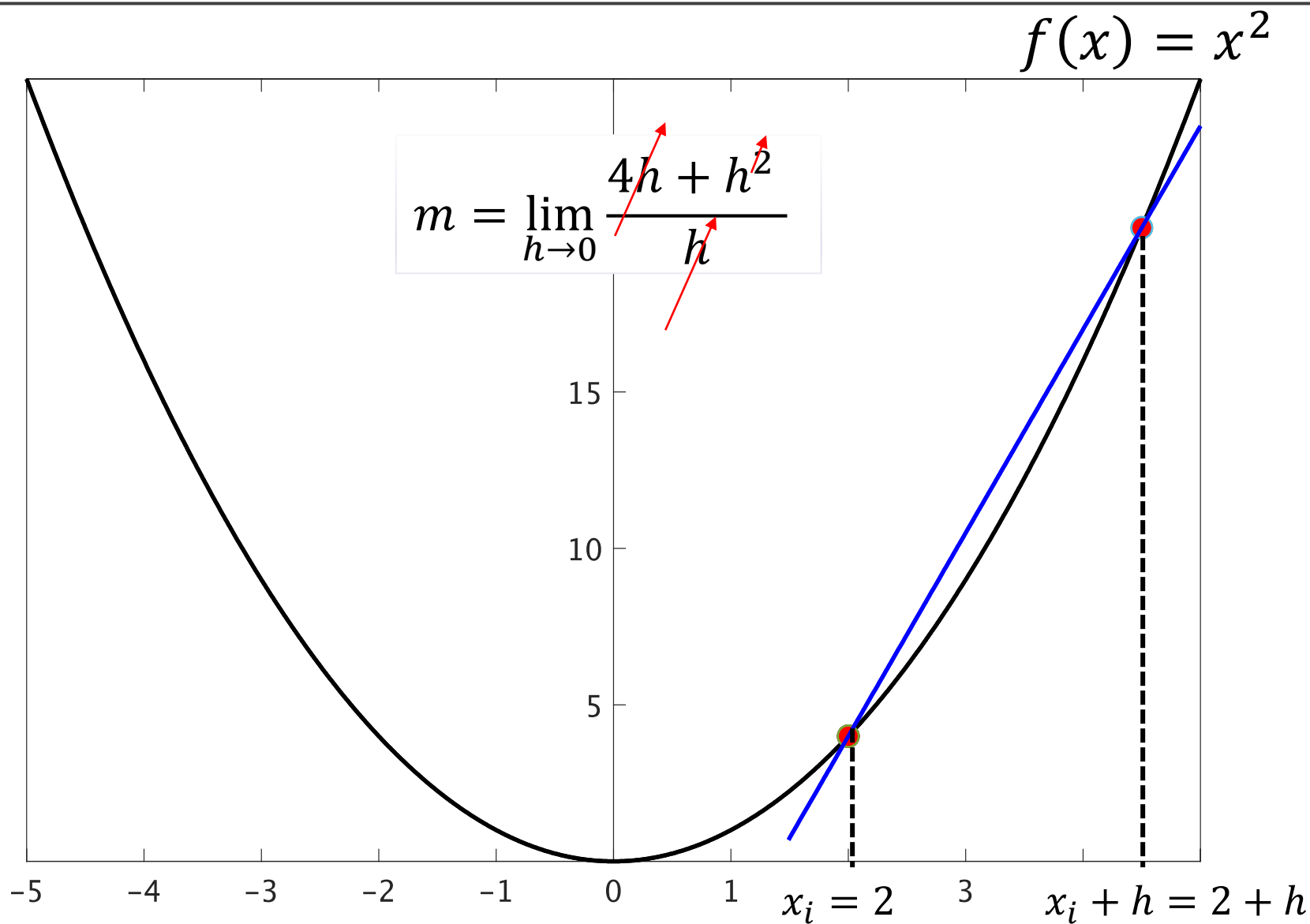
練習問題



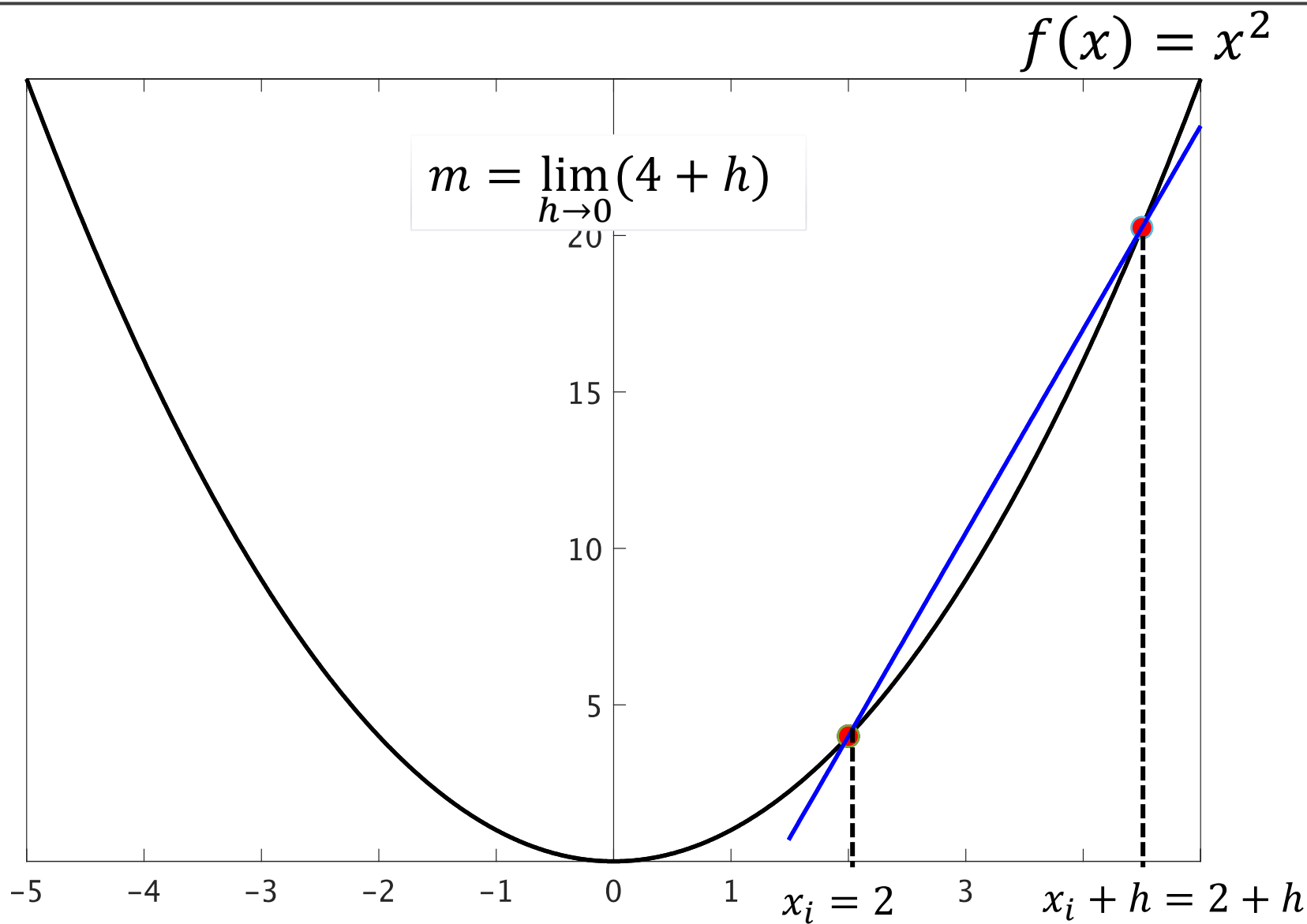
練習問題



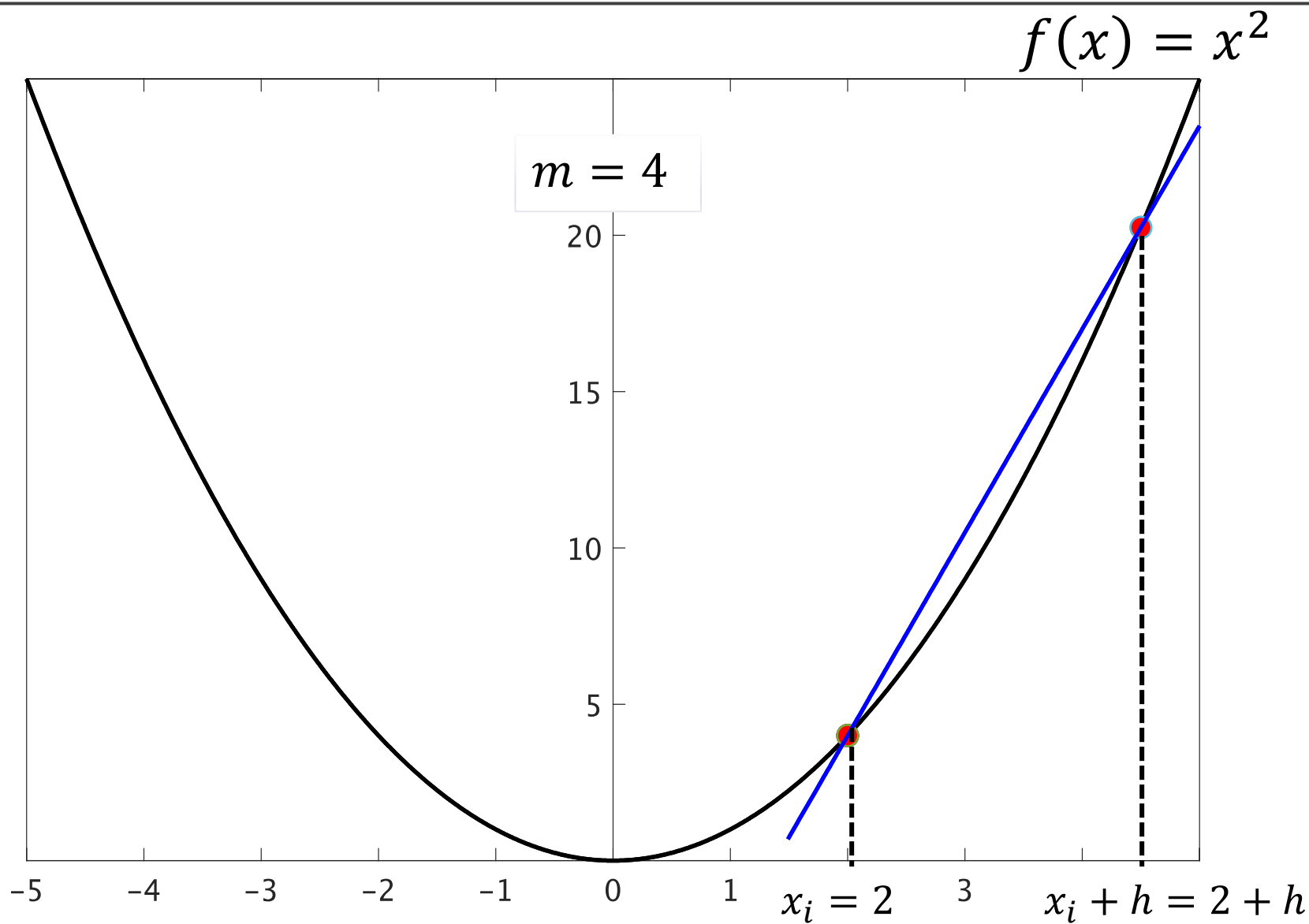
練習問題



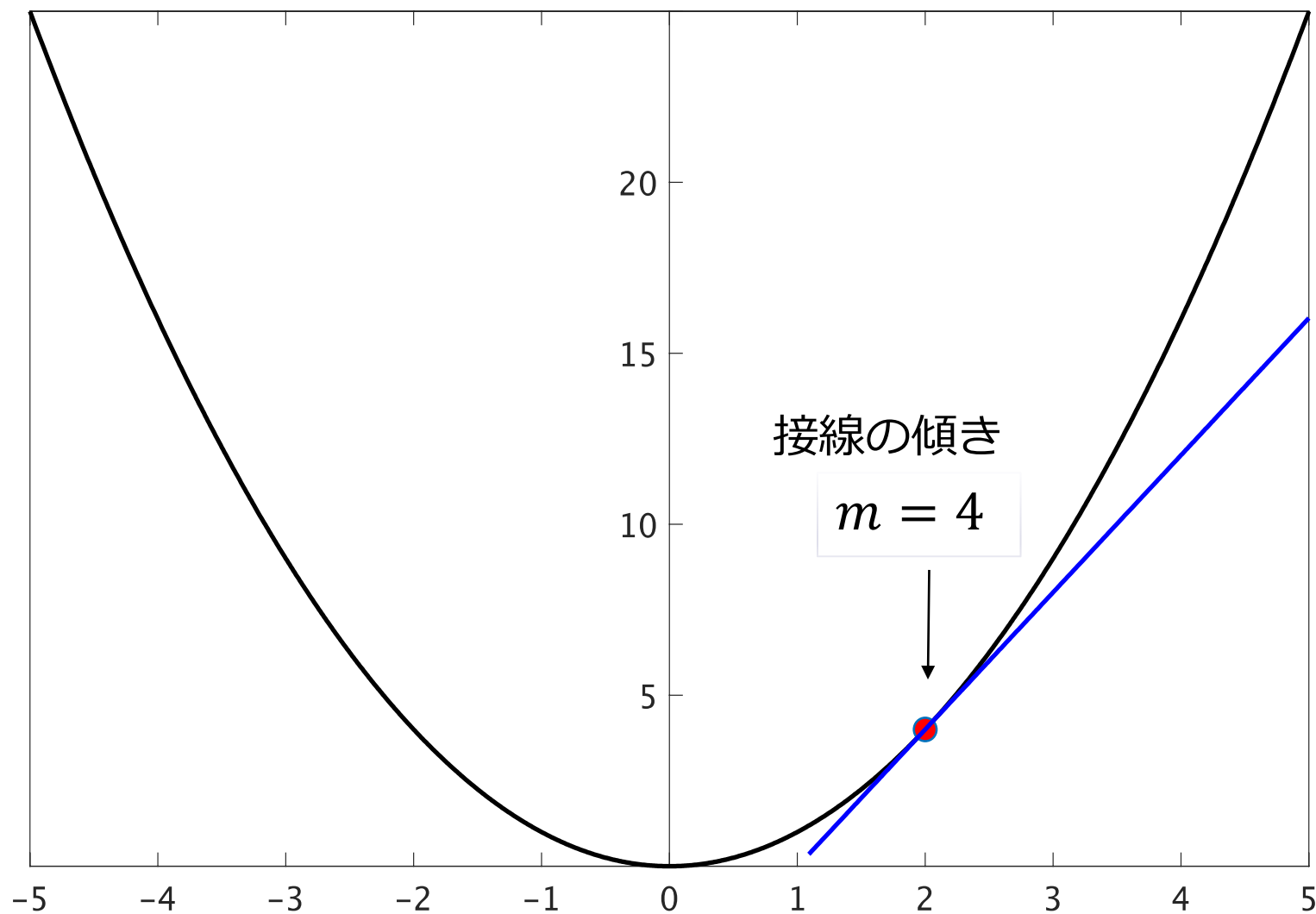
練習問題



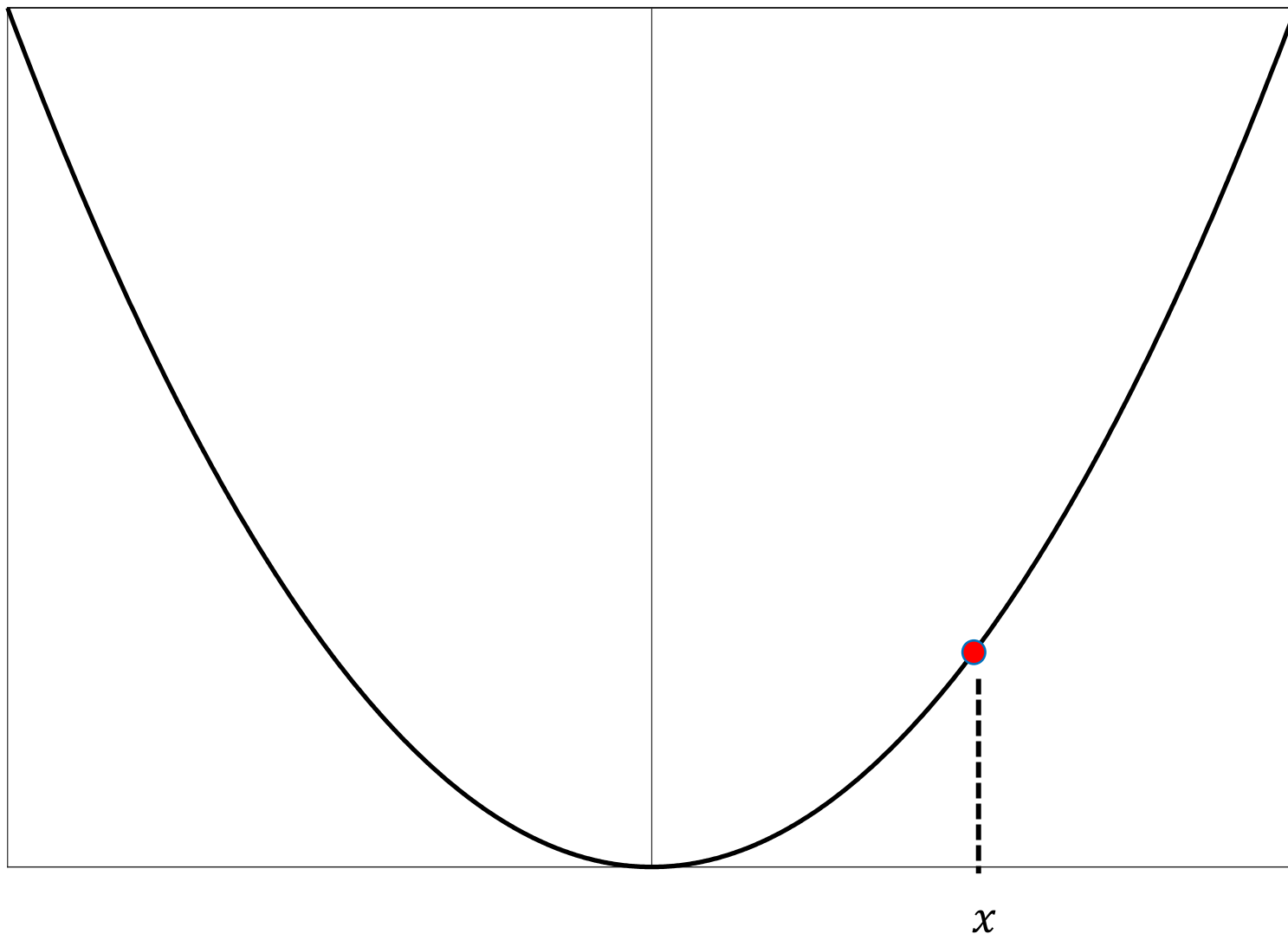
練習問題



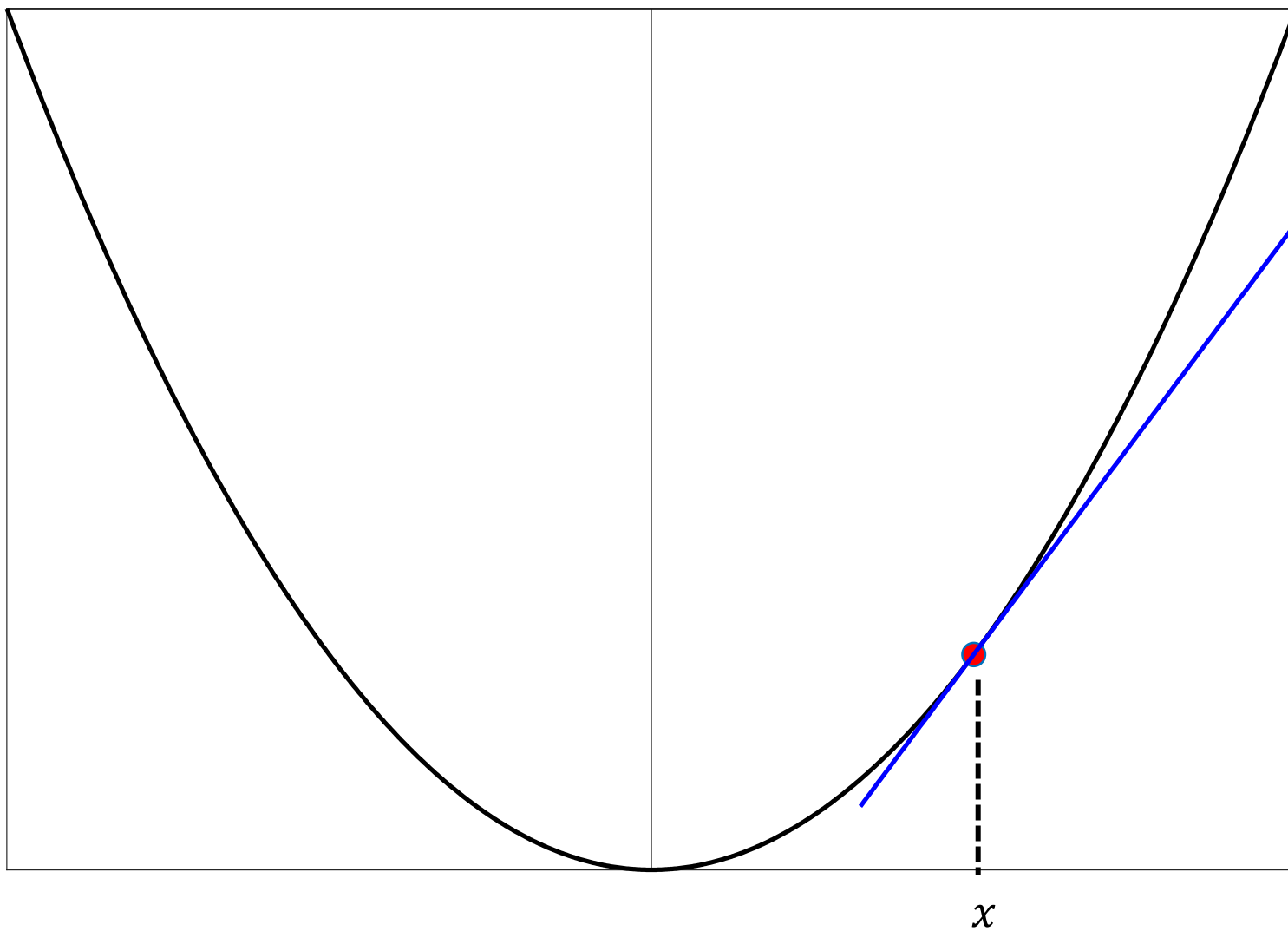
練習問題



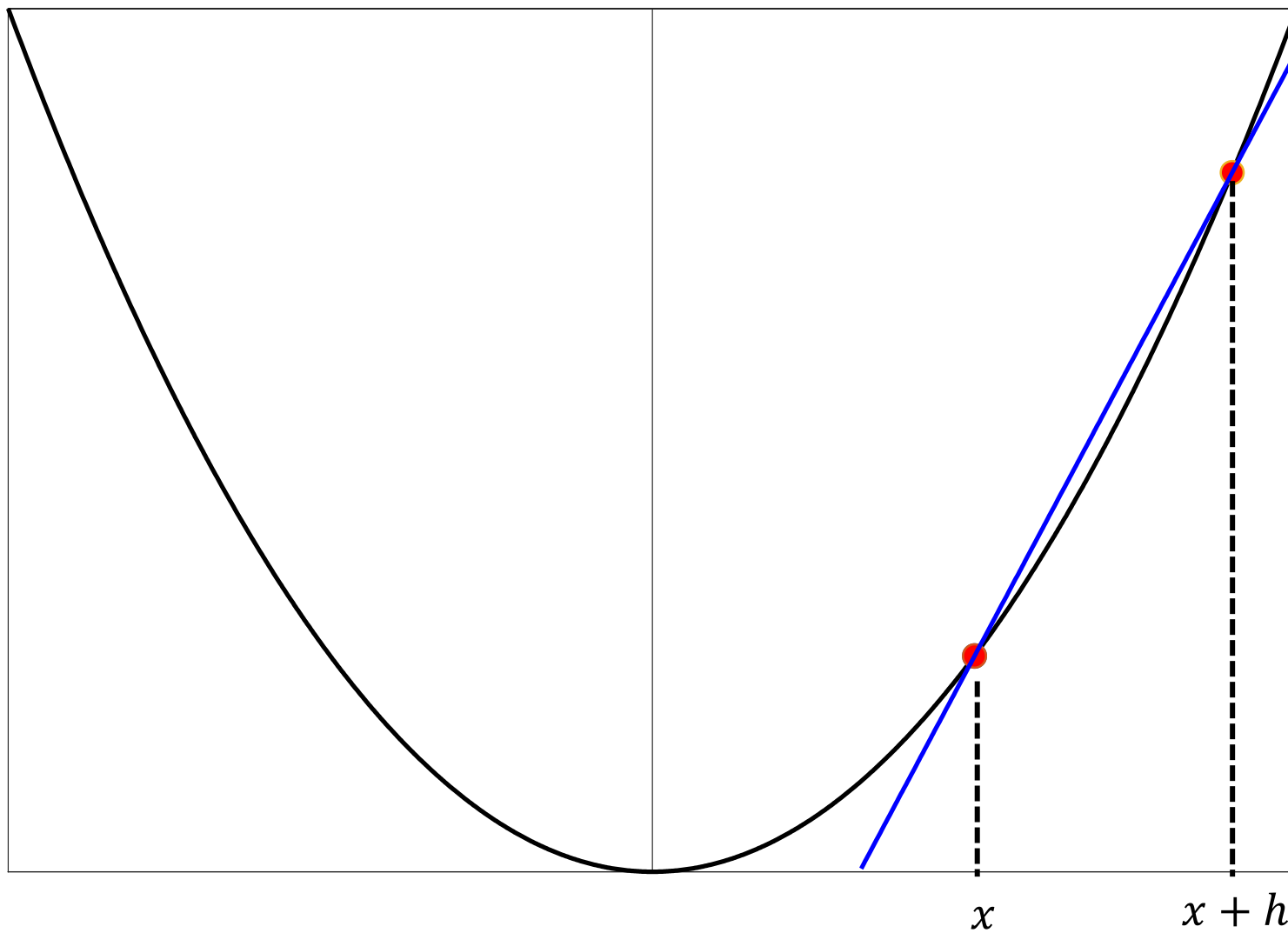
練習問題



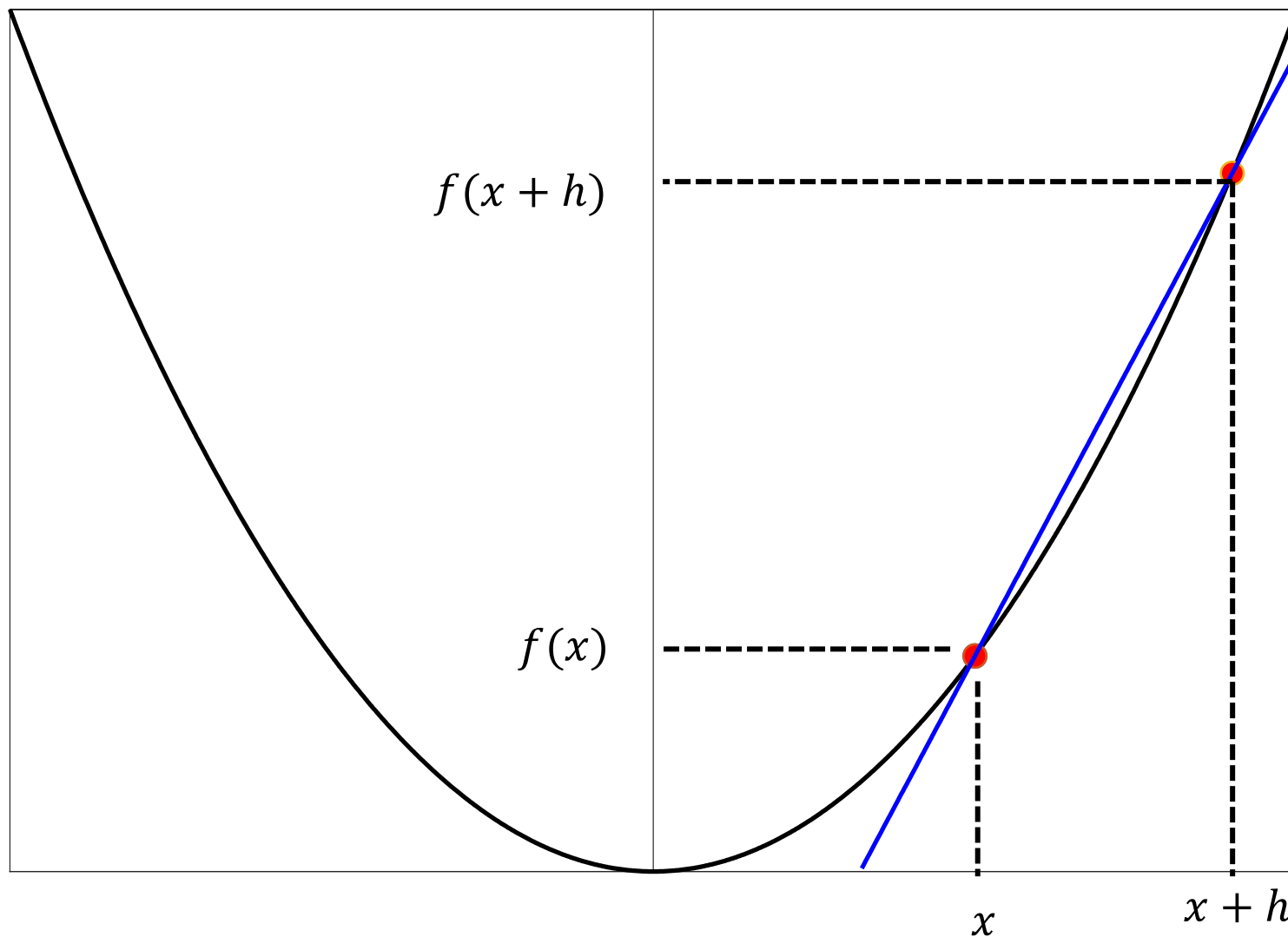
練習問題



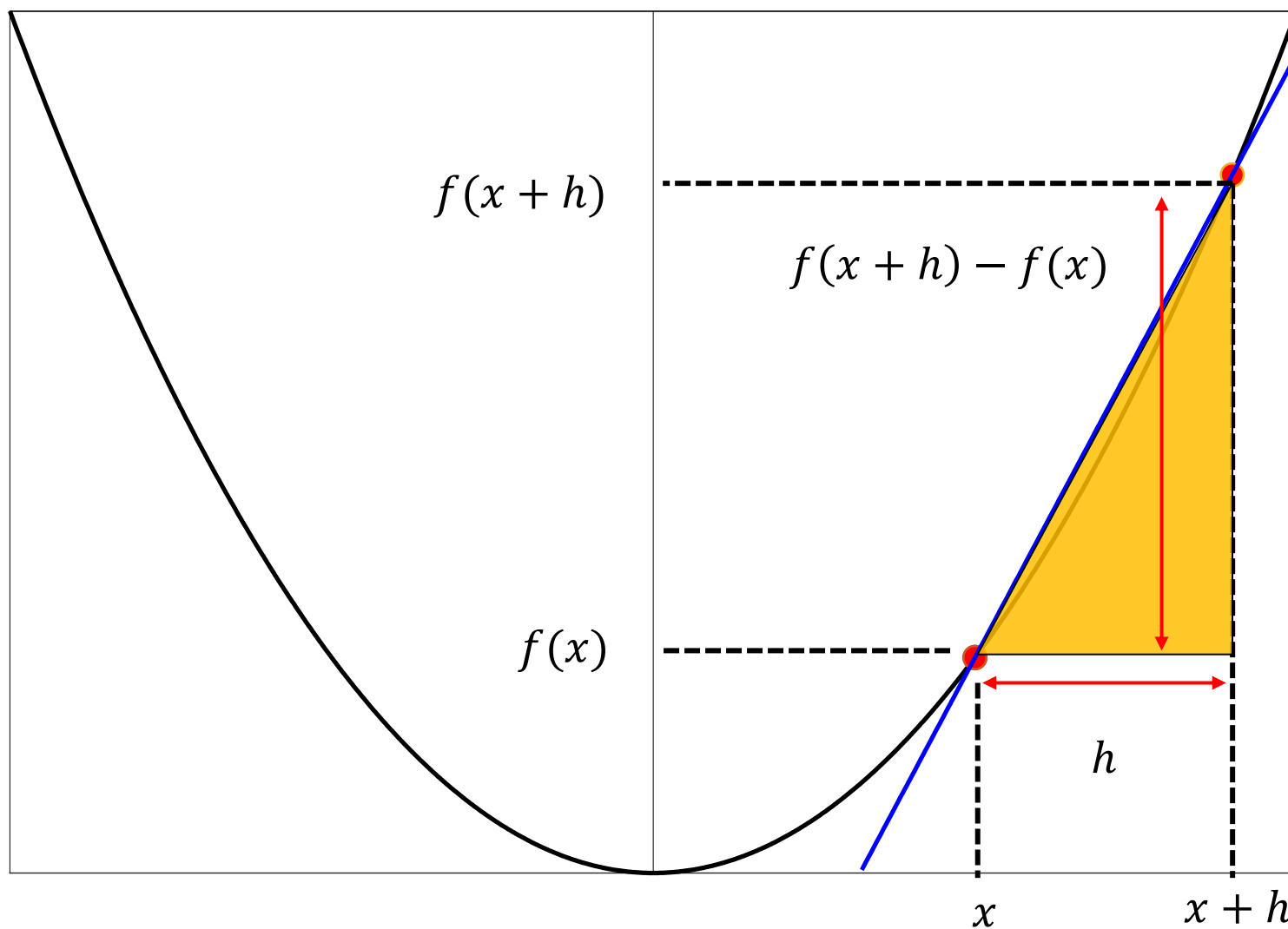
練習問題



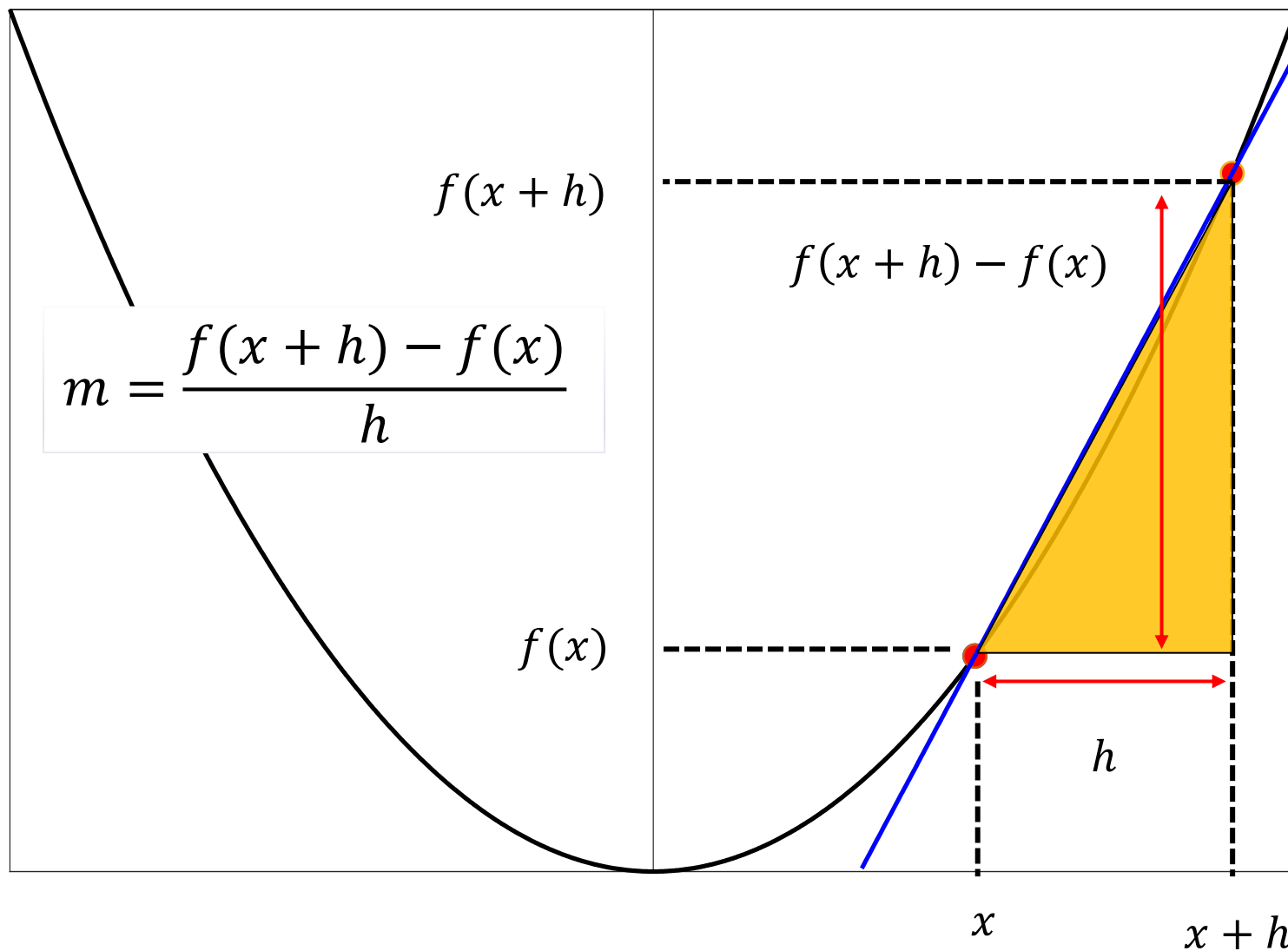
練習問題



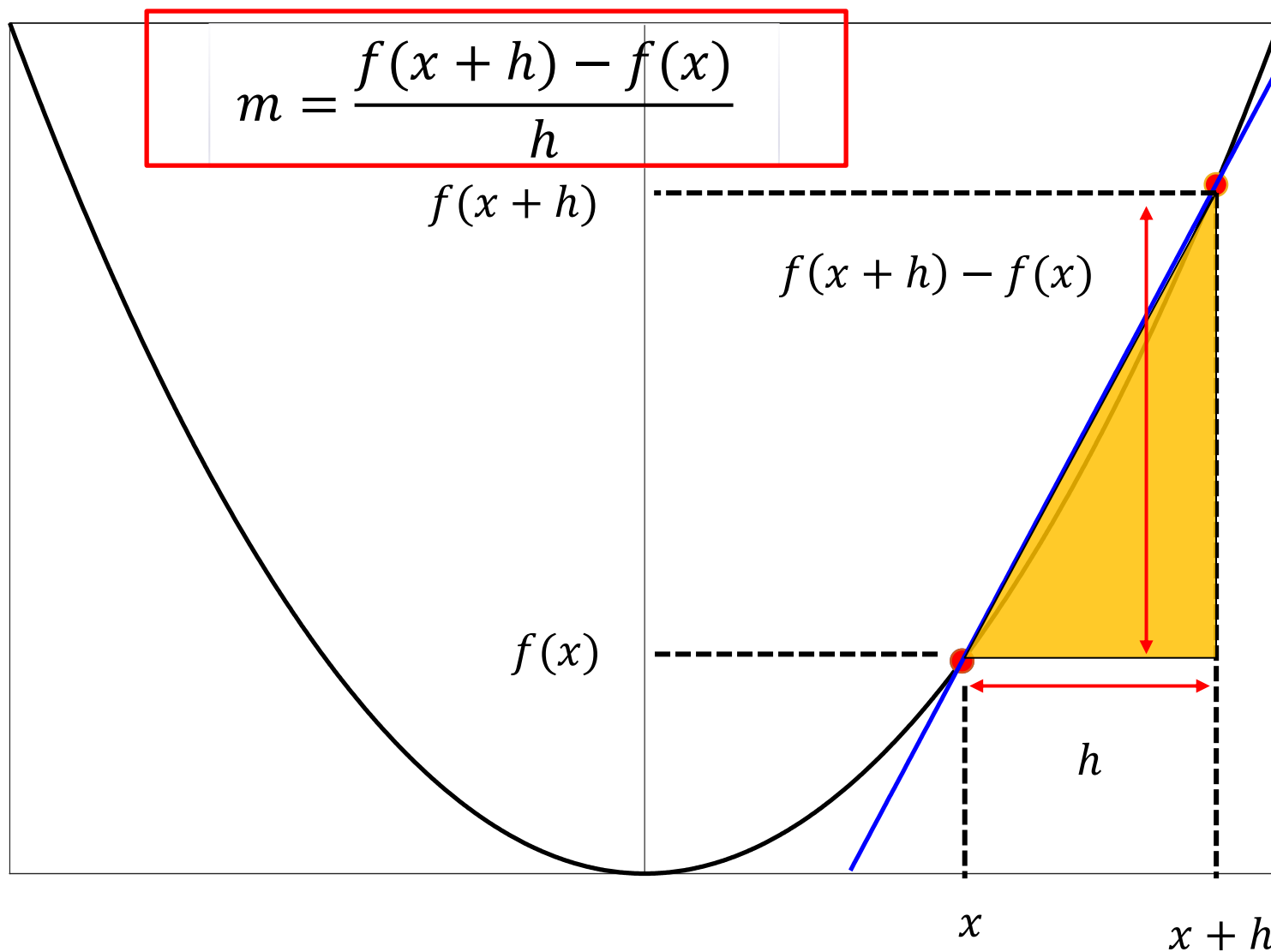
練習問題



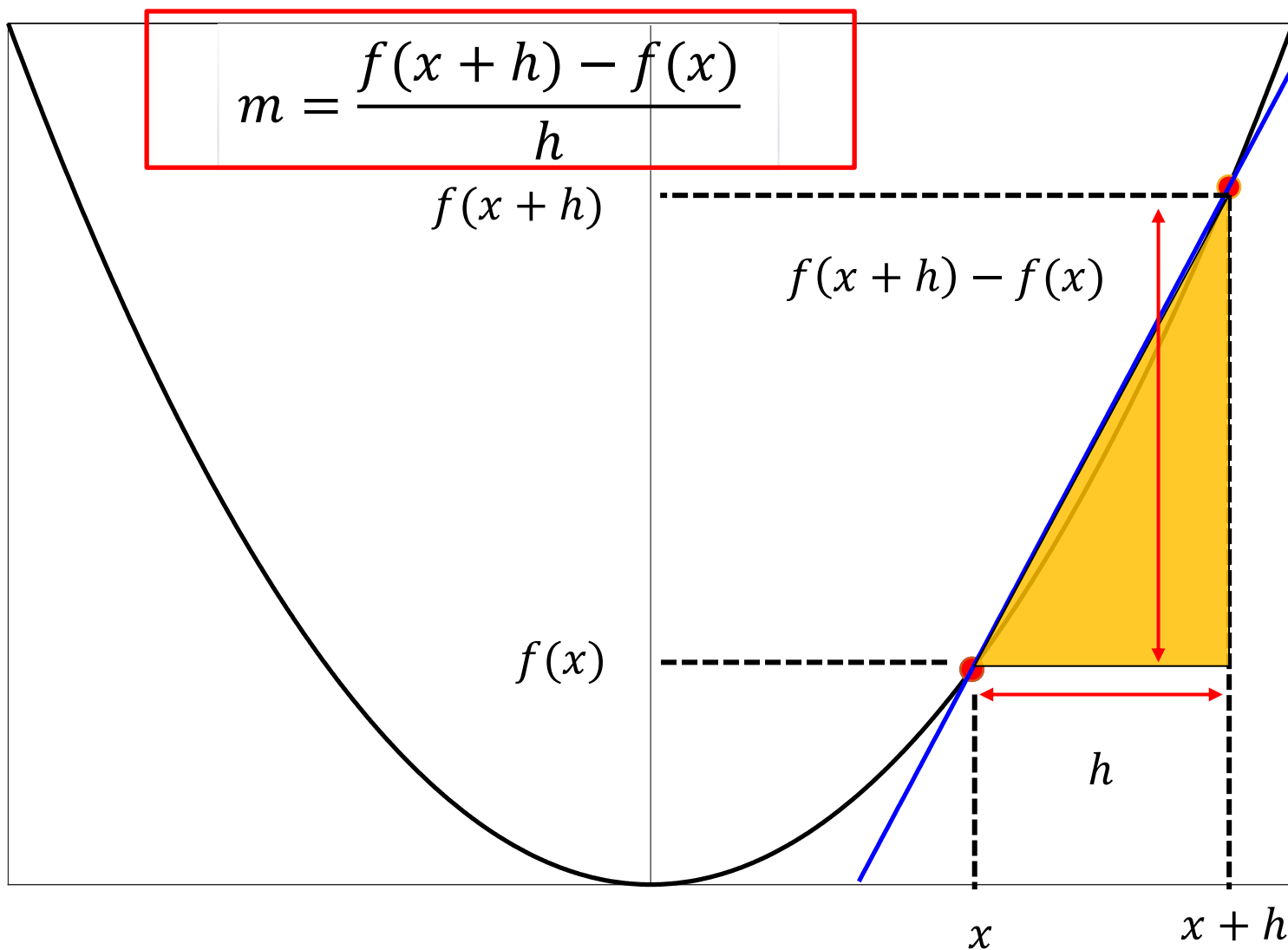
練習問題



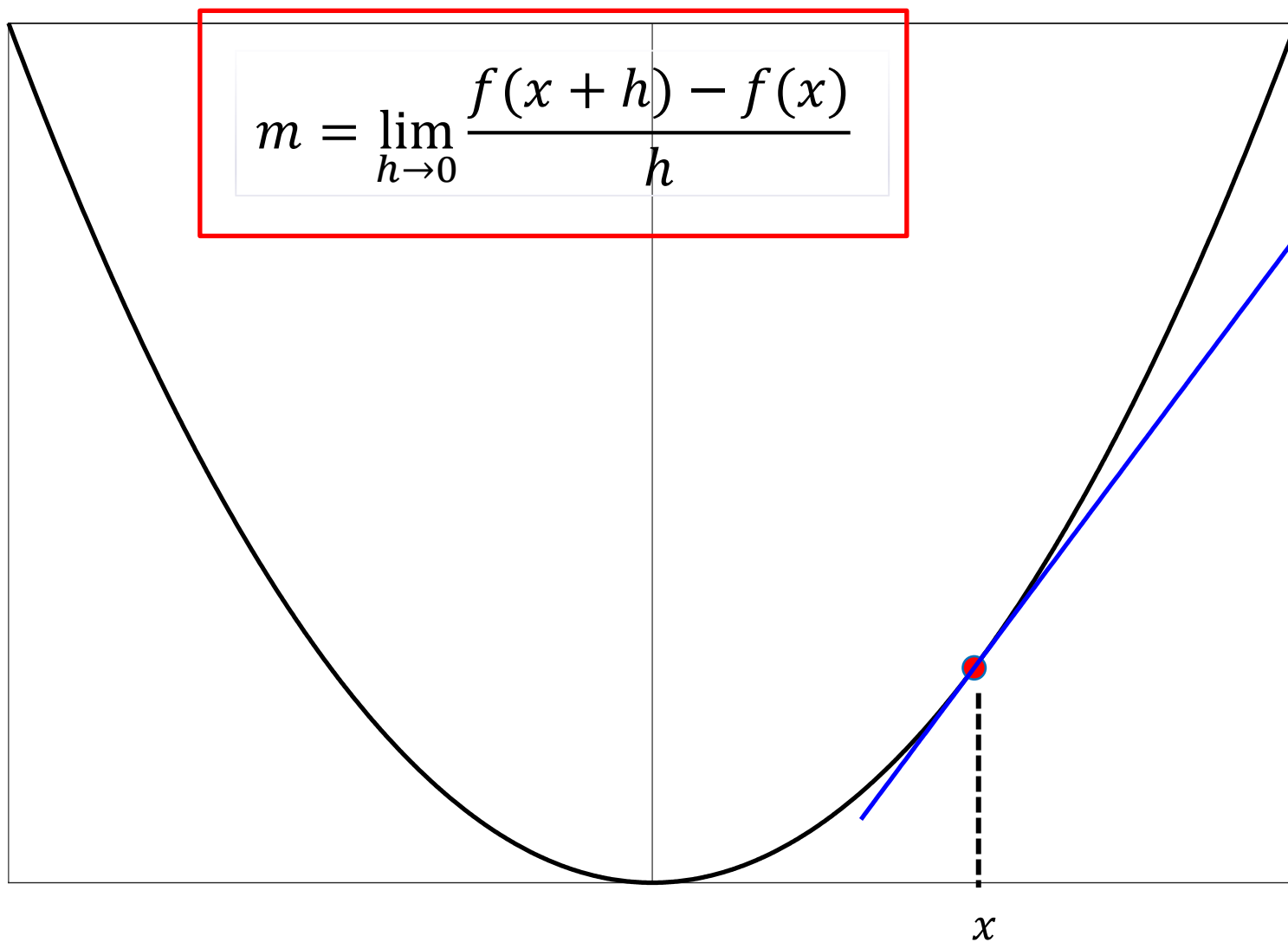
練習問題



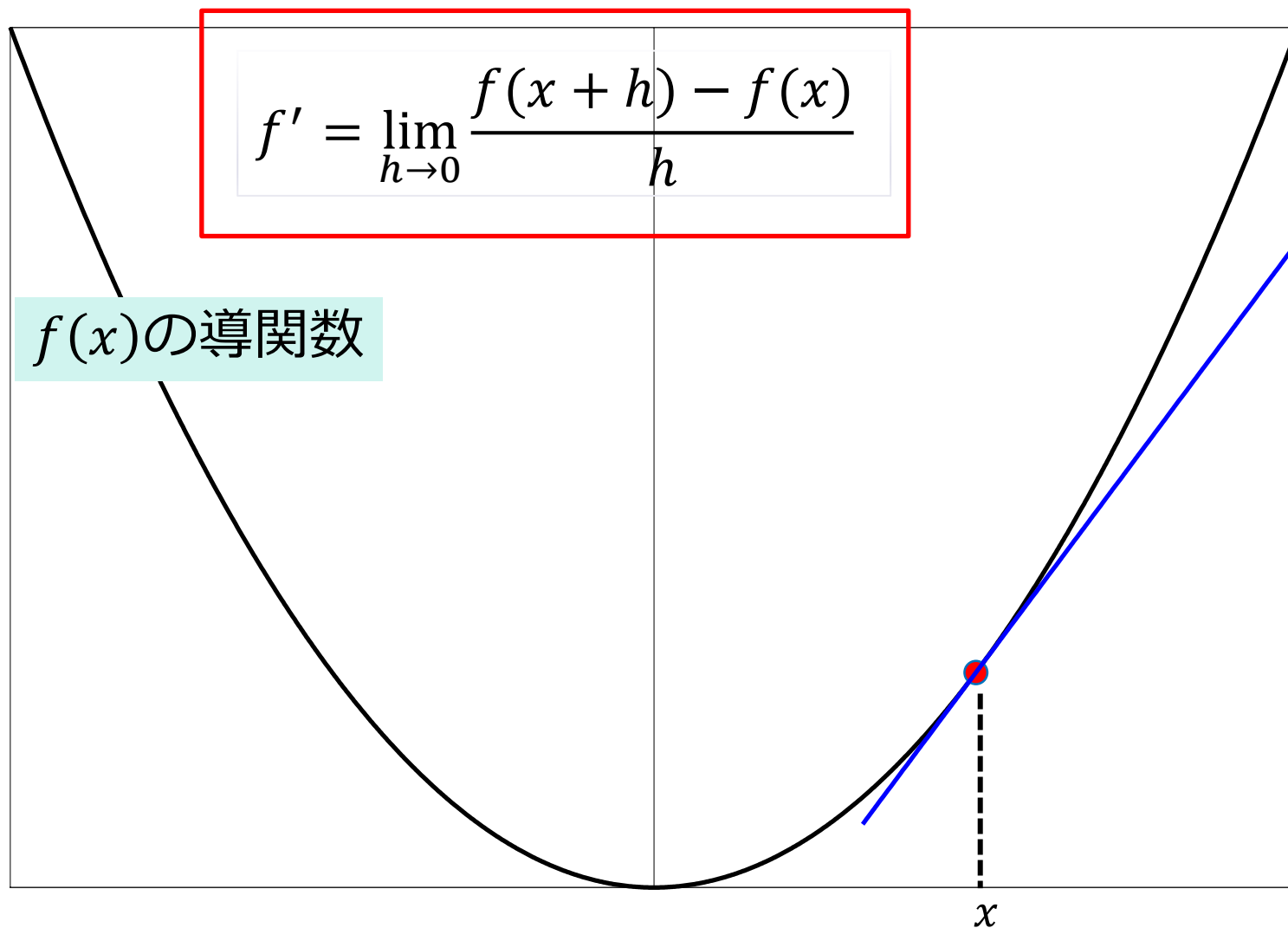
練習問題



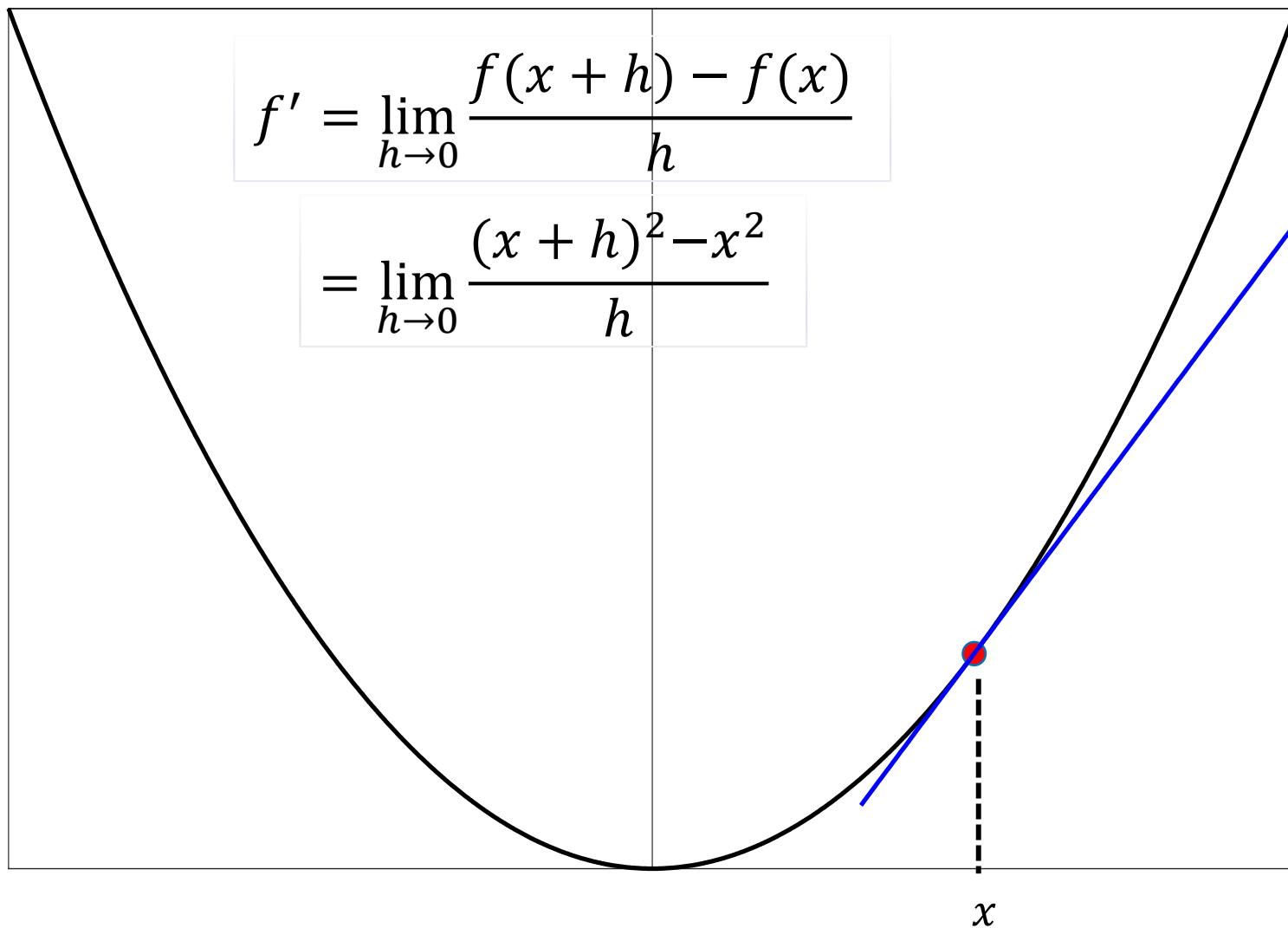
練習問題



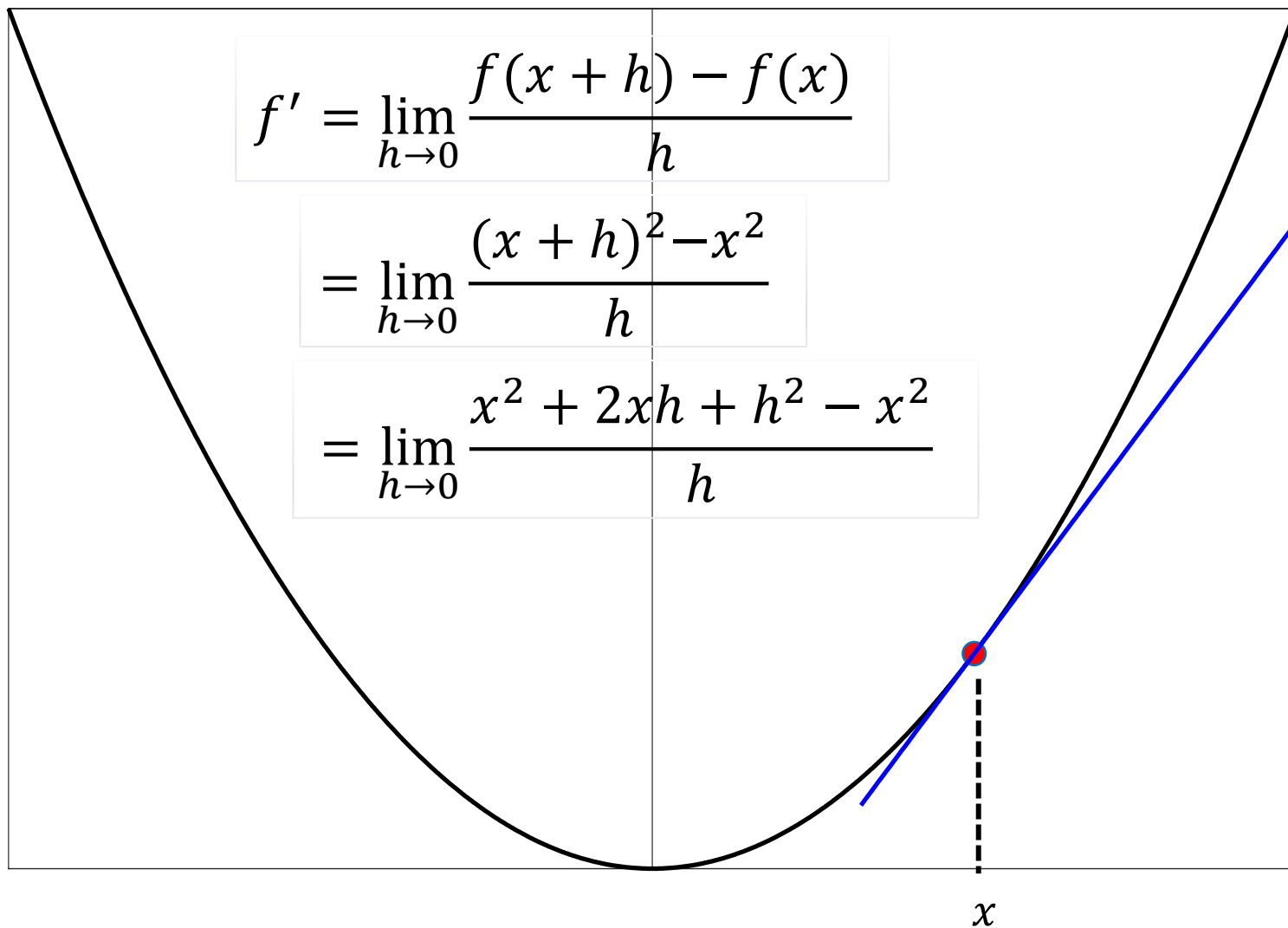
練習問題



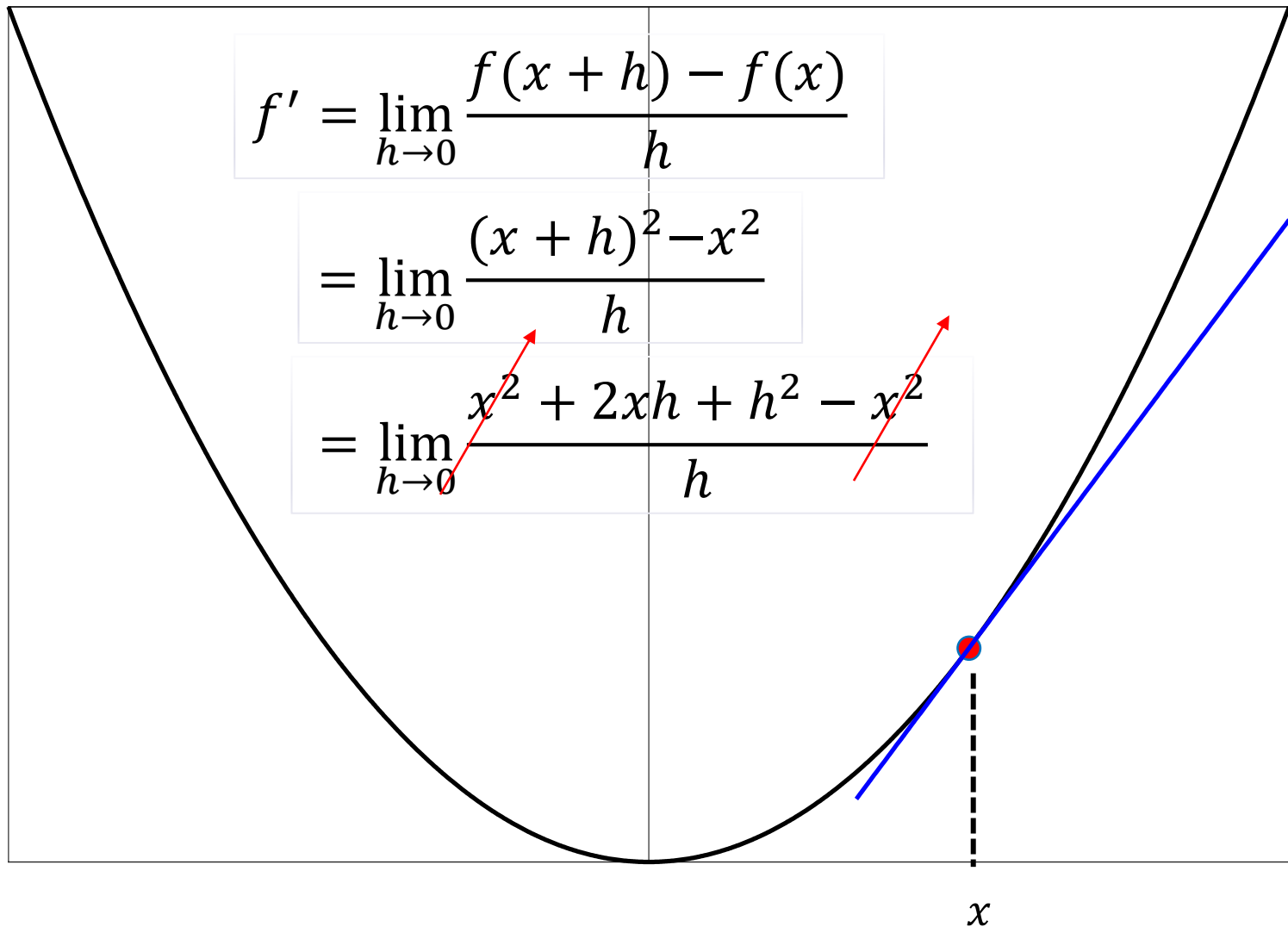
練習問題



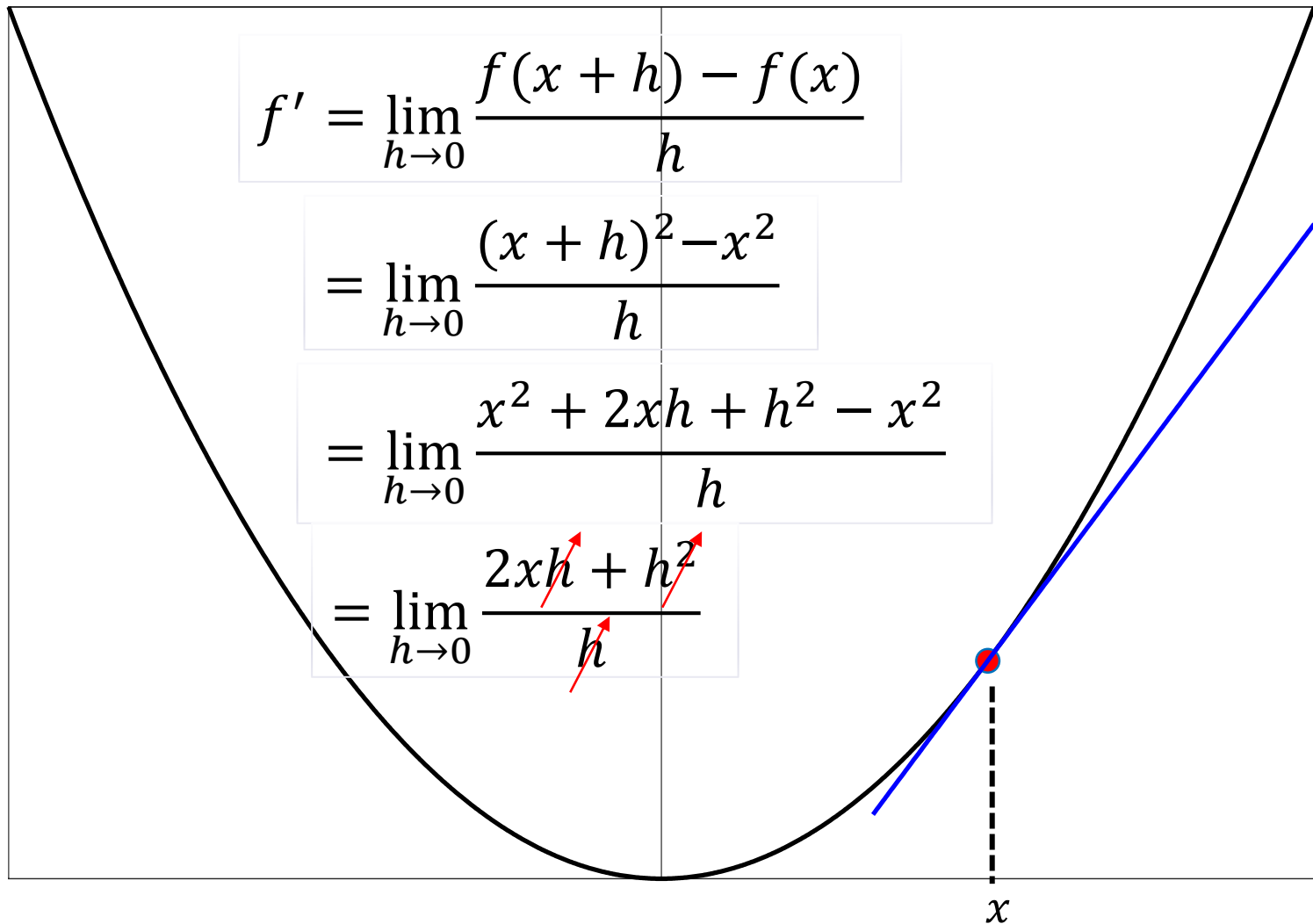
練習問題



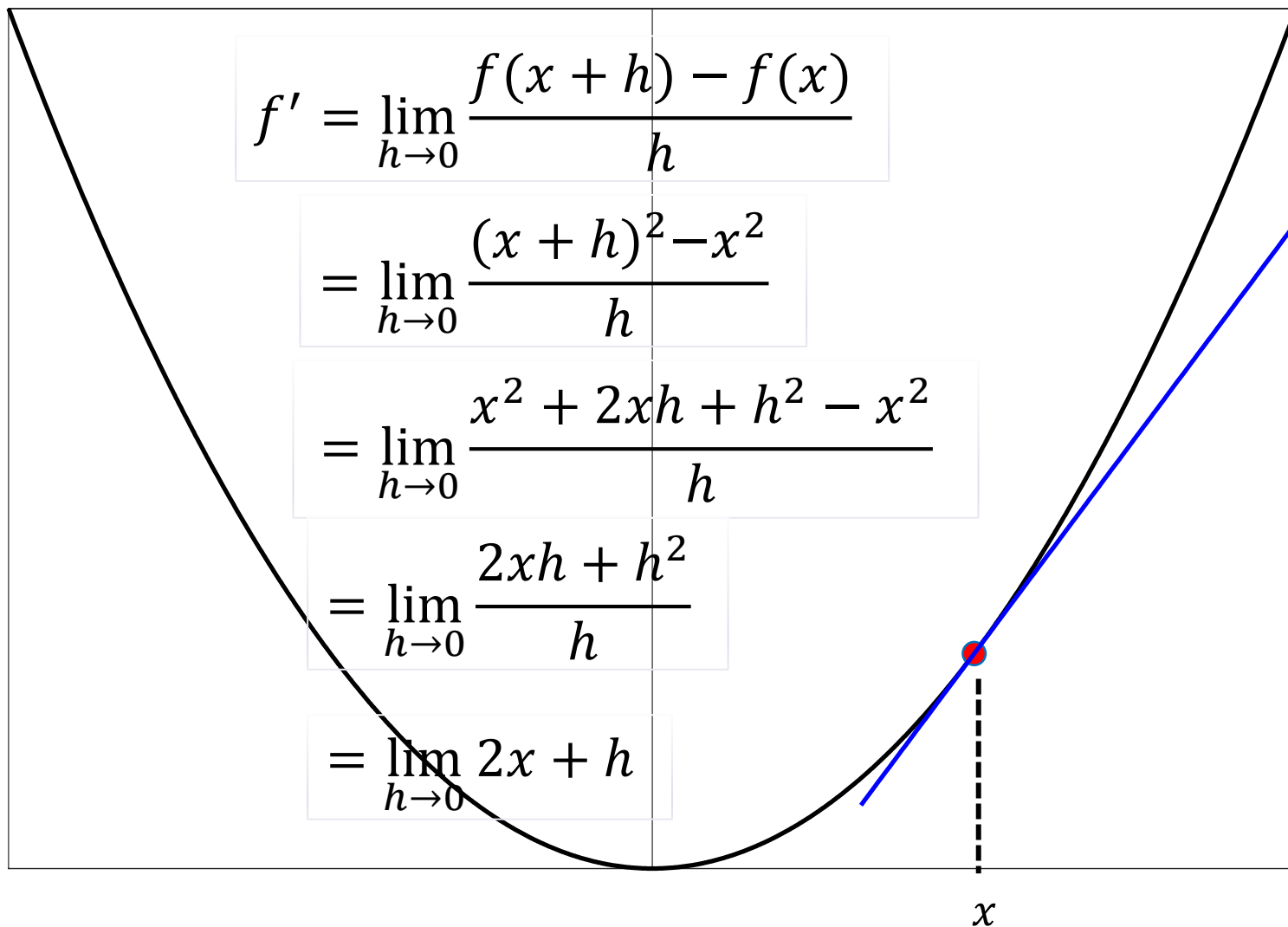
練習問題



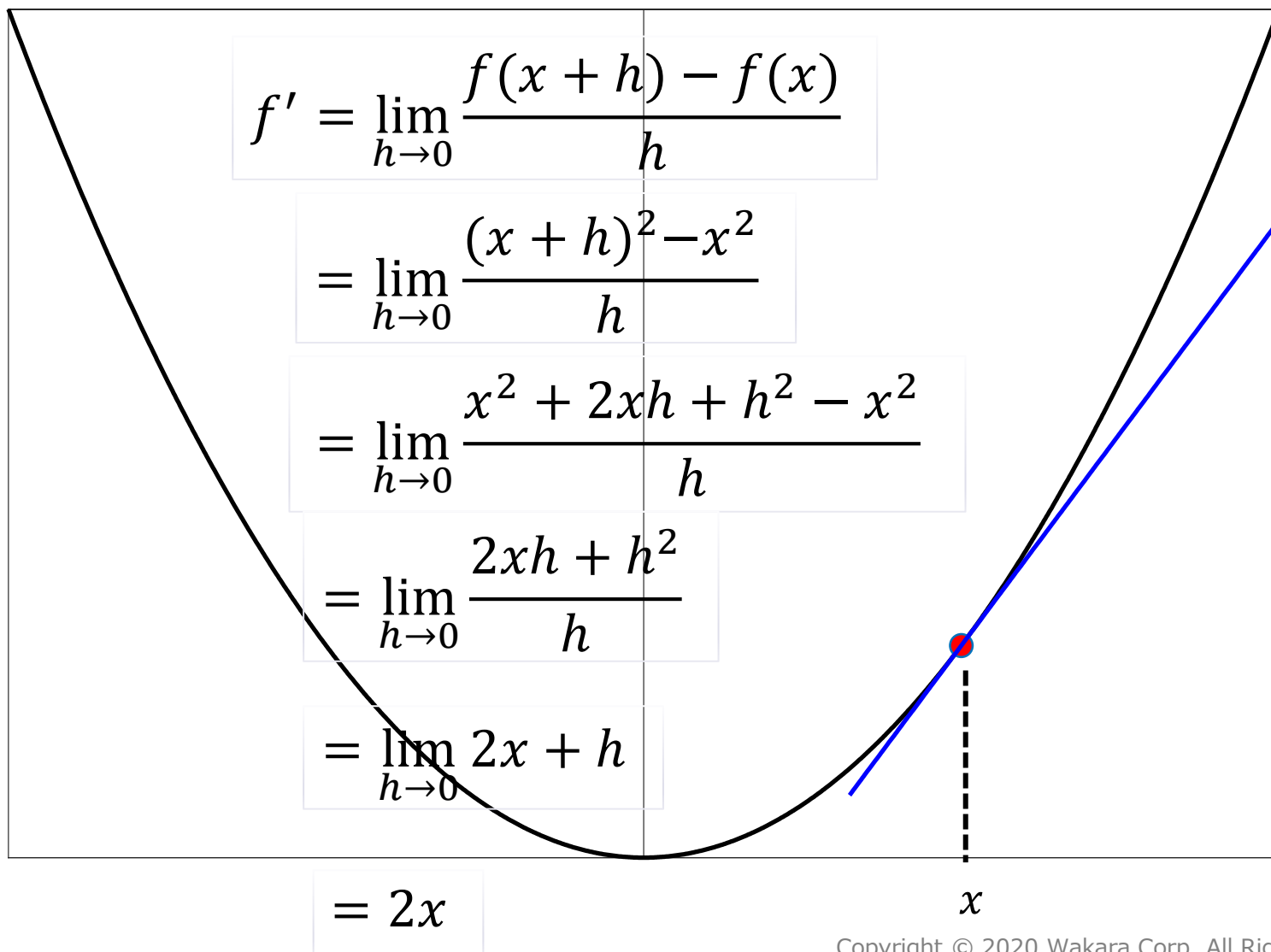
練習問題



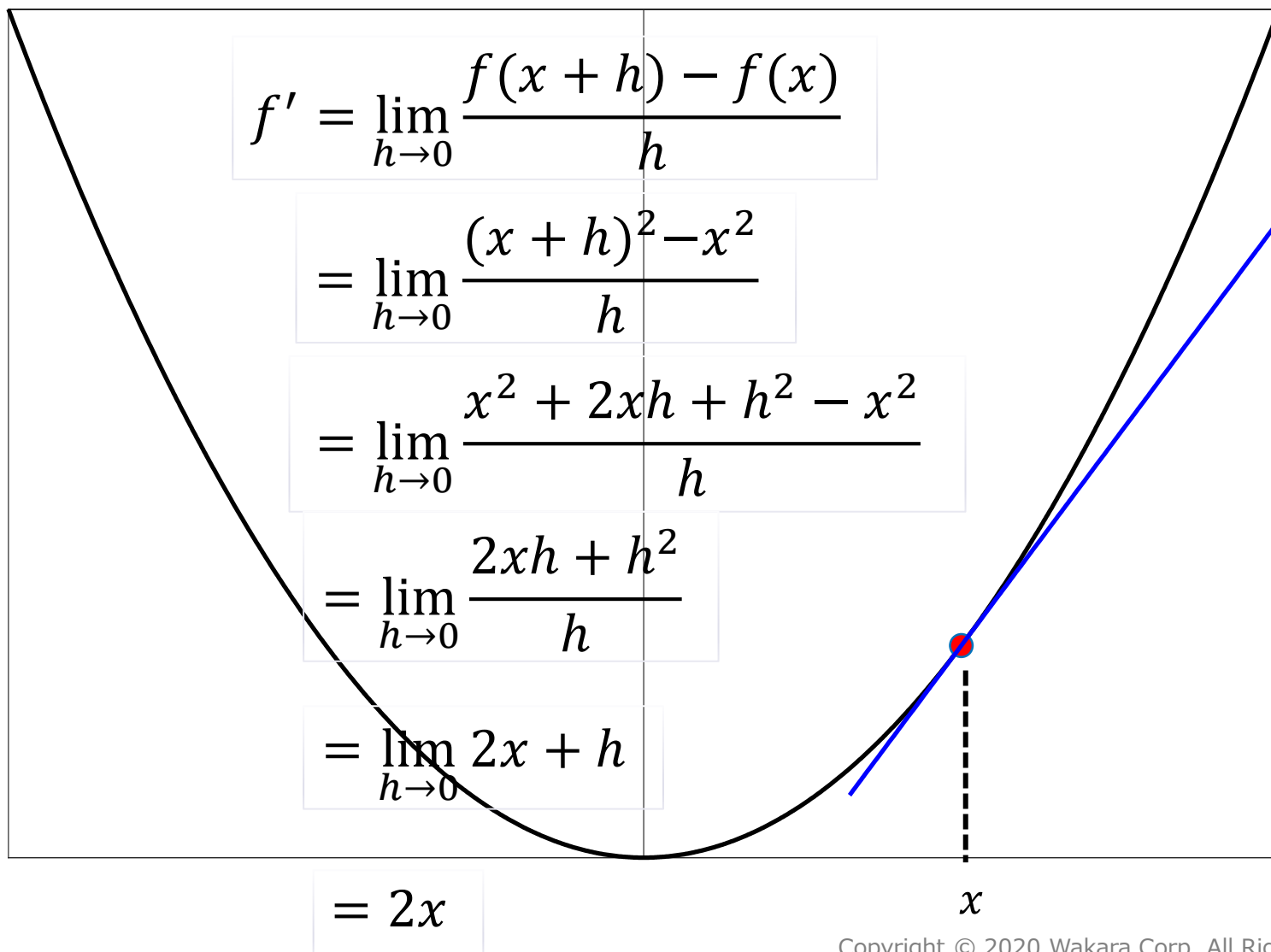
練習問題



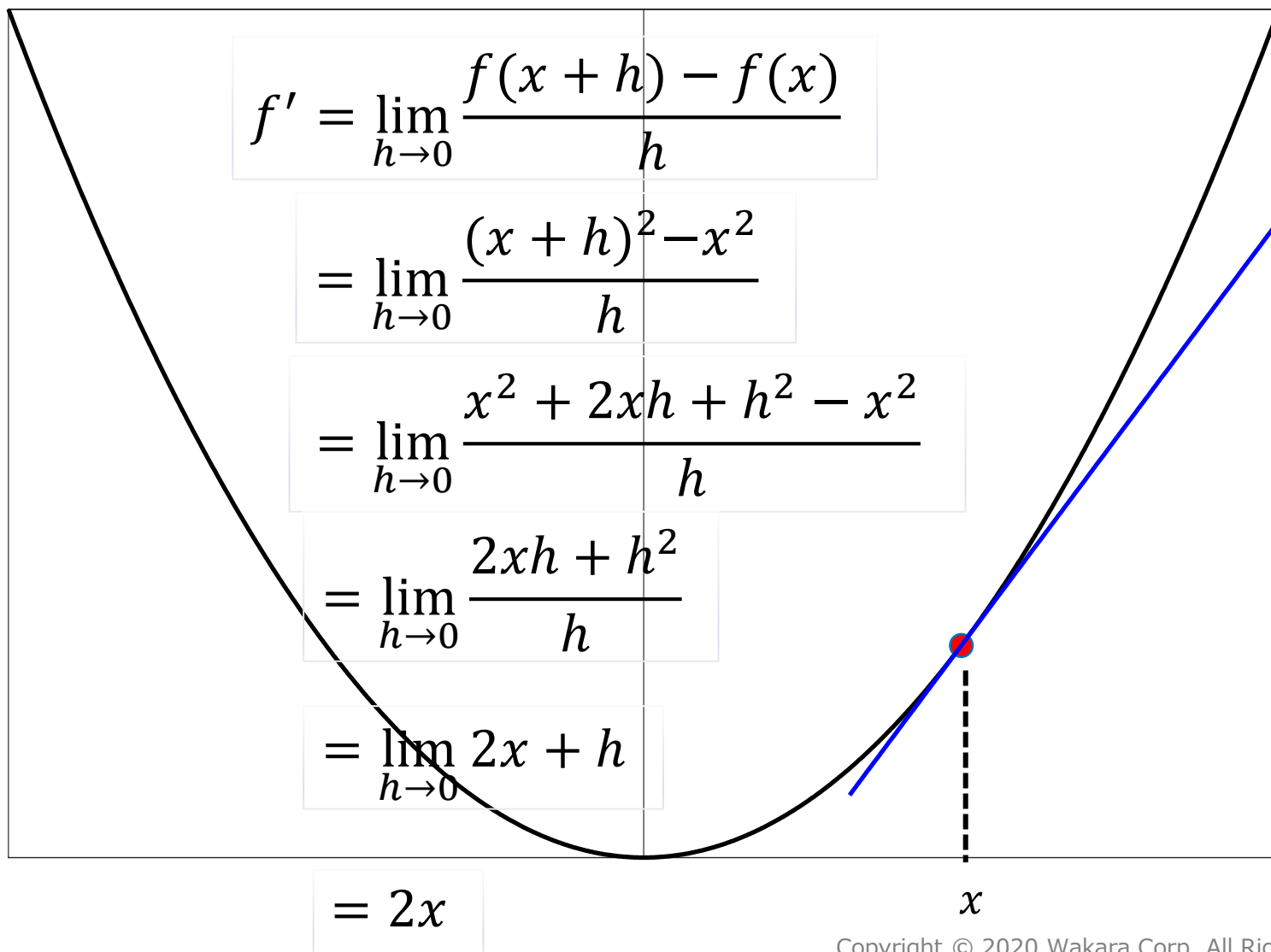
練習問題



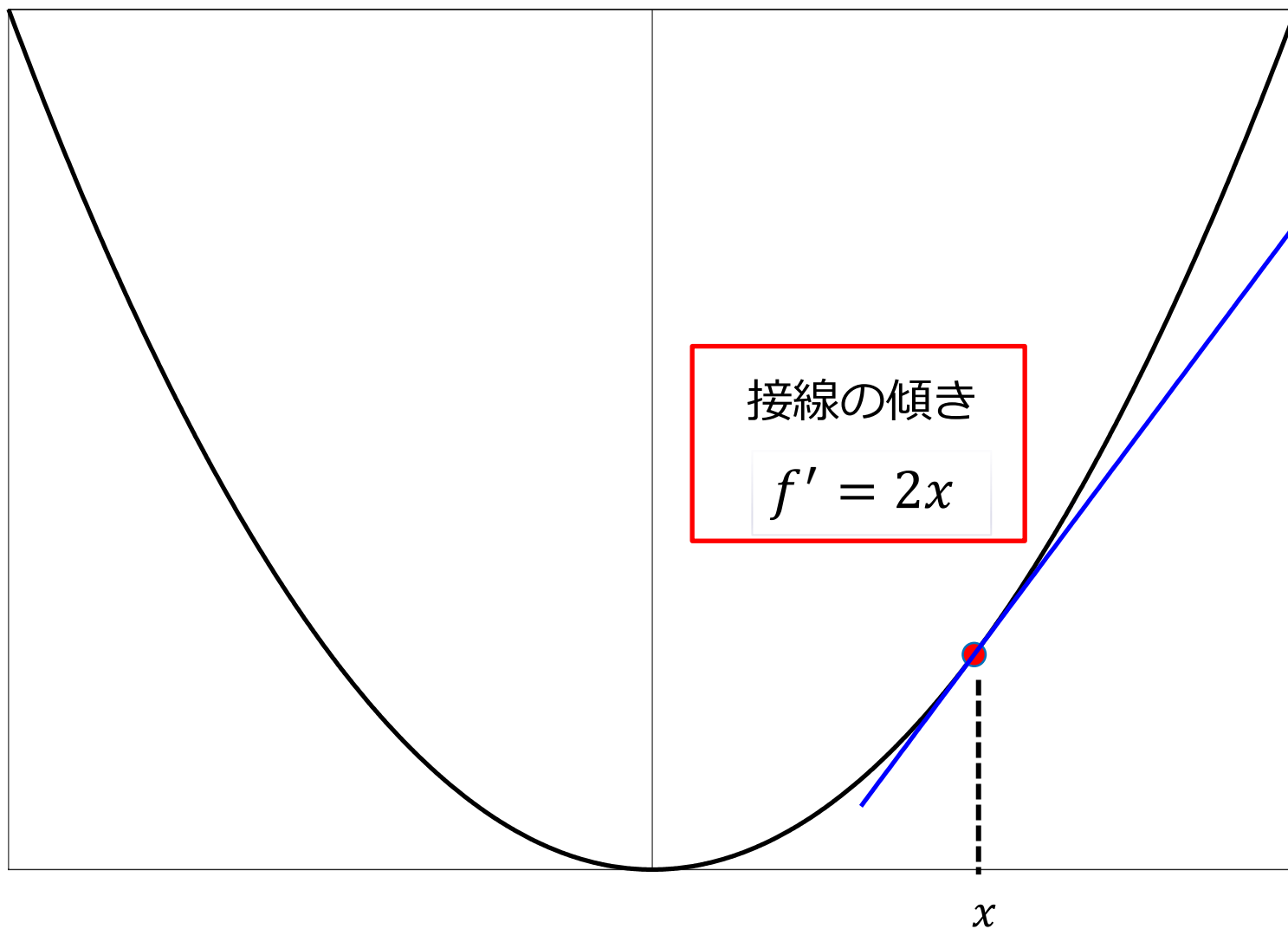
練習問題



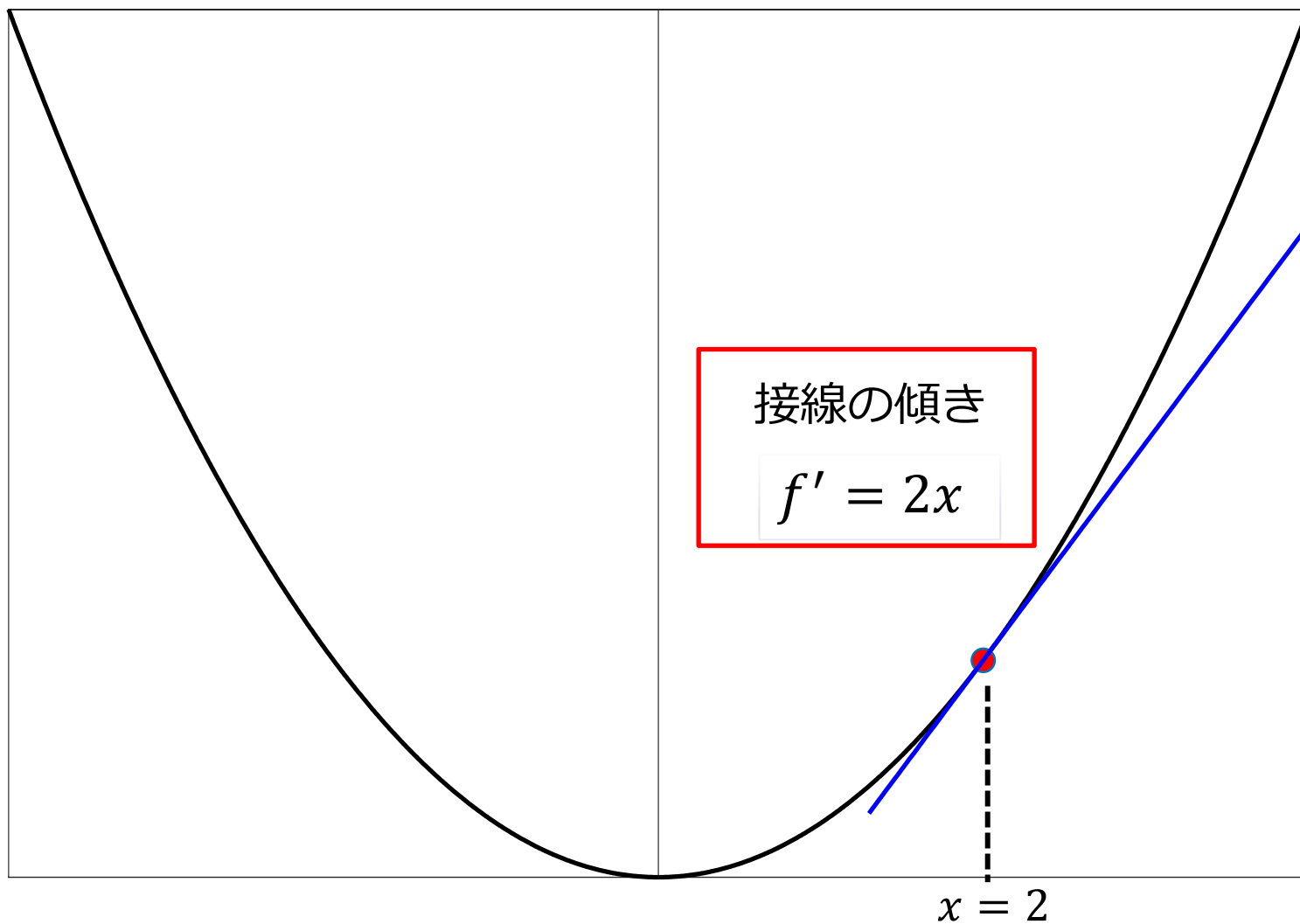
練習問題



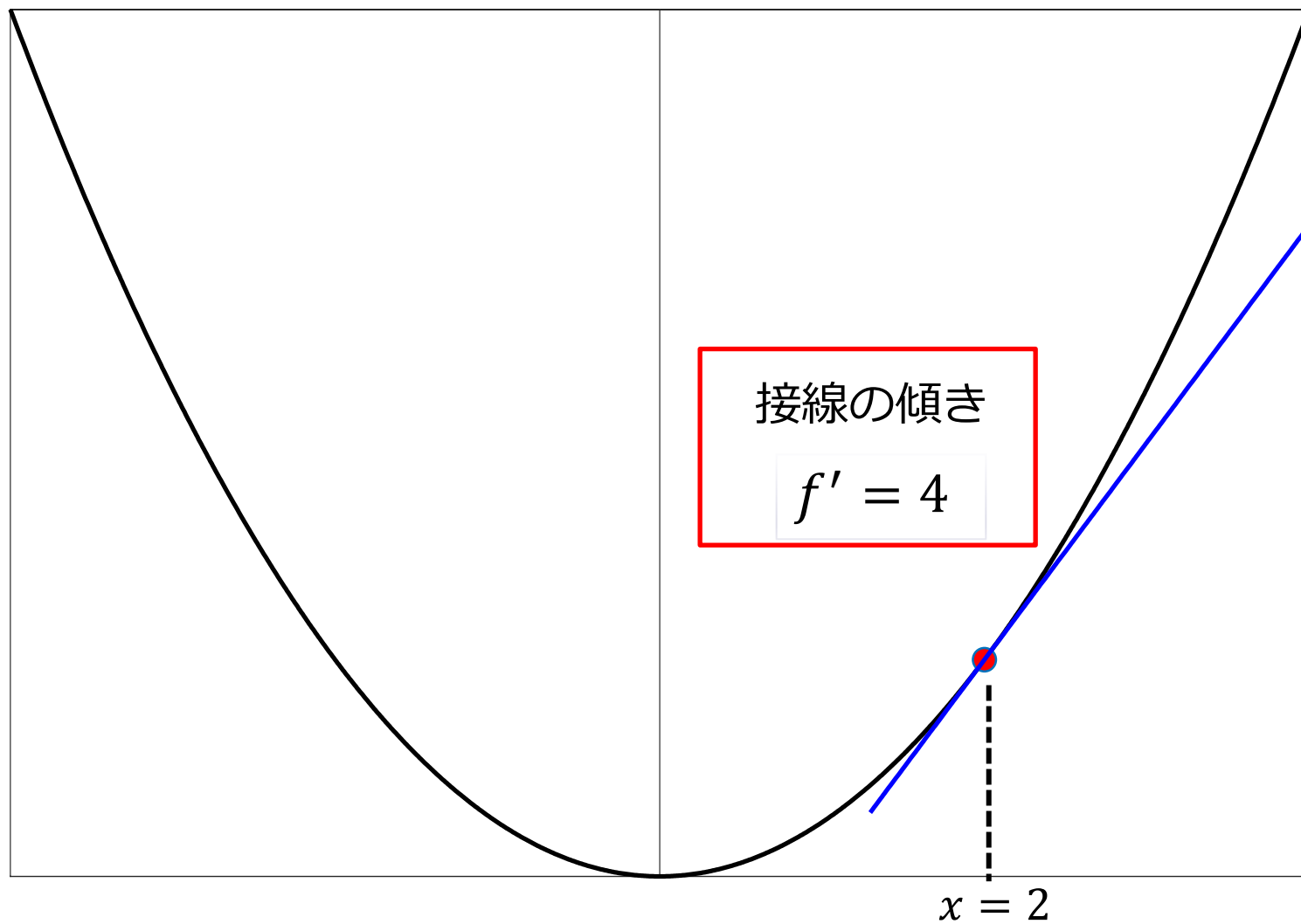
練習問題



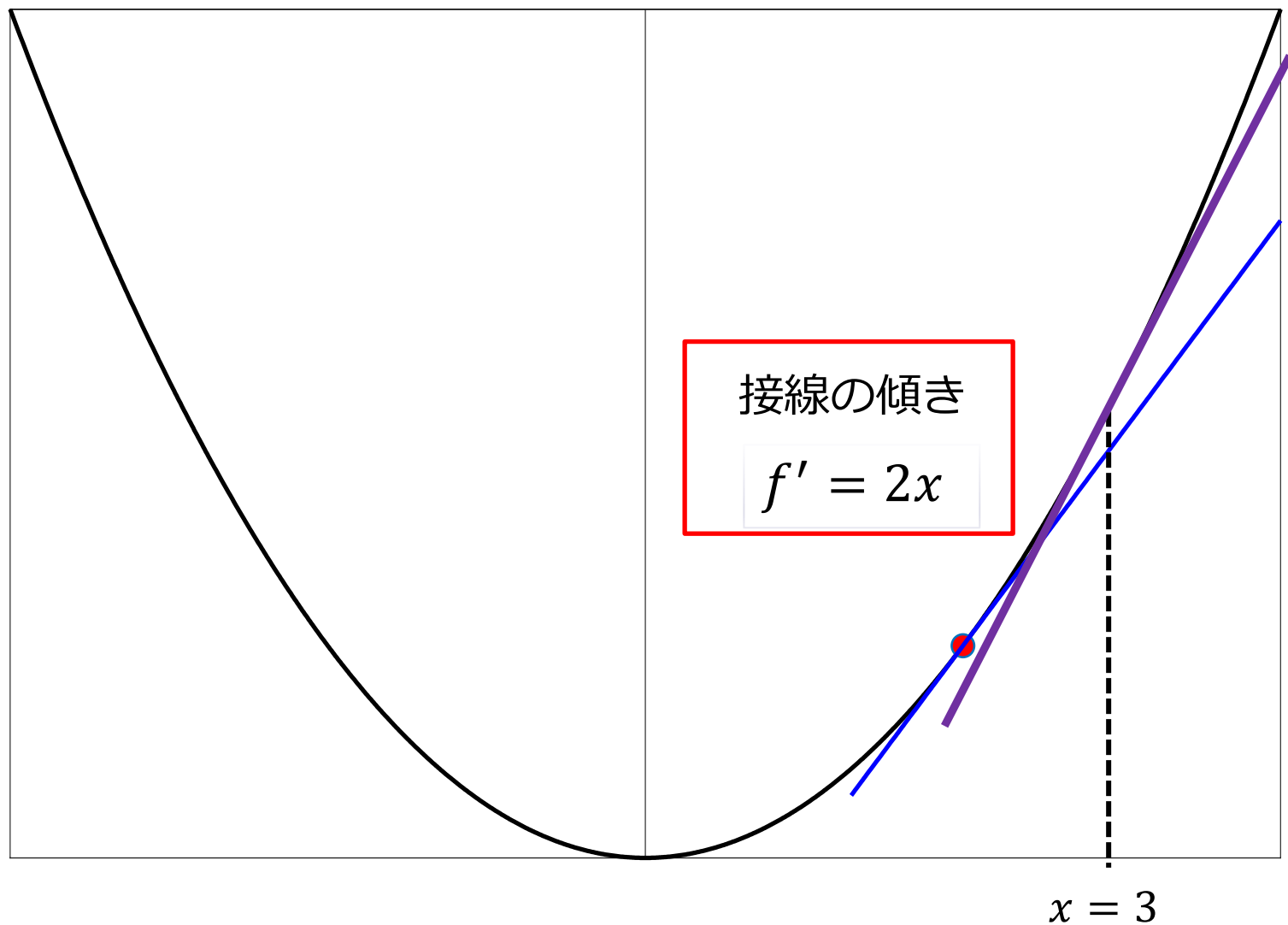
練習問題



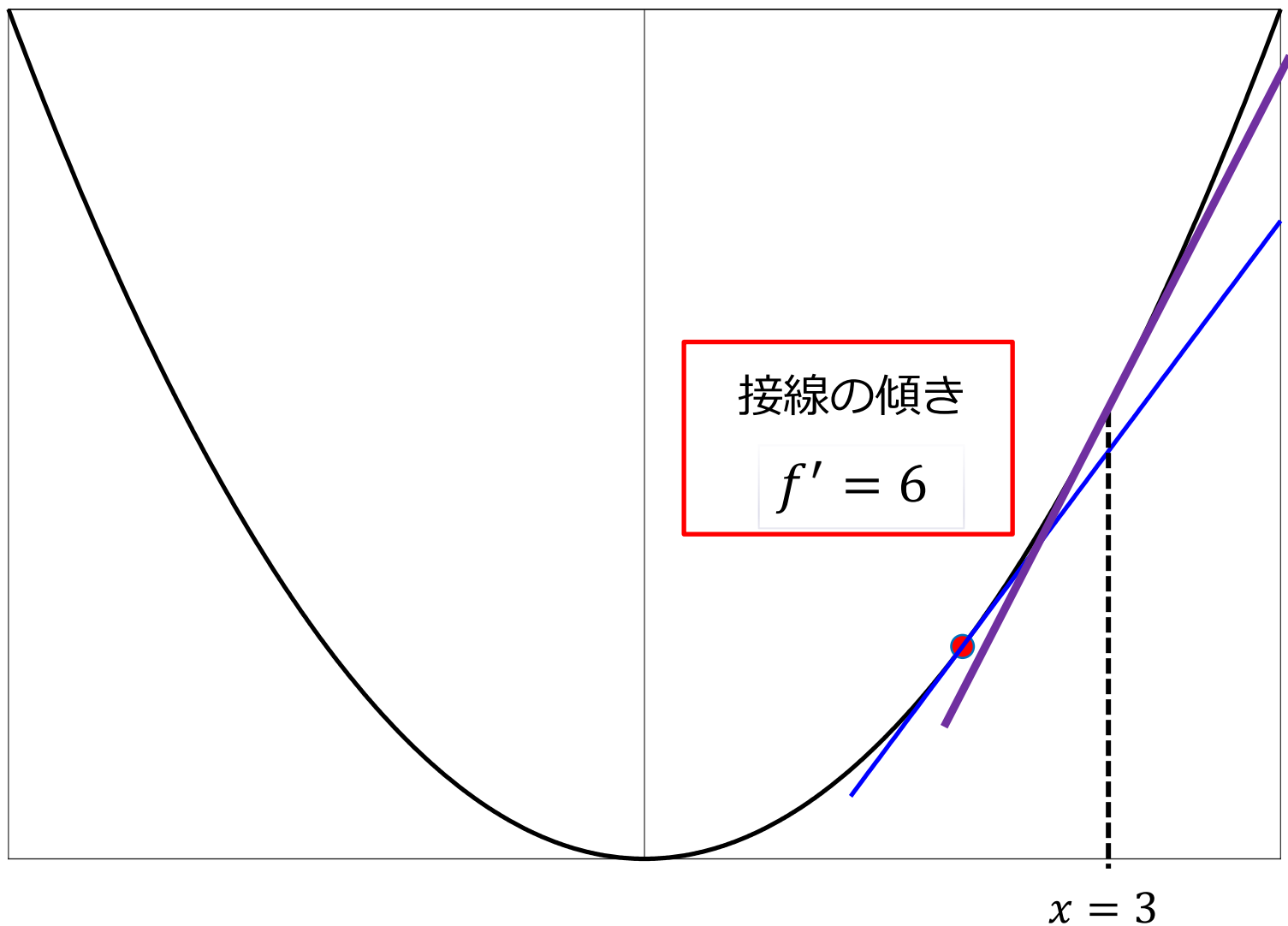
練習問題



練習問題



練習問題



導関数

$$f' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = x^2 \longrightarrow f'(x) = 2x$$

$$f(x) = x^3 \longrightarrow f'(x) = 3x^2$$

$$f(x) = x^4 \longrightarrow f'(x) = 4x^3$$

$$f(x) = x^5 \longrightarrow f'(x) = 5x^4$$

導関数

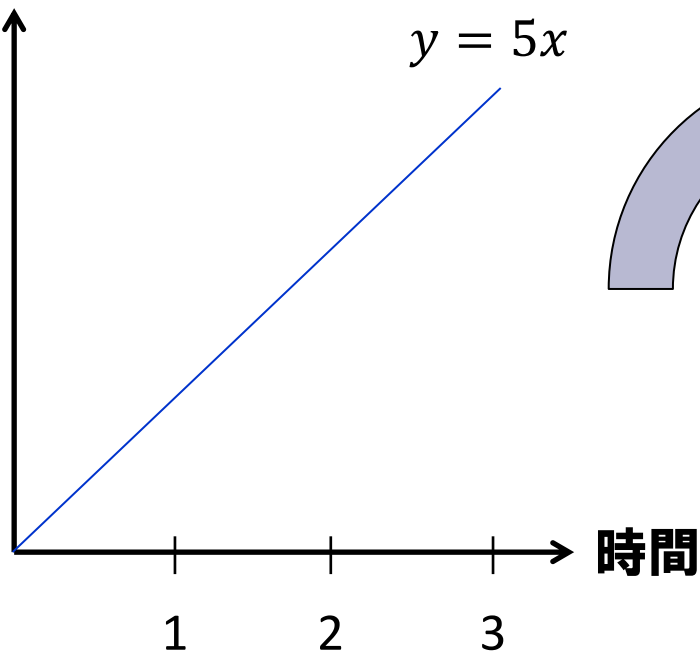
$$f' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = x^n \longrightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

微分で何がわかるのか？

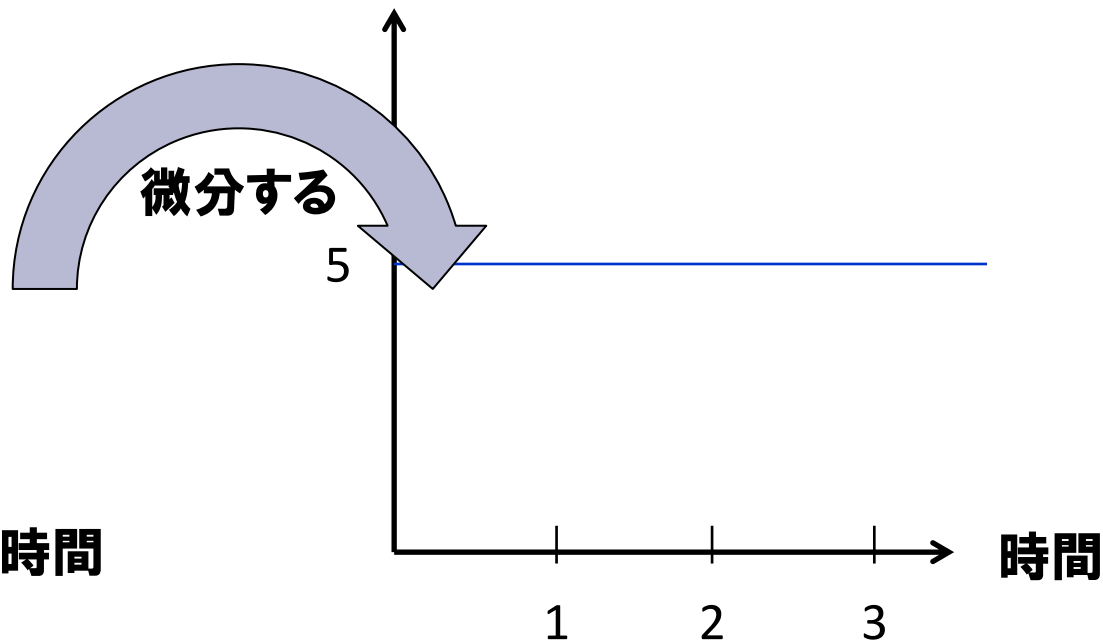
距離

距離のグラフ



速度

速度のグラフ



距離のグラフの傾きは？

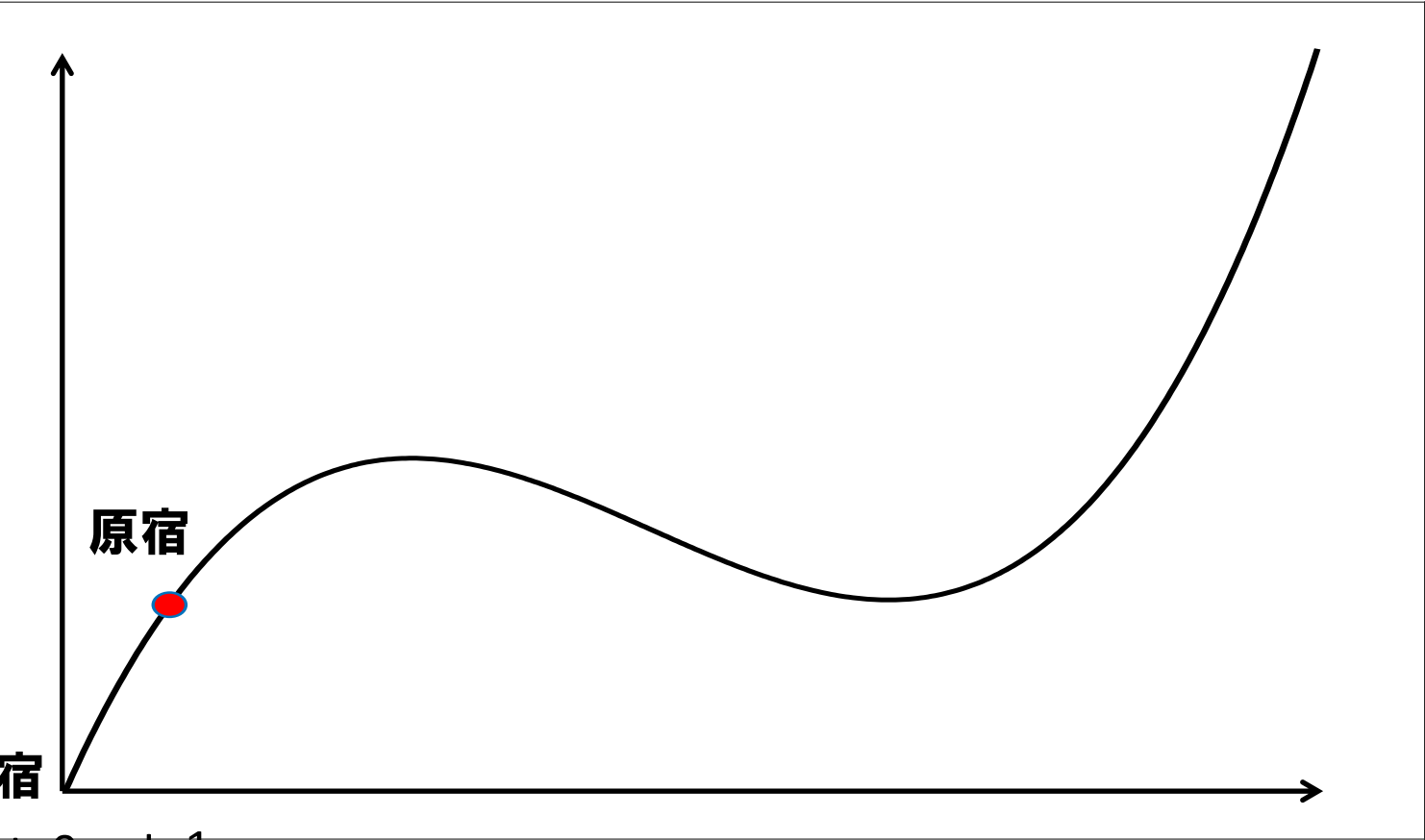
微分で何がわかるのか？

距離のグラフ



距離

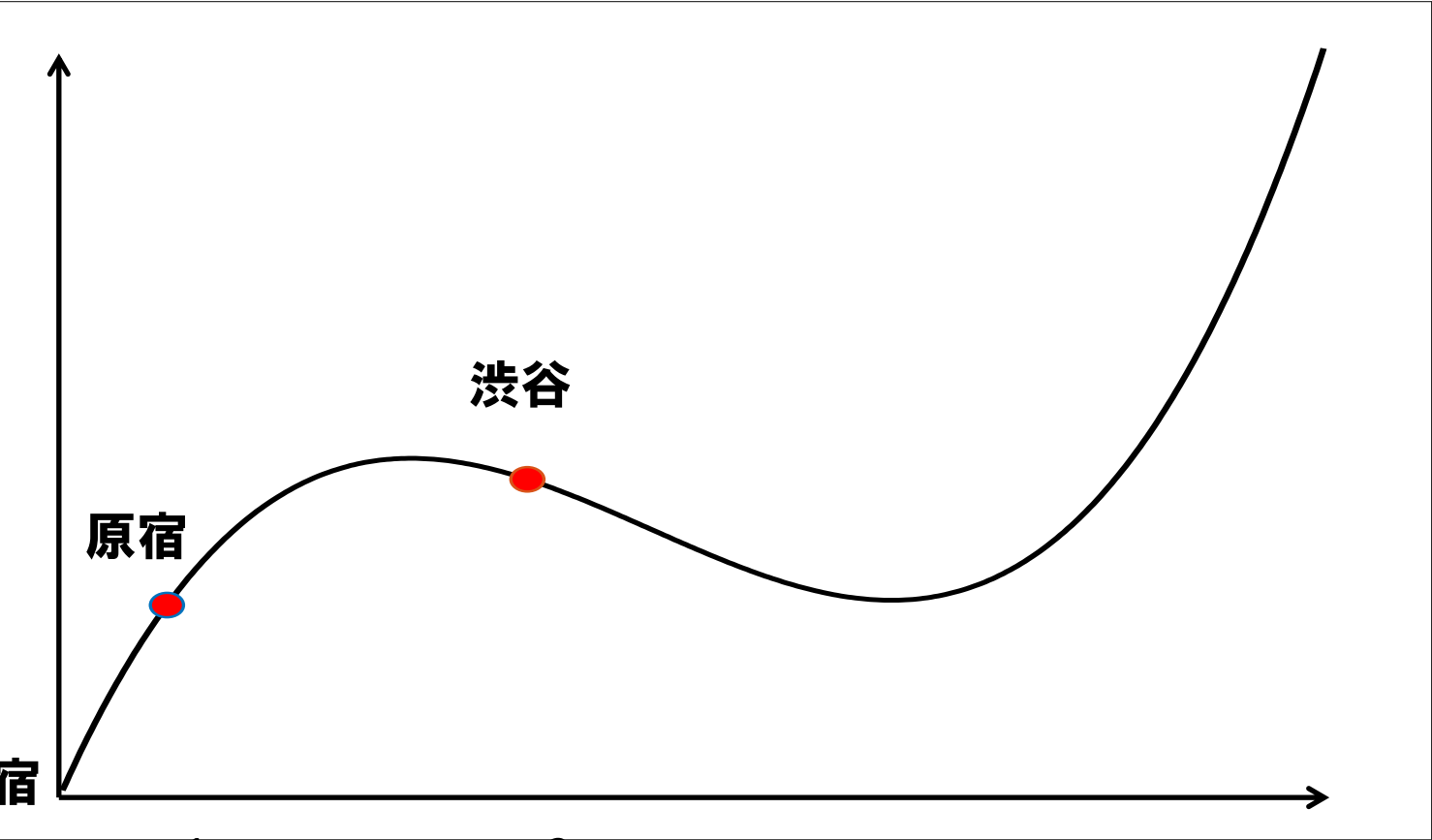
新宿



時間

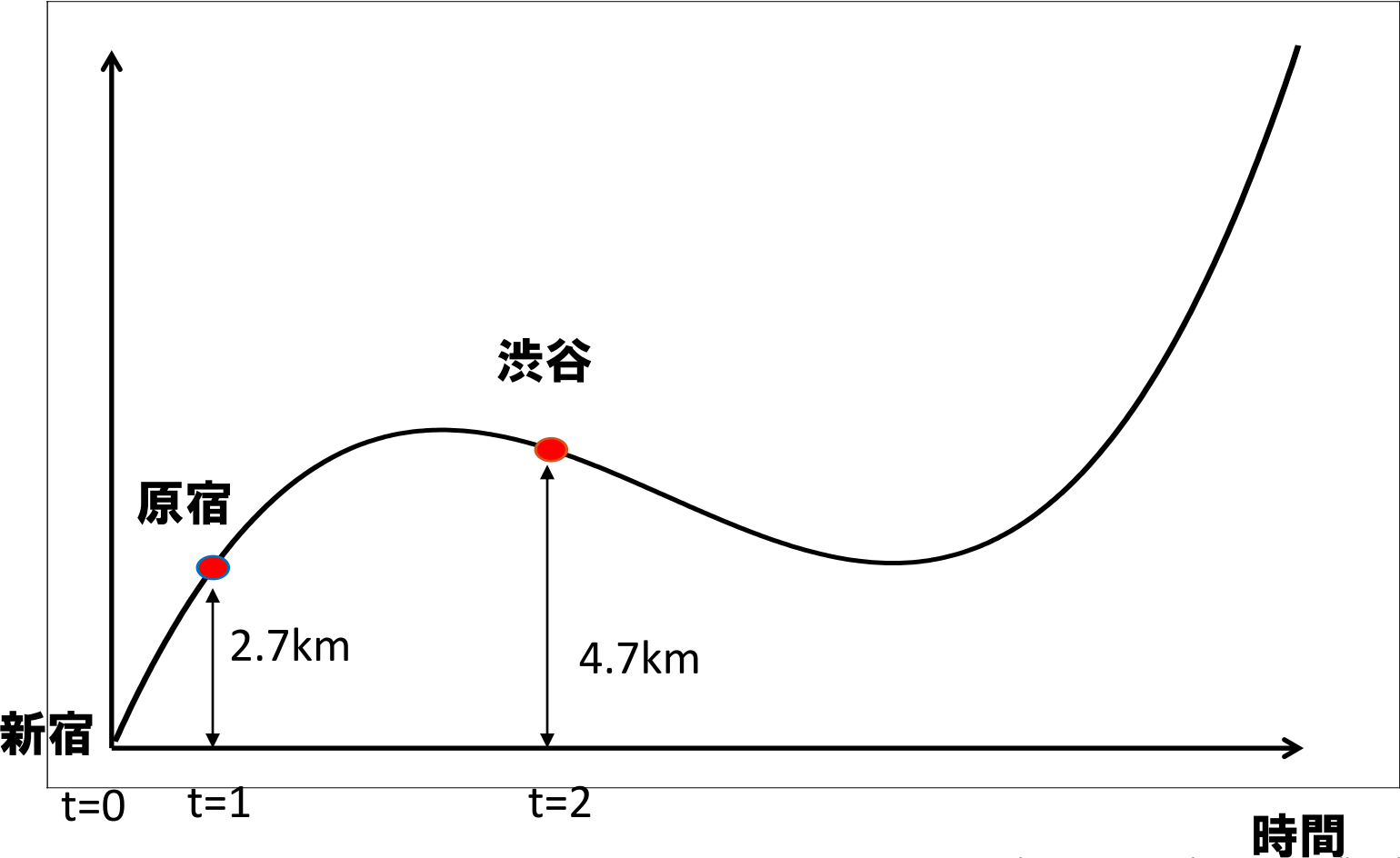
距離

新宿



時間

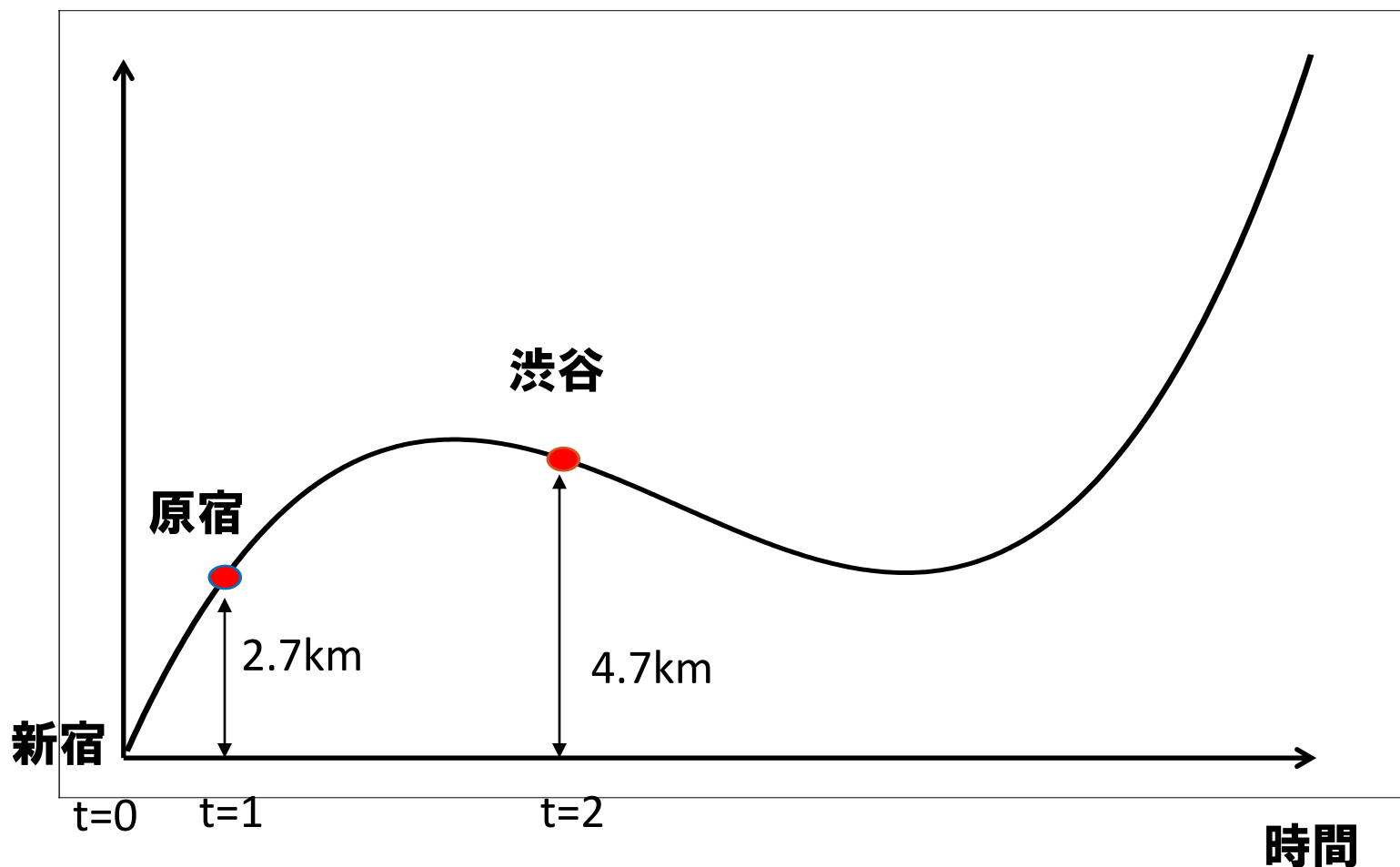
距離



問題

原宿-渋谷間における平均時速は？

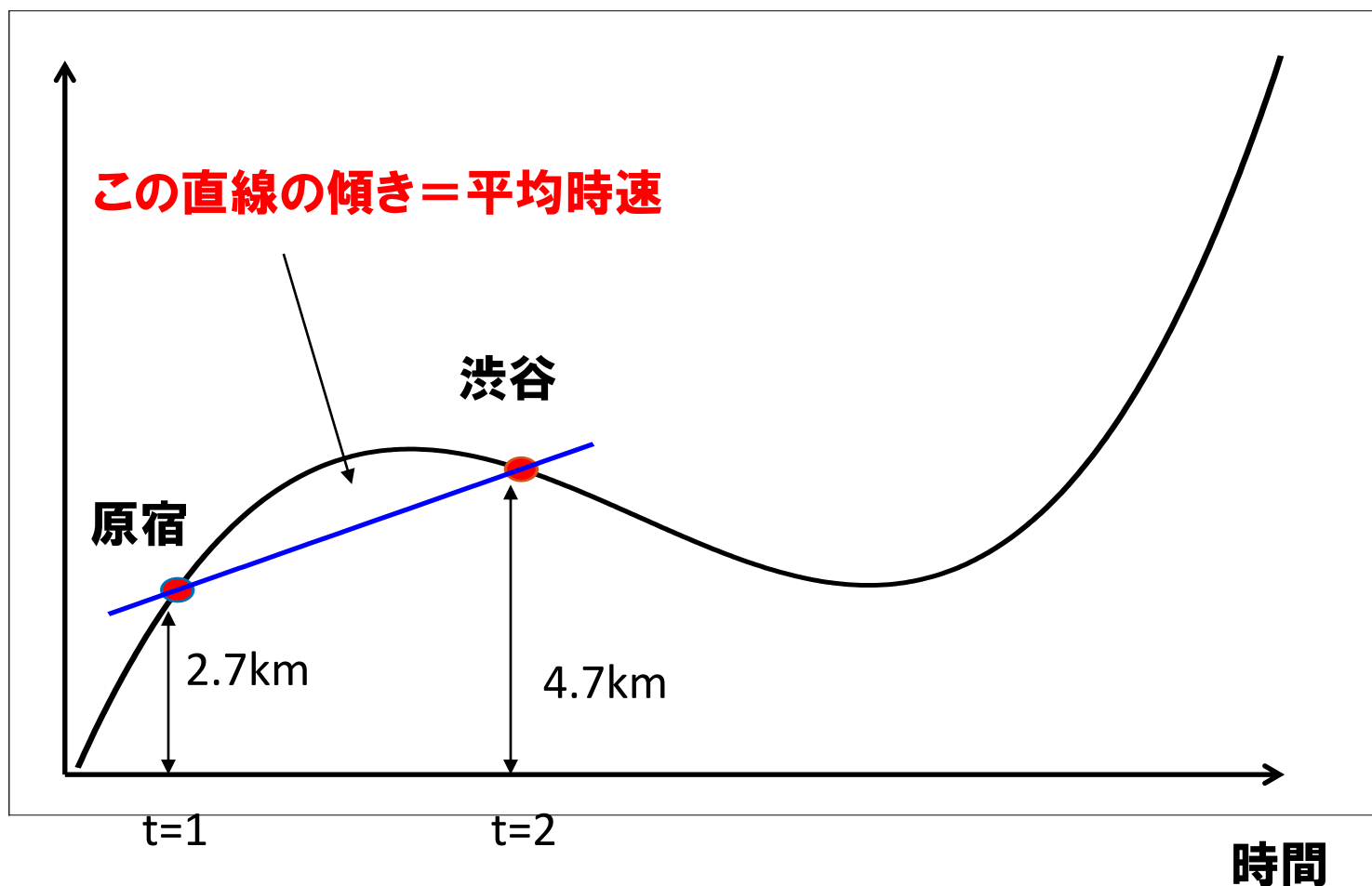
距離



問題

原宿-渋谷間における平均時速は？

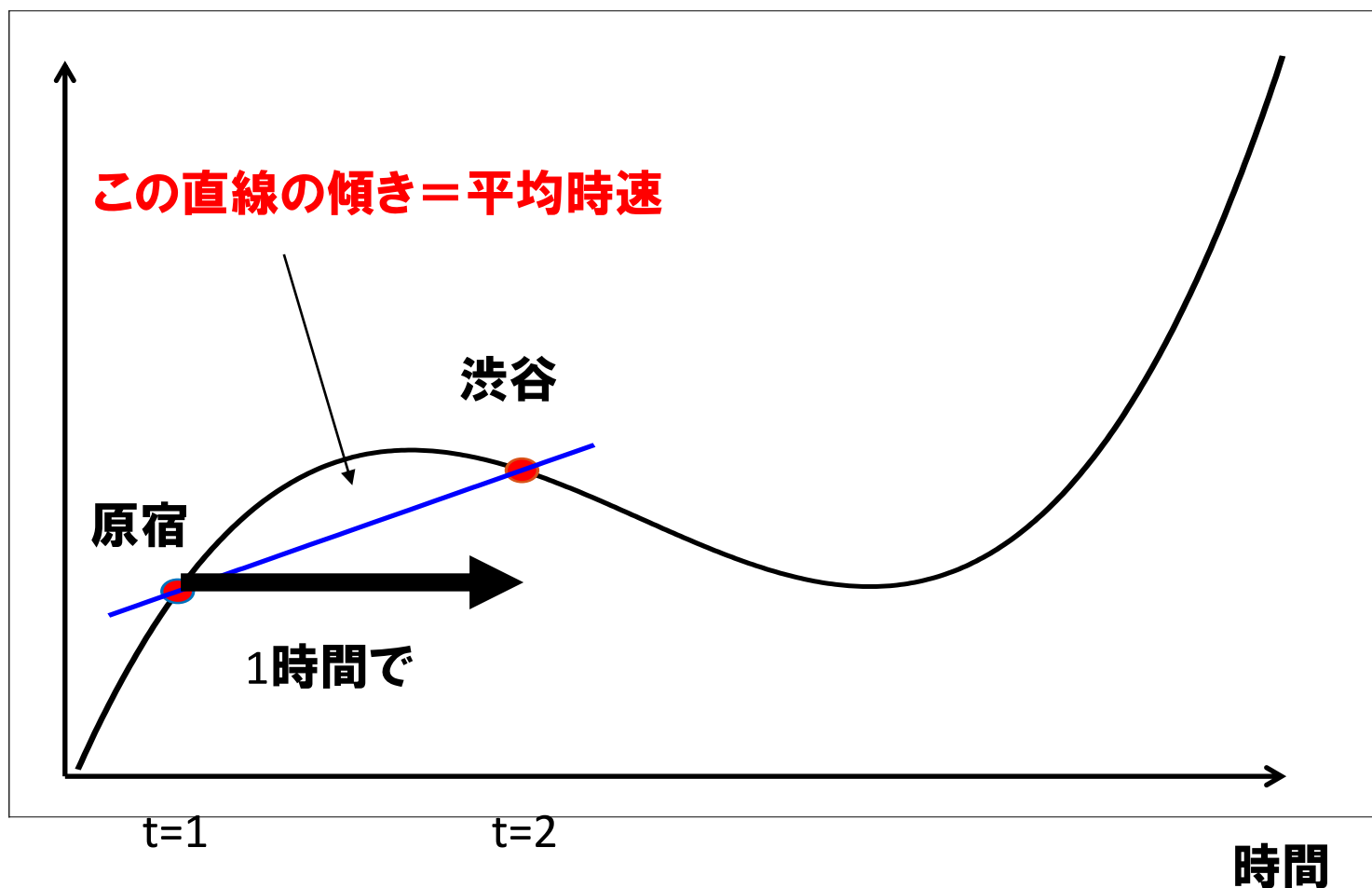
距離



問題

原宿-渋谷間における平均時速は？

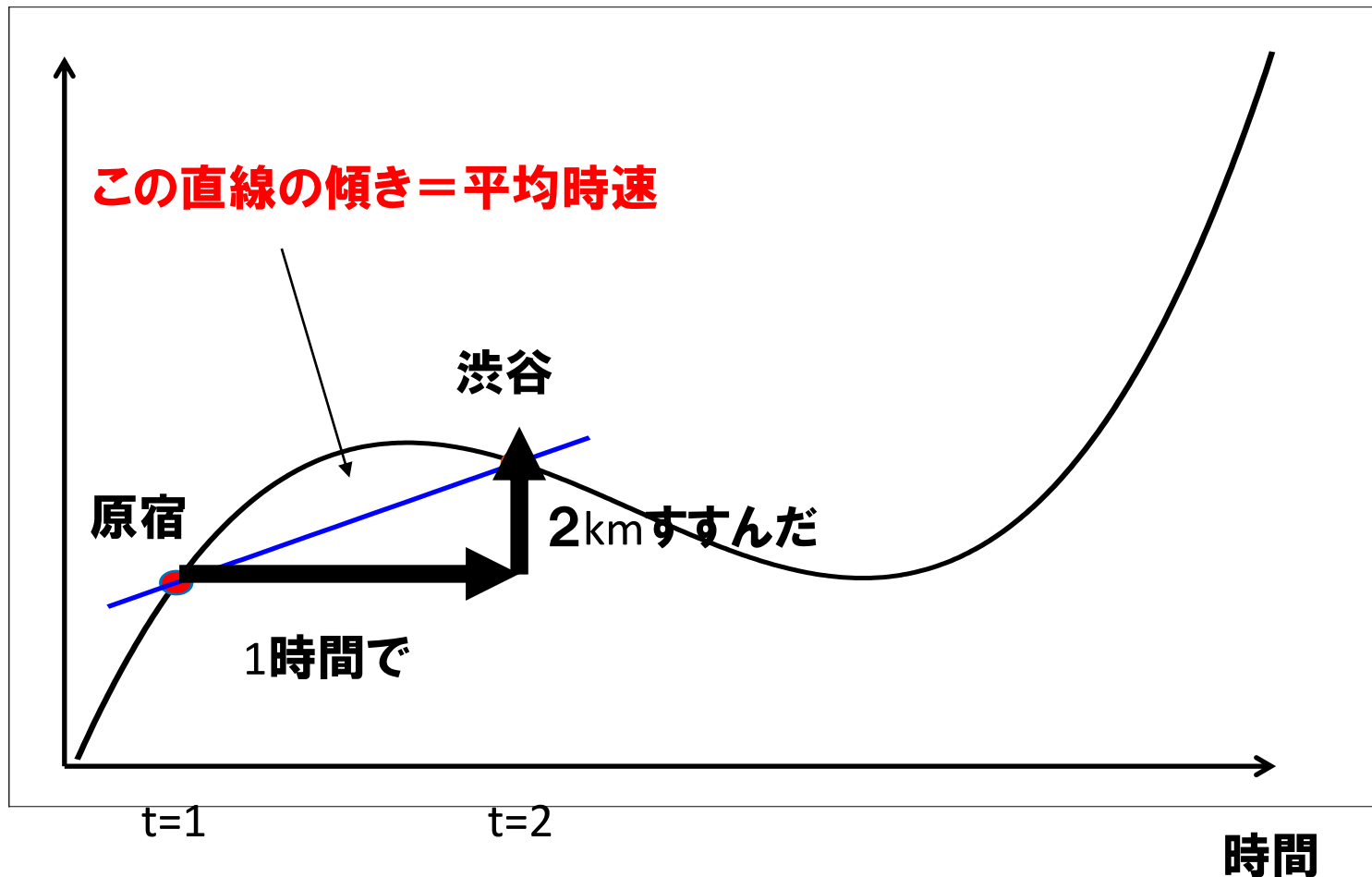
距離



問題

原宿-渋谷間における平均時速は？

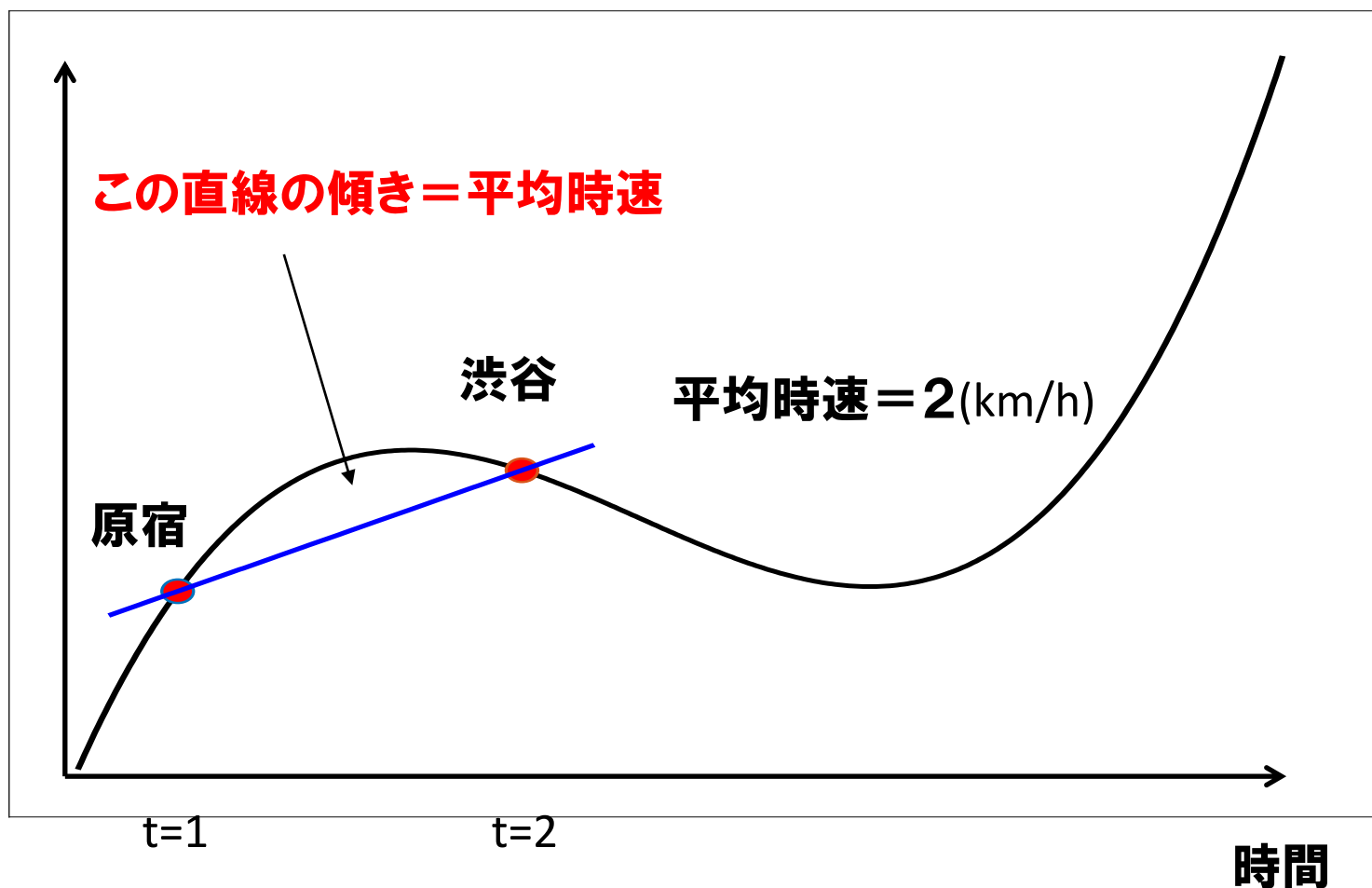
距離



問題

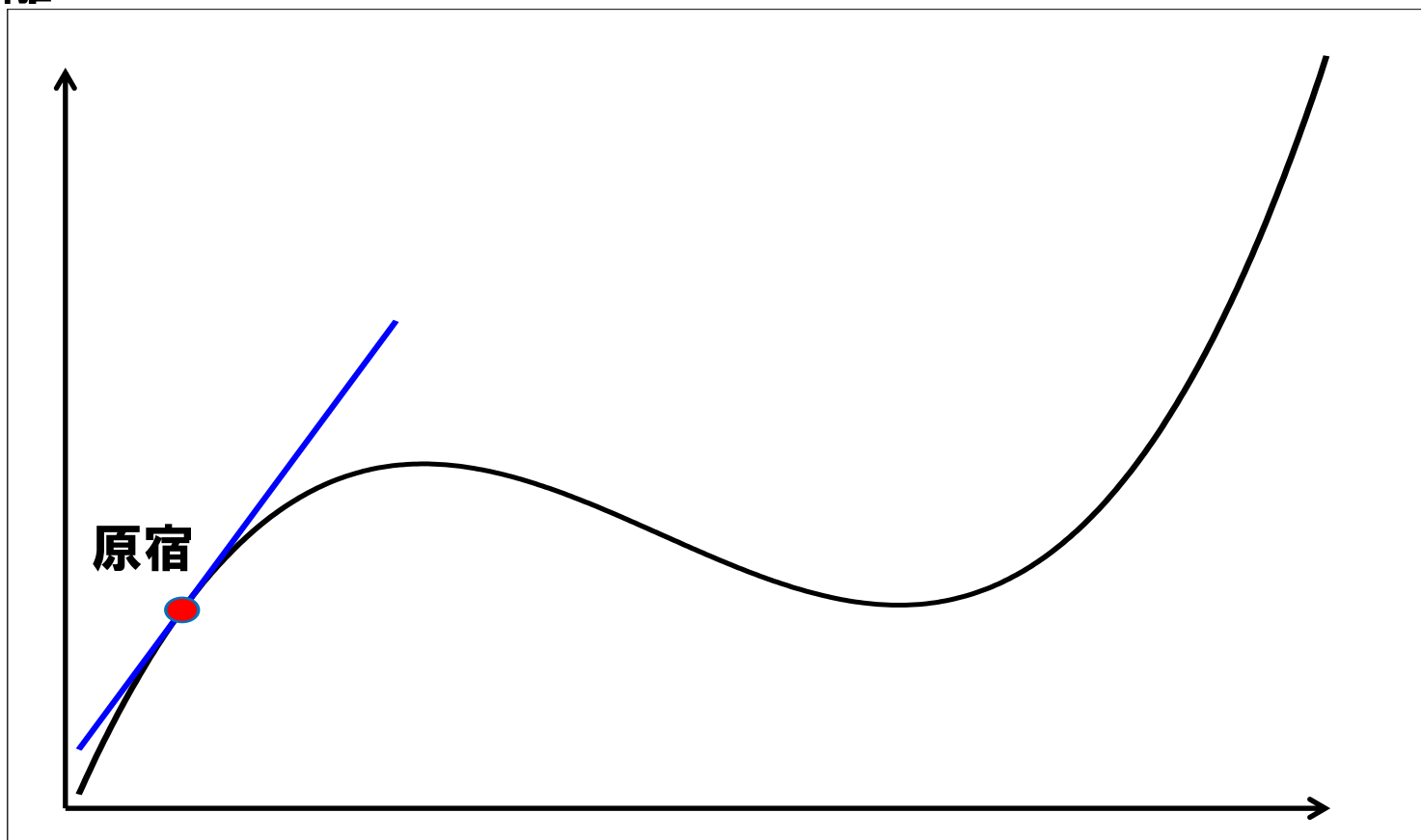
原宿-渋谷間における平均時速は？

距離



問題
原宿における瞬間時速は？

距離

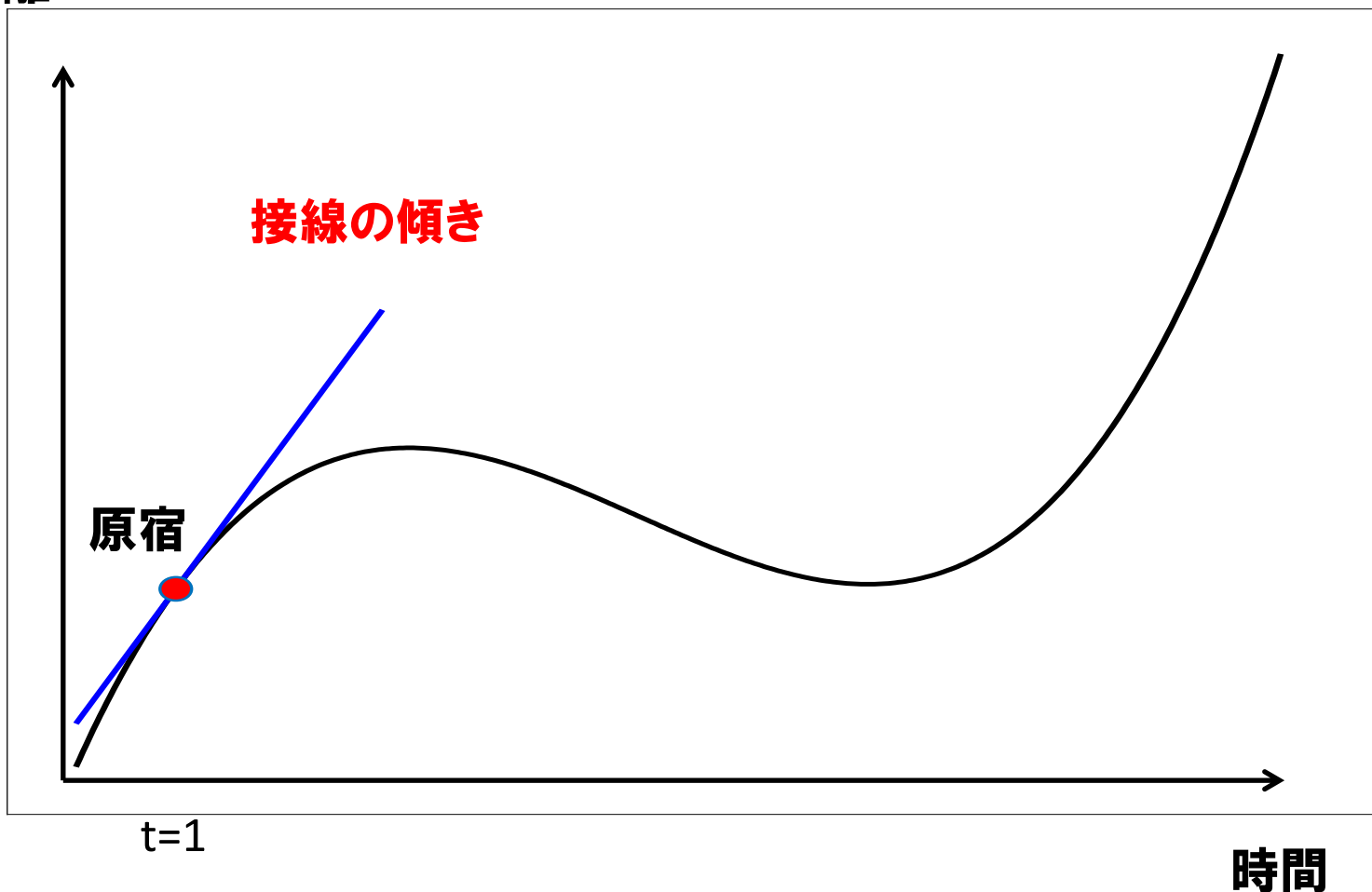


$t=1$

時間

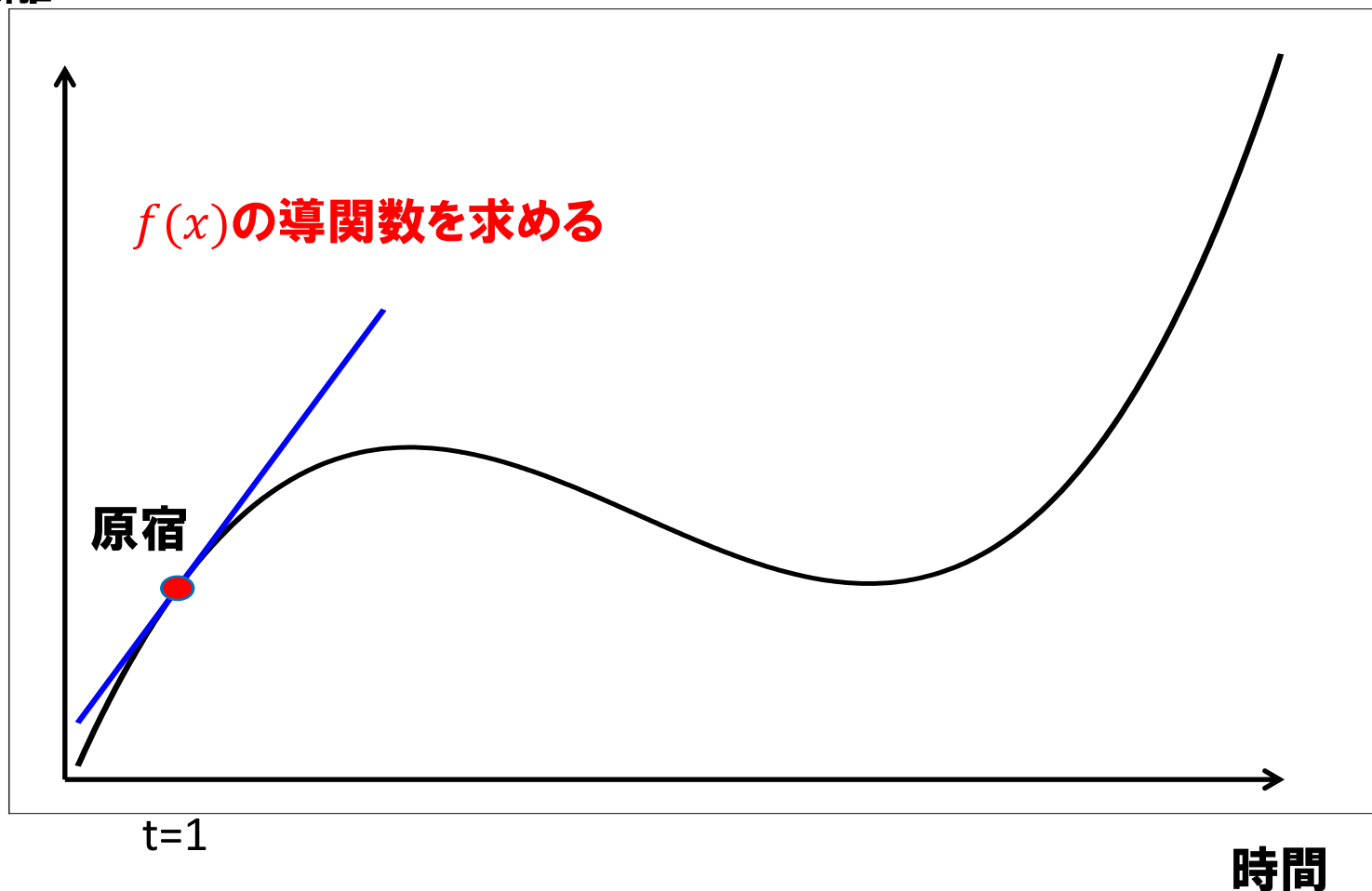
問題
原宿における瞬間時速は？

距離



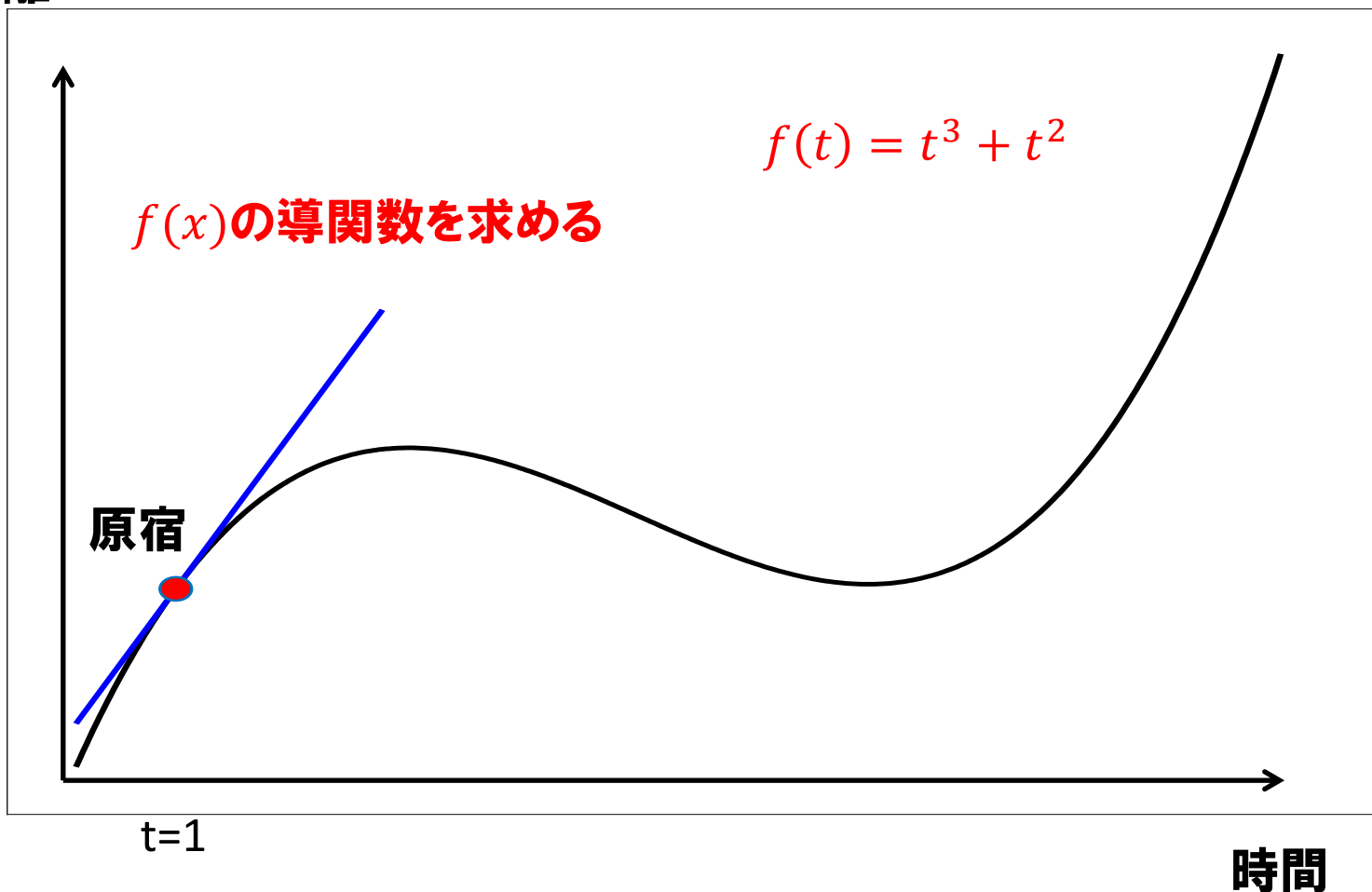
問題
原宿における瞬間時速は？

距離



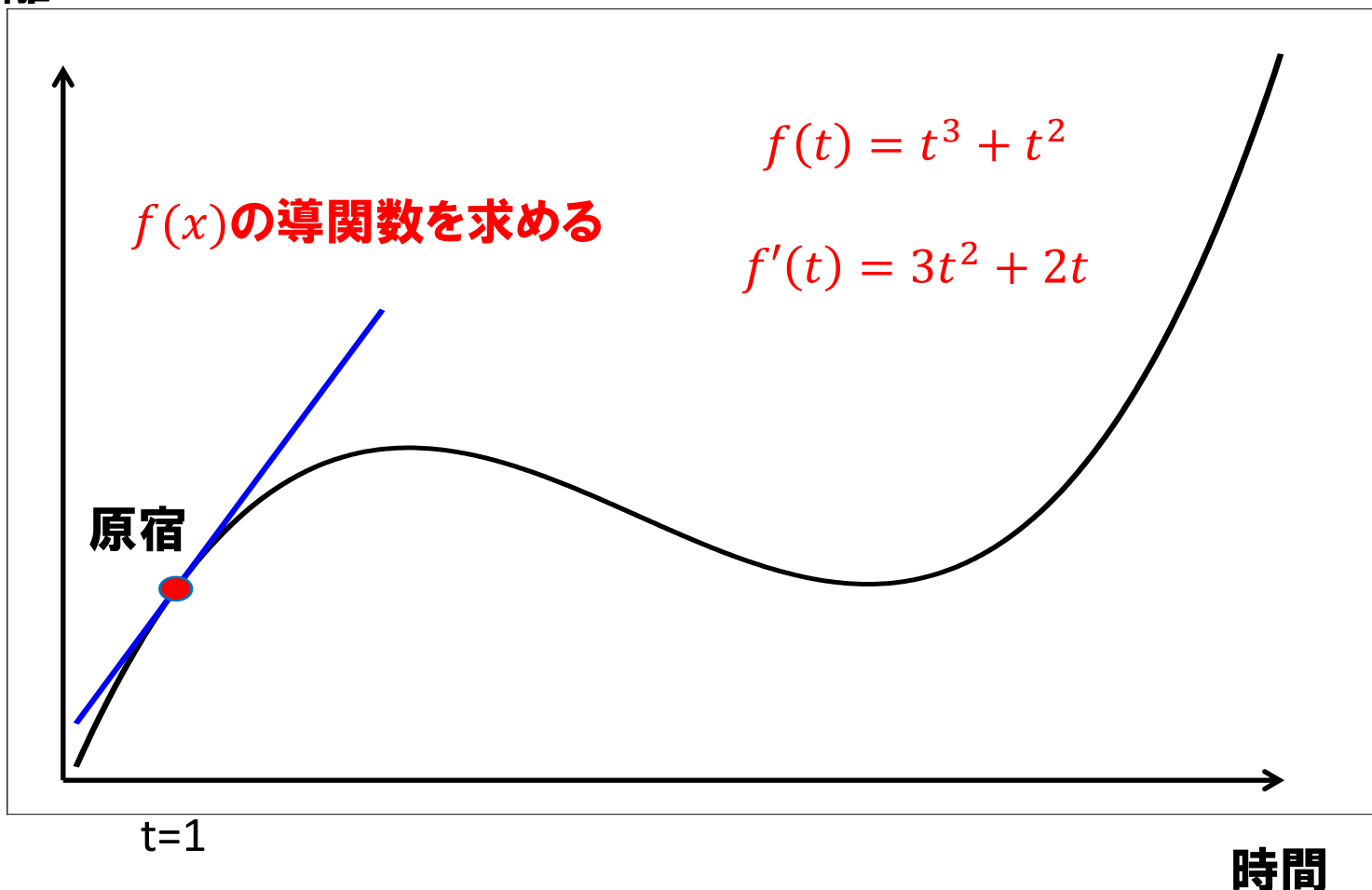
問題
原宿における瞬間時速は？

距離



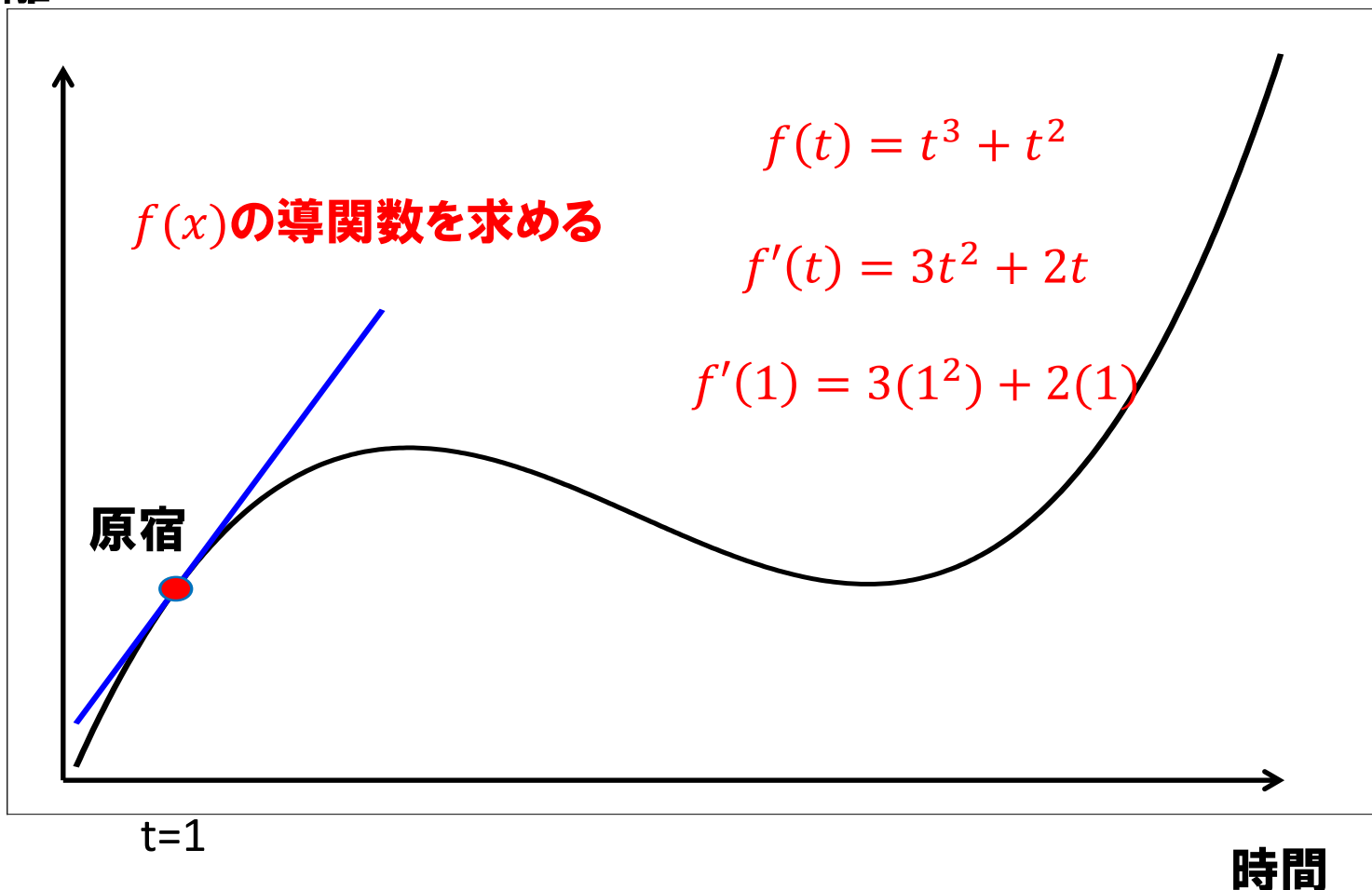
問題
原宿における瞬間時速は？

距離



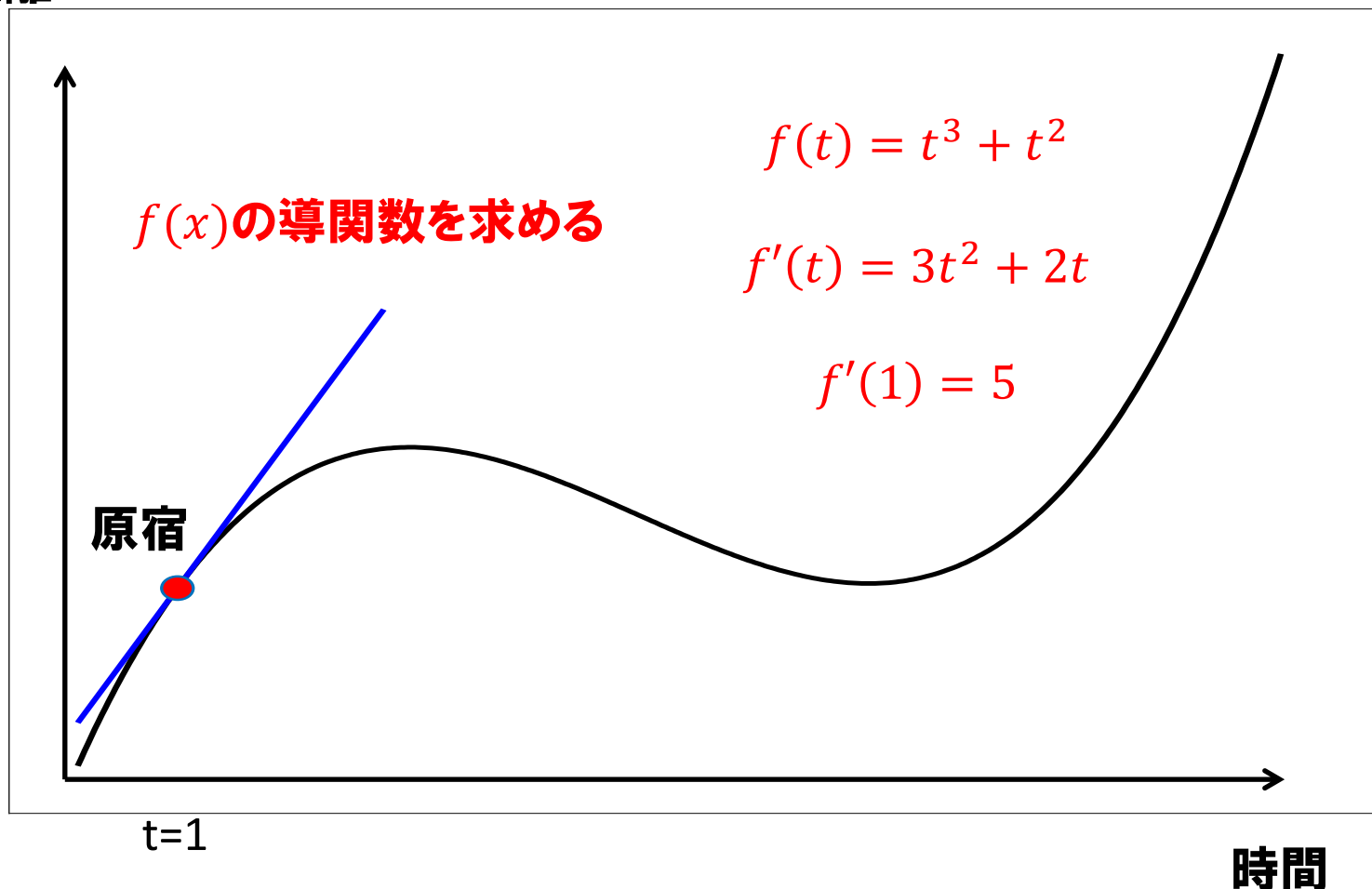
問題
原宿における瞬間時速は？

距離



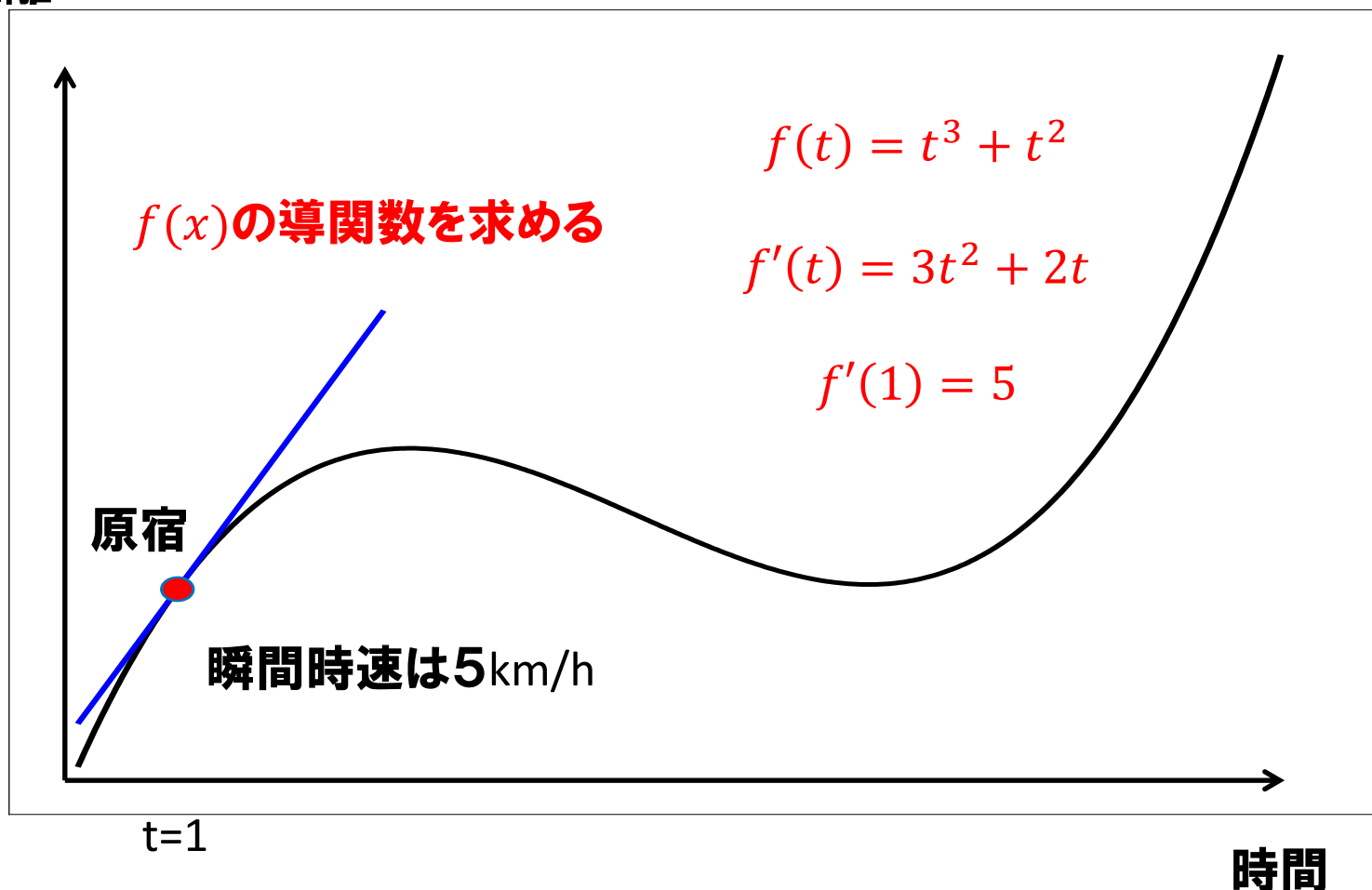
問題
原宿における瞬間時速は？

距離



問題
原宿における瞬間時速は？

距離



微分・積分を学ぶ

今日のコンテンツ

1-1 微積の歴史

1-2 関数とは？

1-3 微分とは？

1-4 積分とは？

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$



すべて書くのが面倒



楽に記述するための Σ 記号

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

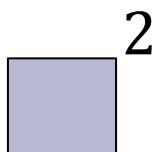
共通のパターンを探す

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

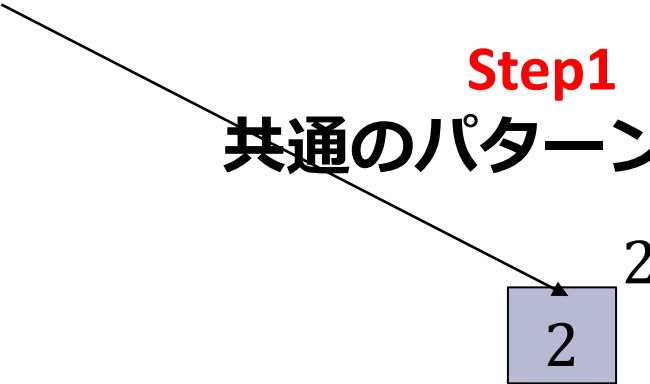


Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

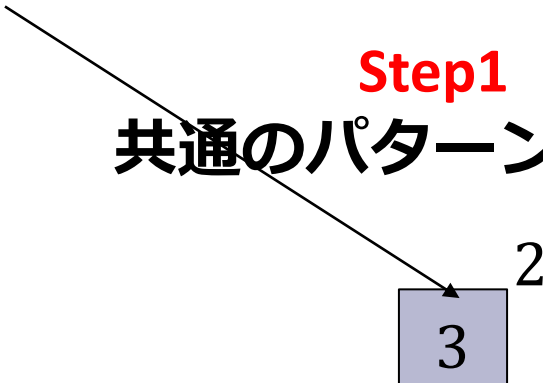

$$\boxed{2}^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

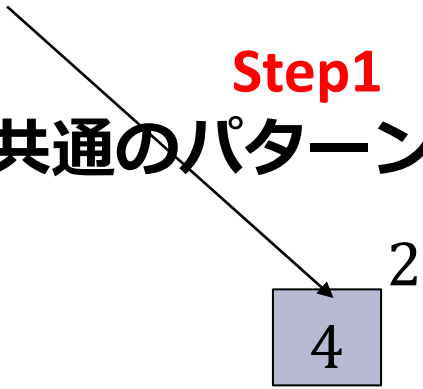

$$3^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す



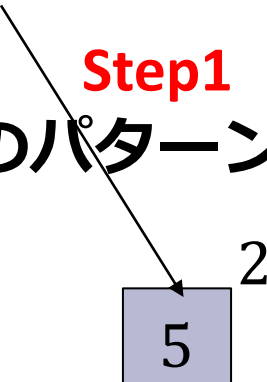
4^2

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

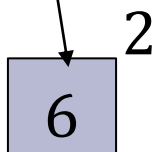

$$\boxed{5}^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

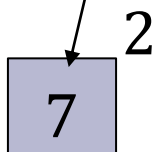

$$6^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す



7²

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

8

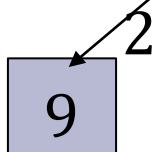
2

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す



Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step1

共通のパターンを探す

10

2

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step2

Indexを使って記述する

$$\square^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step2

Indexを使って記述する

$$\boxed{k}^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step3

Indexの最小値と最大値を求める

$$\boxed{k}^2$$

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step3

Indexの最小値と最大値を求める

最大値=10

2

k

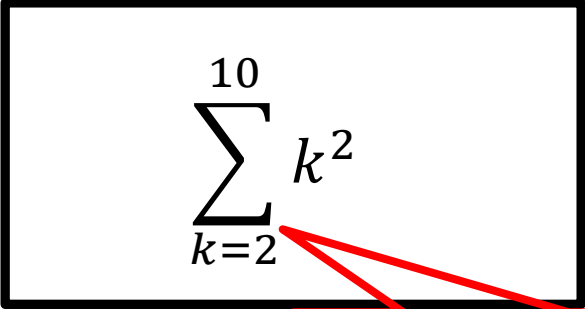
最小値=2

Σ (シグマ) 記号

$$2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

Step4

シグマの記号を使って記述する


$$\sum_{k=2}^{10} k^2$$

**ギリシャ語の S
(sum: 足し算を意味
する)**

Σ (シグマ) 記号

$$5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 + \dots + 98^3 + 99^3$$

シグマの記号を使って記述する

Σ (シグマ) 記号

$$5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 + \dots + 98^3 + 99^3$$

シグマの記号を使って記述する

$$\sum_{k=5}^{99} k^3$$

問題

Σ (シグマ) の記号を使って次の式を表してください

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

問題

Σ (シグマ) の記号を使って次の式を表してください

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

問題

各項を書き出してください

$$\sum_{k=3}^6 (2k) =$$

$$\sum_{k=0}^6 k^4 =$$

問題

各項を書き出してください

$$\sum_{k=3}^6 (2k) = \underset{k=3}{6} + \underset{k=4}{8} + \underset{k=5}{10} + \underset{k=6}{12}$$

問題

各項を書き出してください

$$\sum_{k=0}^6 k^4 = 0 + 1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4$$

アルキメデス

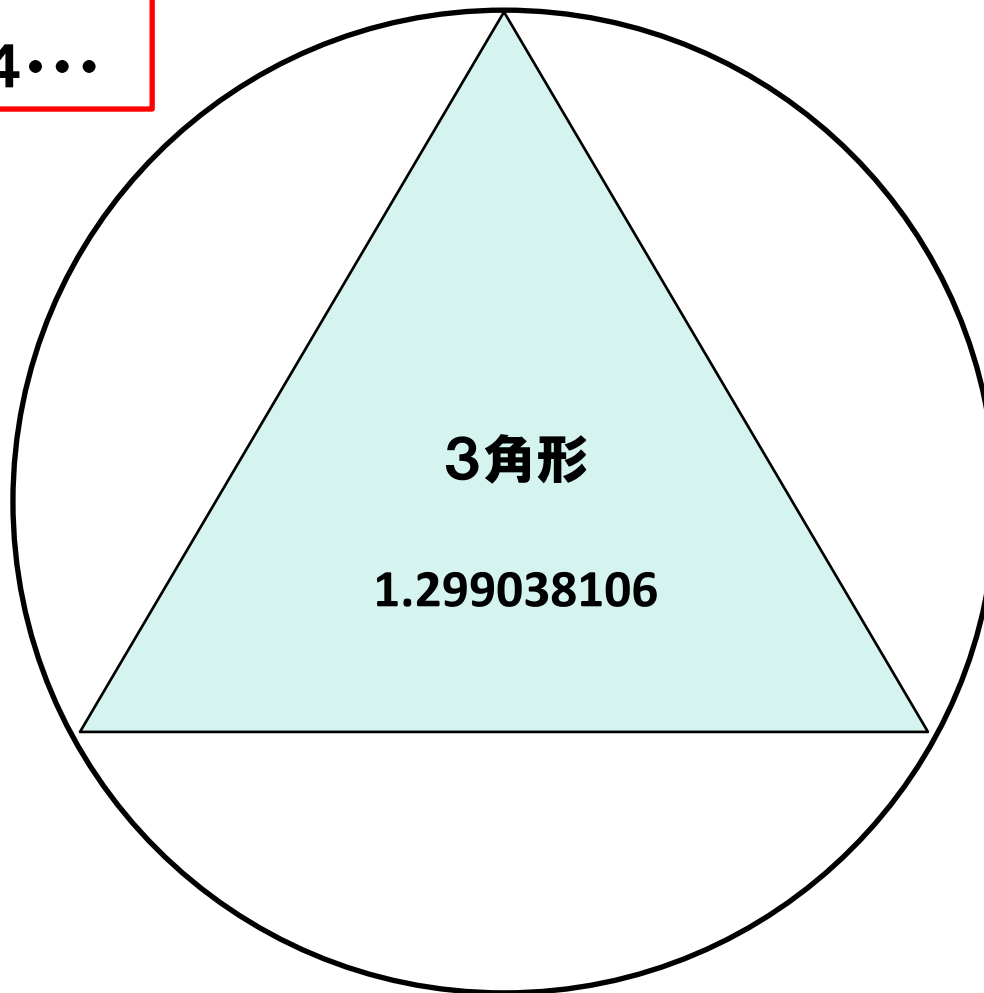


紀元前287～212

アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

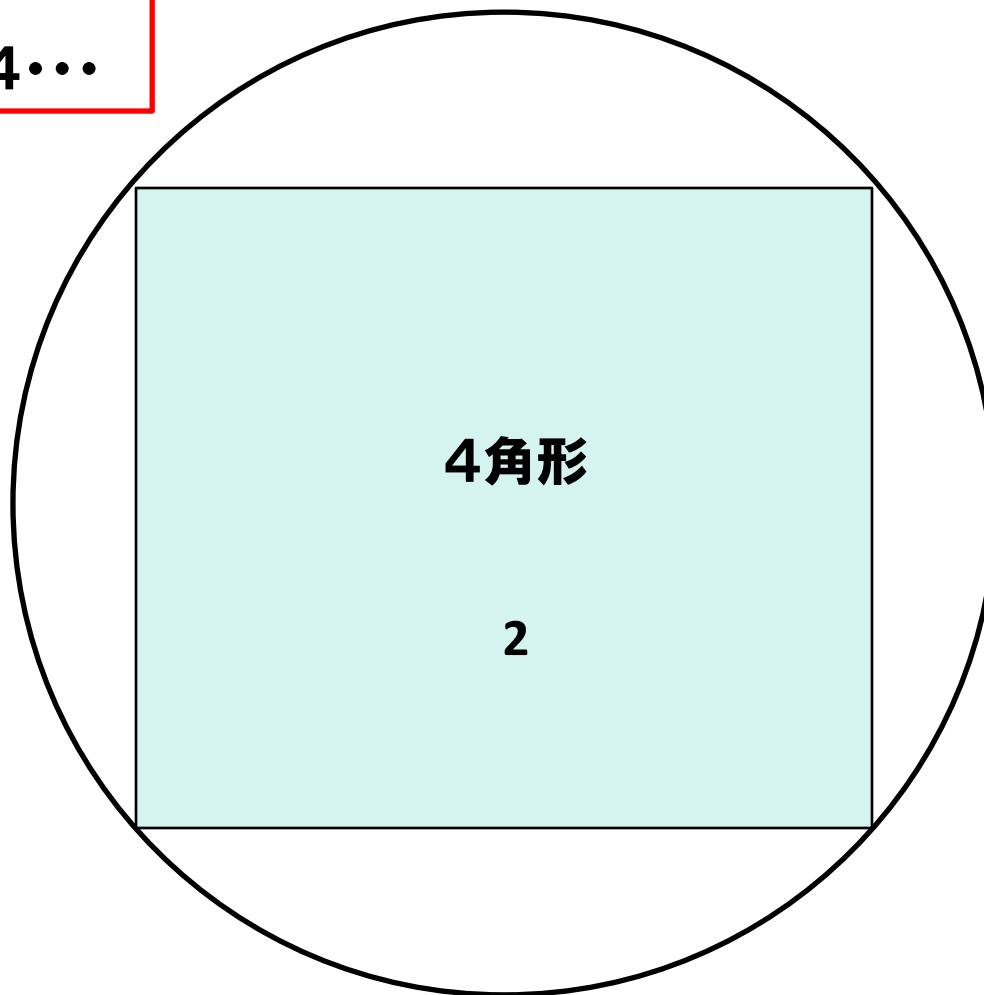
3.141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

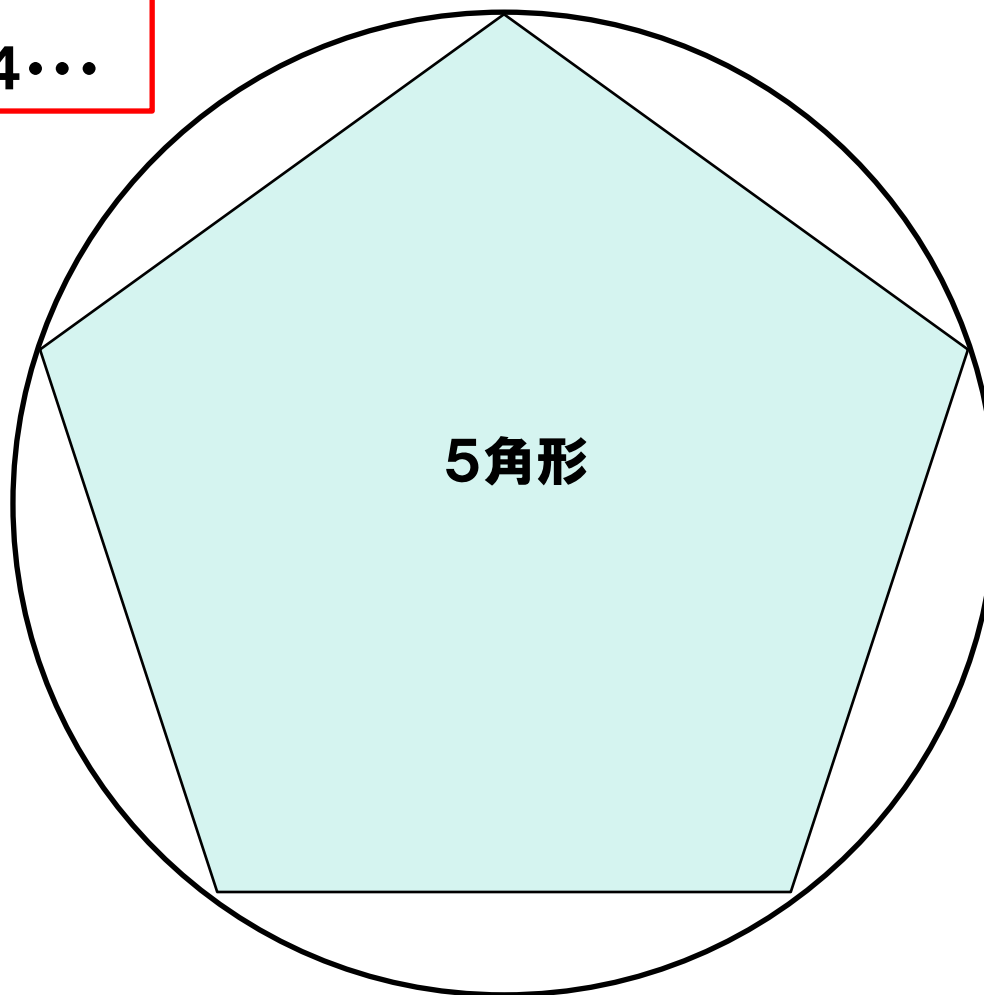
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

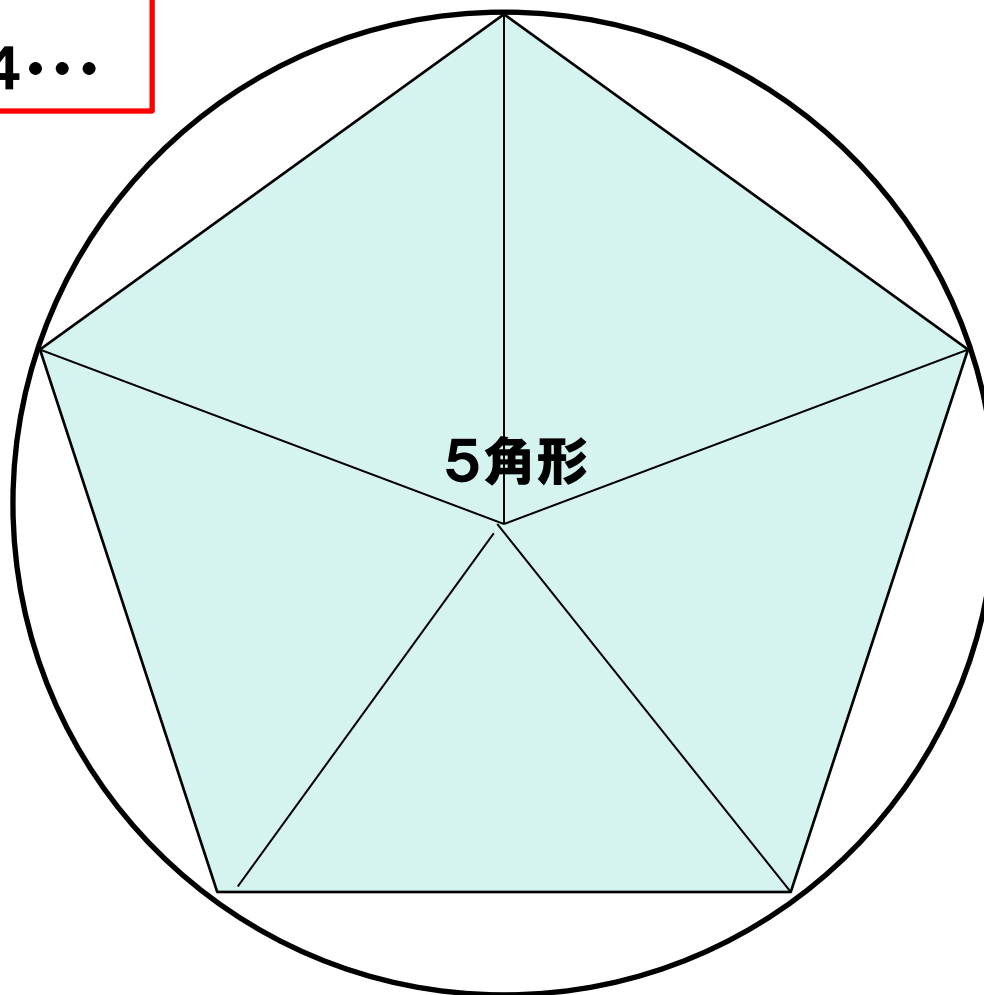
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

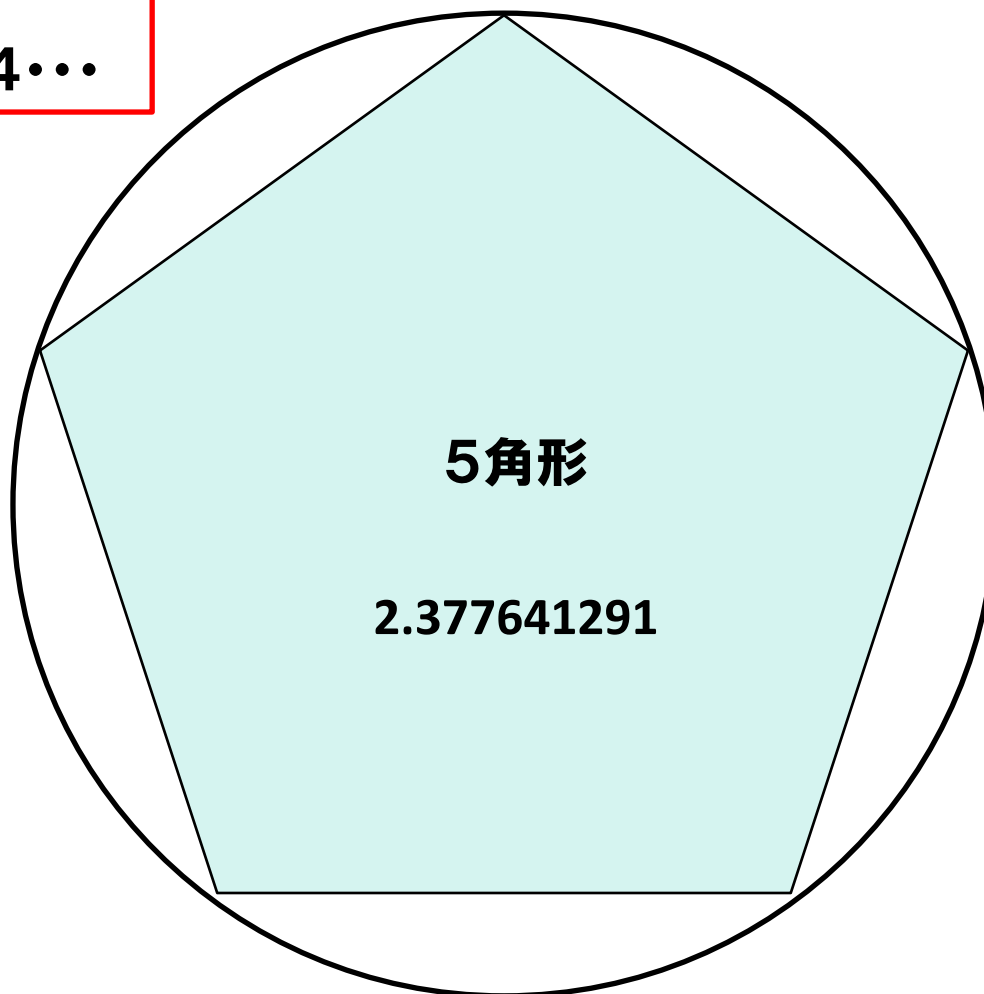
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

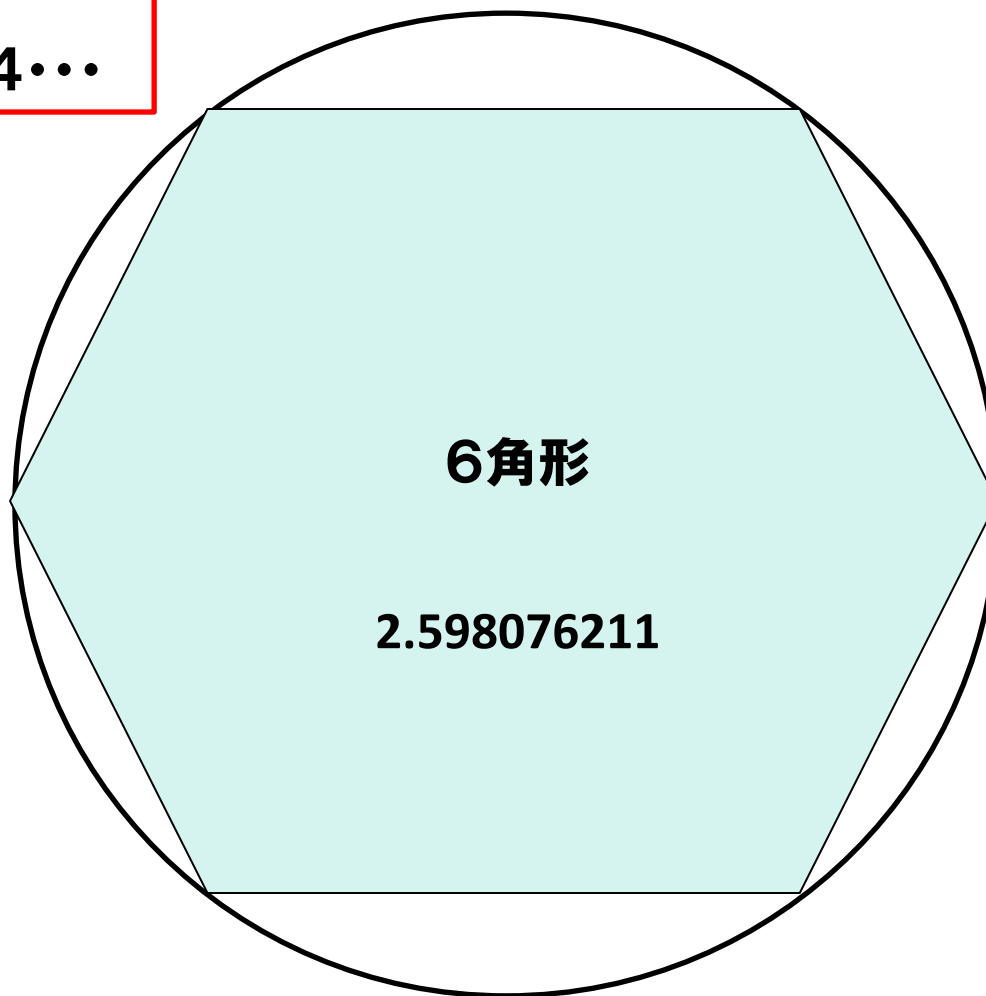
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

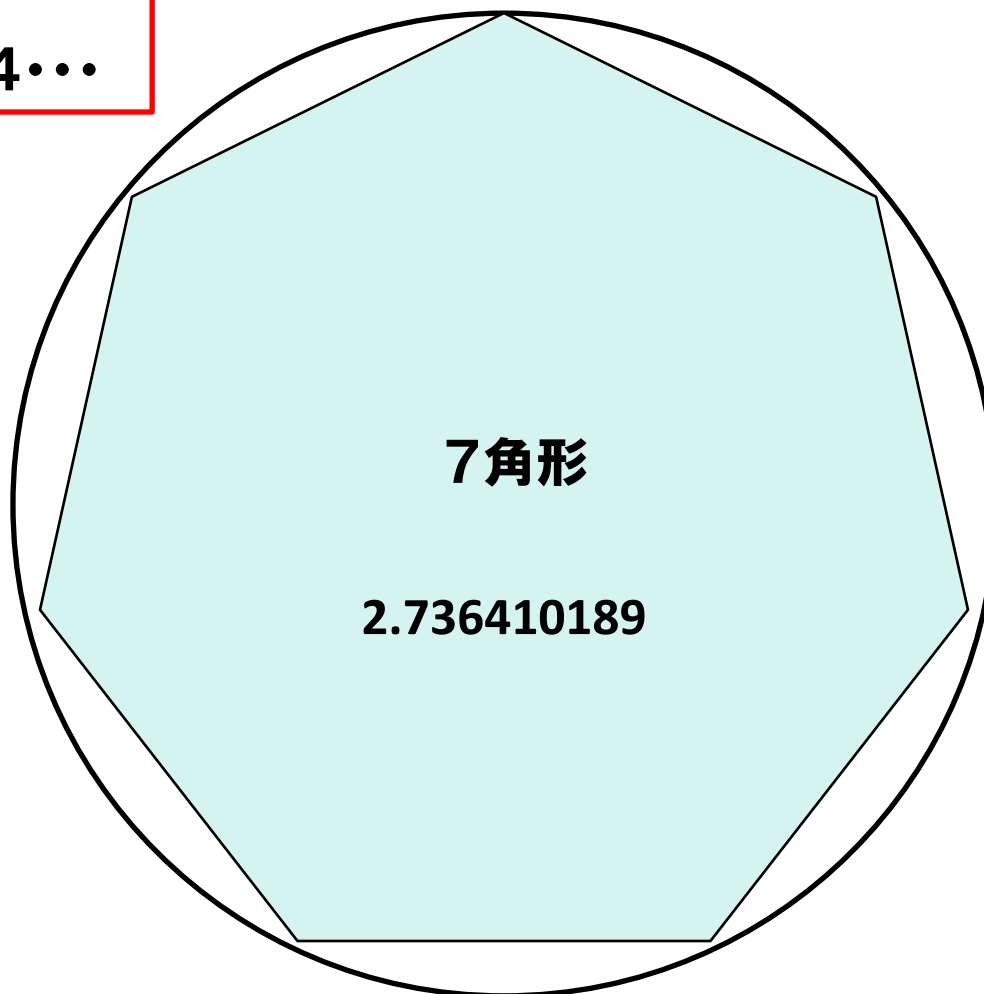
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

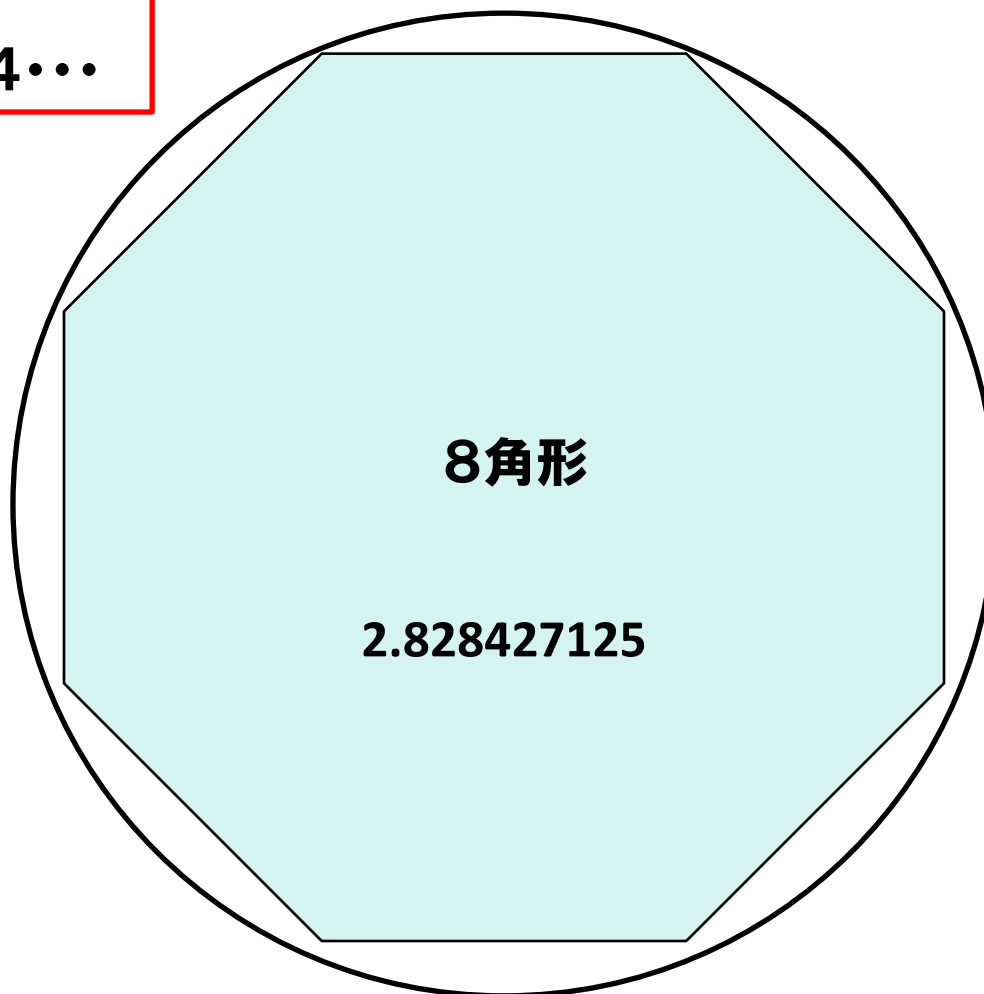
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

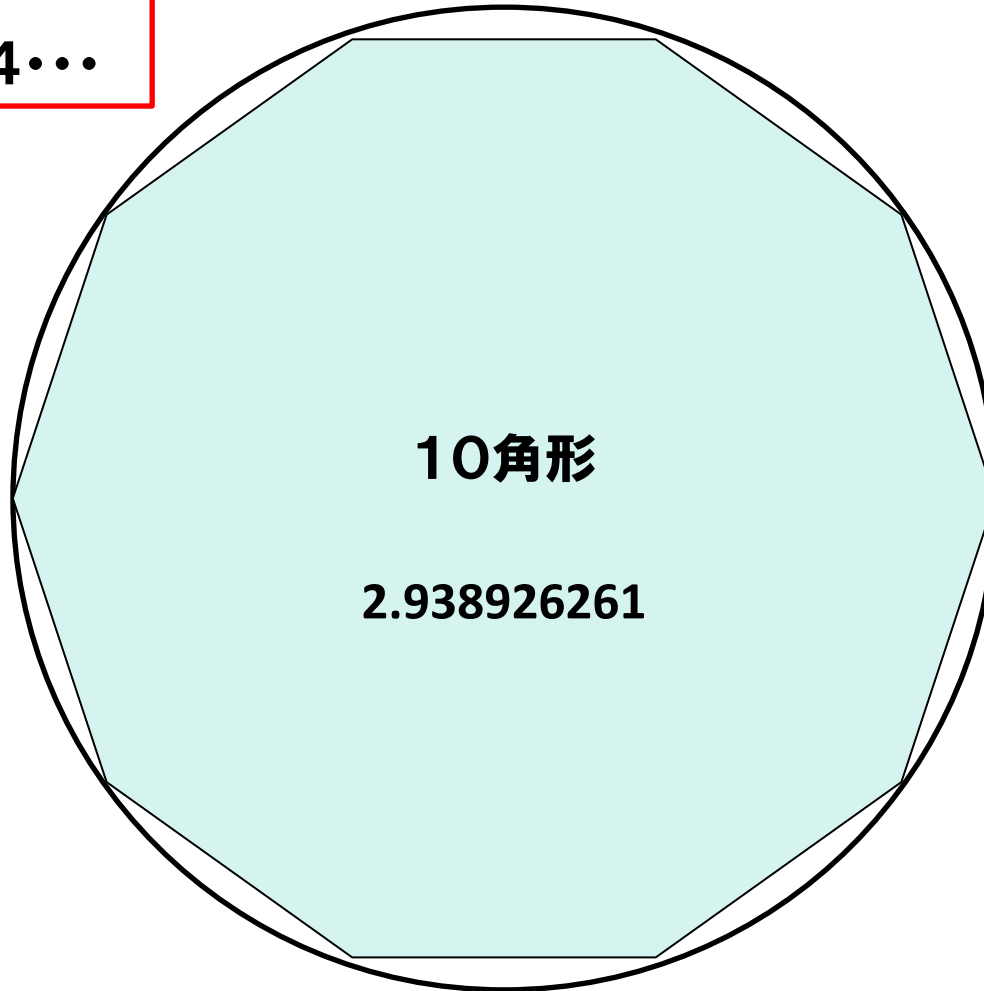
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

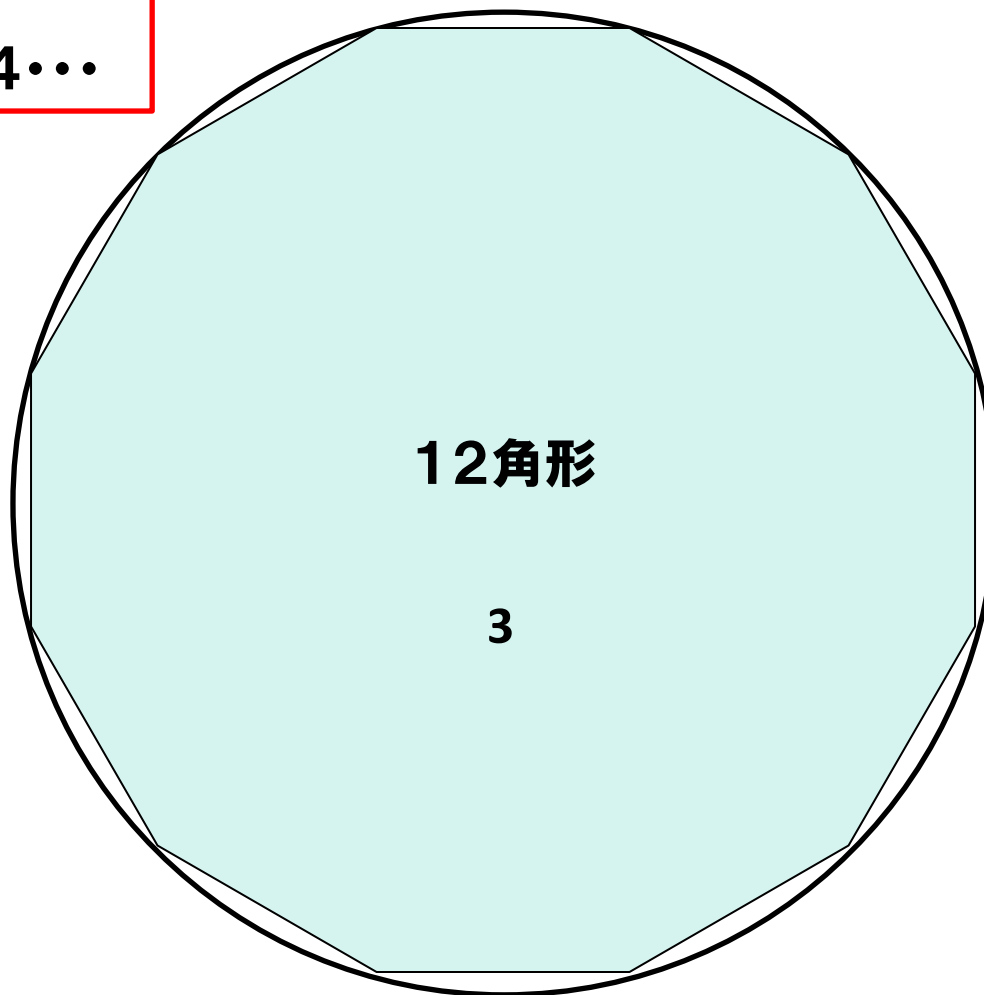
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

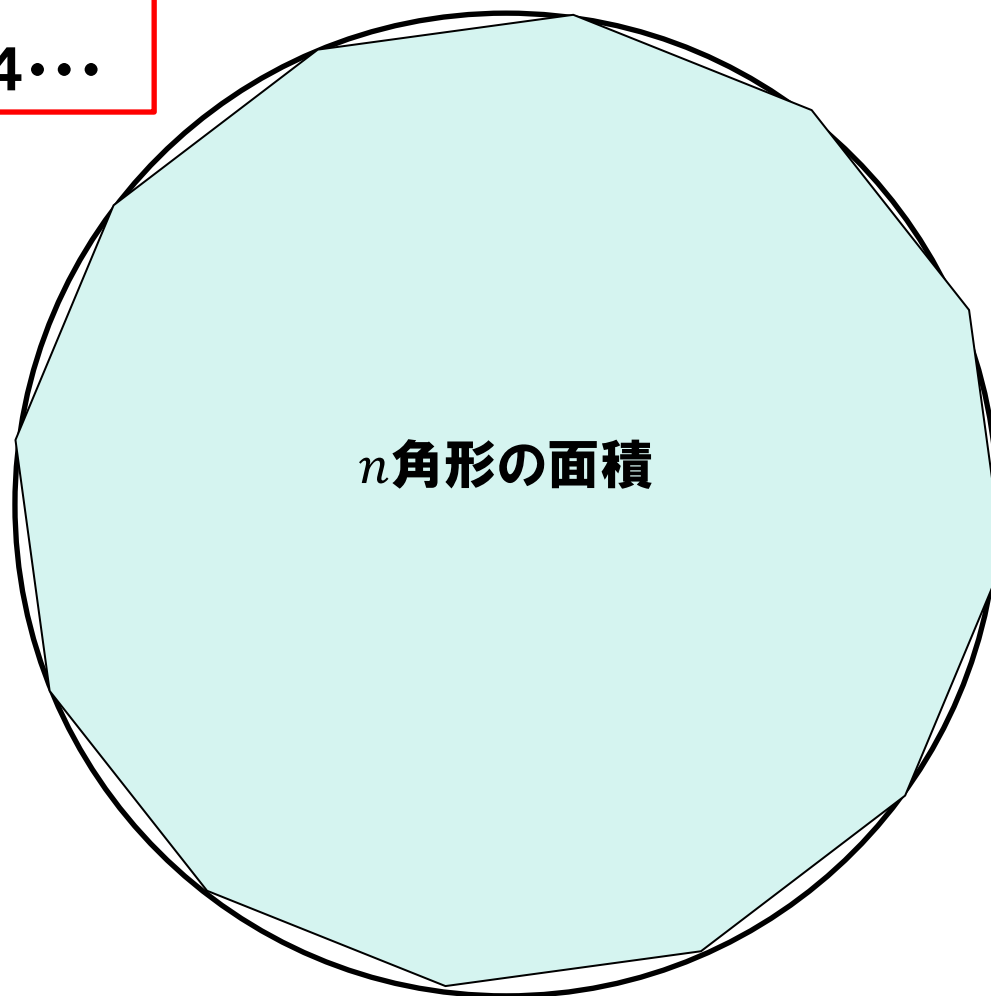
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

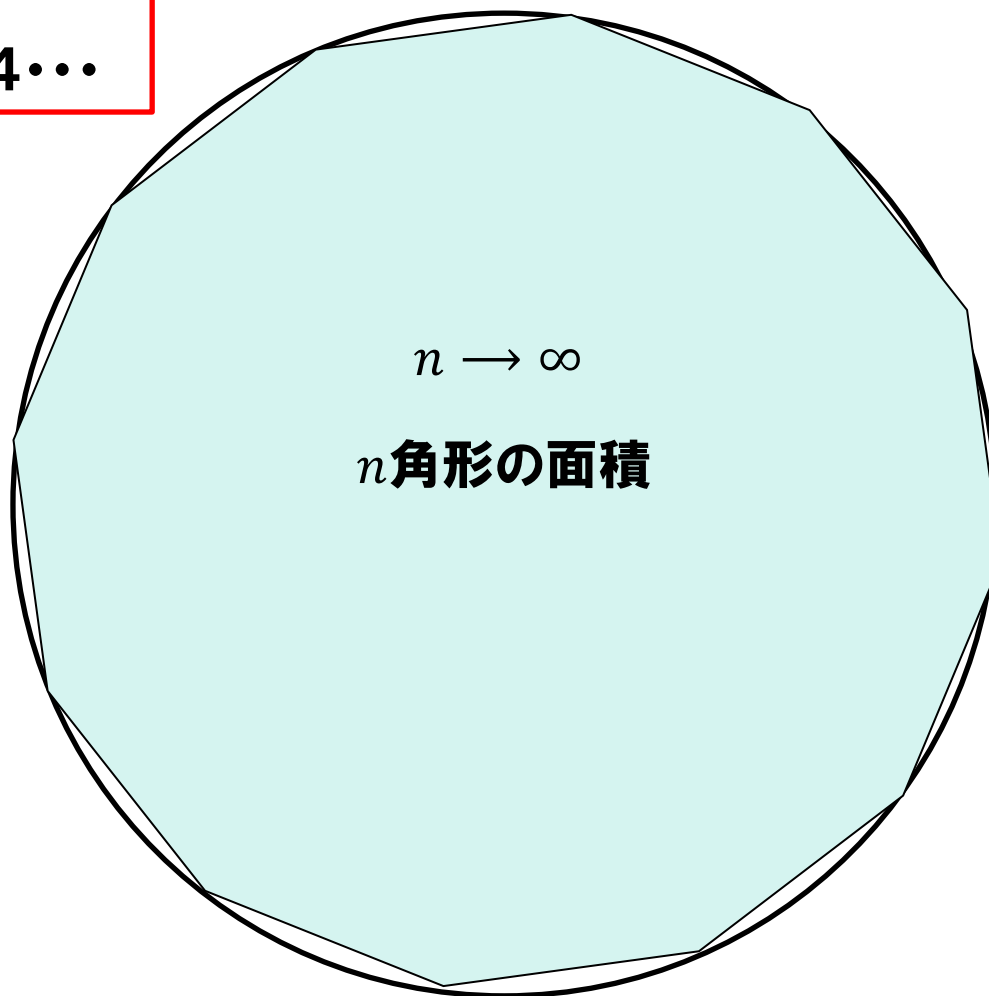
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

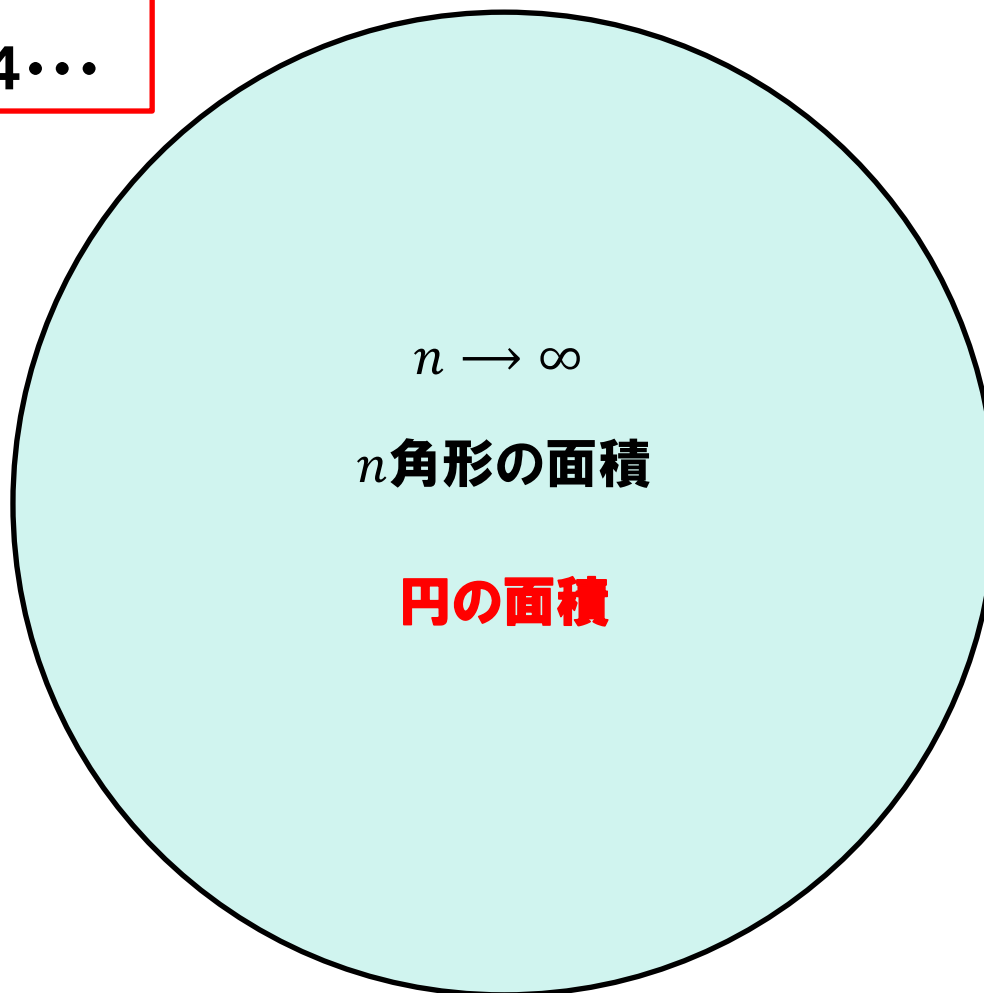
3. 141592654...



アルキメデスの求積法

半径1の円の面積

3. 141592654...



積分法の応用

天文学の大発見



積分法の応用

天文学の大発見



ヨハネス・ケプラー
1571年-1630年



積分法の応用

天文学の大発見

**天動説を打ち砕き
地動説を証明**



**ヨハネス・ケプラー
1571年-1630年**



積分法の応用

天文学の大発見

天動説を打ち砕き
地動説を証明



ヨハネス・ケプラー
1571年-1630年



積分法の応用



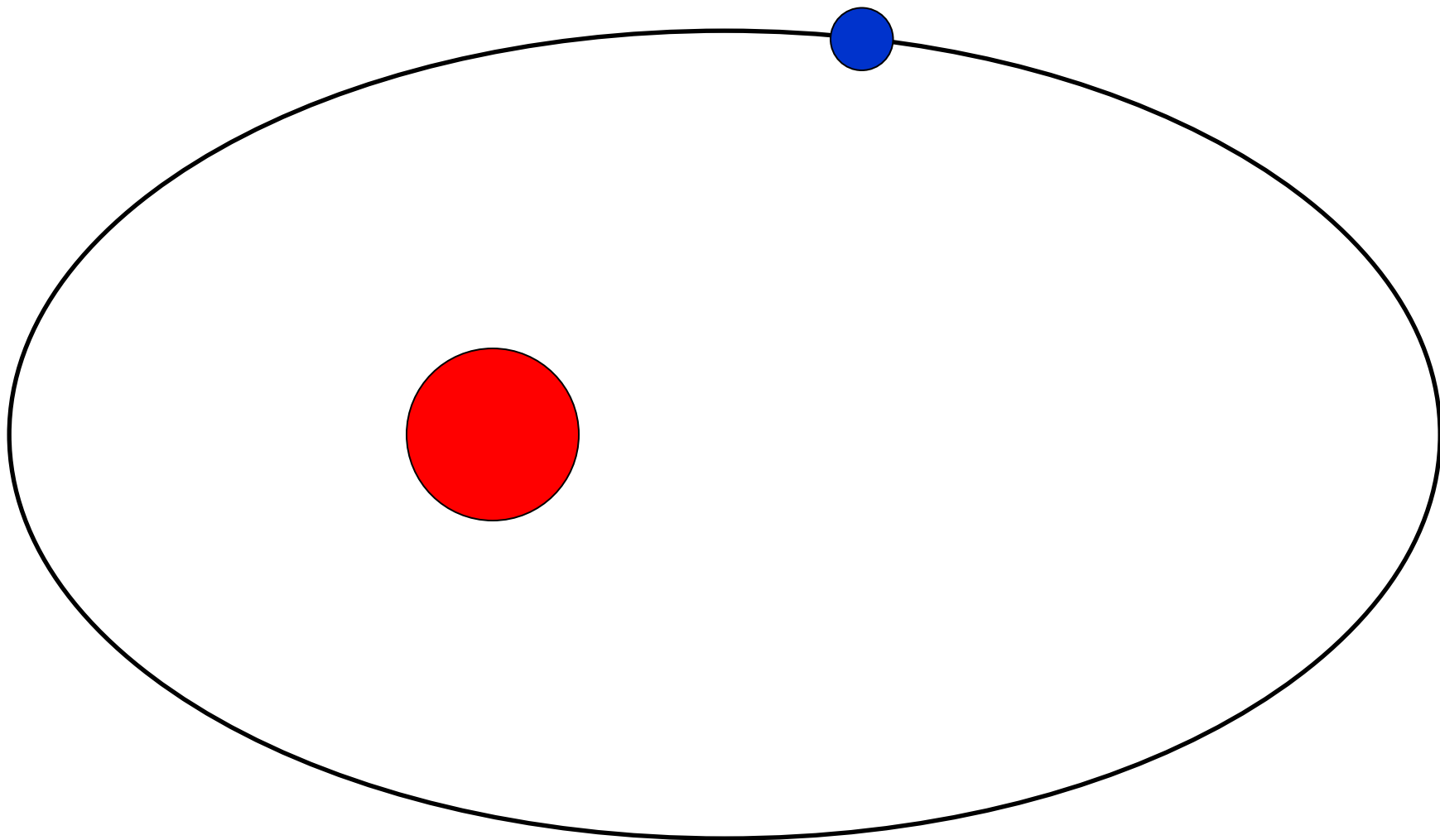
ティコ・ブラーエ
1546年-1601年



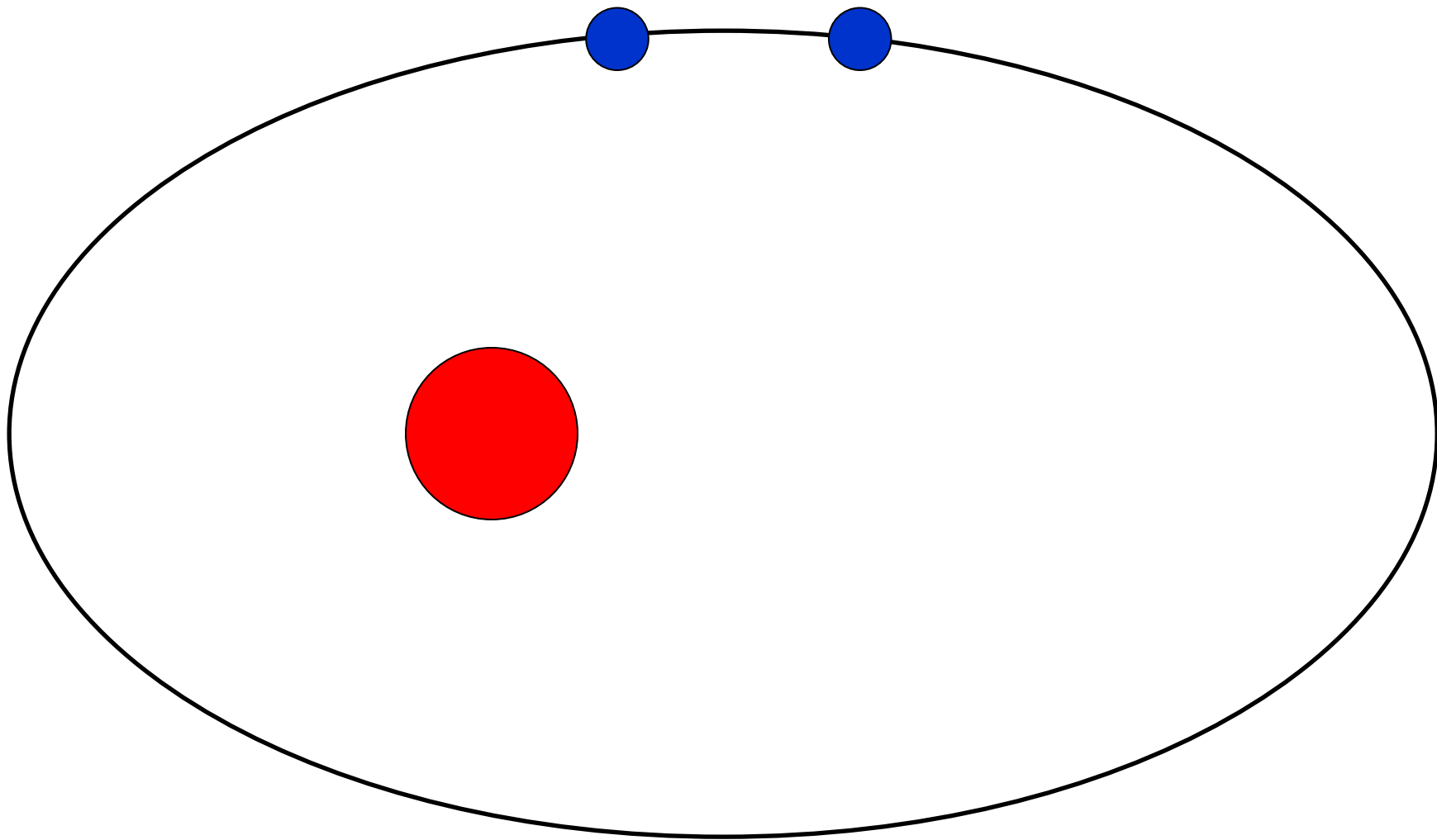
ヨハネス・ケプラー
1571年-1630年

ケプラーの法則

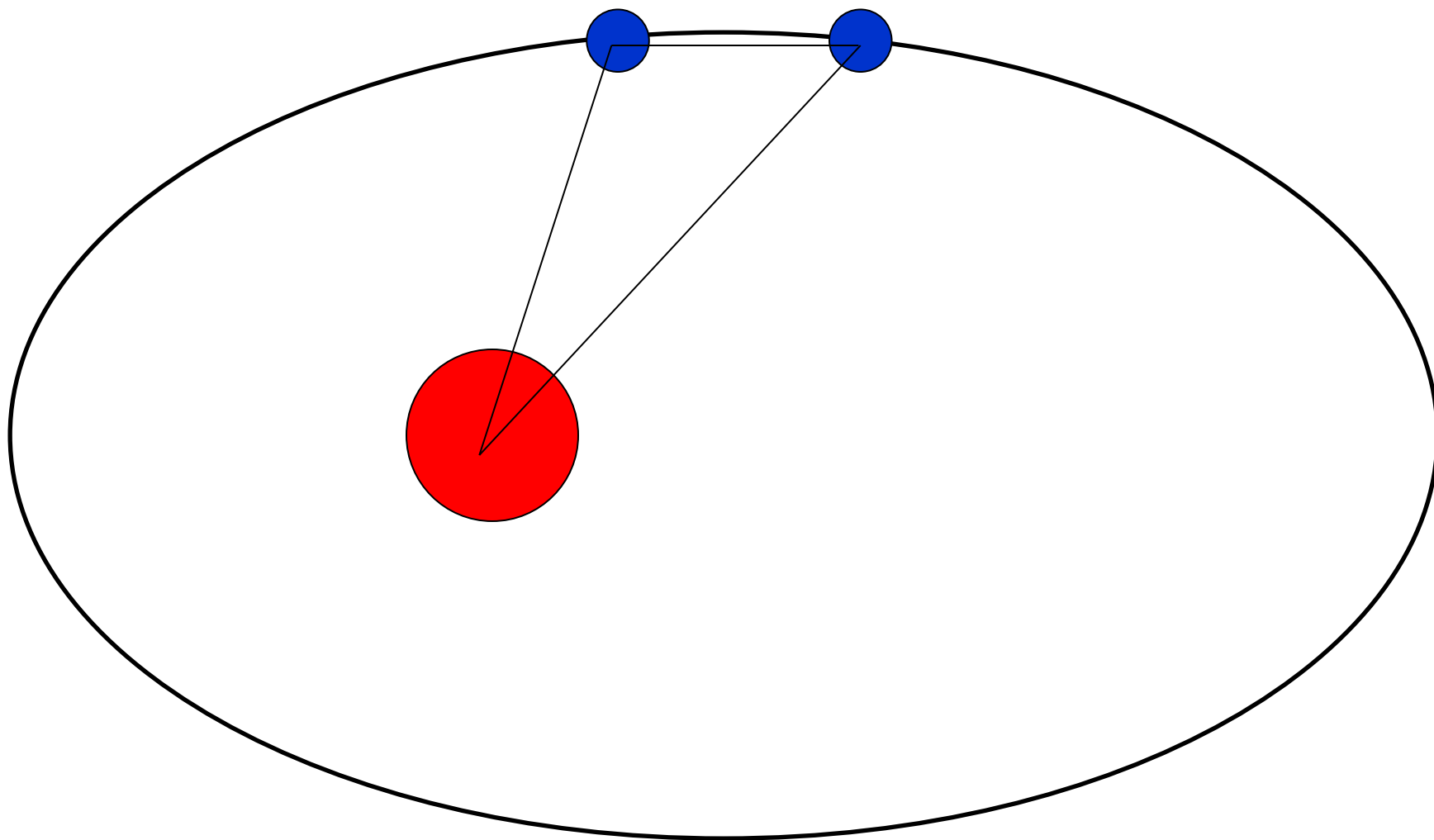
ケプラーの法則



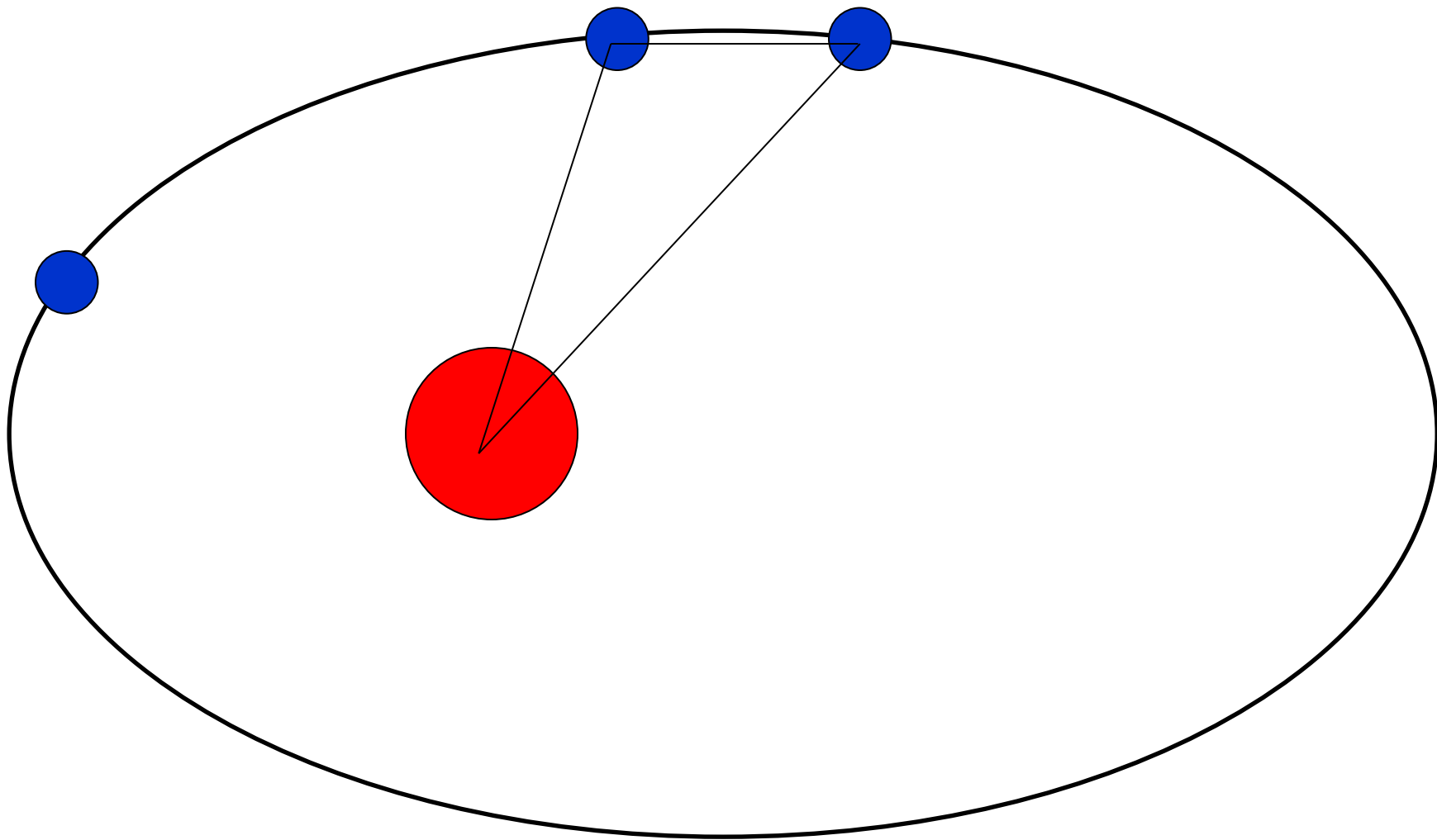
ケプラーの法則



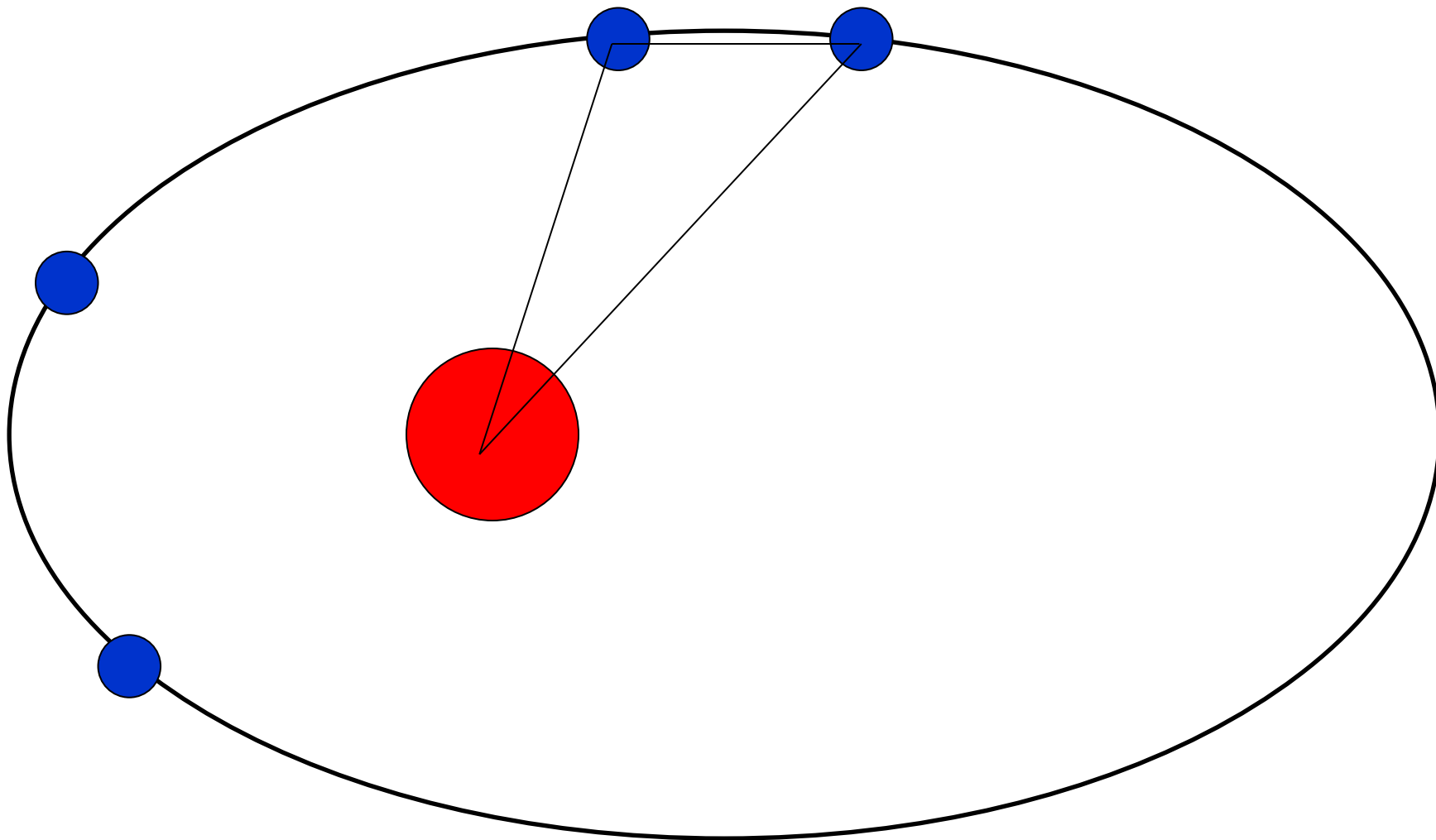
ケプラーの法則



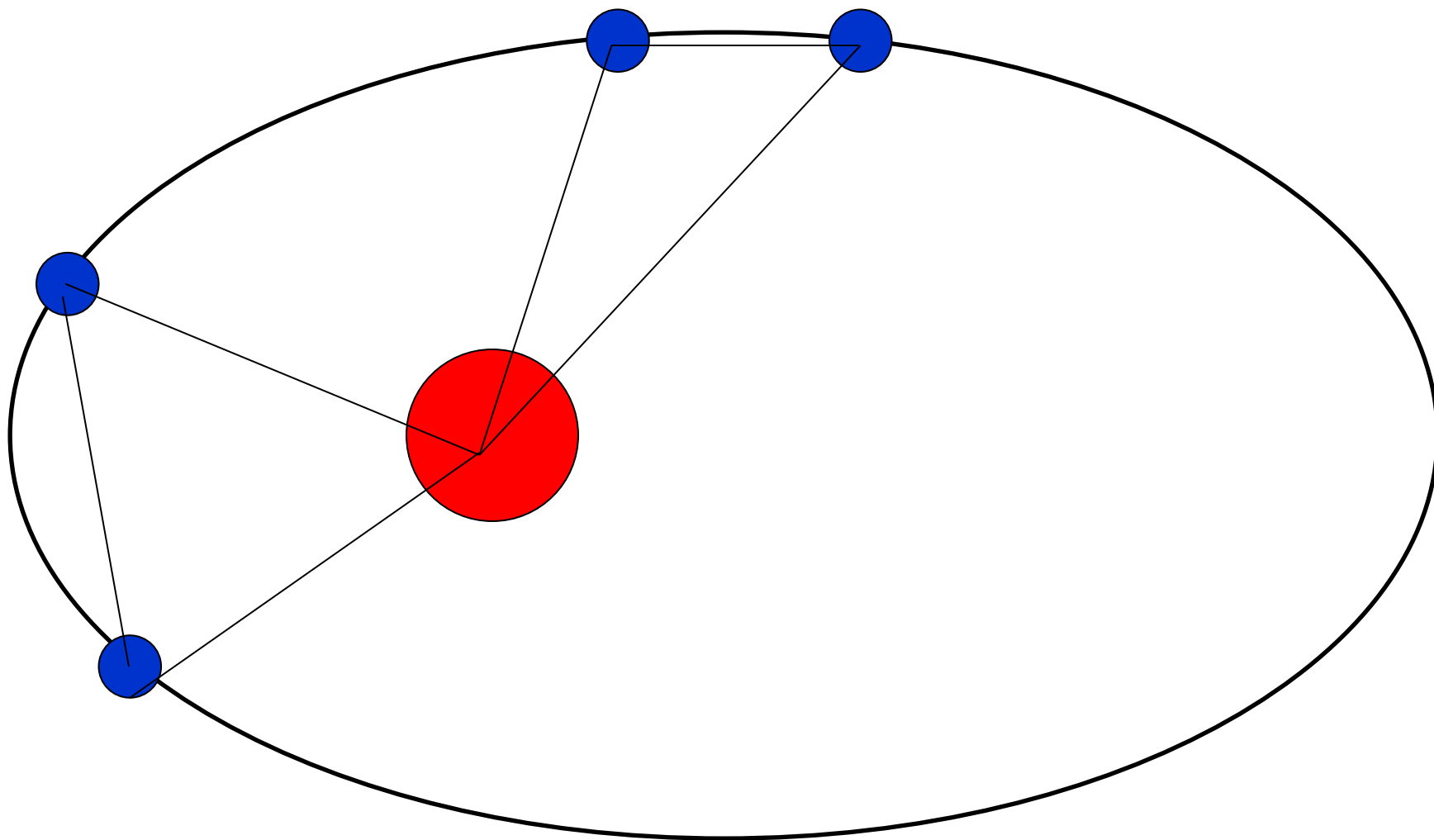
ケプラーの法則



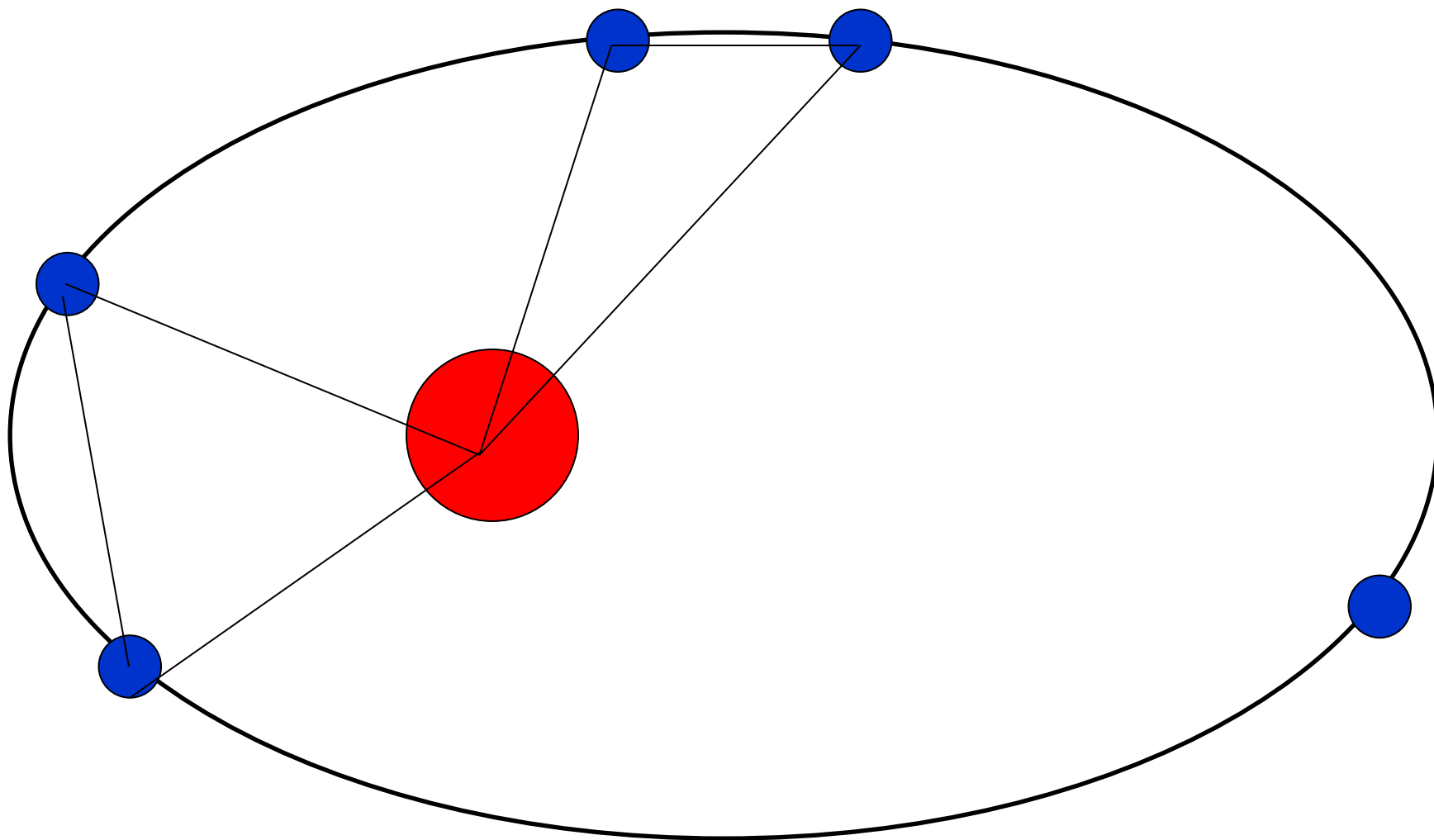
ケプラーの法則



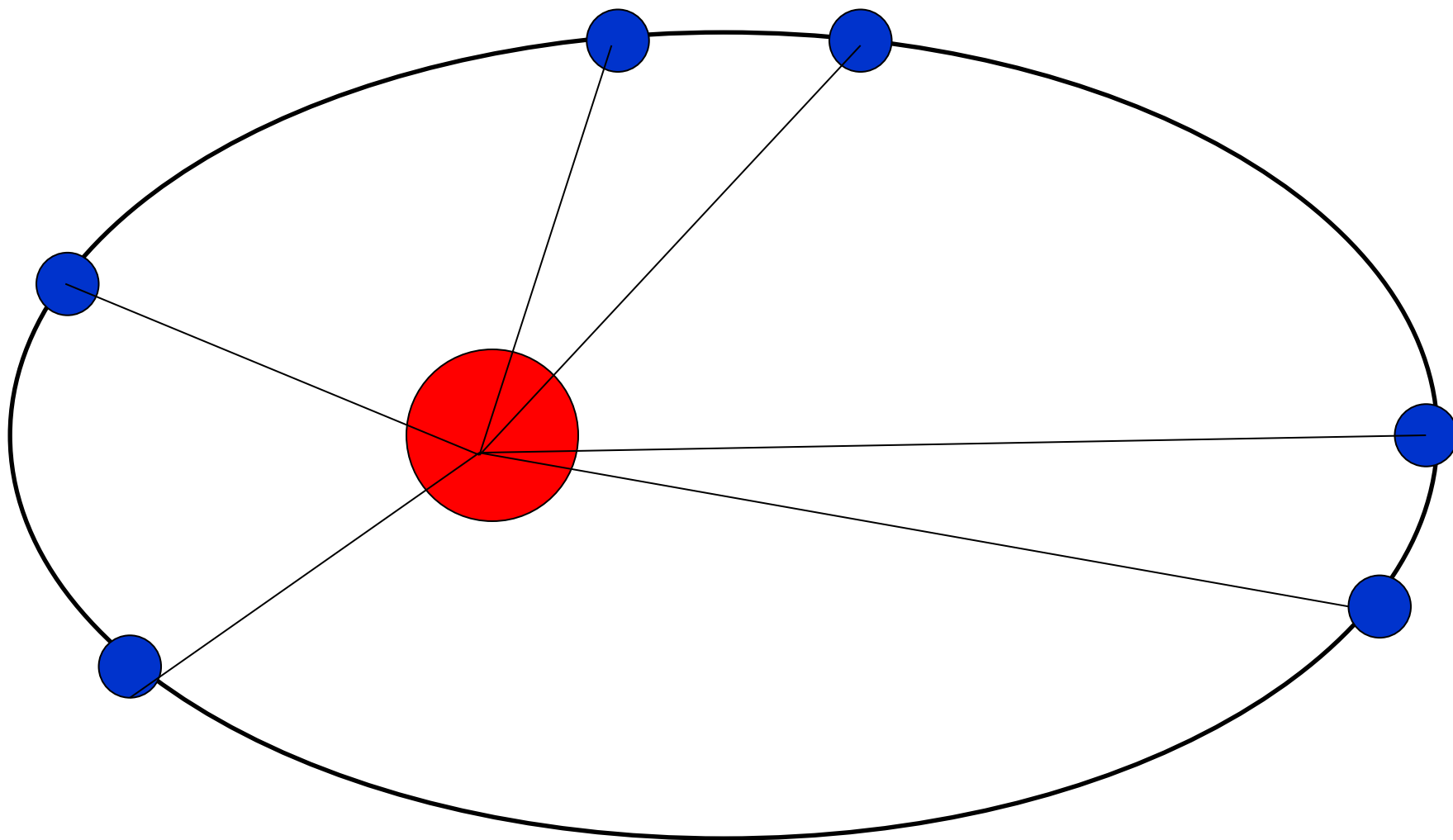
ケプラーの法則



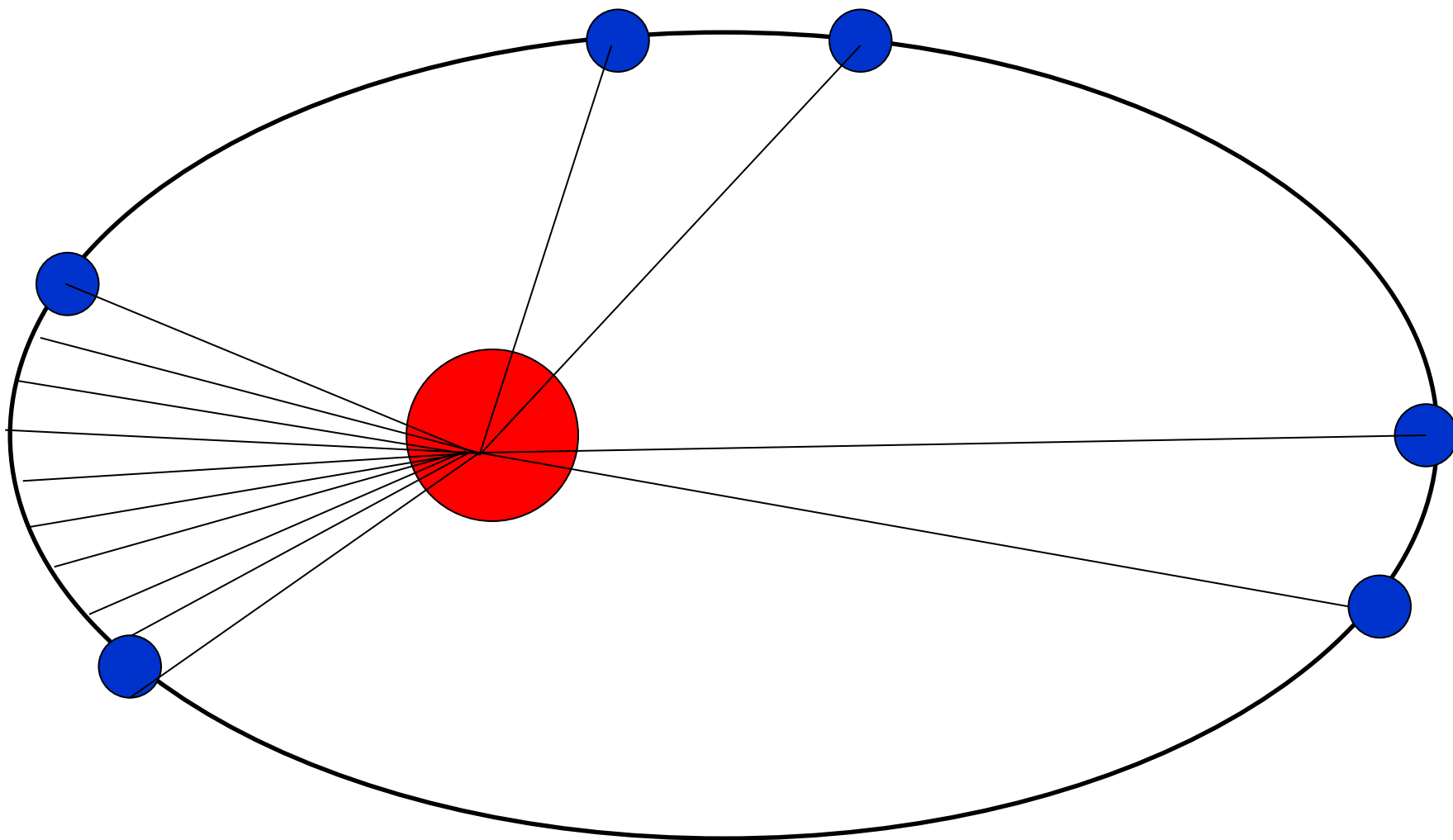
ケプラーの法則



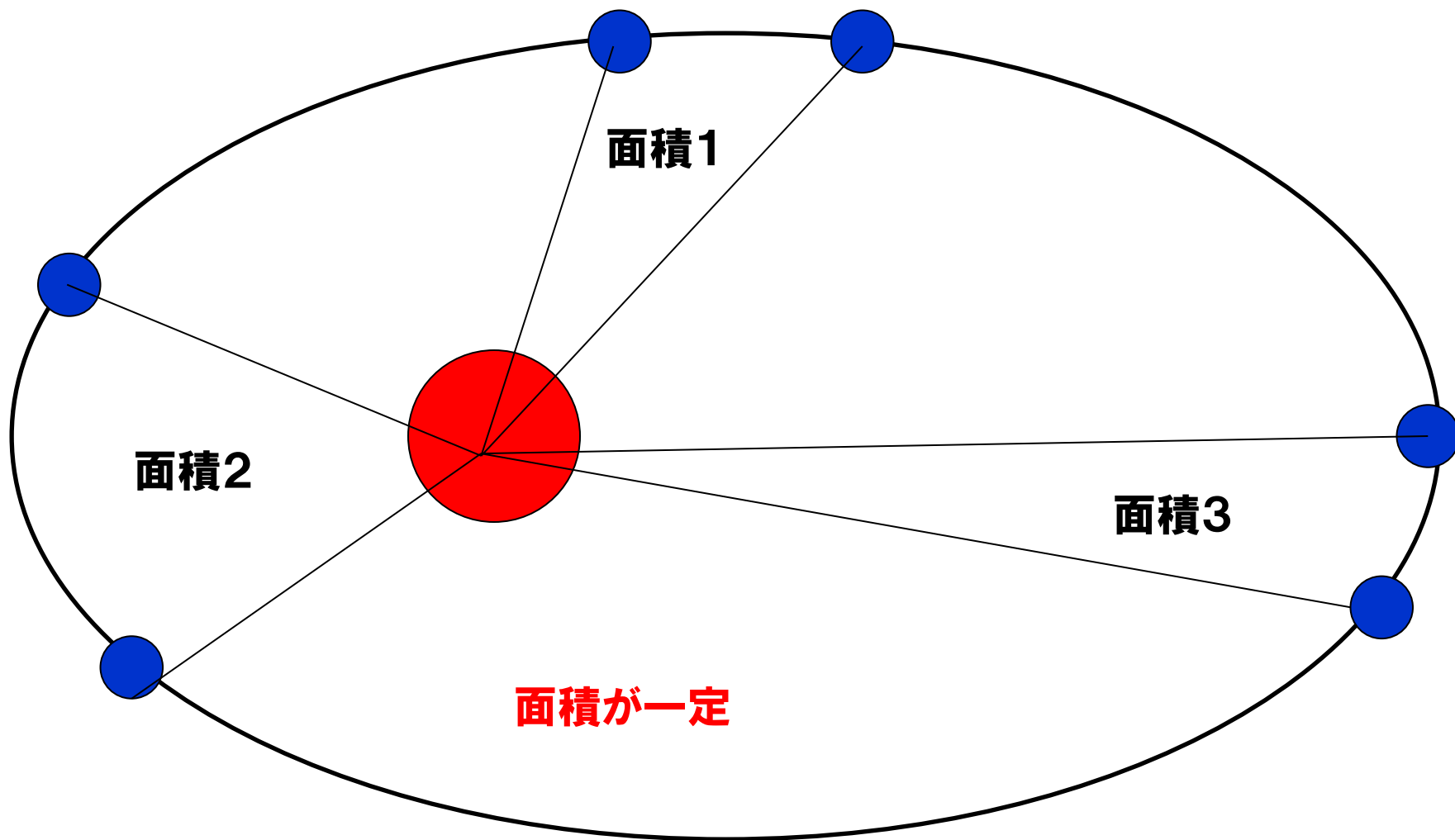
ケプラーの法則



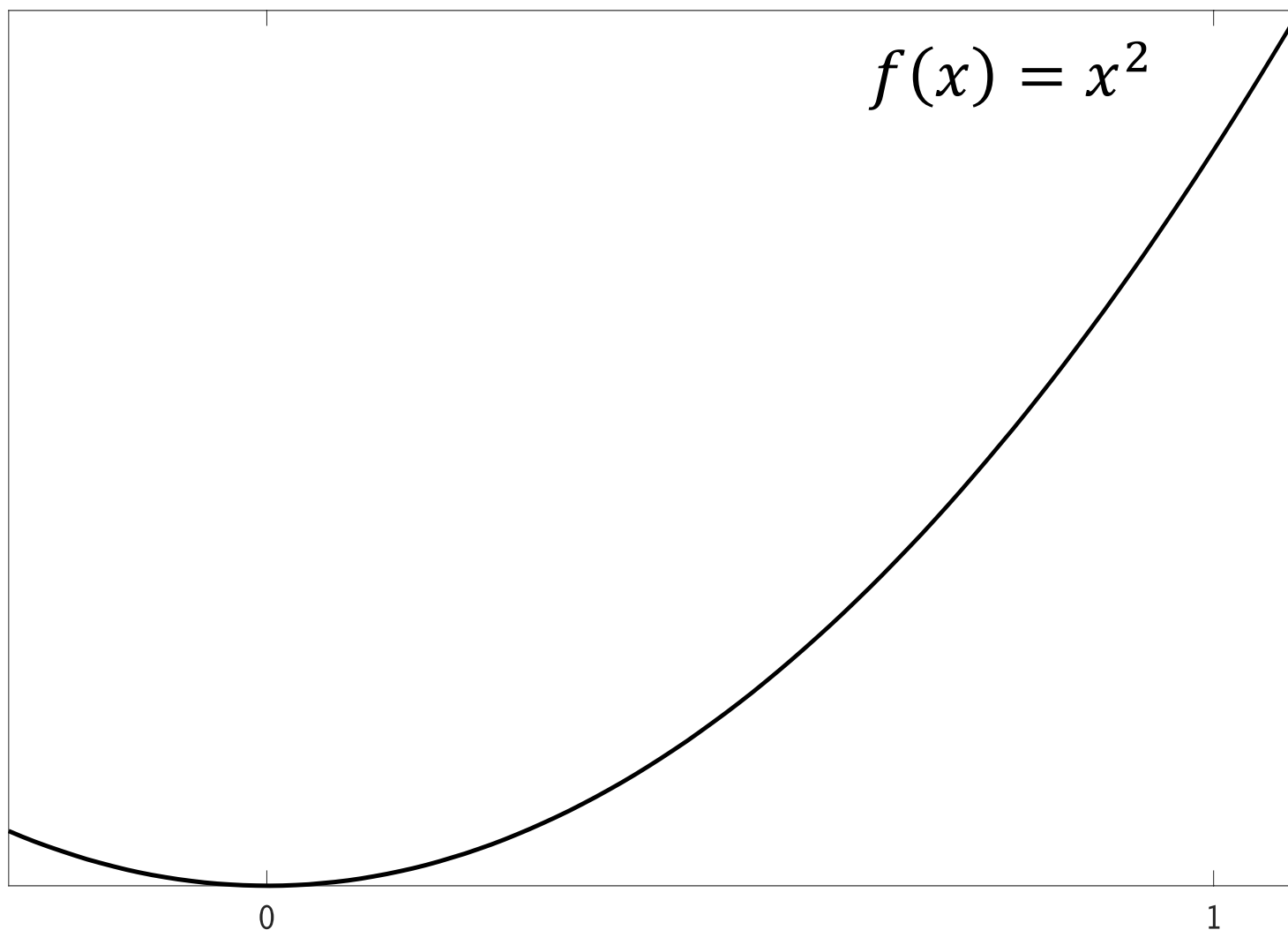
ケプラーの法則



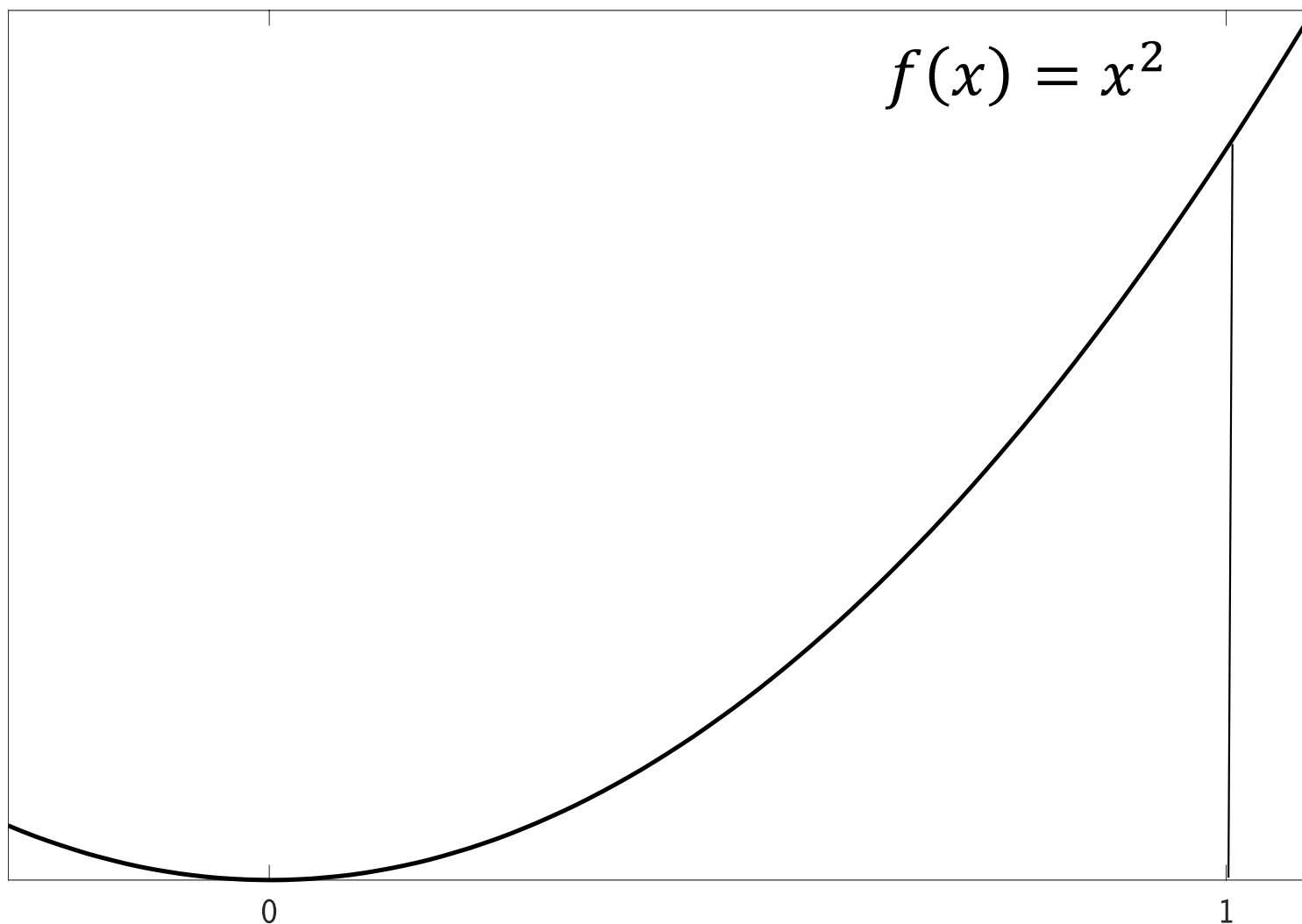
ケプラーの法則



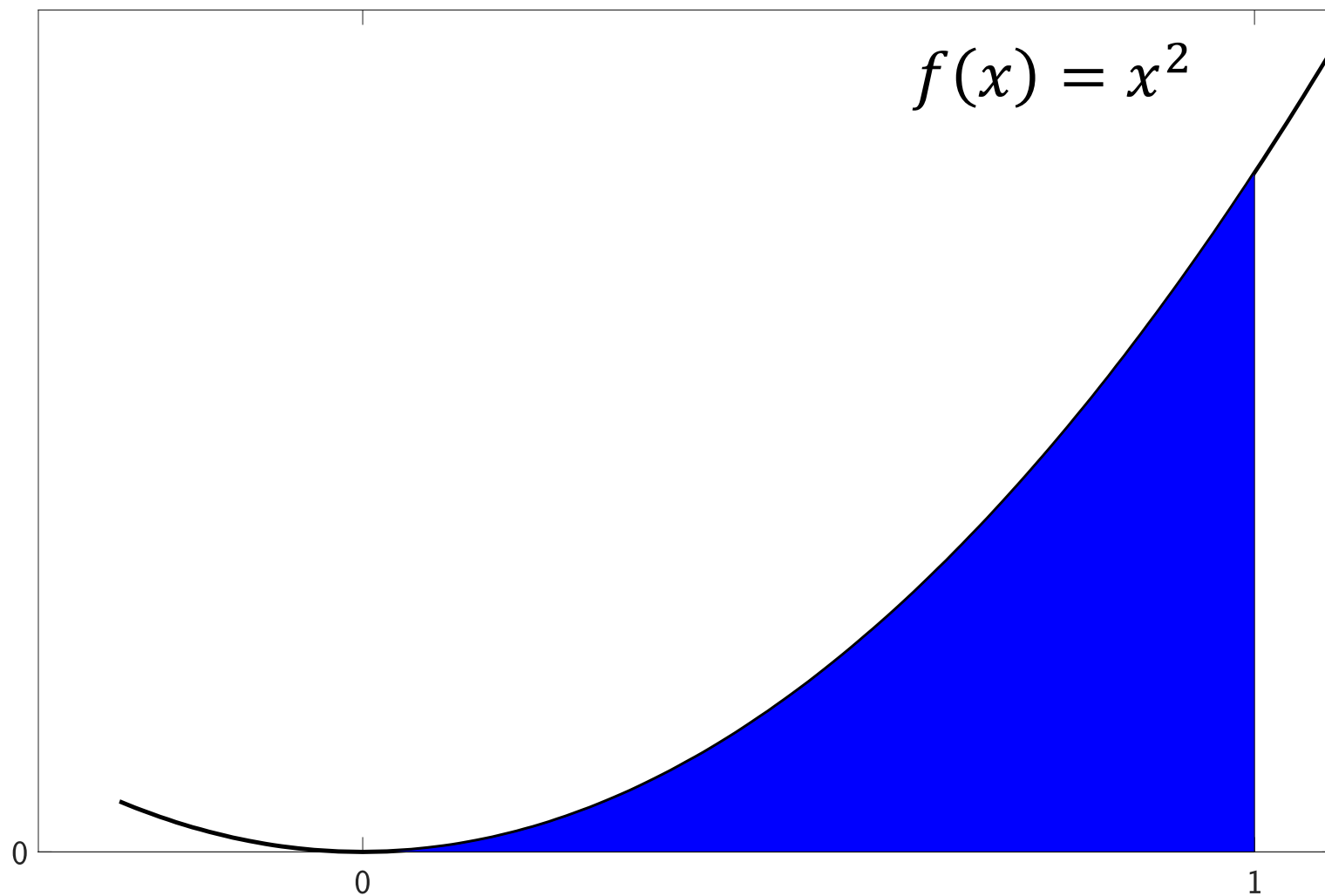
リーマンの区分求積法



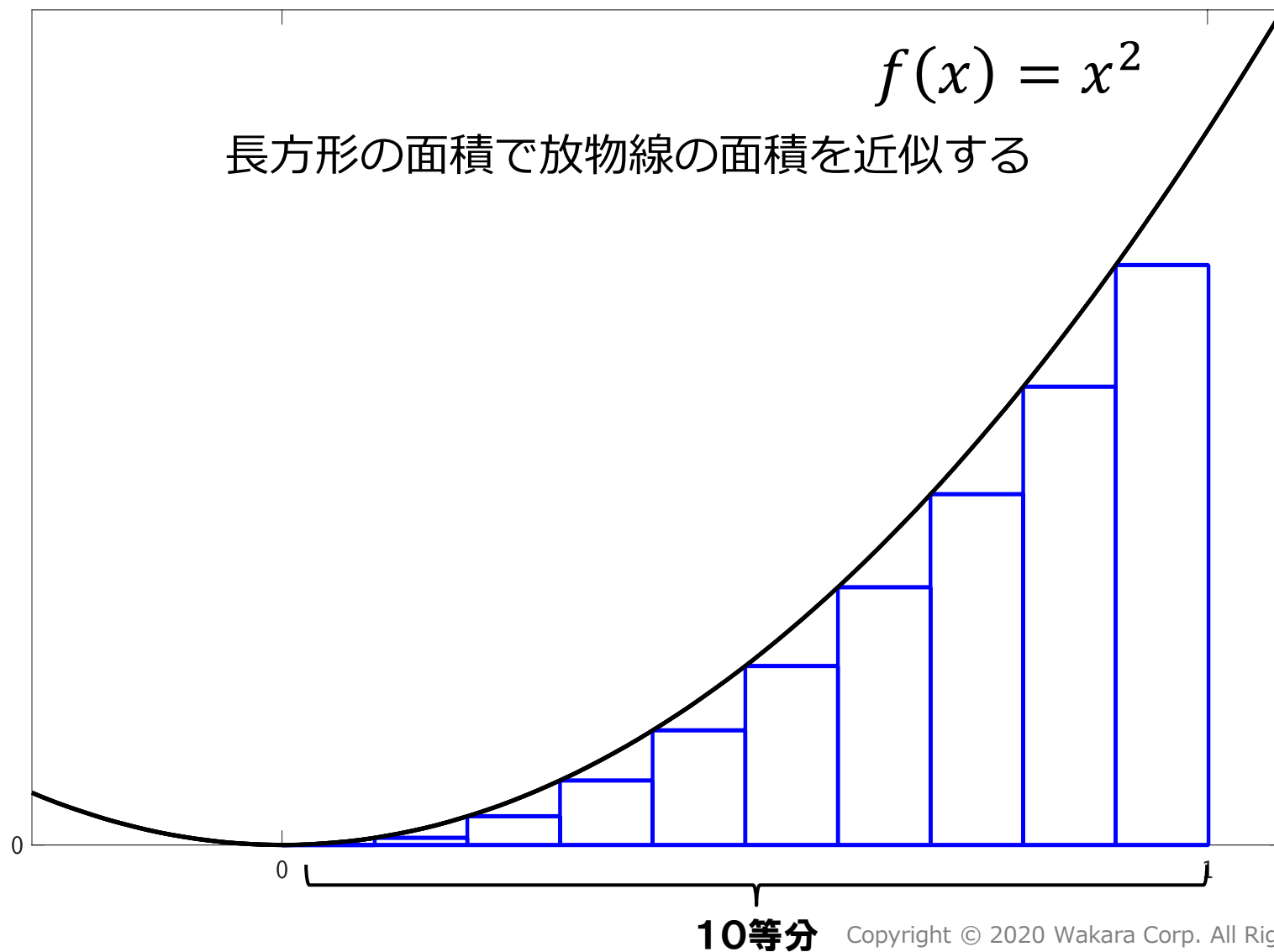
リーマンの区分求積法



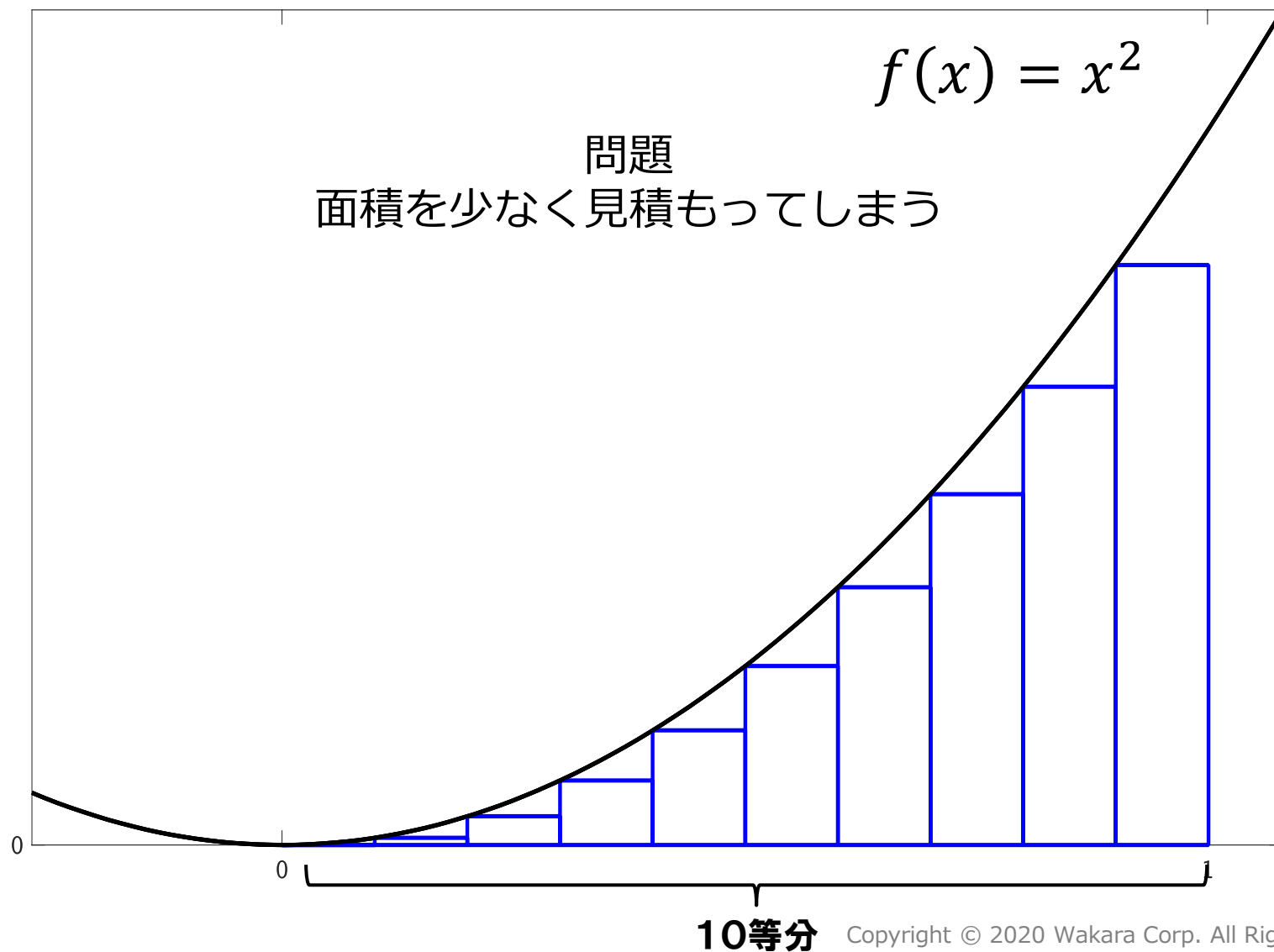
リーマンの区分求積法



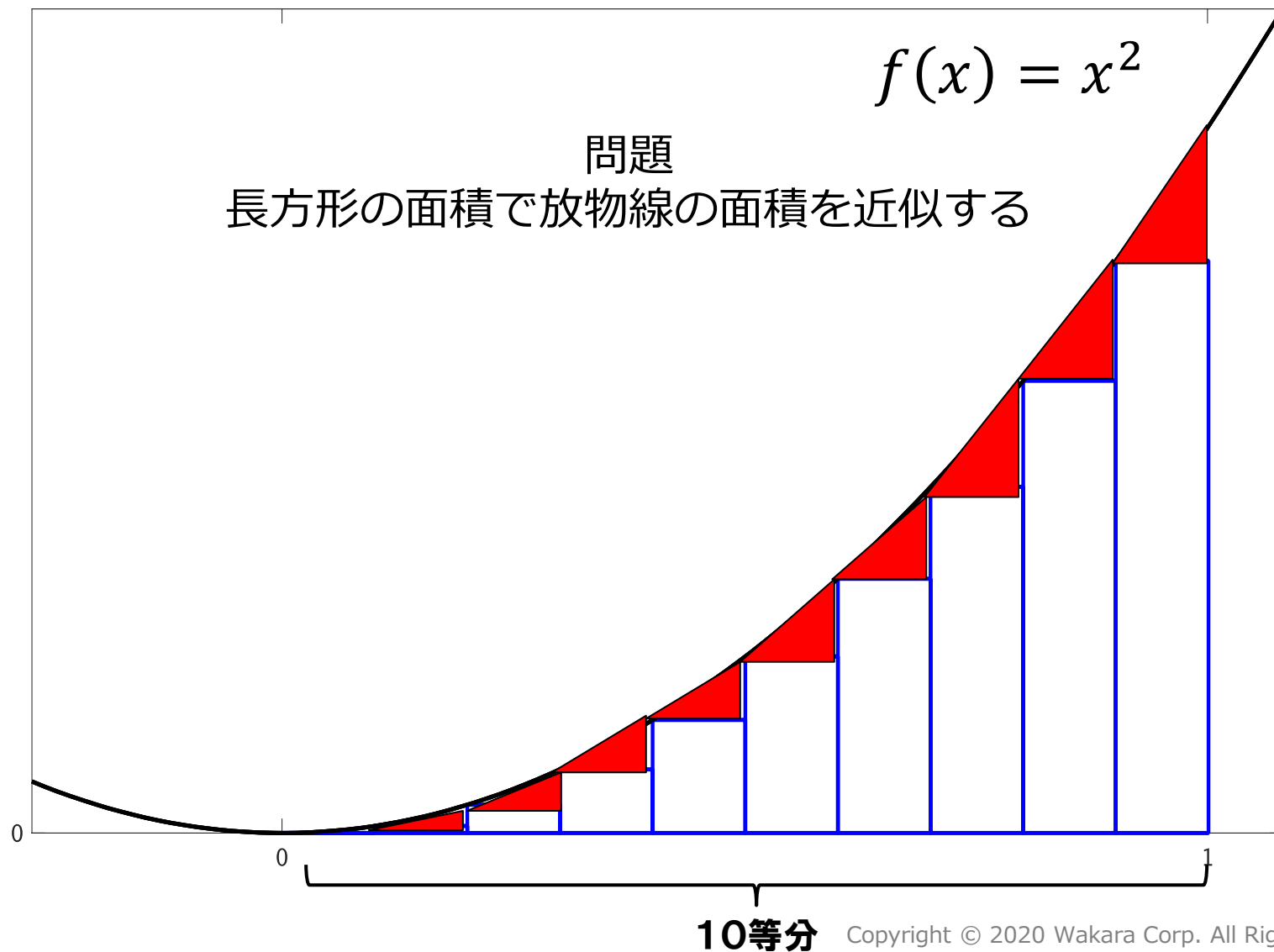
リーマンの区分求積法



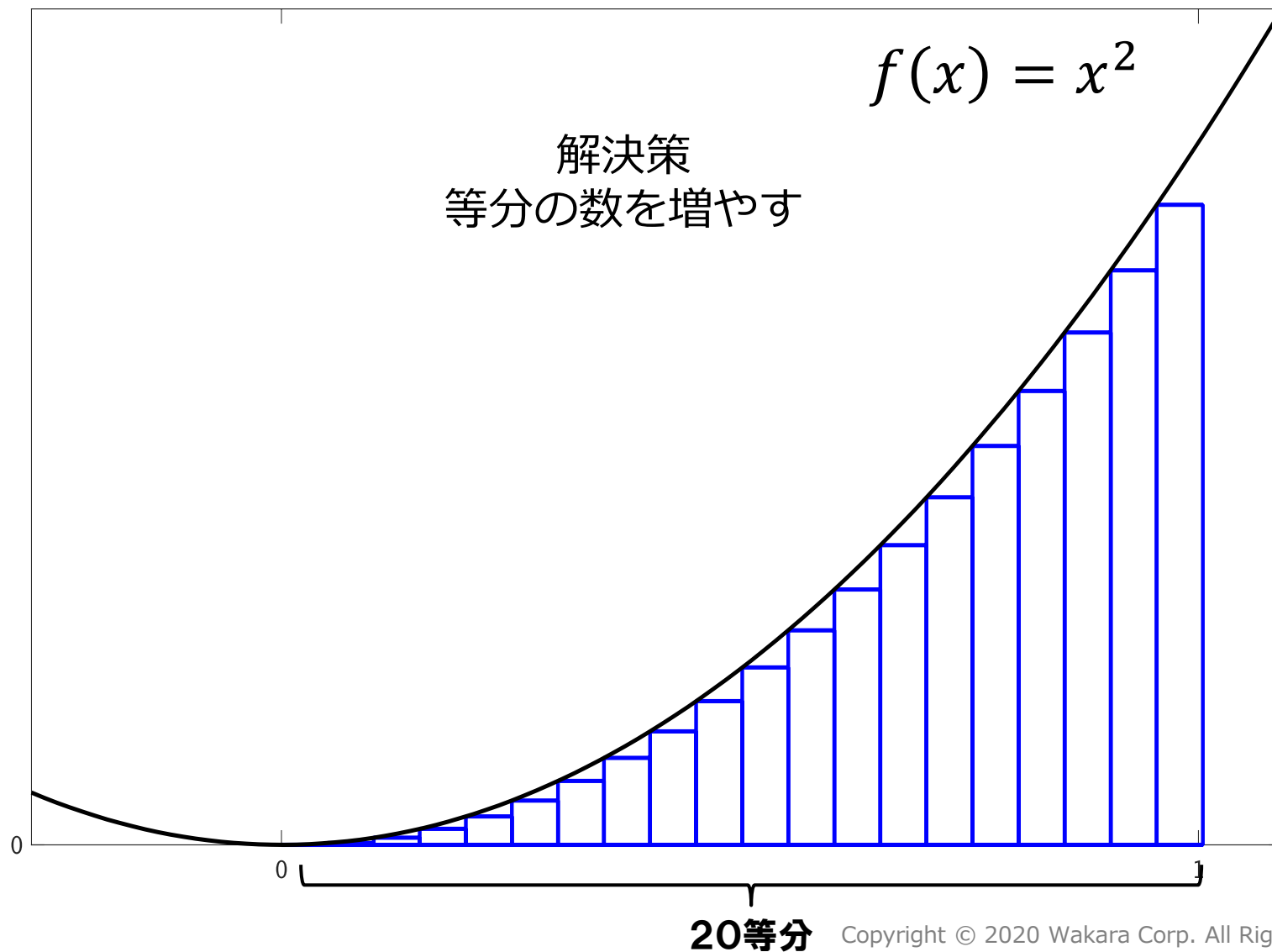
リーマンの区分求積法



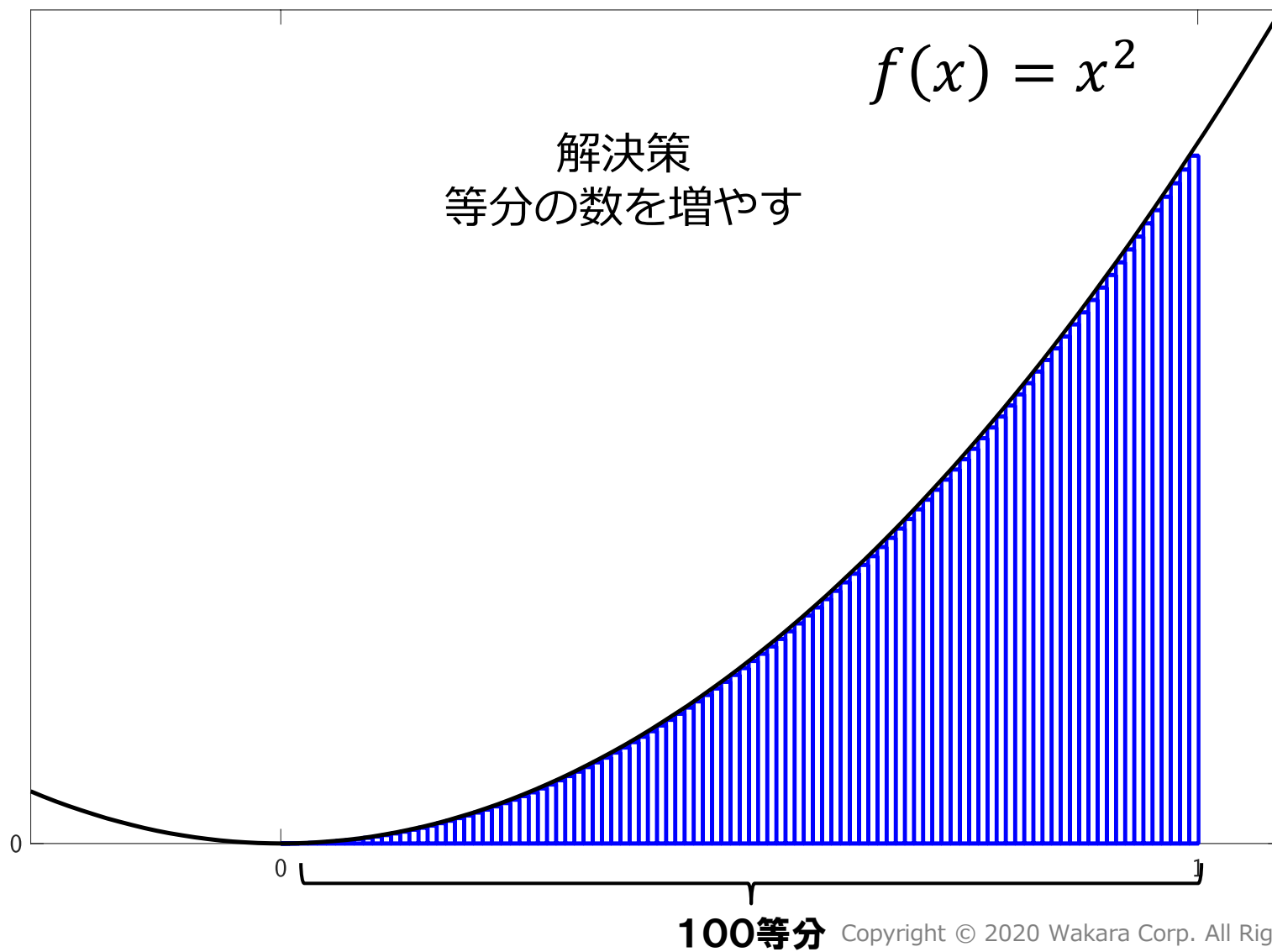
リーマンの区分求積法



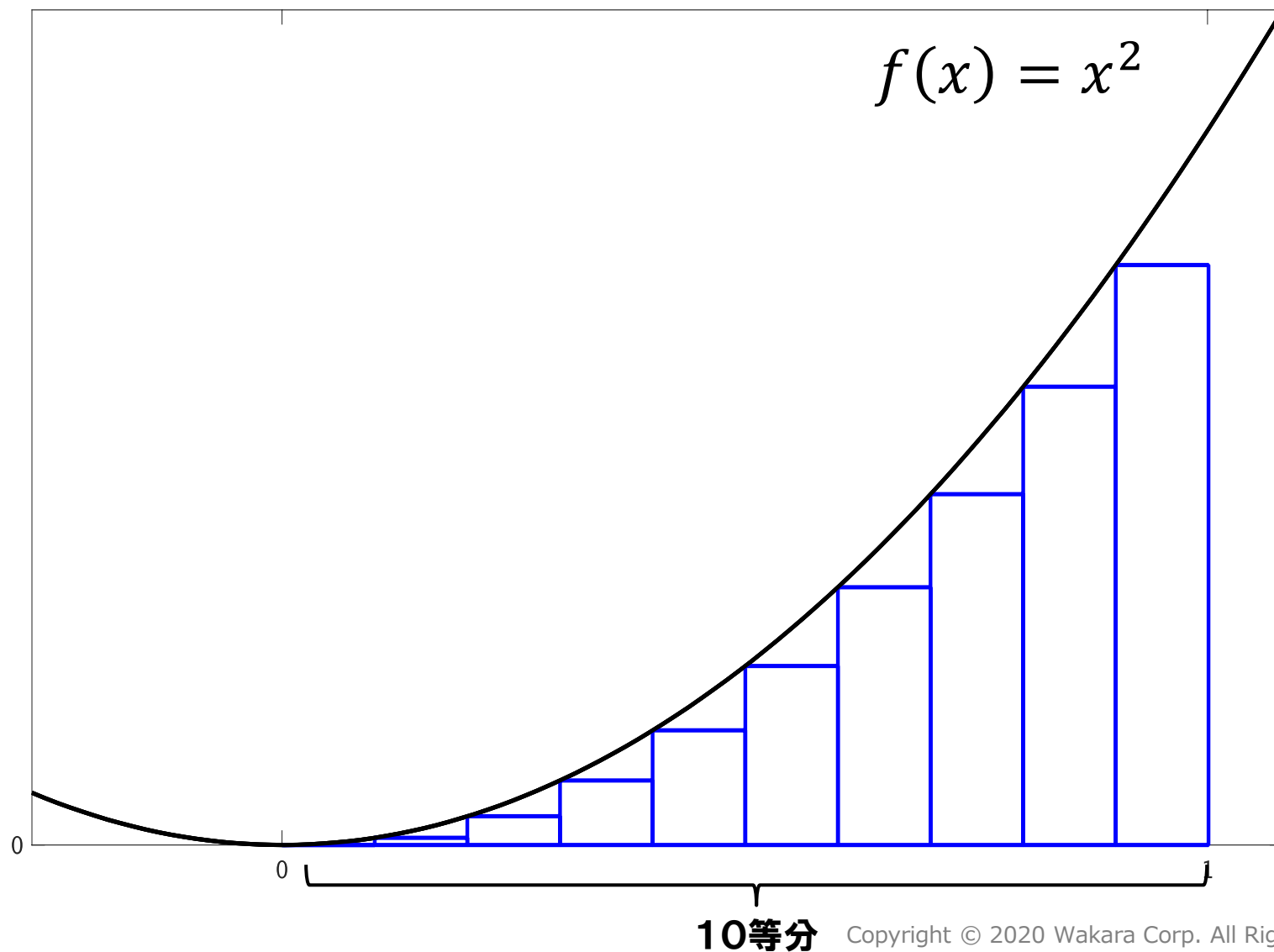
リーマンの区分求積法



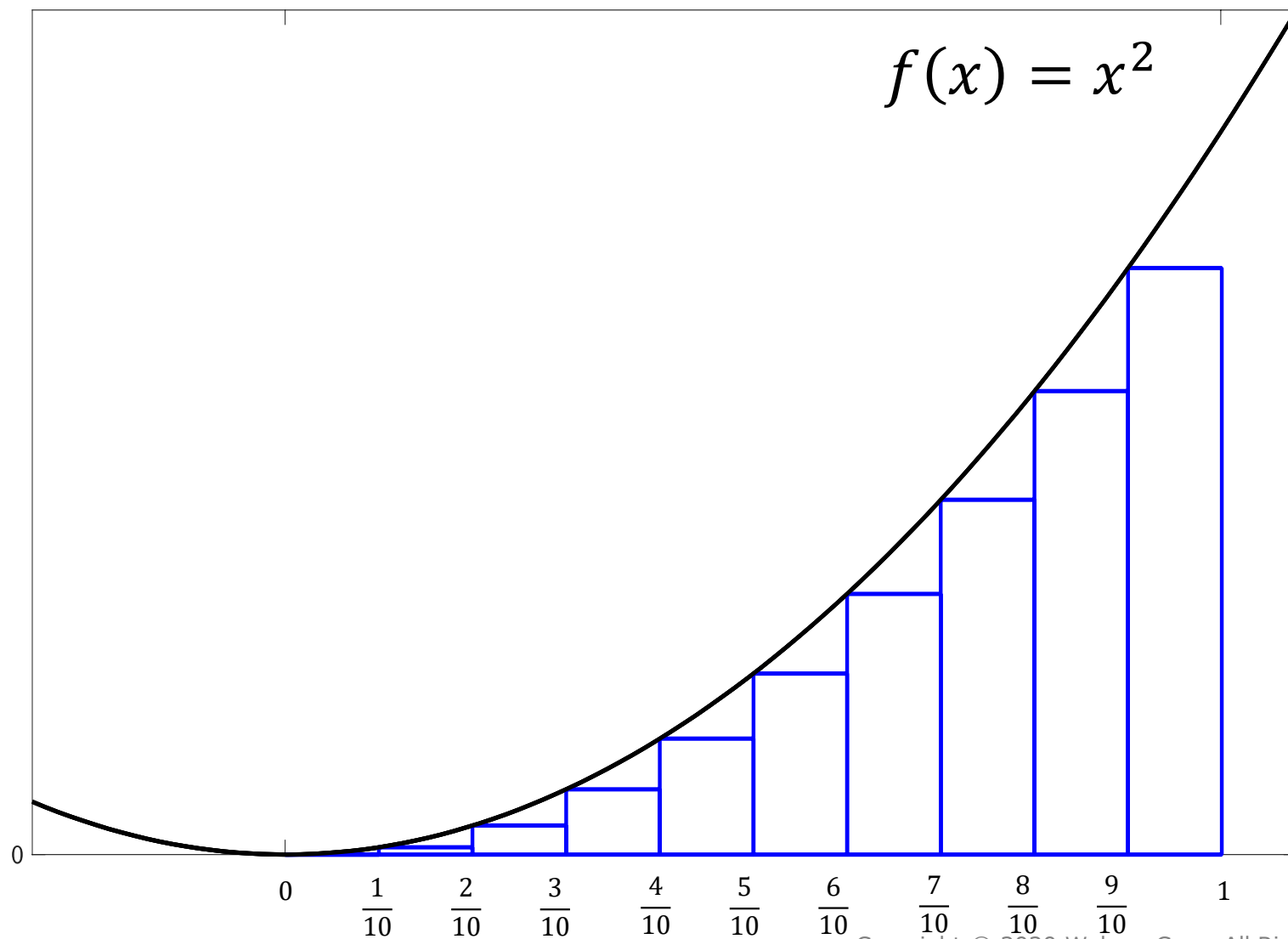
リーマンの区分求積法



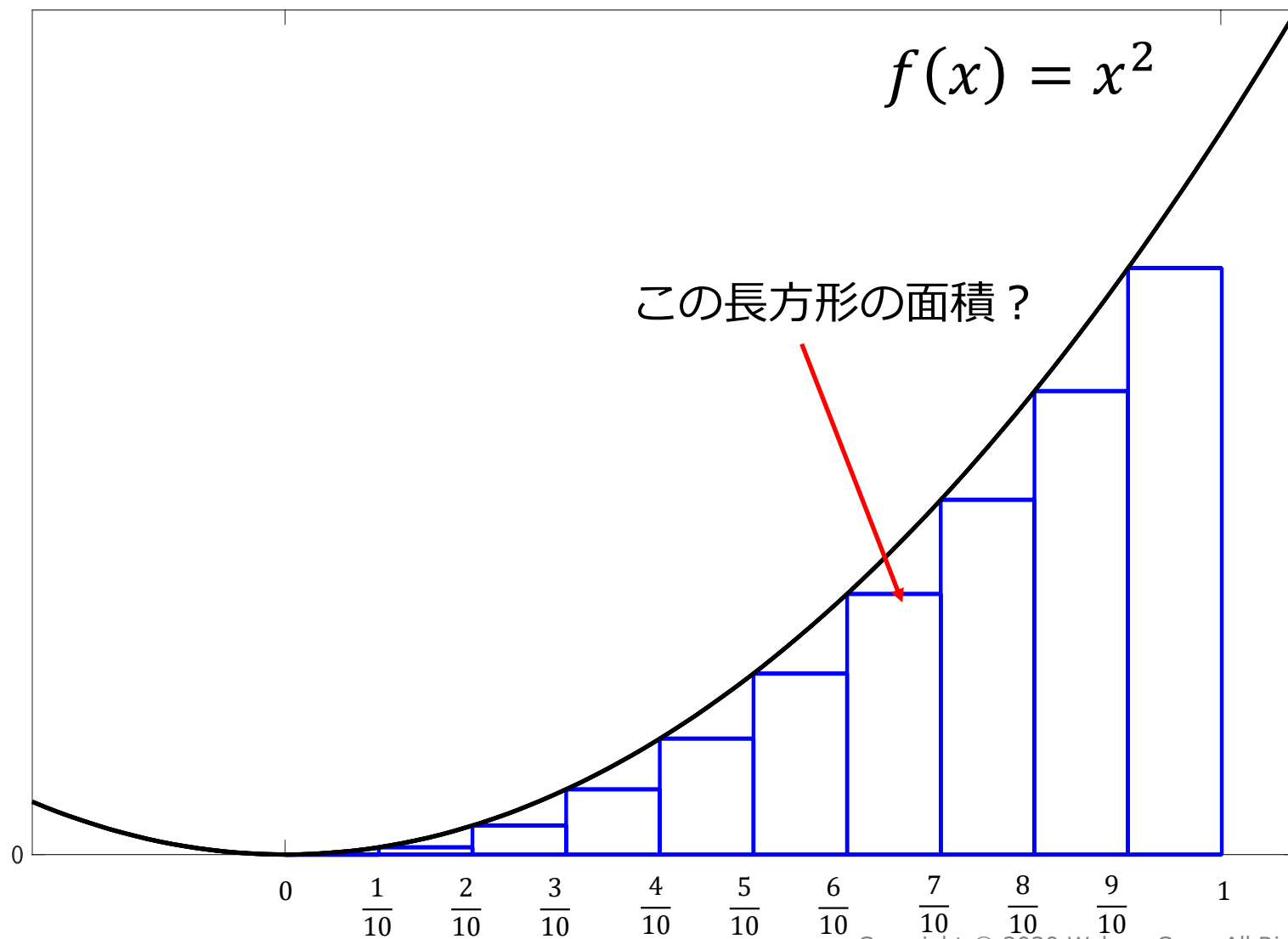
リーマンの区分求積法



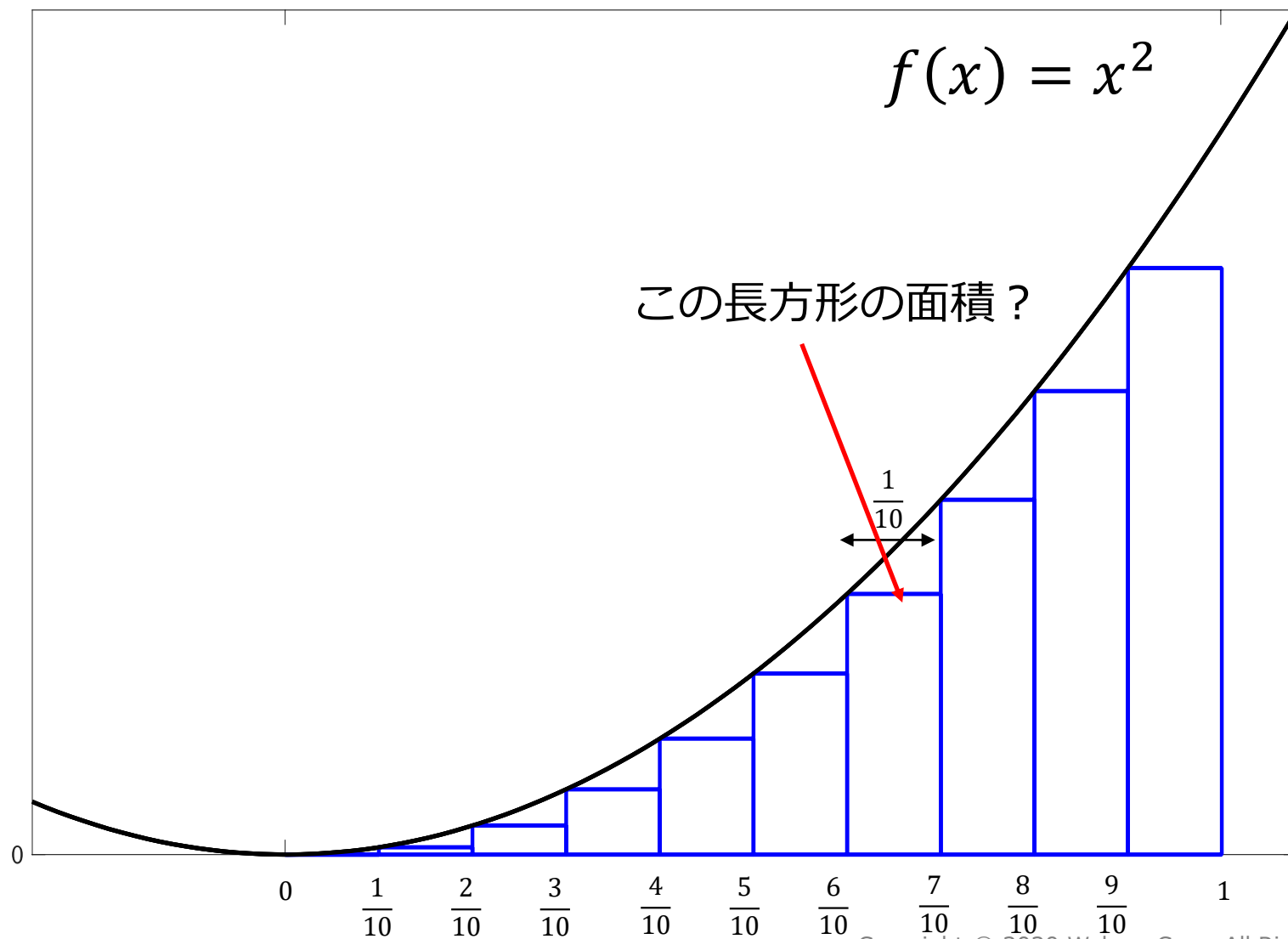
リーマンの区分求積法



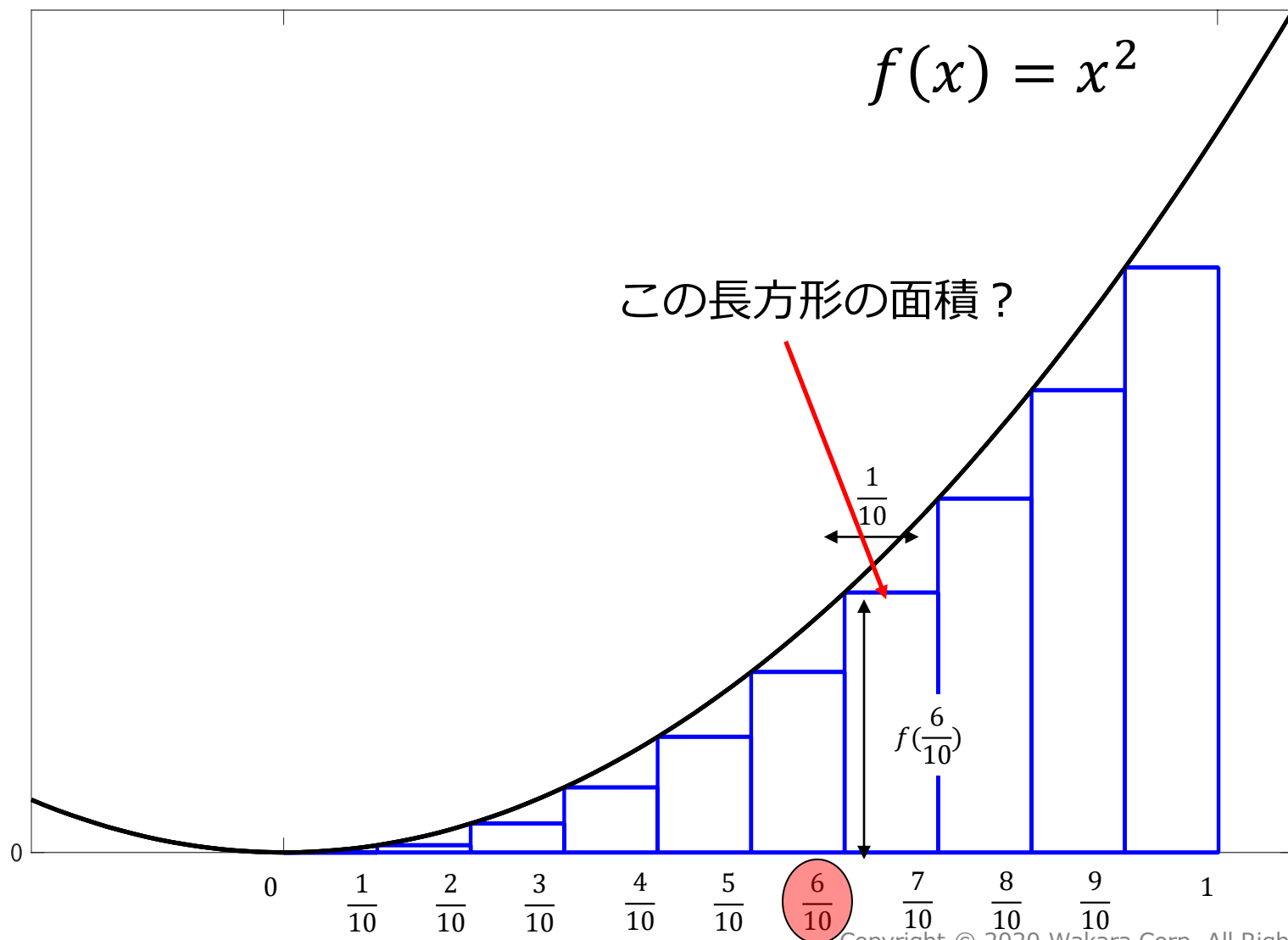
リーマンの区分求積法



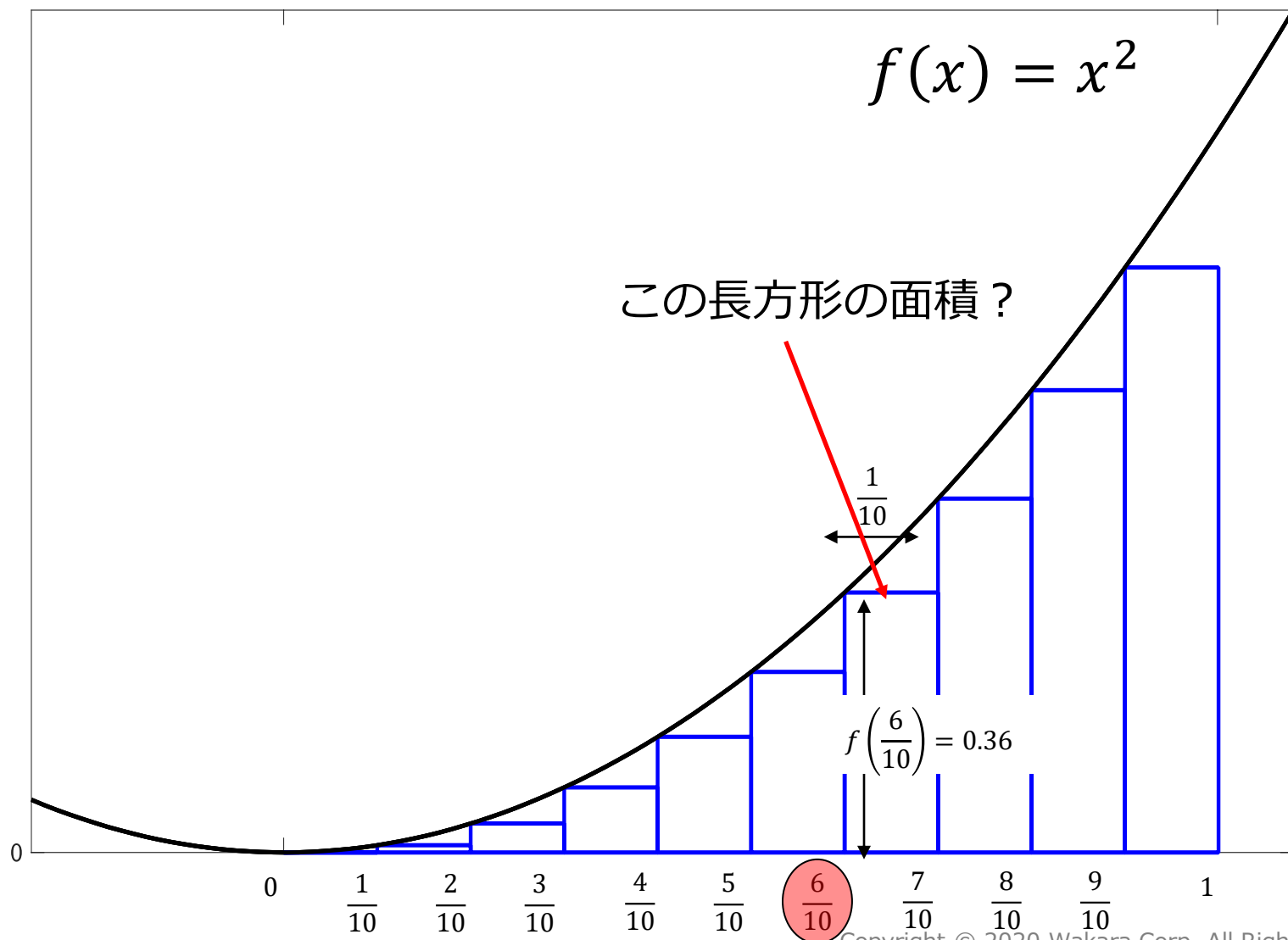
リーマンの区分求積法



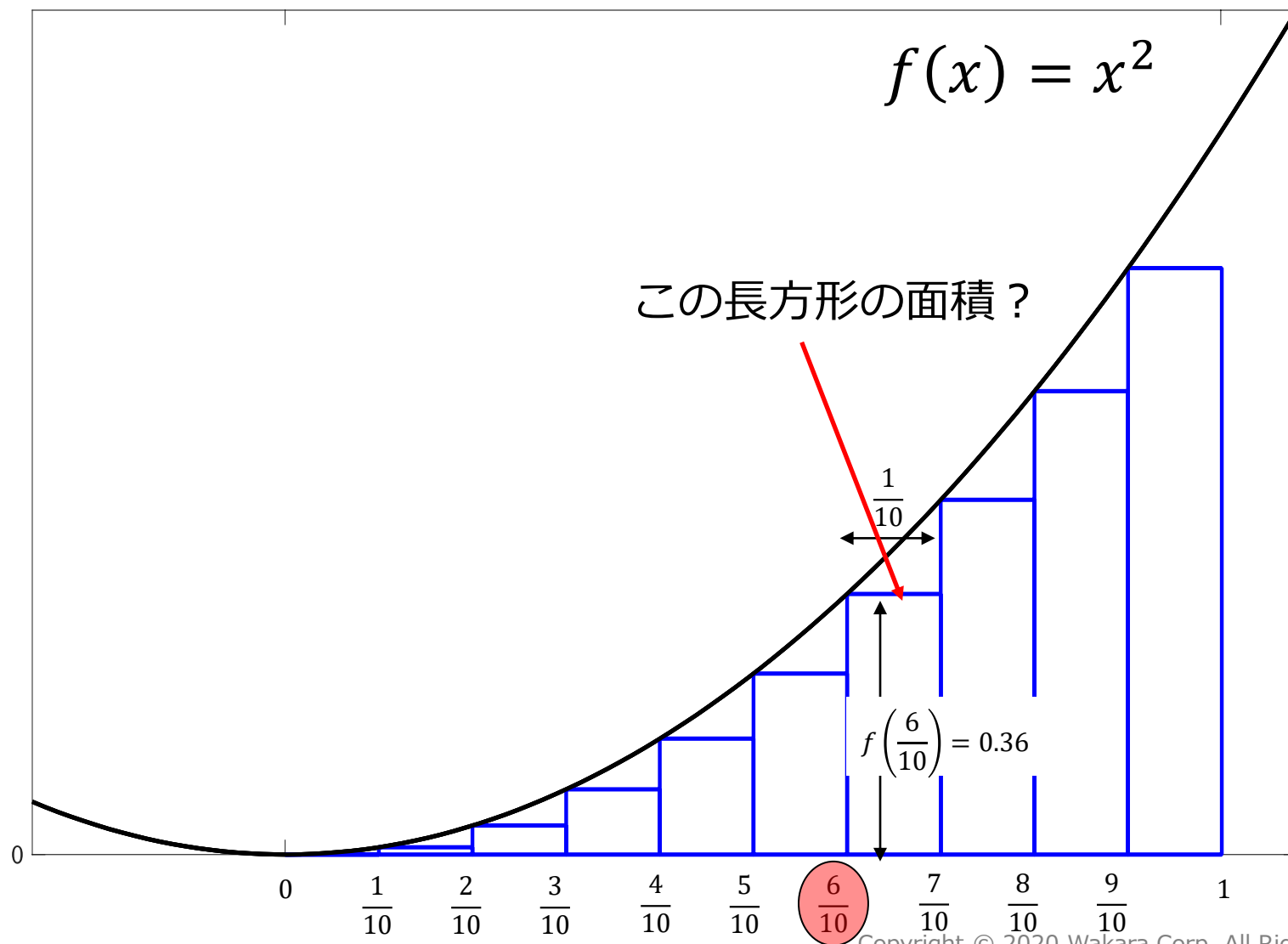
リーマンの区分求積法



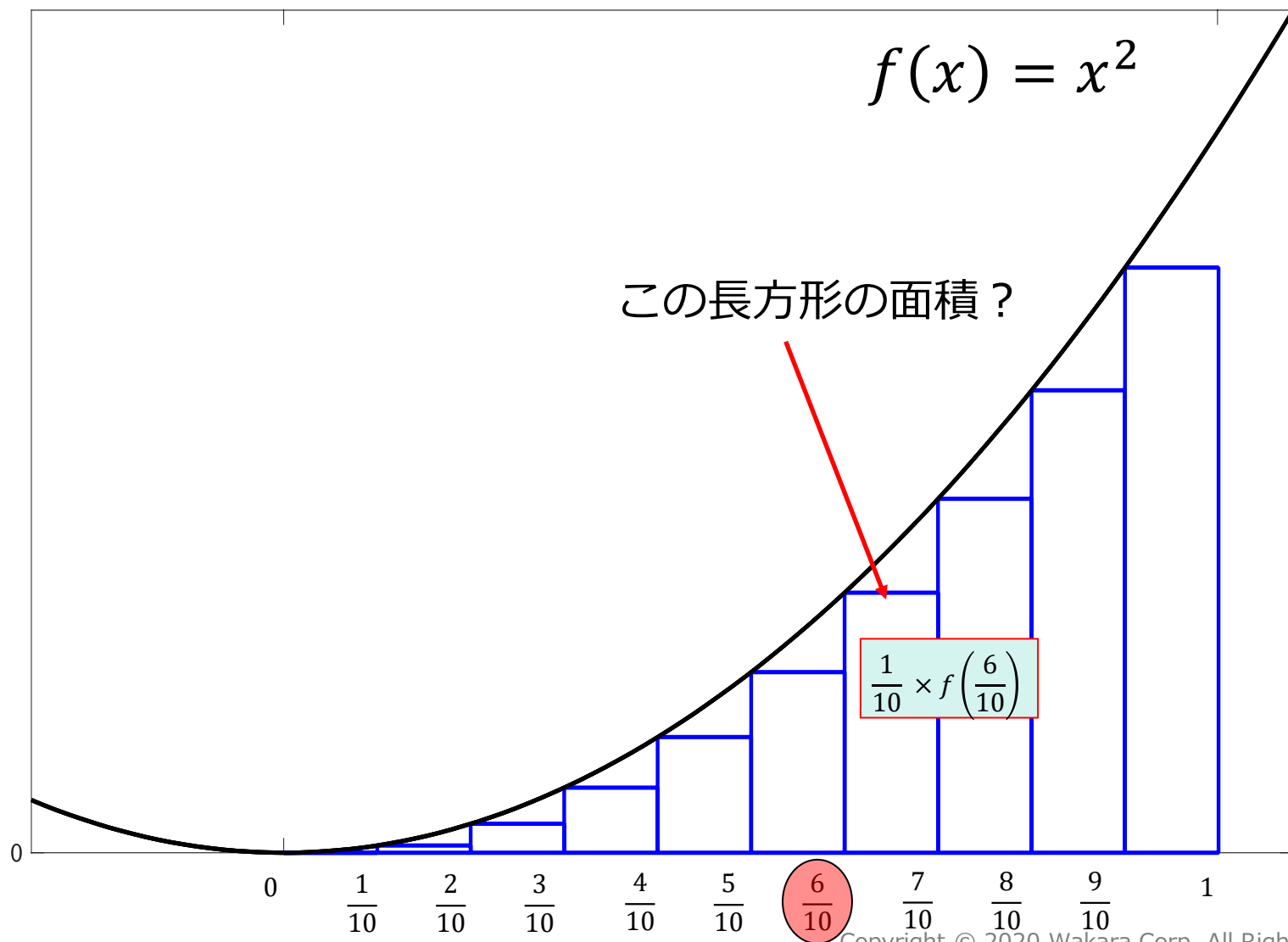
リーマンの区分求積法



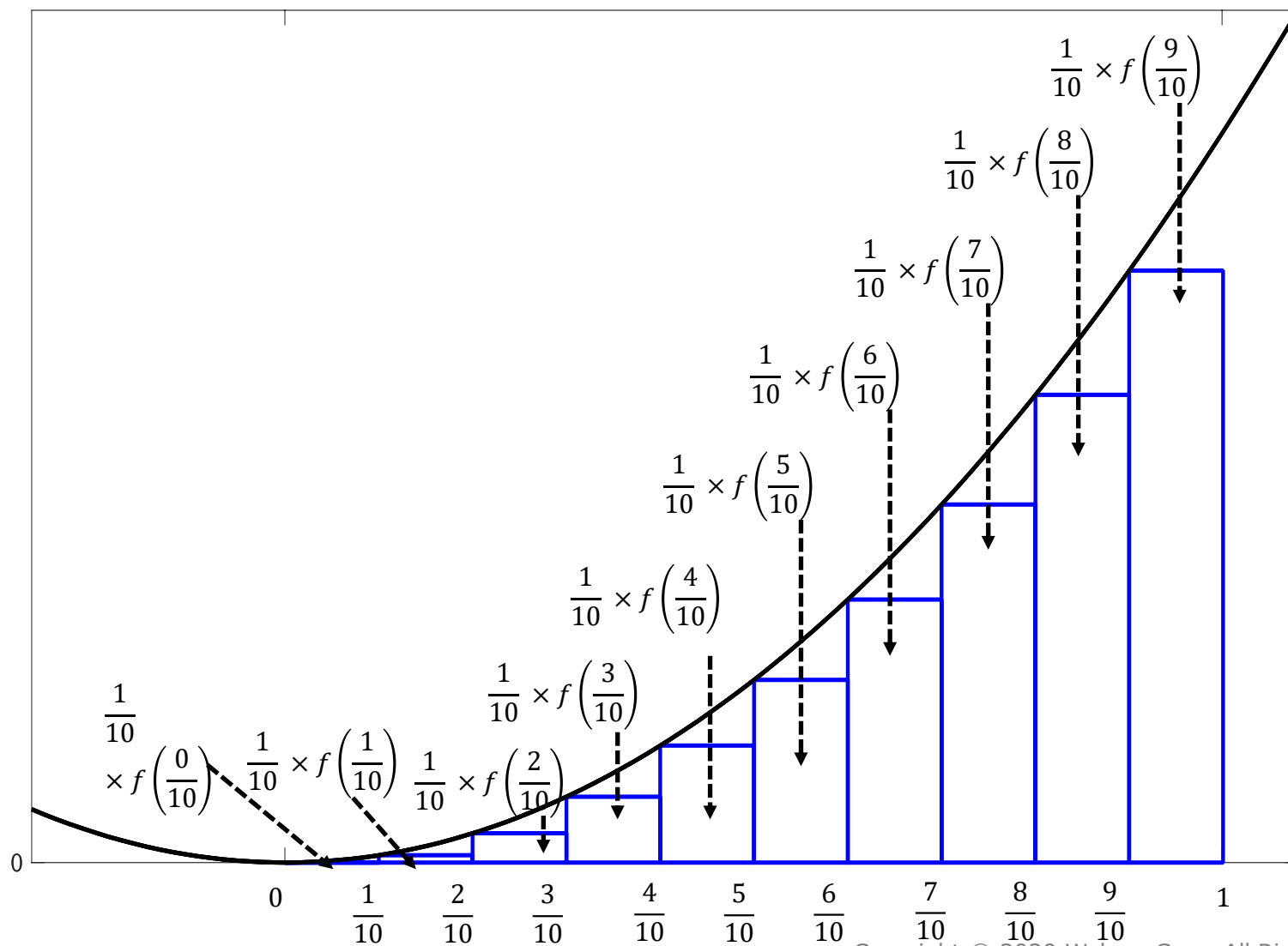
リーマンの区分求積法



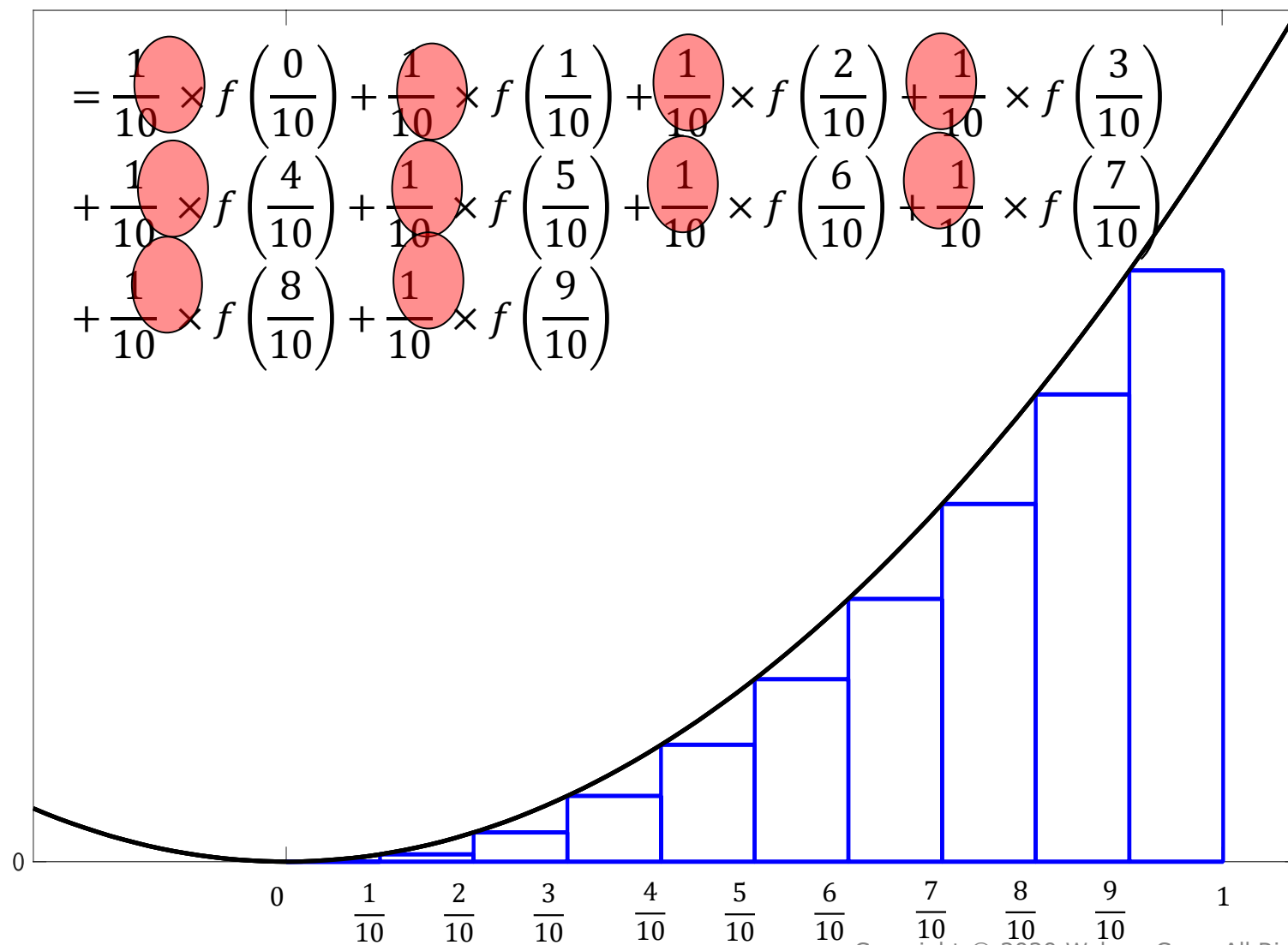
リーマンの区分求積法



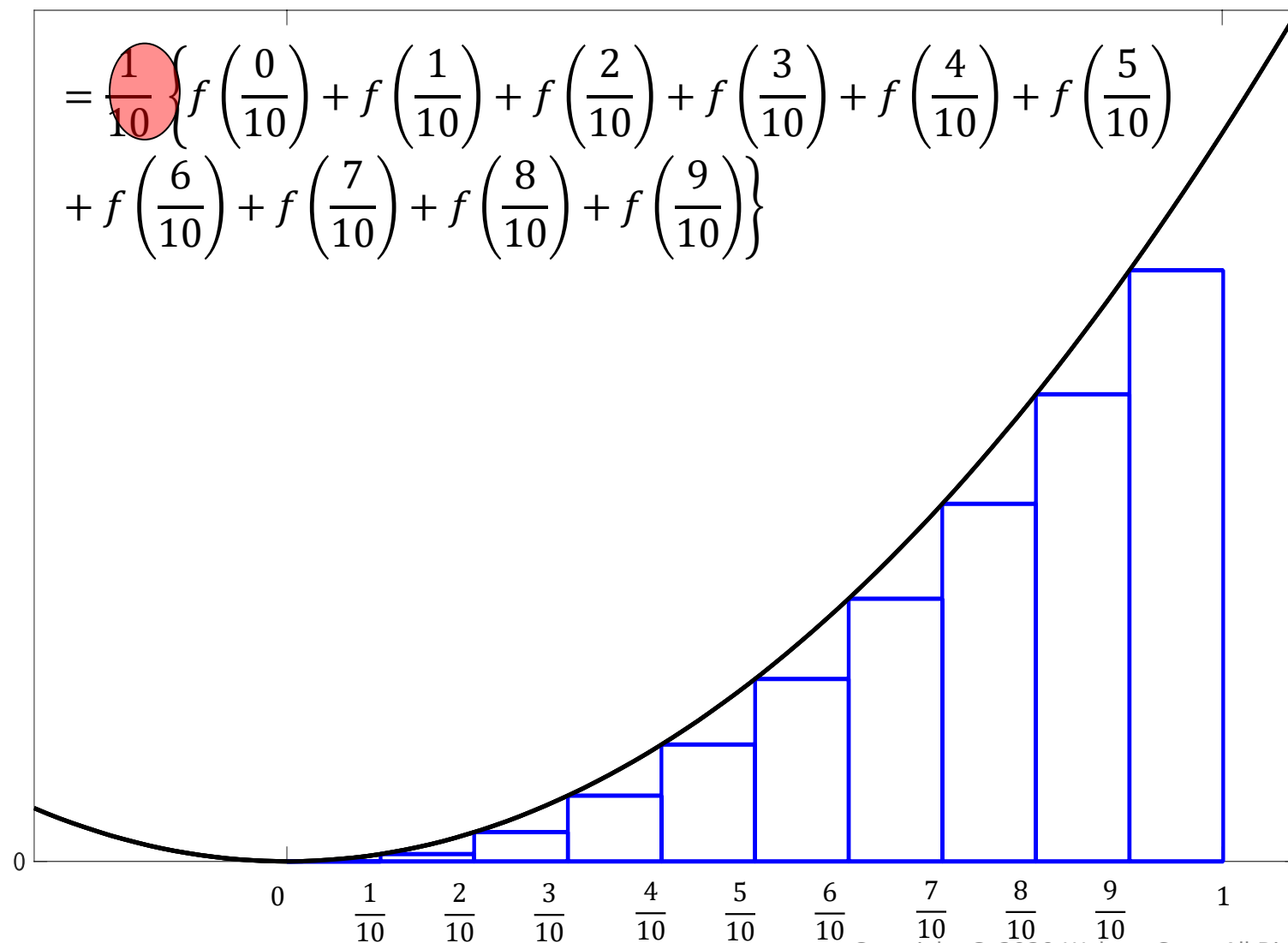
リーマンの区分求積法



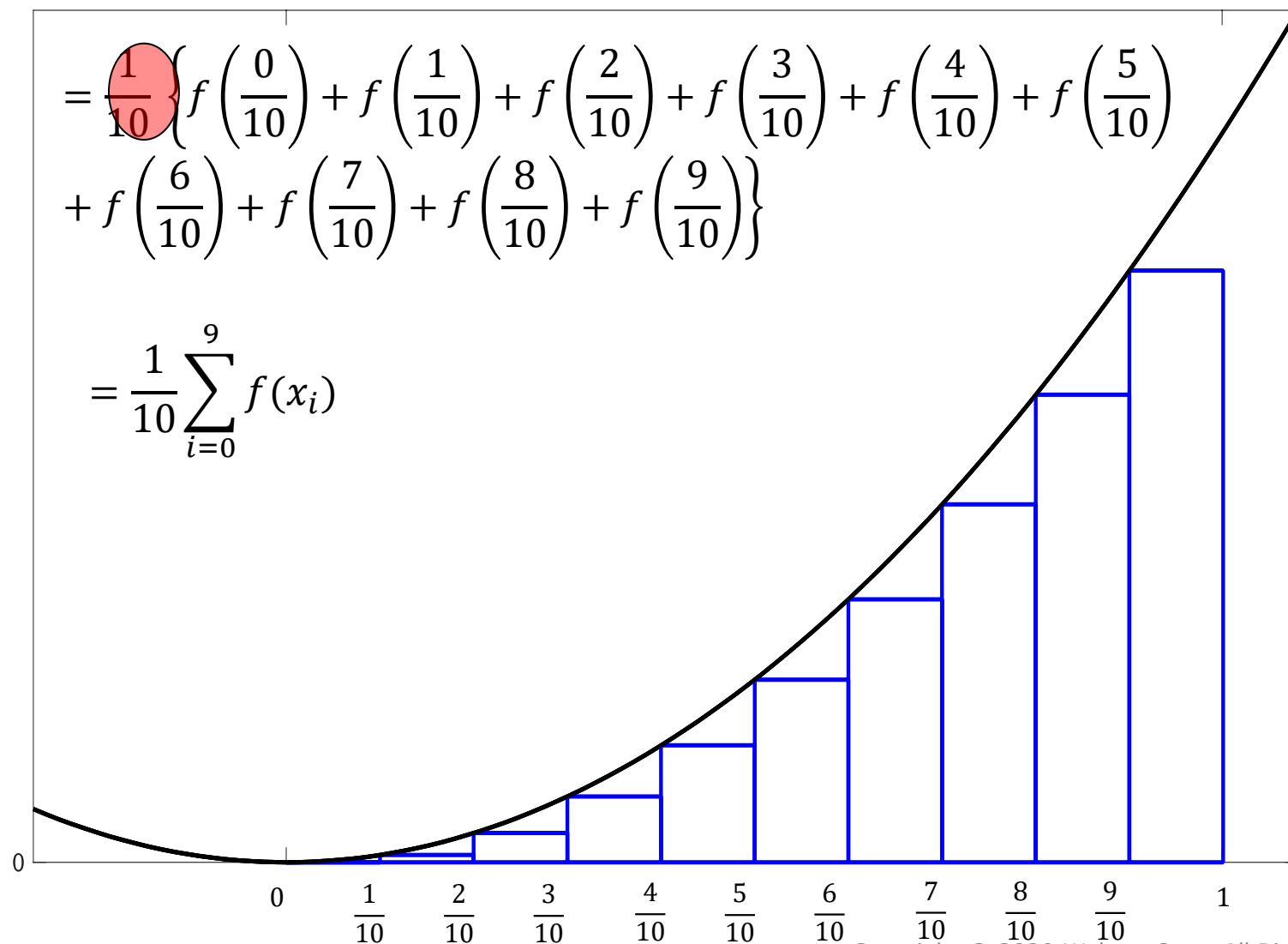
リーマンの区分求積法



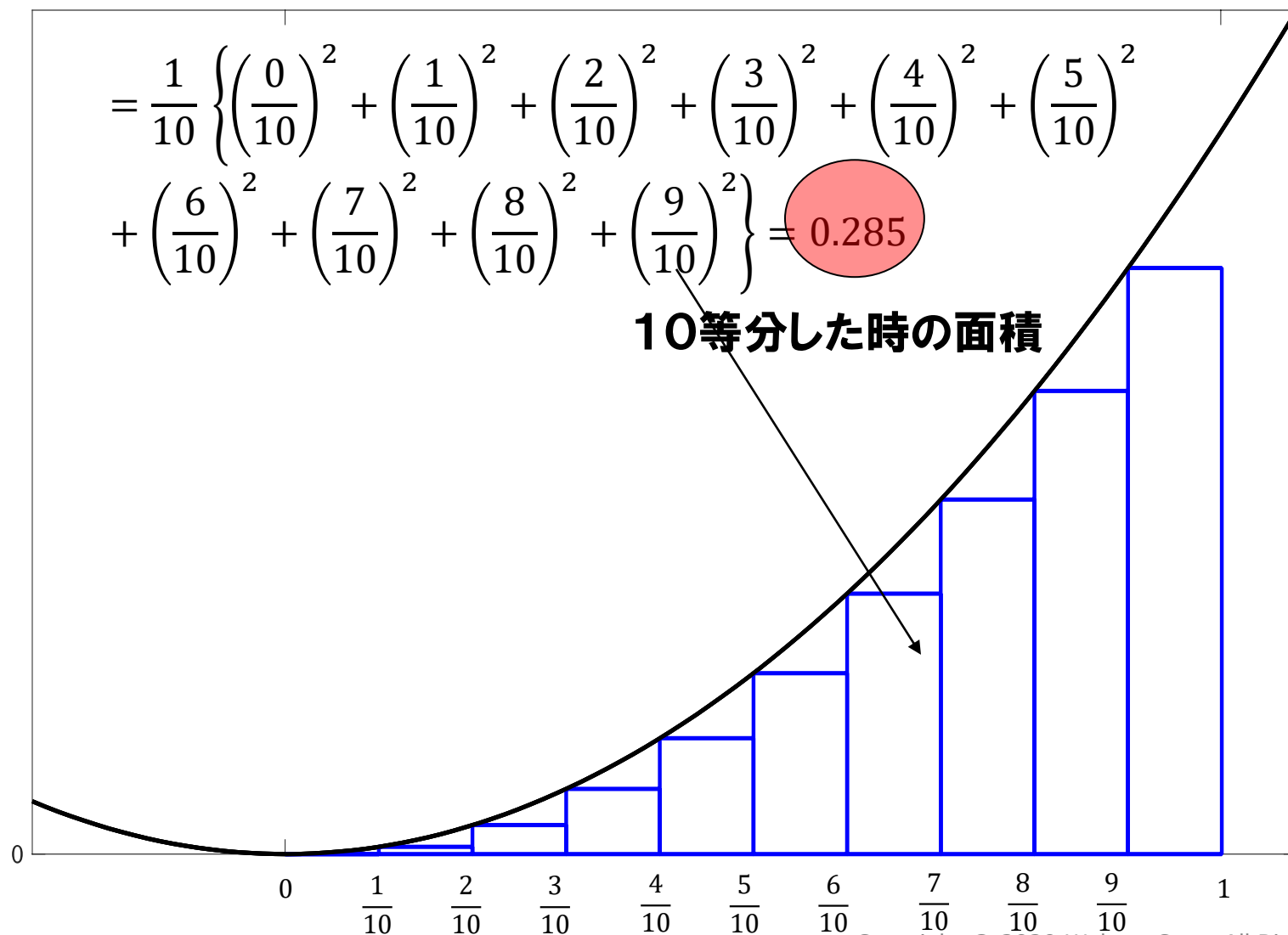
リーマンの区分求積法



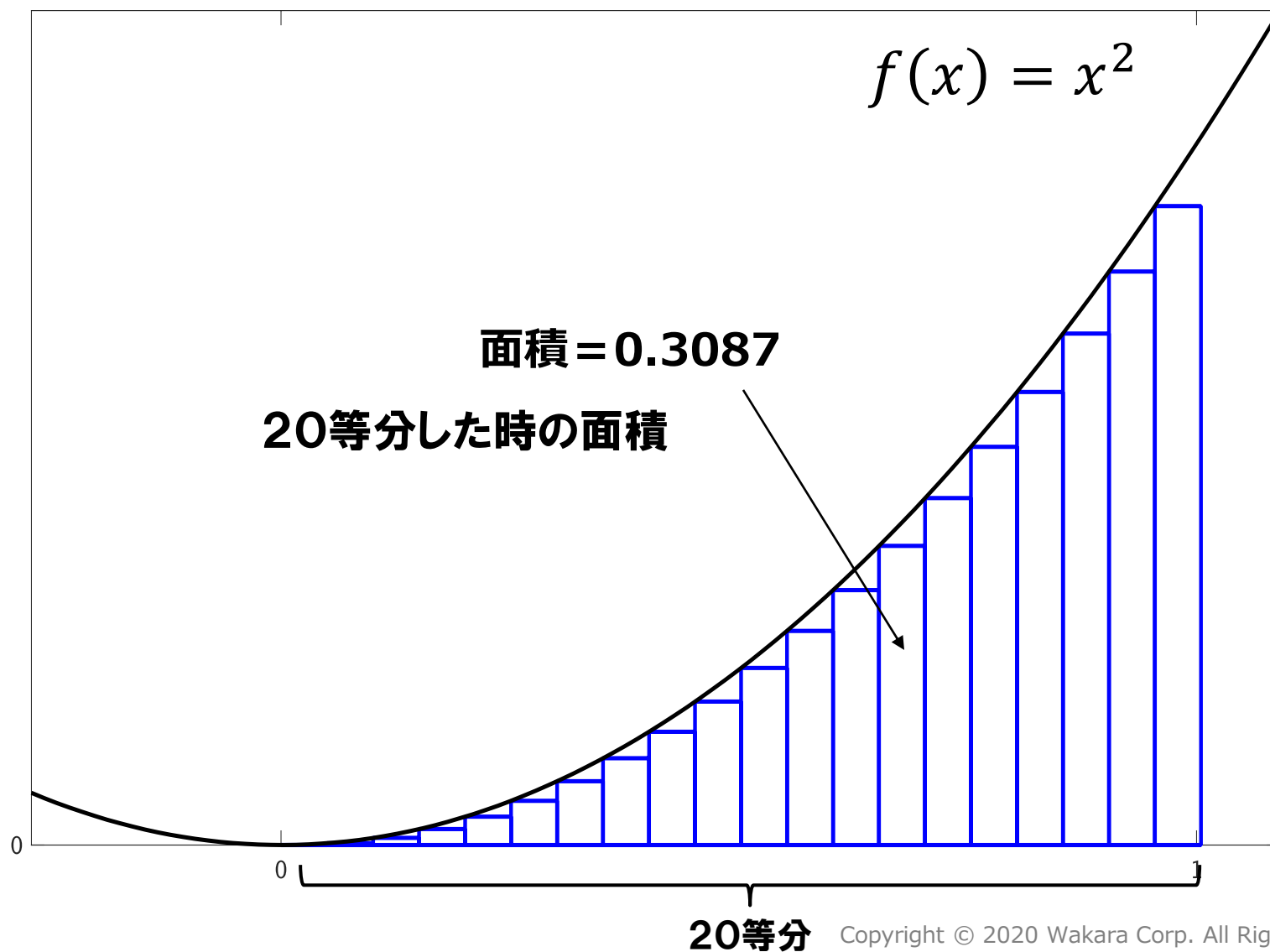
リーマンの区分求積法



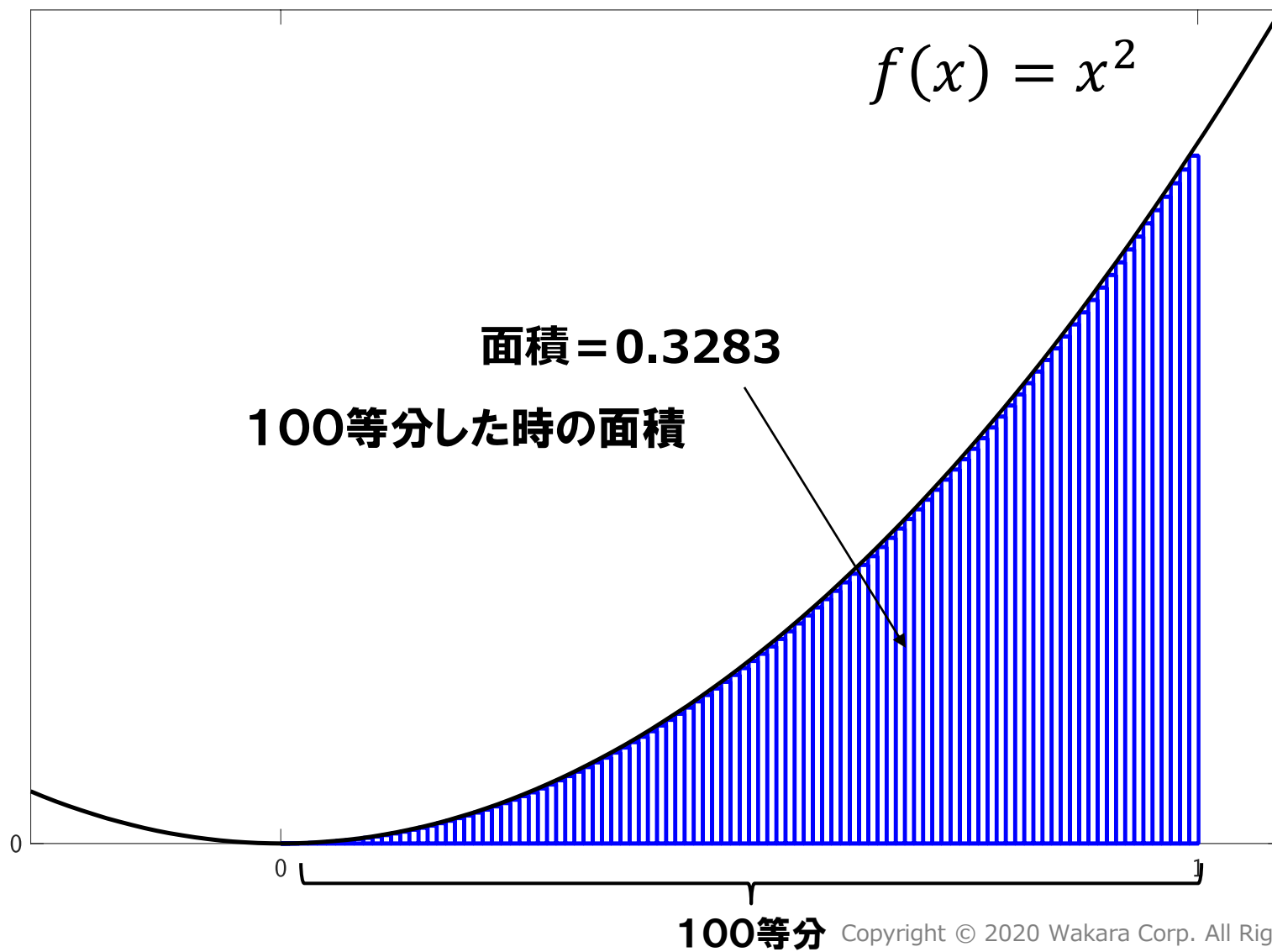
リーマンの区分求積法



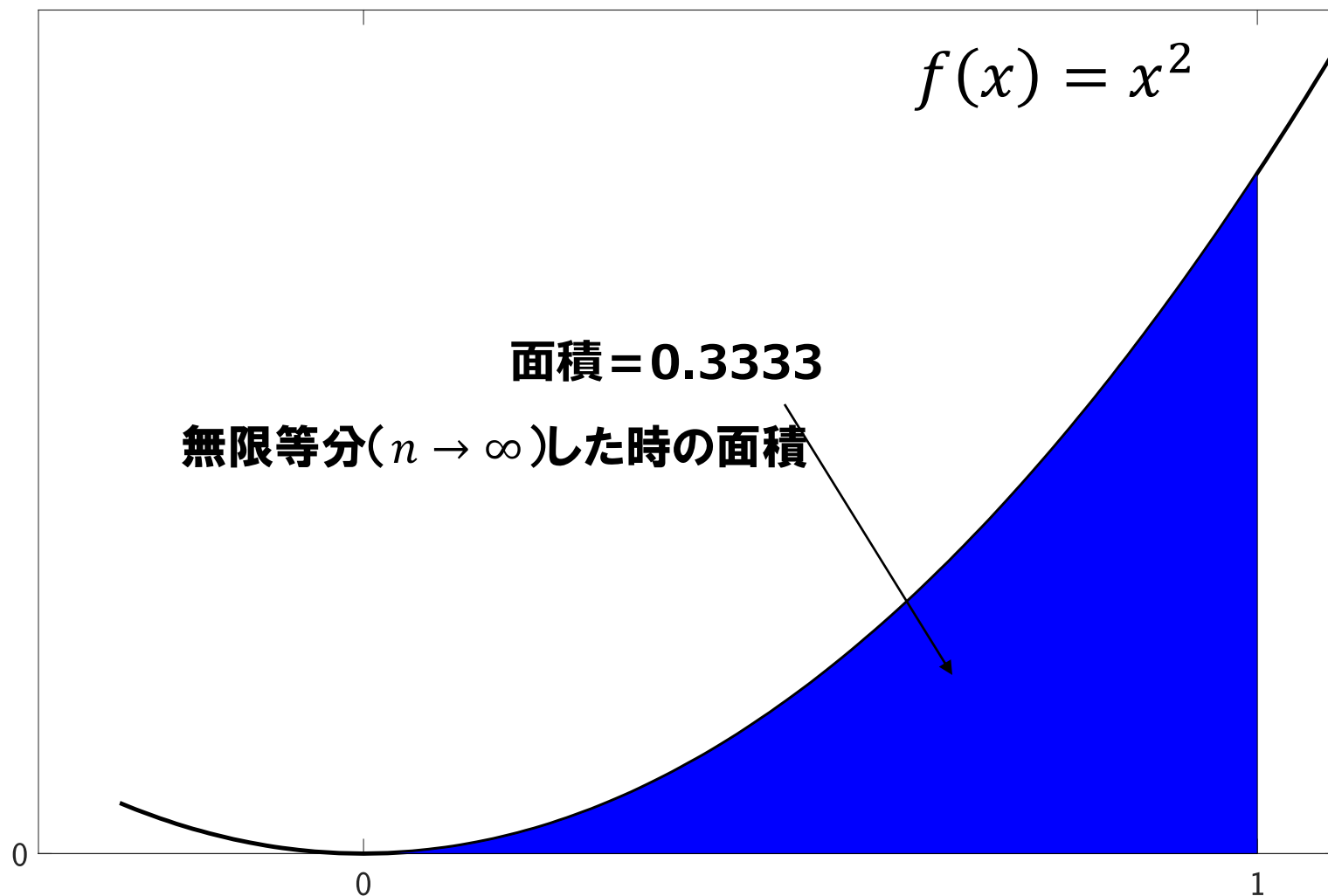
リーマンの区分求積法



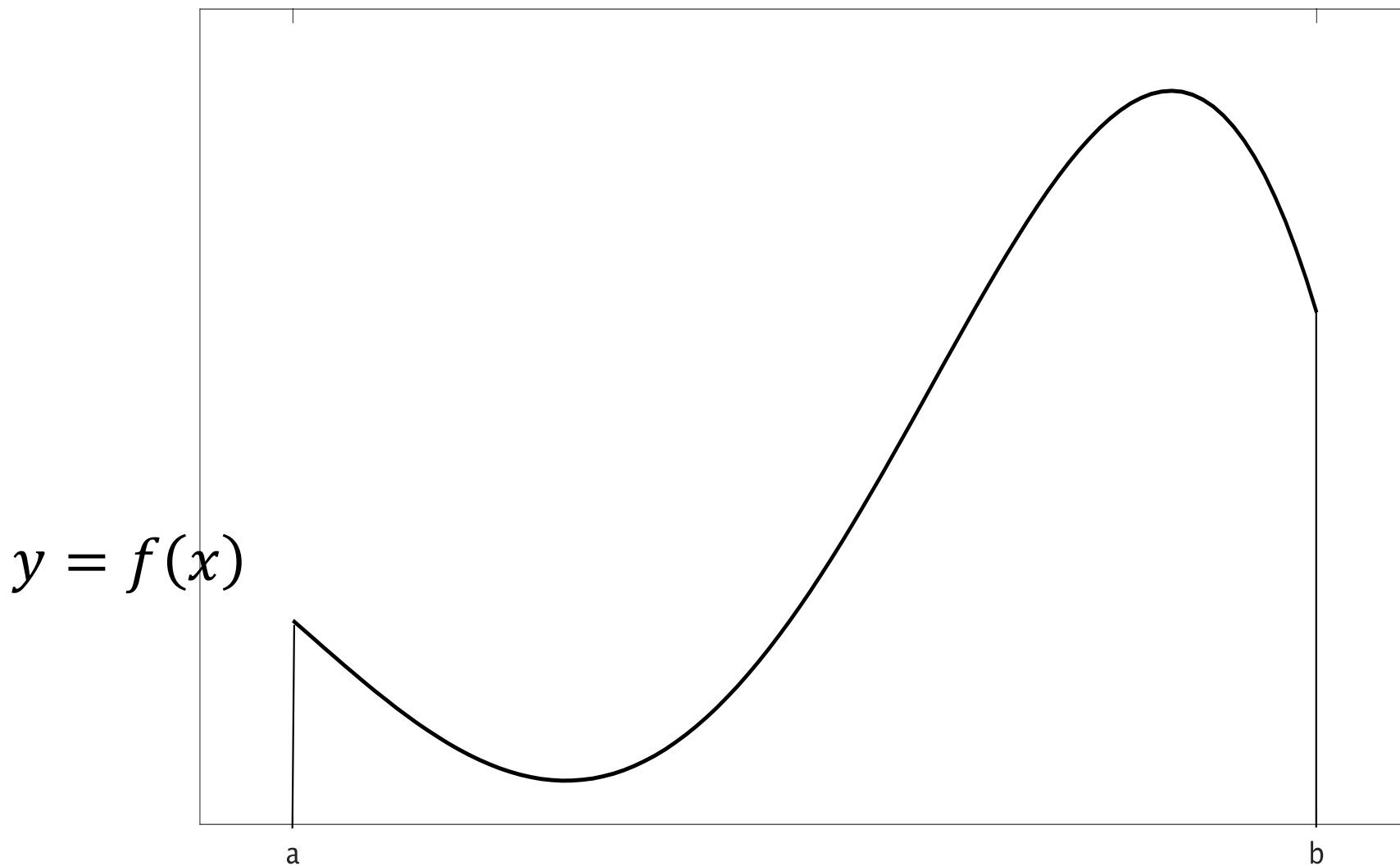
リーマンの区分求積法



リーマンの区分求積法

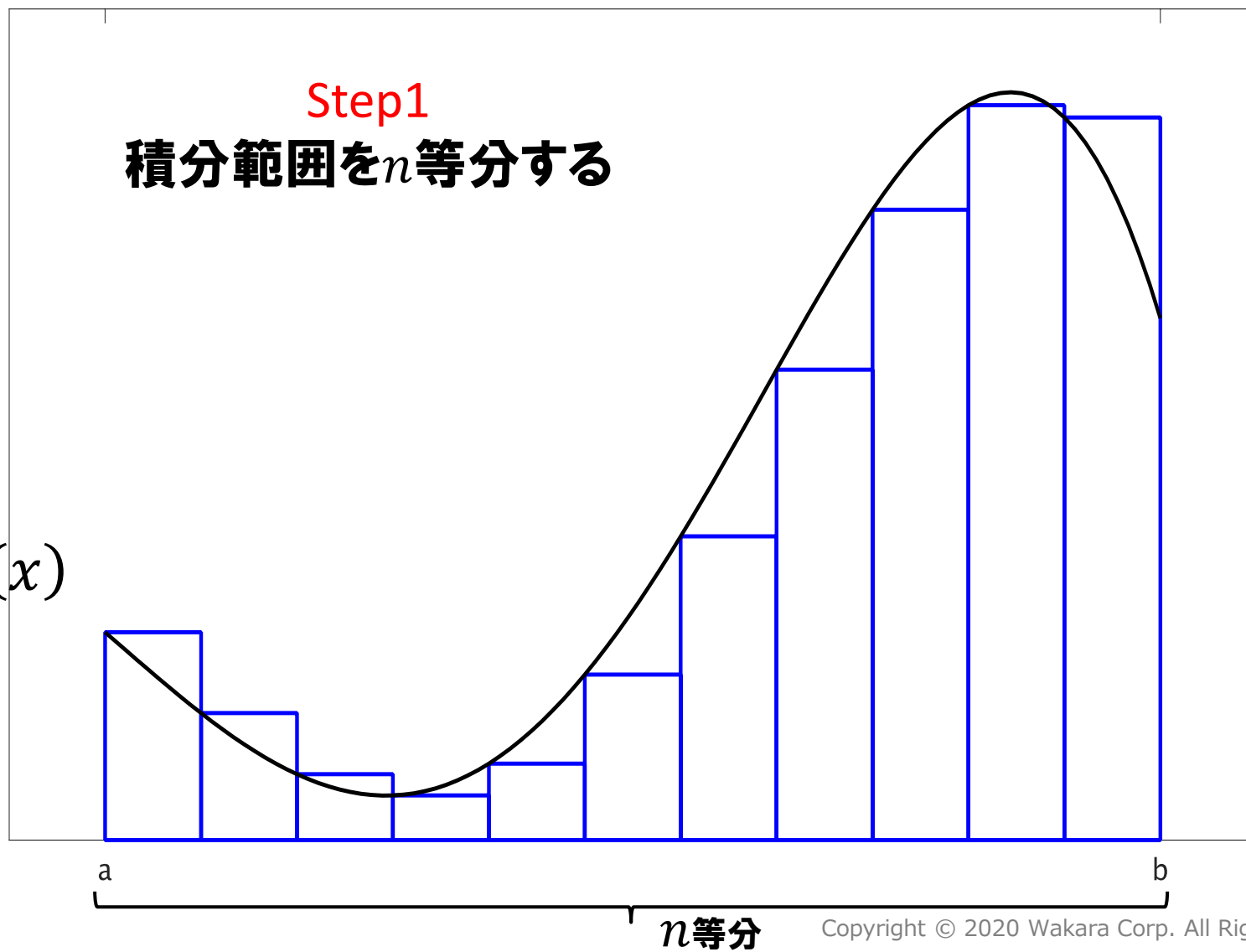


リーマンの区分求積法



リーマンの区分求積法

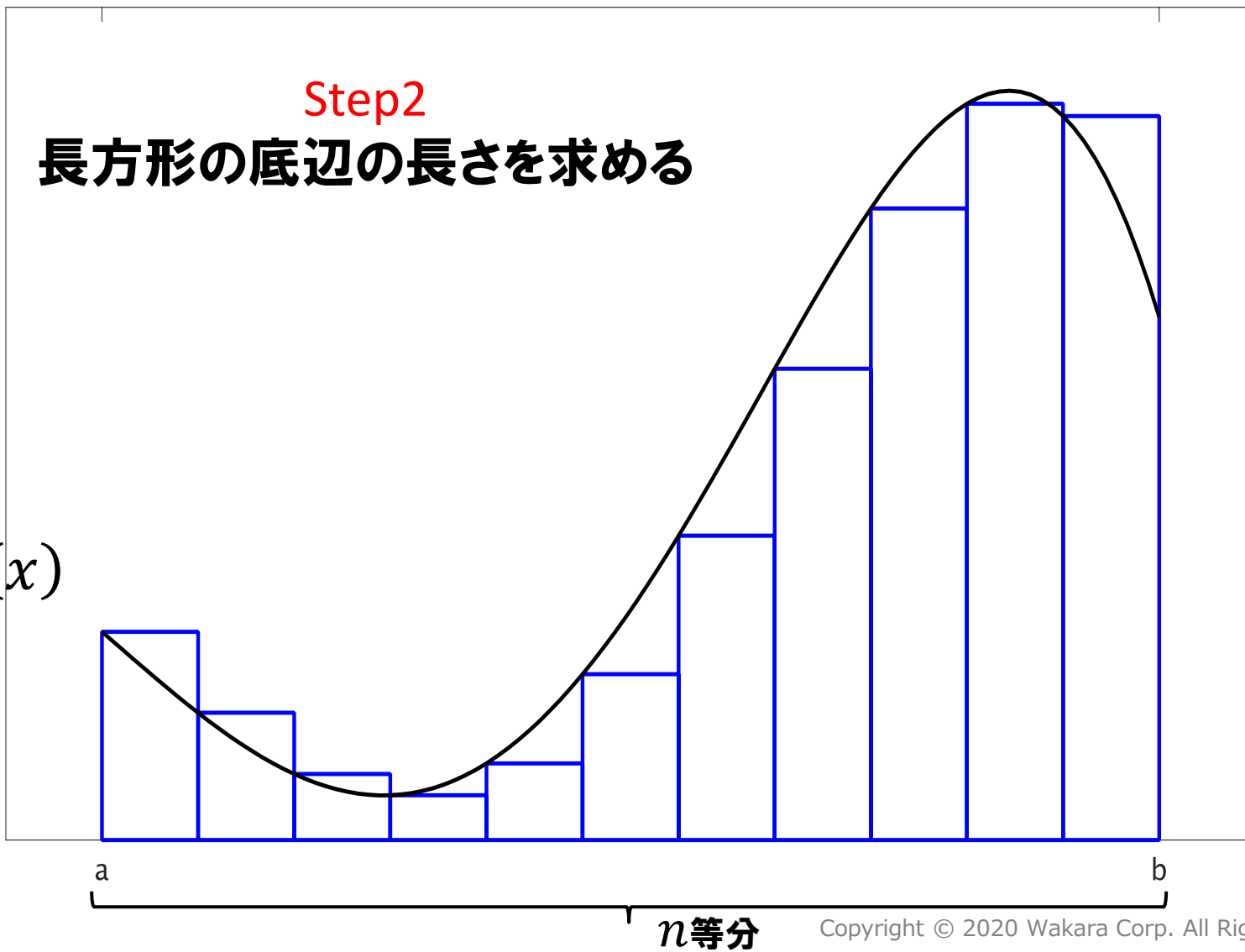
Step1
積分範囲を n 等分する



リーマンの区分求積法

Step2
長方形の底辺の長さを求める

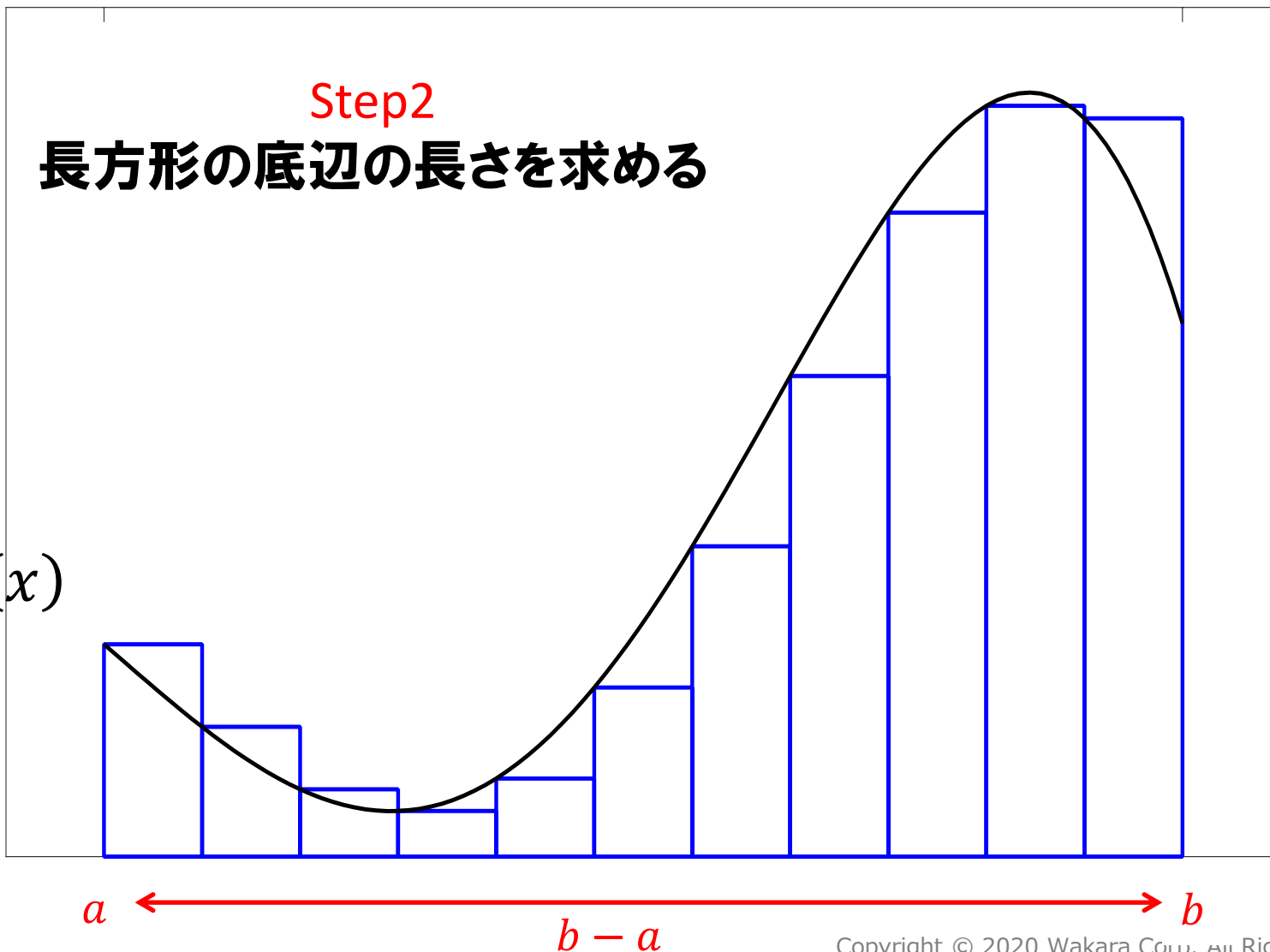
$$y = f(x)$$



リーマンの区分求積法

Step2
長方形の底辺の長さを求める

$$y = f(x)$$

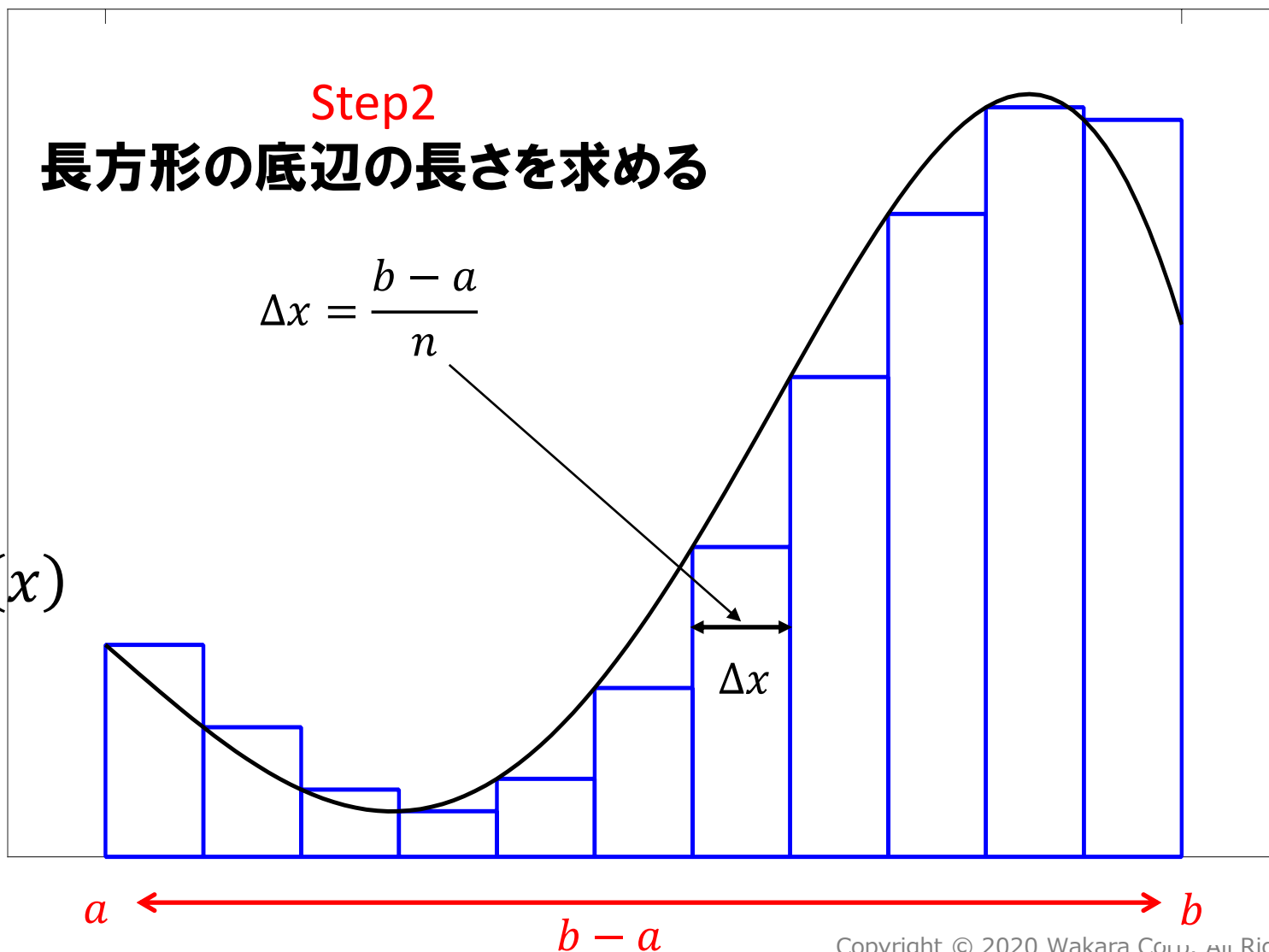


リーマンの区分求積法

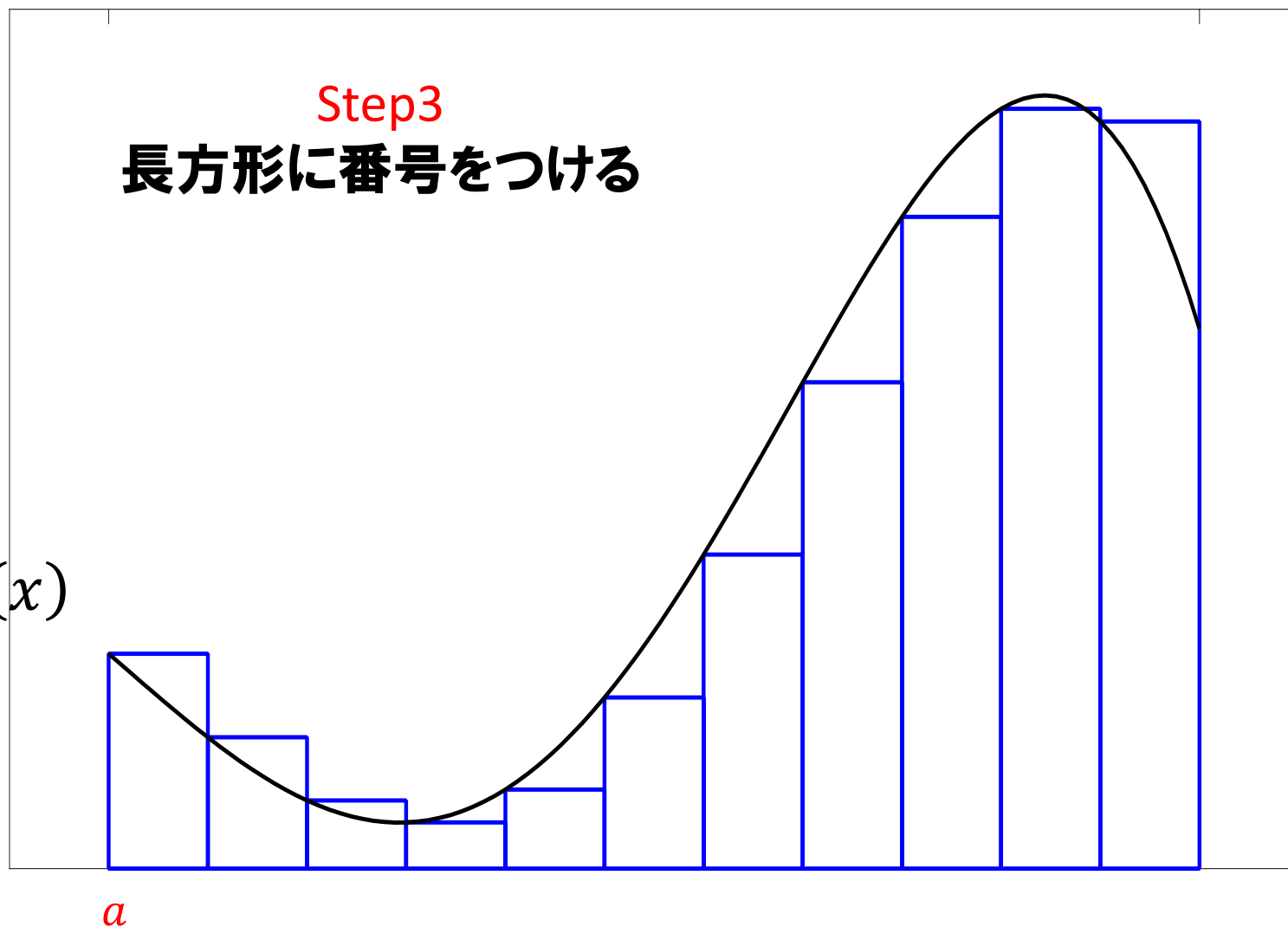
Step2
長方形の底辺の長さを求める

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

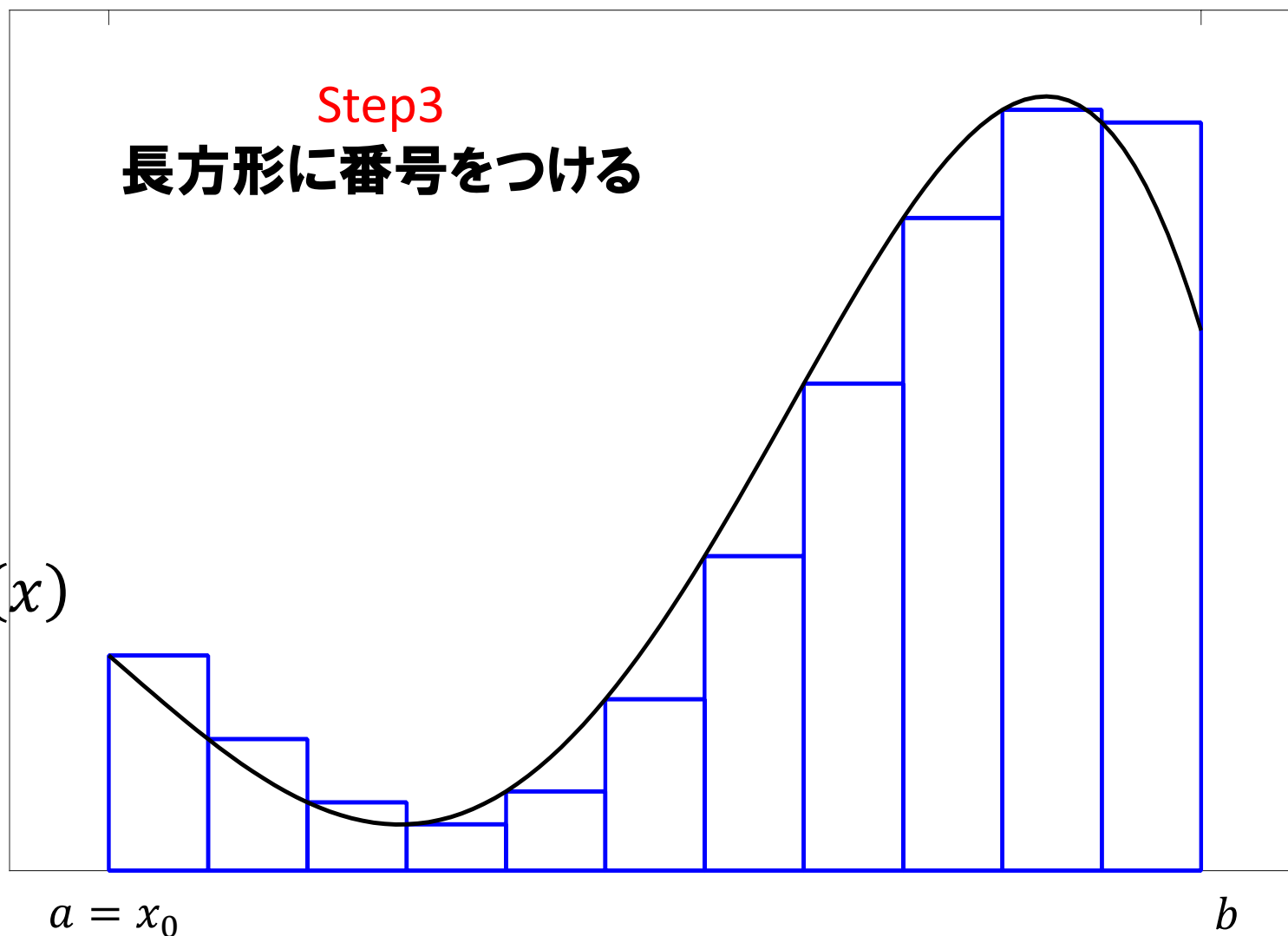
$y = f(x)$



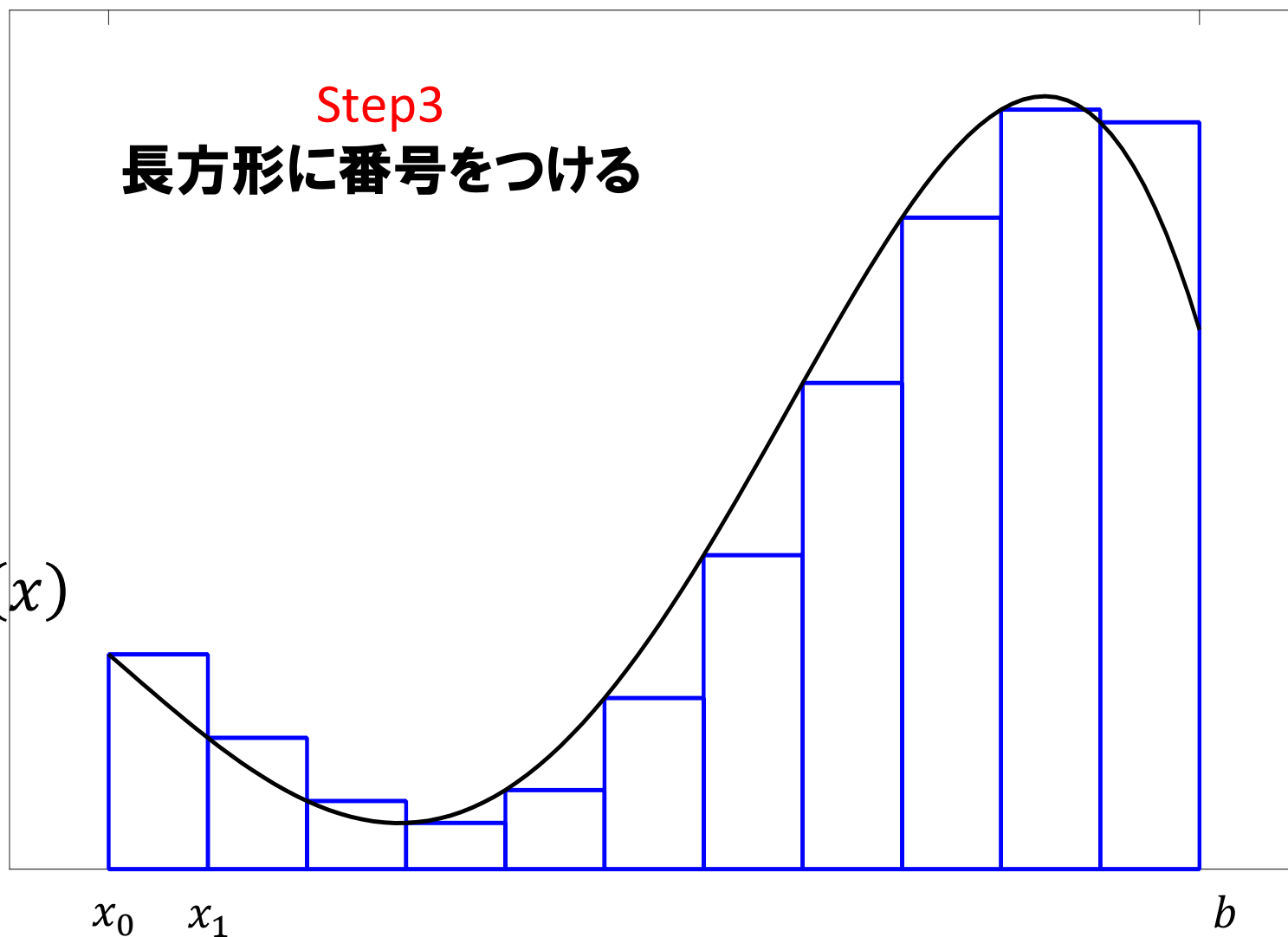
リーマンの区分求積法



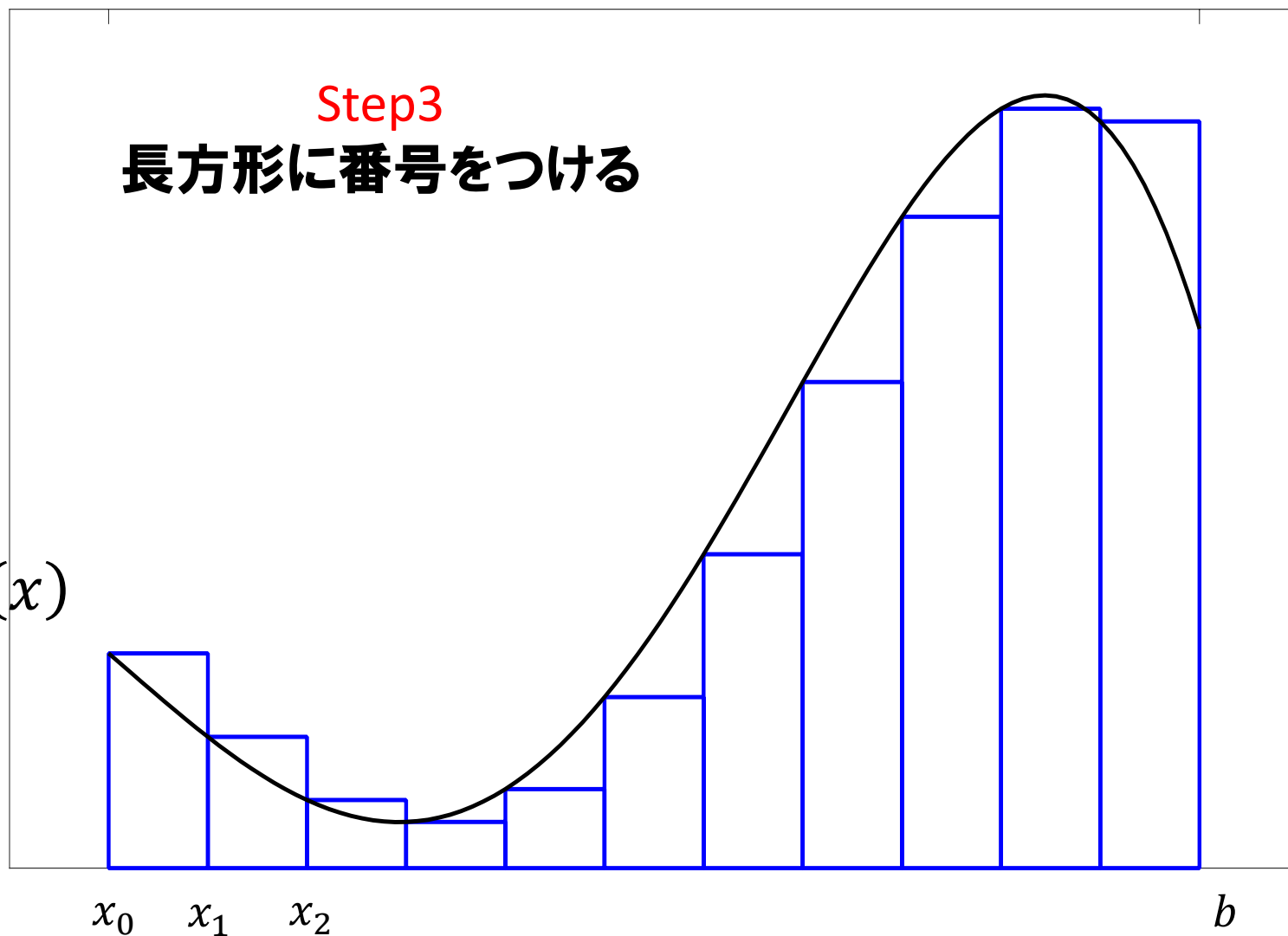
リーマンの区分求積法



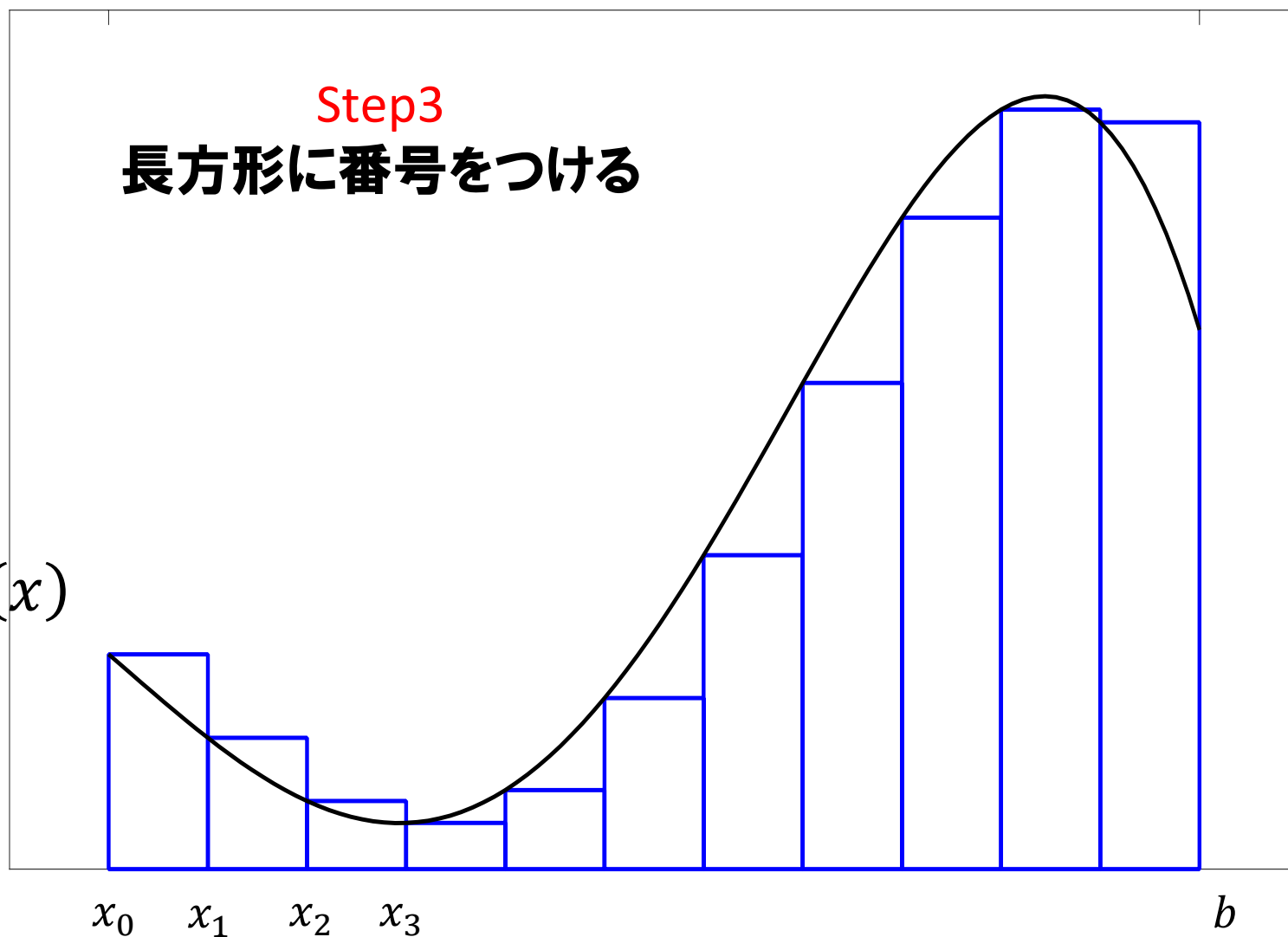
リーマンの区分求積法



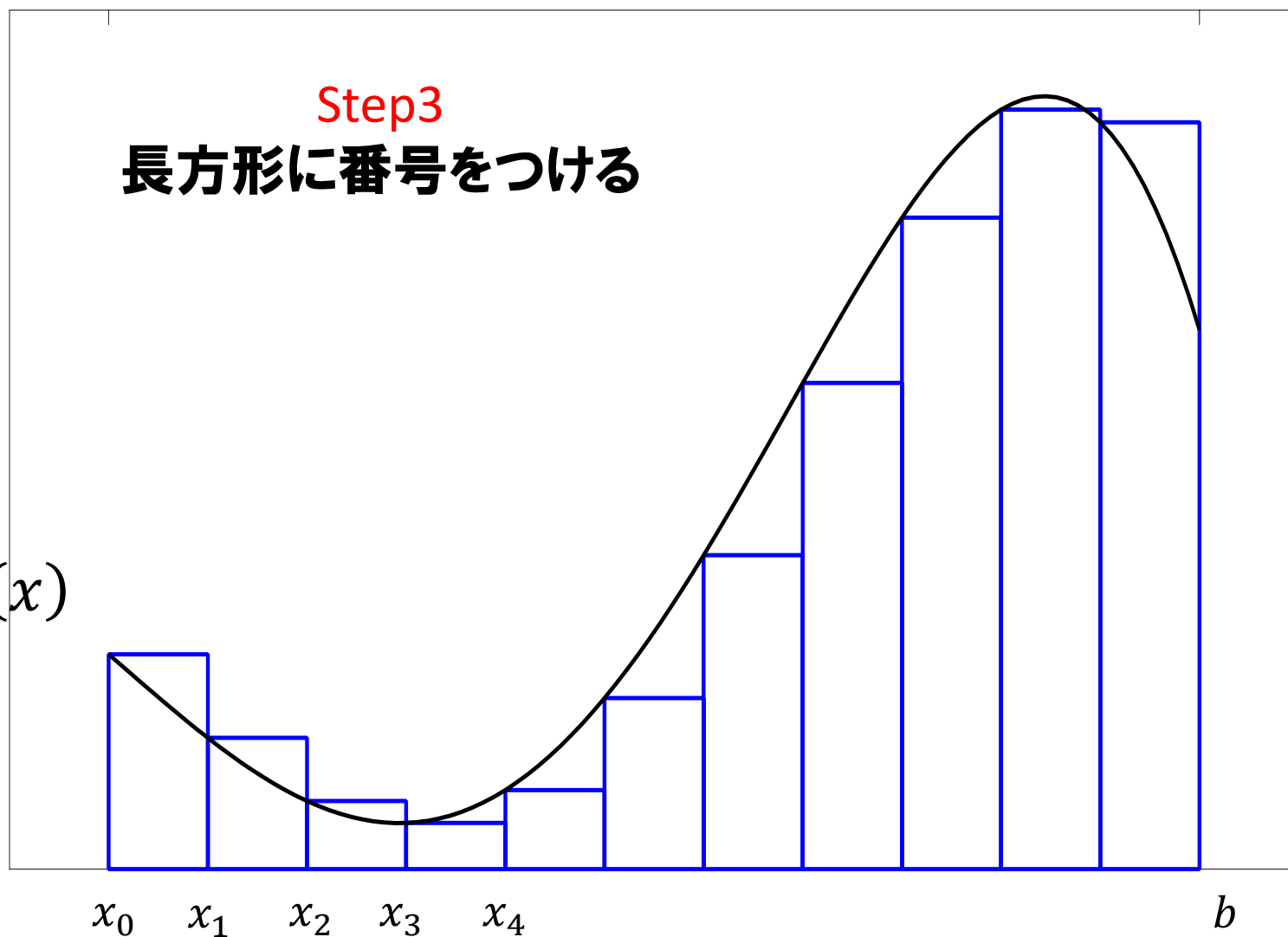
リーマンの区分求積法



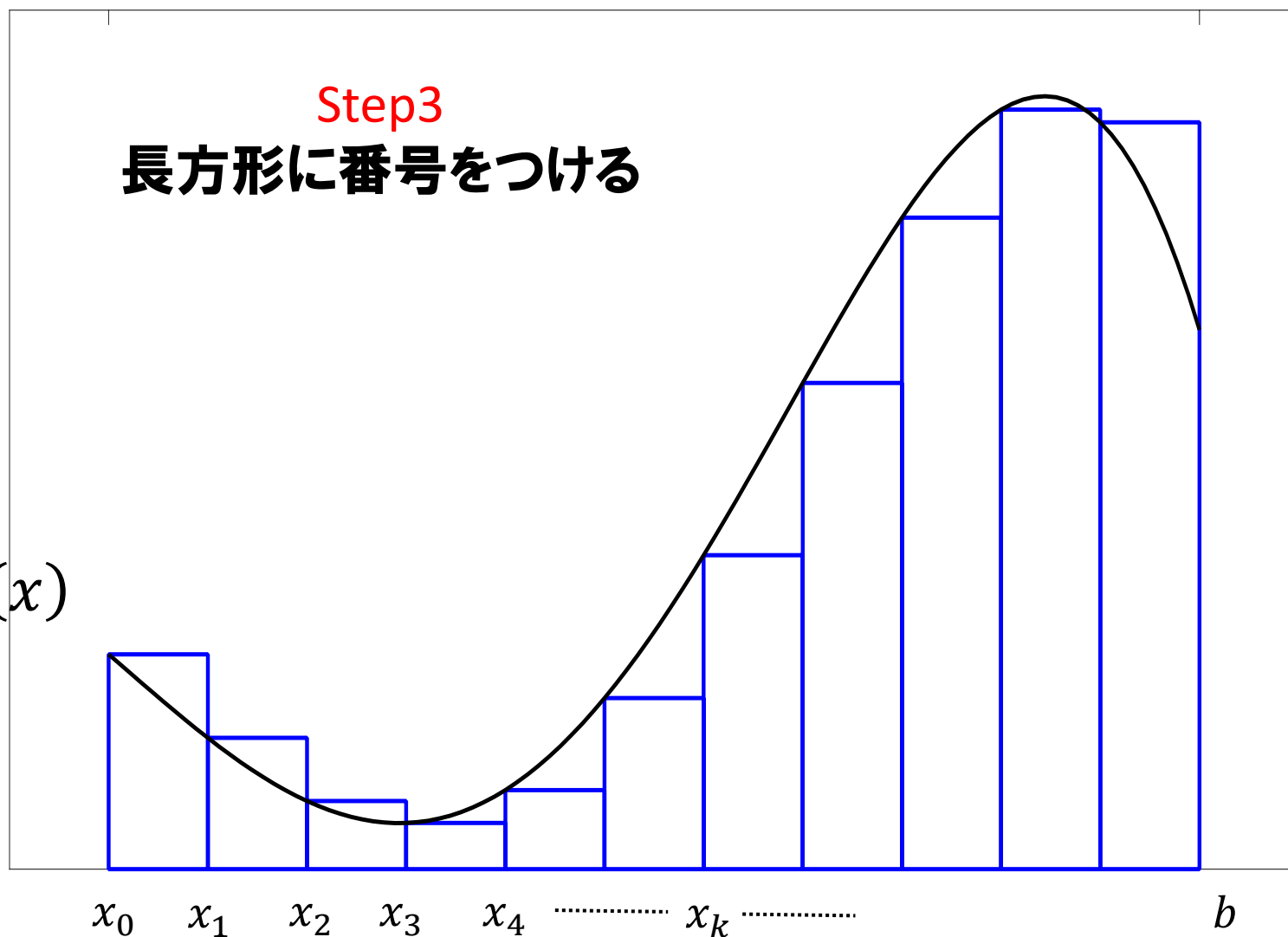
リーマンの区分求積法



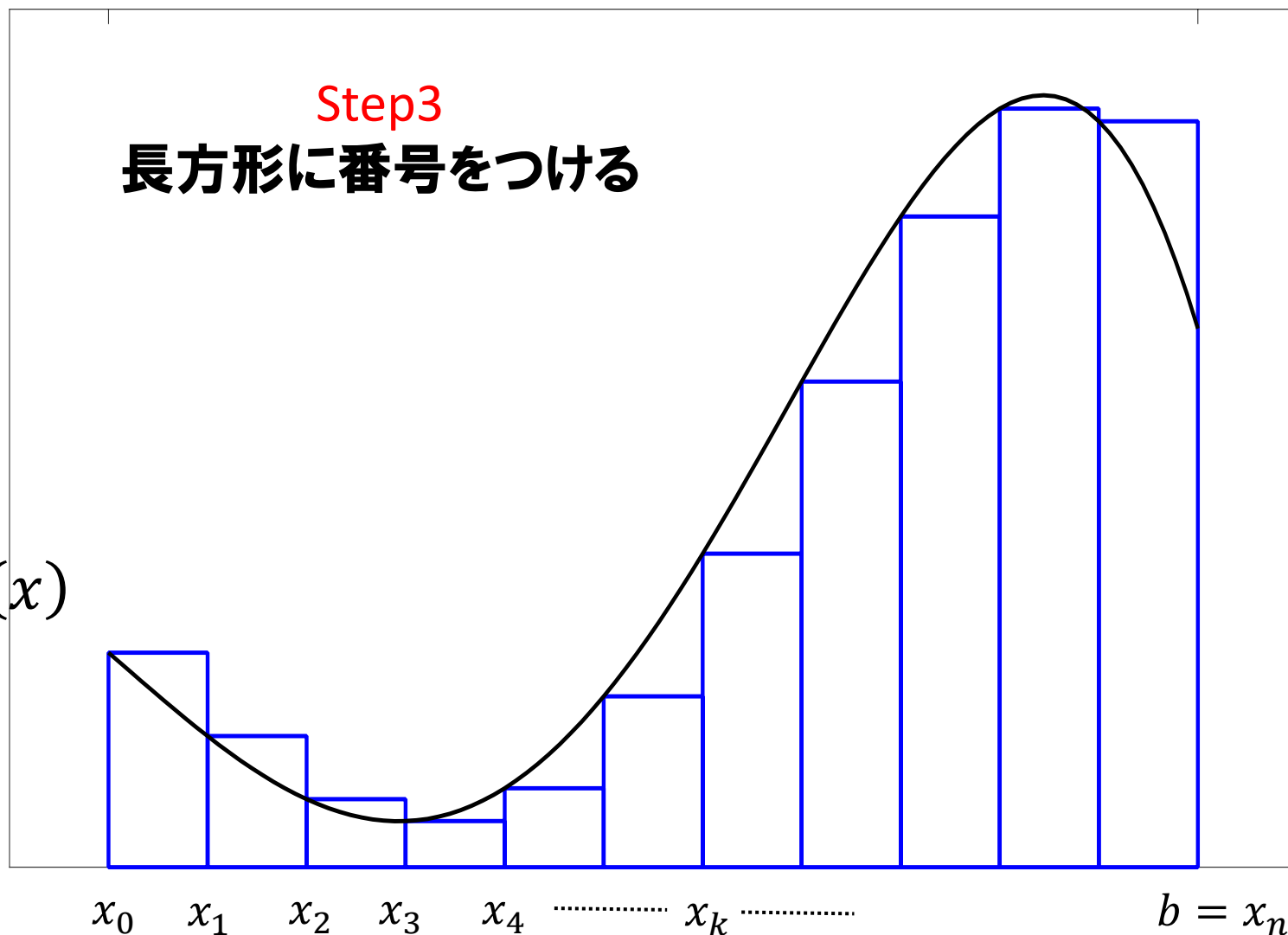
リーマンの区分求積法



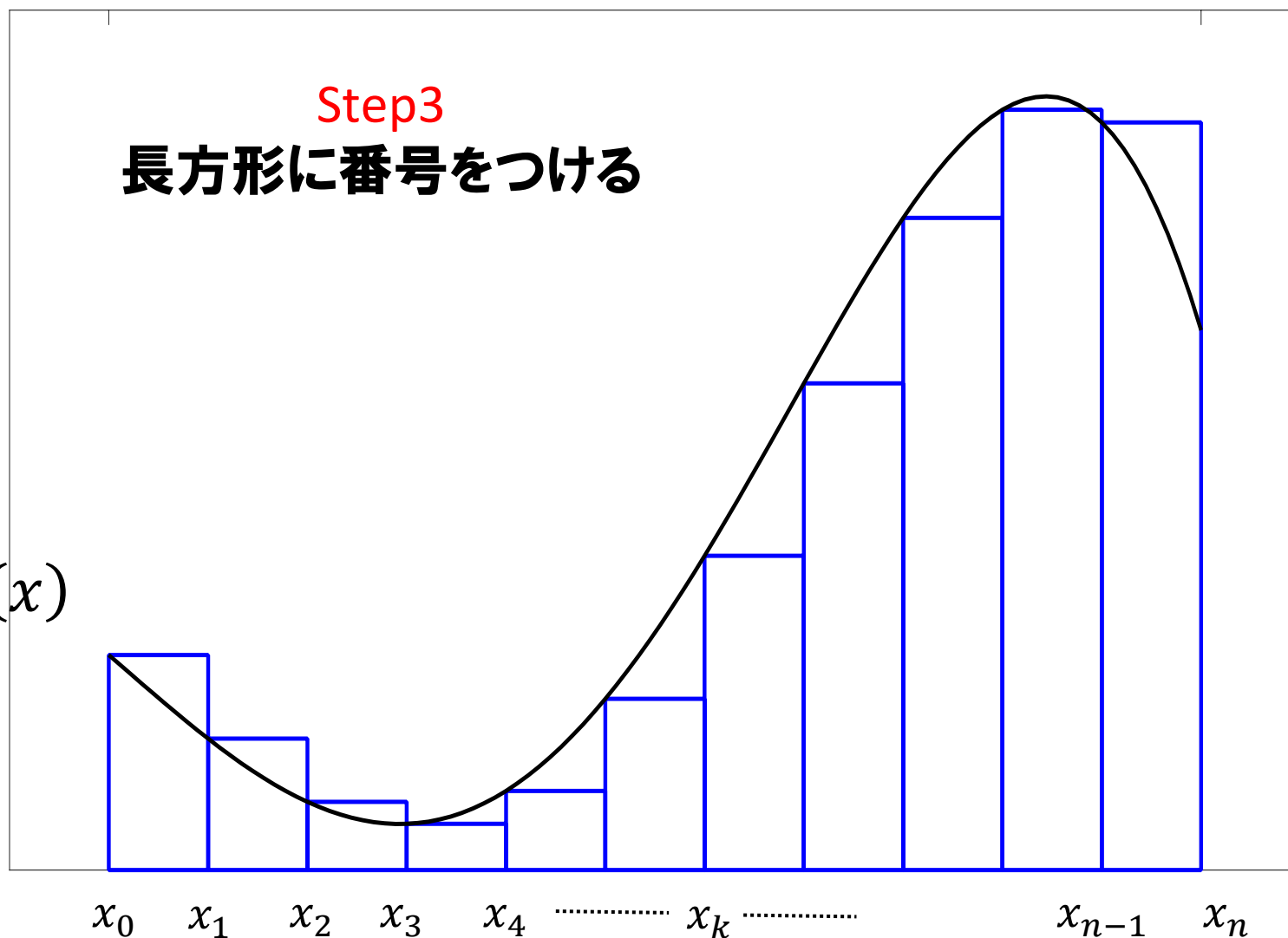
リーマンの区分求積法



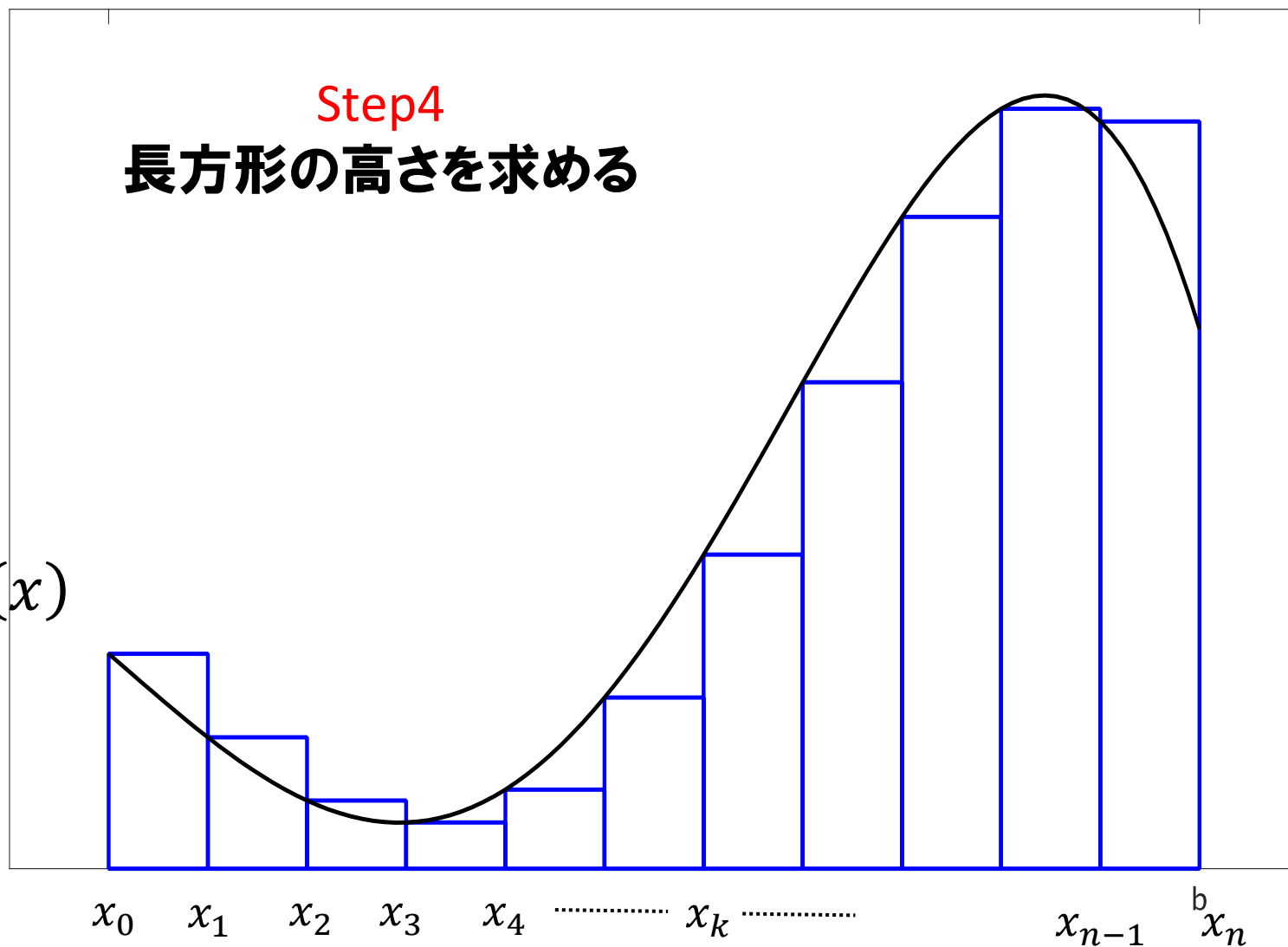
リーマンの区分求積法



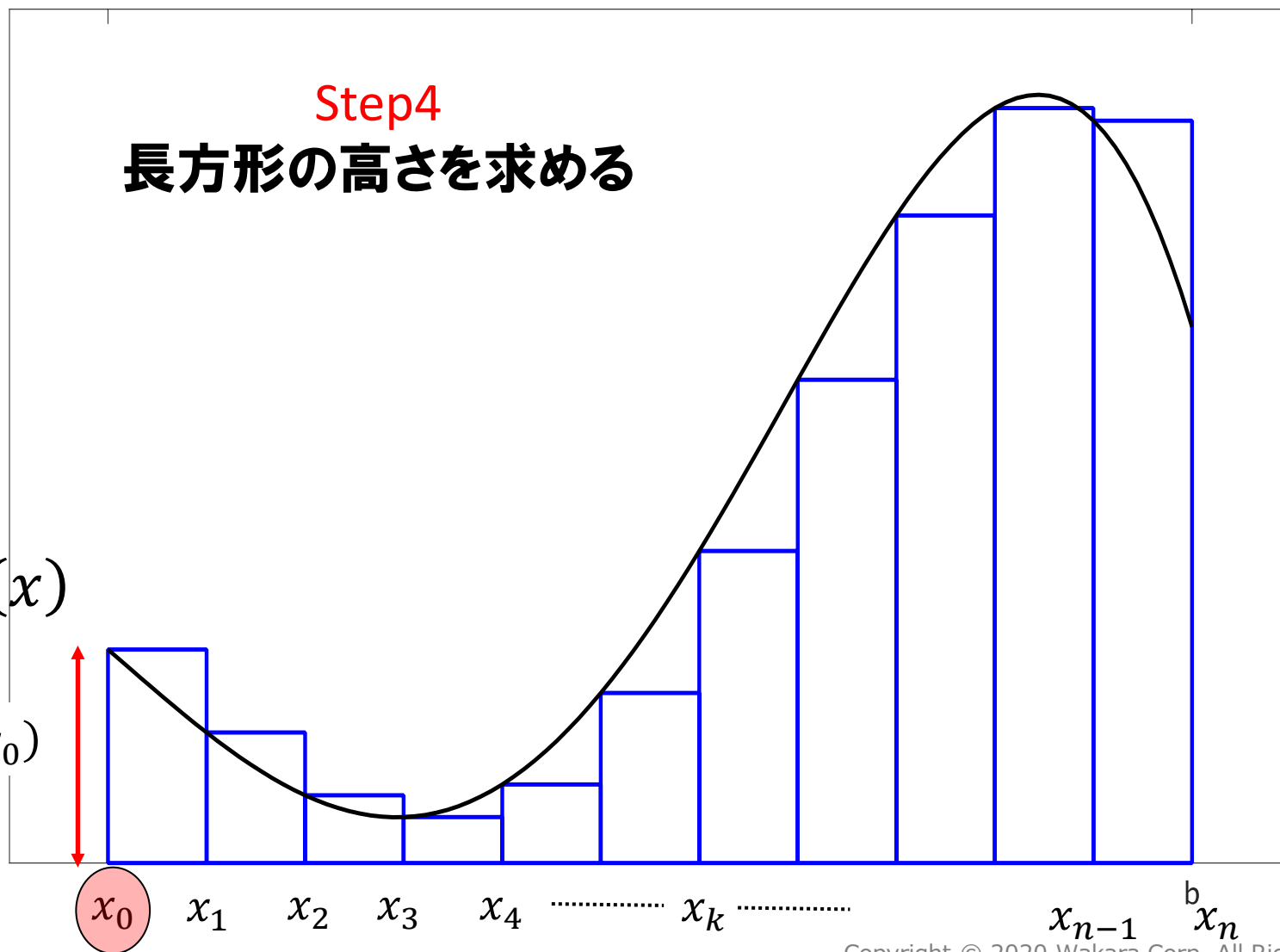
リーマンの区分求積法



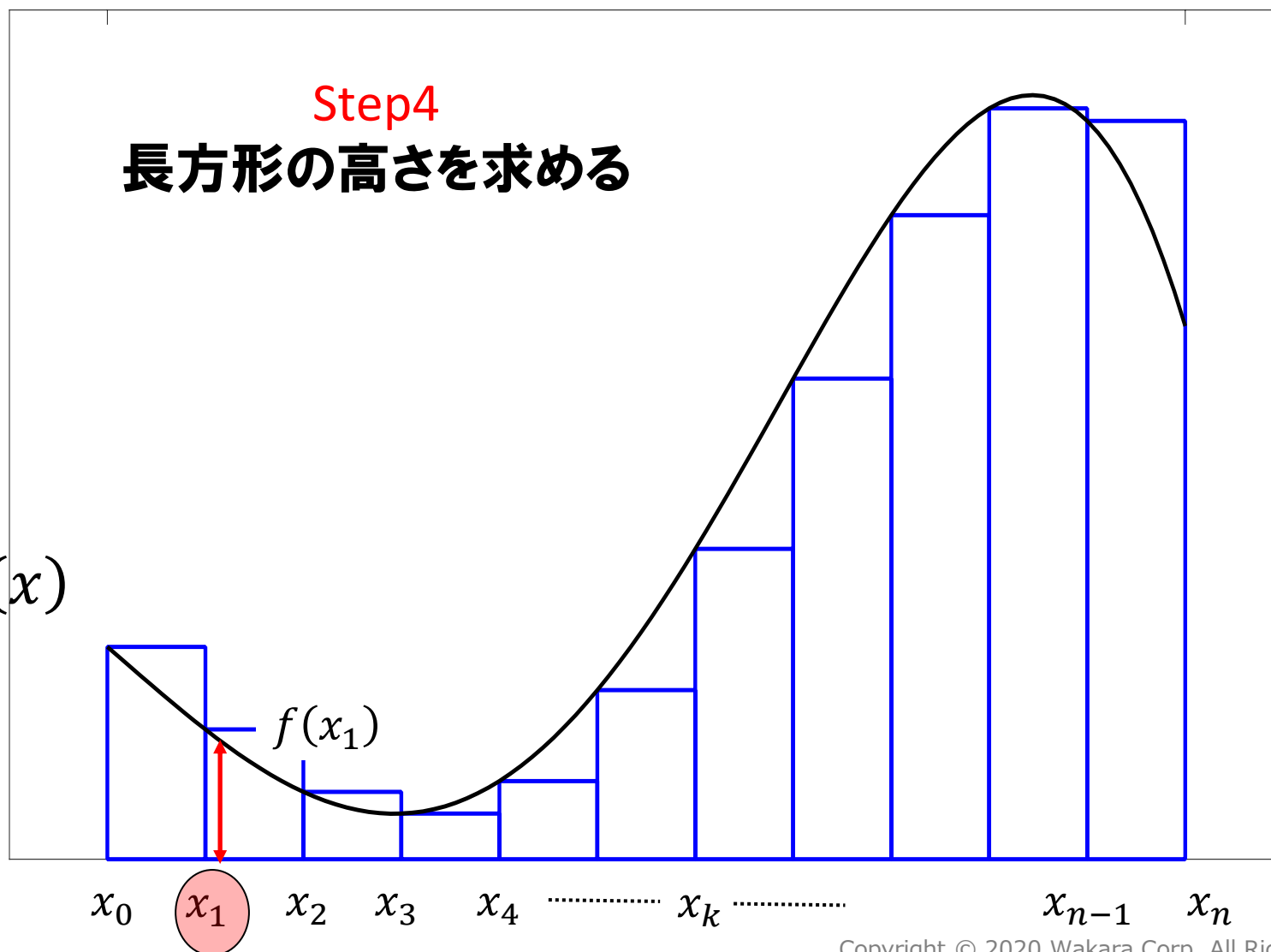
リーマンの区分求積法



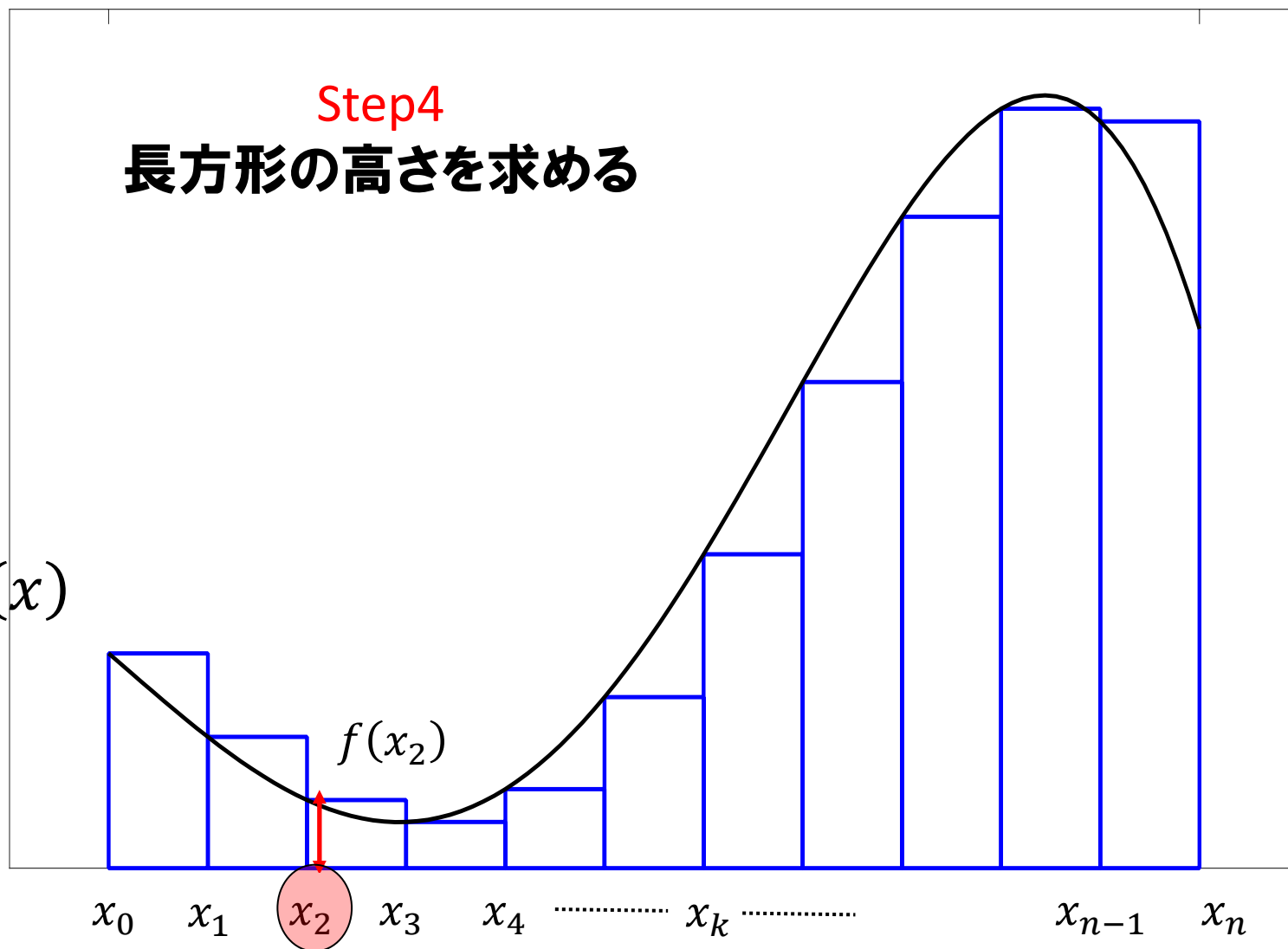
リーマンの区分求積法



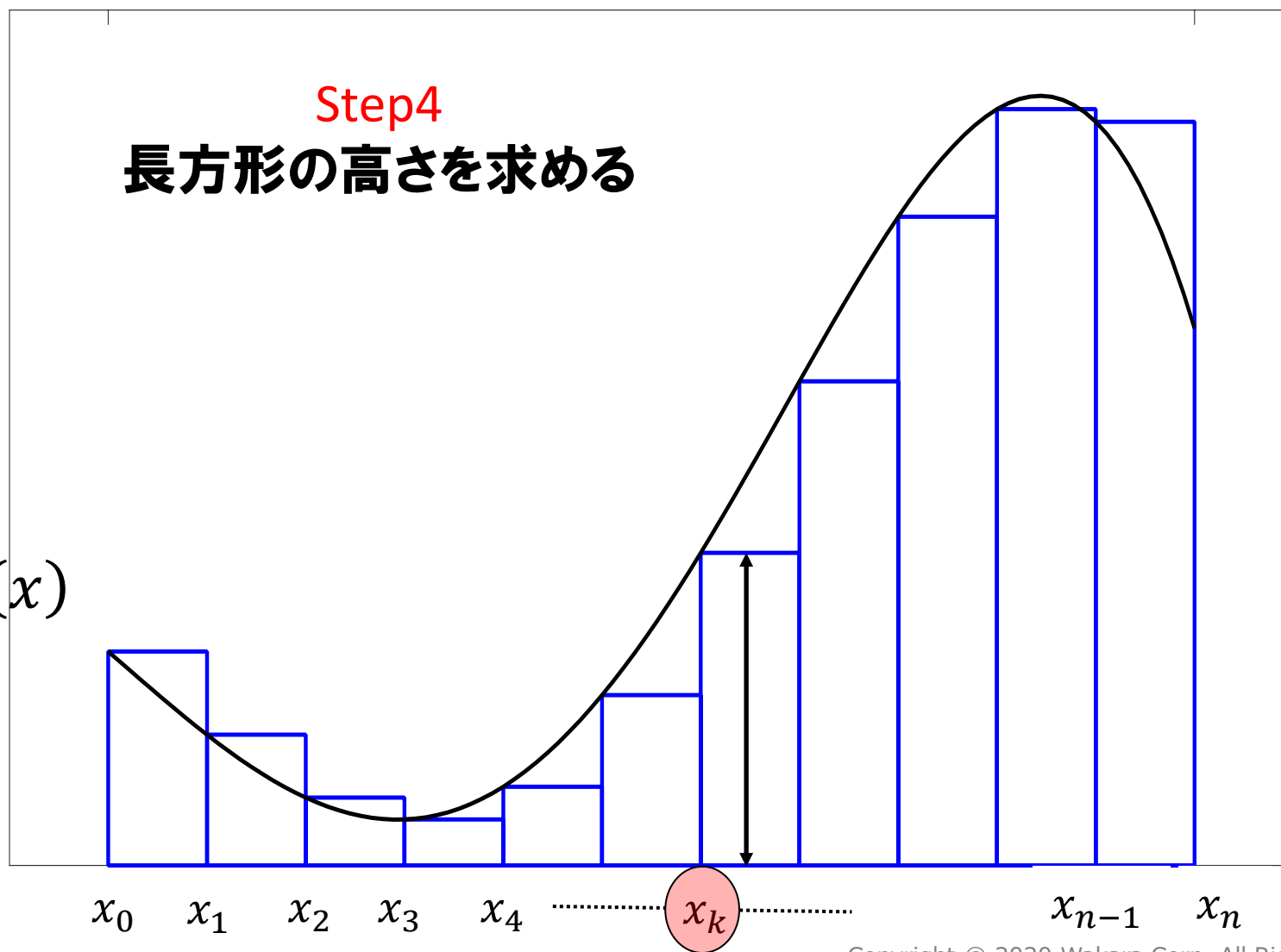
リーマンの区分求積法



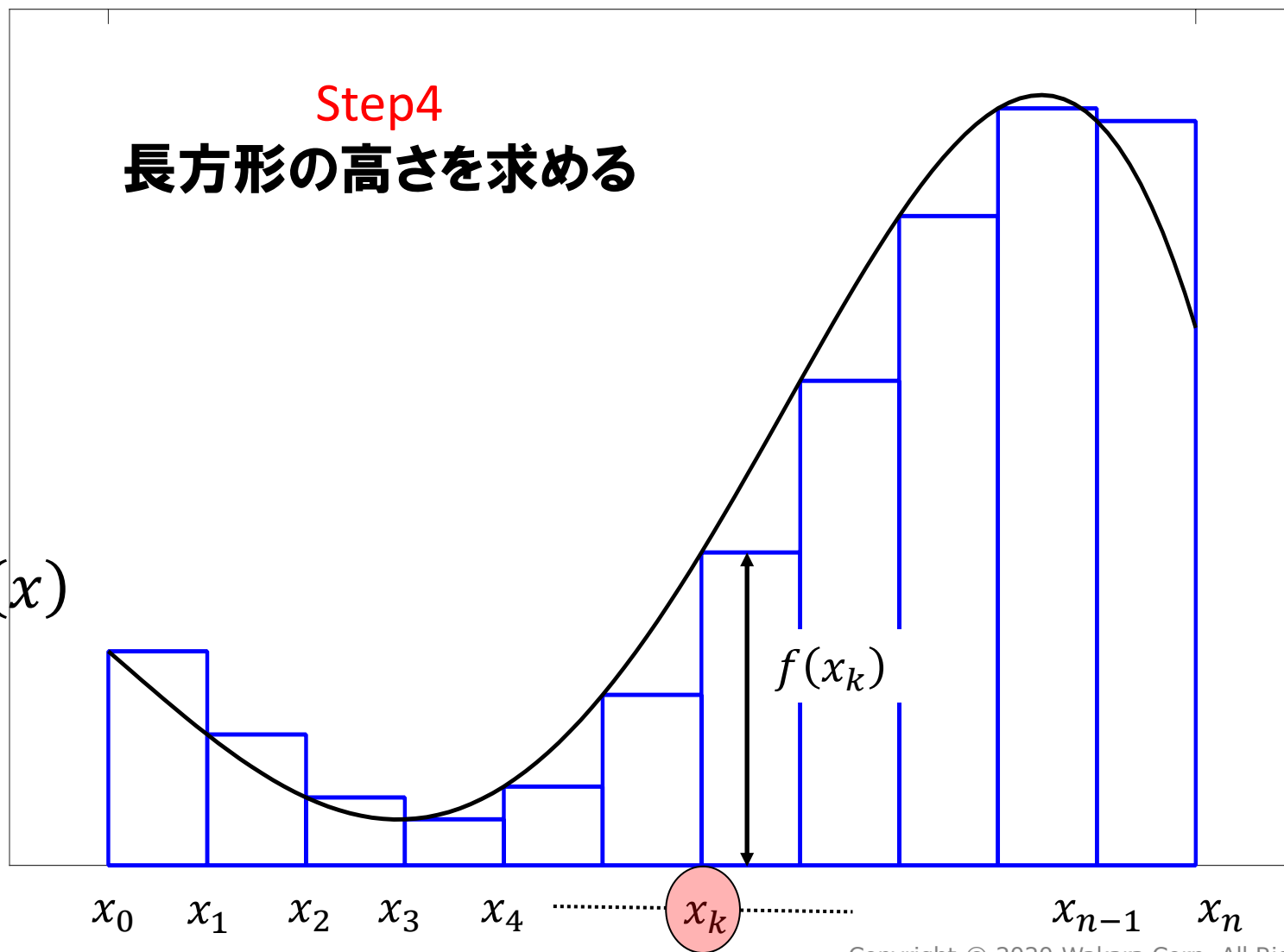
リーマンの区分求積法



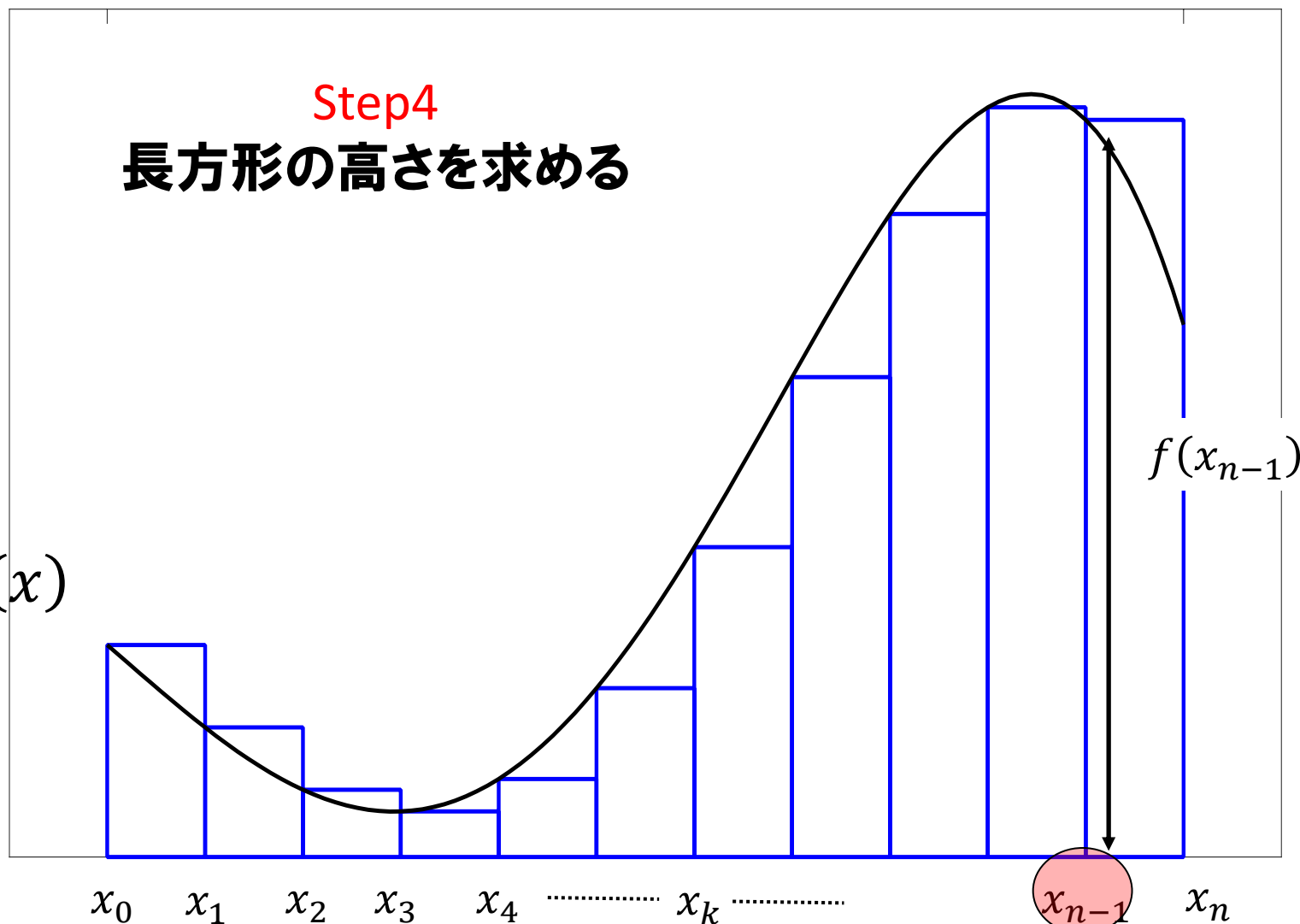
リーマンの区分求積法



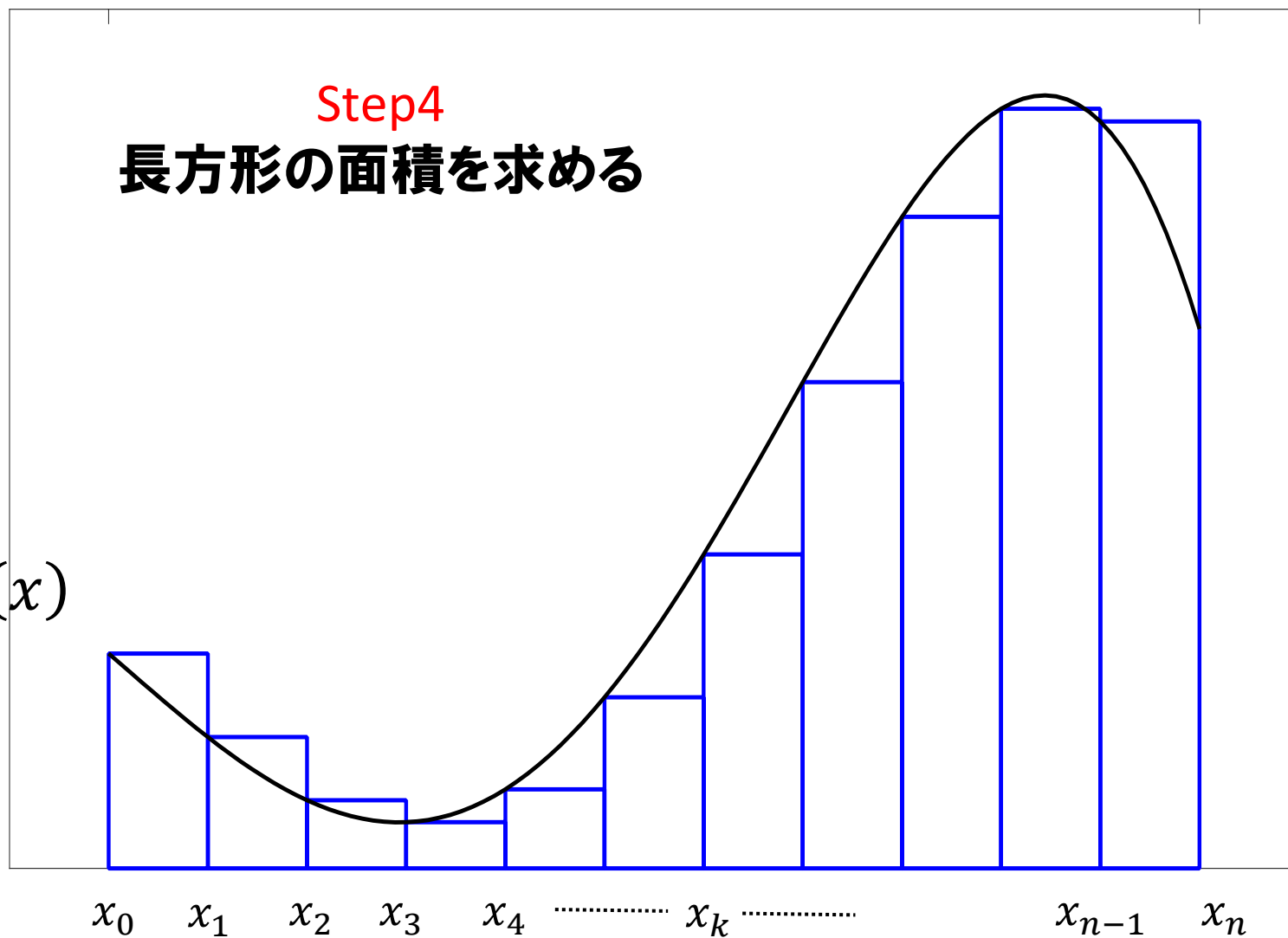
リーマンの区分求積法



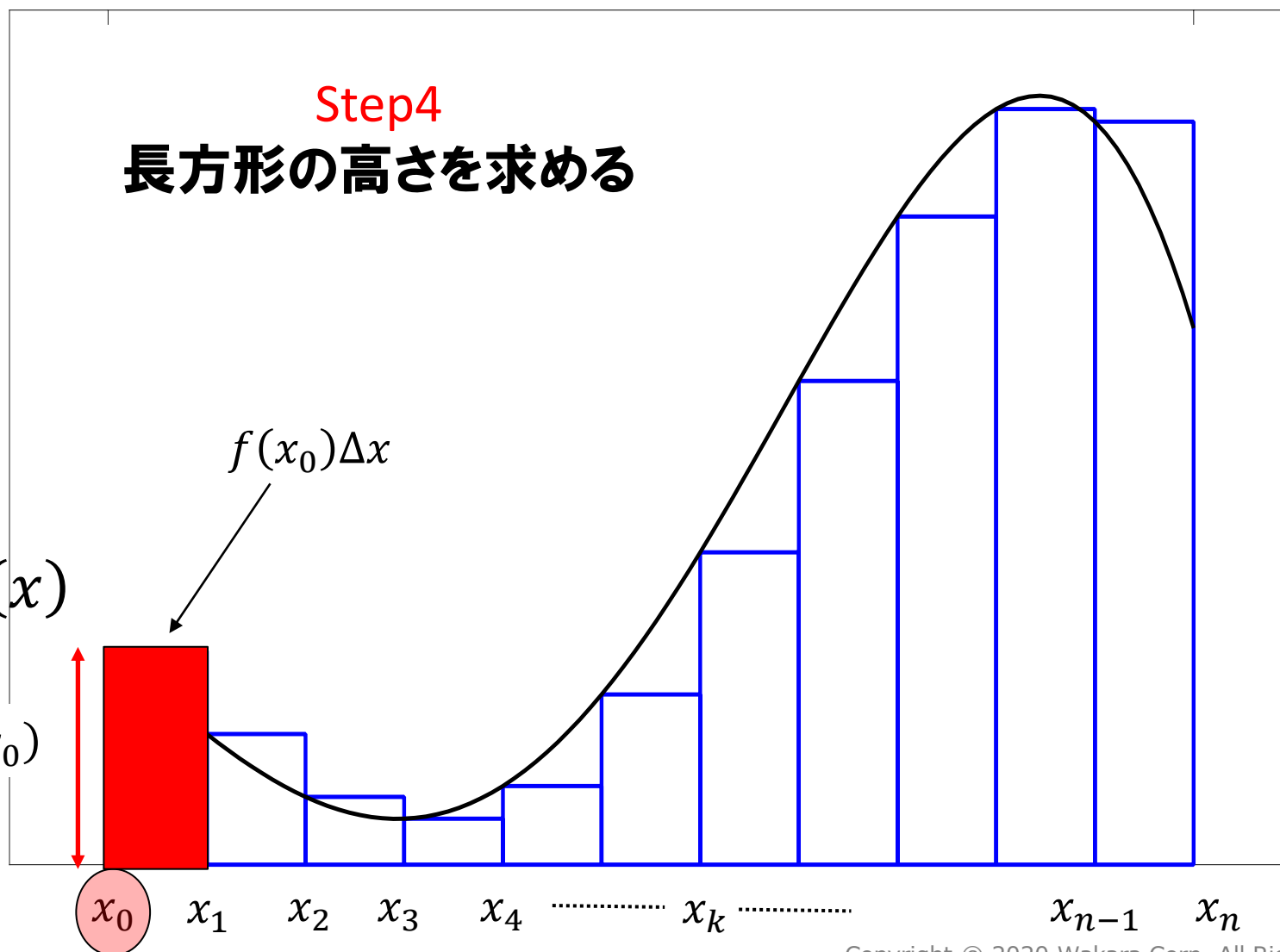
リーマンの区分求積法



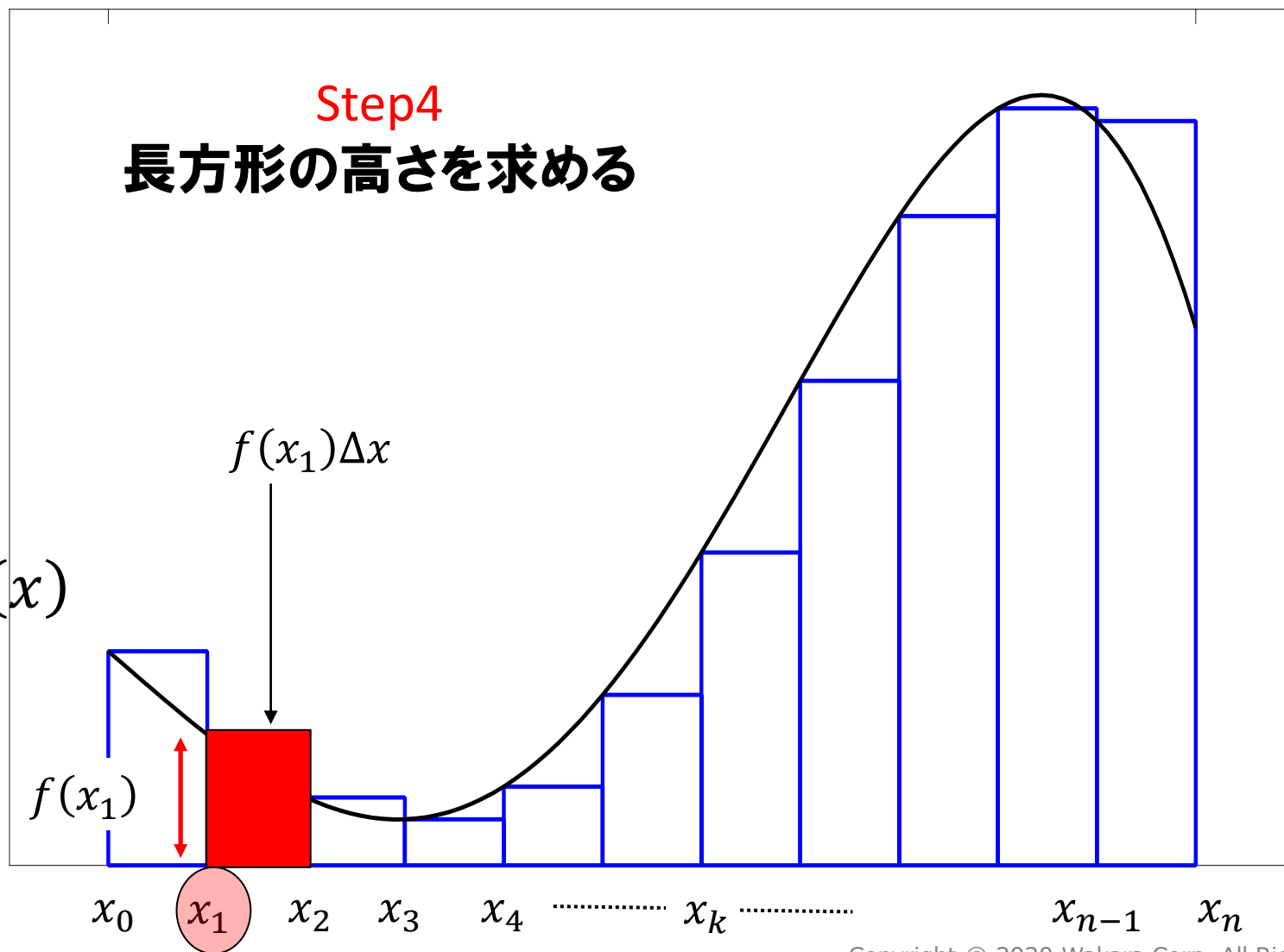
リーマンの区分求積法



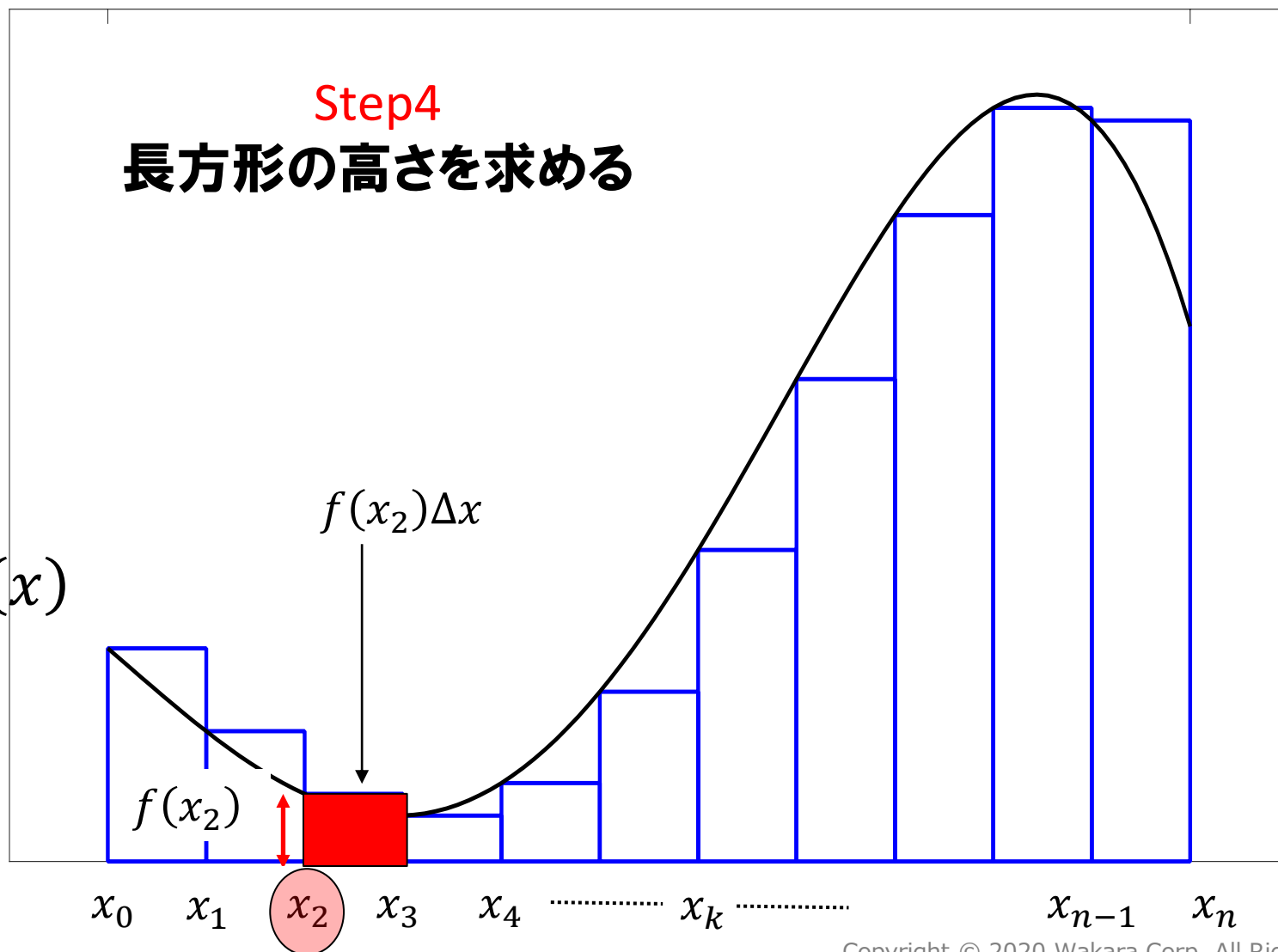
リーマンの区分求積法



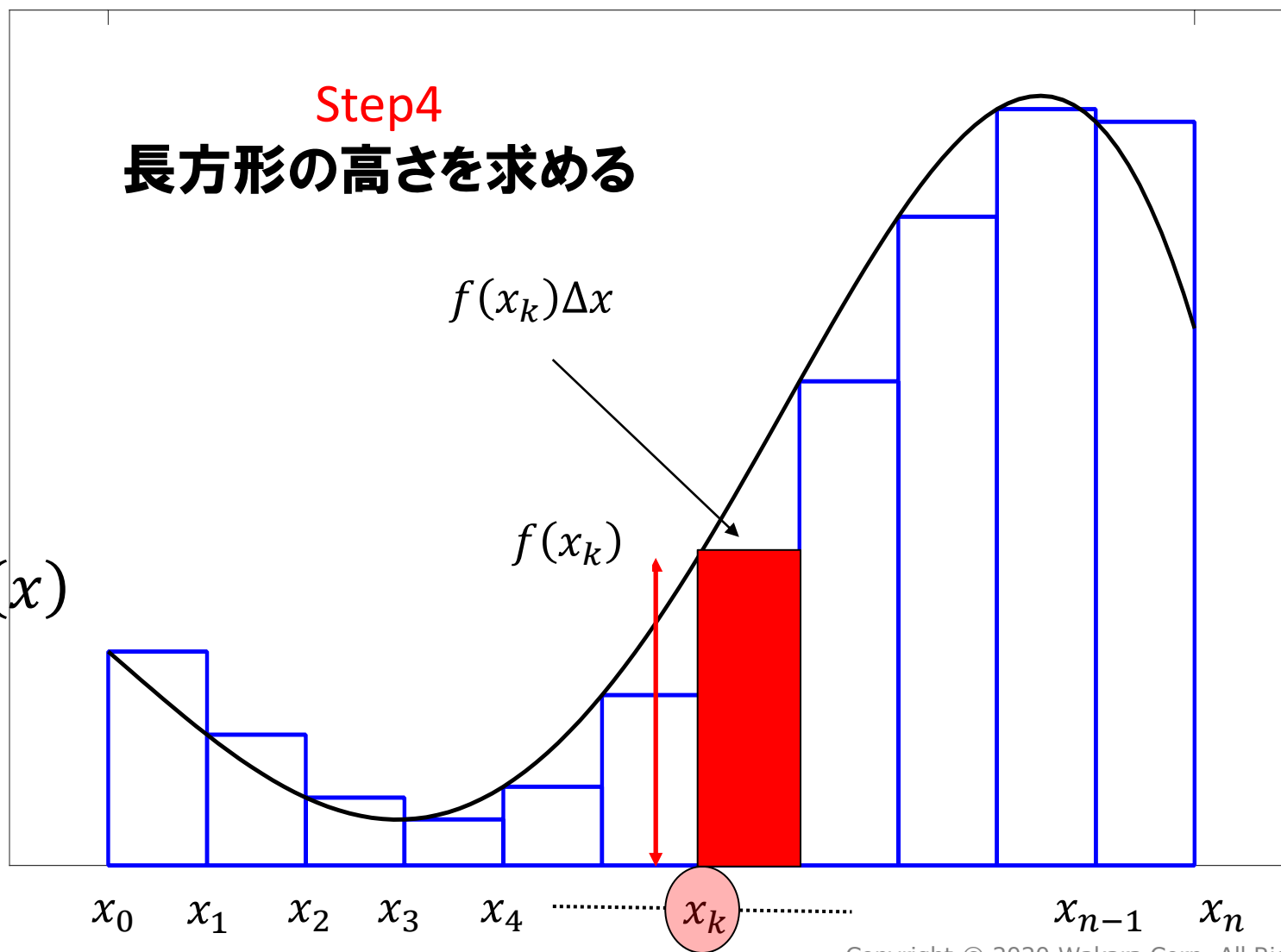
リーマンの区分求積法



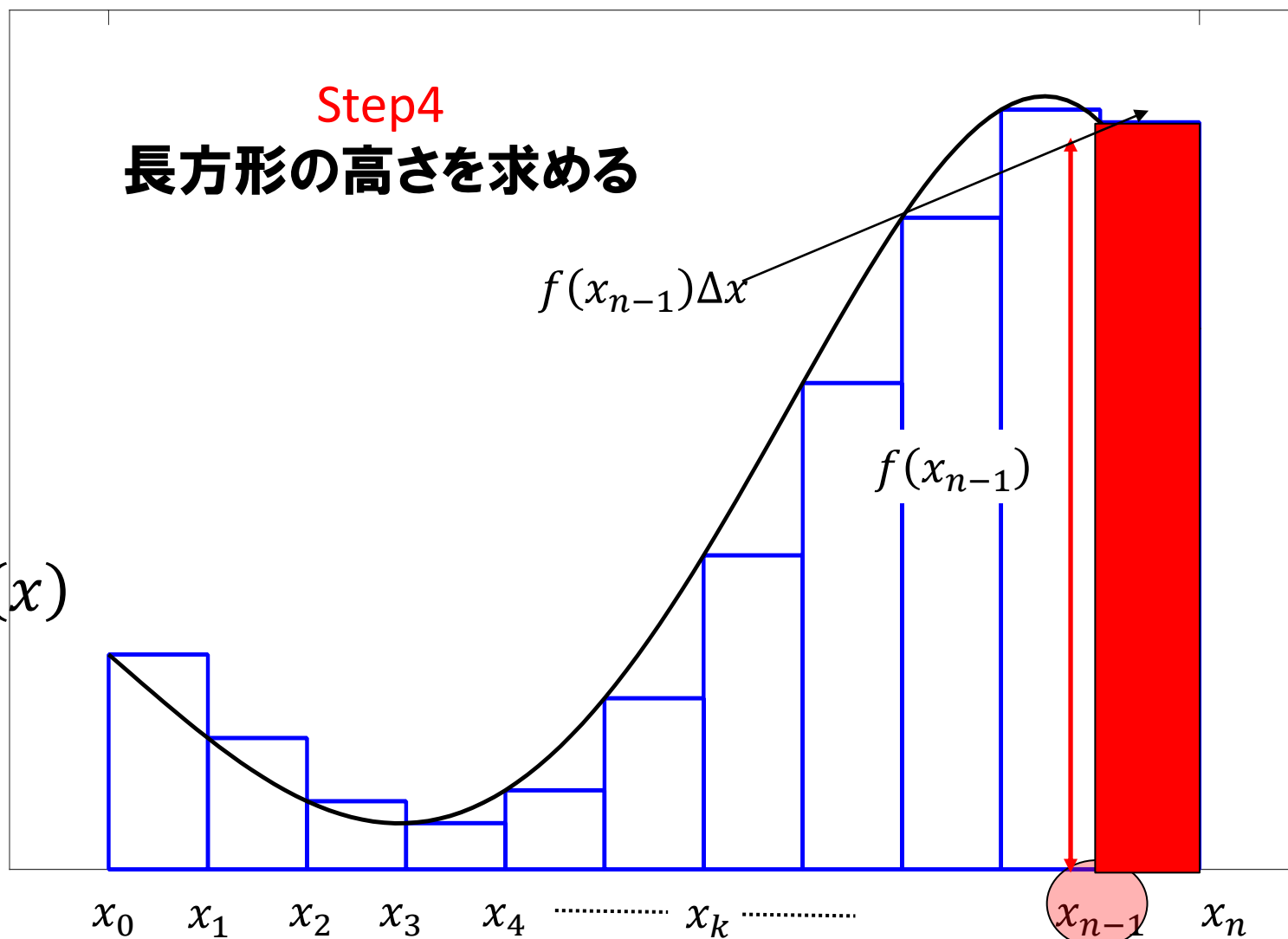
リーマンの区分求積法

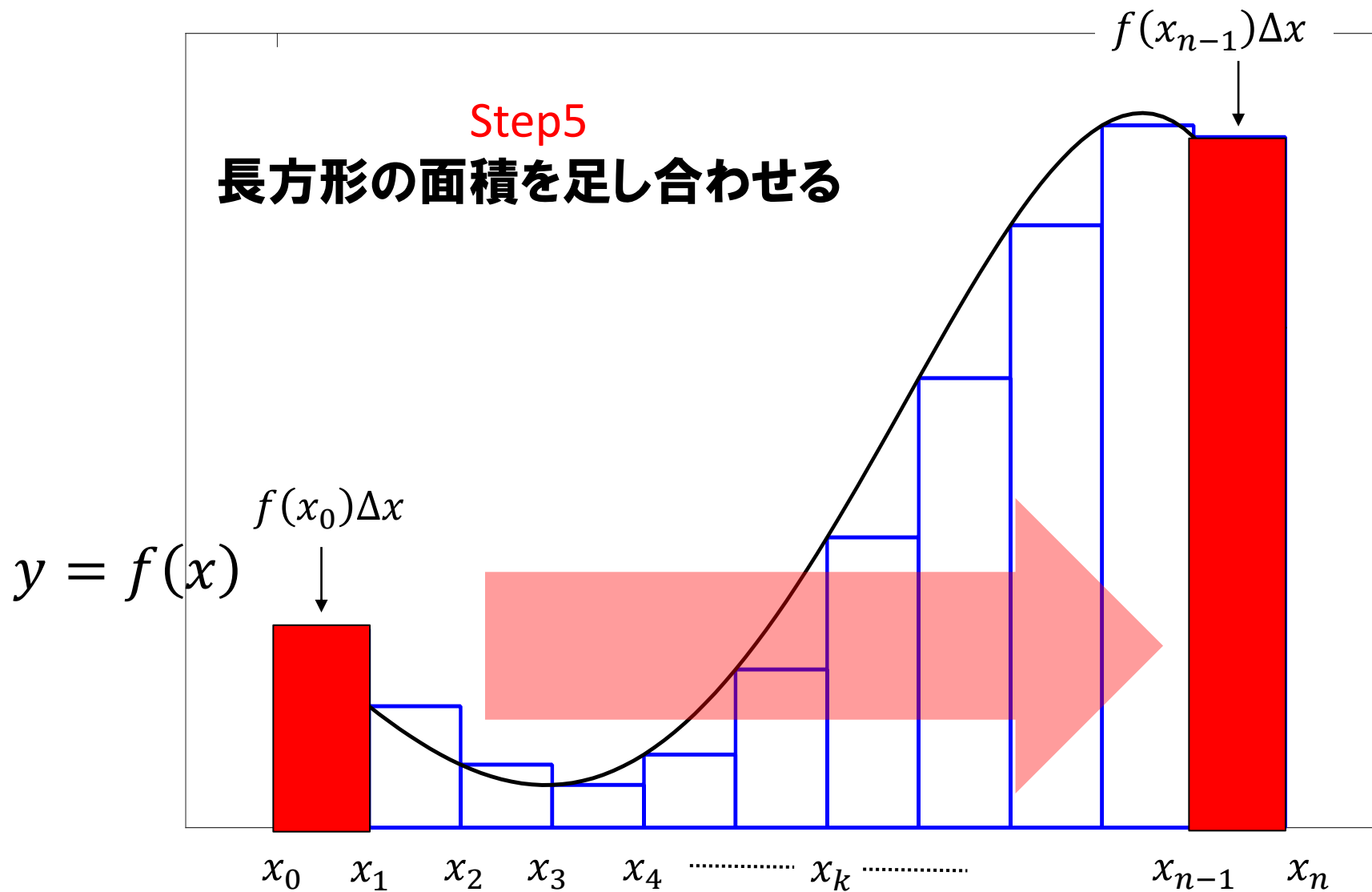


リーマンの区分求積法

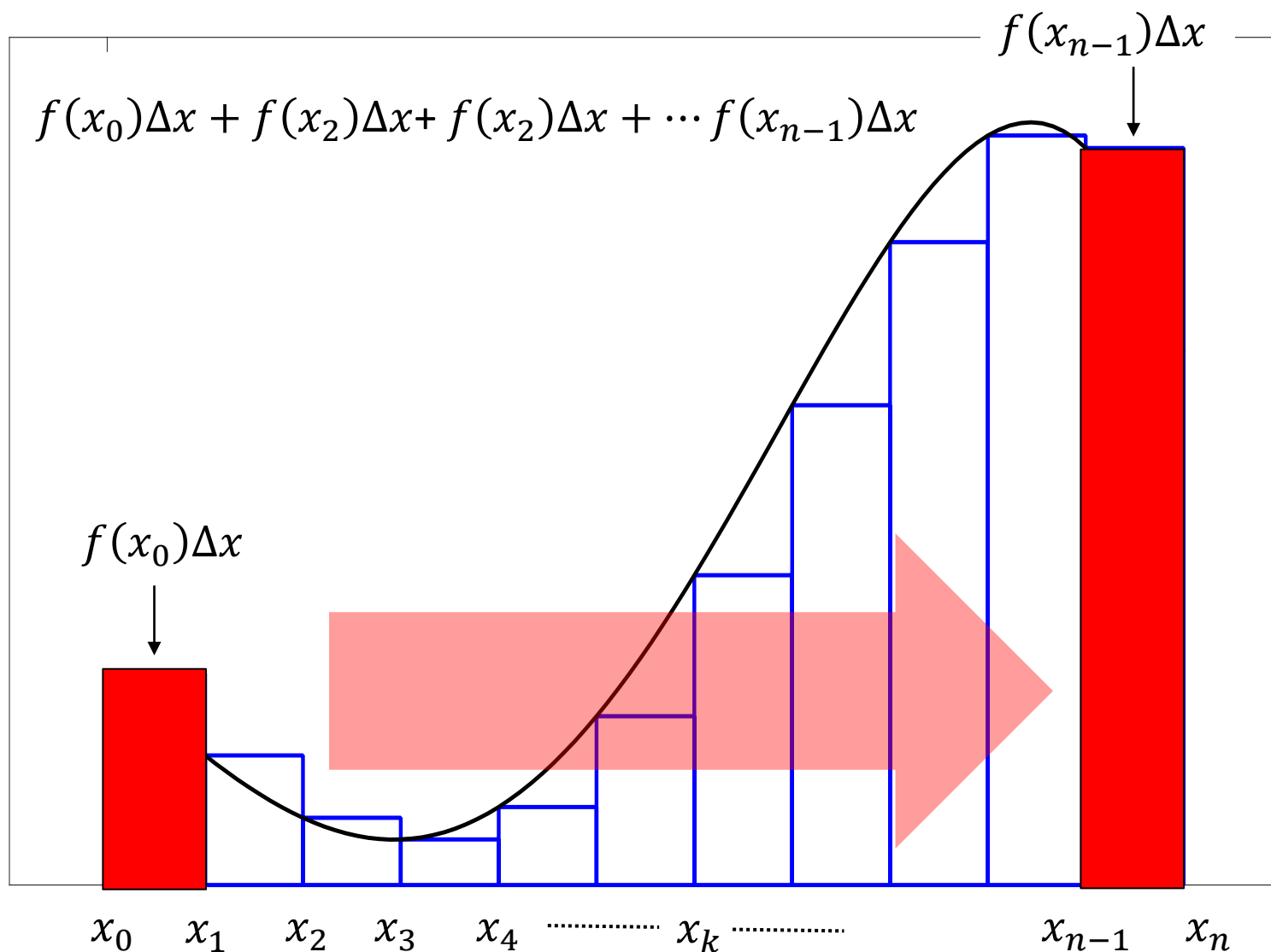


リーマンの区分求積法

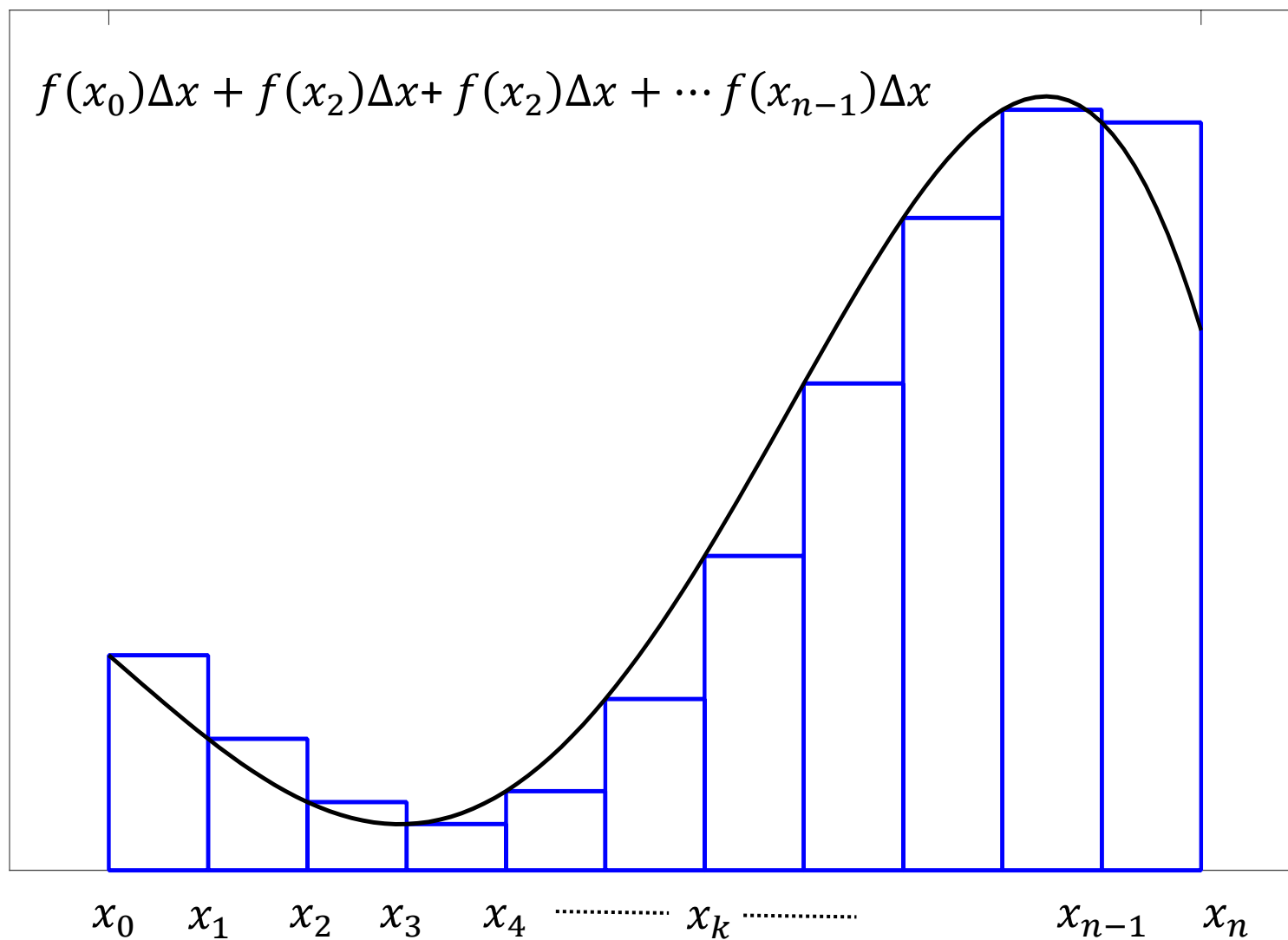




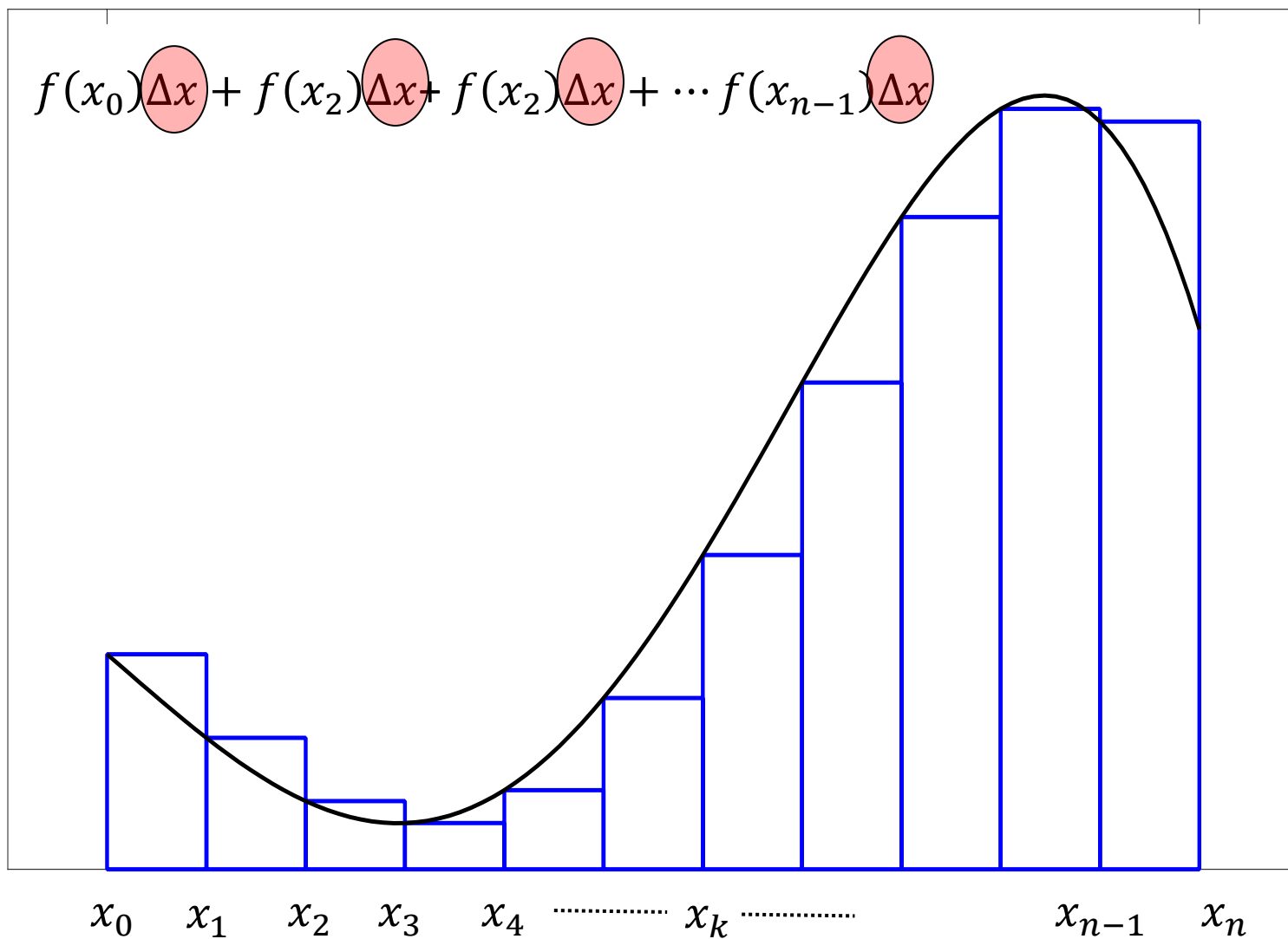
リーマンの区分求積法



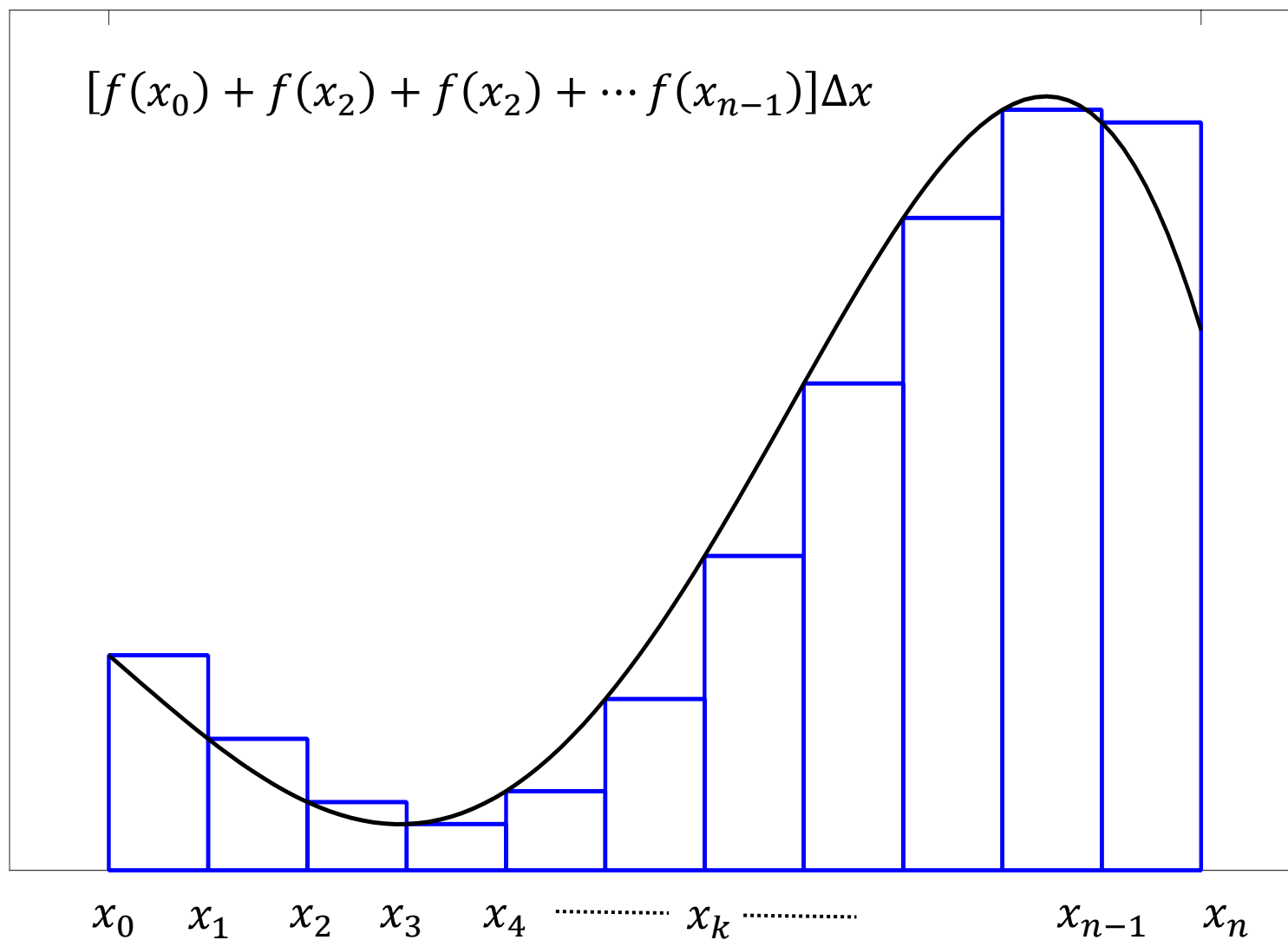
リーマンの区分求積法



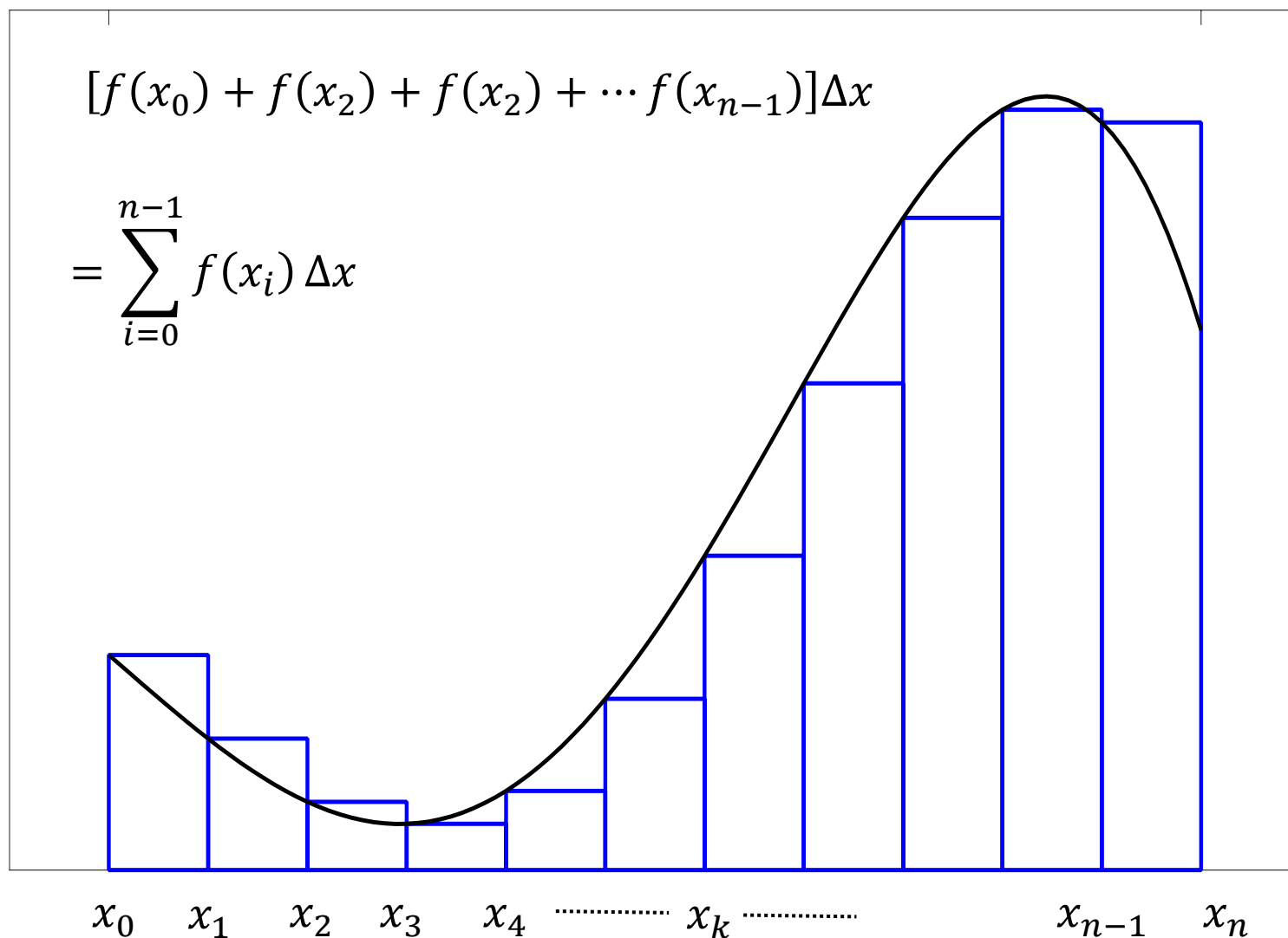
リーマンの区分求積法



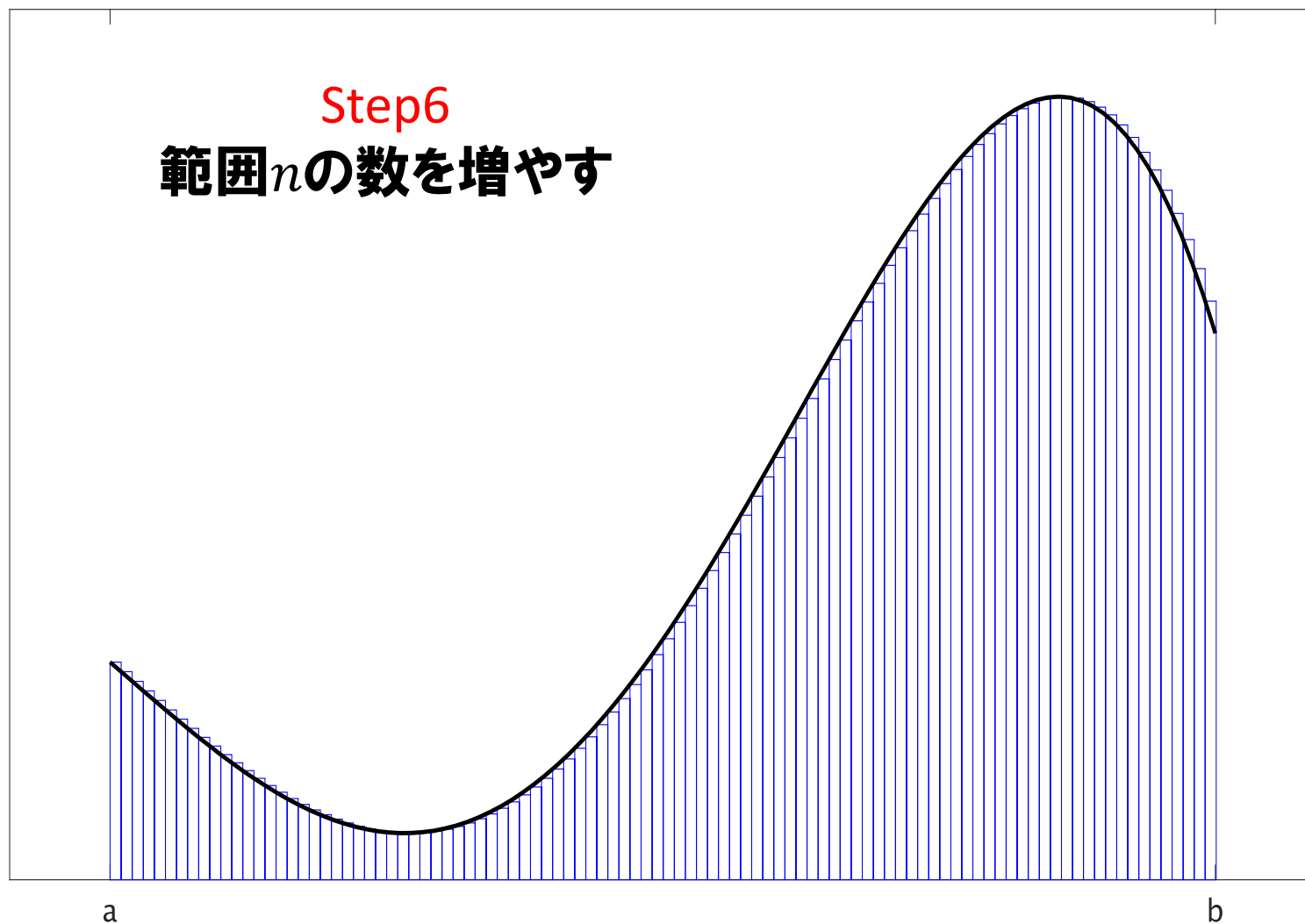
リーマンの区分求積法



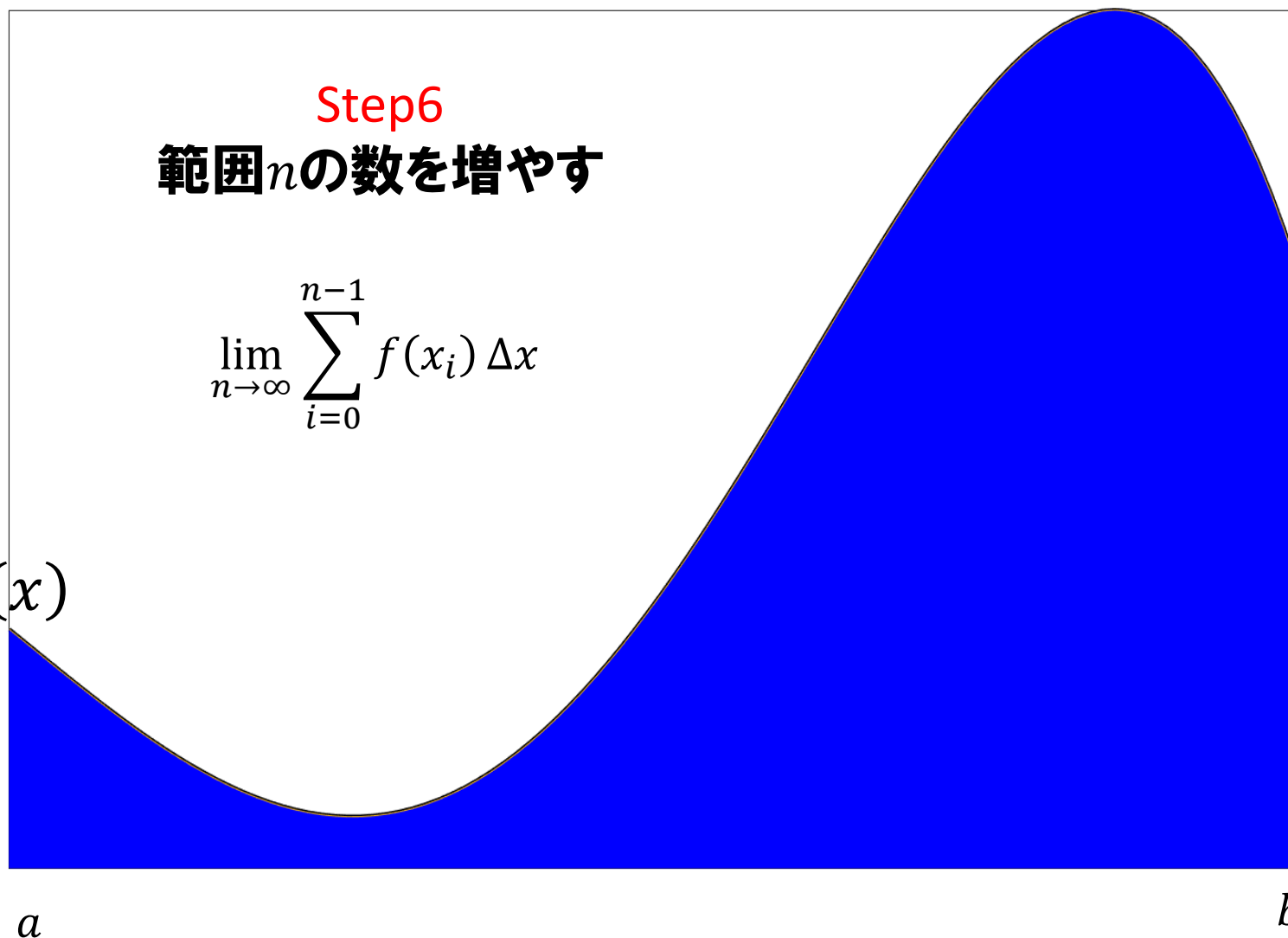
リーマンの区分求積法



リーマンの区分求積法



リーマンの区分求積法



リーマンの区分求積法

Step6

範囲 n の数を増やす

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$

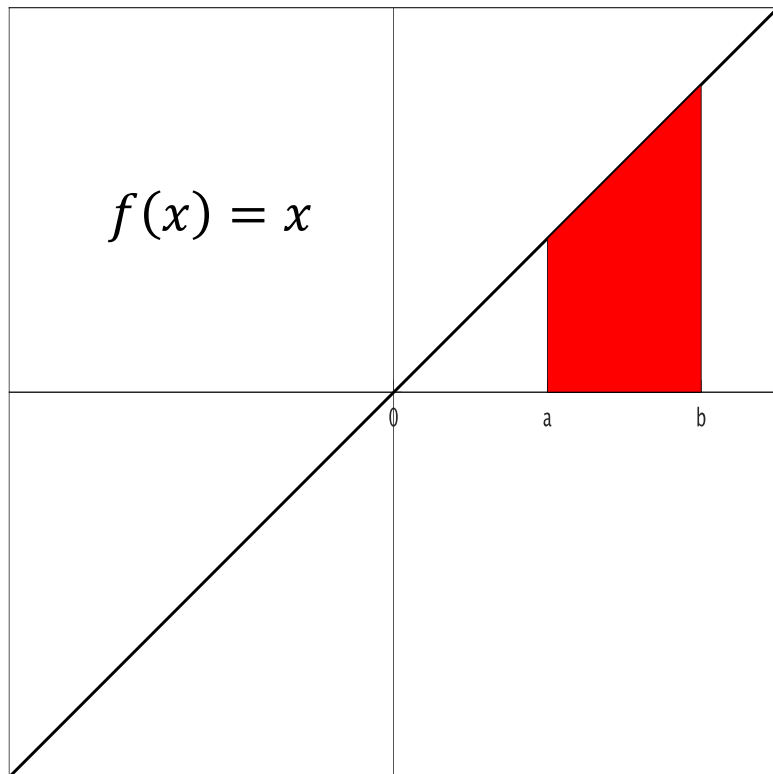
$y = f(x)$

a

b

積分公式

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

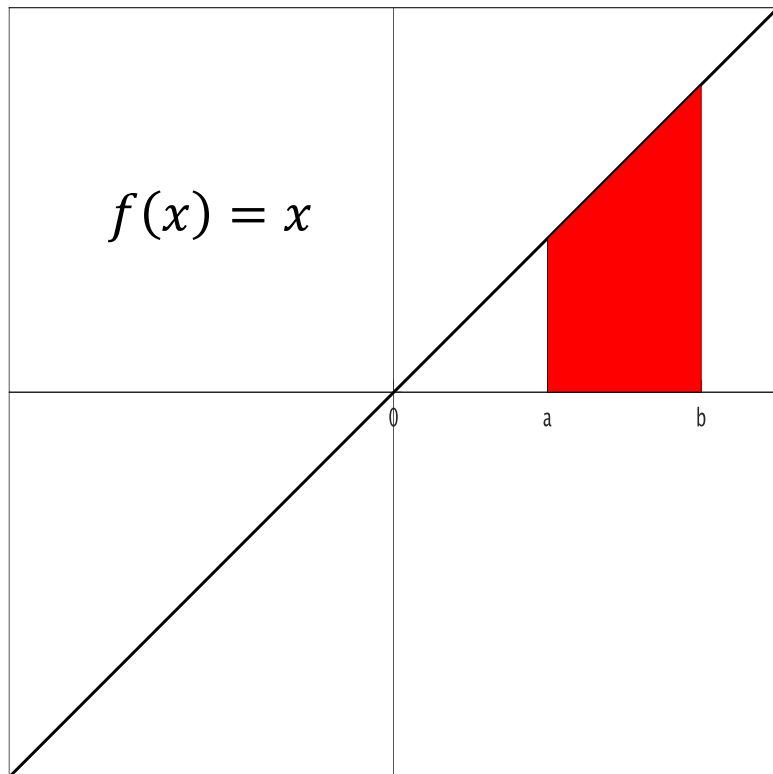
$$= \int_a^b x dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_a^b$$

$$= \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} a^2$$

積分公式

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

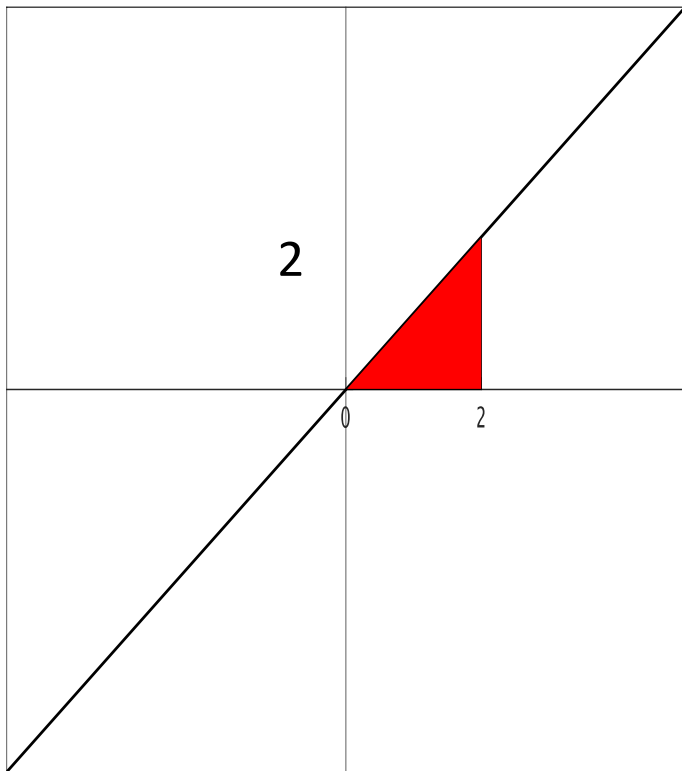
$$= \int_a^b x dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_a^b$$

$$= \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} a^2$$

積分公式

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$



$$f(x) = x$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 x \, dx \\ &= \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{1}{2} 2^2 - \frac{1}{2} 0^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

積分公式

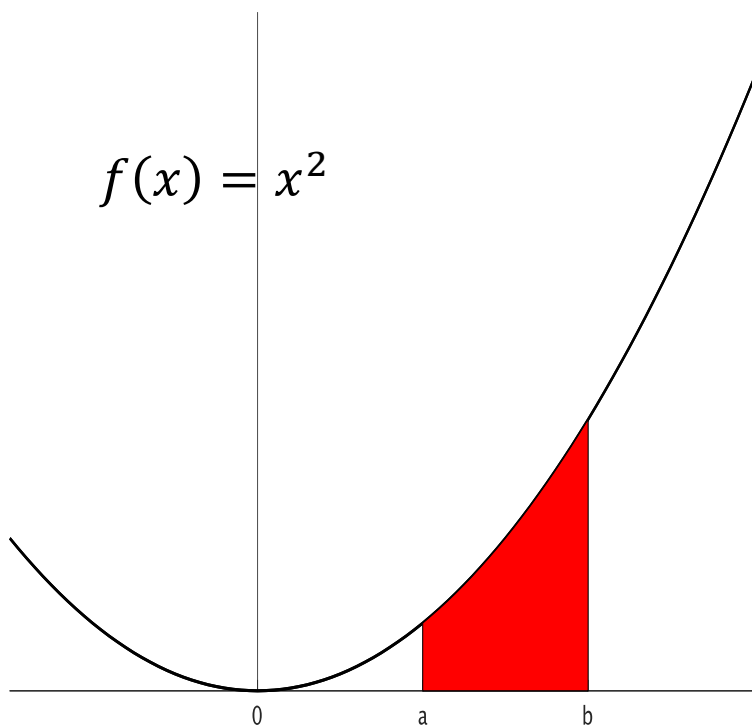
$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$= \int_a^b x^2 dx$$

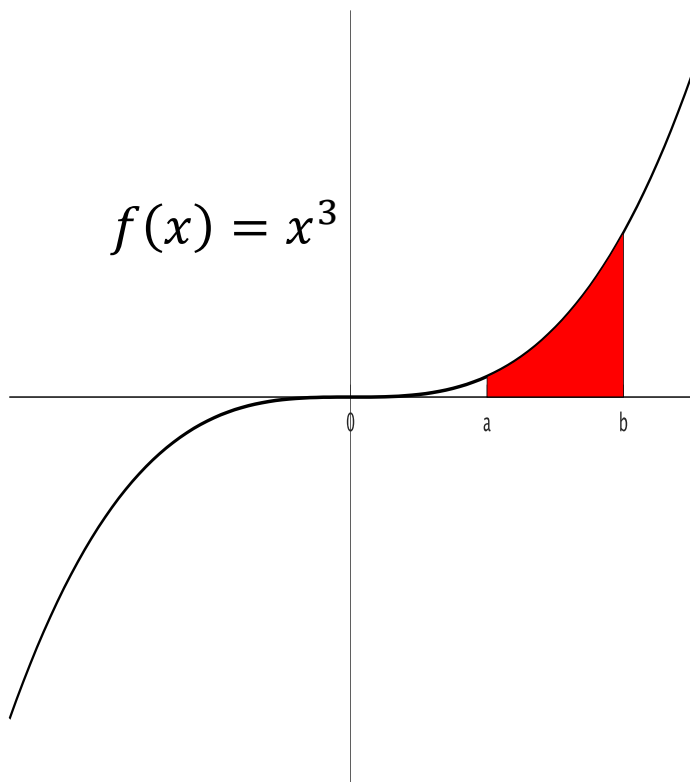
$$= \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_a^b$$

$$= \frac{1}{3} b^3 - \frac{1}{3} a^3$$



積分公式

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

$$= \int_a^b x^3 dx$$

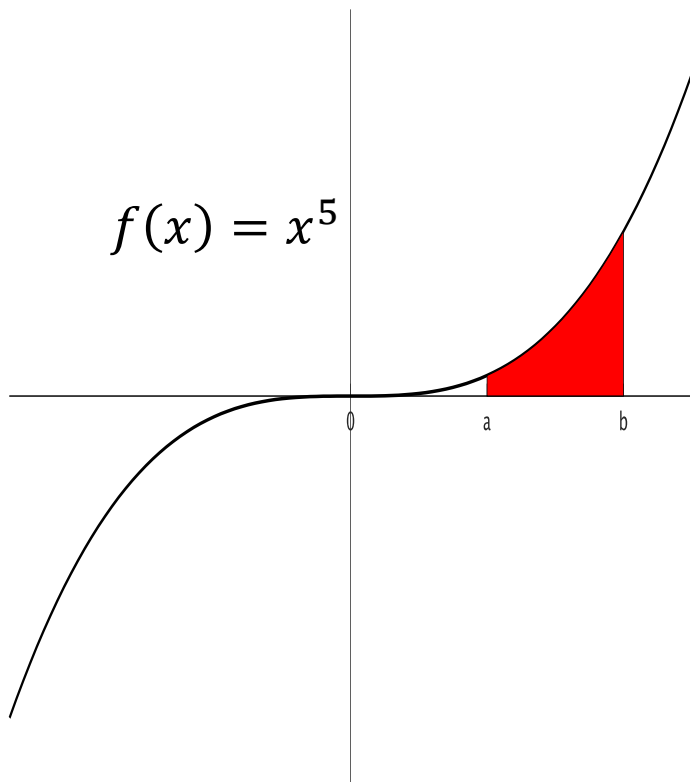
$$= \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_a^b$$

$$= \frac{1}{4} b^4 - \frac{1}{4} a^4$$

問題

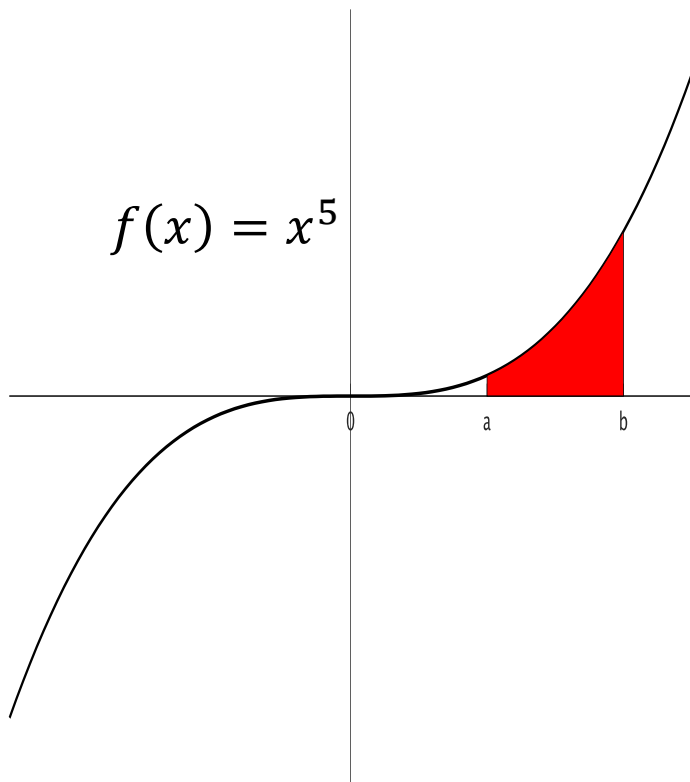
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$

$\int_1^2 f(x)dx$ を求めてください



問題

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$



$$\int_1^2 f(x) dx$$

$$= \int_1^2 x^5 dx$$

$$= \left[\frac{1}{6} x^6 \right]_1^2$$

$$= \frac{1}{6} 2^6 - \frac{1}{6} 1^6$$

$$= \frac{64 - 1}{6} = \frac{63}{6}$$