# アメリカ式統計学 第6回 演習問題　解説

和から株式会社

**問 1**　$\boxed{\textbf{1}}$　正解番号　①

I. 四分位範囲は箱ひげ図の箱の長さで表されるので，最も長いのは和食代なので正しい。
II. 箱ひげ図からは平均値を読み取ることはできないので正しくない。ちなみに，中央値は箱ひげ図の箱の真ん中にある実線である。
III. 飲酒代の第 1 四分位数は箱ひげ図の箱の下部分であり，洋食代の第 3 四分位数である箱ひげ図の箱の上部分を超えているため正しくない。

以上より，①が正解となる。

（類題：2019 年 11 月問 1，2018 年 11 月問 1，2018 年 6 月問 1，2017 年 6 月問 1 など）

**問 2**

〔1〕　$\boxed{\textbf{2}}$　正解番号　②

階級値による平均値は,（階級値 × 度数の合計）/（度数の総計）で算出できるので，平均値は

$$\frac{5\times 20+15\times 24+25\times 20+35\times 16+45\times 12+55\times 20+65\times 6+75\times 6+85\times 4+95\times 2}{20+24+20+16+12+10+6+6+4+2}$$

$$=\frac{3980}{120}\fallingdotseq 33.17$$

となる。よって正解は②である。

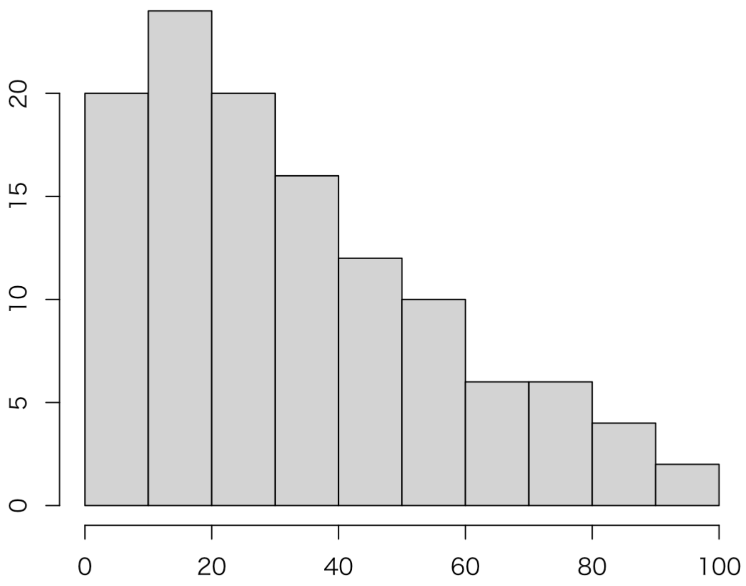
〔2〕　$\boxed{\textbf{3}}$　正解番号　②

累積相対度数は，指定の階級に至るまでの累積度数を度数の総計で割ったものとなる。（ア）は階級 20〜30 でそこに至るまでの累積度数は，$20+24+20=64$ でこれを 120 で割ると約 0.533,（イ）は階級 50〜60 でそこに至るまでの累積度数は，$20+24+20+16+12+10=102$ でこれを 120 で割ると 0.850 である。以上より，正解は②である。

〔3〕　$\boxed{\textbf{4}}$　正解番号　④

階級値の中央値は，累積相対度数が 0.5 を含む階級値なので，25 である。〔1〕より平均値が 33.17 であるから，平均値 33.17 は中央値 25 よりも大きい。さらに，歪度はヒストグラムや幹葉図を描

いた際，右裾が広がる場合は正の値，左裾が広がる場合は負の値となる。今回のデータにおけるヒストグラムを参考までに下図に示したとおり右裾のグラフとなる。以上より歪度は正の値をとることがわかったので，正解は④である。




問 2 のヒストグラム

（類題：2021 年 6 月問 1，2019 年 6 月問 1，2018 年 6 月問 1，2017 年 6 月問 2 など）

**問 3**

〔1〕 $\boxed{\textbf{5}}$ 正解番号 ③

相関係数の大きさは，散布図において直線的に密集している傾向のあるものほどが大きくなる。最も大きい散布図は本塁打と打点であり，次に大きいのは打点と安打，最も小さいのは安打と本塁打である。よって正解は③である。

〔2〕 $\boxed{\textbf{6}}$ 正解番号 ③

まず変動係数は標準偏差/平均値によって算出される。新しいデータはすべて 1 加えるため，平均値は 1 大きくなり，標準偏差は変わらないので，元々の変動係数よりも新しいデータの変動係数は小さくなる。また，変数の影響を取り除いたことによる相関係数を偏相関係数という。見せかけの相関係数は，ある変数を取り除く前にもともと変数間で定まった相関係数のことである。よって（ア）は小さくなる,（イ）は偏相関係数が入るので，正解は③である。

（類題：2019 年 11 月問 2，2019 年 6 月問 2，2018 年 6 月問 2 など）

**問 4**

〔1〕 $\boxed{\mathbf{7}}$ 正解番号 ①

2019 年 12 月の不動産価格指数（ア）は，前月比が 1.53%であるから，

$$\frac{151.5-（ア）}{（ア）}=0.0153$$

となる。これを解くと（ア）$\fallingdotseq$ 149.2 である。よって正解は①である。

〔2〕 $\boxed{\mathbf{8}}$ 正解番号 ③

2020 年 1 月の不動産価格指数は 151.5，同年 5 月の不動産価格指数は 154.5 であり，1ヶ月の平均変化率を $r$（%）とすると，

$$154.5=151.1\left(1+\frac{r}{100}\right)^4$$

となる。これを解くと

$$r=\left(\left(\frac{154.5}{151.5}\right)^{\frac{1}{4}}-1\right)\times 100 \fallingdotseq 49.14$$

となる。よって，正解は③である。

〔3〕 $\boxed{\mathbf{9}}$ 正解番号 ⑤

2020 年 6 月の 4 項移動平均は，6 月を中心に 5 月，6 月，7 月のデータに加え 4 月，8 月のデータの半分の値を合計し，4 で割った値によって平滑かされる。よって，正解は⑤である。

（類題：2019 年 11 月問 3，2018 年 11 月問 3，2018 年 6 月問 4 など）

**問 5**

〔1〕 $\boxed{\mathbf{10}}$ 正解番号 ④

属性ごとに「はい」と答えた割合は同じで $200/1,000=0.2$ であり,「いいえ」は $1-0.2=0.8$ である。また，属性 X の人数が 300 人なので，属性 Y の人数は，$1,000-300=700$ であるから属性 Y で「いいえ」の人数は，$700\times 0.8=560$ である。よって正解は④である。

〔2〕 $\boxed{\mathbf{11}}$ 正解番号 ⑤

属性の確率変数を $X$，回答の確率変数を $Y$ とすれば，次ページの表のような離散型確率分布表を得る。$X$，$Y$ の期待値 $E(X)$，$E(Y)$ と分散 $V(X)$，$V(Y)$ および $X$ と $Y$ の共分散 $Cov(X,Y)$，相関係数 $r_1$ はそれぞれ以下のようになる。

| $X\backslash Y$ | $Y=0$ | $Y=1$ | 計 |
|---|---|---|---|
| $X=0$ | 0.3 | 0.2 | 0.5 |
| $X=1$ | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| 計 | 0.5 | 0.5 | 1 |

$$E(X)=E(Y)=0\times 0.5+1\times 0.5=0.5,$$
$$V(X)=V(Y)=(0-0.5)^2\times 0.5+(1-0.5)^2\times 0.5=0.25,$$
$$Cov(X,Y)=(0-0.5)\times(0-0.5)\times 0.3+(0-0.5)\times(1-0.5)\times 0.2+(1-0.5)\times(0-0.5)\times 0.2+(1-0.5)\times(1-0.5)\times 0.3=0.05,$$
$$r_1=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}}=\frac{0.05}{\sqrt{0.25}\sqrt{0.25}}=0.20$$

よって，正解は⑤である。

〔3〕 $\boxed{\textbf{12}}$ 正解番号 ③

〔2〕と同様に属性の確率変数を $X$，回答の確率変数を $Y$ とすれば，下の左表（$r_2$ の計算）と右表（$r_3$ の計算）のような離散型確率分布表を得るので，同じように期待値，分散，共分散をそれぞれの表で求めれば，相関係数 $r_2$，$r_3$ はそれぞれ $-0.2$，$0.2$ となる。したがって，$r_1=-r_2=r_3$ となるので，正解は③である。

| $X\backslash Y$ | $Y=1$ | $Y=0$ | 計 |
|---|---|---|---|
| $X=0$ | 0.3 | 0.2 | 0.5 |
| $X=1$ | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| 計 | 0.5 | 0.5 | 1 |

| $X\backslash Y$ | $Y=-1$ | $Y=1$ | 計 |
|---|---|---|---|
| $X=-1$ | 0.3 | 0.2 | 0.5 |
| $X=1$ | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| 計 | 0.5 | 0.5 | 1 |

（類題：2016 年 6 月問 3 など）

**問 6** $\boxed{\textbf{13}}$ 正解番号 ③

I. ジニ係数は不平等性を表す指標値なので，地域格差やグループ格差などの大きさを表すことにも使用されるので正しい。
II. ジニ係数は完全平等線とローレンツ曲線で囲まれる部分の面積を 2 倍することで得られる。囲まれる部分の面積が 0.4 のとき，ジニ係数は $2\times 0.4=0.8$ なので，正しくない。
III. ジニ係数は 0〜1 の大きさで定まるので正しい。

以上より，③が正解となる。

（類題：2018 年 6 月問 3，2015 年 11 月問 5 など）

**問 7** $\boxed{\textbf{14}}$ 正解番号 ②

基準年の財 $i$ の価格を $p_{i0}$，購入数量を $q_{i0}$ とし，比較年の財 $i$ の価格を $p_{it}$，購入数量を $q_{it}$ とすればラスパイレス指数は，基準年と同じ購入量を比較年も購入したときの購入金額と基準年における購入金額との比

$$\frac{\sum_i p_{it}q_{i0}}{\sum_j p_{j0}q_{j0}} \times 100$$

で算出できる。2018 年を比較年とする 2019 年のラスパイレス指数は,

$$\frac{323.91 \times 6,717 + 139.94 \times 21,518}{325.59 \times 6,717 + 142.17 \times 21,518} \times 100$$

となる。よって，正解は②である。

（類題：2018 年 11 月問 4，2017 年 11 月問 4 など）

**問 8**

〔1〕 $\boxed{\textbf{15}}$ 正解番号 ②

家に帰ってきた太郎くんが帽子を持って帰る確率は，裕太君，茂雄君，隆君の家に帽子を忘れなければよいので,

$$(1 - 0.25)^3 = 0.75^3 \fallingdotseq 0.42$$

となる。よって正解は②である。

〔2〕 $\boxed{\textbf{16}}$ 正解番号 ②

まず帽子を忘れる確率は,〔1〕の余事象から，$1 - 0.42 = 0.58$ である。また，茂雄君の家に帽子を忘れてきてしまう確率は，$0.75 \times 0.25 = 0.1875$ である。したがって，帽子がなかった状況で茂雄君の家に忘れてしまう確率は,

$$\frac{0.1875}{0.58} \fallingdotseq 0.33$$

となる。よって，正解は②である。

（類題：2017 年 6 月問 7 など）

**問 9** $\boxed{\textbf{17}}$ 正解番号 ③

セミナーへの参加者が社会人である確率は，$P(\text{社会人}) = 0.6$ であり，学生である確率は $P(\text{学生}) = 0.4$ である。さらに社会人で過去のセミナーに参加した確率は，$P(\text{過去参加} \mid \text{社会人}) = 0.6$, 学生で過去のセミナーに参加した確率は，$P(\text{過去参加} \mid \text{学生}) = 0.4$ である。ベイズの定理より，過去に参加したことのある人が社会人である確率 $P(\text{社会人} \mid \text{過去参加})$ は,

$$P(\text{社会人}\mid\text{過去参加}) = \frac{P(\text{過去参加}\mid\text{社会人})\times P(\text{社会人})}{P(\text{過去参加}\mid\text{社会人})\times P(\text{社会人}) + P(\text{過去参加}\mid\text{学生})\times P(\text{学生})}$$
$$= \frac{0.6\times 0.6}{0.6\times 0.6 + 0.4\times 0.4} = \frac{0.36}{0.52} \fallingdotseq 0.7(=70\%)$$

となる。よって，正解は③である。

（類題：2019 年 11 月問 8，2018 年 11 月問 7，2017 年 11 月問 7 など）

**問 10**

〔1〕 $\boxed{\mathbf{18}}$ 正解番号 ①

$X$ は試行回数 $n=9$，発生率 $p=2/8=0.25$ の二項分布 $B(9,0.25)$ に従うので，$X$ の期待値は，$9\times 0.25 = 2.25$，標準偏差は，$\sqrt{9\times 0.25\times(1-0.25)} = \sqrt{1.6875} \fallingdotseq 1.30$ となる。よって正解は①である。

〔2〕 $\boxed{\mathbf{19}}$ 正解番号 ③

$X$ は二項分布 $B(9,0.25)$ に従うので，その確率 $P(X=x)$ は

$$P(X=x) = {}_9\mathrm{C}_x 0.25^x(1-0.25)^{9-x} = \frac{9!}{x!(9-x)!}0.25^x 0.75^{9-x}$$

である。したがって，$P(X=x+1)$ との確率比は

$$\frac{P(X=x+1)}{P(X=x)} = \frac{\frac{9!}{(x+1)!(9-(x+1))!}0.25^{x+1}0.75^{9-(x+1)}}{\frac{9!}{x!(9-x)!}0.25^x 0.75^{9-x}} = \frac{-x+9}{3x+3}$$

だから，$a=9$，$b=3$ となる。正解は③である。

〔3〕 $\boxed{\mathbf{20}}$ 正解番号 ②

$P(X=x)$ の最大値をとる $x$ は,〔2〕の確率比が 1 未満となる最小の整数 $x$ を求めればよく，

$$\frac{P(X=x+1)}{P(X=x)} = \frac{-x+9}{3x+3} < 1 \quad\longleftrightarrow\quad x > 1.5$$

となる。これを満たす最小の整数は 2 となるから，正解は②である。

（類題：2018 年 11 月問 9 など）

**問 11**

〔1〕 $\boxed{\mathbf{21}}$ 正解番号 ②

ポアソン分布に従う確率変数の平均値と分散は同じになるので，交通事故発生件数の平均値の推定値が 485/365 ならば，分散の推定値も同じく 485/365 である。よって正解は②である。

〔2〕 $\boxed{\mathbf{22}}$ 　正解番号 ⑤

この市における 1 日の交通事故発生件数 $X=x$ は $\hat{\lambda}=485/365$ を用いて，

$$P(X=x)=f(x)=\frac{(485/365)^x e^{-485/365}}{x!}$$

で表せる。このとき，少なくとも 1 件事故が発生する確率は余事象を利用して，

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-f(0)=1-e^{-485/365}\fallingdotseq 1-\frac{1}{3.78}\fallingdotseq 0.74$$

となる。正解は⑤である。

（類題：2017 年 11 月問 11 など）

**問 12**

〔1〕 $\boxed{\mathbf{23}}$ 　正解番号 ①

確率変数 $X$ を，初めてダーツで的を外すまでの回数とすると，$X$ は失敗確率 $1-0.8=0.2$ の幾何分布に従うので，

$$P(X=4)=0.8^{4-1}\times 0.2=0.512\times 0.2=0.1024$$

となる。よって正解は①である。

〔2〕 $\boxed{\mathbf{24}}$ 　正解番号 ②

〔1〕より，$X$ は失敗確率 0.2 の幾何分布に従うので，期待値と分散はそれぞれ

$$E(X)=\frac{1}{0.2}=5,\ V(X)=\frac{1-0.2}{0.2^2}=20$$

となる。よって正解は②である。

（類題：2019 年 11 月問 10 など）

**問 13**

〔1〕 $\boxed{\mathbf{25}}$ 　正解番号 ④

確率変数 $X$ は平均 12，分散 16 の正規分布に従うので，$Z=(X-12)/\sqrt{16}=(X-12)/4$ は標準正規分布に従うので，

$$P(9\leq X\leq 17)=P\left(\frac{9-12}{4}\leq\frac{X-12}{4}\leq\frac{17-12}{4}\right)=P(-0.75\leq Z\leq 1.25)$$
$$=1-P(Z<-0.75)-P(1.25<Z)=1-P(0.75<Z)-P(1.25<Z)=1-0.2266-0.1056\fallingdotseq 0.67$$

となる。よって正解は④である。

〔2〕 $\boxed{\textbf{26}}$ 正解番号 ③

〔1〕より，$Z = (X-12)/\sqrt{16} = (X-12)/4$ は標準正規分布に従うので，

$$P(a < X) = P\left(\frac{a-12}{4} < Z\right) = 0.95$$

である。また，標準正規分布において上側確率 95%点は，線形補間を利用して $-1.645$ なので，

$$\frac{a-12}{4} = -1.645$$

となるので，これを解くと $a = 5.42$ であるから正解は③である。

〔3〕 $\boxed{\textbf{27}}$ 正解番号 ②

$P(X < b) = 0.90$ は下側確率 90%点を表す。これを標準化した標準正規分布において下側確率 90%点は，線形補間を利用して 1.282 なので，$b$ の偏差値は $50 + 10 \times 1.282 = 62.82$ となる。よって，正解は②である。

（類題：2019 年 6 月問 11 など）

**問 14** $\boxed{\textbf{28}}$ 正解番号 ②

A さんのお小遣いを $A$，B くんのお小遣いを $B$ とおくと，求めるべき確率は $P(1000 \leq A - B)$ である。$A$，$B$ は互い独立で平均 4,000，標準偏差 800 で同一の正規分布に従うので，$A - B$ は平均 0，標準偏差 $\sqrt{800^2 + 800^2} \fallingdotseq 1131.37$ の正規分布に従う。よって，

$$P(1000 \leq A - B) = \left(\frac{1000-0}{1131.37} < \frac{A-B-0}{1131.37}\right) = P(0.88 < Z) \fallingdotseq 0.19$$

となる。よって，正解は②である。

（類題：2018 年 6 月問 8 など）

**問 15** $\boxed{\textbf{29}}$ 正解番号 ②

確率変数 $X$ の分散 $V(X)$ は $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ であることに注意して，

$$E(X) = 1 \times 0.5 + 2 \times 0.2 + 5 \times 0.2 + 11 \times 0.1 = 3.0$$
$$E(X^2) = 1^2 \times 0.5 + 2^2 \times 0.2 + 5^2 \times 0.2 + 11^2 \times 0.1 = 18.4$$
$$V(X) = 18.4 - 3.0^2 = 18.4 - 9.0 = 9.4$$

となる。よって，正解は②である。

（類題：2015 年 6 月問 9 など）

**問 16** $\boxed{\textbf{30}}$ 正解番号 ⑤

確率変数 $X$ の期待値 $E(X)$ は，$X$ の確率密度関数 $f$ を用いて，

$$E(X) = \int_0^{\sqrt{2}} xf(x)dx = \int_0^{\sqrt{2}} x^2 dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \fallingdotseq 0.943$$

となる。また，$X$ の中央値を $m$ $(0 < m < \sqrt{2})$ とすると，$m$ は下側確率（または上側確率）が 0.5 を満たせばよいので，

$$P(0 \leq X \leq m) = \int_0^{m} f(x)dx = \int_0^{m} xdx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^{m} = \frac{m^2}{2} = 0.5$$

となるので，これを $m$ について解けば，$m = 1$ となる。したがって，$X$ の期待値は 0.943，中央値は 1.000 であるから，正解は⑤である。

（類題：2017 年 11 月問 8，2016 年 11 月問 10，2016 年 6 月問 8 など）