

問題演習（中心極限定理）

問題 1

ある任務のために 35 人の兵士が必要な状況にあります。複雑な任務であるため、大佐は頭の良い兵士を集兵したいと考えています。兵士の IQ は平均は 96、標準偏差が 16 の正規分布に従うことが調査で分かっています。さて大佐が無作為に 35 人の兵士を選んだときに、35 人の平均 IQ が 98 以上になる確率は？

問題 2

大型の貨物用エレベーターは最大で 9800 kg を輸送できます。今、49 個の箱をこのエレベーターを利用して輸送する必要があるとします。過去のデータから箱の重量は平均が $\mu = 205$ kg、標準偏差が $\sigma = 15$ キロの正規分布に従うことが分かっています。この情報に基づいて 49 個の箱全てがエレベーターに安全に積み込まれて輸送できる確率は？

問題 3

平均 $\mu = 500$ 、標準偏差が $\sigma = 80$ の母集団から 100 の値のサンプルがあるとします。

- (1) 標本平均が区間 $[490, 510]$ に入る確率は？
- (2) 標本平均分布の中央 95% をカバーする区間は？

問題 4

太平洋に生息する巨大魚の平均体長を知りたいとします。太平洋より 100 匹の魚の捕獲したところ、平均体長が 505 cm で、(標準偏差は既知 $\sigma = 80$ cm とする)。このとき太平洋に生息する巨大魚の 95% の信頼区間を推定してください。

中心極限定理 解答

問題演習（中心極限定理）解答

問題 1

X を兵士の IQ を示す確率変数とすると、 $X \sim N(96, 16)$

したがって、35 人の兵士の IQ 標本平均の分布は $\bar{X} \sim N(96, \frac{16}{\sqrt{35}})$ に従う

求める確率は

$$P(\bar{X} > 98) = P\left(Z > \frac{98 - 96}{\frac{16}{\sqrt{35}}}\right) = P(z > 0.7395) = 1 - 0.7704 = 0.2296$$

問題 2

X を 1 箱の重量を表す確率変数とすると、 $X \sim N(205, 15)$

したがって、49 個の箱の重量の標本平均の分布は $\bar{X} \sim N(205, \frac{15}{\sqrt{49}})$ に従う

求める確率は

$$P\left(\bar{X} < \frac{9800}{49}\right) = P\left(Z < \frac{200 - 205}{\frac{15}{\sqrt{49}}}\right) = P(z < -2.333) = 0.0099$$

問題 3

$$(1) P(490 < \bar{X} < 510) = P\left(\frac{490 - 500}{\frac{80}{\sqrt{100}}} < Z < \frac{510 - 500}{\frac{80}{\sqrt{100}}}\right) \\ = P(-12.5 < z < 1.25) = 0.7888$$

$$(2) -1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} 1.96$$

$$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8 \text{ は既知なので } -1.96 < \frac{\bar{X} - 500}{8} 1.96$$

$$\text{したがって } 484.32 < \bar{X} < 515.68$$

問題 4

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} 1.96$$

$$\bar{X} = 505, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8 \text{ は既知なので } -1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

$$\text{したがって } 489.32 < \mu < 520.68$$