アメリカ式統計学セミナー

2．集合と確率

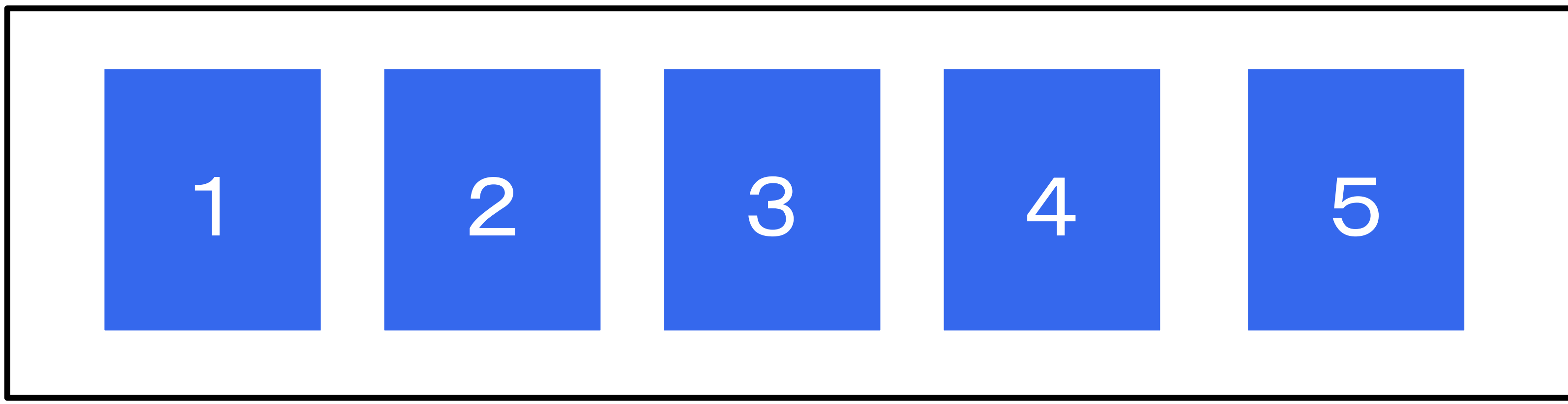
今日のコンテンツ

2. 集合と確率

今日のコンテンツ

なぜ集合論

箱の中に５枚のカードが入っている。その中から３のカードを引く確率は？



$$P(3) = \frac{1}{5}$$

なぜ集合論

箱の中に1~５までの実数の番号がついたカードが入っている。その中から３のカードを引く確率は？

1	1.01	1.010	・・・・	1.9998	1.9999
2.0001	2.0002	2.0012	・・・・	3	3.111
3.0001	4.2010	4.4421	・・・・	4.9999	5

$$P(3) = \frac{1}{\infty}$$

$\frac{1}{\infty}$について考える

分母が大きくなると

$$\frac{1}{1}=1$$

$$\frac{1}{10}=0.1$$

$$\frac{1}{100}=0.01$$

$$\frac{1}{1000}=0.001$$

小さくなる

$$\frac{1}{\infty}=0$$

問題

$$\frac{1}{0}=?$$

なぜ集合論

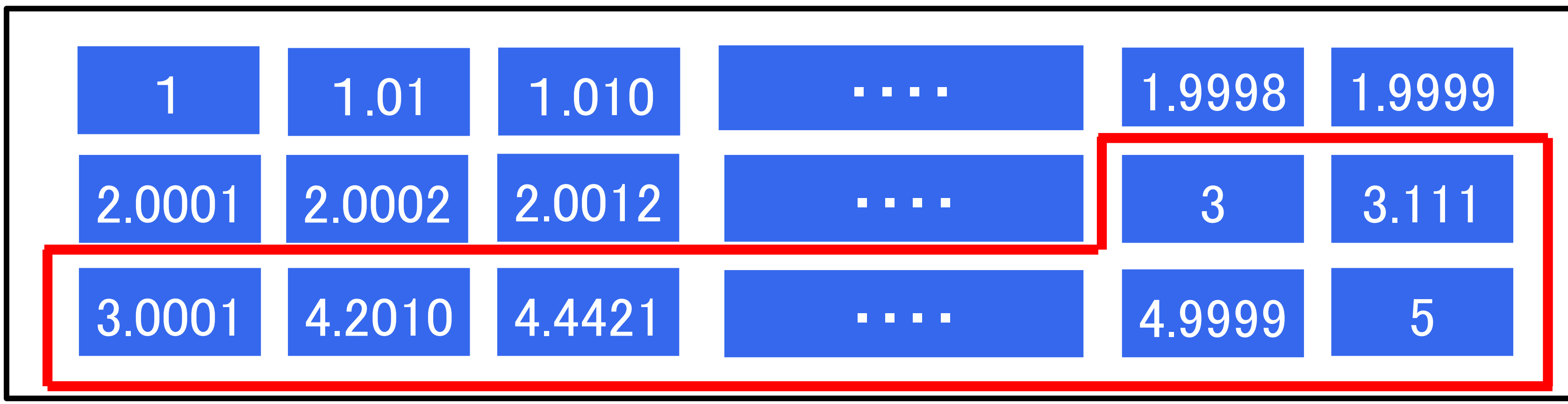
箱の中に1～５までの実数の番号がついたカードが入っている。その中から３のカードを引く確率は？

1	1.01	1.010	・・・・	1.9998	1.9999
2.0001	2.0002	2.0012	・・・・	3	3.111
3.0001	4.2010	4.4421	・・・・	4.9999	5

$$P(3) = \frac{1}{\infty} = 0$$

なぜ集合論

箱の中に1~５までの実数の番号がついたカードが入っている。その中から**３以上**のカードを引く確率は？



なぜ集合論

箱の中に1~５までの実数の番号がついたカードが入っている。その中から
３以上のカードを引く確率は？

1	1.01	1.010	・・・・	1.9998	1.9999
2.0001	2.0002	2.0012	・・・・	3	3.111
3.0001	4.2010	4.4421	・・・・	4.9999	5

$$P(3\text{以上}) = \frac{1}{2}$$

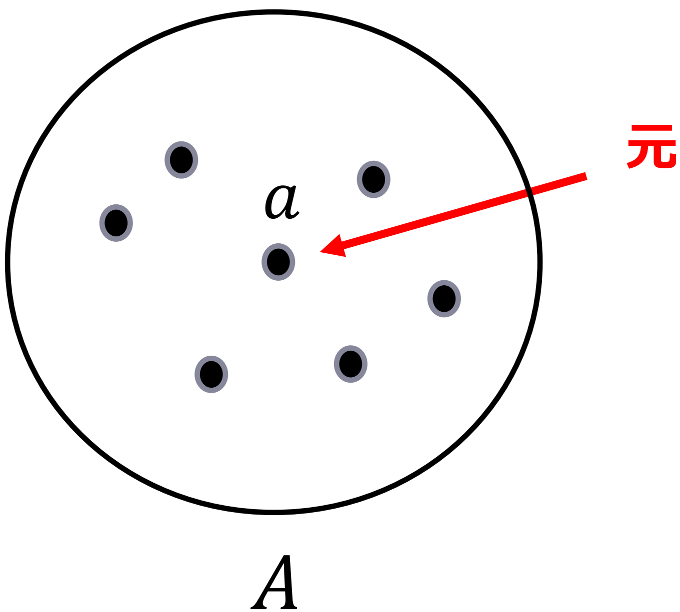
集合論の応用

　ある大学で１年生120人のうち、60人がフランス語、50人がスペイン語、20人がフランス語とスペイン語を履修している。120人からランダムに学生を選んだ時、この学生がフランス語もしくはスペイン語を履修している確率は？

集合とは？

集合

いくつかの「もの」からなる集まり。
集合を構成する個々の「もの」のことを元という

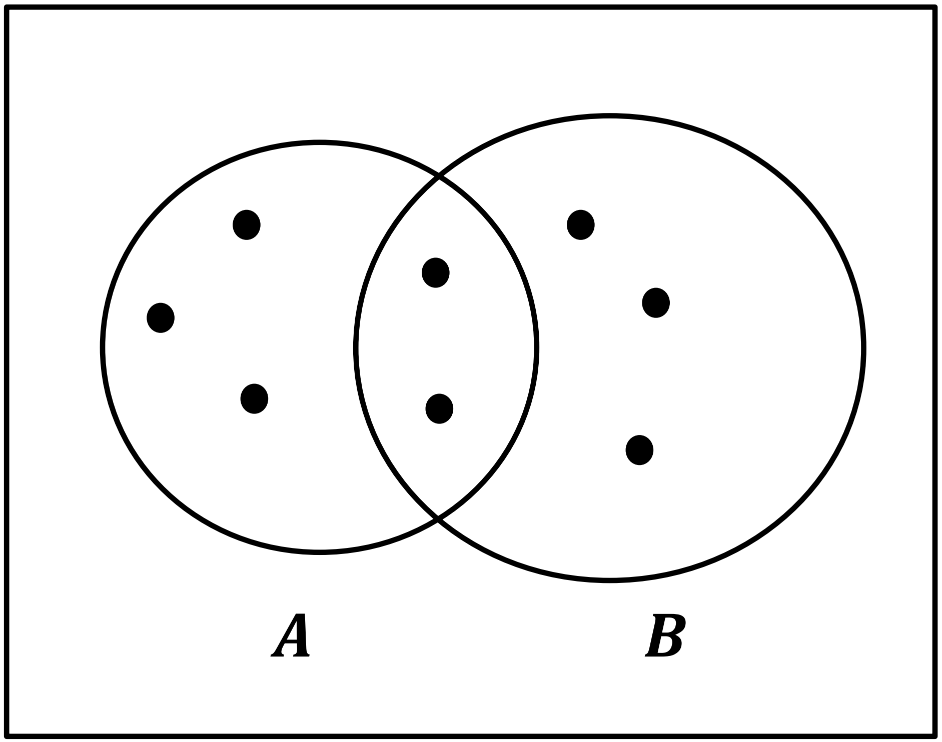


$$a \in A$$

「aは集合Aの要素である」

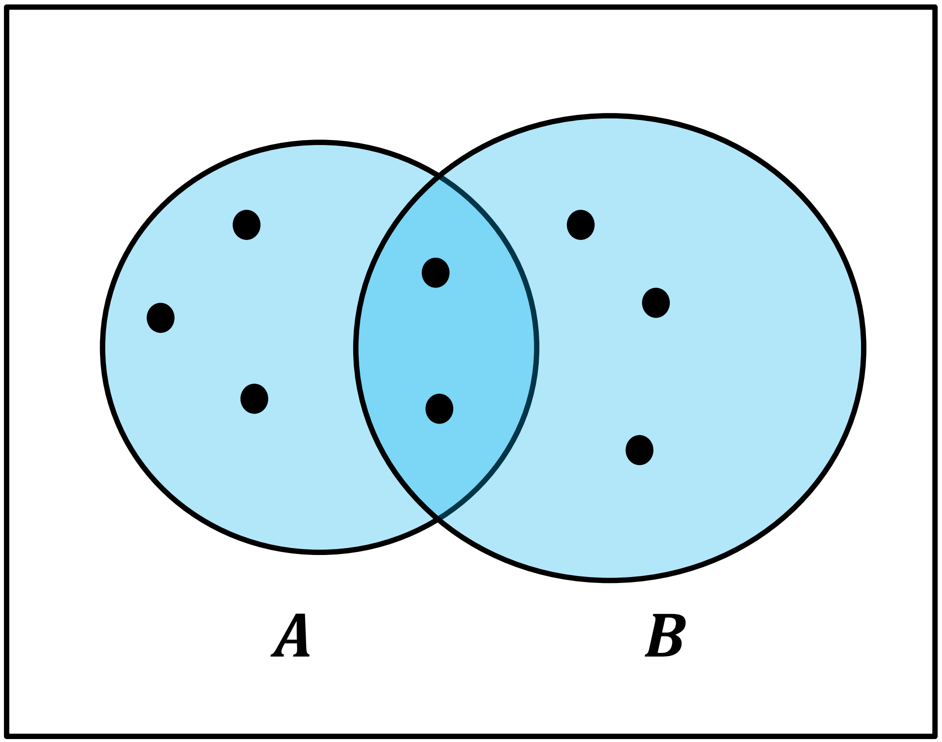
和集合(union)

$A \cup B$={A とB の最低一方に属す要素全体}



和集合(union)

$A \cup B$={A とB の最低一方に属す要素全体}



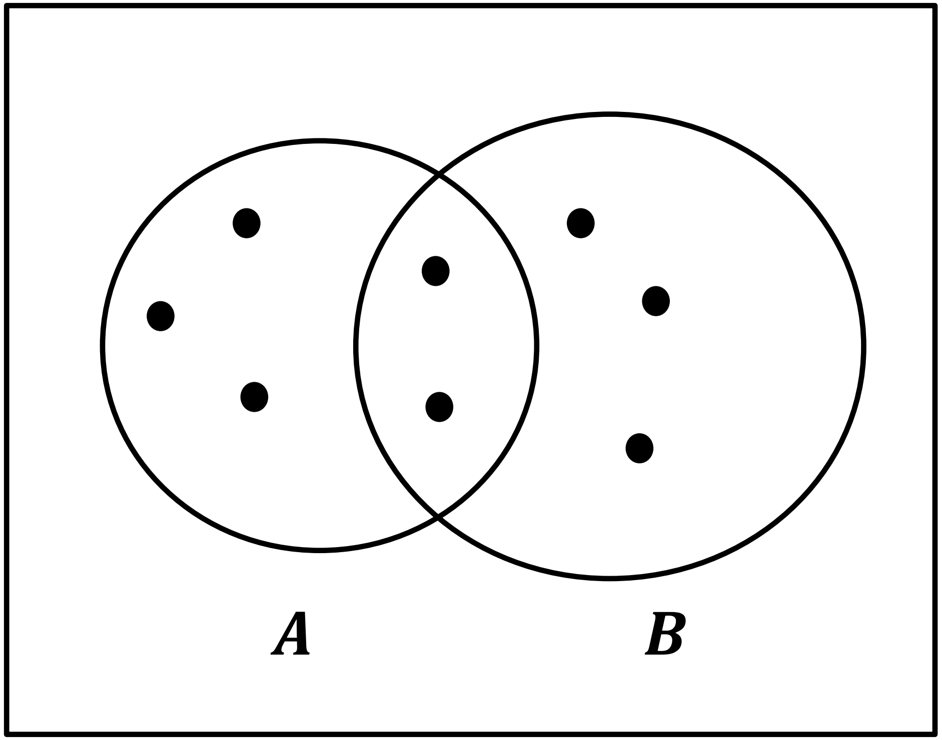
$$A = \{1,2,3,4,5\}$$

$$B = \{4,5,6,7,8\}$$

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

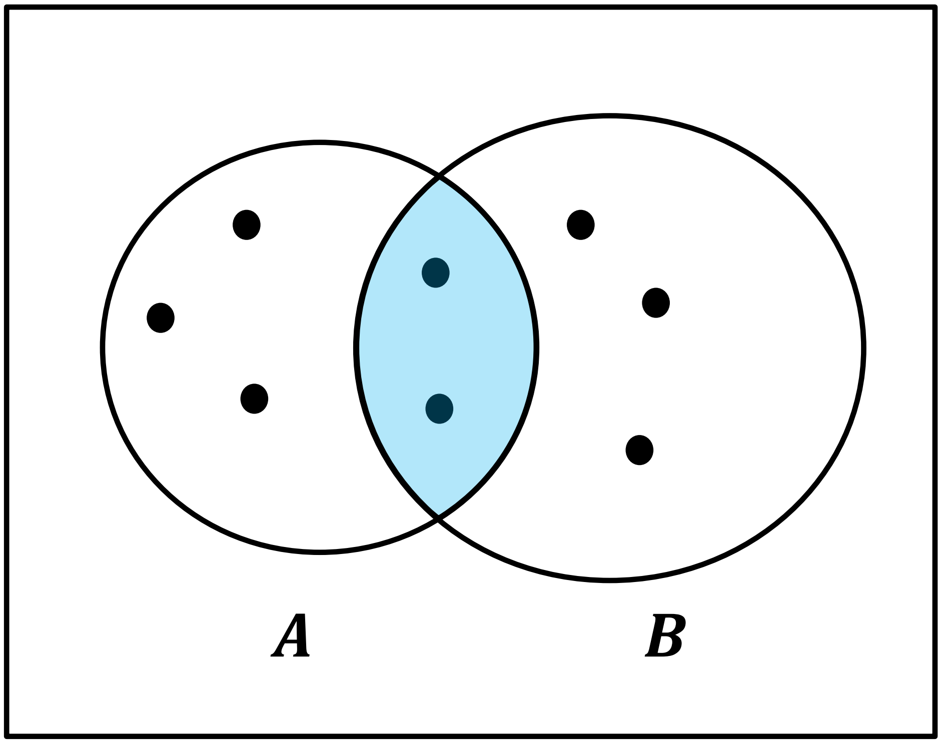
共通部分(intersection)

$A \cap B$={A とB の**両方**に属す要素全体}



共通部分(intersection)

$A \cap B$={A とB の**両方**に属す要素全体}



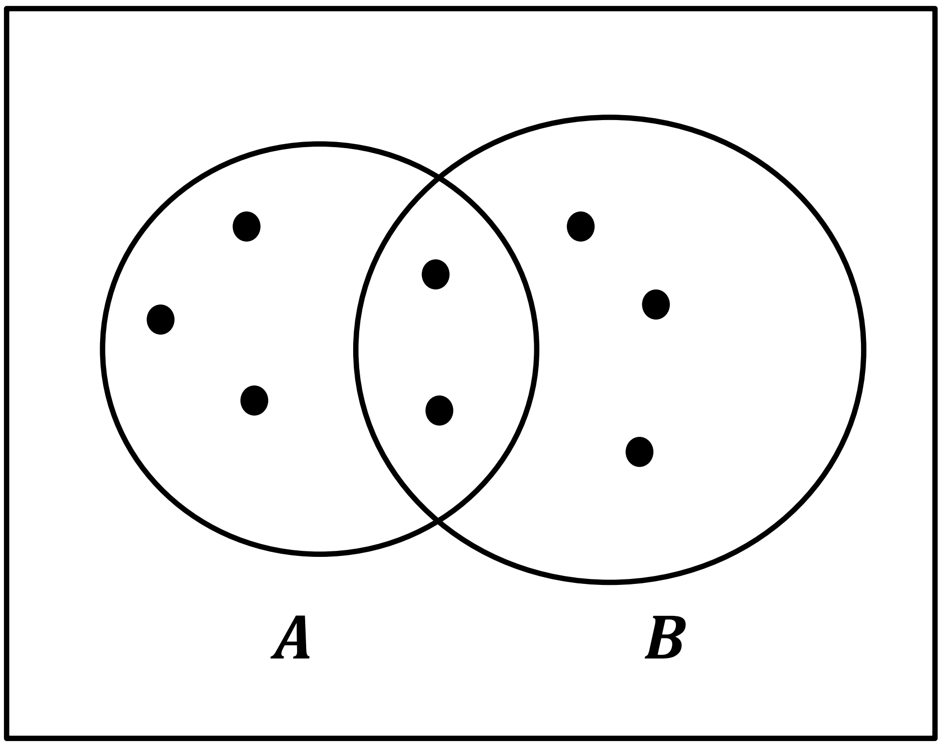
$$A = \{1,2,3,4,5\}$$

$$B = \{4,5,6,7,8\}$$

$$A \cap B = \{4,5\}$$

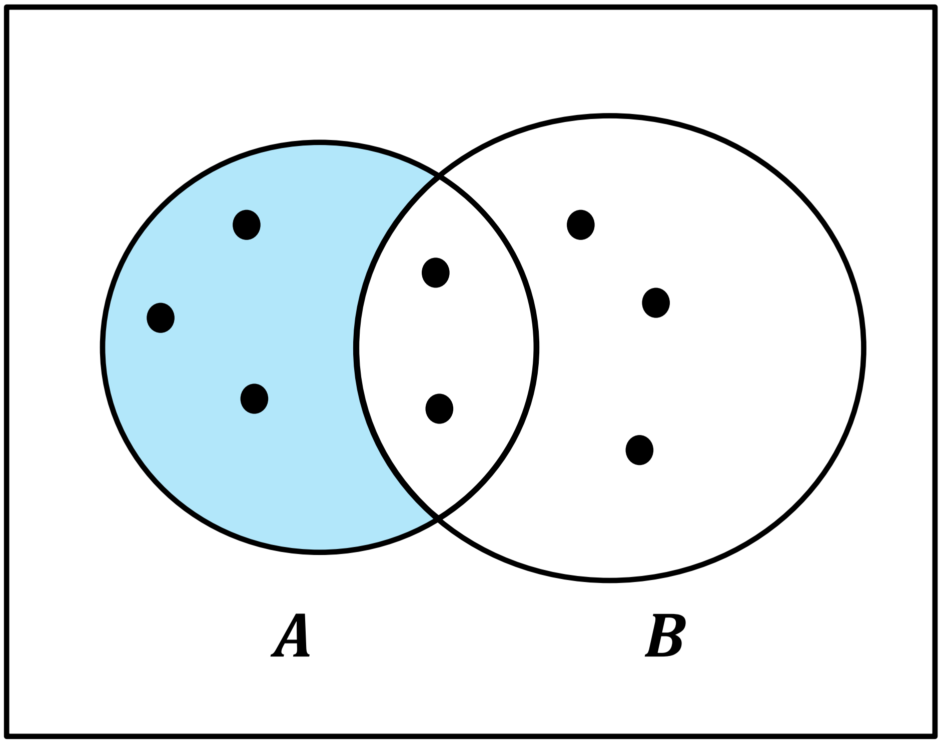
差集合(difference)

$A \setminus B$={A だけに属す要素全体}



差集合(difference)

$A \setminus B$={Aだけに属す要素全体}



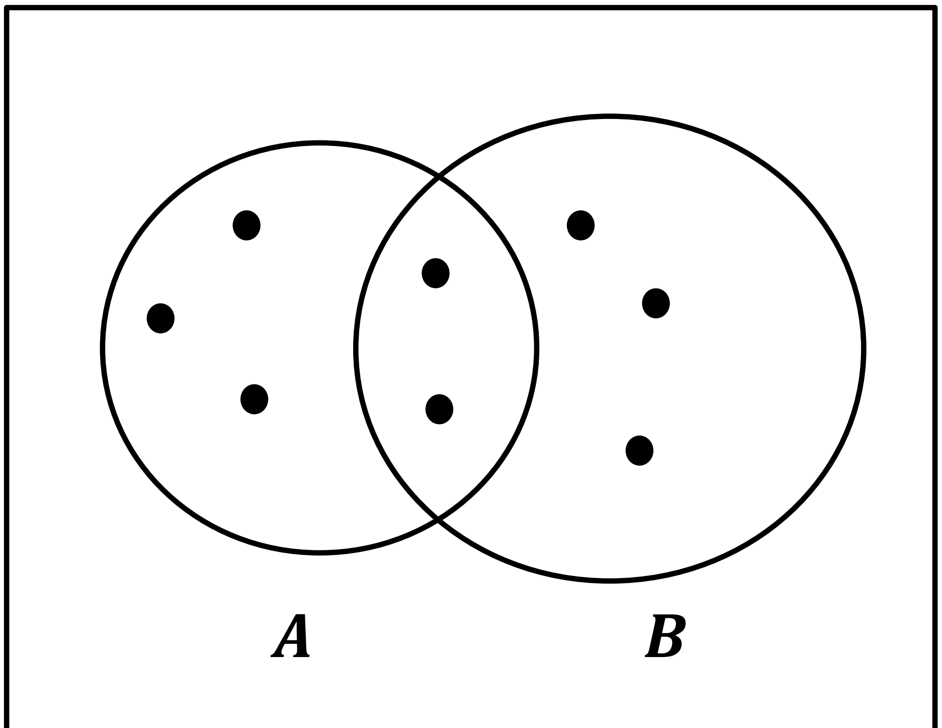
$A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{4,5,6,7,8\}$

$A \setminus B = \{1,2,3\}$

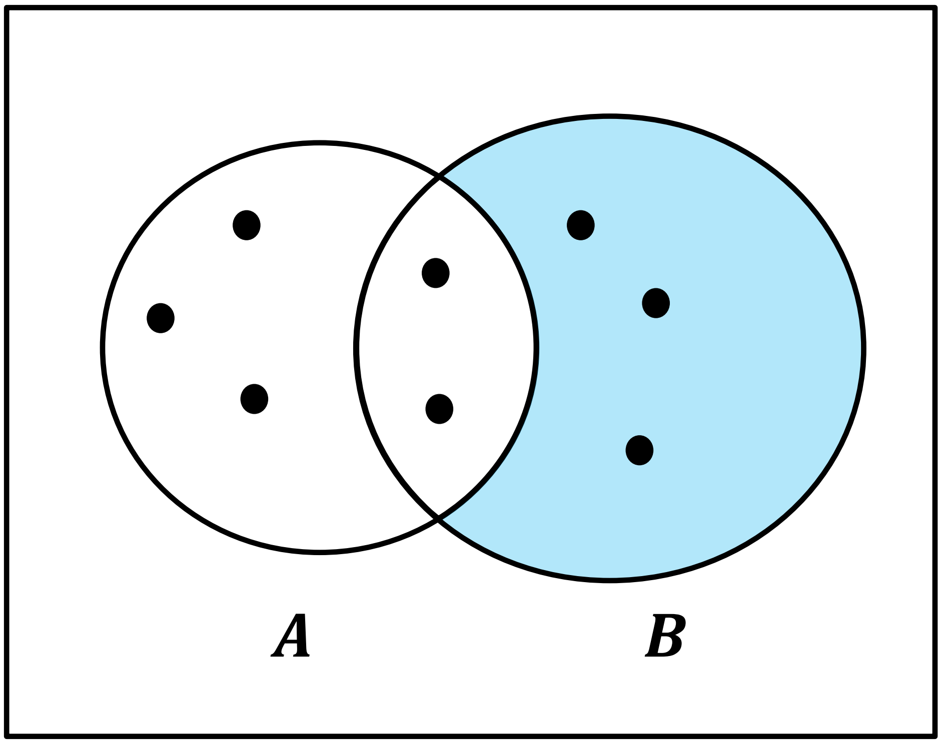
差集合(difference)

$B \setminus A$={B だけに属す要素全体}



差集合(difference)

$B \setminus A$={B だけに属す要素全体}



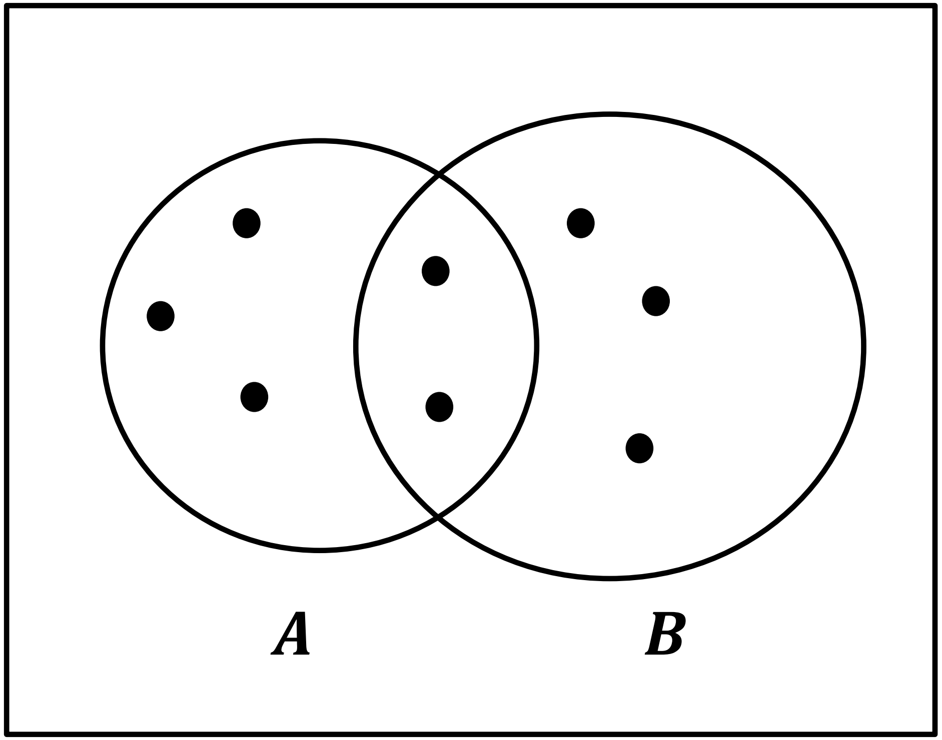
$A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{4,5,6,7,8\}$

$B \setminus A = \{6,7,8\}$

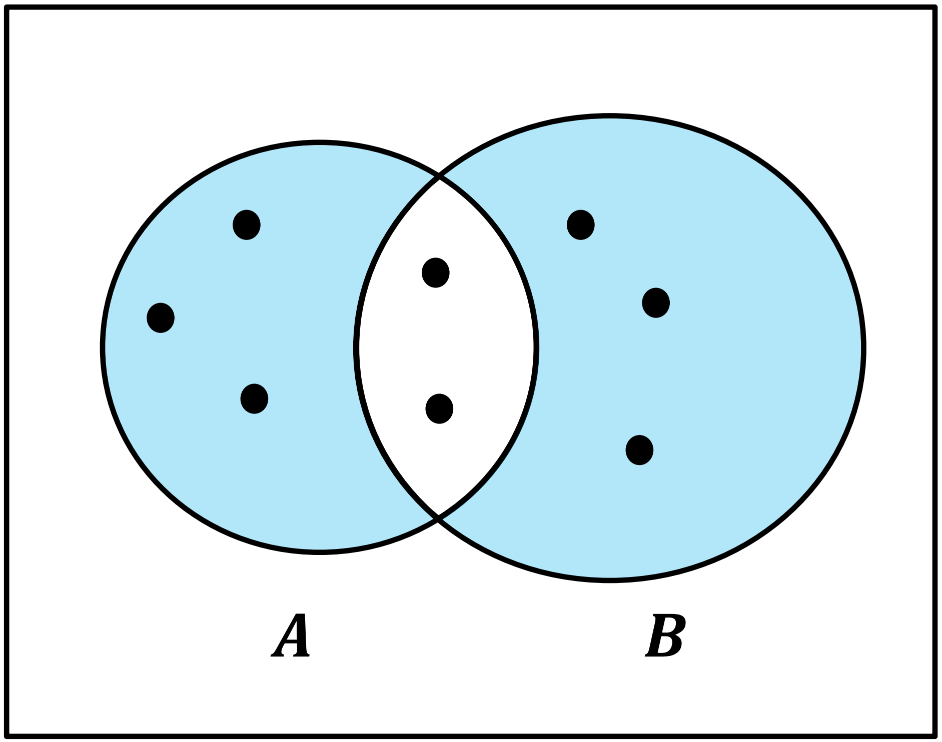
対称差集合(symmetric difference)

$A \oplus B$={どちらか一方の集合に含まれるが両方には含まれない要素全体}



対称差集合(symmetric difference)

$A \oplus B$={どちらか一方の集合に含まれるが両方には含まれない要素全体}



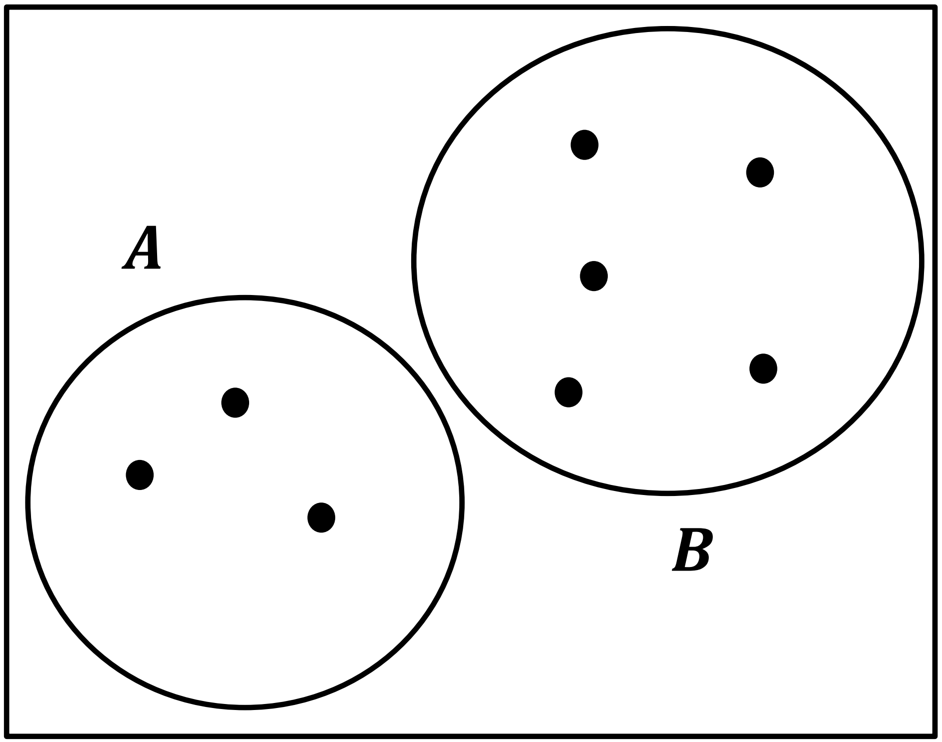
$$A = \{1,2,3,4,5\}$$

$$B = \{4,5,6,7,8\}$$

$$A \oplus B = \{1,2,3,6,7,8\}$$

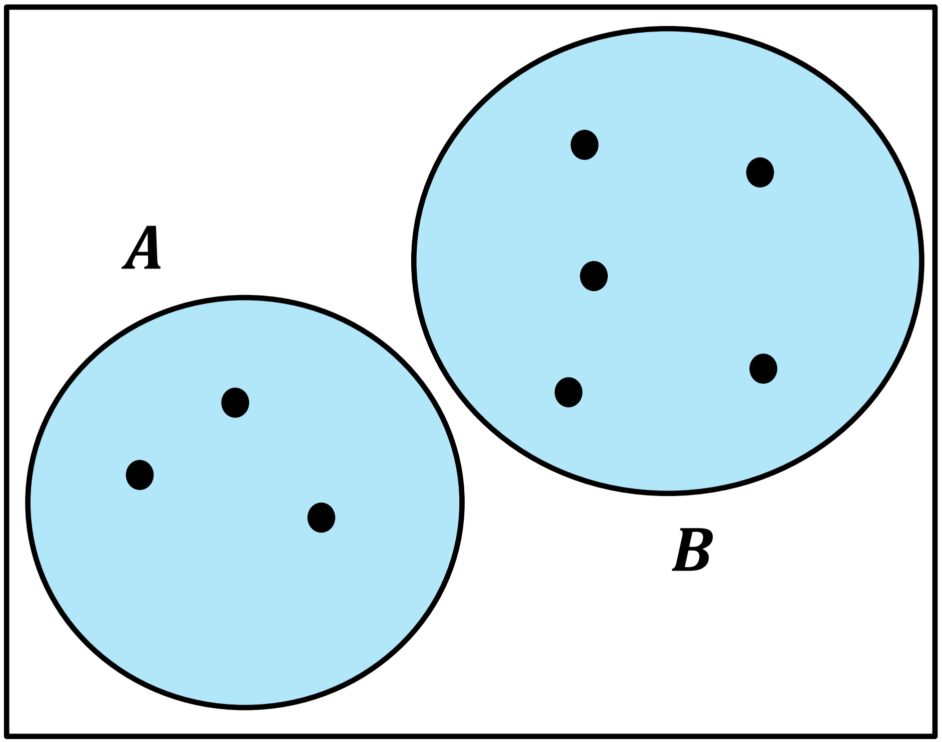
素集合（互いに素）(disjoint)

共通部分を持たない集合



素集合（互いに素）(disjoint)

共通部分を持たない集合



$$A = \{1,2,3\}$$

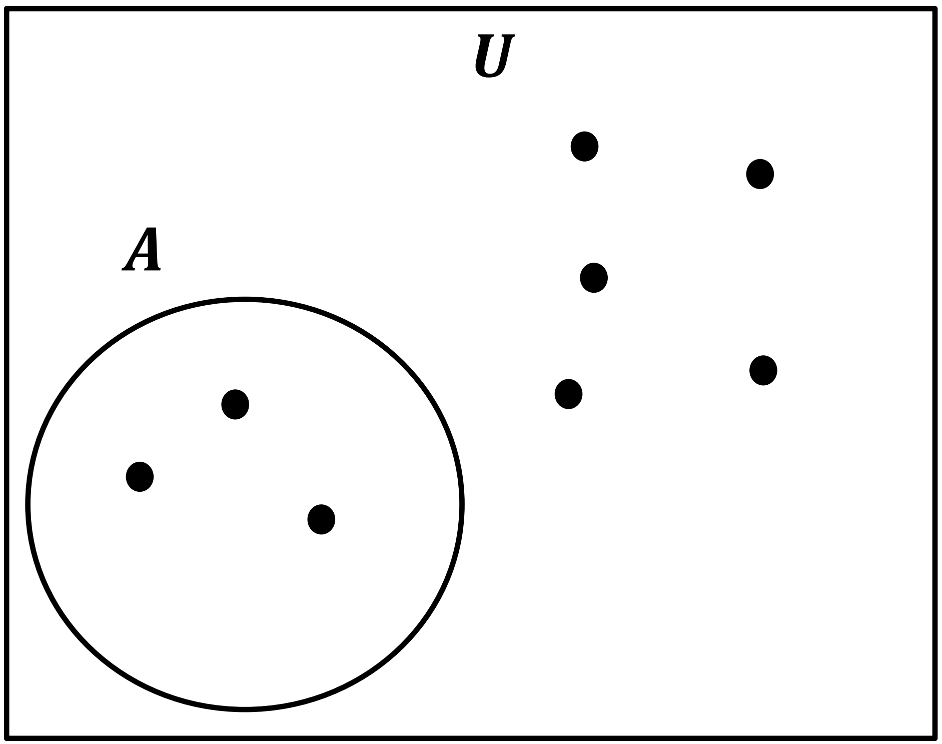
$$B = \{4,5,6,7,8\}$$

A と B は互いに素

$$A \cap B = \{\emptyset\}$$

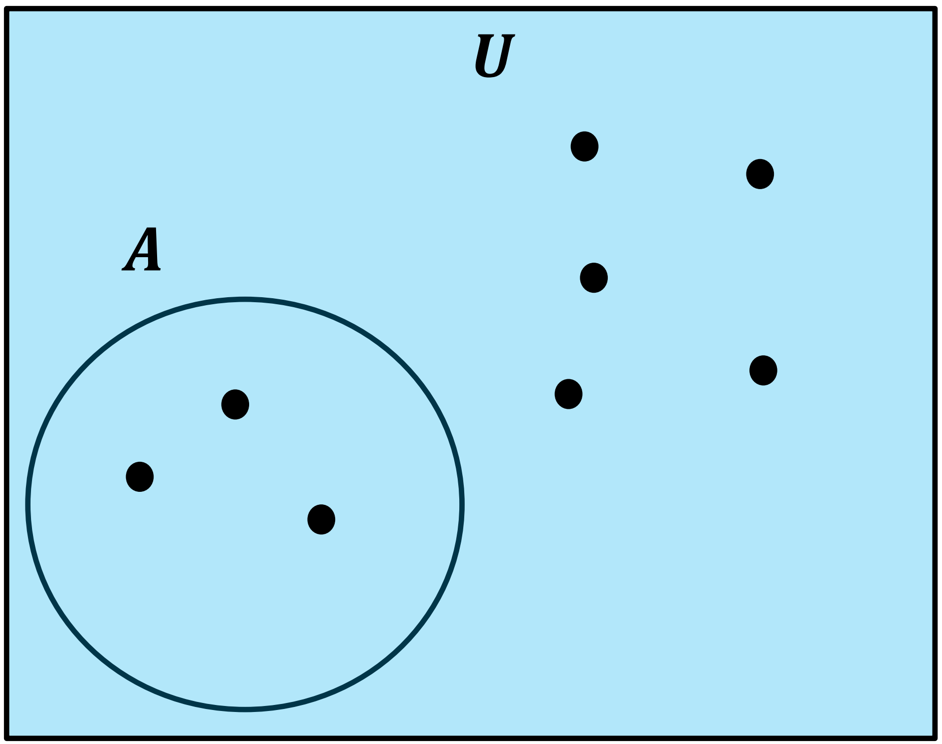
全体集合(universe)

集合全体



全体集合(universe)

集合全体

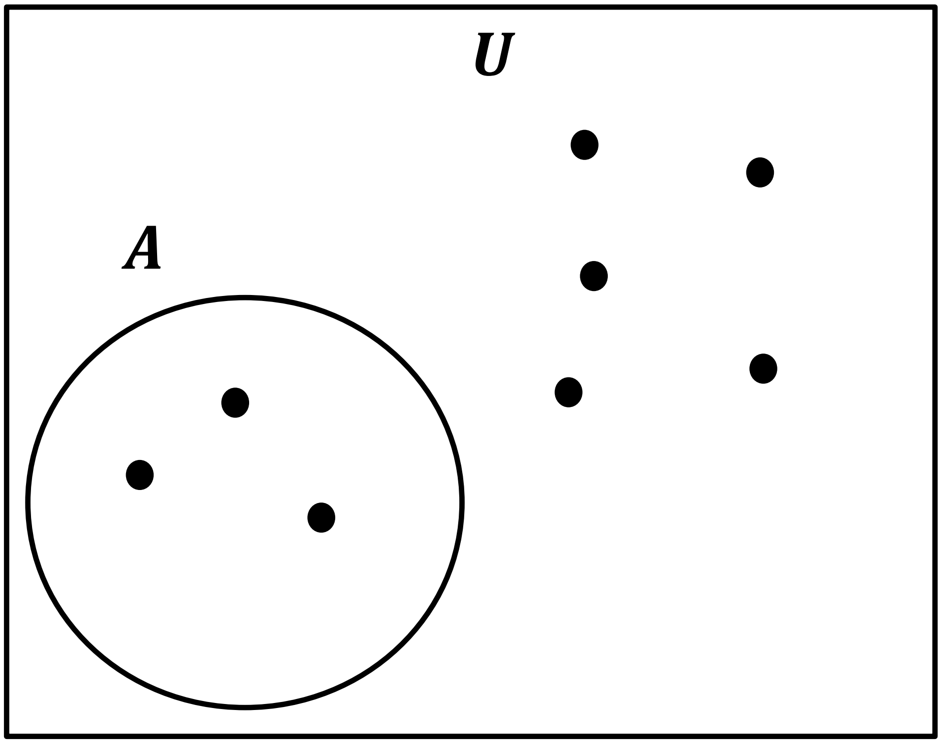


$$A = \{1,2,3\}$$

U：整数全体

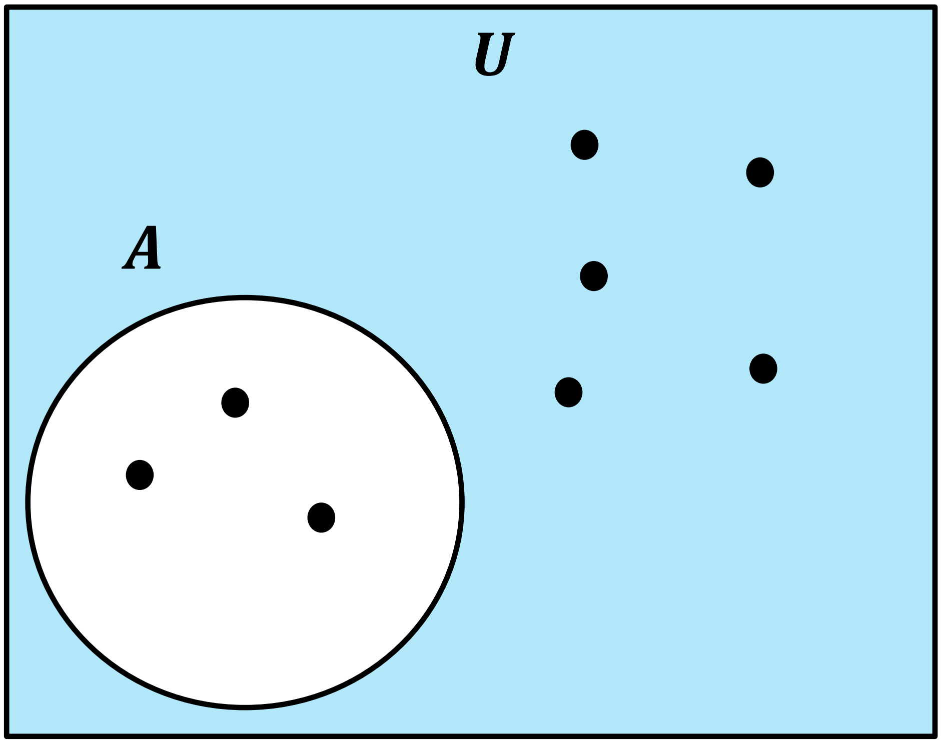
補集合(complement)

A^c ={全体集合 U から A を**取り除いた要素全体**}



補集合(complement)

A^c ={全体集合 U から A を**取り除いた要素全体**}



$A = \{1,2,3\}$

U：整数全体

$A^c = \{1,2,3\}$以外の全整数

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\big(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\big) \cup (B \cap C) = ?$$

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\big(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\big) \cup (B \cap C) = ?$$

$$(B \setminus C) =$$

演習問題

$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$

$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$

$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$

$$\big(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\big) \cup (B \cap C) = ?$$

$$(B \setminus C) = \{0, \mathrm{Blue}\}$$

演習問題

$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$

$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$

$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$

$$\big(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\big) \cup (B \cap C) = ?$$

$$(B \setminus C)^c =$$

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\left(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\right) \cup (B \cap C) = ?$$

$(B \setminus C)^c = \{0, \mathrm{Blue}\}$以外の集合

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\left(A \setminus \left(A \cap (B \setminus C)^c\right)\right) \cup (B \cap C) = ?$$

$$A \cap (B \setminus C)^c =$$

演習問題

$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$

$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$

$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$

$$\big(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\big) \cup (B \cap C) = ?$$

$$A \cap (B \setminus C)^c = \{3, 7, -5, 13\}$$

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\left(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\right) \cup (B \cap C) = ?$$

$$A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c) =$$

演習問題

$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$

$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$

$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$

$$\left(A \setminus \left(A \cap (B \setminus C)^c\right)\right) \cup (B \cap C) = ?$$

$$A \setminus \left(A \cap (B \setminus C)^c\right) = \{0\}$$

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\big(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\big) \cup (B \cap C) = ?$$

$$A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c) = \{0\}$$

$$(B \cap C) =$$

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \mathrm{Blue}, \mathrm{Star}\}$$

$$C = \{\mathrm{Pink}, \mathrm{Star}, 3, 17\}$$

$$\left(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\right) \cup (B \cap C) = ?$$

$$A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c) = \{0\}$$

$$(B \cap C) = \{3, 17, \mathrm{Star}\}$$

演習問題

$$A = \{3, 7, -5, 0, 13\}$$

$$B = \{0, 17, 3, \text{Blue}, \text{Star}\}$$

$$C = \{\text{Pink}, \text{Star}, 3, 17\}$$

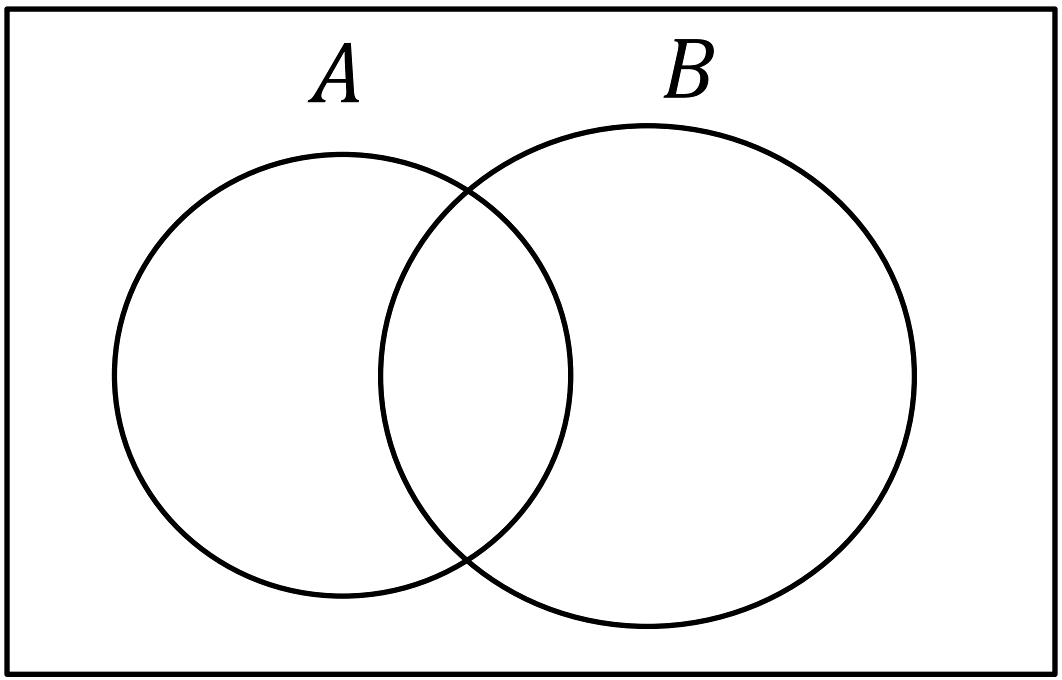
$$\left(A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c)\right) \cup (B \cap C) = \{0, 3, 17, \text{Star}\}$$

$$A \setminus (A \cap (B \setminus C)^c) = \{0\}$$

$$(B \cap C) = \{3, 17, \text{Star}\}$$

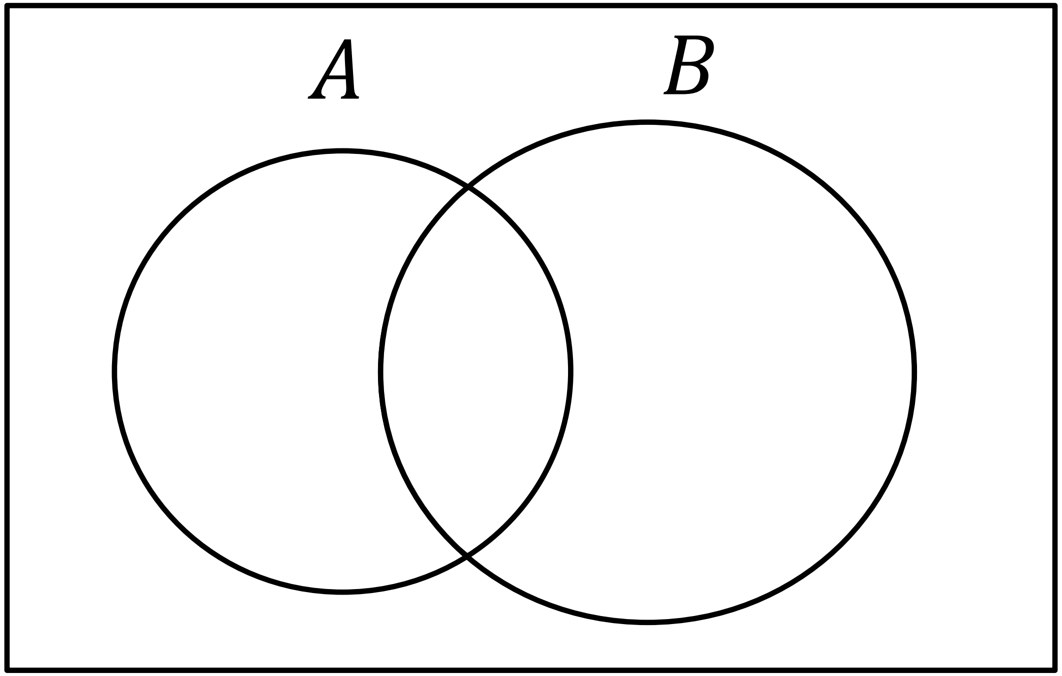
問題演習

(1) $A \cap B^c$　(2) $A^c \cap B^c$　(3) $(A \cup B)^c$



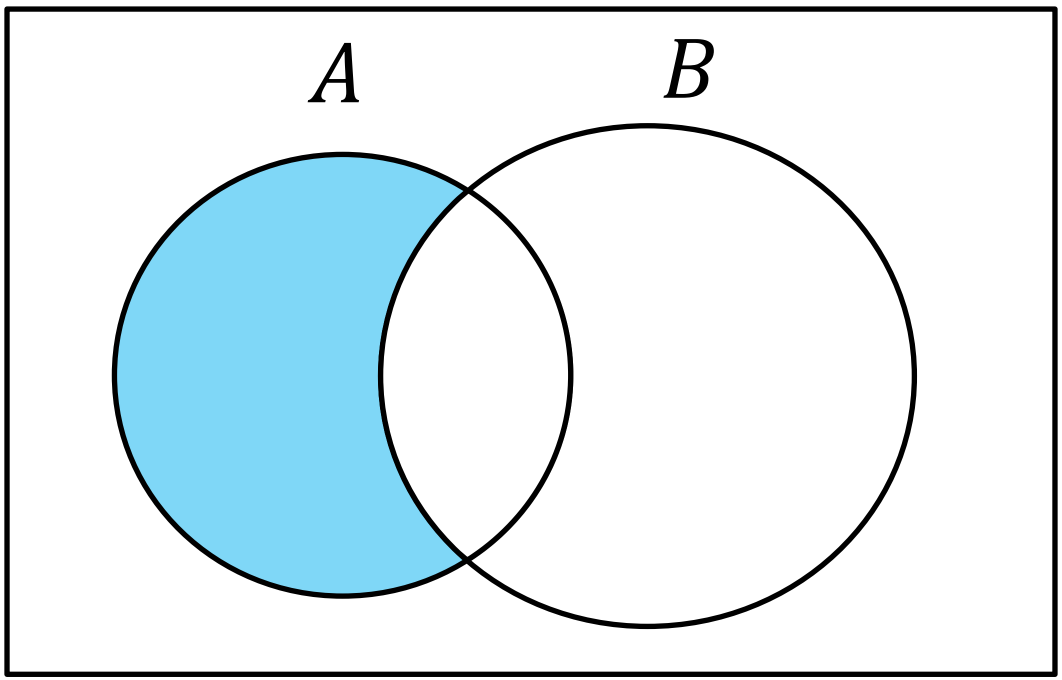
問題演習

(1) $A \cap B^c$　　(2) $A^c \cap B^c$　　(3) $(A \cup B)^c$



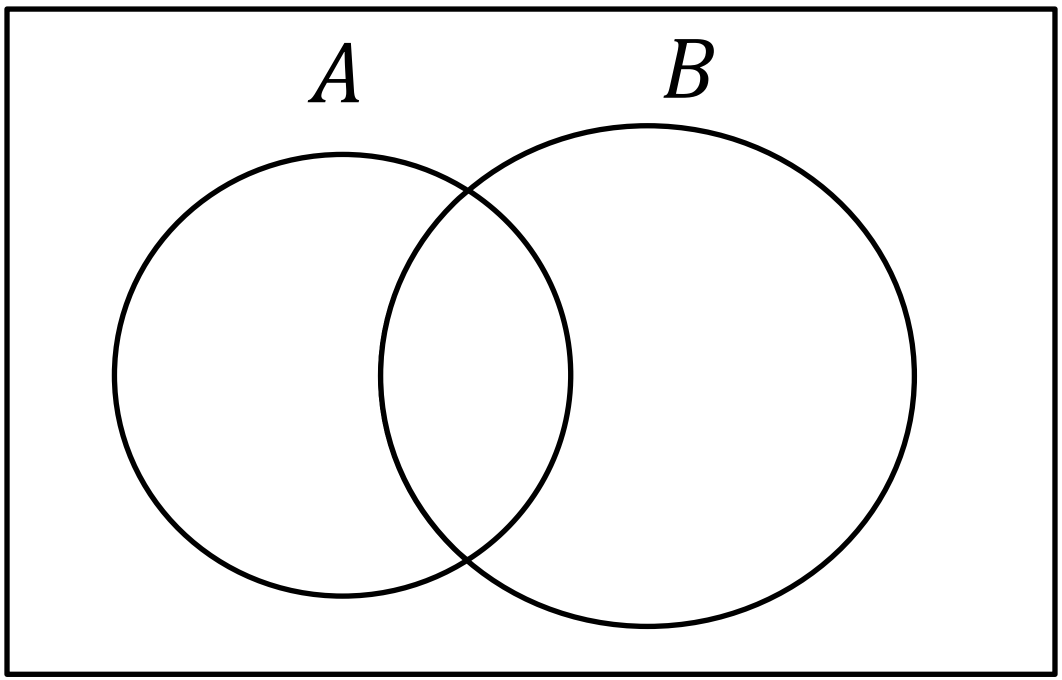
問題演習

(1) $A \cap B^c$　　(2) $A^c \cap B^c$　　(3) $(A \cup B)^c$



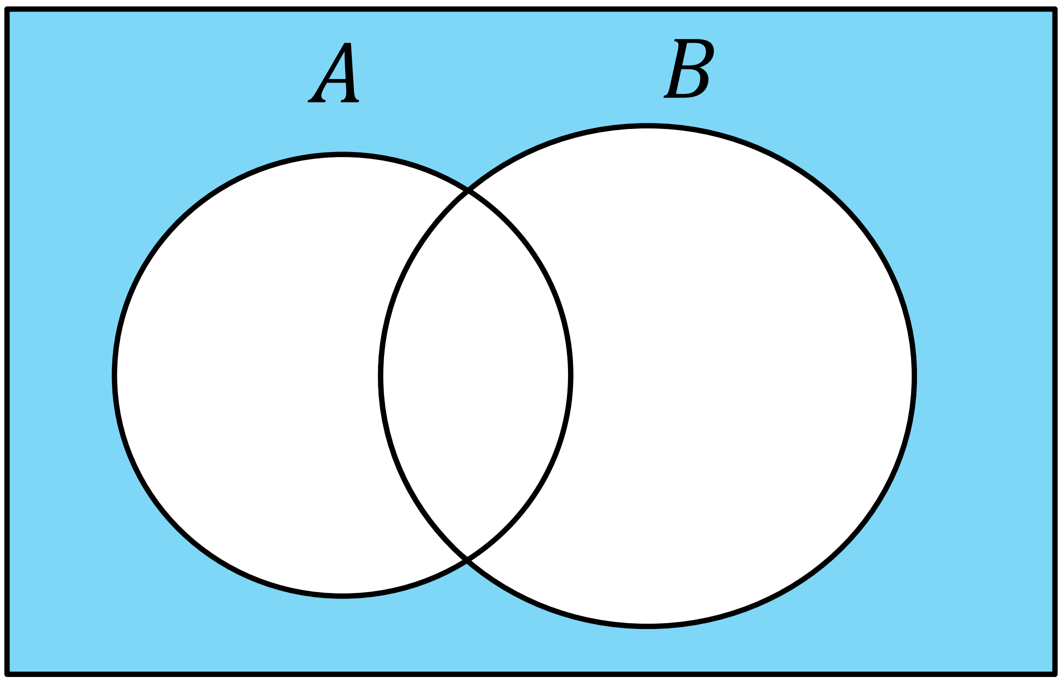
問題演習

(1) $A \cap B^c$　　(2) $A^c \cap B^c$　　(3) $(A \cup B)^c$



問題演習

(1) $A \cap B^c$　　(2) $A^c \cap B^c$　　(3) $(A \cup B)^c$

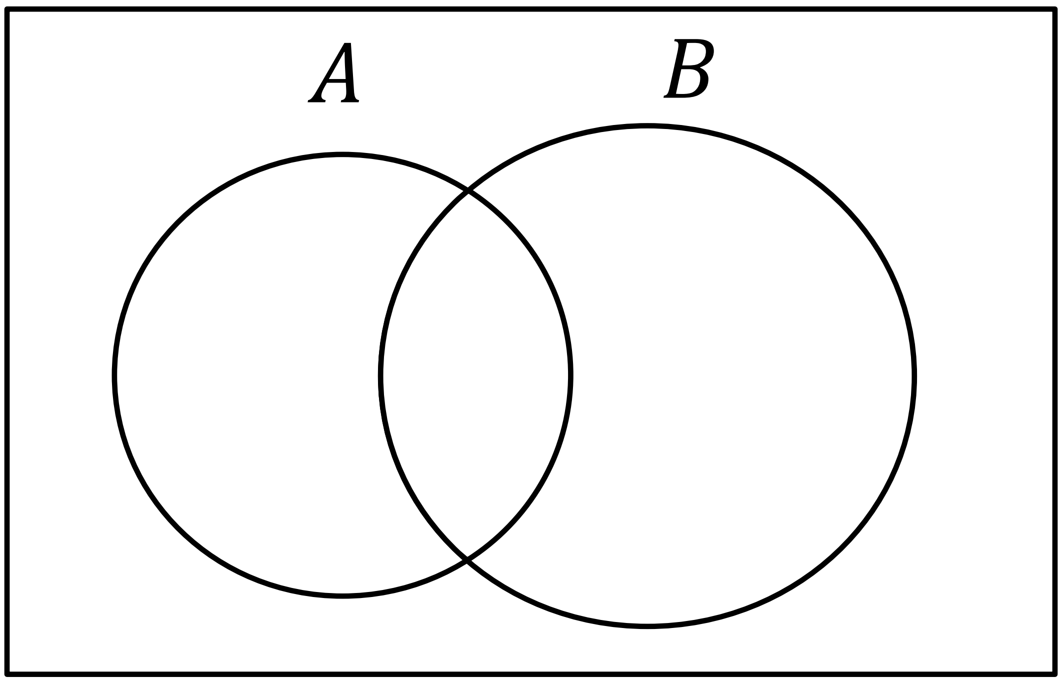


問題演習

(1) $A \cap B^c$

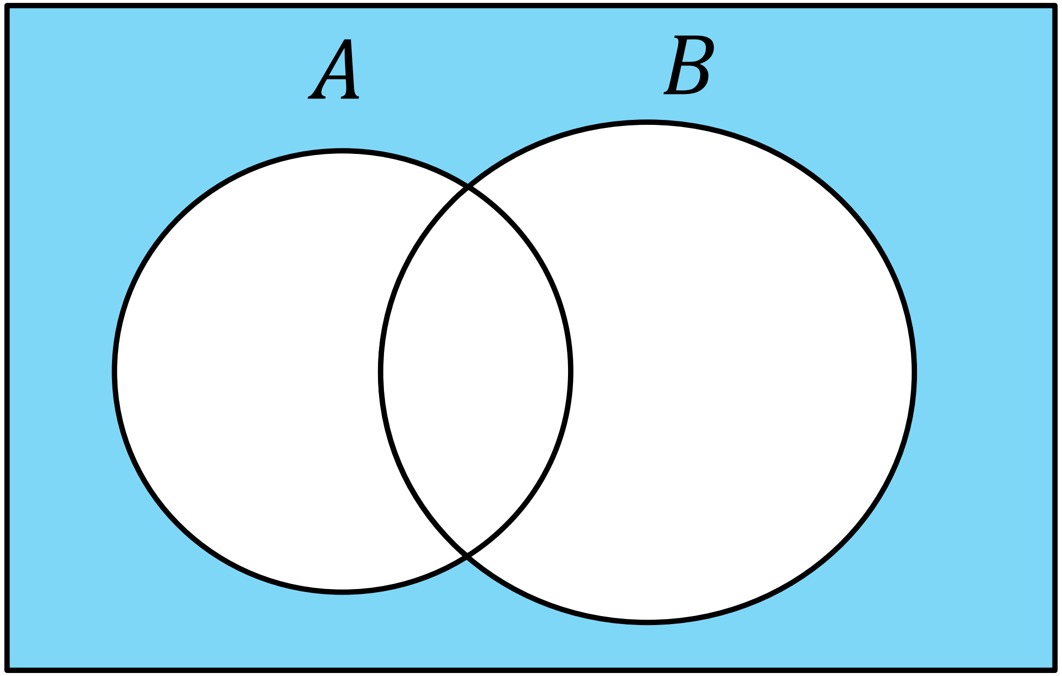
(2) $A^c \cap B^c$

(3) $(A \cup B)^c$



問題演習

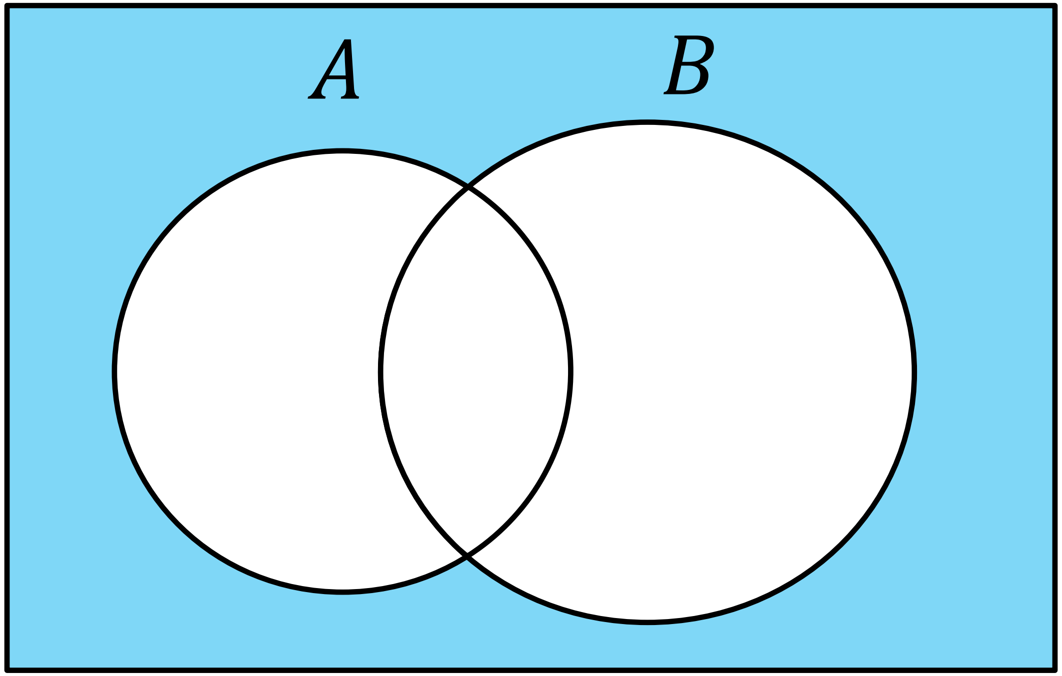
(1) $A \cap B^c$　　(2) $A^c \cap B^c$　　(3) $(A \cup B)^c$



問題演習

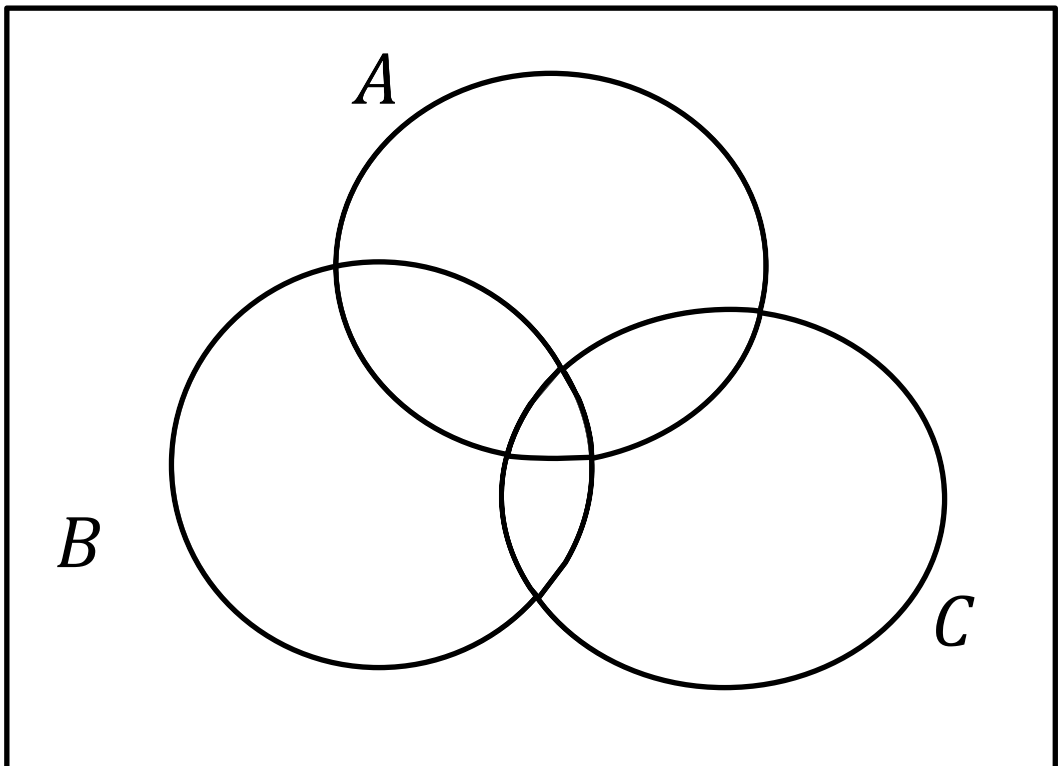
ド・モルガンの定理

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$



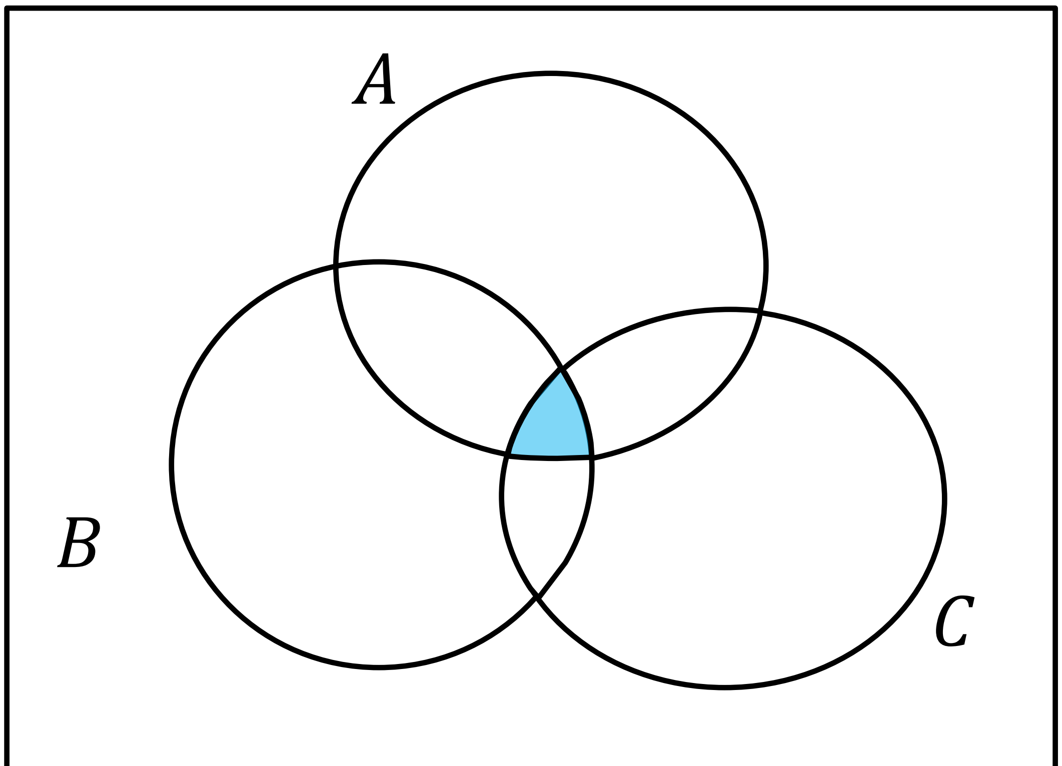
問題演習

$$A \cap B \cap C$$



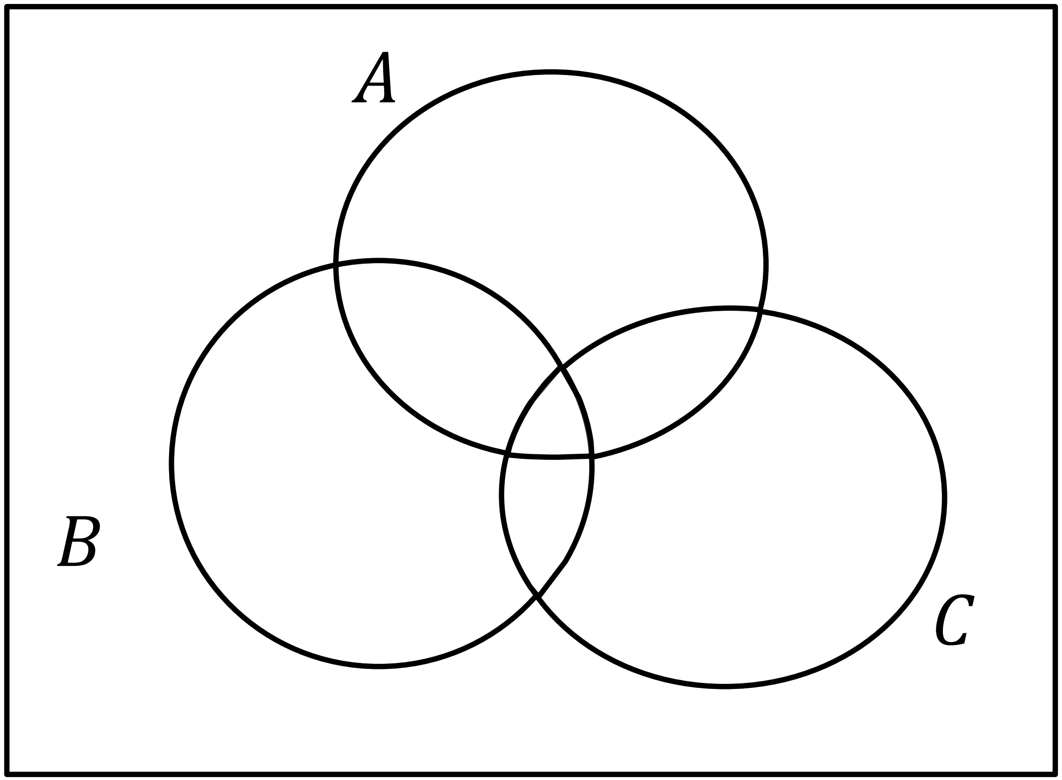
問題演習

$$A \cap B \cap C$$



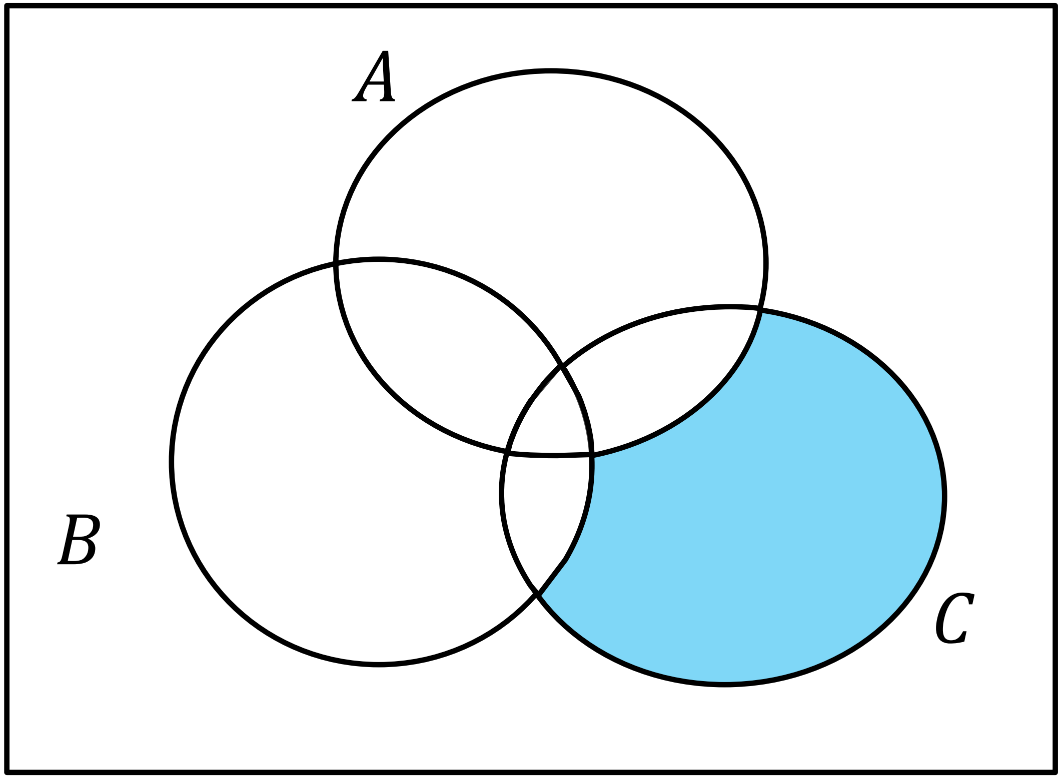
問題演習

$$(A \cup B)^c \cap C$$

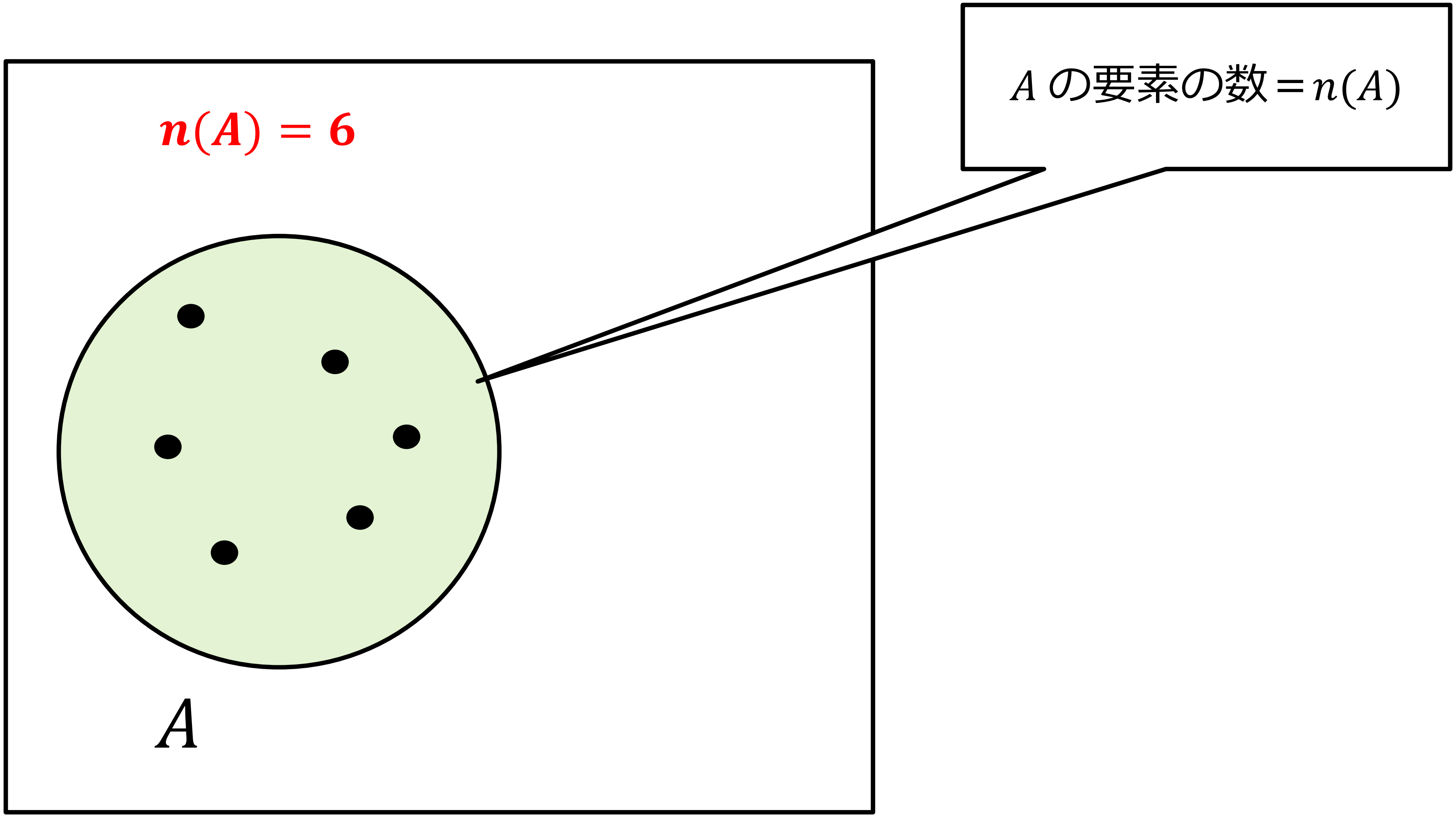


問題演習

$$(A \cup B)^c \cap C$$



要素の個数



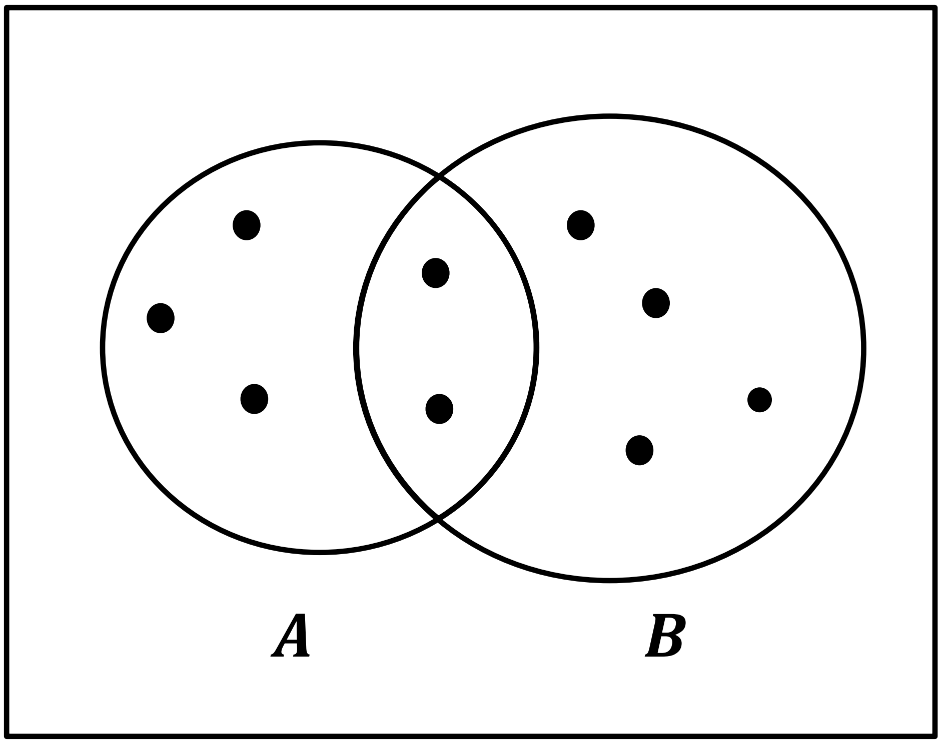
要素の個数

A の要素の数： $n(A)$

$n(A) = 5$

B の要素の数： $n(B)$

$n(B) = 6$

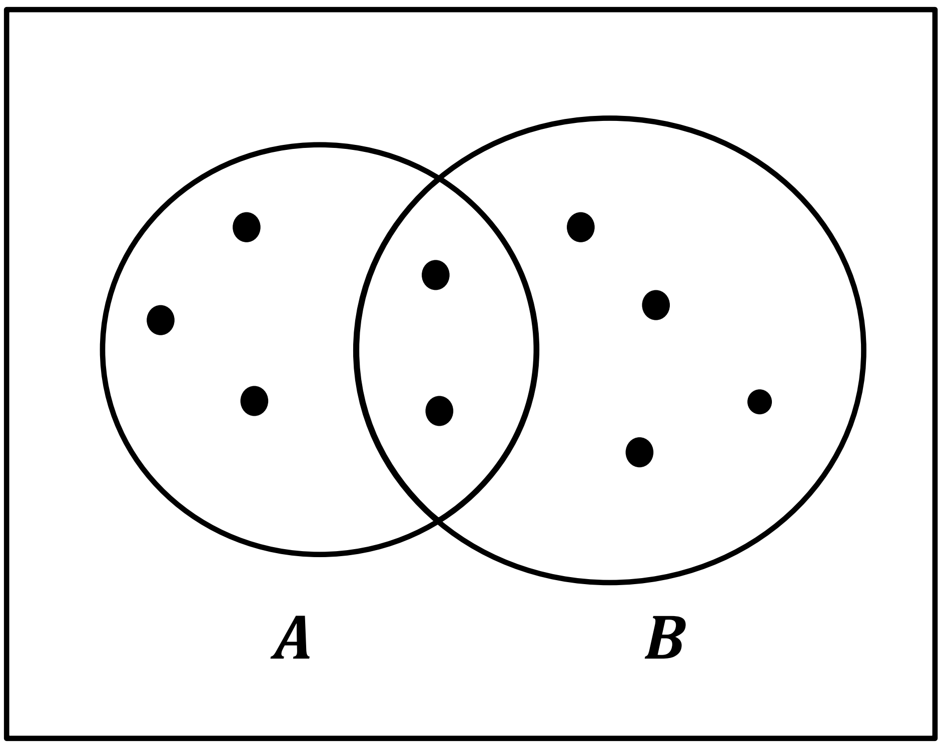


A とB の共通要素の数：

$n(A \cap B)$

$n(A \cap B) = 2$

要素の個数



$n(A \cup B)$

関係は？

$n(A) = 5$

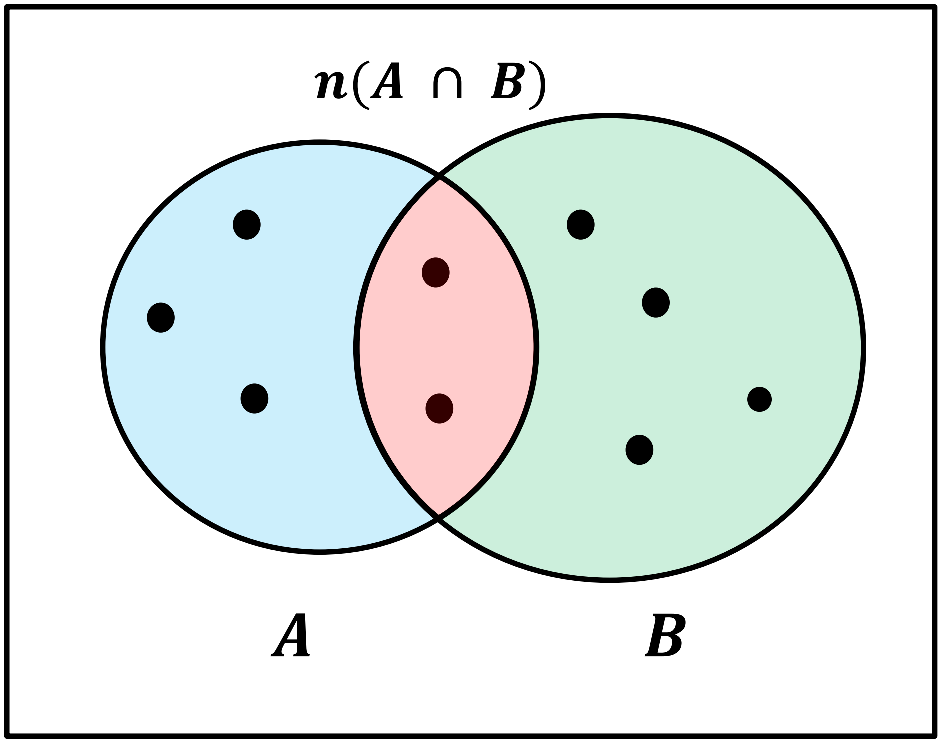
$n(B) = 6$

$n(A \cap B) = 2$

要素の個数

AとBの和集合の要素の数： $n(A \cup B)$

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

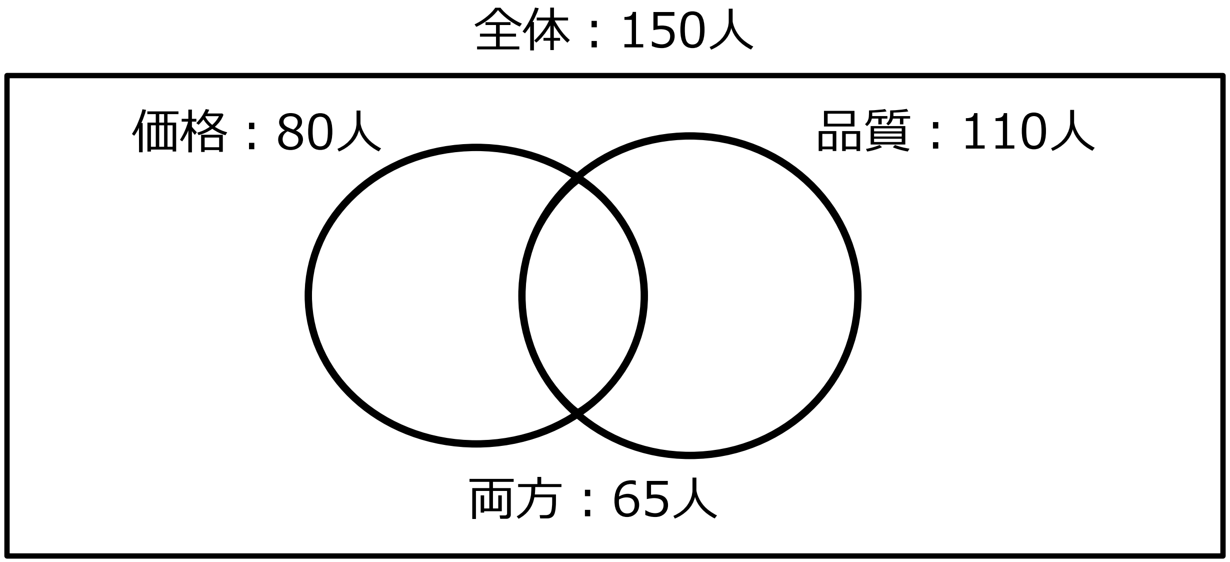


問題演習

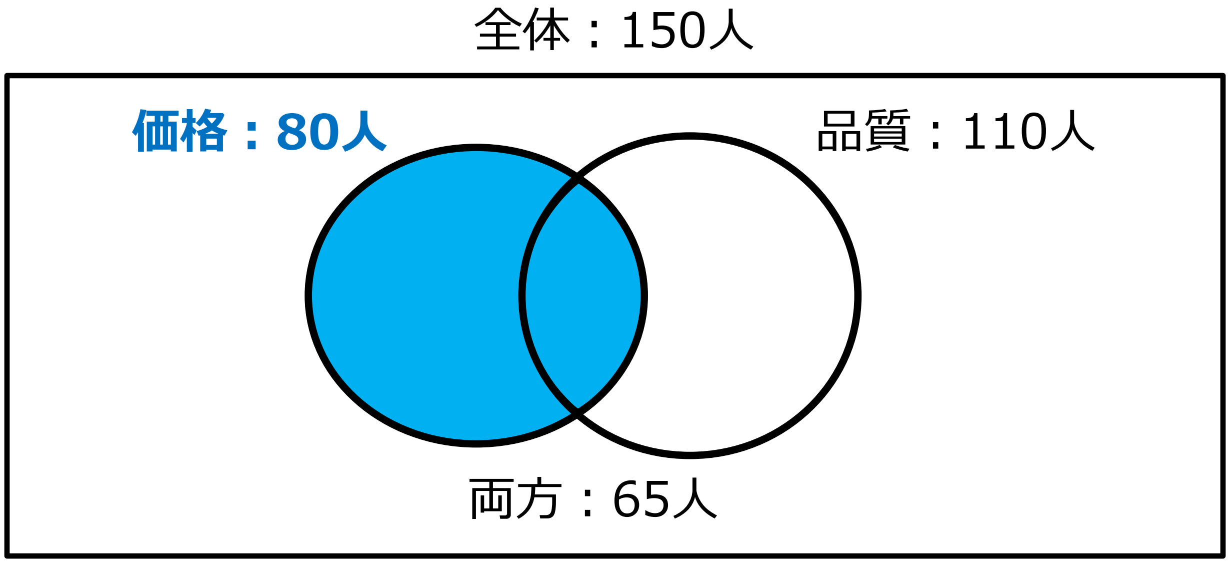
150人を対象に、商品Pに関するアンケート調査を行った。下表は、調査項目と集計結果である。価格も質も両方満足している人が65人のとき、価格も質も両方満足していない人は何人いるか。

調査項目	回答	
価格は満足ですか？	満足している	80人
	満足していない	70人
品質は満足ですか？	満足している	110人
	満足していない	40人

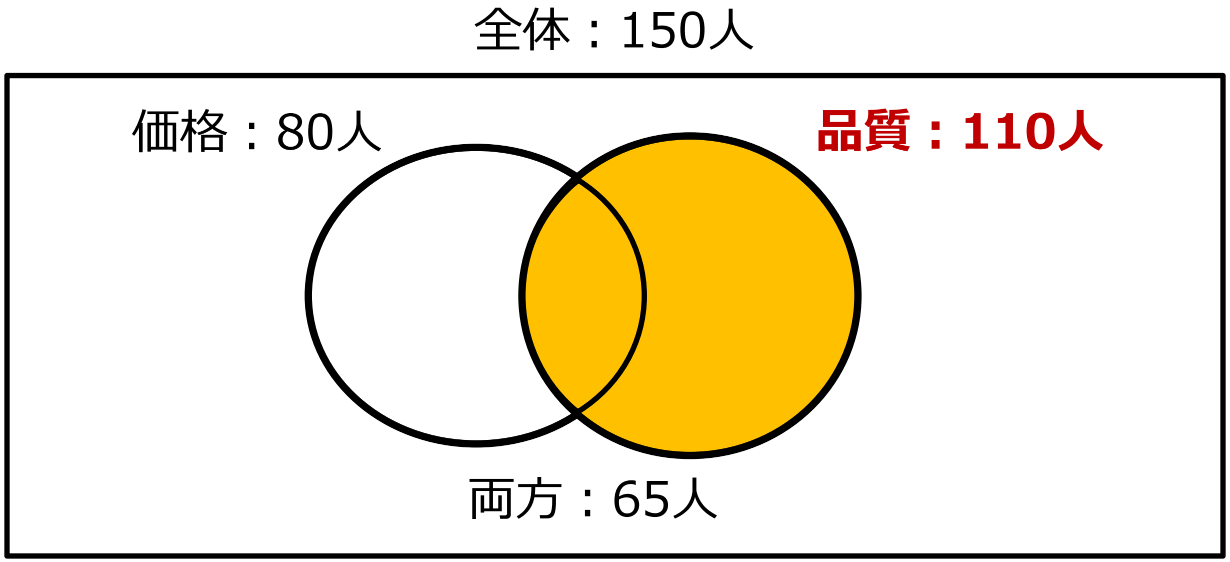
解答



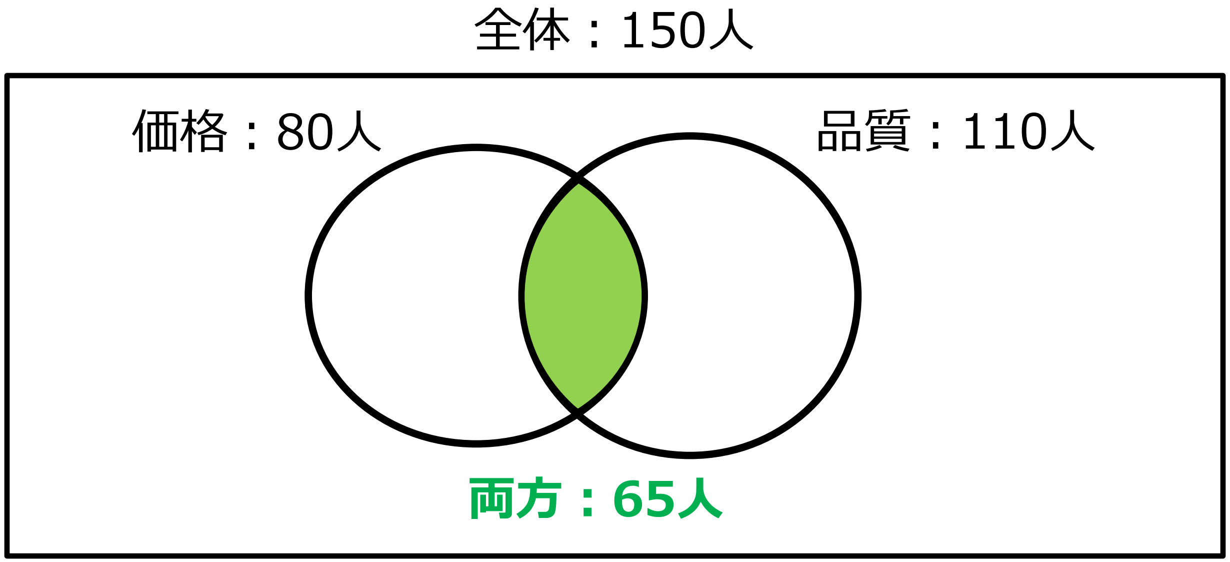
解答



解答

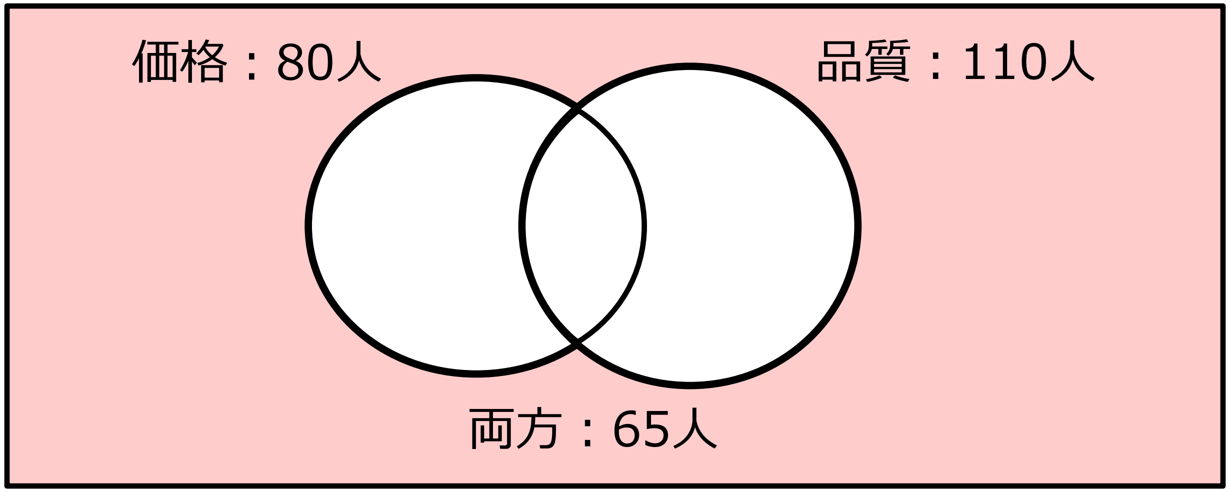


解答

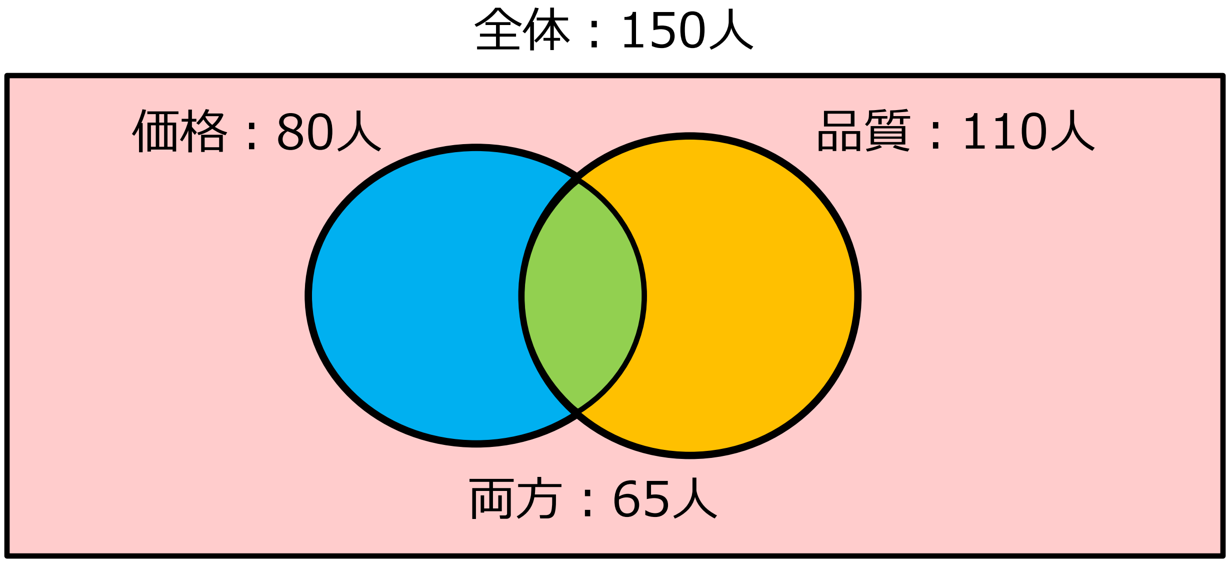


解答

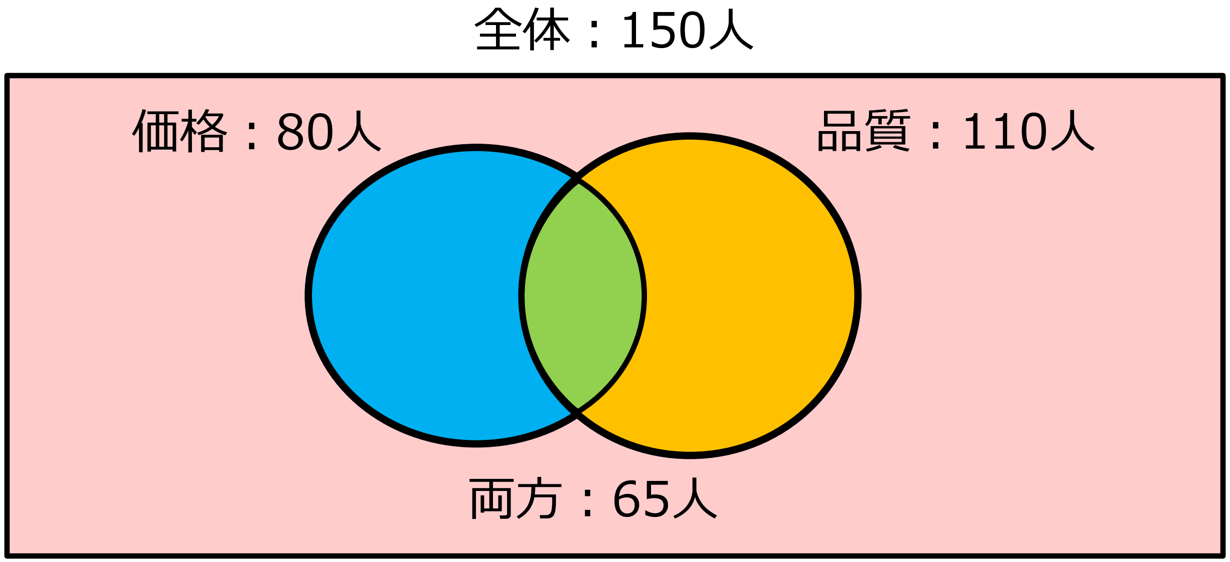
全体：150人

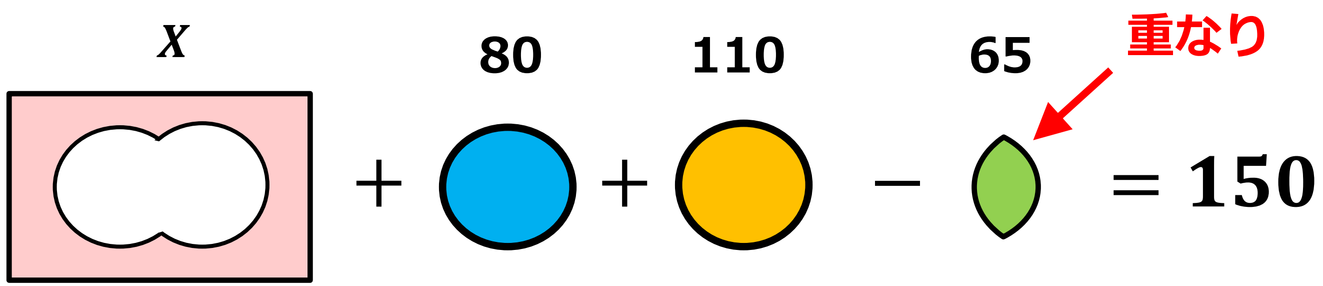


解答

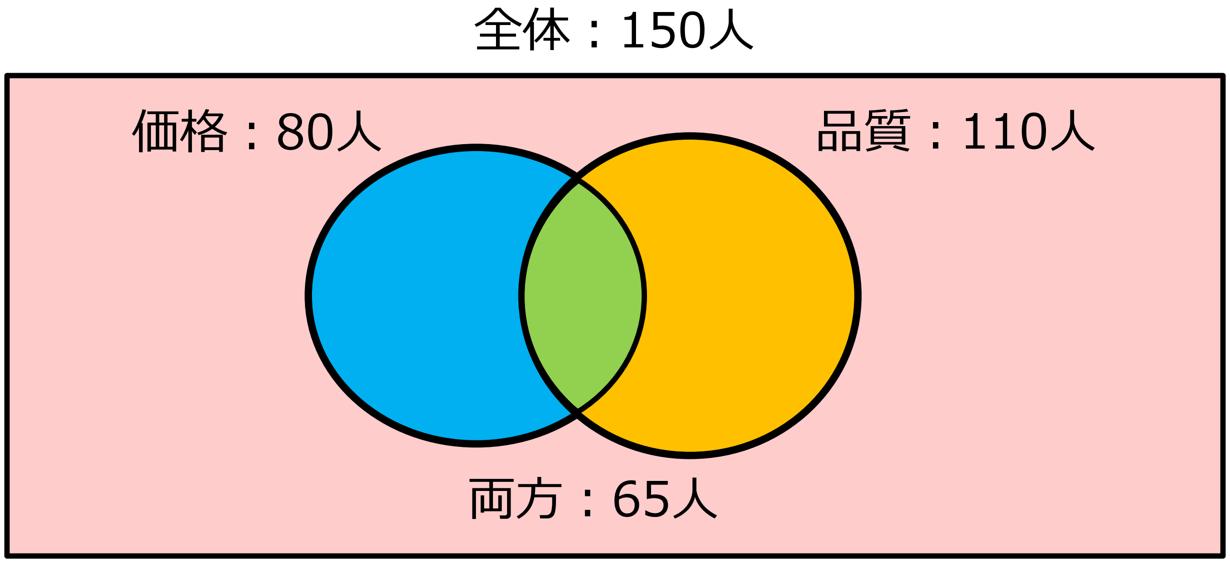


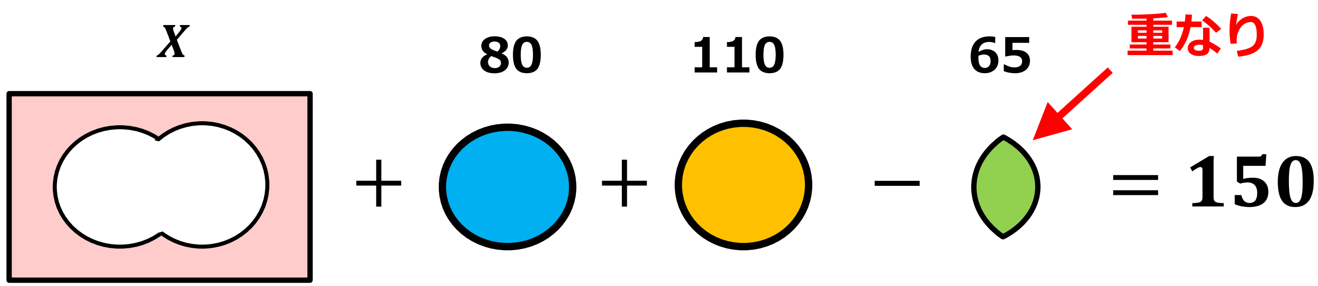
解答





解答





$$X + 125 = 150 \quad \Rightarrow \quad X = 25$$

解答（クロス集計）

与えられた情報を表にまとめる（求めるのは赤いマス）

	品質○	品質×	合計
価格○	65	Y	80
価格×		X	70
合計	110	40	150

解答（クロス集計）

与えられた情報を表にまとめる（求めるのは赤いマス）

	品質〇	品質×	合計
価格〇	65	Y	80
価格×		X	70
合計	110	40	150

①まずYを求める

$65 + Y = 80$ → $Y = 15$

解答（クロス集計）

与えられた情報を表にまとめる（求めるのは赤いマス）

	品質○	品質×	合計
価格○	65	15	80
価格×		X	70
合計	110	40	150

①まずYを求める

$$65 + Y = 80 \quad \rightarrow \quad Y = 15$$

②縦の関係からXを求める

解答（クロス集計）

与えられた情報を表にまとめる（求めるのは赤いマス）

	品質〇	品質×	合計
価格〇	65	15	80
価格×		X	70
合計	110	40	150

①まずYを求める

$$65 + Y = 80 \quad \longrightarrow \quad Y = 15$$

②縦の関係からXを求める

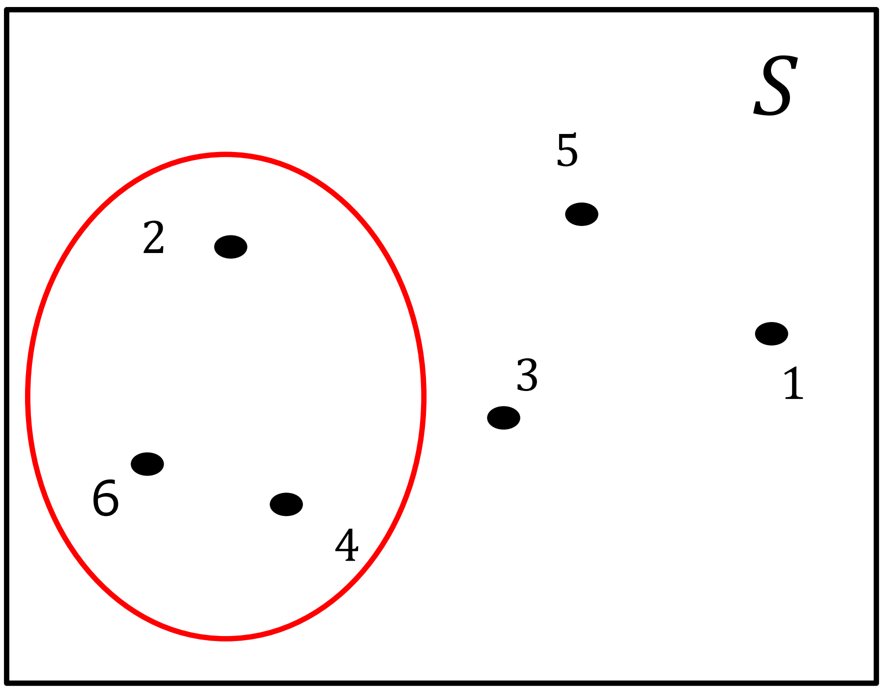
$$15 + X = 40 \quad \longrightarrow \quad X = 25$$

2. 集合と確率

今日のコンテンツ

確率基礎用語（標本空間と事象）

ある実験を行った時に、起こり得る全ての結果の集合を**標本空間**、または、**全事象**という。標本空間の要素（元）を**標本点**、標本空間の部分集合を**事象**という。



例：サイコロを１回投げる実験

標本空間：起こり得るすべての結果

＝$\{1,2,3,4,5,6\}$

事象：標本空間の部分集合

偶数＝$\{2,4,6\}$

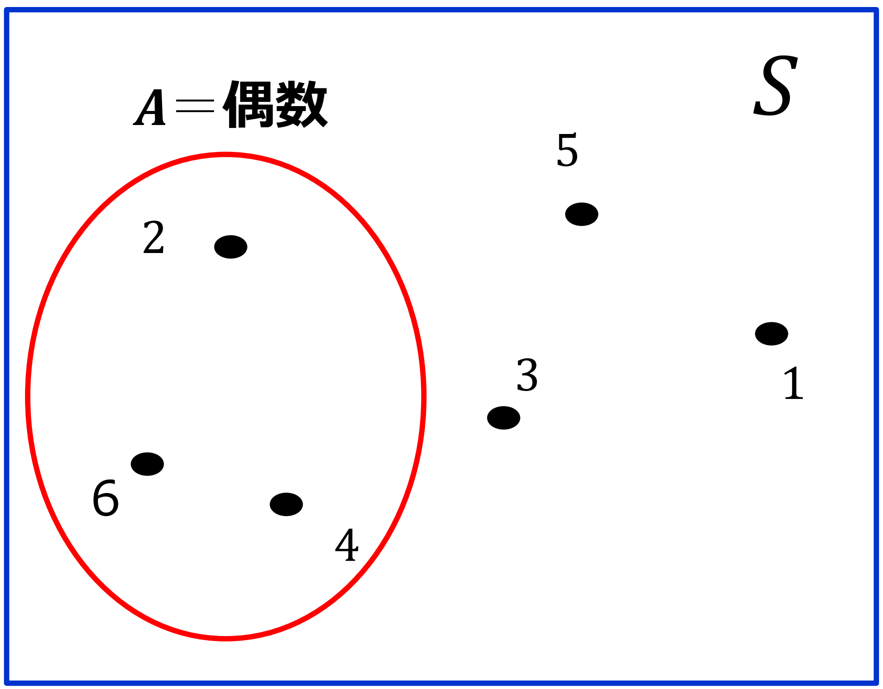
確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

偶数事象の要素数

標本空間の要素数



$$P(A) = \frac{3}{6}$$

問題

コインを３回投げたとき、その標本空間を求めよ。
コインを３回投げたとき、２回表が出る確率を求めよ。

問題

コインを３回投げたとき、その標本空間を求めよ。
コインを３回投げたとき、２回表が出る確率を求めよ。

表=1　裏=0とし、 結果を(1回目, 2回目, 3回目)と表すと標本空間 S は

$$S = \{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$$

２回表がでる事象は $A = \{(0,1,1), (1,0,1), (1,1,0)\}$ であるので、確率は

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

確率の公理

確率の公理

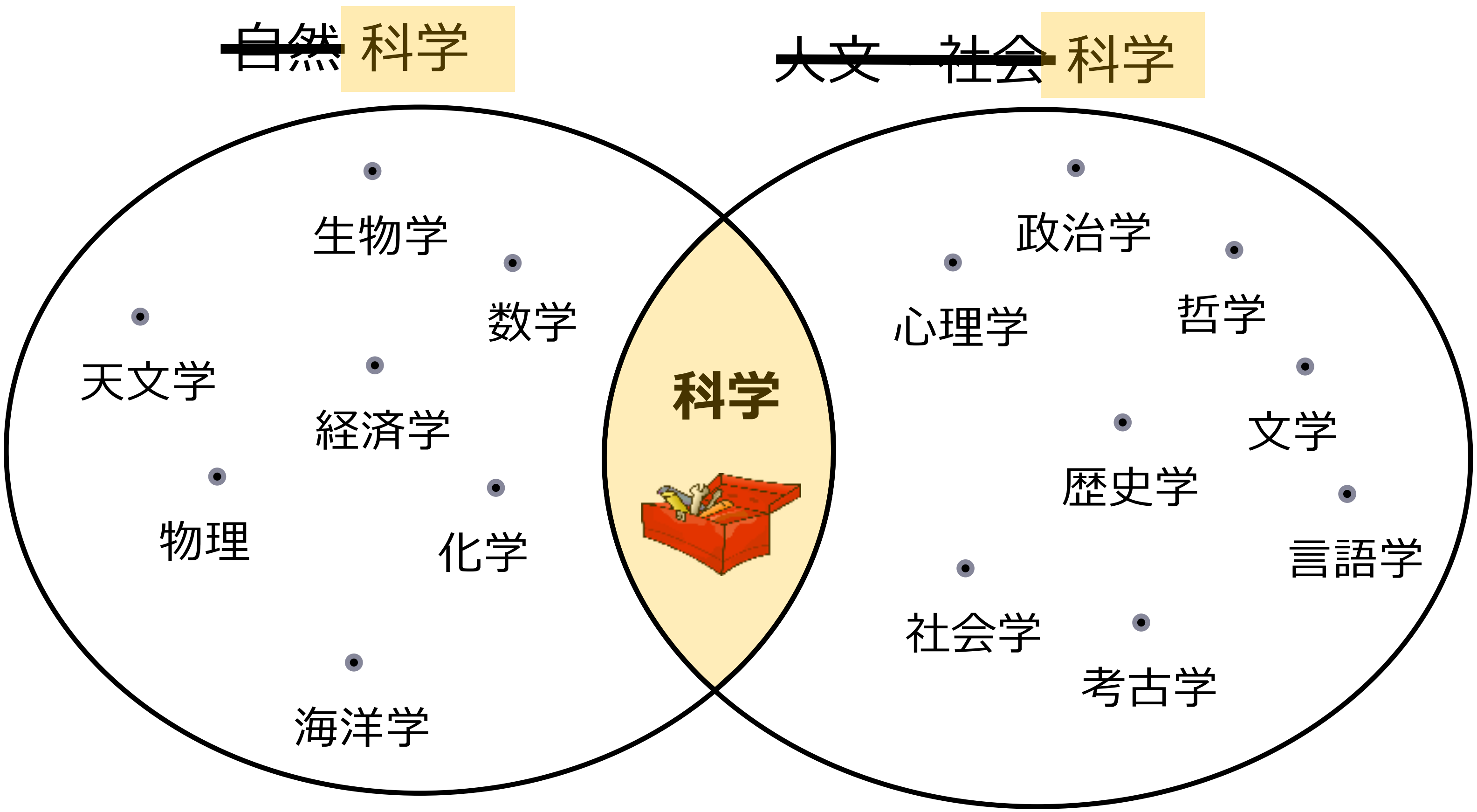
(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

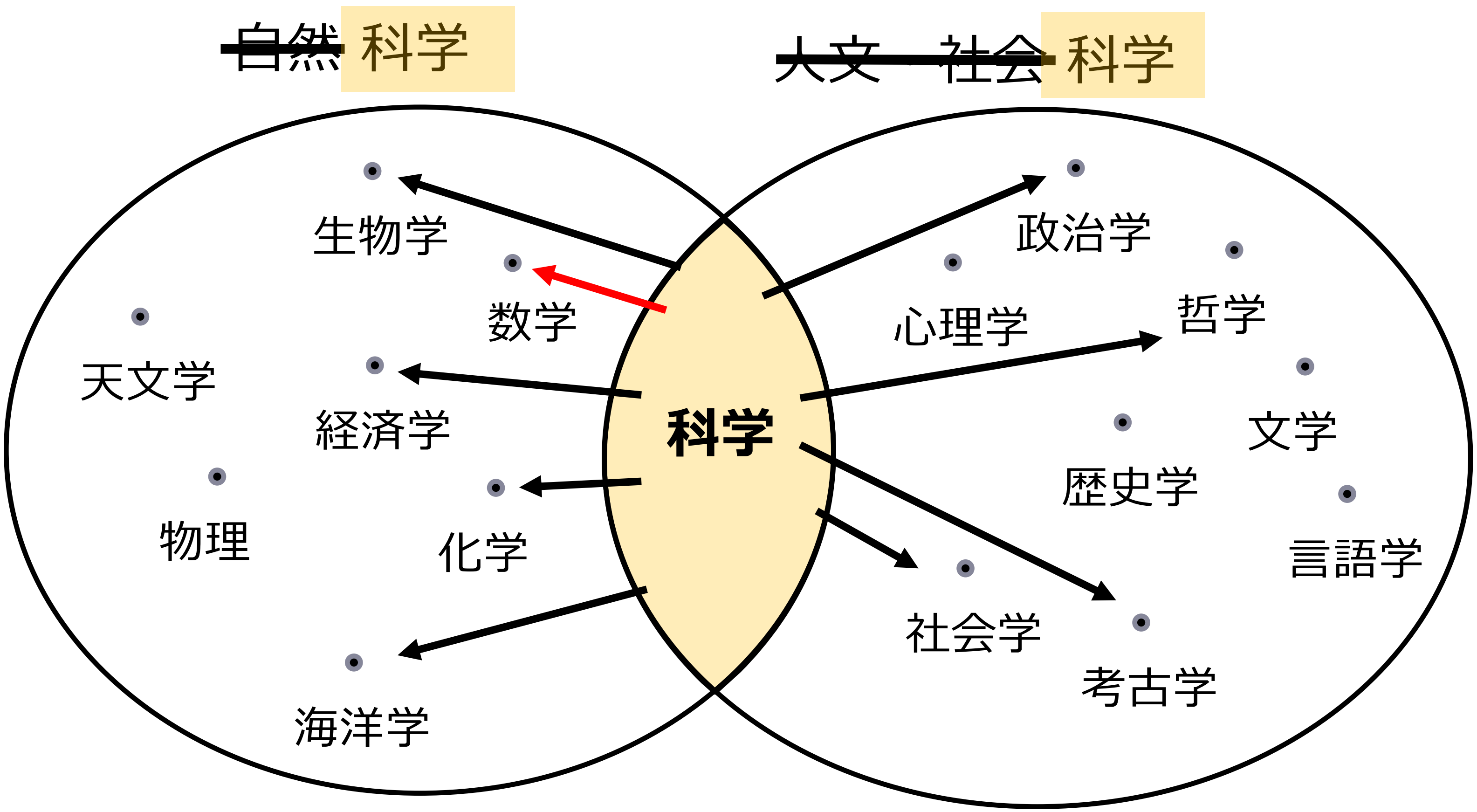
(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

科学理論の構造


~~自然~~ 科学
~~人文・社会~~ 科学
生物学
数学
天文学
経済学
物理
化学
海洋学
科学
政治学
心理学
哲学
文学
歴史学
言語学
社会学
考古学

科学理論の構造


~~自然~~ 科学
~~人文・社会~~ 科学
生物学
数学
天文学
経済学
物理
化学
海洋学
科学
政治学
心理学
哲学
文学
歴史学
言語学
社会学
考古学

科学理論の構造

定義/公理/仮説

$F = ma$

論理

直接法
背理法
帰納法
演繹法　etc

定理
エネルギー保存則

定理
力積保存則

定理

理論

移項

代数学の公理

$A = B$ のとき

$$A + C = B + C$$

次の方程式を、公理に基づいて x を求めよ

$$x - 5 = 11$$

確率の公理

確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

確率の公理

確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

確率の公理

確率の公理

（1）$0 \leq P(A) \leq 1$

（2）$P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

（3）$A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

どのような事象Aについても確率は０以上１以下である。

確率の公理

確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

どのような事象Aについても確率は０以上１以下である。

（絶対に起こらない） 0 ⟷ 1 （絶対に起こる）

確率の公理

確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

確率の公理

確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

起こり得る全ての事象（$=S$）が起こる確率は１である。

確率の公理

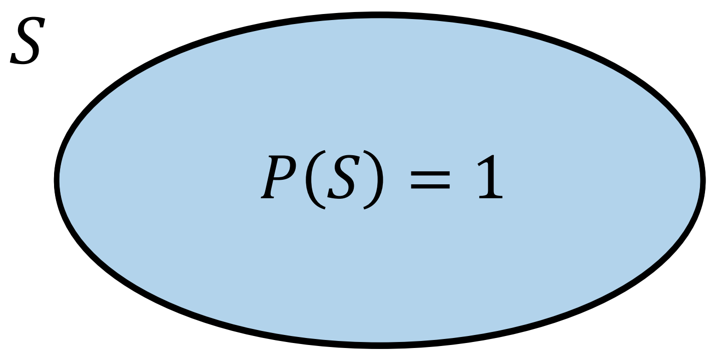
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



確率の公理

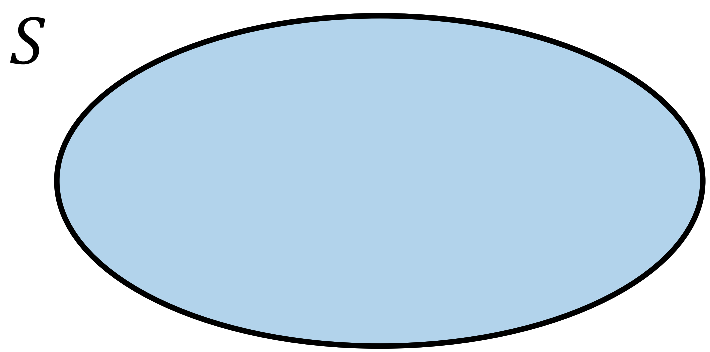
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



確率の公理

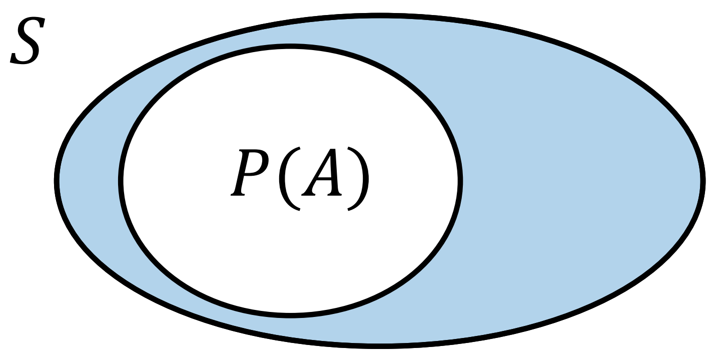
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



確率の公理

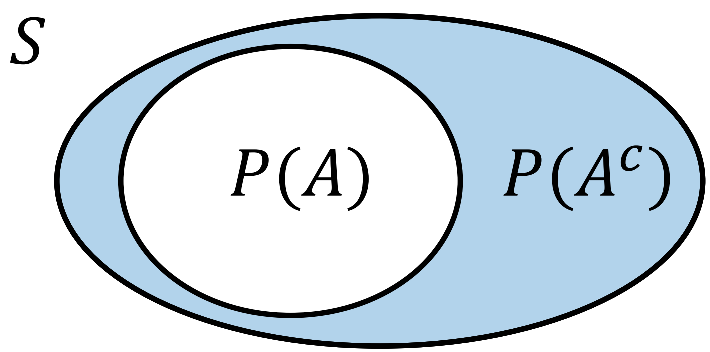
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

確率の公理

確率の公理

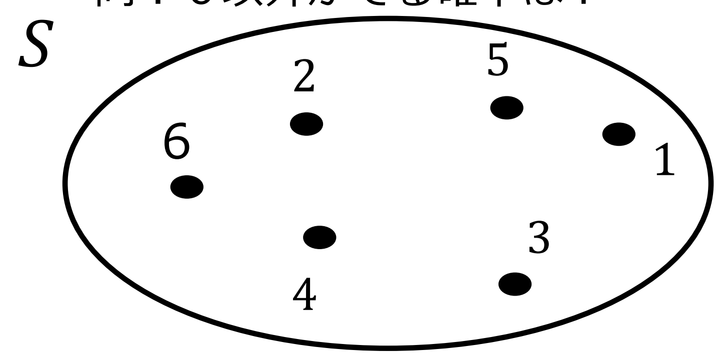
(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

問：６以外がでる確率は？



確率の公理

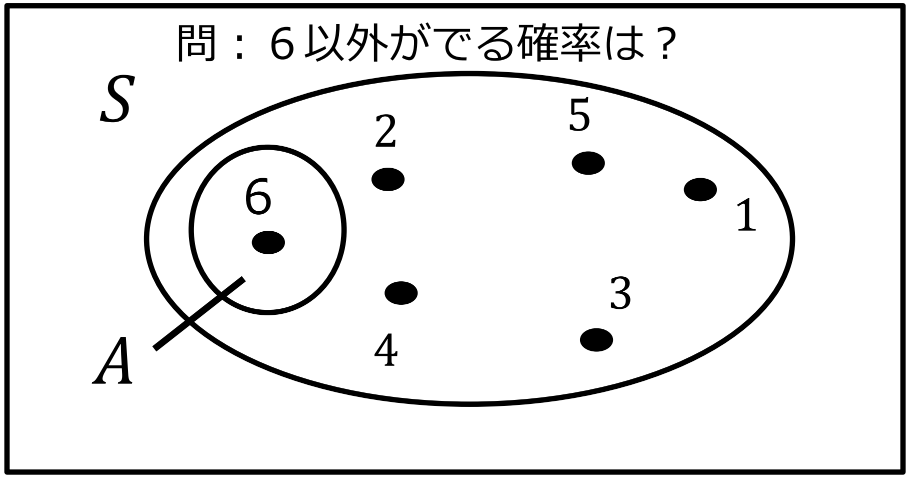
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



確率の公理

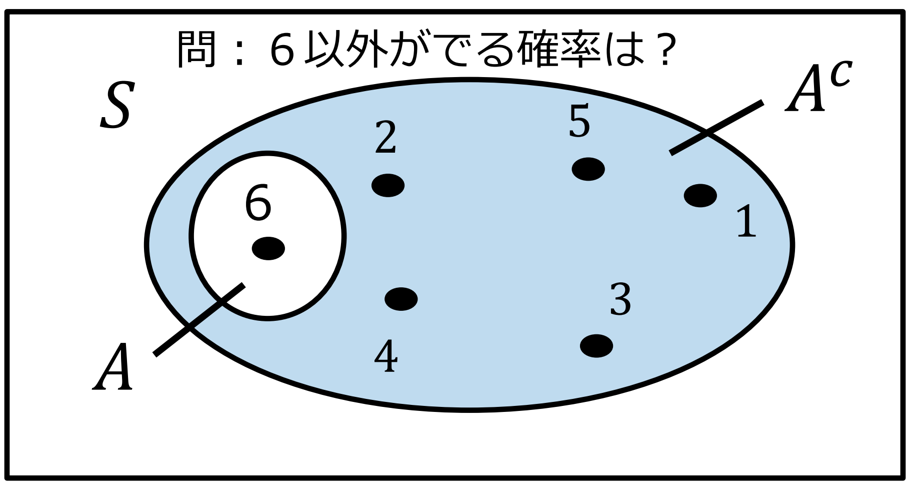
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



確率の公理

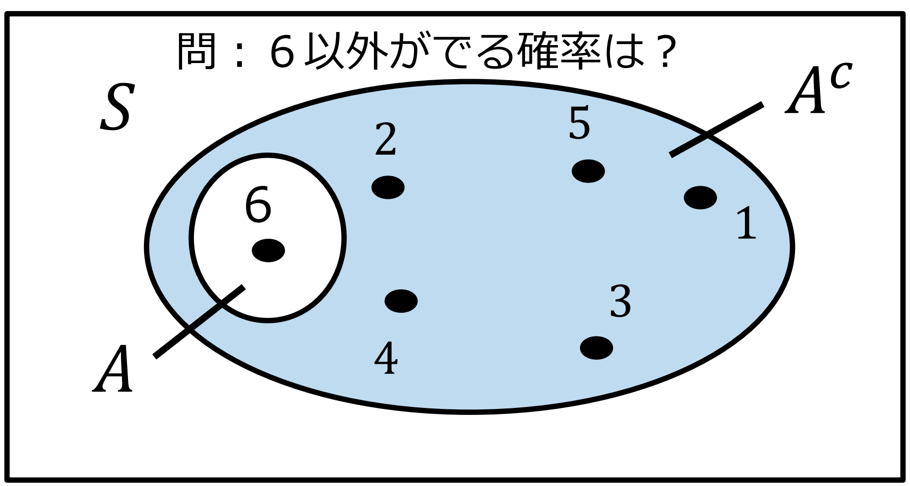
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



$A = \{6\}$

$A^c = \{1,2,3,4,5\}$

$P(A^c) = 1 - P(A) = \dfrac{5}{6}$

確率の公理

確率の公理

（1）$0 \leq P(A) \leq 1$

（2）$P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

（3）$A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

確率の公理

確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

同時に起こらない事象の確率は足し算ができる

確率の公理

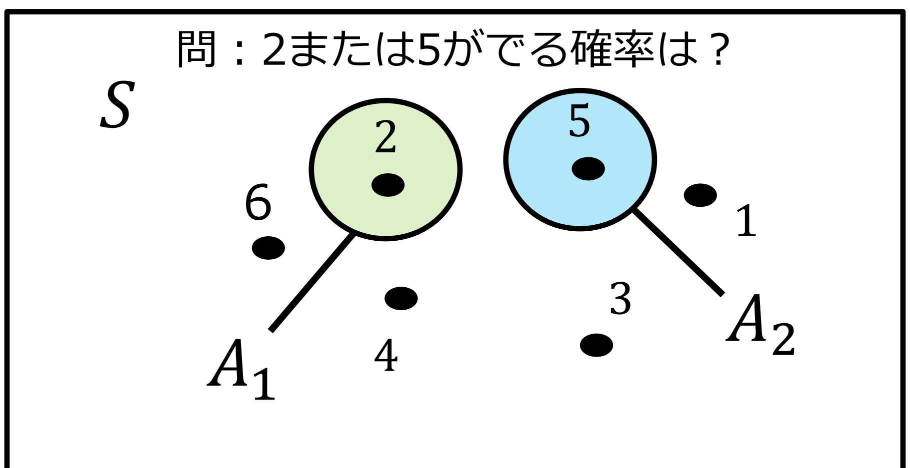
確率の公理

(1) $0 \leq P(A) \leq 1$

(2) $P(S) = 1,\ P(A^c) = 1 - P(A)$

(3) $A_1, A_2 \cdots A_n$が排反事象なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$



$A_1 = \{2\}$

$A_2 = \{5\}$

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{2}{6}$$

演習問題

４つの要素

$$S = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

から標本空間 S が構成されている。下の (a)~(d) のどの場合が標本空間 S の確率になり得るか？

演習問題

４つの要素

$$S=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$$

から標本空間 S が構成されている。下の (a)~(d) のどの場合が標本空間 S の確率になり得るか？

(a) $P(a_1)=\frac{1}{2},P(a_2)=\frac{1}{3},P(a_3)=\frac{1}{4},P(a_4)=\frac{1}{5}$

(b) $P(a_1)=\frac{1}{2},P(a_2)=\frac{1}{4},P(a_3)=-\frac{1}{4},P(a_4)=\frac{1}{2}$

(c) $P(a_1)=\frac{1}{2},P(a_2)=\frac{1}{4},P(a_3)=\frac{1}{8},P(a_4)=\frac{1}{8}$

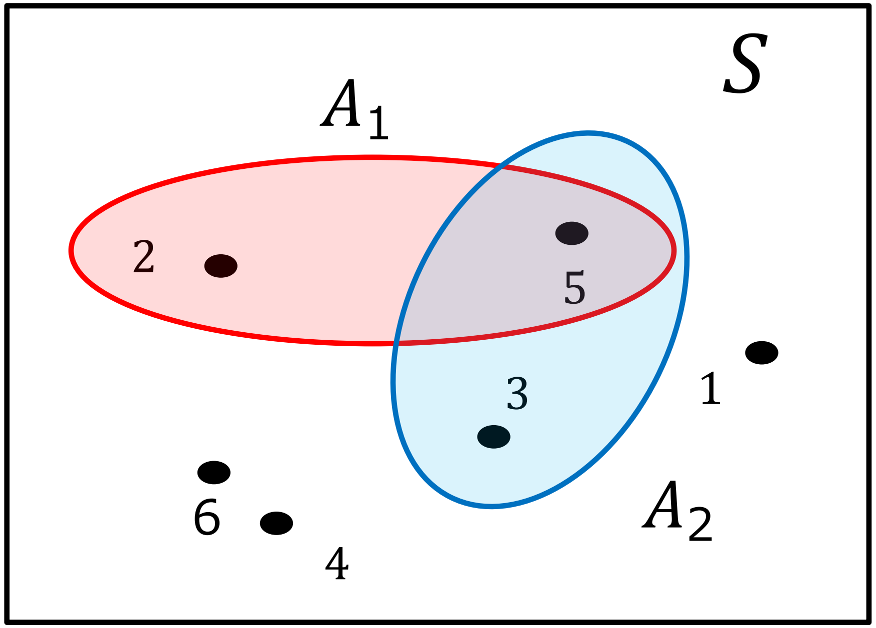
(b) $P(a_1)=\frac{1}{2},P(a_2)=\frac{1}{4},P(a_3)=\frac{1}{4},P(a_4)=0$

確率（排反事象でない時は？）

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A_1 = \{2,5\}$　$A_2 = \{3,5\}$

このとき$P(A_1 \cup A_2)$は？



確率（排反事象でない時は？）

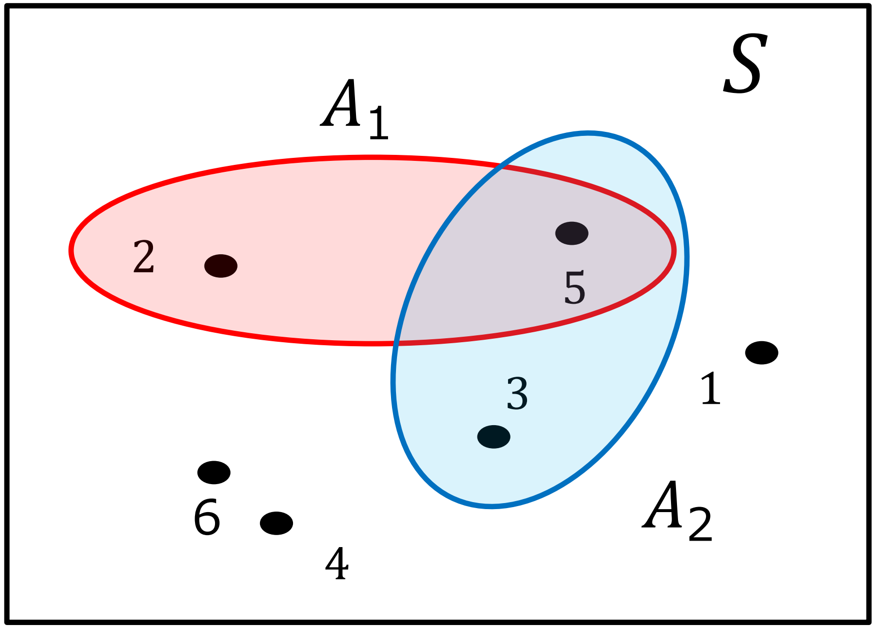
$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A_1 = \{2,5\}$　$A_2 = \{3,5\}$

➡ このとき$P(A_1 \cup A_2)$は？

集合和の要素の数

$$n(A_1 \cup A_2) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2)$$



確率（排反事象でない時は？）

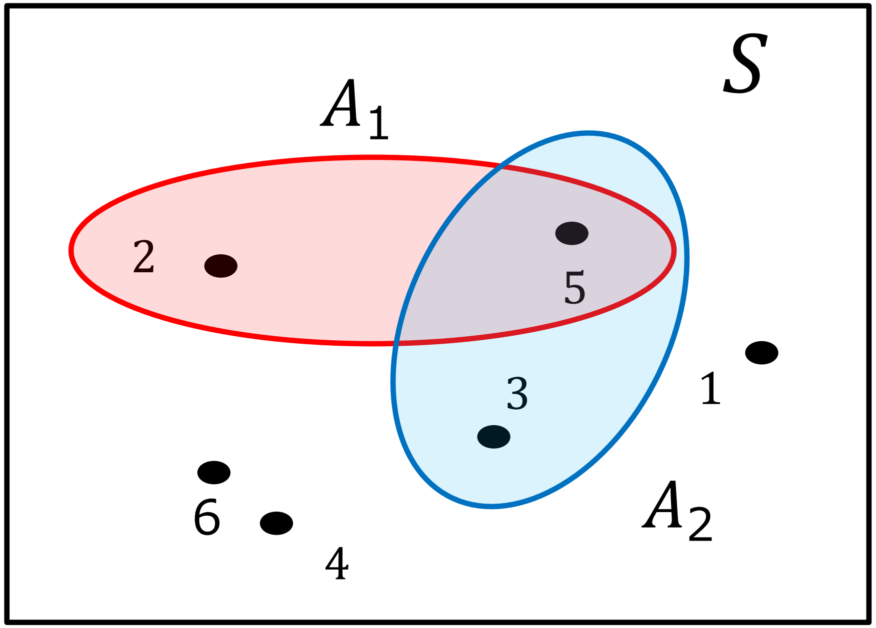
$$S=\{1,2,3,4,5,6\}$$

$$A_1=\{2,5\} \quad A_2=\{3,5\}$$

このとき$P(A_1\cup A_2)$は？

集合和の要素の数

$$n(A_1\cup A_2)=n(A_1)+n(A_2)-n(A_1\cap A_2)$$



$$P(A_1\cup A_2)=\frac{n(A_1\cup A_2)}{n(S)}$$

確率（排反事象でない時は？）

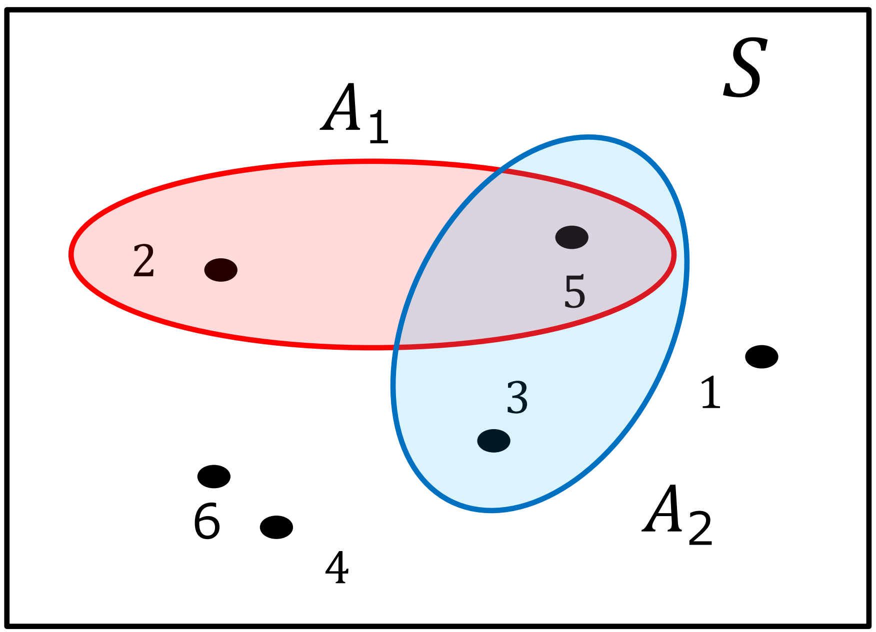
$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A_1 = \{2,5\} \quad A_2 = \{3,5\}$

このとき$P(A_1 \cup A_2)$は？

集合和の要素の数

$$n(A_1 \cup A_2) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2)$$



$$P(A_1 \cup A_2) = \frac{n(A_1 \cup A_2)}{n(S)}$$

$$= \frac{n(A_1)+n(A_2)-n(A_1 \cap A_2)}{n(S)}$$

確率（排反事象でない時は？）

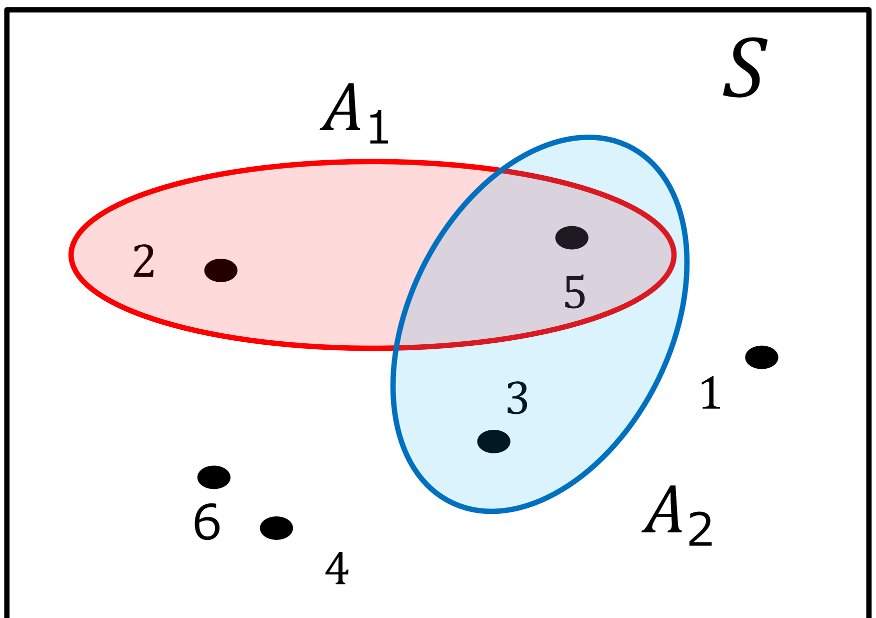
$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

$A_1=\{2,5\}\quad A_2=\{3,5\}$

このとき$P(A_1\cup A_2)$は？

集合和の要素の数

$$n(A_1\cup A_2)=n(A_1)+n(A_2)-n(A_1\cap A_2)$$



$$P(A_1\cup A_2)=\frac{n(A_1\cup A_2)}{n(S)}$$

$$=\frac{n(A_1)+n(A_2)-n(A_1\cap A_2)}{n(S)}$$

$$=\frac{n(A_1)}{n(S)}+\frac{n(A_2)}{n(S)}-\frac{n(A_1\cap A_2)}{n(S)}$$

確率（排反事象でない時は？）

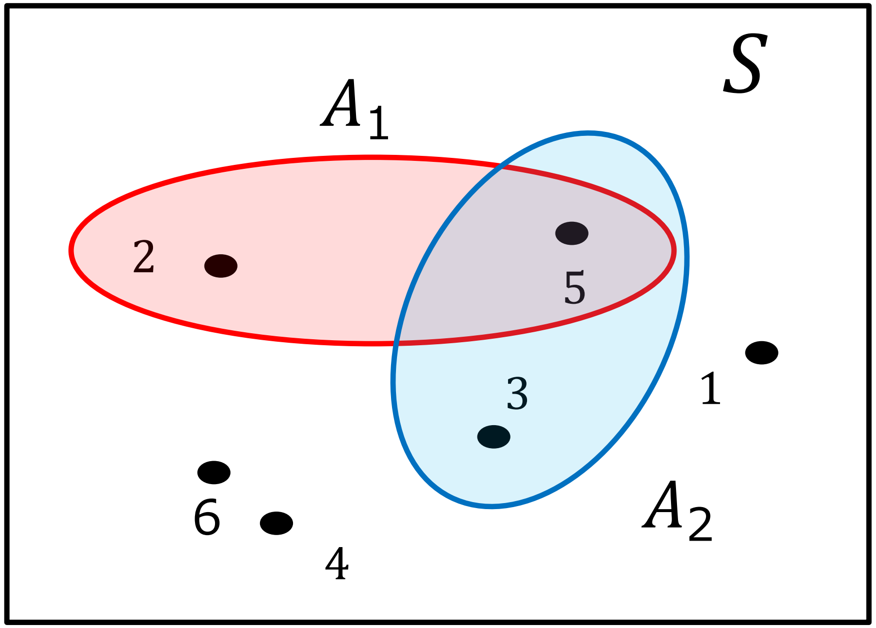
$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$A_1 = \{2,5\} \quad A_2 = \{3,5\}$$

このとき$P(A_1 \cup A_2)$は？

集合和の要素の数

$$n(A_1 \cup A_2) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2)$$



$$P(A_1 \cup A_2) = \frac{n(A_1 \cup A_2)}{n(S)}$$

$$= \frac{n(A_1)+n(A_2)-n(A_1 \cap A_2)}{n(S)}$$

$$= \frac{n(A_1)}{n(S)} + \frac{n(A_2)}{n(S)} - \frac{n(A_1 \cap A_2)}{n(S)}$$

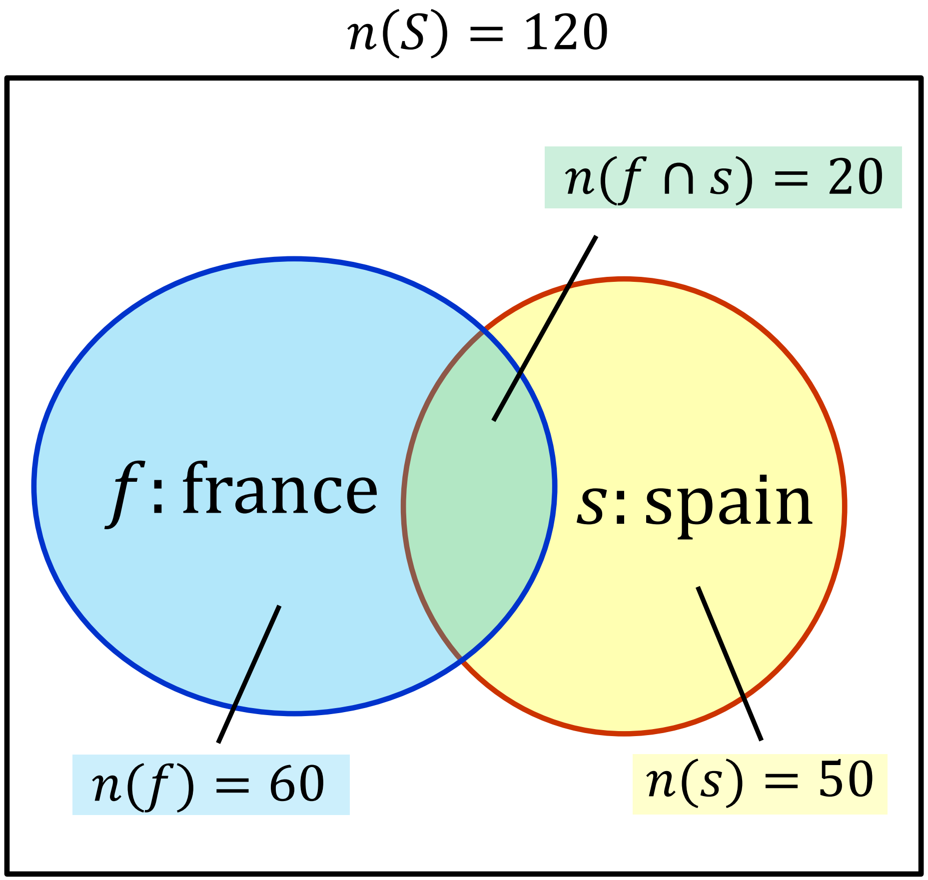
$$= P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

問題

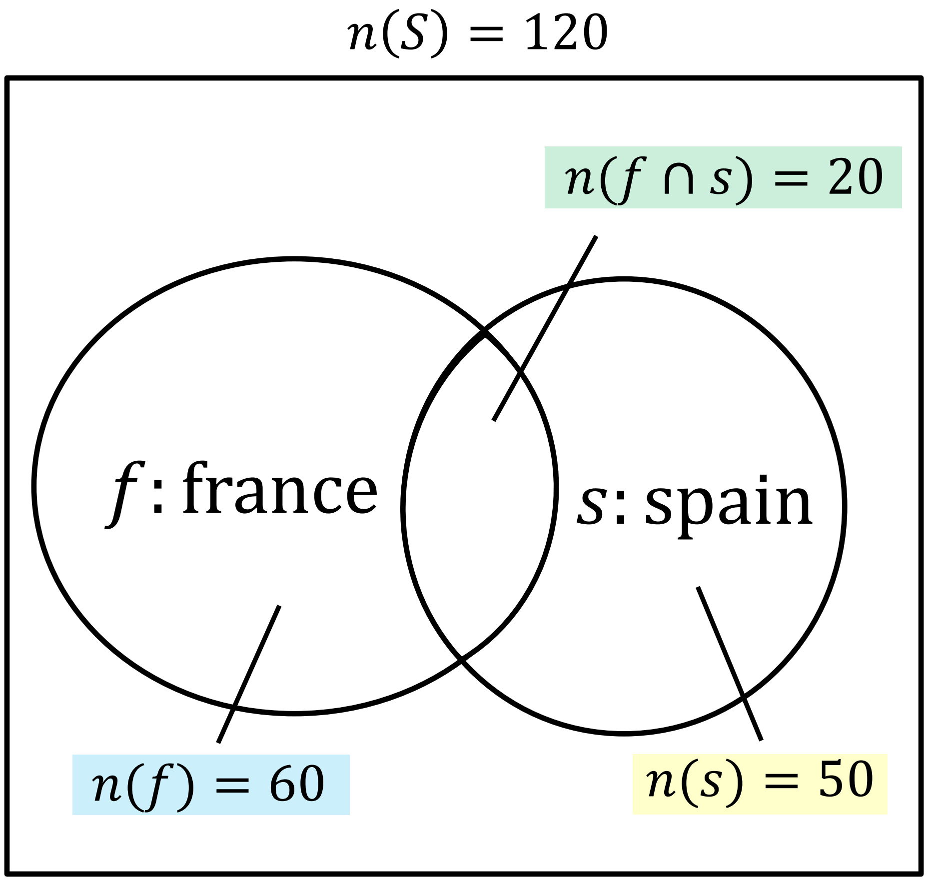
　ある大学で1年生120人のうち60人がフランス語、50人がスペイン語、20人がフランス語とスペイン語を履修している。120人からランダムに学生を選んだ時、この学生が

(1) フランス語もしくはスペイン語を履修している確率は？
(2) フランス語もスペイン語も履修していない確率は？
(3) フランス語だけを履修している確率は？

解答

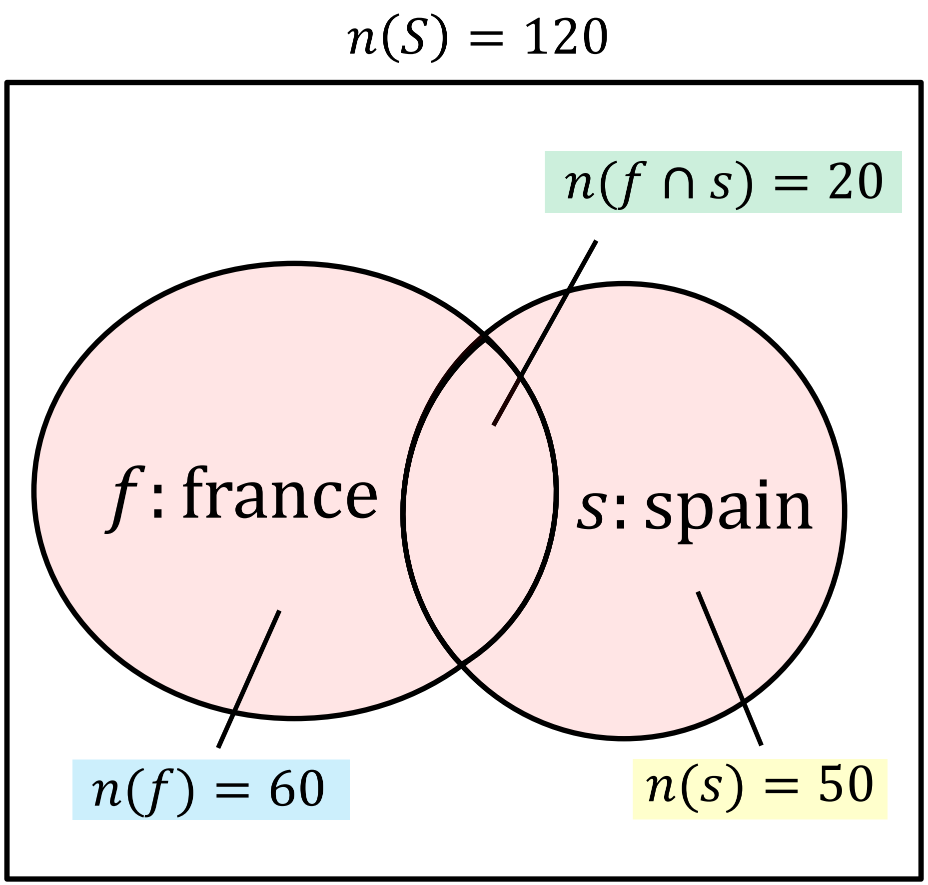


解答



(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

解答

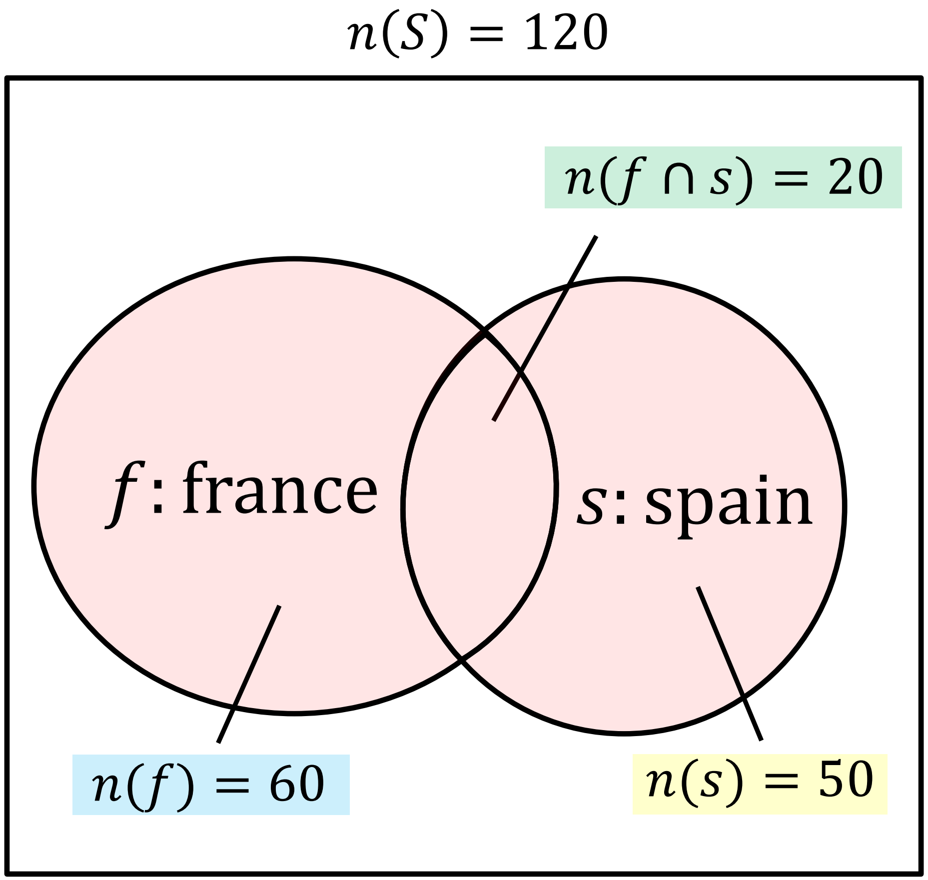


$$n(f \cup s) = n(f) + n(s) - n(f \cap s)$$

$$n(f \cup s) = 60 + 50 - 20 = 90$$

(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

解答



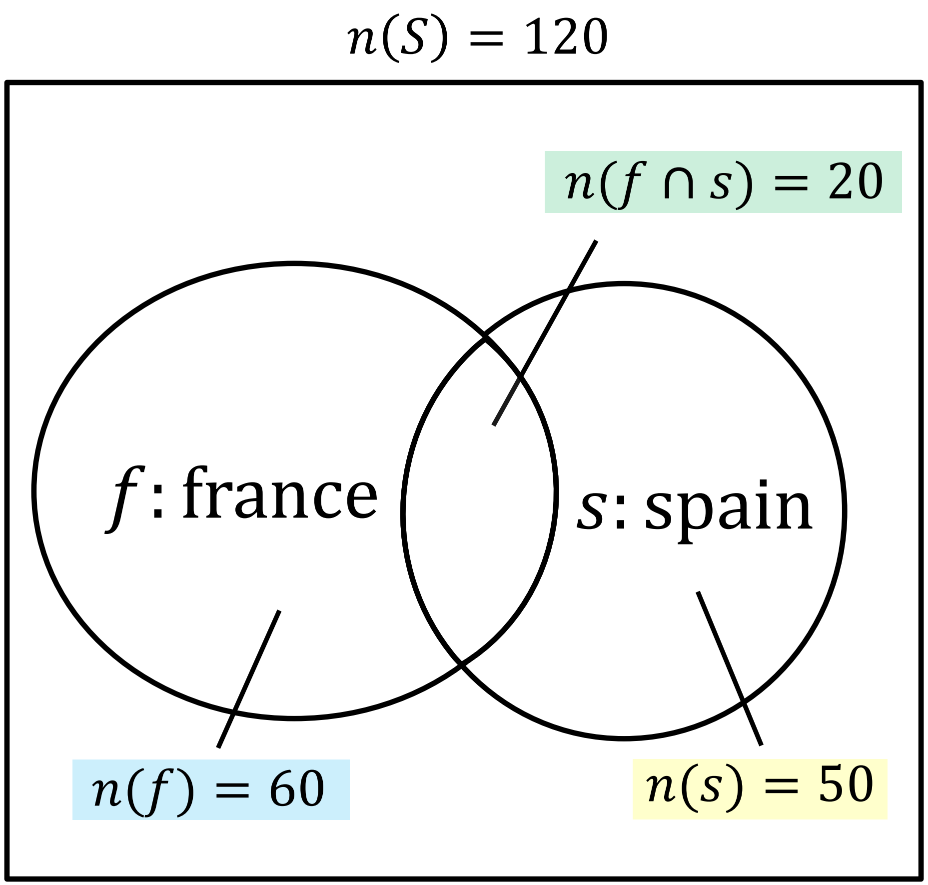
$$n(f \cup s) = n(f) + n(s) - n(f \cap s)$$

$$n(f \cup s) = 60 + 50 - 20 = 90$$

(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

解答

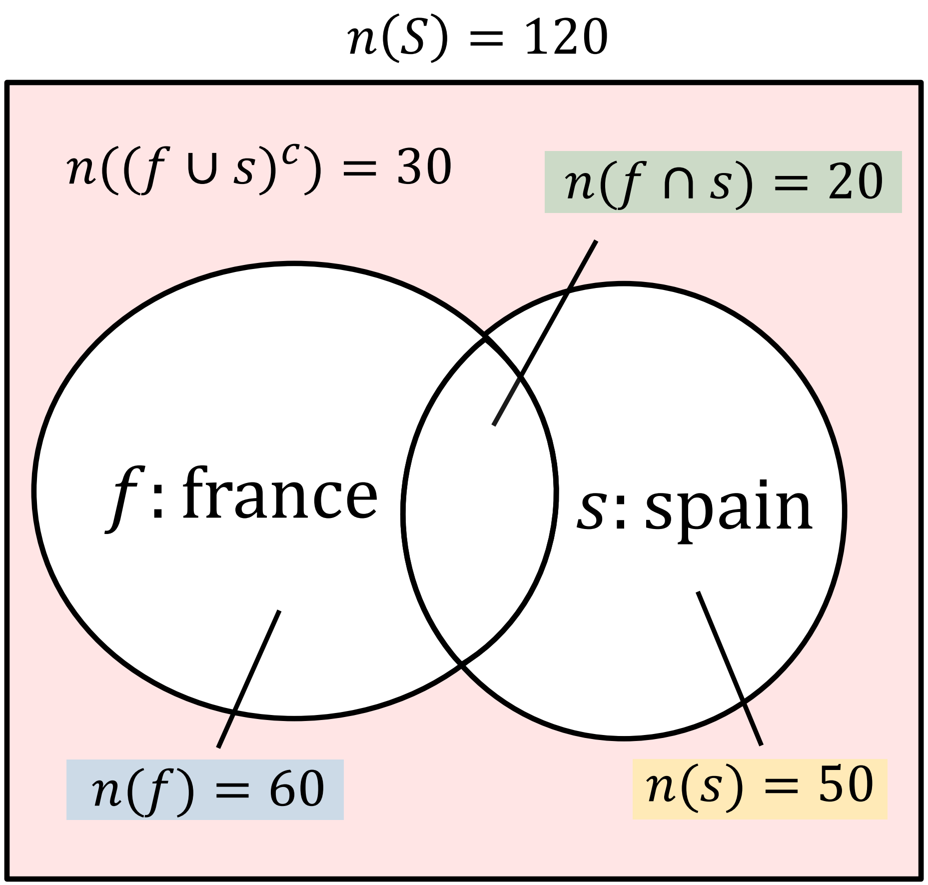


(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

(2) フランス語もスペイン語も履修せず

解答



$$n\left((f \cup s)^c\right) = n(S) - n(f \cup s)$$

$$\Downarrow$$

$$n\left((f \cup s)^c\right) = 120 - 90 = 30$$

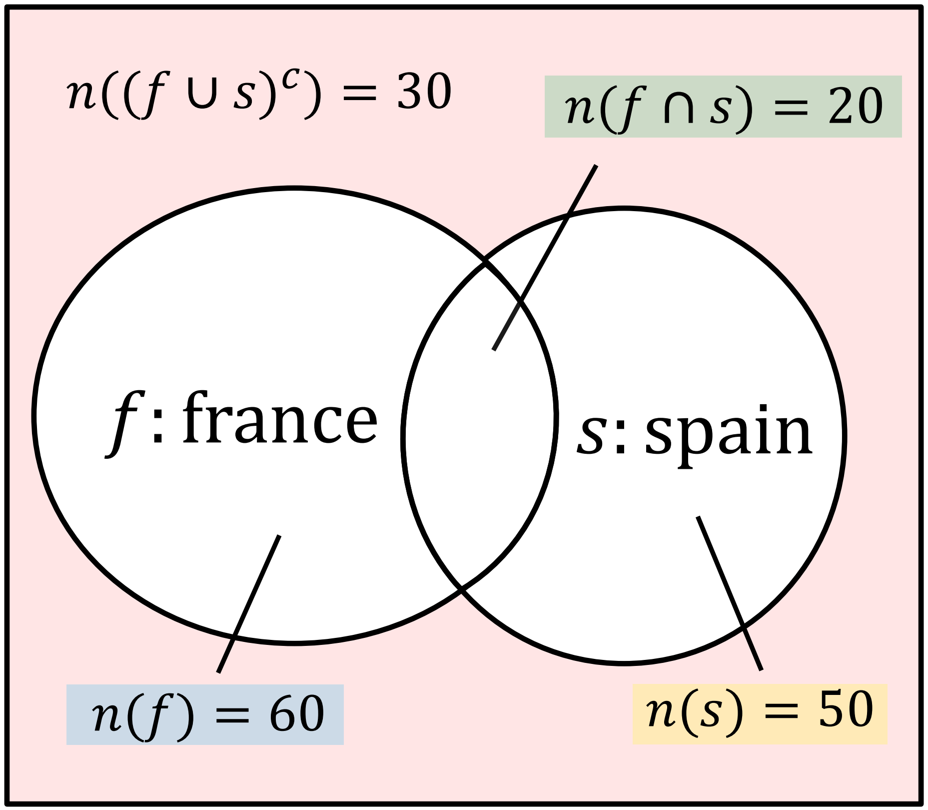
(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

(2) フランス語もスペイン語も履修せず

解答

$n(S) = 120$



$$n\left((f \cup s)^c\right) = n(S) - n(f \cup s)$$

$$n\left((f \cup s)^c\right) = 120 - 90 = 30$$

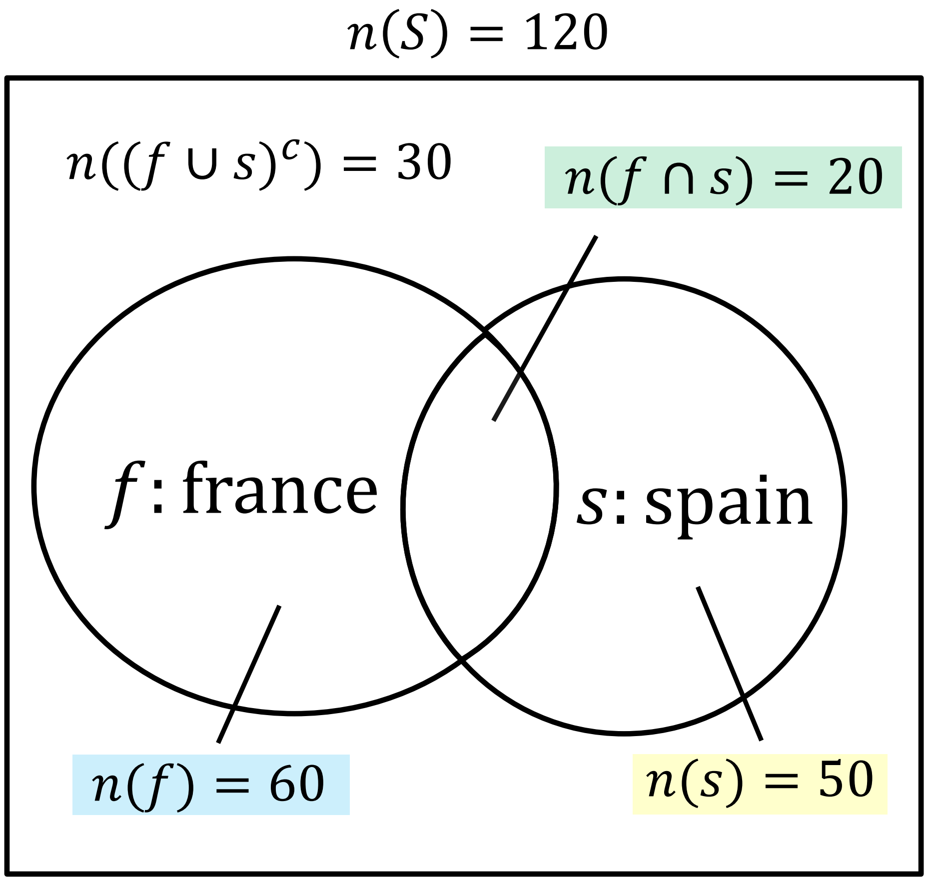
(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

(2) フランス語もスペイン語も履修せず

$$P\left((f \cup s)^c\right) = \frac{30}{120}$$

解答



(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

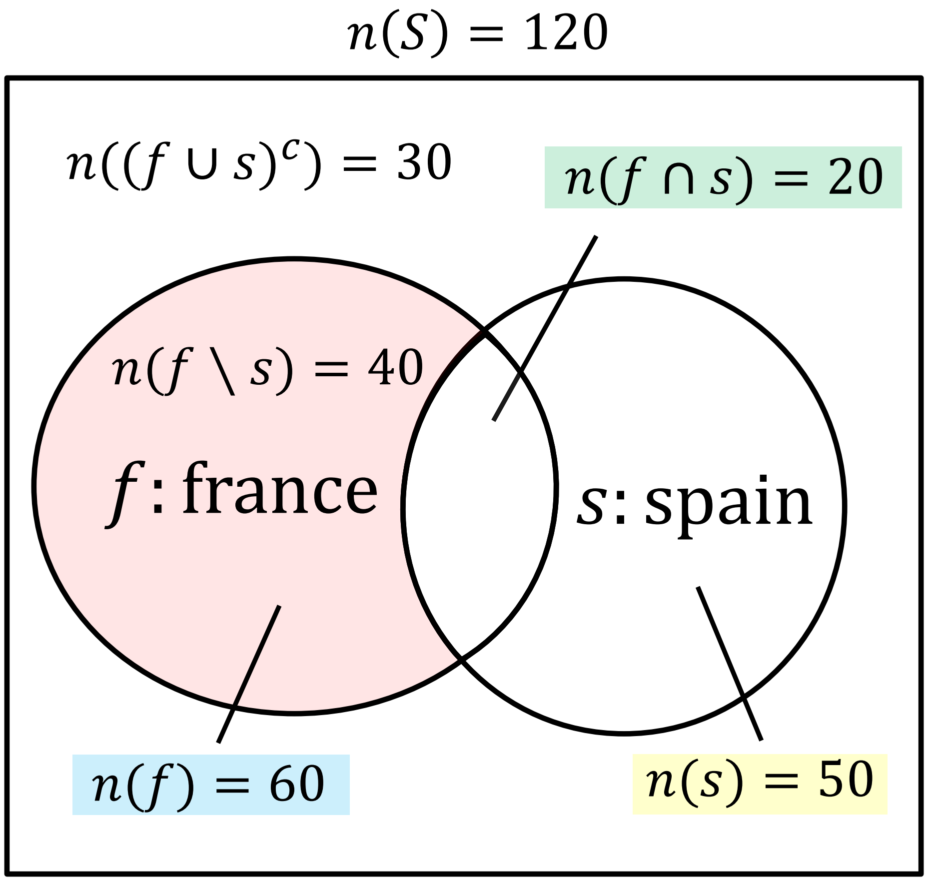
$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

(2) フランス語もスペイン語も履修せず

$$P\left((f \cup s)^c\right) = \frac{30}{120}$$

(3) フランス語のみを履修

解答



$$n(f \setminus s) = n(f) - n(f \cap s)$$

$$n(f \setminus s) = 60 - 20 = 40$$

(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

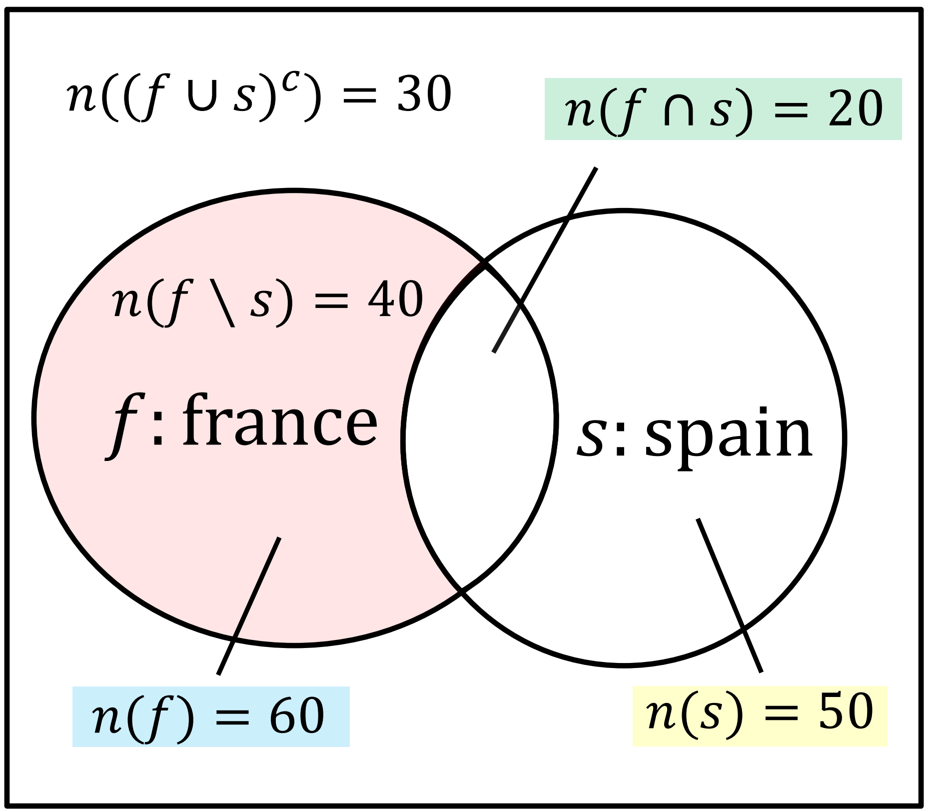
(2) フランス語もスペイン語も履修せず

$$P\big((f \cup s)^c\big) = \frac{30}{120}$$

(3) フランス語のみを履修

解答

$n(S) = 120$



$$n(f \setminus s) = n(f) - n(f \cap s)$$

$$n(f \setminus s) = 60 - 20 = 40$$

(1) フランス語もしくはスペイン語を履修

$$P(f \cup s) = \frac{90}{120}$$

(2) フランス語もスペイン語も履修せず

$$P\left((f \cup s)^c\right) = \frac{30}{120}$$

(3) フランス語のみを履修

$$P(f \setminus s) = \frac{40}{120}$$

2. 集合と確率

今日のコンテンツ

順列（permutation）

順列

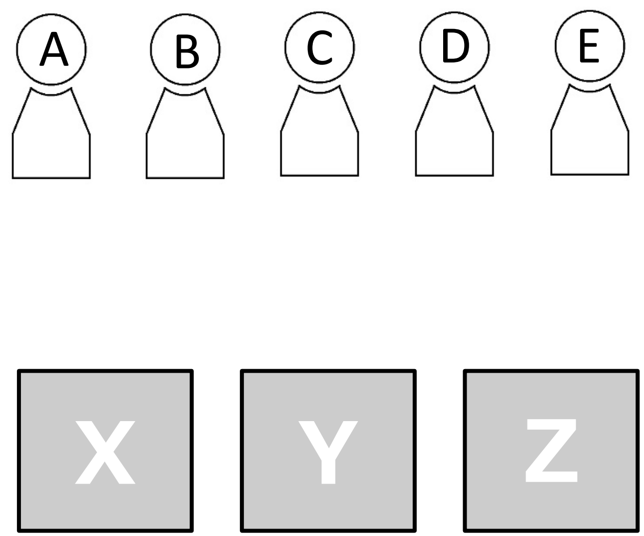
異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

順列（permutation）

順列

異なるn個の中から、**重複せずに**、r個選んで**並べる**場合の数

- 「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？

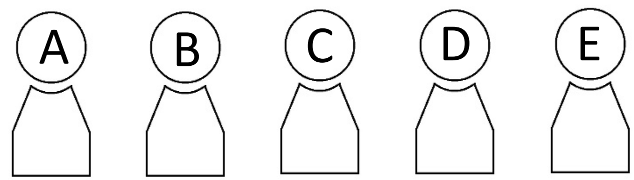


順列（permutation）

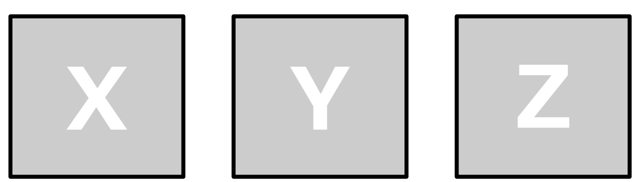
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



【X】には5通りの選び方がある

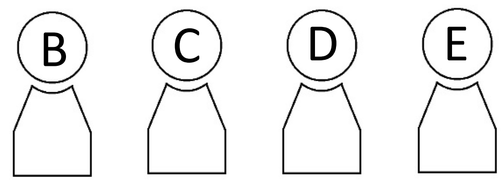


順列（permutation）

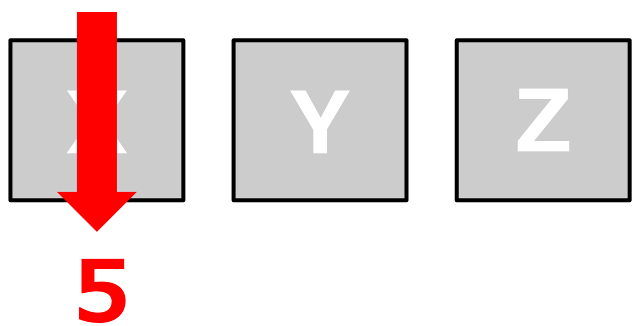
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



【X】には5通りの選び方がある

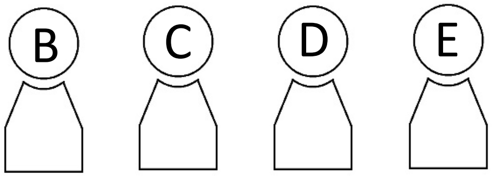


順列（permutation）

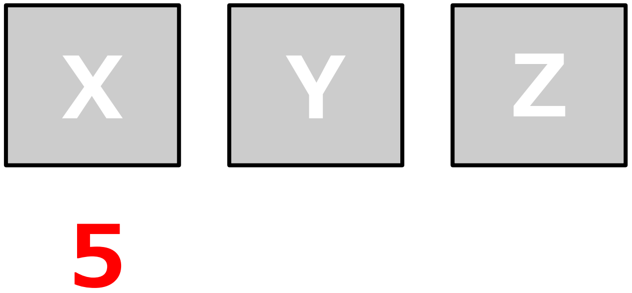
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



【Y】には4通りの選び方がある

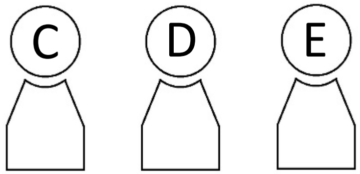


順列（permutation）

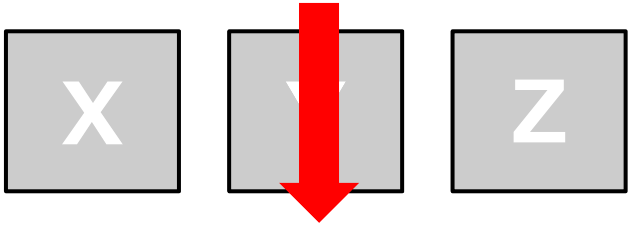
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



【Y】には4通りの選び方がある



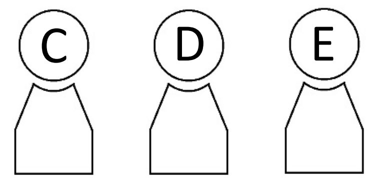
5　**4**

順列（permutation）

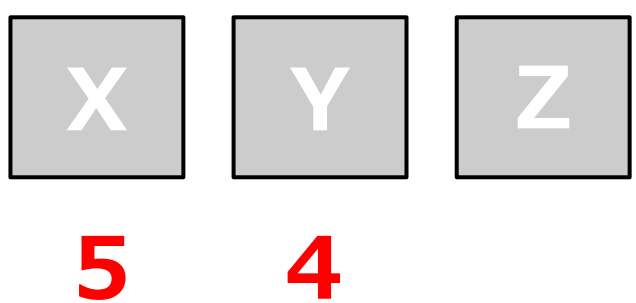
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



【Z】には3通りの選び方がある

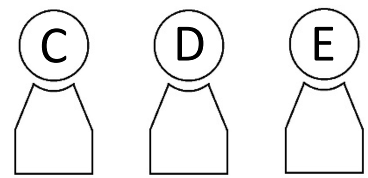


順列（permutation）

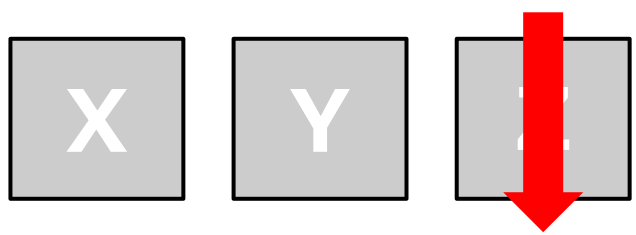
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



【Z】には3通りの選び方がある



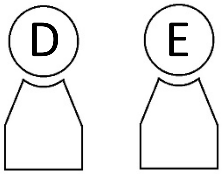
5　4　3

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



並べ方の総数は？

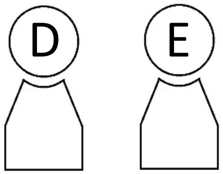
5 **4** **3**

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



並べ方の総数は？

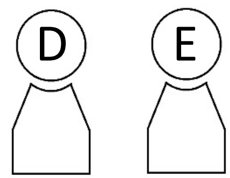
5 × 4 × 3

順列（permutation）

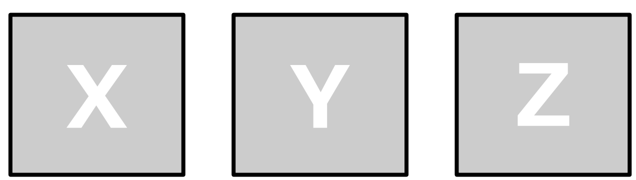
順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

・「５人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？



並べ方の総数は？



５ × ４ × ３ ＝ 60通り

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

公式

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1) $$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

公式

$$
{}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{r\text{ 個}}
$$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

公式

$$
{}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{r\text{ 個}}
$$

${}_nP_0 = 1$と定義する

${}_nP_n = n!$ である

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

公式

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{r\text{ 個}} $$

${}_nP_0 = 1$と定義する
${}_nP_n = n!$ である

・「5 人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

公式

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{r\text{ 個}} $$

${}_nP_0 = 1$ と定義する

${}_nP_n = n!$ である

・「5 人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？

$$ {}_5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 5\times3\times2 $$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

公式

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{r\text{ 個}}$$

${}_nP_0 = 1$と定義する
${}_nP_n = n!$ である

・「5 人の中から3人を**並べる**」並べ方の数は？

$${}_5P_3 = \underbrace{5\times4\times3}_{3\text{ 個}} = 60$$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

練習問題

（1）${}_5P_2$　（2）${}_8P_4$　（3）${}_6P_6$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

練習問題

（1）${}_5P_2$ （2）${}_8P_4$ （3）${}_6P_6$

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 4 = 20$$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

練習問題

（1）${}_5P_2$　　（2）${}_8P_4$　　（3）${}_6P_6$

$$ {}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = 5\cdot4 = 20 $$

$$ {}_8P_4 = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 8\cdot7\cdot6\cdot5 = 1680 $$

順列（permutation）

順列

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個選んで**並べる**場合の数

練習問題

（1）${}_5P_2$　（2）${}_8P_4$　（3）${}_6P_6$

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = 5\cdot4 = 20$$

$${}_8P_4 = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 8\cdot7\cdot6\cdot5 = 1680$$

$${}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{1} = 720$$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

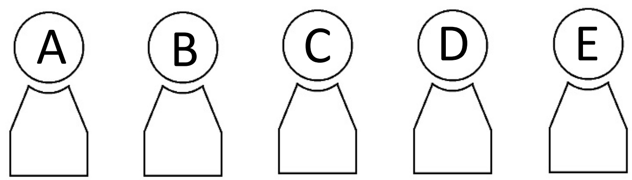
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

- 「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



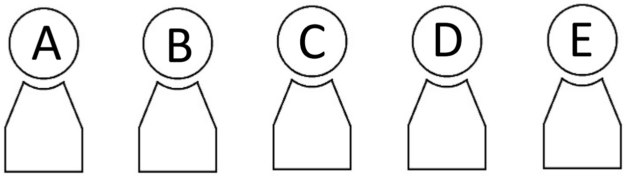
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なるn個の中から、**重複せずに**、r個**選び出す**場合の数

・「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



(A,B,C) (A,B,D) (A,B,E)
(A,C,D) (A,C,E)
(A,D,E)

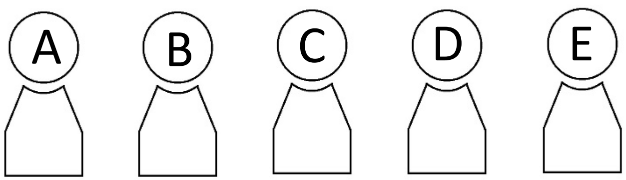
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

・「5人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



(A,B,C) (A,B,D) (A,B,E) (B,C,D) (B,C,E)
(A,C,D) (A,C,E) (B,D,E)
(A,D,E)

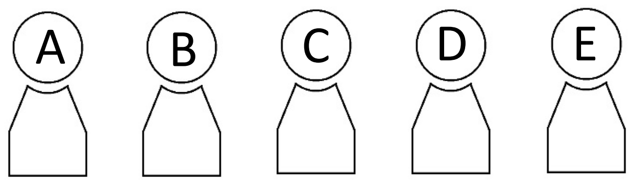
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

・「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



(A,B,C)　(A,B,D)　(A,B,E)　(B,C,D)　(B,C,E)　(C,D,E)

(A,C,D)　(A,C,E)　(B,D,E)

(A,D,E)

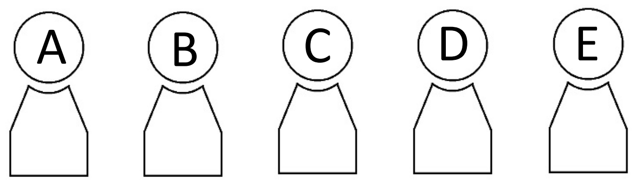
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

・「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



10通り

(A,B,C)　(A,B,D)　(A,B,E)　　(B,C,D)　(B,C,E)　　(C,D,E)

(A,C,D)　(A,C,E)　　(B,D,E)

(A,D,E)

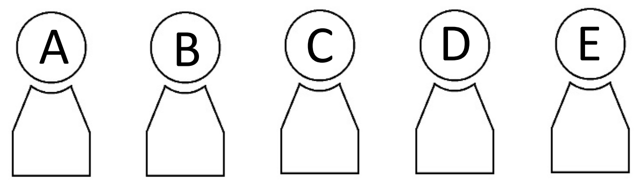
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

- 「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



10通り

(A,B,C)　(A,B,D)　(A,B,E)
(A,C,D)　(A,C,E)
(A,D,E)

Aを含む選び方

(B,C,D)　(B,C,E)
(B,D,E)

(C,D,E)

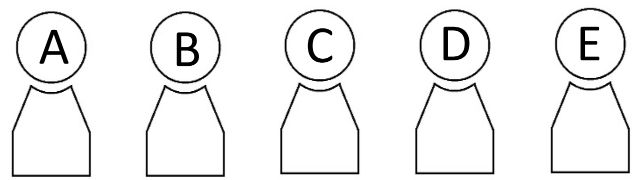
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

・「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



10通り

(A,B,C) (A,B,D) (A,B,E)
(A,C,D) (A,C,E)
(A,D,E)

Aを含む選び方

(B,C,D) (B,C,E)
(B,D,E)

Aを含まず、Bを含む選び方

(C,D,E)

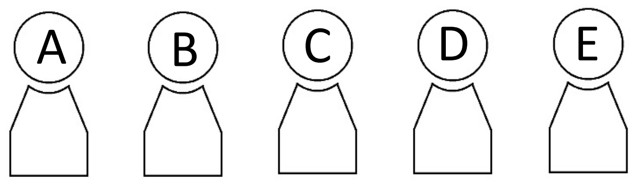
組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

- 「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

選び方の総数は？



10通り

(A,B,C) (A,B,D) (A,B,E)
(A,C,D) (A,C,E)
(A,D,E)

Aを含む選び方

(B,C,D) (B,C,E)
(B,D,E)

Aを含まず、Bを含む選び方

(C,D,E)

A、Bを含まず、Cを含む選び方

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{ 個}}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1}_{r\text{ 個}}} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{ 個}}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times 2\times 1}_{r\text{ 個}}} $$

${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$と定義する

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{ 個}}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1}_{r\text{ 個}}} $$

${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$と定義する

・「５人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{ 個}}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1}_{r\text{ 個}}} $$

${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$と定義する

・「5 人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

$$ {}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{ 個}}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times 2\times 1}_{r\text{ 個}}} $$

${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$と定義する

・「5 人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

$$ {}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{\underbrace{3\times2\times1}_{3\text{ 個}}} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{ 個}}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1}_{r\text{ 個}}} $$

${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$ と定義する

・「5 人の中から3人**選ぶ**」選び方の総数は？

$$ {}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{\underbrace{3\times2\times1}_{3\text{ 個}}} = 10 $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \boxed{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \boxed{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times 2\times 1} $$

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = {}_nC_{n-r} $$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \boxed{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1} $$

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = {}_nC_{n-r} $$

r が大きいとき計算が楽になる

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

公式

$$ {}_nC_r = \boxed{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times2\times1} $$

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = {}_nC_{n-r} $$

r が大きいとき計算が楽になる

r 個の選び方 ＝ $n-r$ 個の残し方

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

練習問題

(1) ${}_6C_2$　　(2) ${}_8C_6$　　(3) ${}_{10}C_2$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

練習問題

(1) ${}_6C_2$　　(2) ${}_8C_6$　　(3) ${}_{10}C_2$

$${}_6C_2 = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2\cdot1)(4\cdot3\cdot2\cdot1)} = 15$$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

練習問題

(1) ${}_{6}C_{2}$　(2) ${}_{8}C_{6}$　(3) ${}_{10}C_{2}$

$${}_{6}C_{2}=\frac{6!}{2!\,(6-2)!}=\frac{6!}{2!4!}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2\cdot1)(4\cdot3\cdot2\cdot1)}=15$$

$${}_{8}C_{6}=\frac{8!}{6!\,(8-6)!}=\frac{8!}{2!6!}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1)(2\cdot1)}=\frac{8\cdot7}{(2\cdot1)}=28$$

組み合わせ（combination）

組み合わせ

異なる n 個の中から、**重複せずに**、r 個**選び出す**場合の数

練習問題

(1) ${}_6C_2$　　(2) ${}_8C_6$　　(3) ${}_{10}C_2$

$$ {}_6C_2 = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2\cdot1)(4\cdot3\cdot2\cdot1)} = 15 $$

$$ {}_8C_6 = \frac{8!}{6!\,(8-6)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1)(2\cdot1)} = \frac{8\cdot7}{(2\cdot1)} = 28 $$

$$ {}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2\cdot1)(8\cdot7\cdot6\cdot\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1)} = \frac{10\cdot9}{(2\cdot1)} = 45 $$

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」 VS 「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

→ (A,B,C)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

(A,B,C)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)	(A,B,C)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)	(A,B,D)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)	
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)	
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)	
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)	
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)	
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)	
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)	

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)

60通り

(A,B,C)
(A,B,D)

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)	→	(A,B,C)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)	→	(A,B,D)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)	→	(A,B,E)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)		
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)		
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)		
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)		
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)		
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)		
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)		
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)		

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)	→	(A,B,C)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)	→	(A,B,D)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)	→	(A,B,E)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)	→	(A,C,D)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)	→	(A,C,E)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)	→	(A,D,E)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)	→	(B,C,D)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	→	(B,C,E)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	→	(B,C,E)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)	→	(B,D,E)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)	→	(C,D,E)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

3人の並び方の総数=3!通り

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)	→	(A,B,C)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)	→	(A,B,D)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)	→	(A,B,E)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)	→	(A,C,D)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)	→	(A,C,E)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)	→	(A,D,E)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)	→	(B,C,D)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	→	(B,C,E)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	→	(B,C,E)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)	→	(B,D,E)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)	→	(C,D,E)

60通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

3人の並び方の総数=3!通り

(A,B,C)	(A,C,B)	(B,A,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(C,B,A)	→	(A,B,C)
(A,B,D)	(A,D,B)	(B,A,D)	(B,D,A)	(D,A,B)	(D,B,A)	→	(A,B,D)
(A,B,E)	(A,E,B)	(B,A,E)	(B,E,A)	(E,A,B)	(E,B,A)	→	(A,B,E)
(A,C,D)	(A,D,C)	(C,A,D)	(C,D,A)	(D,A,C)	(D,C,A)	→	(A,C,D)
(A,C,E)	(A,E,C)	(C,A,E)	(C,E,A)	(E,A,C)	(E,C,A)	→	(A,C,E)
(A,D,E)	(A,E,D)	(D,A,E)	(D,E,A)	(E,A,D)	(E,D,A)	→	(A,D,E)
(B,C,D)	(B,D,C)	(C,B,D)	(C,D,B)	(D,B,C)	(D,C,B)	→	(B,C,D)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	→	(B,C,E)
(B,C,E)	(B,E,C)	(C,B,E)	(C,E,B)	(E,B,C)	(E,C,B)	→	(B,C,E)
(B,D,E)	(B,E,D)	(D,B,E)	(D,E,B)	(E,B,D)	(E,D,B)	→	(B,D,E)
(C,D,E)	(C,E,D)	(D,C,E)	(D,E,C)	(E,C,D)	(E,D,C)	→	(C,D,E)

60通り

60/3!
=10通り

順列と組み合わせの違い

どこが違う？

「５人の中から3人を**並べる**」　VS　「５人の中から3人**選ぶ**」

3人の並び方の総数=3!通り

(A,B,C) (A,C,B) (B,A,C) (B,C,A) (C,A,B) (C,B,A) → (A,B,C)
(A,B,D) (A,D,B) (B,A,D) (B,D,A) (D,A,B) (D,B,A) → (A,B,D)
(A,B,E) (A,E,B) (B,A,E) (B,E,A) (E,A,B) (E,B,A) → (A,B,E)
(A,C,D) (A,D ,C,D)
(A,C,E) (A,E ,C,E)
(A,D,E) (A,E ,D,E)
(B,C,D) (B,D ,C,D)
(B,C,E) (B,E ,C,E)
(B,C,E) (B,E,C) (C,B,E) (C,E,B) (E,B,C) (E,C,B) → (B,C,E)
(B,D,E) (B,E,D) (D,B,E) (D,E,B) (E,B,D) (E,D,B) → (B,D,E)
(C,D,E) (C,E,D) (D,C,E) (D,E,C) (E,C,D) (E,D,C) → (C,D,E)

組み合わせの数は
順列から「ダブり」を割った値

60/3!
=10通り

60通り

問題

アルファベット26文字のカードがある。この中の2枚のカードで文字を作るとき、出来る文字列は何種類か？

順列の問題

$_{26}P_2 = 26 \cdot 25 = 650$（種類）

大人3人、子供4人がいる。ここから４人を選んでリレーチームを作る。

順列の問題

$_{7}P_4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$（種類）

問題

　学芸会で演劇をすることになり、演劇部に所属する男子生徒６人と女子生徒３人の中から出演してもらうことにした。男子生徒だけを３人選ぶとすると、その選び方は何通りあるか。

組み合わせの問題　$_6C_3$ ＝ 20（通り）

5人の中から 2人代表を選ぶ方法の数を求めよ。

組み合わせの問題　$_5C_2$ ＝ 10（通り）

5人の中からリーダーと副リーダーを選ぶ方法の数を求めよ

順列の問題　$_5P_2$ ＝ 20（通り）

2．集合と確率

今日のコンテンツ

2-1 集合論
2-2 確率の定義
2-3 順列・組み合わせ
2-4 二項分布

二項分布（ベルヌーイ試行）

ベルヌーイ試行

　コインを投げた時の表が出るか裏が出るかのように、何かを行った時に起こる結果が２つしかない試行のことを**ベルヌーイ試行**と言う。

$$P(\text{成功}) = p$$

$$P(\text{失敗}) = 1 - p$$

二項分布（ベルヌーイ試行）

ベルヌーイ試行

コインを投げた時の表が出るか裏が出るかのように、何かを行った時に起こる結果が２つしかない試行のことを**ベルヌーイ試行**と言う。

$$P(\text{成功}) = p$$

$$P(\text{失敗}) = 1 - p$$

二項分布

ベルヌーイ試行を n 回行って、k 回成功する確率

$$P(k\text{回成功する確率}) = {}_nC_k\, p^k (1-p)^{n-k}$$

二項分布（ベルヌーイ試行）

ベルヌーイ試行

コインを投げた時の表が出るか裏が出るかのように、何かを行った時に起こる結果が２つしかない試行のことを**ベルヌーイ試行**と言う。

$$P(\text{成功}) = p$$

$$P(\text{失敗}) = 1 - p$$

二項分布

ベルヌーイ試行を n 回行って、k 回成功する確率

$$P(k\text{回成功する確率}) = {}_nC_k\, p^k (1-p)^{n-k}$$

k：成功数

n：全試行数

p：成功確率

二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率

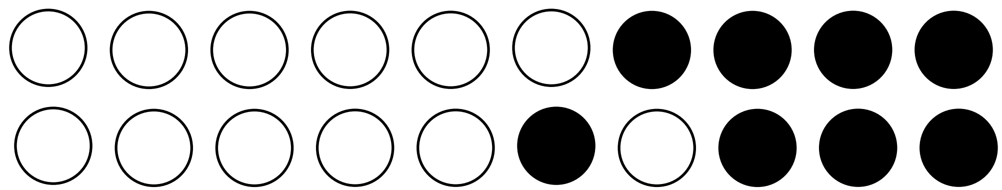
二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率

○○○○○○●●●●

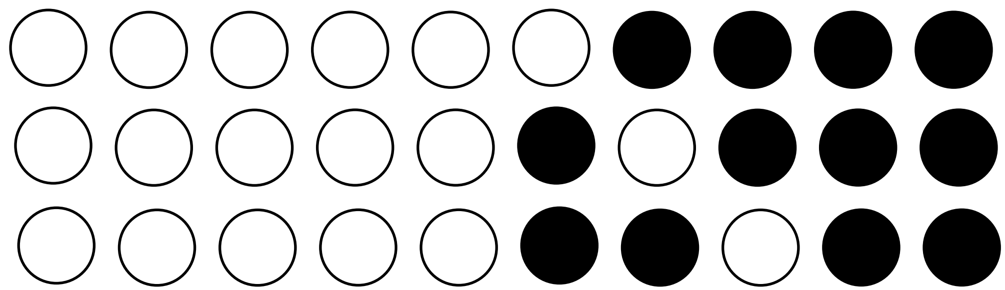
二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率



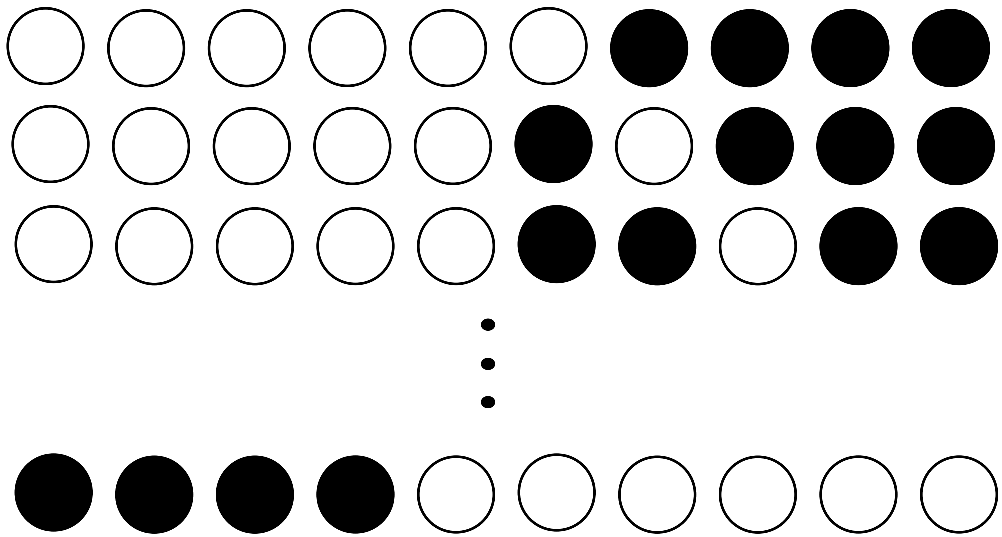
二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率



二項分布

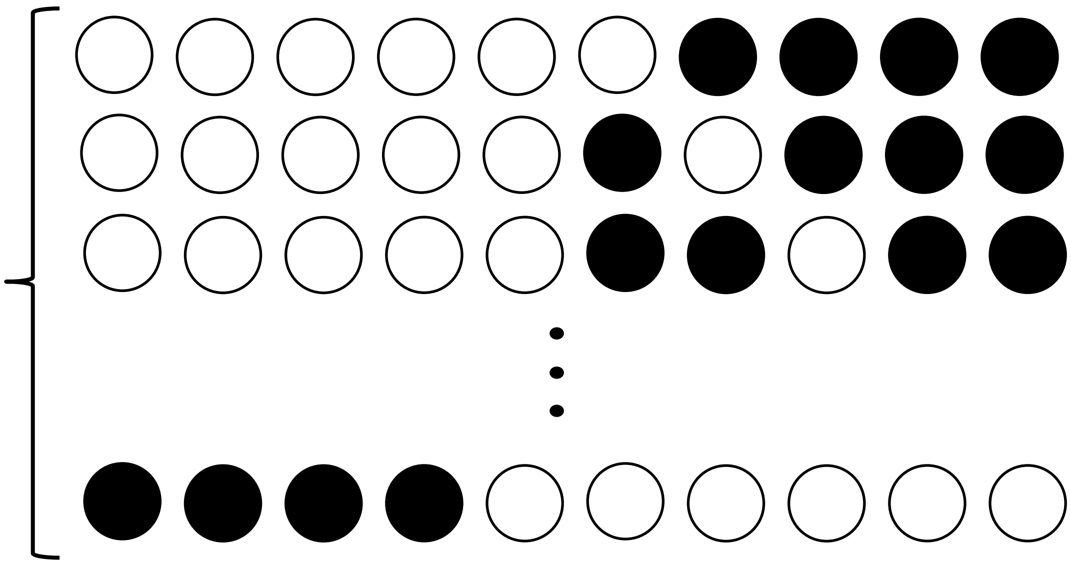
例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率



二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率

${}_{10}C_6$ 通り

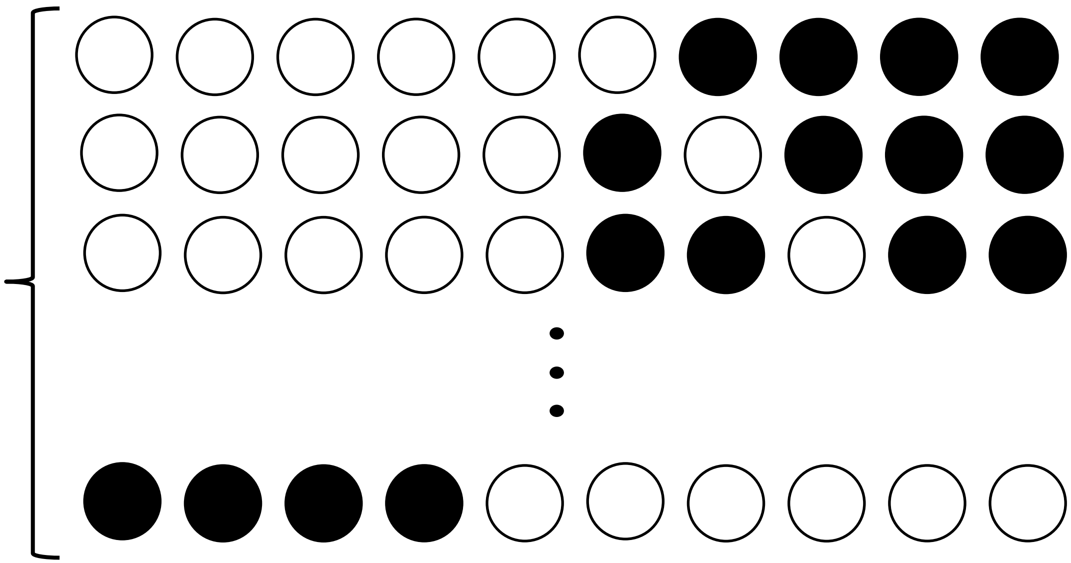


二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率

確率

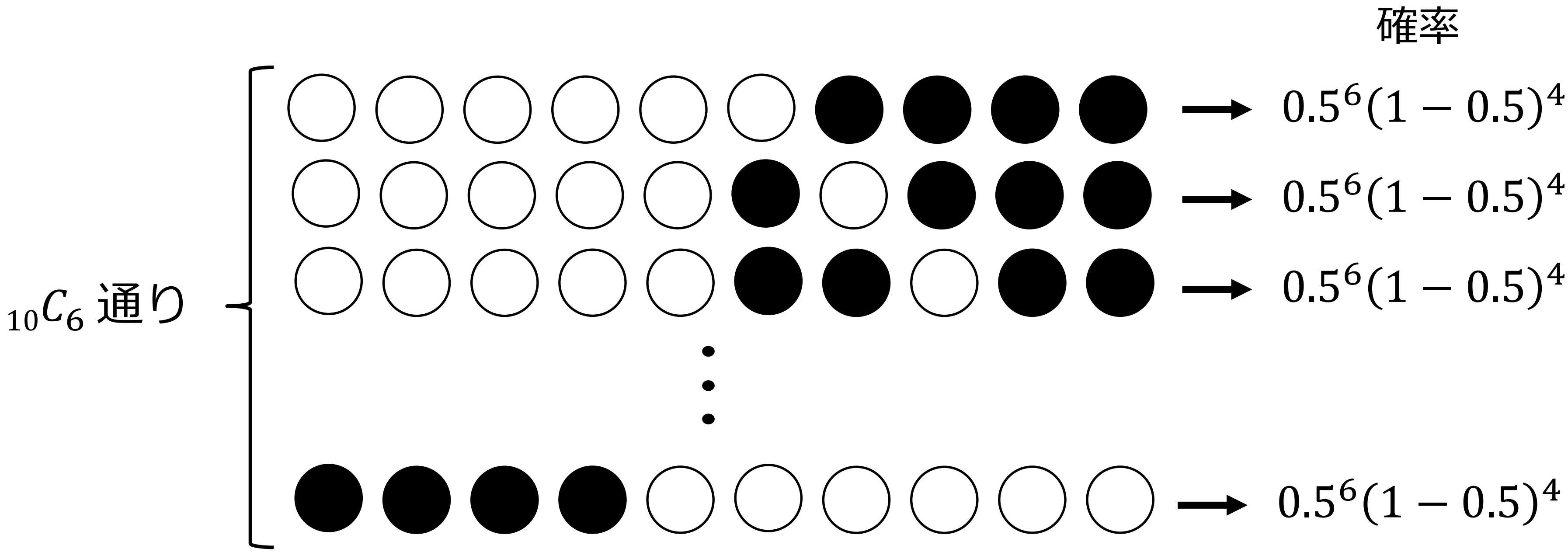
$_{10}C_6$ 通り



$0.5^6(1-0.5)^4$

二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率

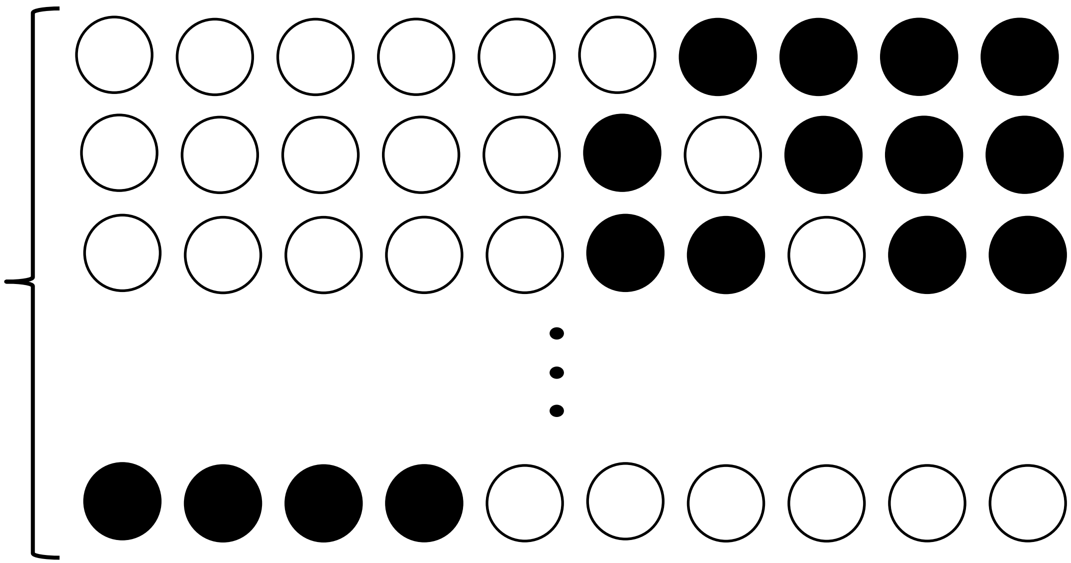


二項分布

例：10回コインを投げた時、6回表が出る確率

確率

${}_{10}C_6$ 通り



→ $0.5^6(1-0.5)^4$

→ $0.5^6(1-0.5)^4$

→ $0.5^6(1-0.5)^4$

⋮

→ $0.5^6(1-0.5)^4$

$$P(\text{6回表が出る確率}) = {}_{10}C_6\, 0.5^6(1-0.5)^4 = 0.205$$

問題

10円硬貨を５回投げるとき、表がちょうど２回出る確率は？

問題

10円硬貨を５回投げるとき、表がちょうど２回出る確率は？

【解答】

10円硬貨を1回投げて表がでる確率は　$\boldsymbol{p = \frac{1}{2}}$

表が出ない（＝裏が出る）確率は　$\boldsymbol{1 - p = \frac{1}{2}}$

試行を5回（$n = 5$）繰り返して、表が２回（$k = 2$）出る確率は

$$\boldsymbol{\frac{5!}{2!\,(5-2)!}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = 10 \times \frac{1}{32} = \frac{5}{16}}$$