# アメリカ式統計学-統計検定2級範囲-

# 第5回

# 5. サンプリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 サンプリング

5-2 無作為化実験と交絡

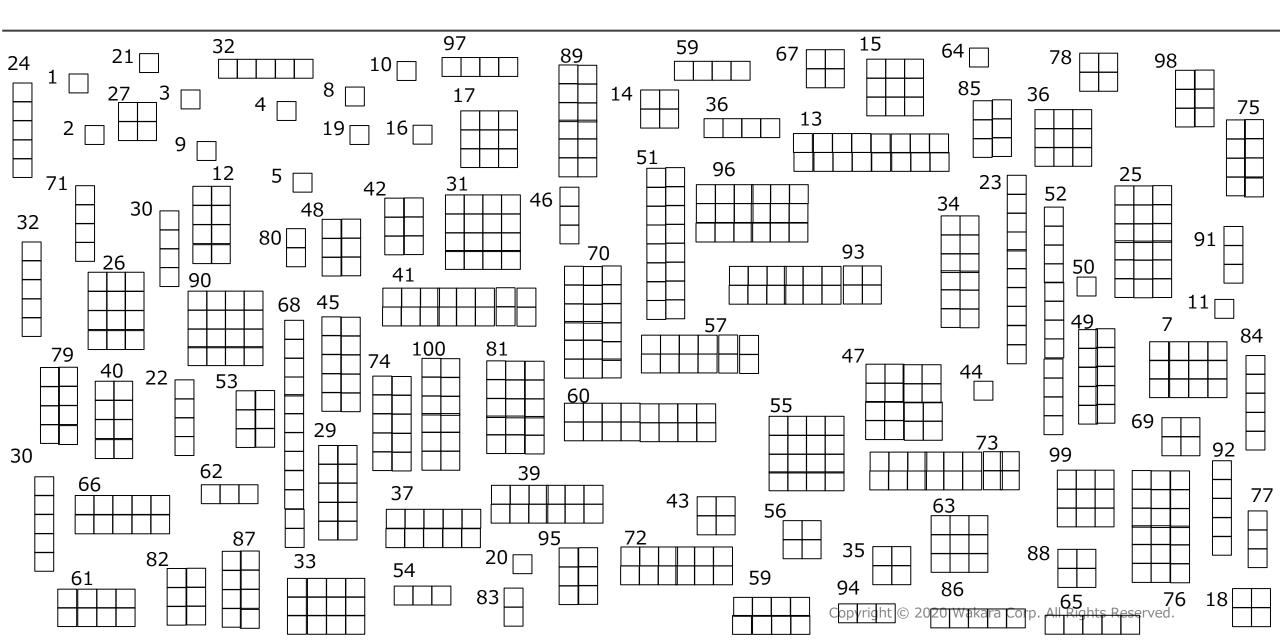
5-3 中心極限定理

# 5. サンプリングと中心極限定理

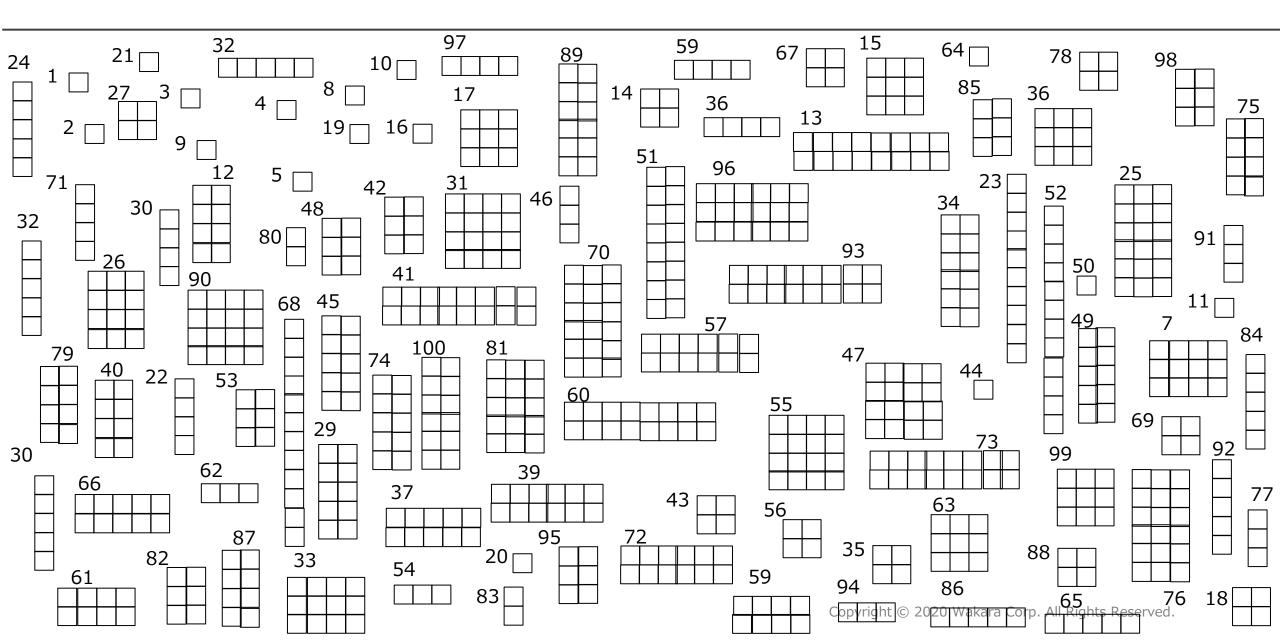
今日のコンテンツ

- 5-1 サンプリング
- 5-2 無作為化実験と交絡
- 5-3 中心極限定理

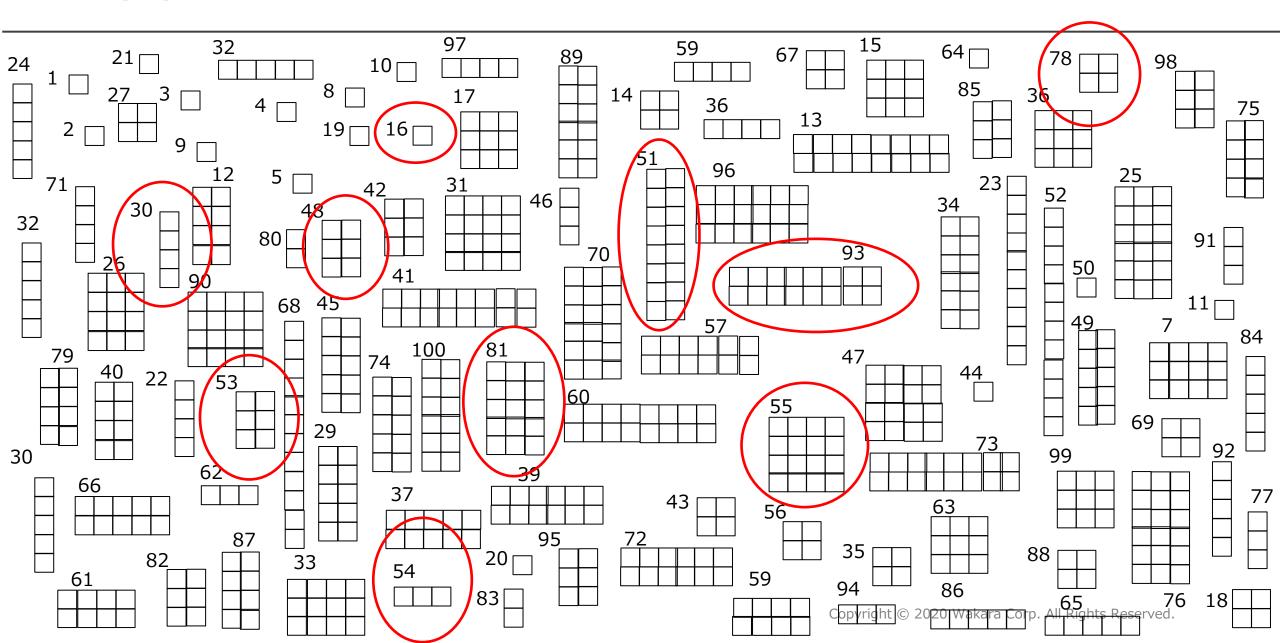
# 各図形が含む正方形の数の平均値は?



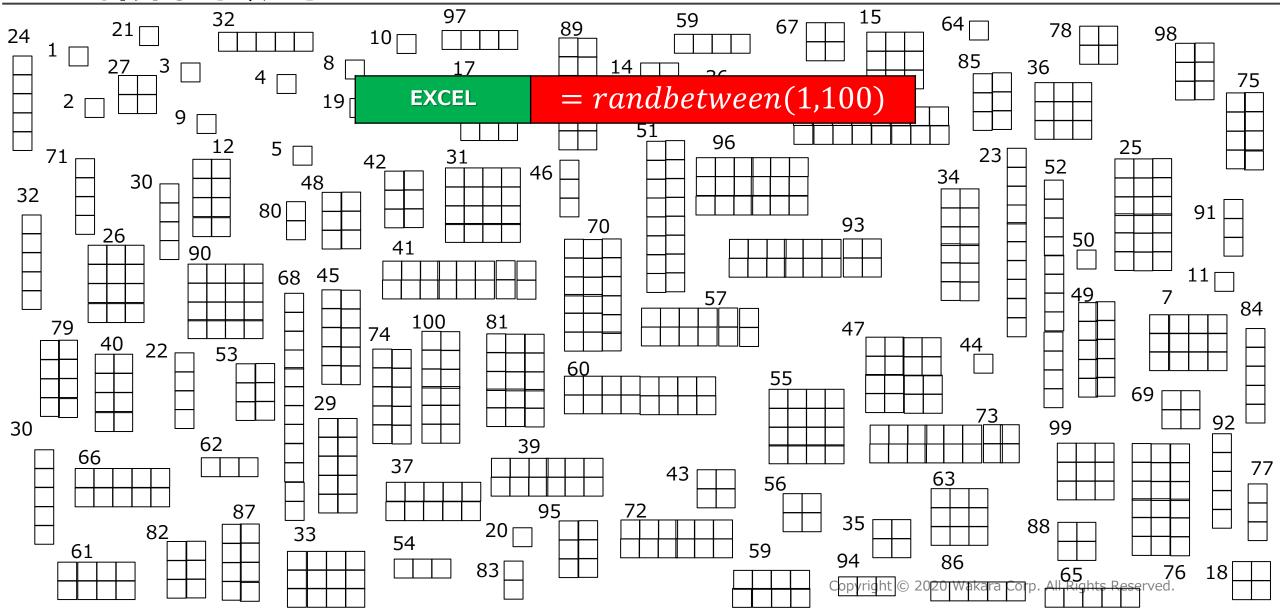
#### (1) おおよそ正方形の数の平均を推測して下さい



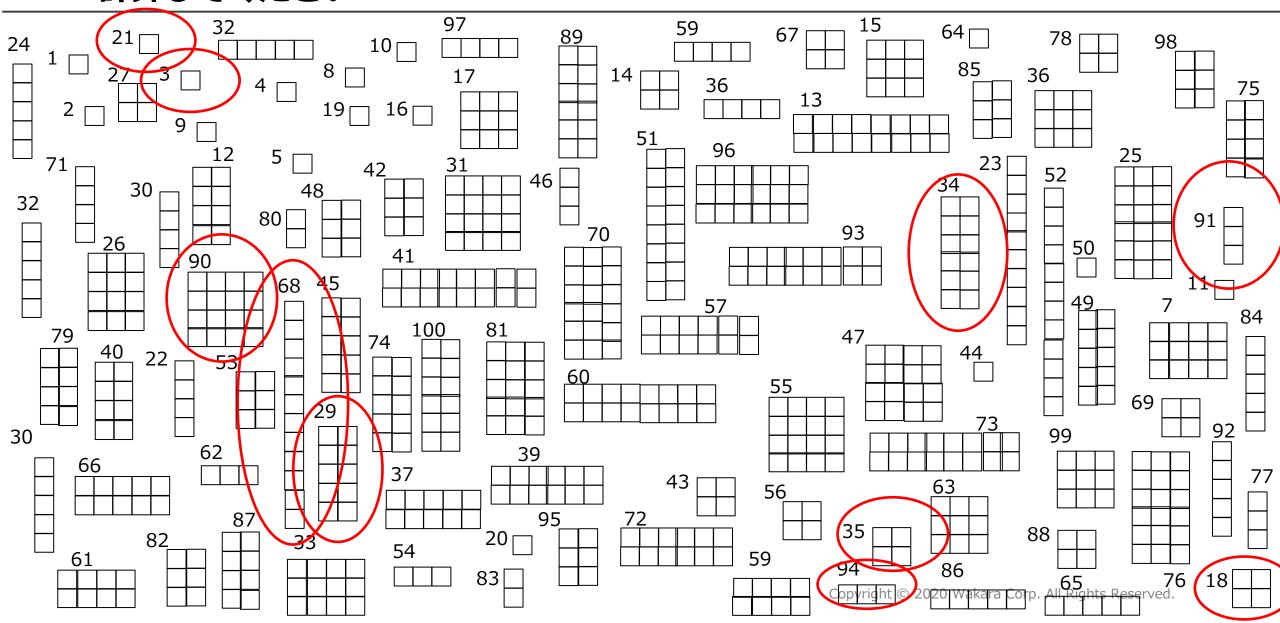
#### (2) 10個の四角形を選び、正方形の数の平均を計算して下さい



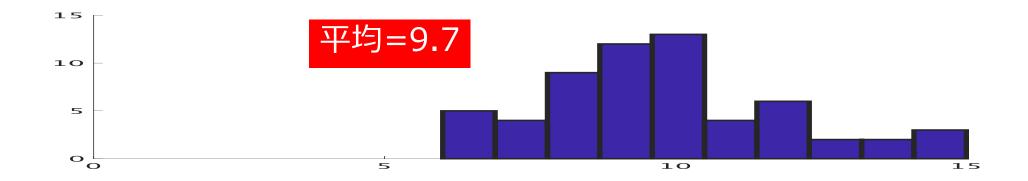
# (3) 10の乱数を発生させ、その番号の四角形を選び、正方形の数の平均を計算してください



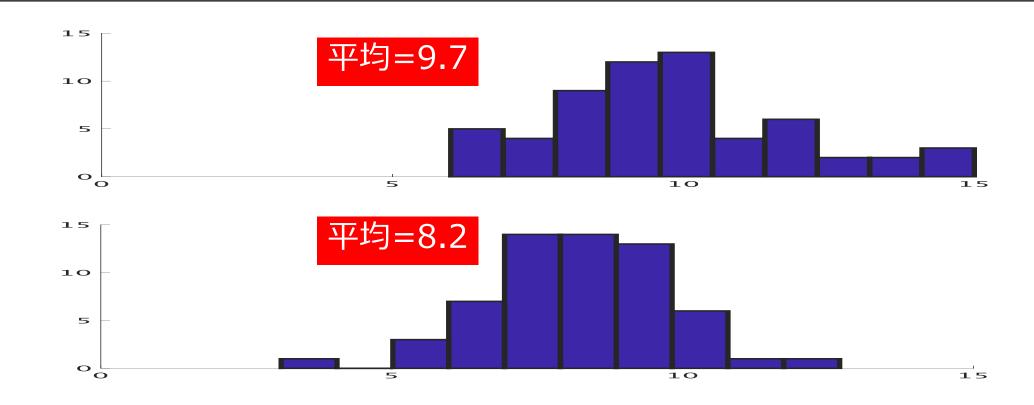
# (3) 10の乱数を発生させ、その番号の四角形を選び、正方形の数の平均を計算してください



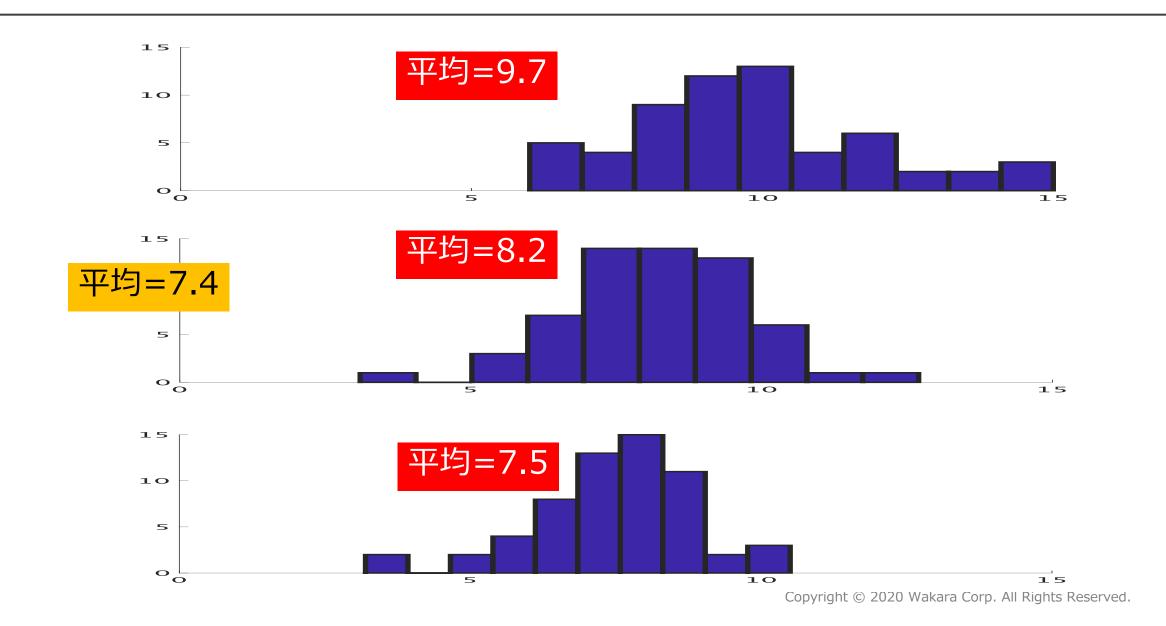
# 60人分の集計結果



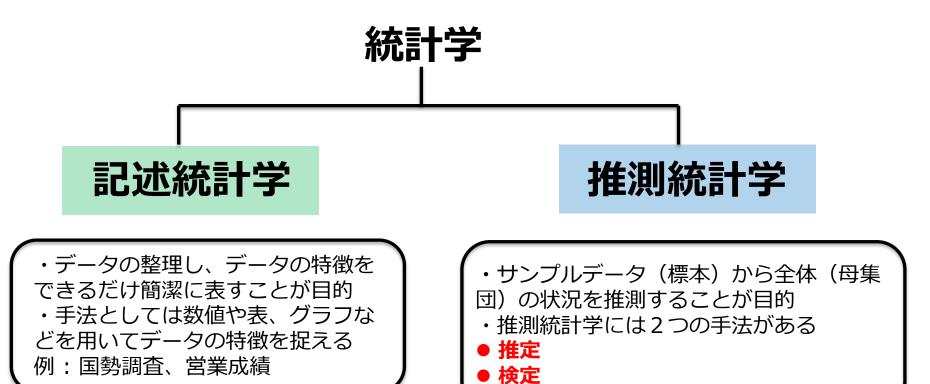
# 60人分の集計結果



# 60人分の集計結果



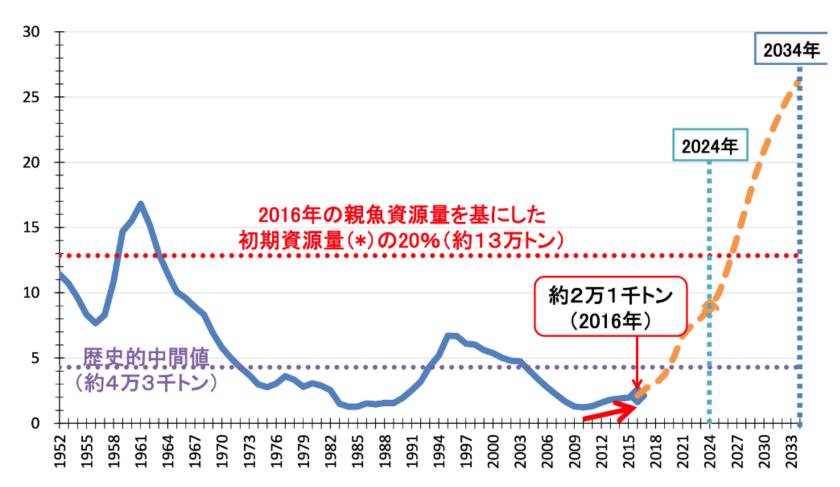
### 統計学の分類



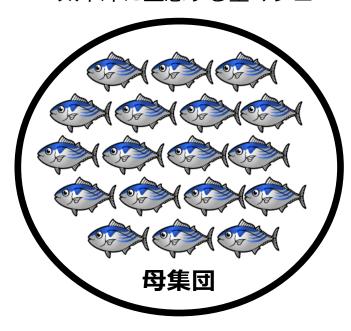
### 太平洋クロマグロの資源量推定

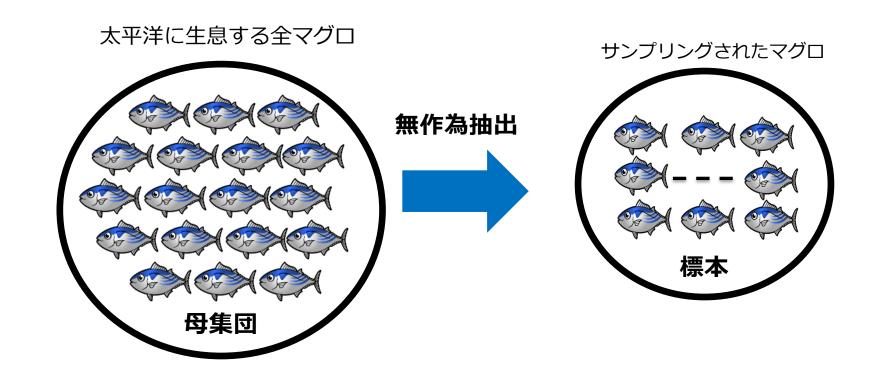
水産庁 - 農林水産省

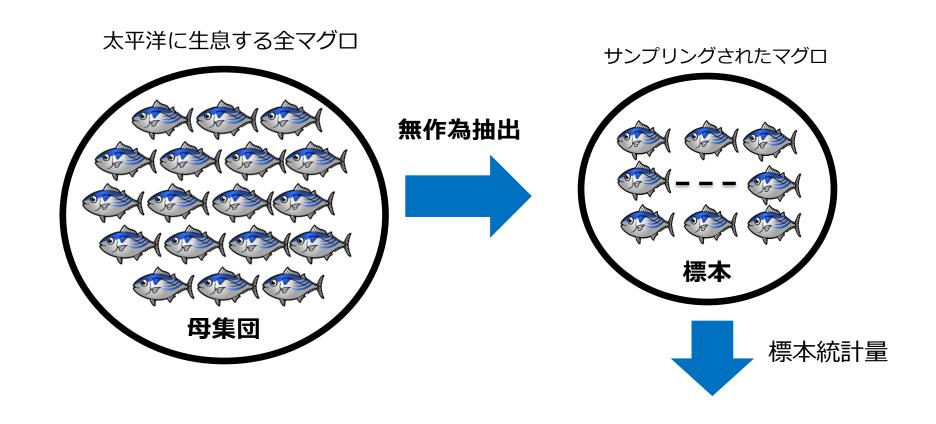
http://www.jfa.maff.go.jp/j/council/seisaku/kanri/attach/pdf/190424-14.pdf

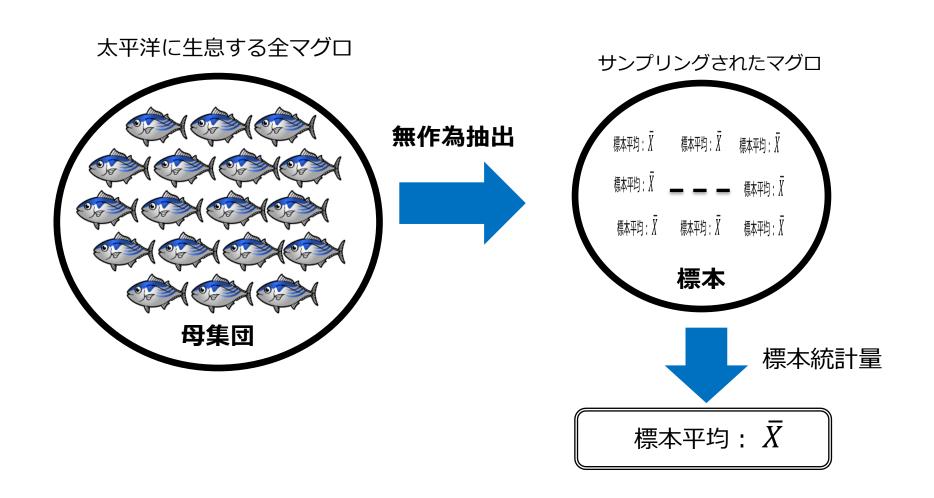


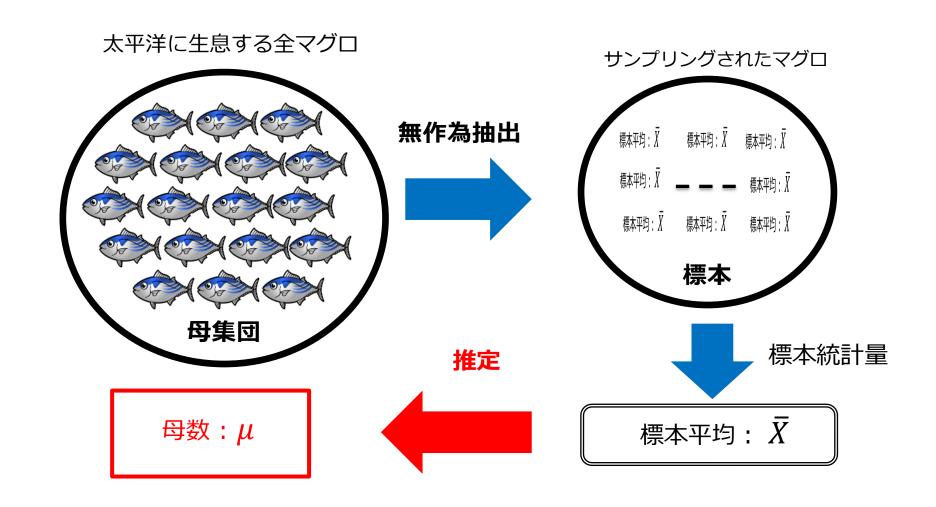
太平洋に生息する全マグロ

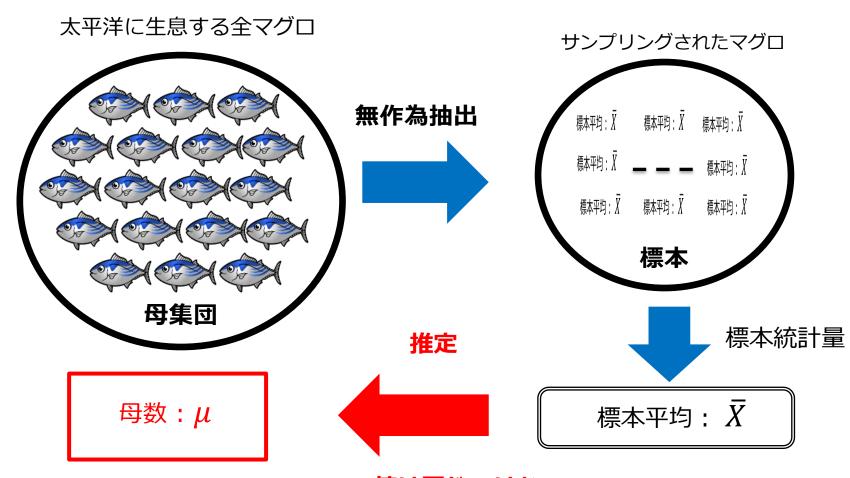












2つの値は同じではない 統計の理論が架け橋となる

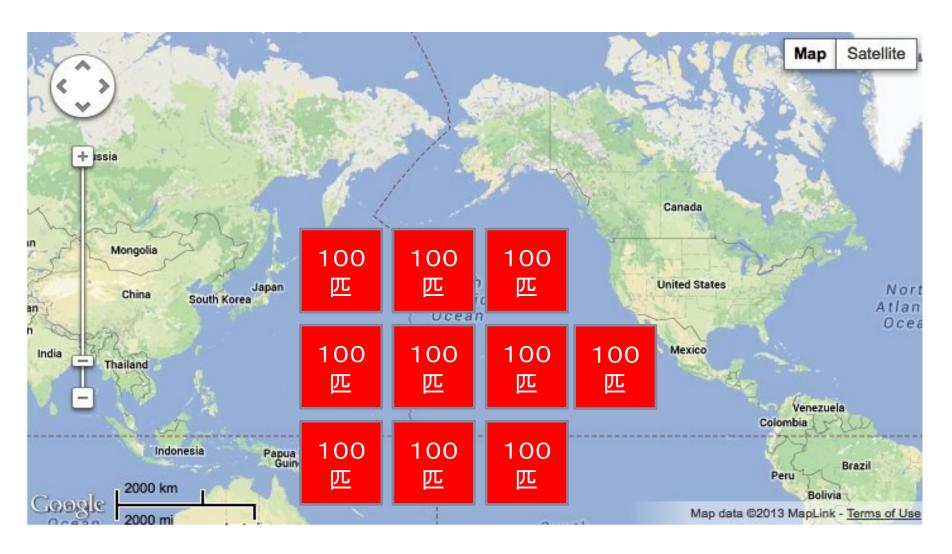
# 無作為抽出の重要性



# 無作為抽出の重要性



# 無作為抽出の重要性



### アメリカ大統領選挙の番狂わせ

#### 1936年のアメリカ大統領選挙



民主党 フランクリン・ルーズベルト



VS

共和党 アルフレッド・ランドン

### アメリカ大統領選挙の番狂わせ

#### 1936年のアメリカ大統領選挙



民主党 フランクリン・ルーズベルト

200万人を対象に調査を行い、**ランドン**が57%の得票 を得て当選すると予想



**VS** 

共和党 アルフレッド・ランドン

リテラリー・ダイジェスト社

### アメリカ大統領選挙の番狂わせ

#### 1936年のアメリカ大統領選挙

200万人を対象に調査を行い、**ランドン**が57%の得票 を得て当選すると予想



フランクリン・ルーズベルト

**VS** 



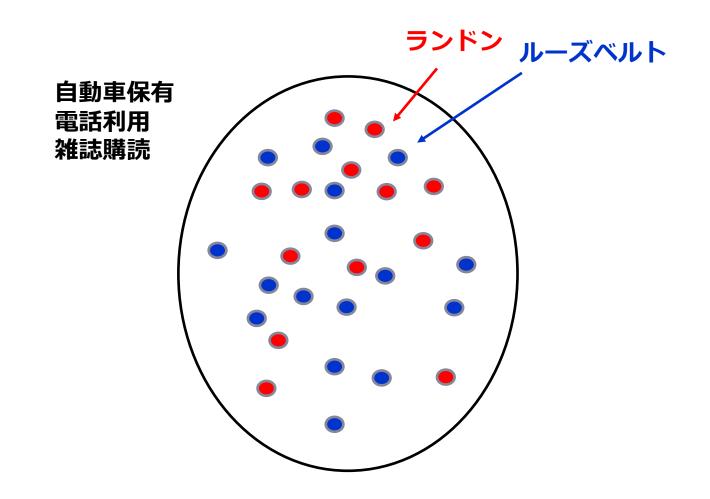
共和党 アルフレッド・ランドン

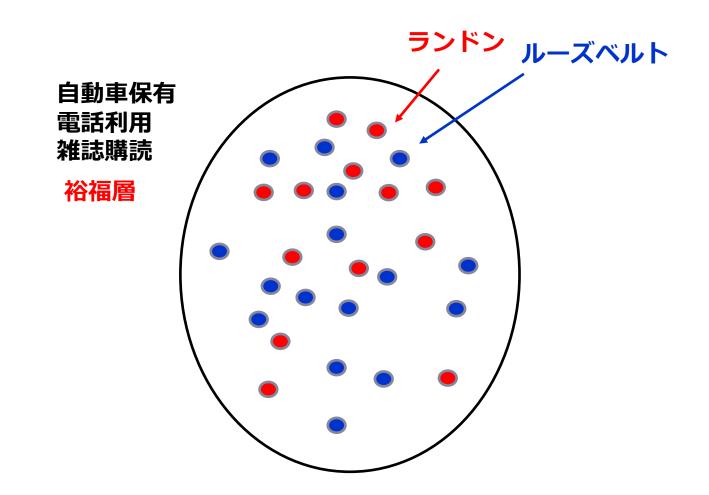
#### アメリカ世論研究所

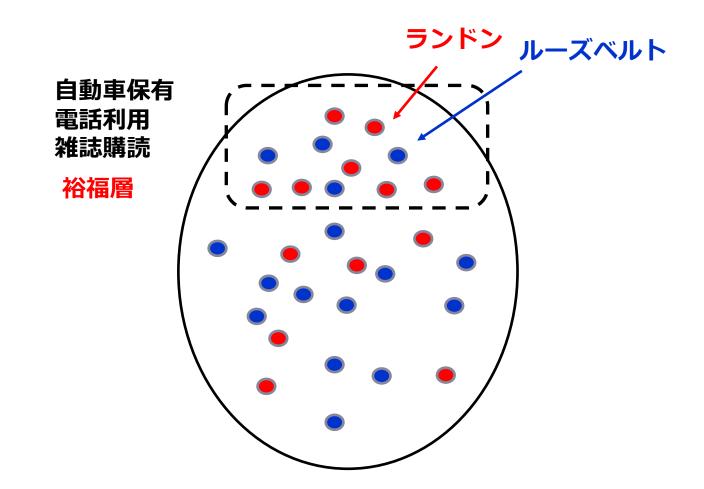
3000人を対象に調査を 行い**ルーズベルト**候補が 54%の得票を得て当選する ことを予想

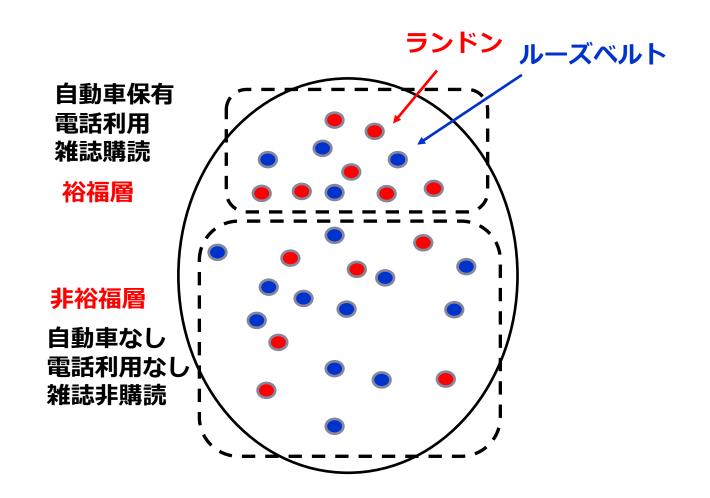
Copyright © 2020 Wakara Corp. All Rights Reserved.

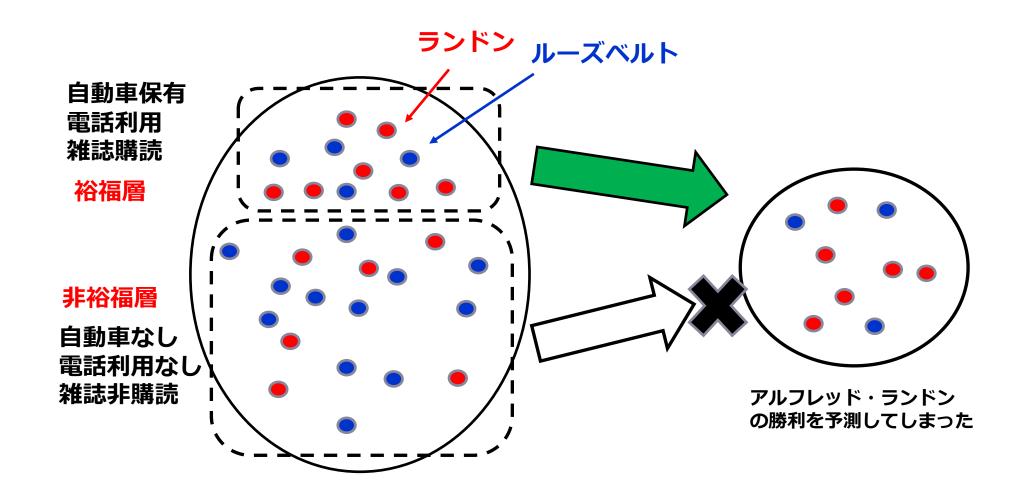
リテラリー・ダイジェスト社

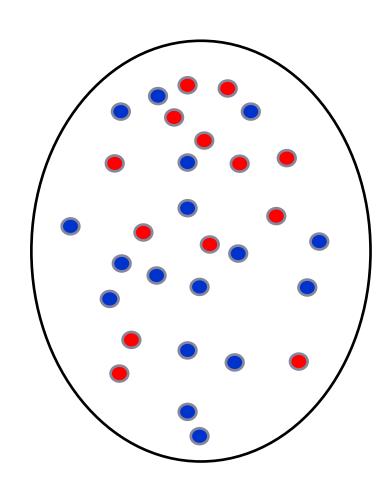


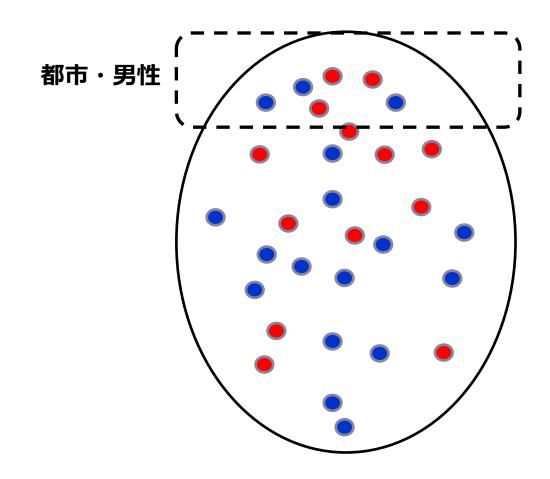


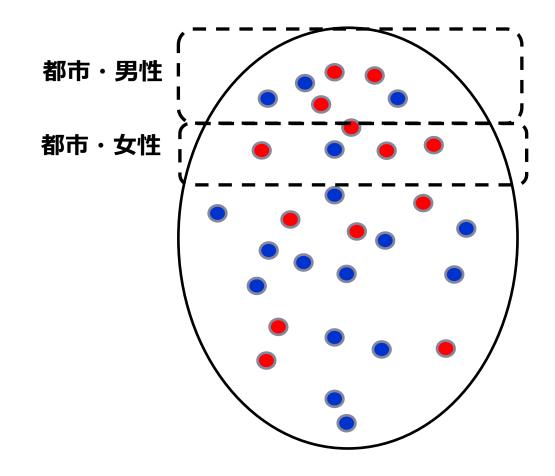


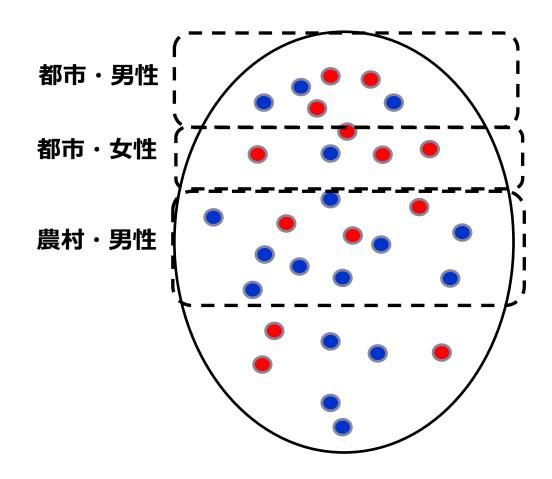


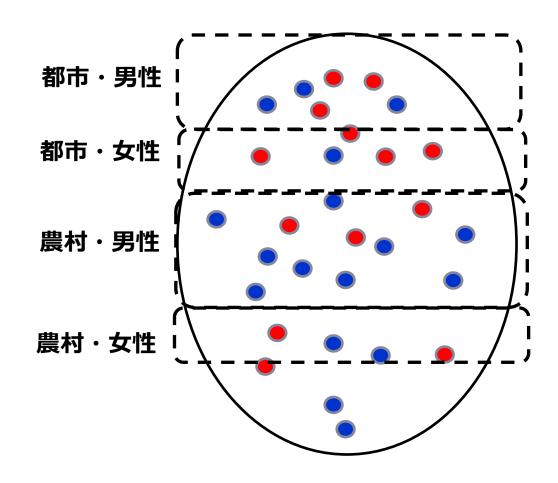


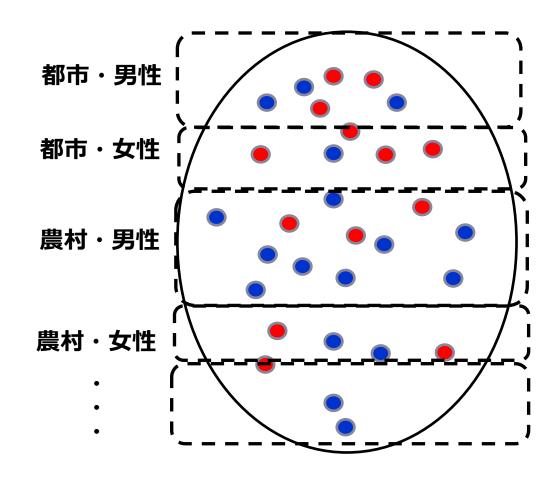


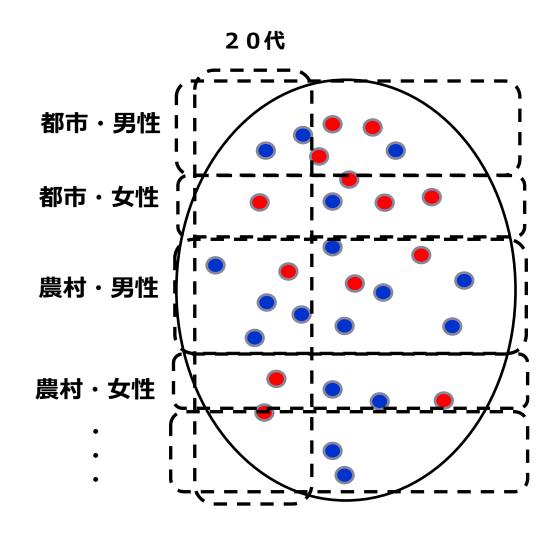


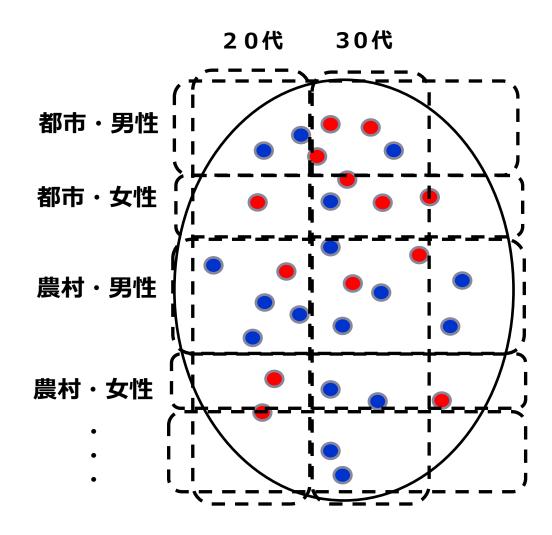


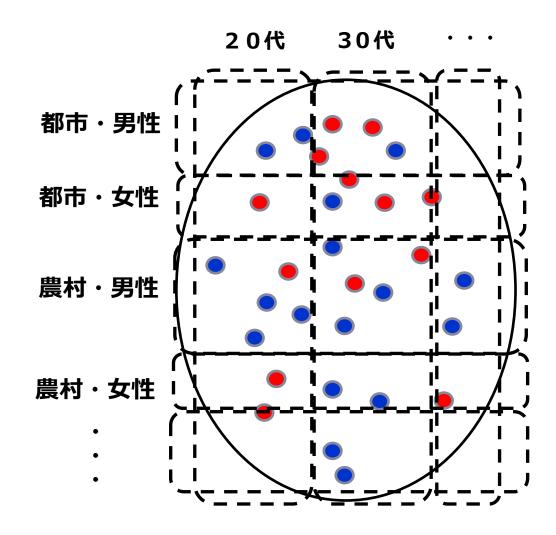


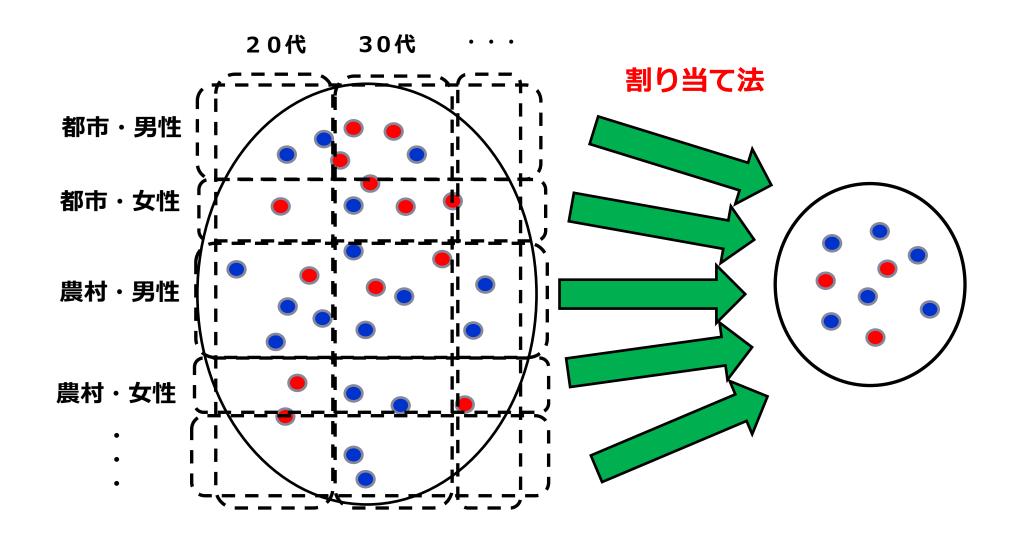


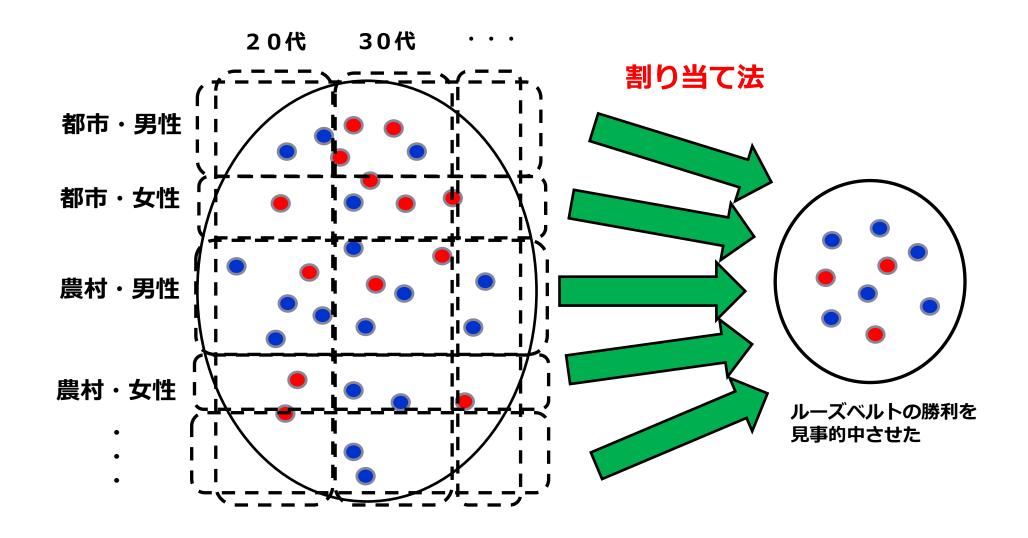












### 色々なサンプリング方法

- ・単純ランダムサンプリング
- ・多段サンプリング
- ・層別サンプリング
- ・集落サンプリング
- ・系統サンプリング

### 問題

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

#### 問題

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

- ・学生全員に対しての調査は難しい
- ・時間や労力をかけないように100人に対して調査

#### 問題

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

- ・学生全員に対しての調査は難しい
- ・時間や労力をかけないように100人に対して調査



どのようにサンプリングするべきか?

### 単純サンプリング

#### 単純サンプリング =

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。 人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

## 単純サンプリング

#### 単純サンプリング

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。 人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

方法1



100人分の当たりくじ

方法2



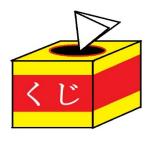
サイコロを投げて、 該当する番号を学生を調査

## 単純サンプリング

#### 単純サンプリング

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。 人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

方法1



100人分の当たりくじ

方法2



サイコロを投げて、 該当する番号を学生を調査

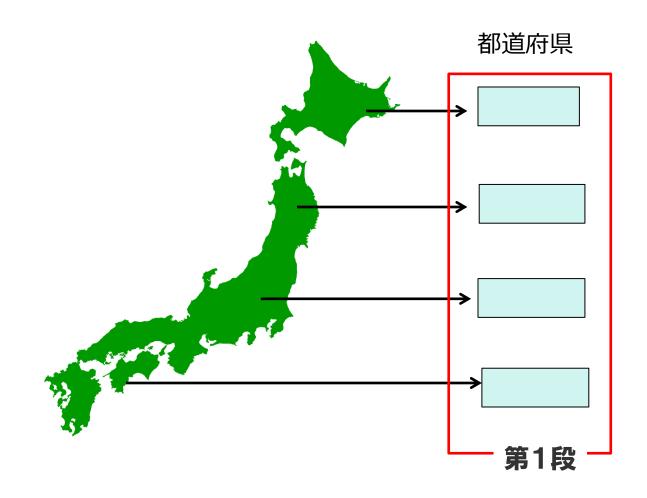
メリット:人の意思が入ってこないので、ランダム抽出できる

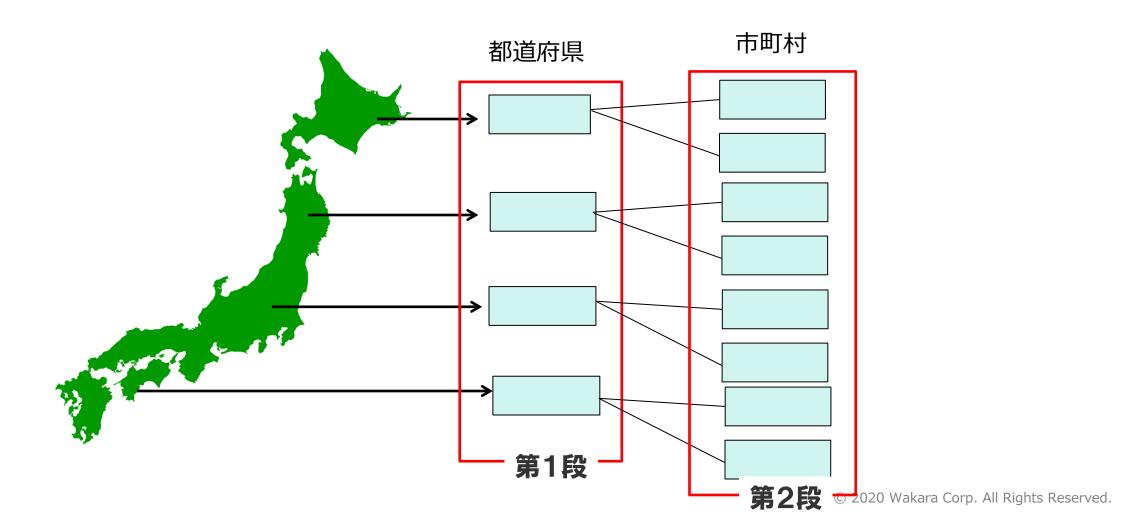
デメリット:対象者全員の参加あるいは事前情報が必要となる

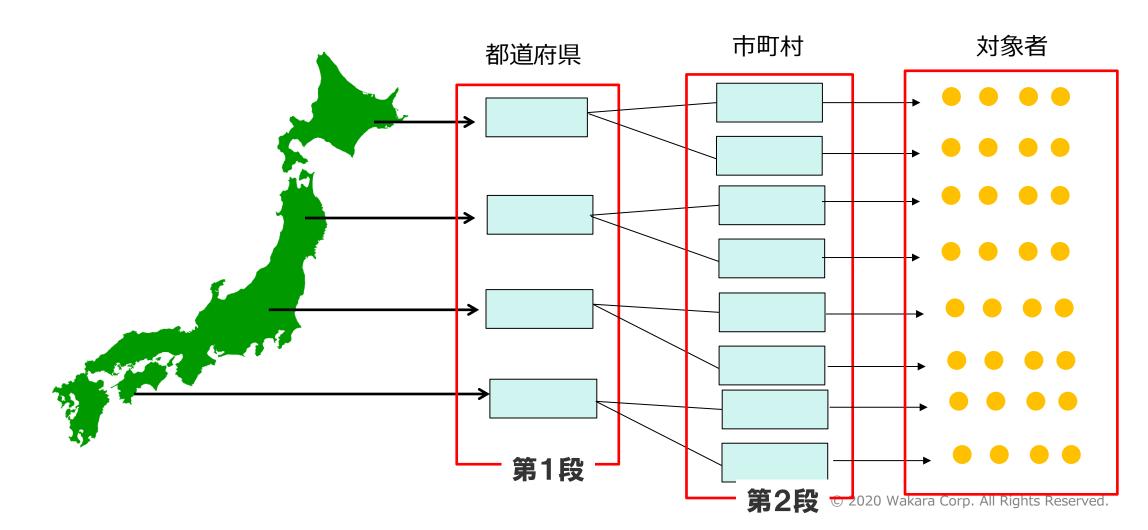
#### 多段サンプリング =

- ① 母集団をいくつかのグループに分ける。
- ② いくつかのグループを無作為に選ぶ(1段目)
- ③ さらに細かいグループを無作為に選ぶ(2段目)
- ④これを繰り返して最終的に無作為に対象を選ぶ。

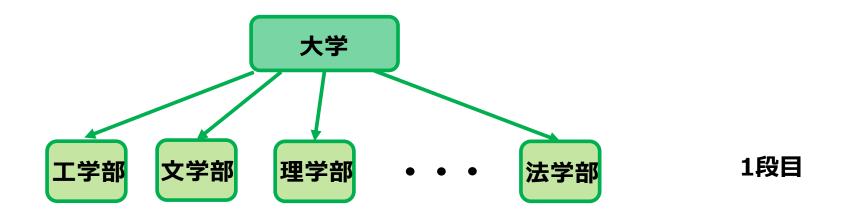


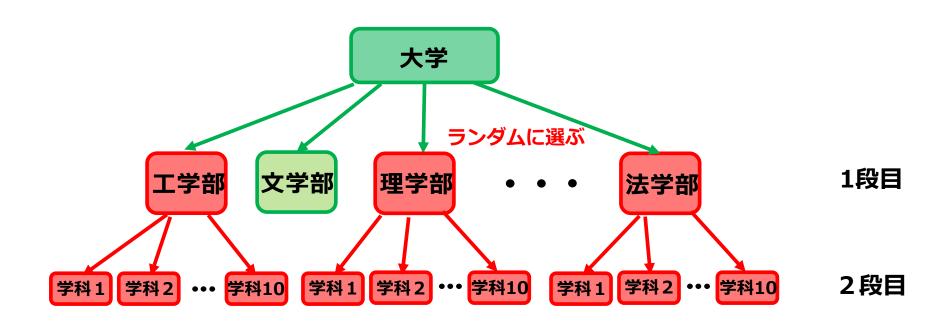


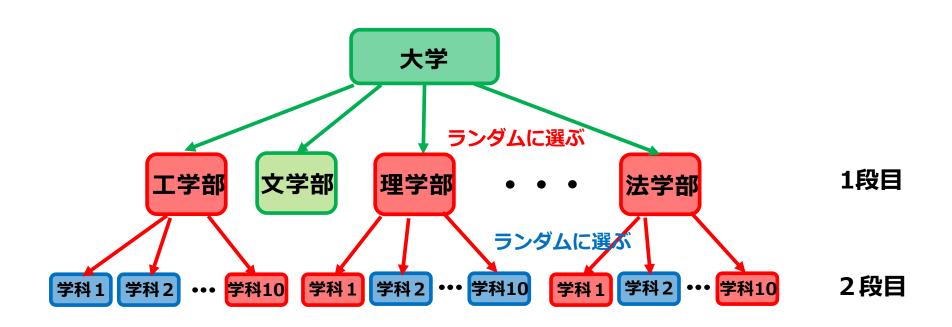


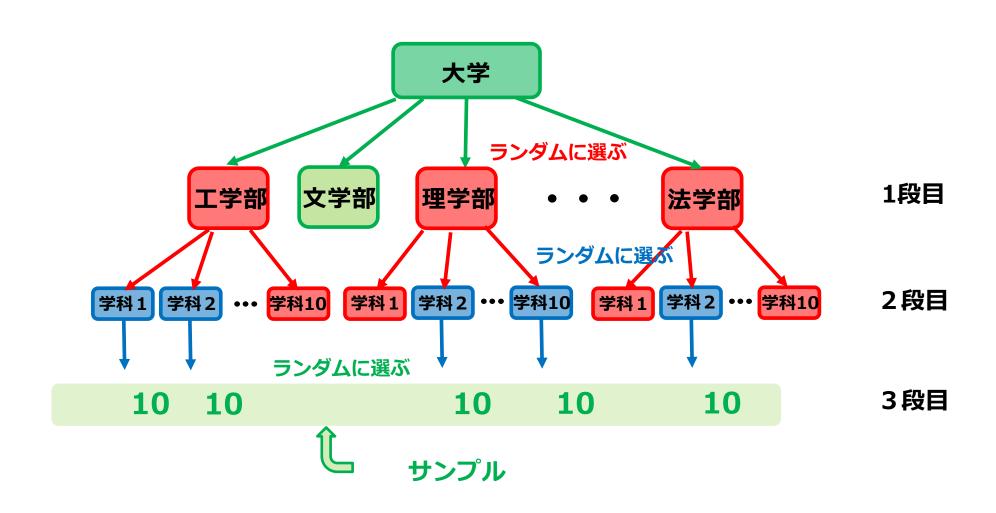


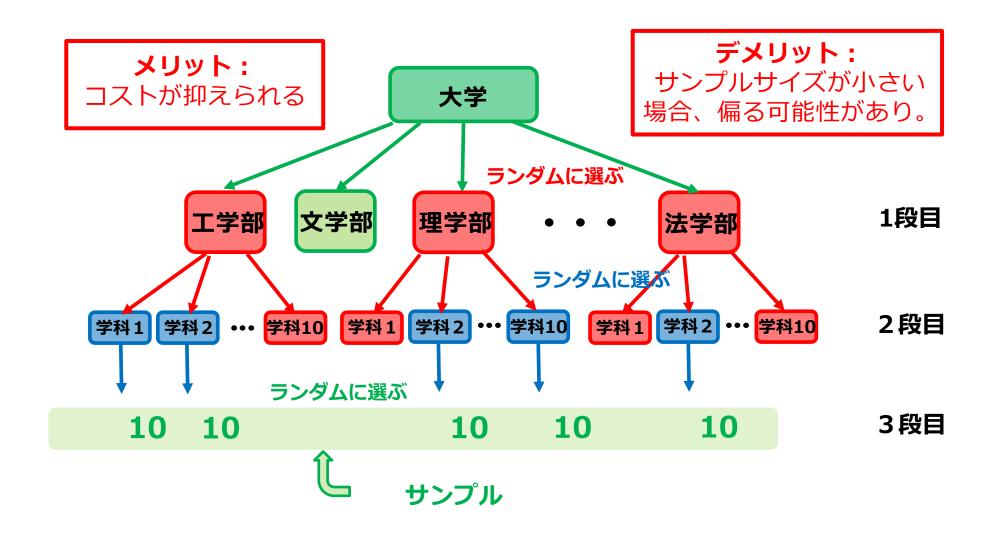
大学





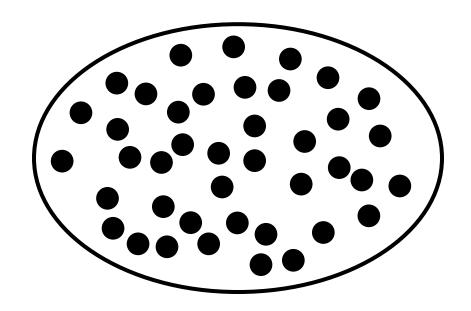






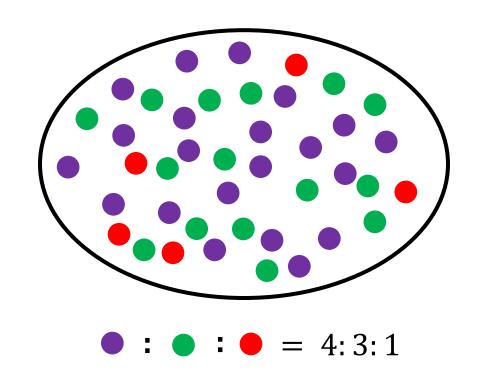
#### 層別サンプリング

母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**(グループ)に分けて おき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法



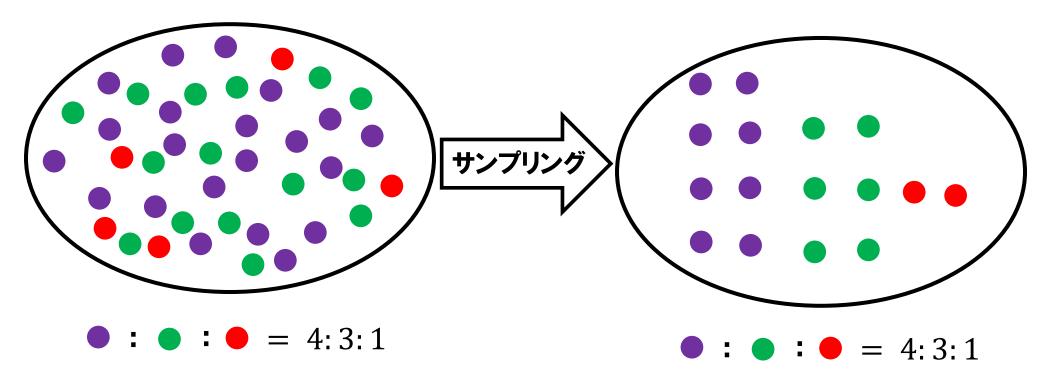
#### 層別サンプリング

母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**(グループ)に分けて おき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法



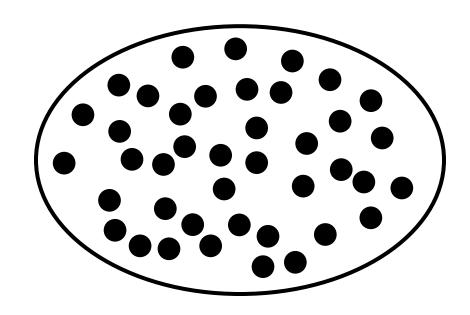
#### 層別サンプリング・

母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**(グループ)に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法

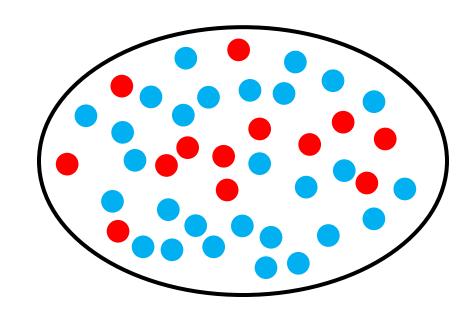


Copyright © 2020 Wakara Corp. All Rights Reserved.

男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。

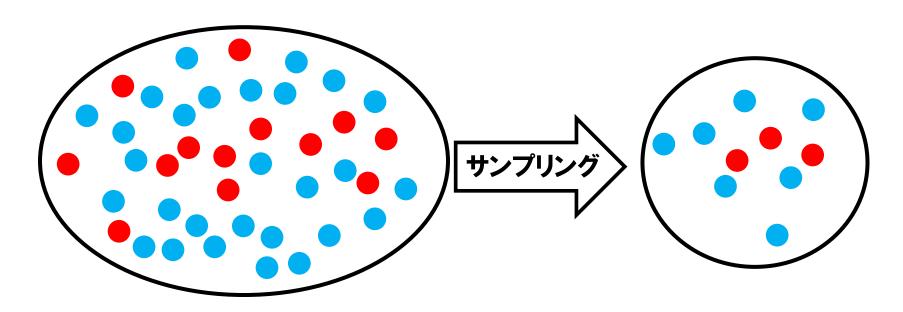


男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。



男女比 7:3

男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。



男女比 7:3

男女比 7:3

#### メリット:

- ・母集団の推測の精度が増す
- ・各層の特徴が大きく異なる場合に有用

#### デメリット:

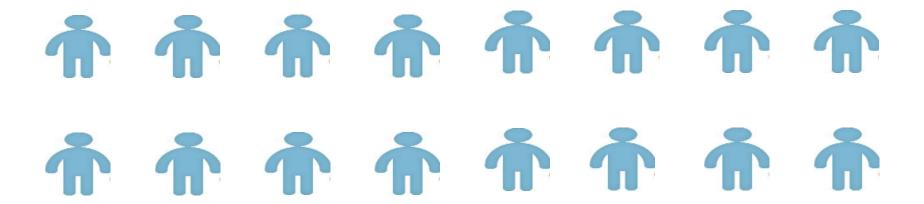
・母集団の構成情報を事前に知っておく必要がある

#### 系統サンプリング =

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。

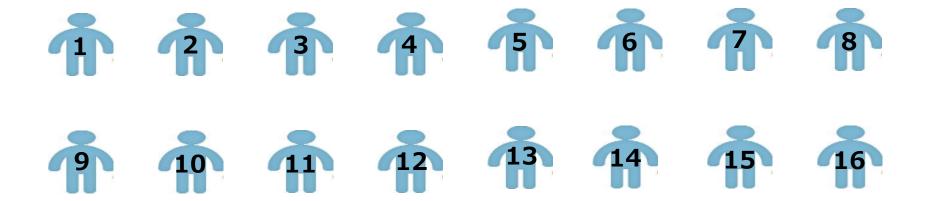
#### 系統サンプリング =

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



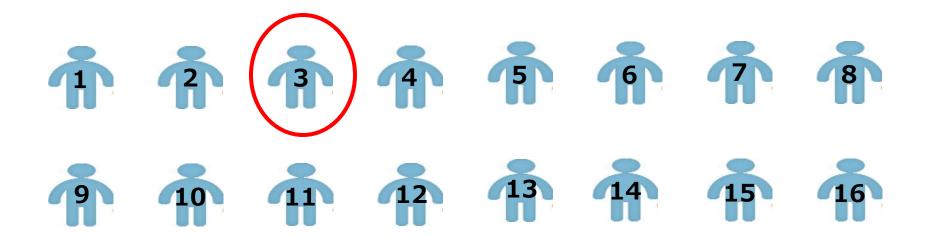
#### 系統サンプリング =

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



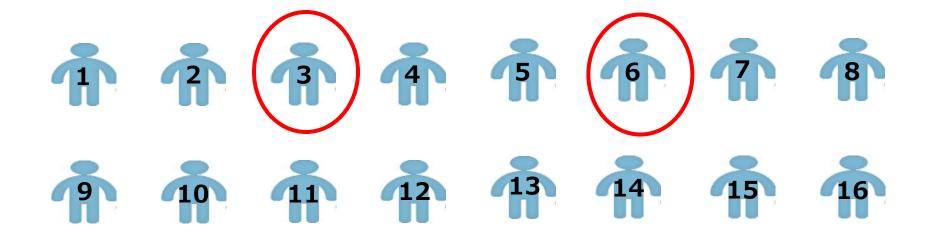
#### 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



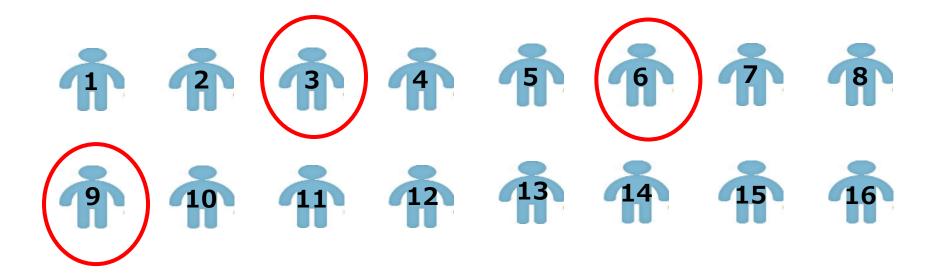
#### 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



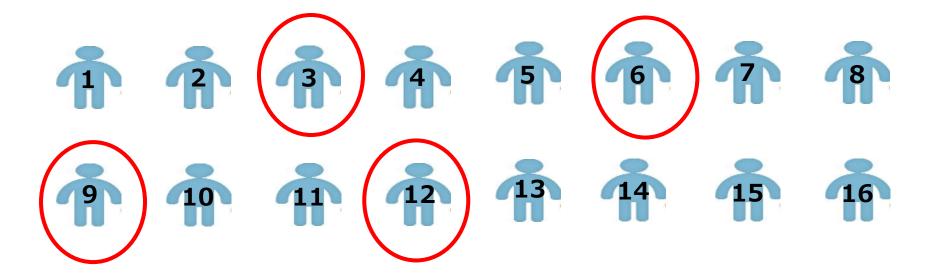
#### 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



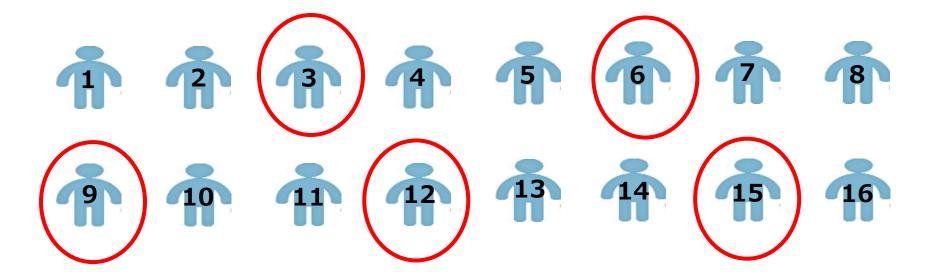
#### 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



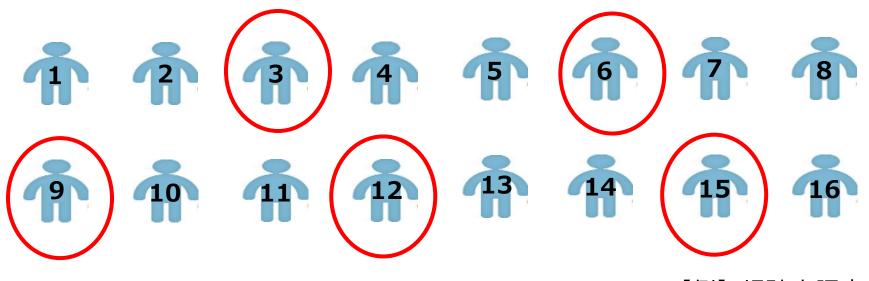
#### 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



#### 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



【例】視聴率調査

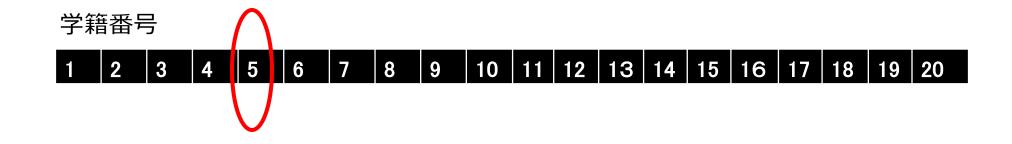
【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。

【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。

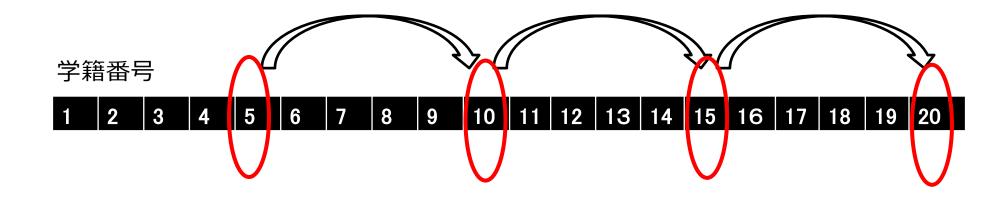
#### 学籍番号



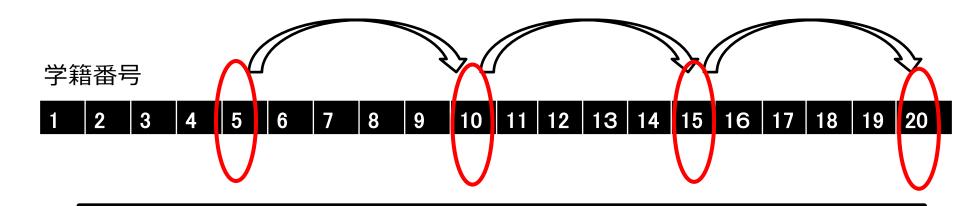
【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。



【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。



【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。



#### メリット:

単純無作為抽出より手間や時間やコストが掛からない。最初の1つだけ 選べばOK

#### デメリット:

名簿の並び順に何らかの周期があると標本に偏りが生じる可能性がある。

### クラスターサンプリング(集落サンプリング)

#### 層別サンプリング =

- ① 母集団を何らかの基準でグループ分けする。
- ② グループをランダムに選び、選ばれたグループの要素を**すべて**調べる方法。

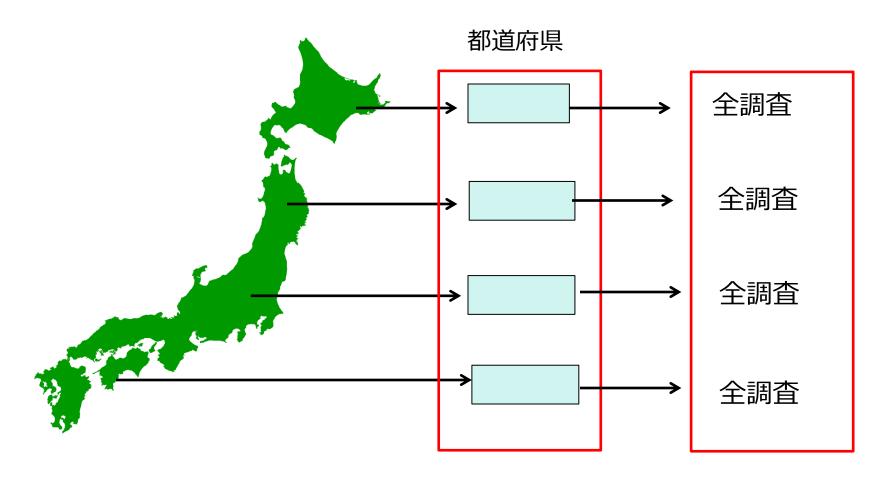
# クラスターサンプリング (集落サンプリング)

全国の世帯を対象として調査を行う場合



# クラスターサンプリング (集落サンプリング)

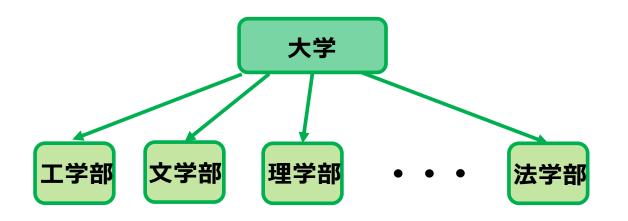
全国の世帯を対象として調査を行う場合



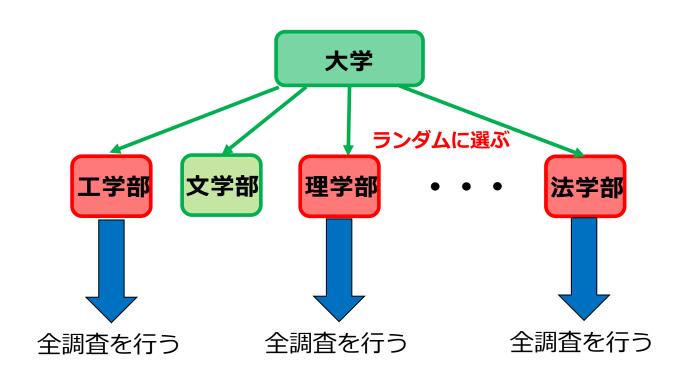
# 多段サンプリング

大学

# 多段サンプリング



# 多段サンプリング



# 5. サンプリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

- 5-1 サンプリング
- 5-2 無作為化実験と交絡
- 5-3 中心極限定理

# 5. サンプリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 サンプリング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

# 実験結果の検証

#### 仮説を検証するための実験を計画する



例:薬Aと薬Bのどちらが有効であるか?

### 実験結果の検証

#### 仮説を検証するための実験を計画する



例:薬Aと薬Bのどちらが有効であるか?

### 方法

対象となる患者に"無作為"に薬を割り振る



集計結果から結論を導く事が可能

2つの治療法のうち、どちらが有効か?

#### データ:被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
Α	40	0.75
В	32	0.50

2つの治療法のうち、どちらが有効か?

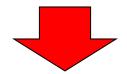
データ:被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率	
Α	40	0.75	単純な
В	32	0.50	比較が可能

2つの治療法のうち、どちらが有効か?

データ:被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
А	40	0.75
В	32	0.50

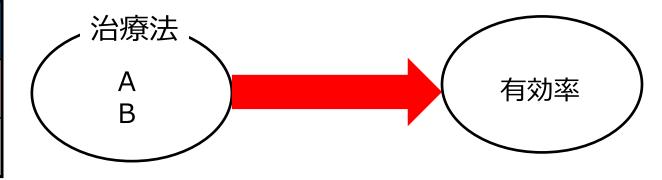


治療法Aが優れている

2つの治療法のうち、どちらが有効か?

データ:被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
Α	40	0.75
В	32	0.50





治療法Aが優れている

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか?

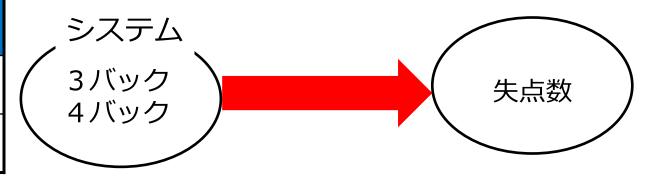
システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

単純に比較から結論を導けるか?

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13



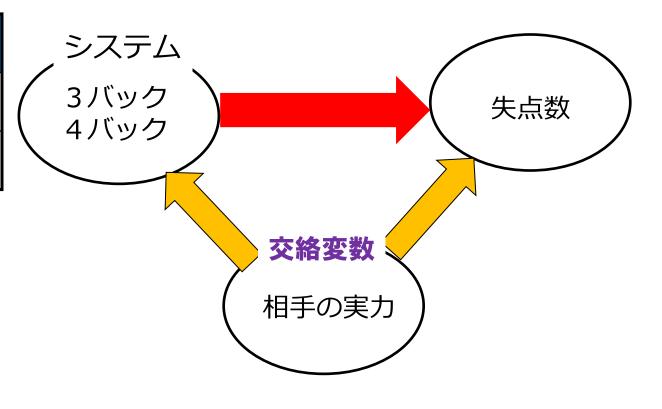
システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13



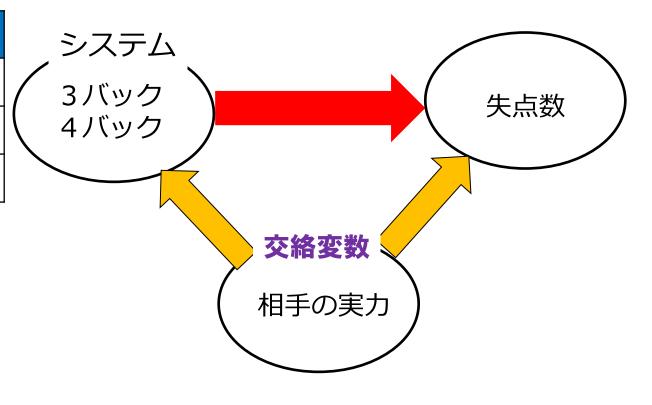


システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13





ランク	3バック	4バック
下	31	13
同じ	4	12
上	5	6



サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか?

ランク	3バック	4バック
下	31	13
同じ	4	12
上	5	6

 システム
 3バック
 失点数

 4バック
 **交絡変数** 

 相手の実力

相手の実力による影響を取り除いて 分析する必要がある

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか?

ランク	3バック	4バック
下	31	13
同じ	4	12
上	5	6

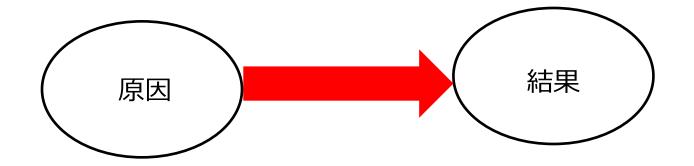
 システム
 3バック
 失点数

 4バック
 **交絡変数** 

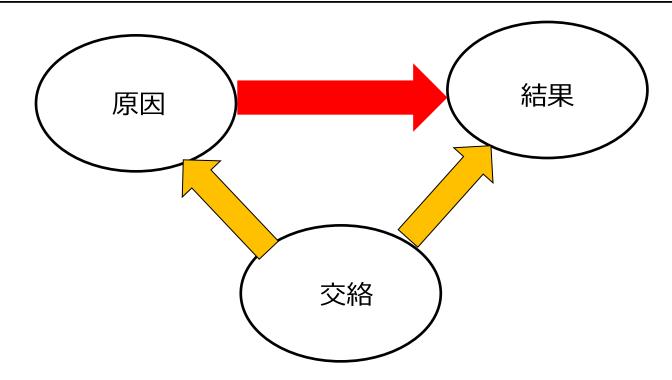
 相手の実力

無作為化により交絡の影響を取り除 く必要がある

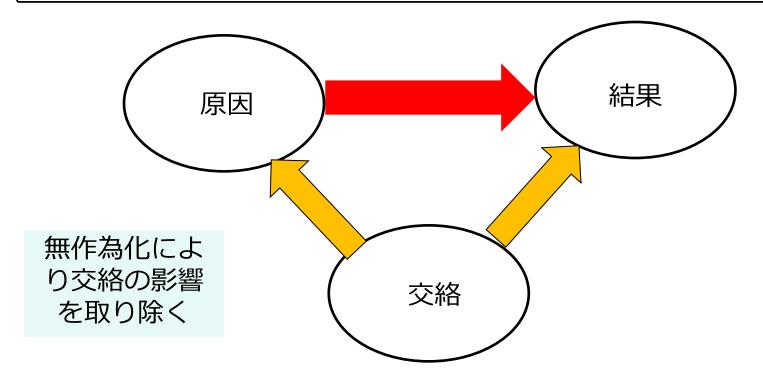
- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



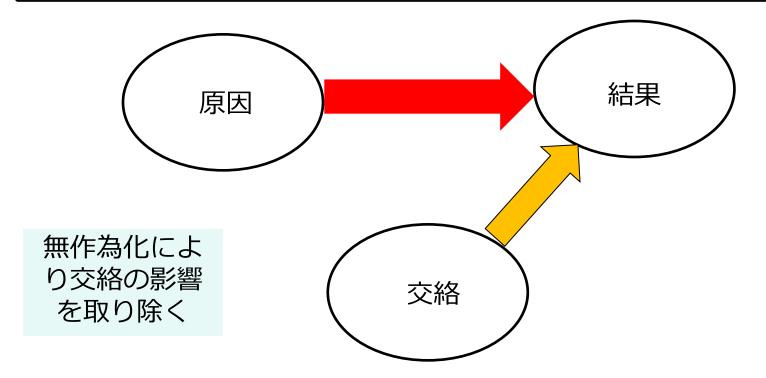
- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



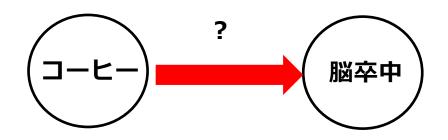
### 「交絡」要因の例

#### 「コーヒー」と「脳卒中」の関係 =

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。 しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こし やすい傾向にあることが分かった。コーヒーを飲むことと、脳 卒中になることは因果関係にあるといえるでしょうか。

### 「コーヒー」と「脳卒中」の関係

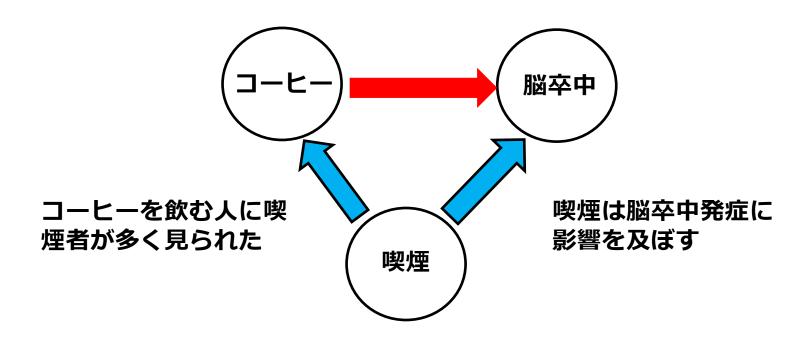
コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。 しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こし やすい傾向にあることが分かった。コーヒーを飲むことと、脳 卒中になることは因果関係にあるといえるでしょうか。



何か交絡因子がないか考える

### 「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。 しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こし やすい傾向にあることが分かった。コーヒーを飲むことと、脳 卒中になることは因果関係にあるといえるでしょうか。

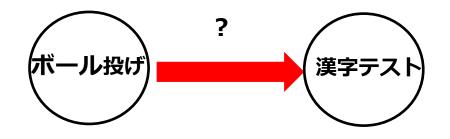


### 「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係 -

小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を 比較した。すると、遠くヘボールを飛ばした児童ほど、漢字テ ストの点数も高い傾向があった。ボール投げの結果と漢字テス トの結果に因果関係があるといえるでしょうか。

### 「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

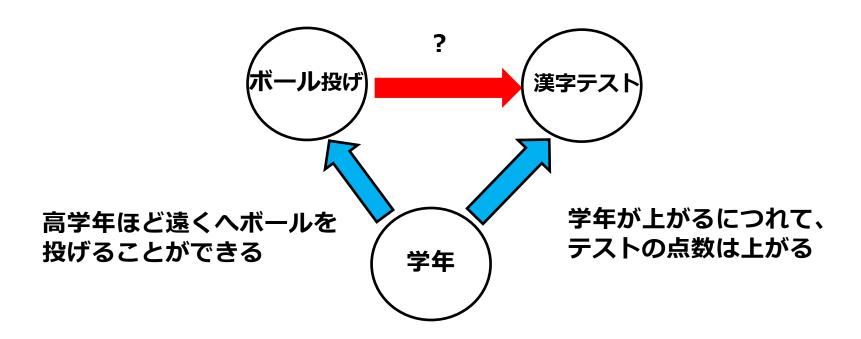
小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を 比較した。すると、遠くヘボールを飛ばした児童ほど、漢字テ ストの点数も高い傾向があった。ボール投げの結果と漢字テス トの結果に因果関係があるといえるでしょうか。



何か交絡因子がないか考える

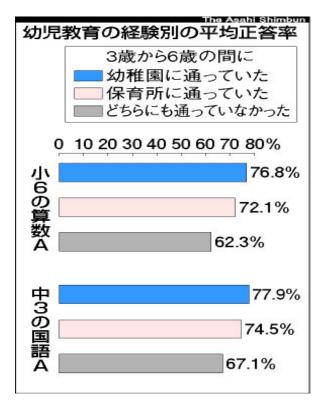
### 「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を 比較した。すると、遠くヘボールを飛ばした児童ほど、漢字テ ストの点数も高い傾向があった。ボール投げの結果と漢字テス トの結果に因果関係があるといえるでしょうか。



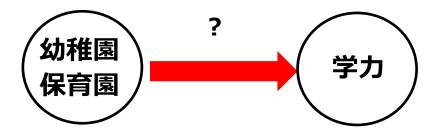
学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の 根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

今春実施された全国学力調査では、 3歳から6歳の間の幼児教育の経験 を児童生徒に聞き、学力調査の正答 率との関係をみた。調査開始以来初 めての試みで、幼稚園に通っていた 子の正答率は、小6、中3とも全教 科で保育所に通っていた子より高か った。(Asahi.comより引用)



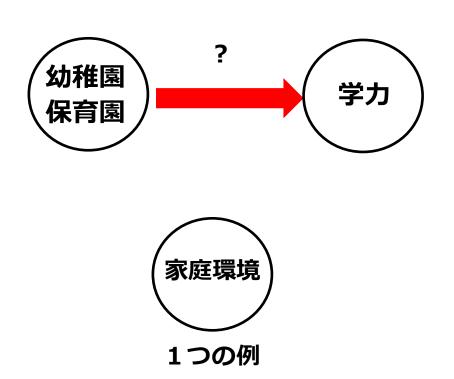
学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

### パス図の例

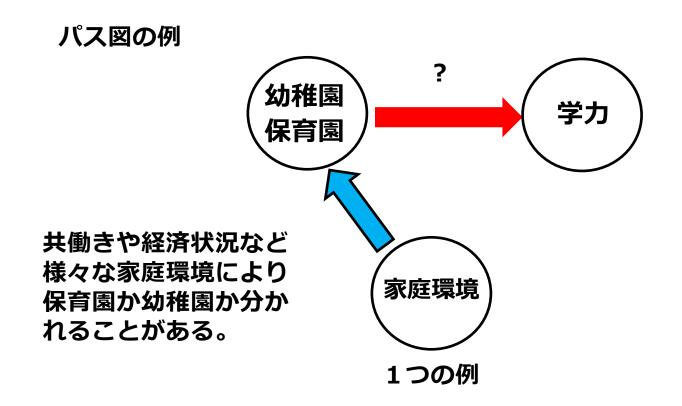


学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

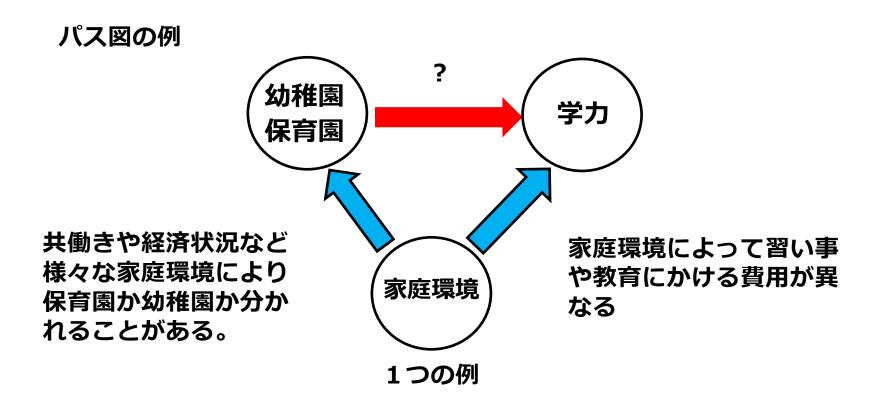
### パス図の例



学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。



学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の 根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。



# 5. サンプリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 サンプリング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

# 5. サンプリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 サンプリング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

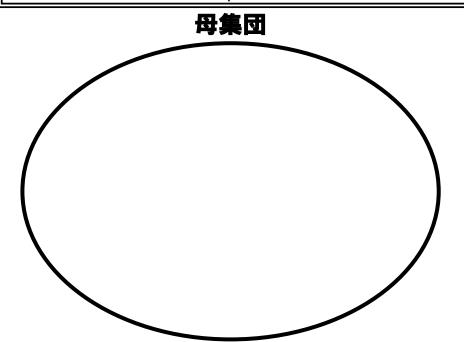
### 中心極限定理 =

平均  $\mu$  、標準偏差  $\sigma$ の分布に従う母集団から、n 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、n が十分に大きい時、平均が  $\mu$ 、標準偏差  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  の正規分布に従う。

http://onlinestatbook.com/stat\_sim/sampling\_dist/

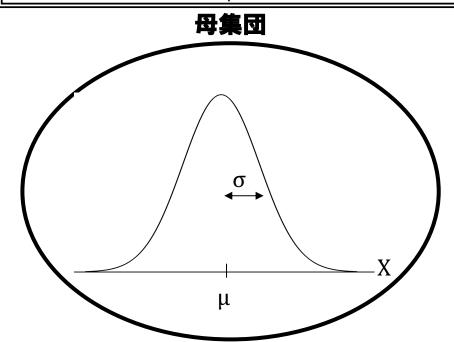
### 平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団か

ら、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。



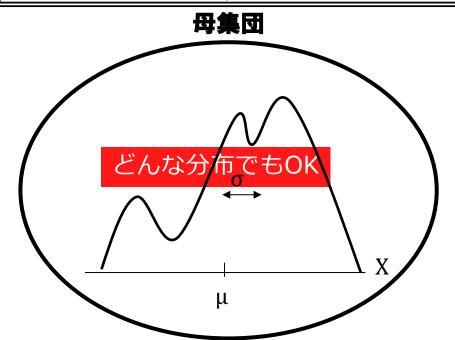
### 平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団か

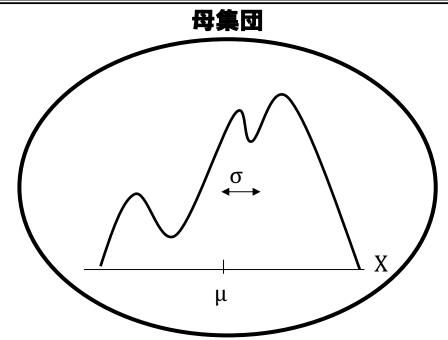
ら、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

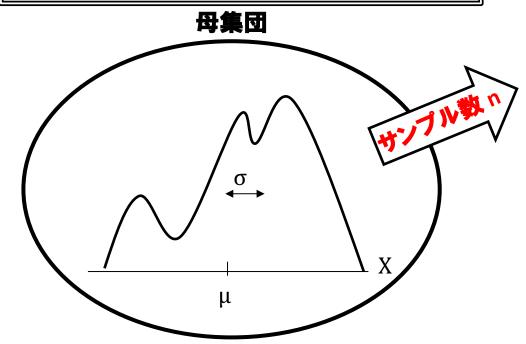


### 平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団か

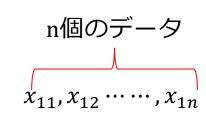
ら、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。



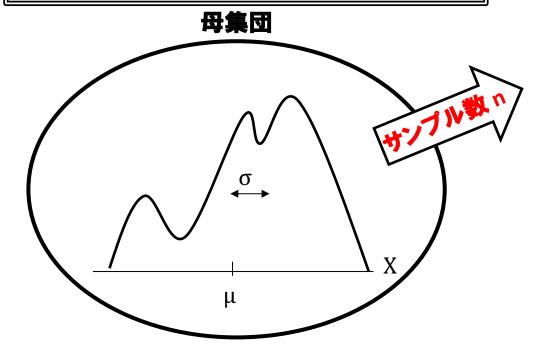




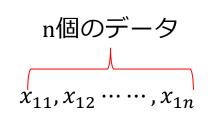
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。



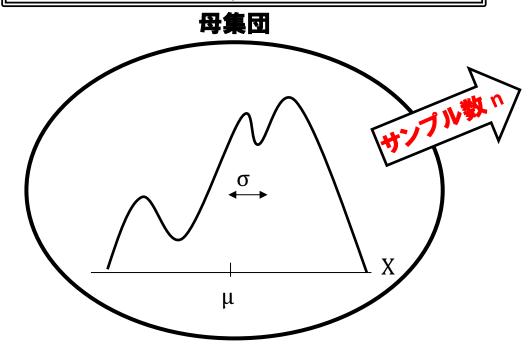
1回



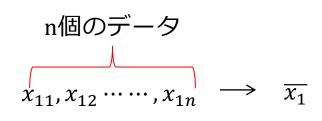
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。



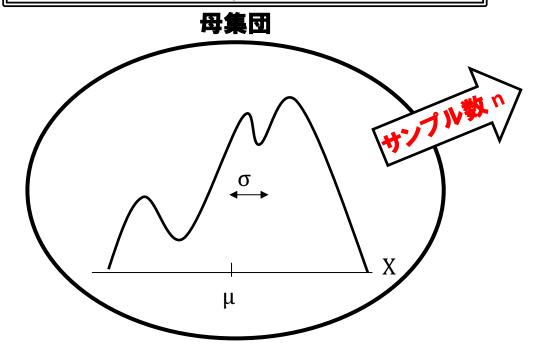
1回

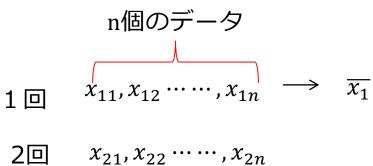


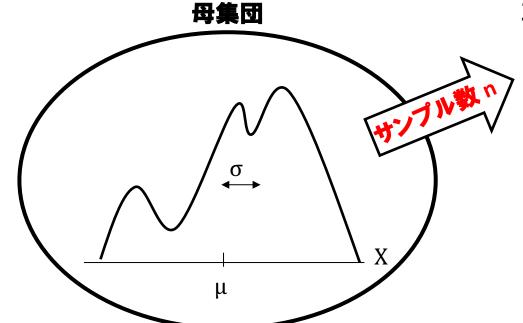
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

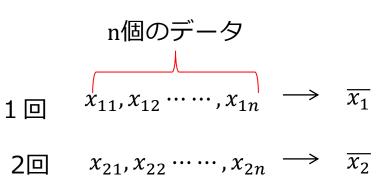


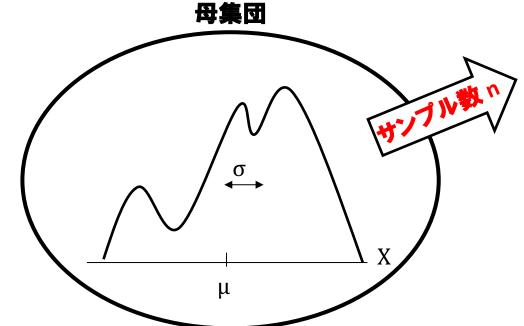
1回

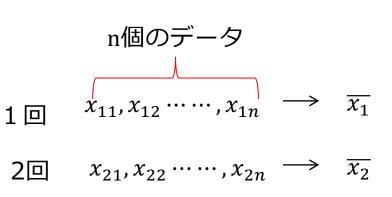


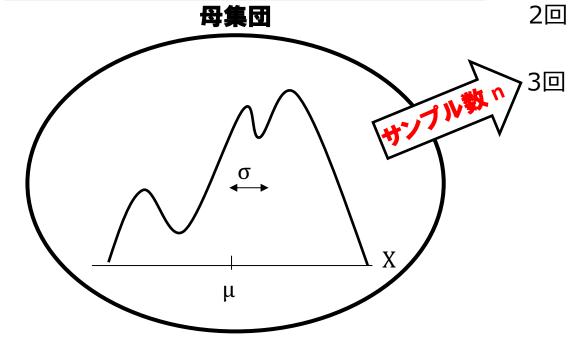




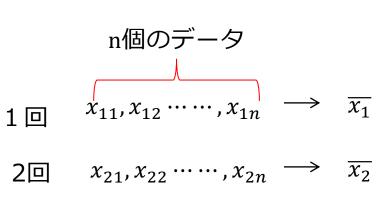


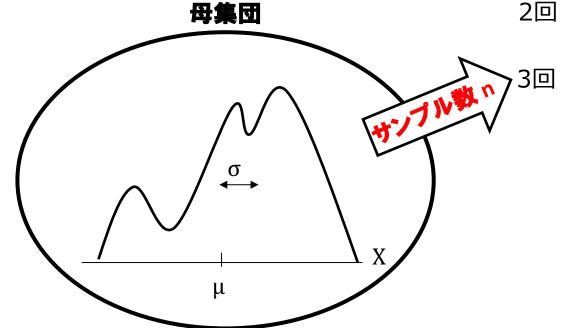




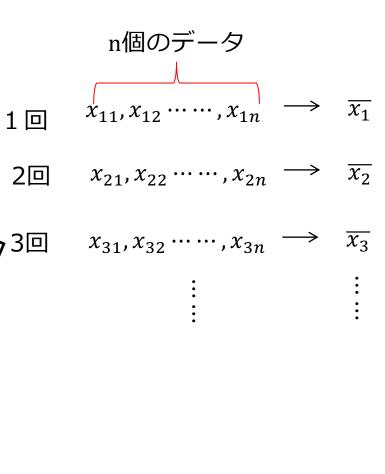


$$x_{31}, x_{32} \cdots \cdots, x_{3n}$$



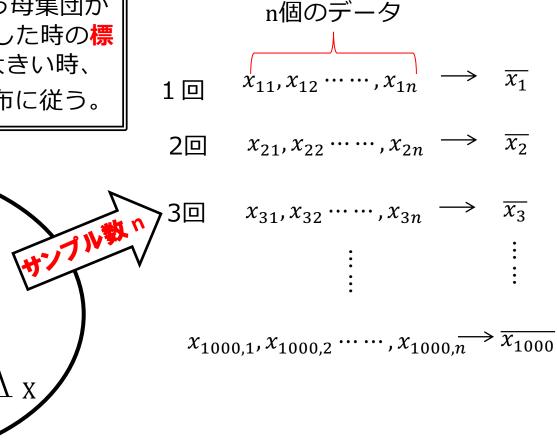


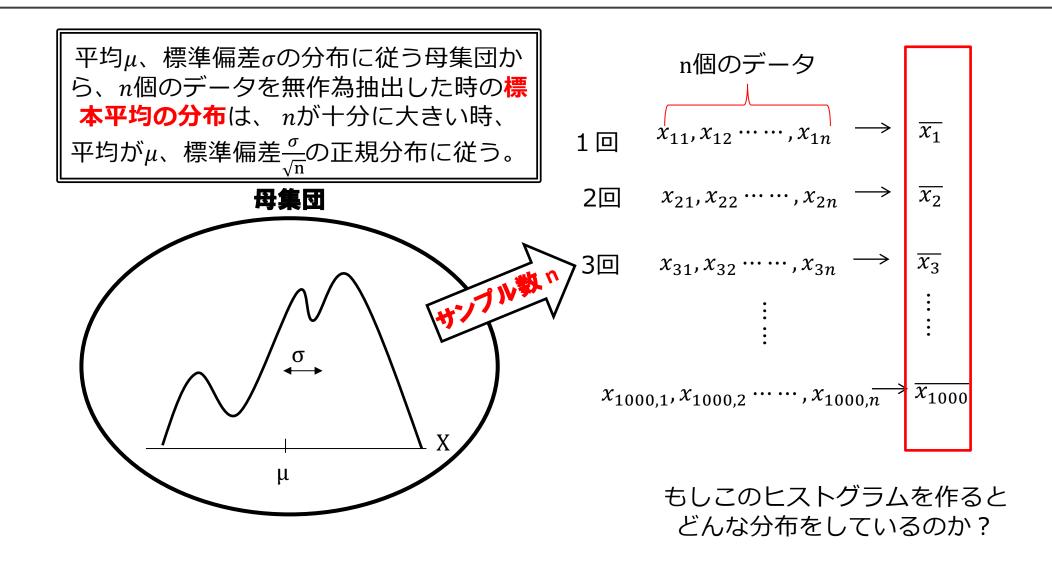
$$x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} \longrightarrow \overline{x_3}$$

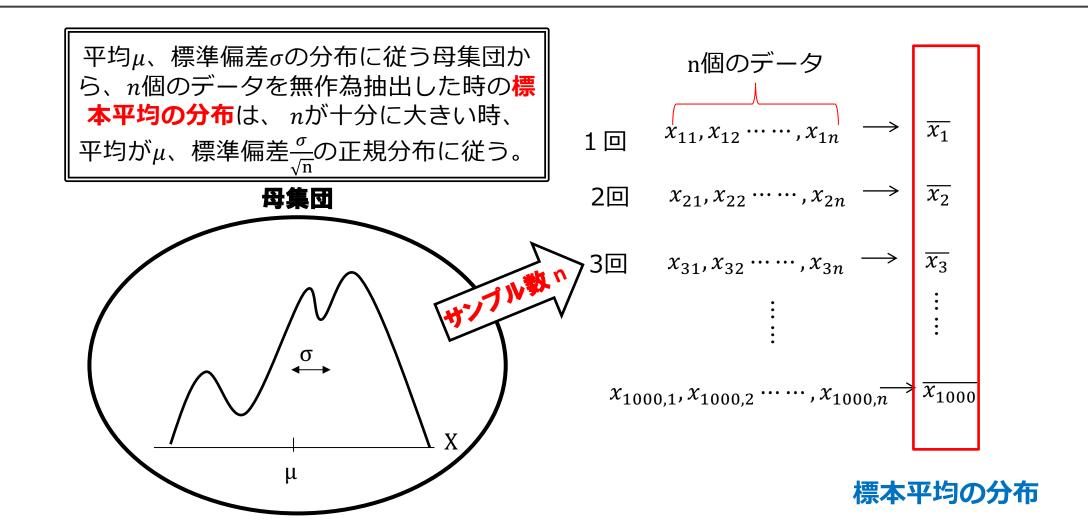


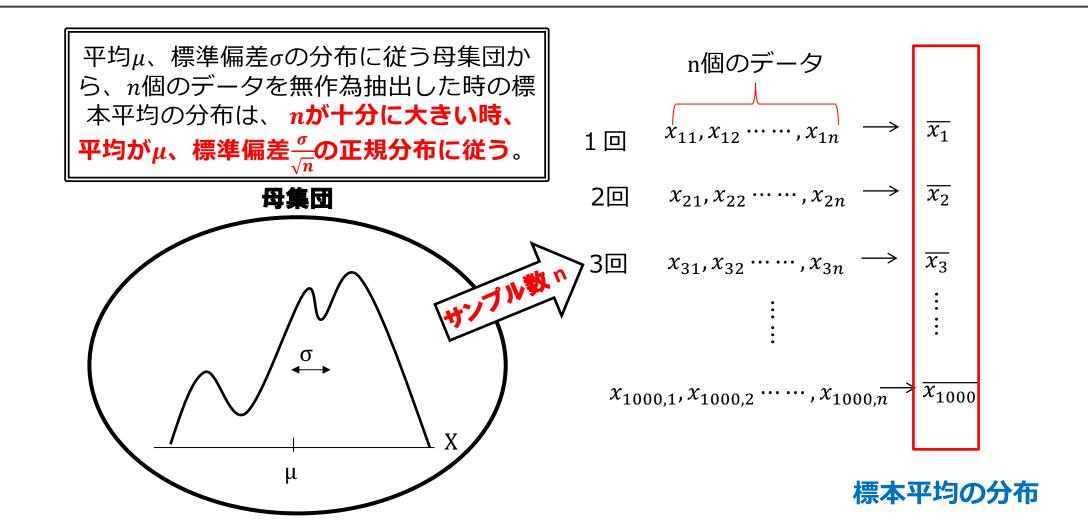
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団







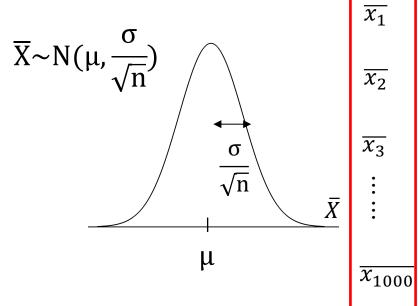


平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、

平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

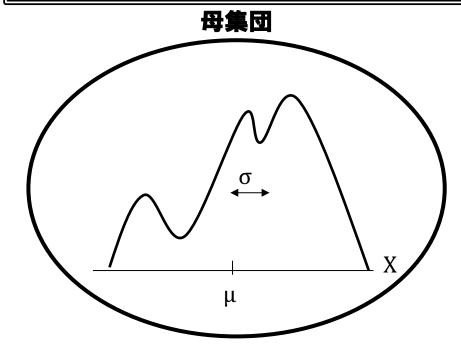
# 

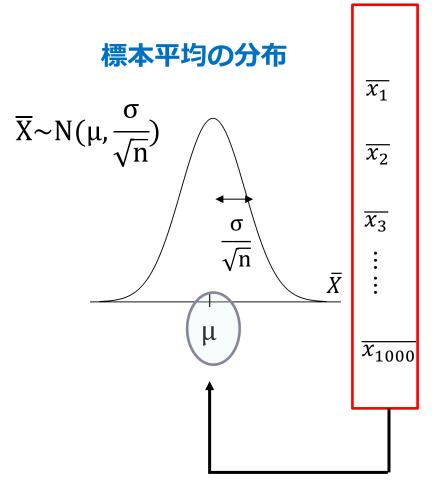
### 標本平均の分布



平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、

平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

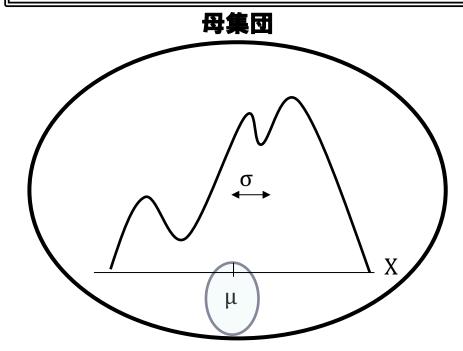


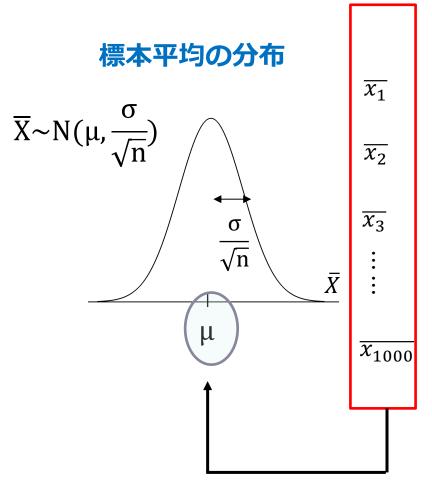


このデータの平均値

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、

平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

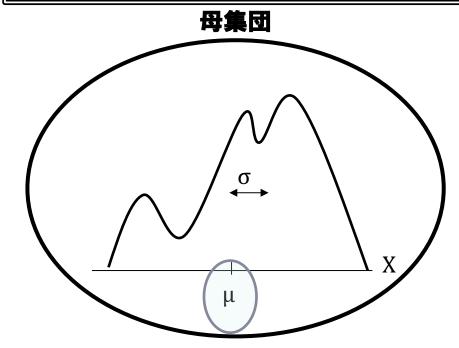


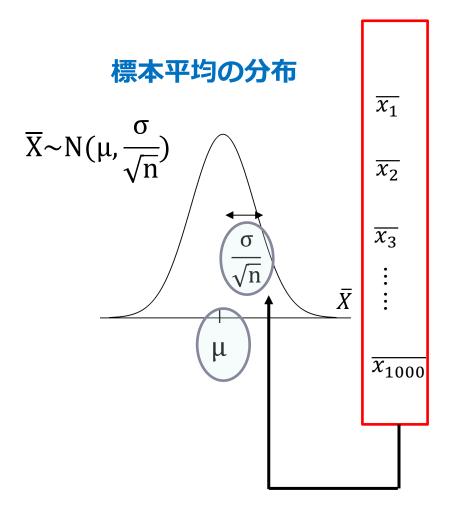


このデータの平均値

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、

平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

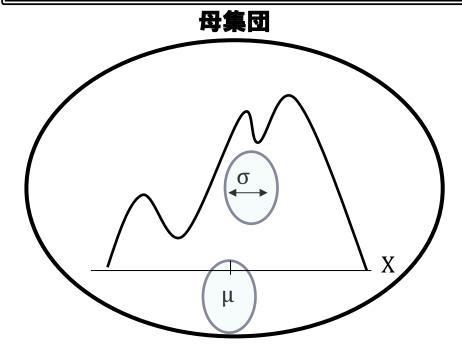


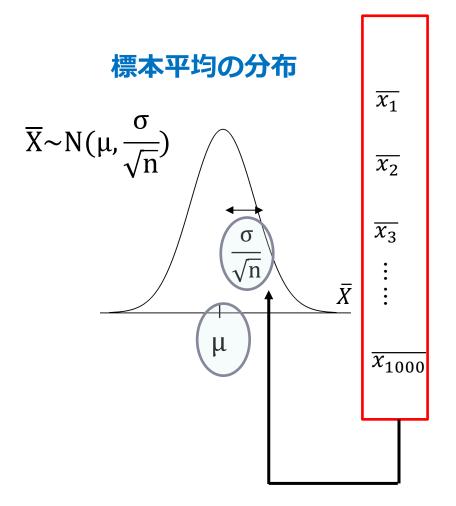


このデータの標準偏差

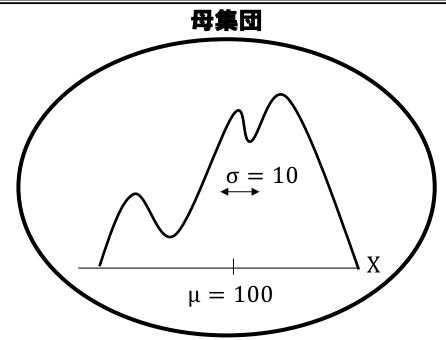
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、

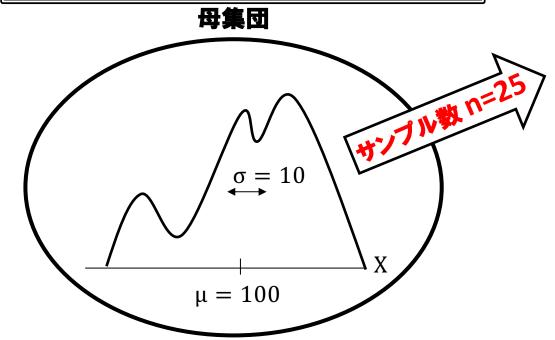
平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

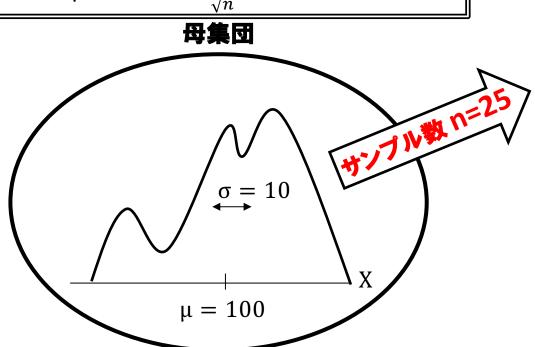


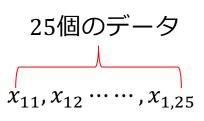


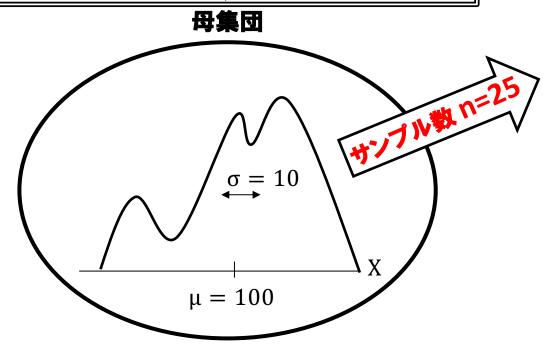
このデータの標準偏差

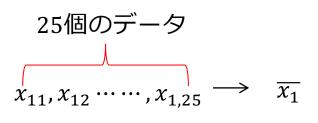


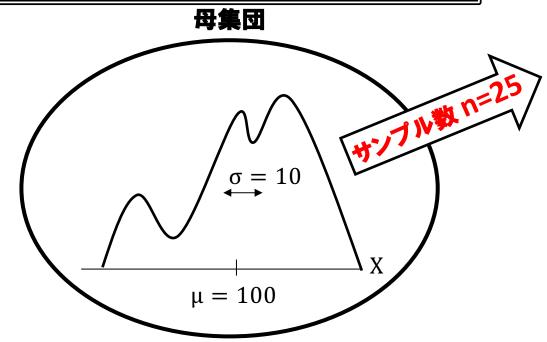


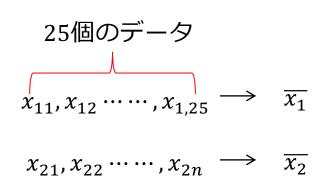


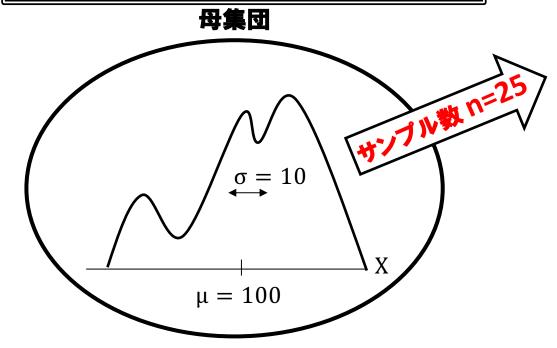


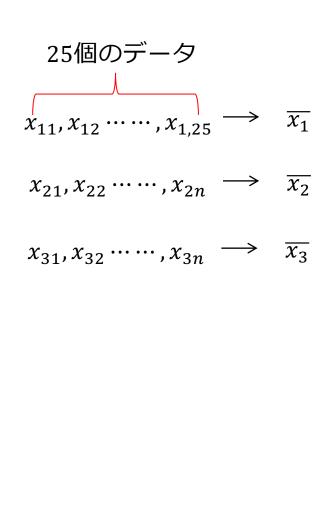


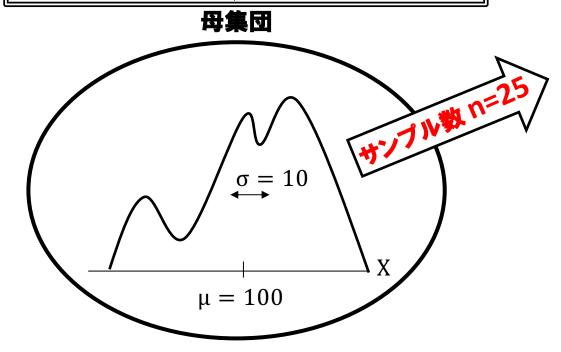


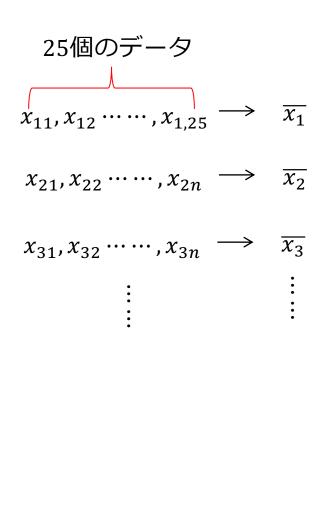




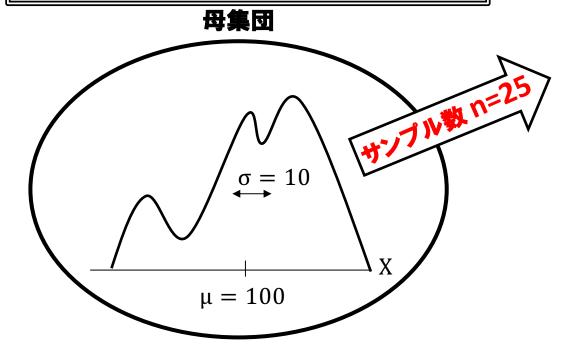


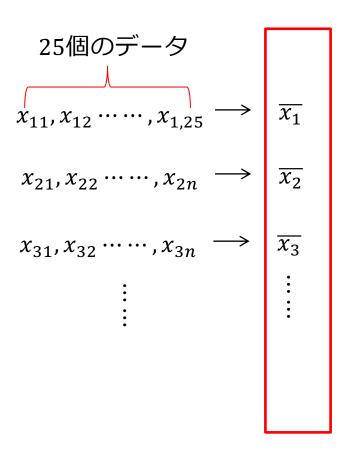






平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

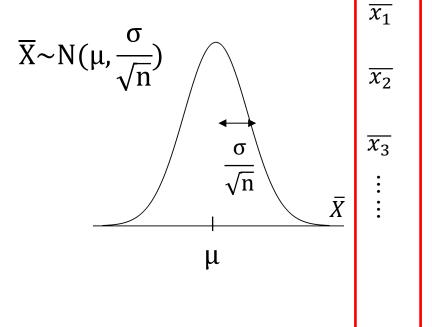




平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

# 母集団 $\sigma = 10$ $\mu = 100$

### 標本平均の分布

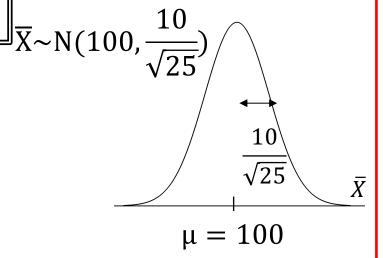


平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団

 $\mu = 100$ 

### 標本平均の分布



 $\overline{x_1}$ 

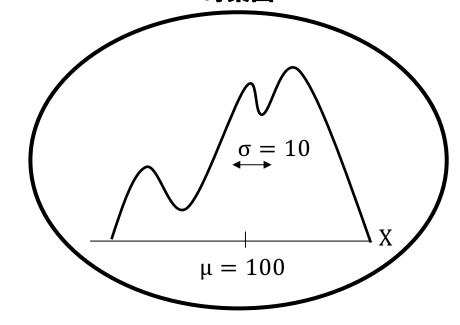
 $\overline{x_2}$ 

 $\overline{x_3}$ 

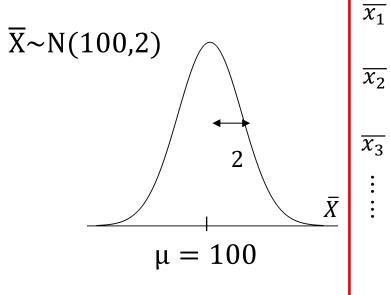
•

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、n個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、nが十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

### 母集団



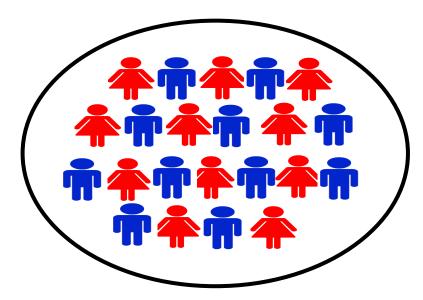
### 標本平均の分布



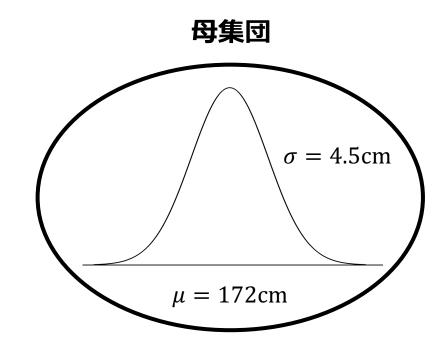
### 中心極限定理の例

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

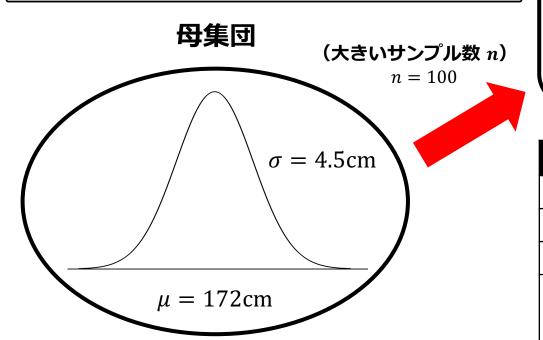
### 母集団



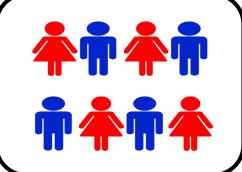
身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100個のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



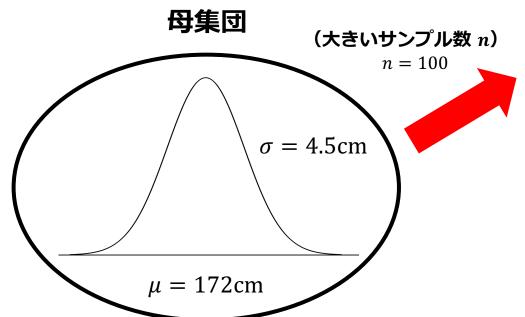
### 標本



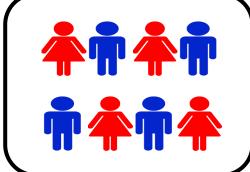
1回目

サンプリング	標本平均

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



### 標本



1回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

## 母集団 (大きいサンプル数 n) n=100 $\sigma=4.5{\rm cm}$ $\mu=172{\rm cm}$

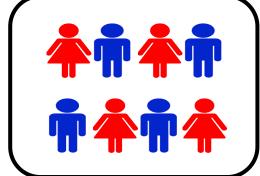
### 標本

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

## 母集団 (大きいサンプル数 n) n=100 $\sigma=4.5{\rm cm}$

### 標本



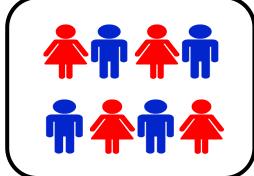
2回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

## 母集団 (大きいサンプル数 n) n=100 $\sigma=4.5{\rm cm}$ $\mu=172{\rm cm}$

### 標本



2回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

## 母集団 (大きいサンプル数 n) n=100 $\sigma=4.5{\rm cm}$

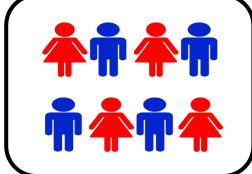
### 標本

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

## 母集団 (大きいサンプル数 n) n=100 $\sigma=4.5{\rm cm}$ $\mu=172{\rm cm}$

### 標本



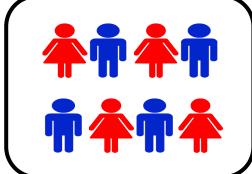
3回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

## 母集団 (大きいサンプル数 n) n=100 $\sigma=4.5 \mathrm{cm}$ $\mu=172.2 \mathrm{cm}$

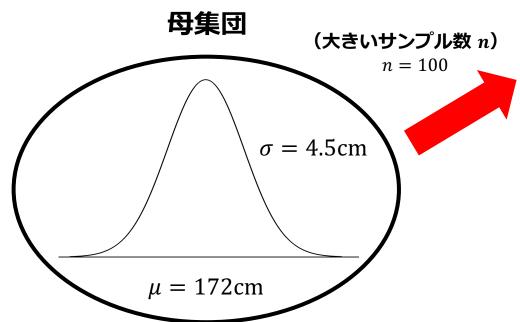
### 標本



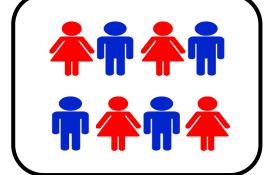
3回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



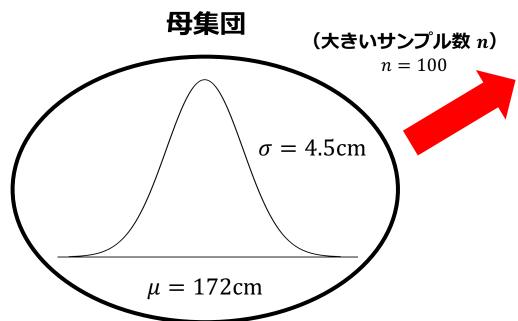
### 標本



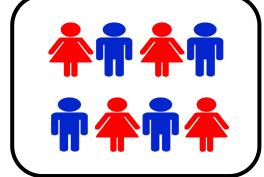
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
•	•

何回も繰り返す

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



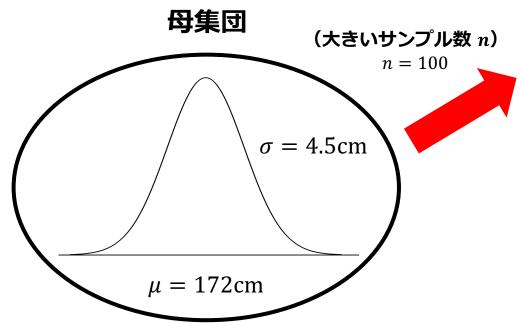
### 標本



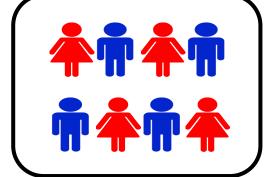
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
•	•

この分布は?

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



### 標本

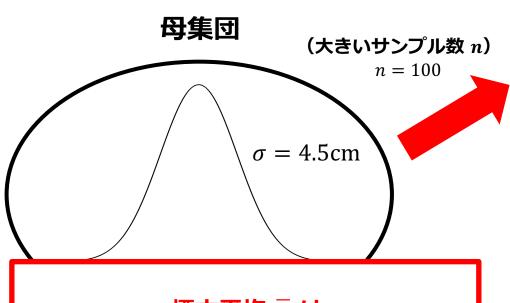


サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
•	•

この分布は?

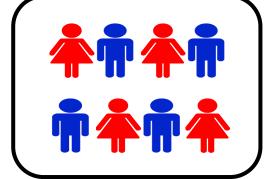
標本平均次の分布

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?



標本平均  $\overline{X}$  は 平均が $\mu$ 、標準偏差  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う

#### 標本



サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
•	•

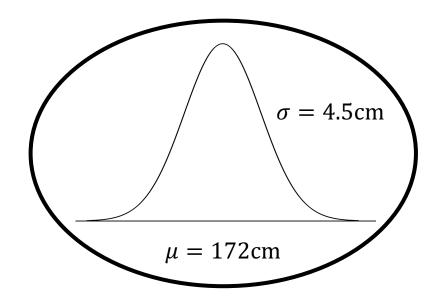
この分布は?

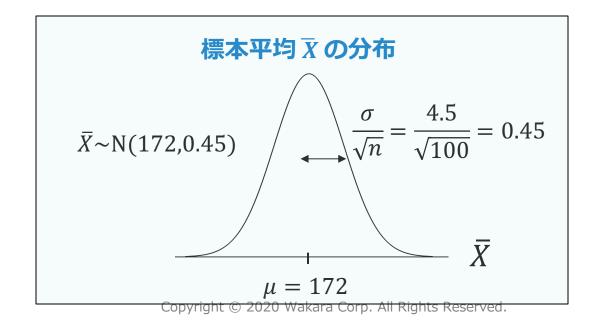
標本平均次の分布

Copyright © 2020 Wakara Corp. All Rights Reserved.

身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は?

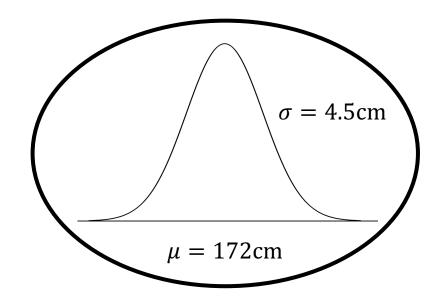
### 母集団

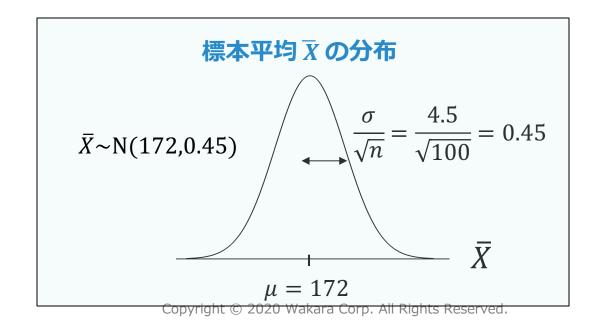




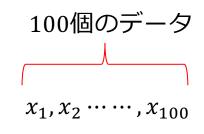
身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から **100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が 173cmを超える確率は?** 

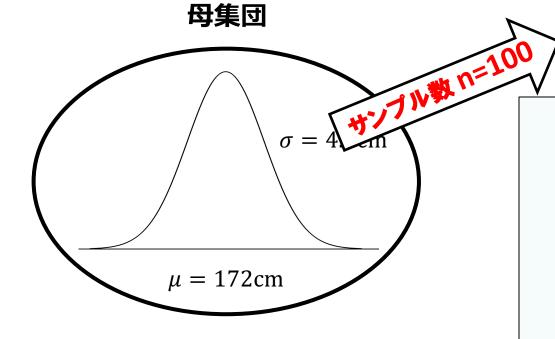
#### 母集団

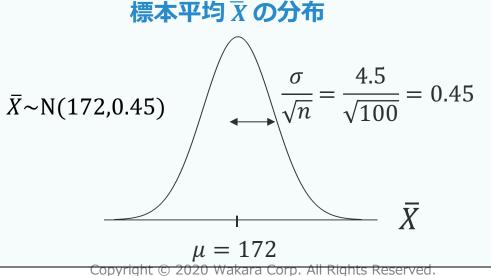




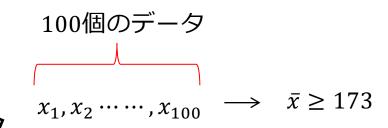
身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から**100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は**?

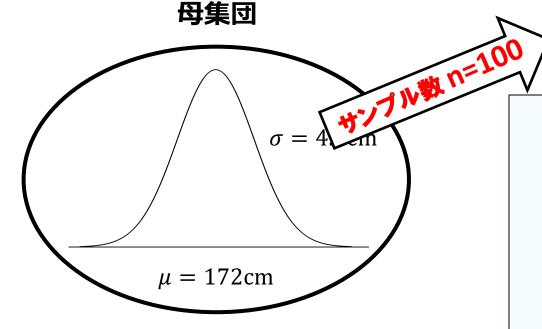


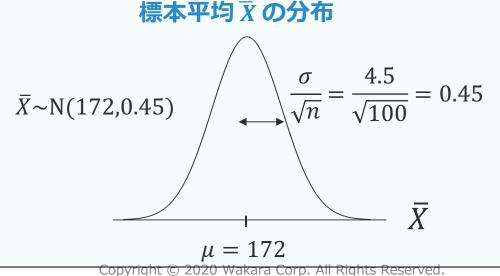




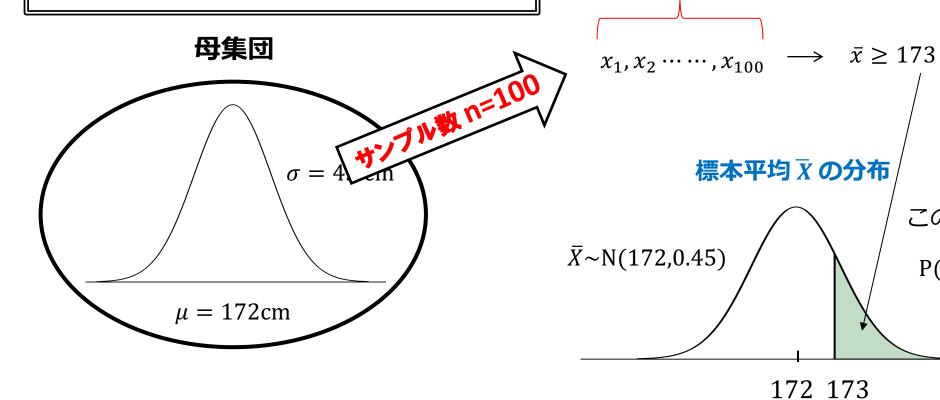
身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が 173cmを超える確率は?







身長の分布が平均  $\mu = 172cm$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5cm$ の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が 173cmを超える確率は?



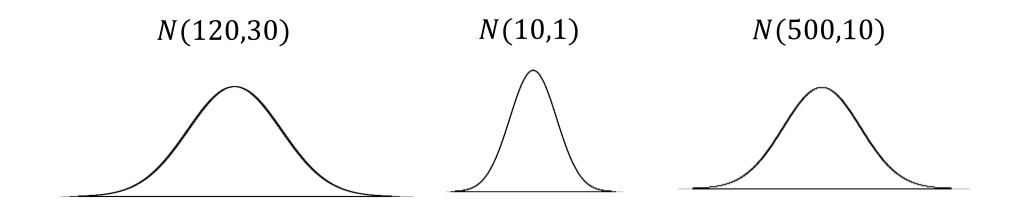
Copyright © 2020 Wakara Corp. All Rights Reserved.

この確率?

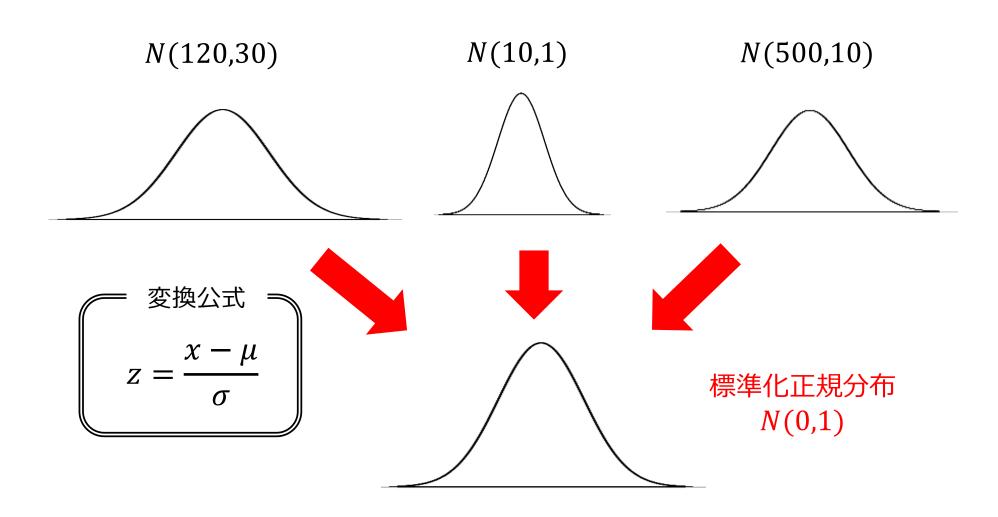
 $P(\overline{X} \ge 173)$ 

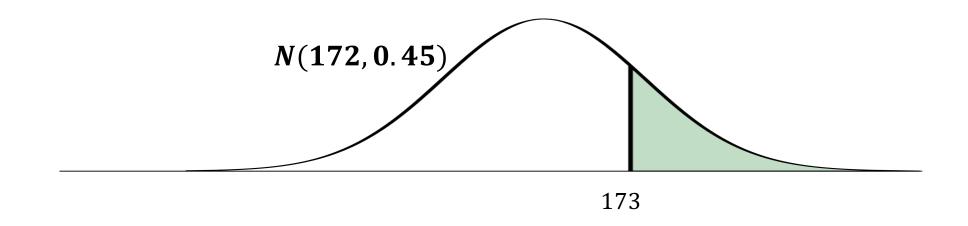
100個のデータ

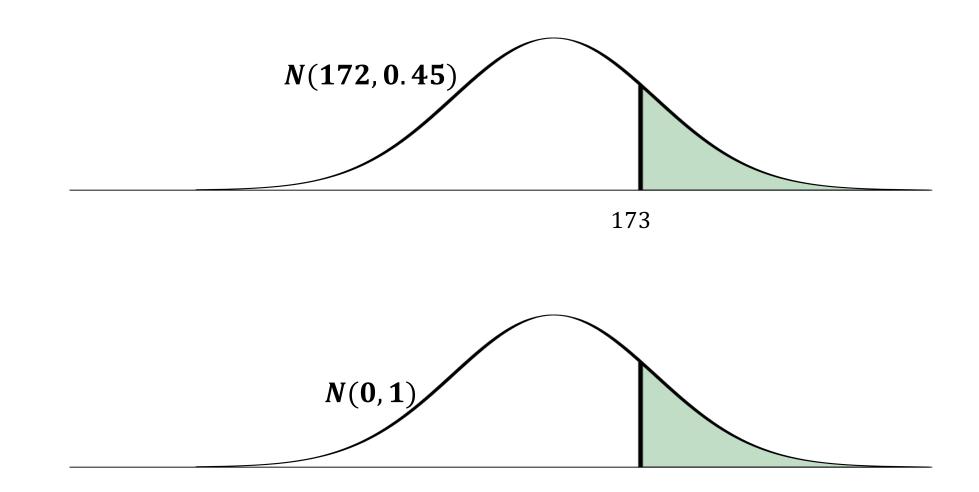
## 一つの正規分布に統一する

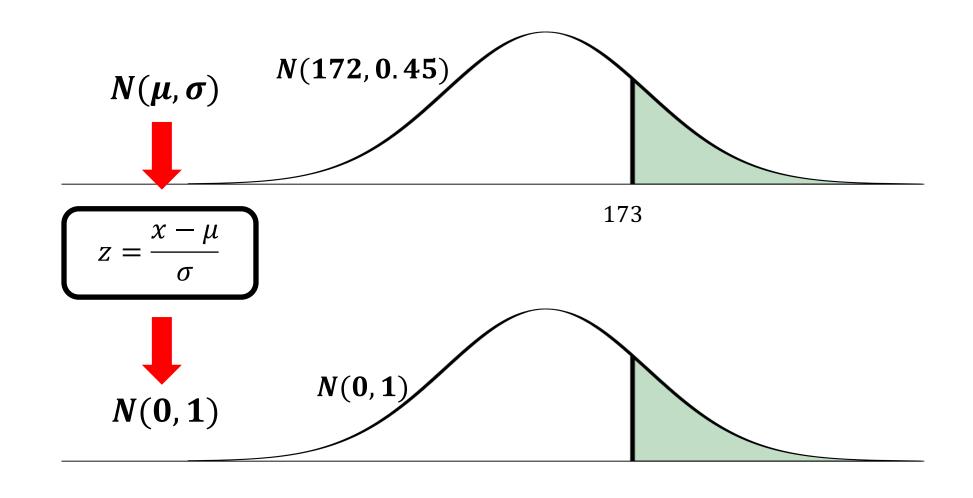


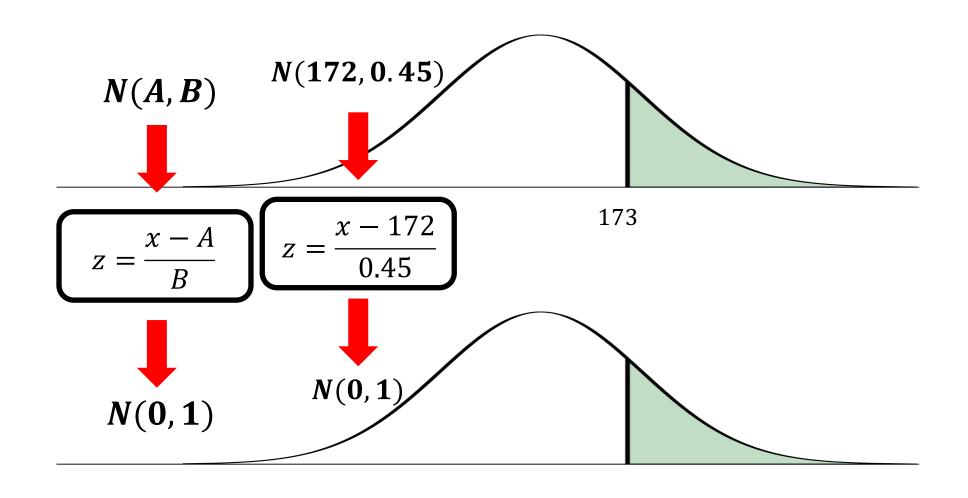
## 一つの正規分布に統一する

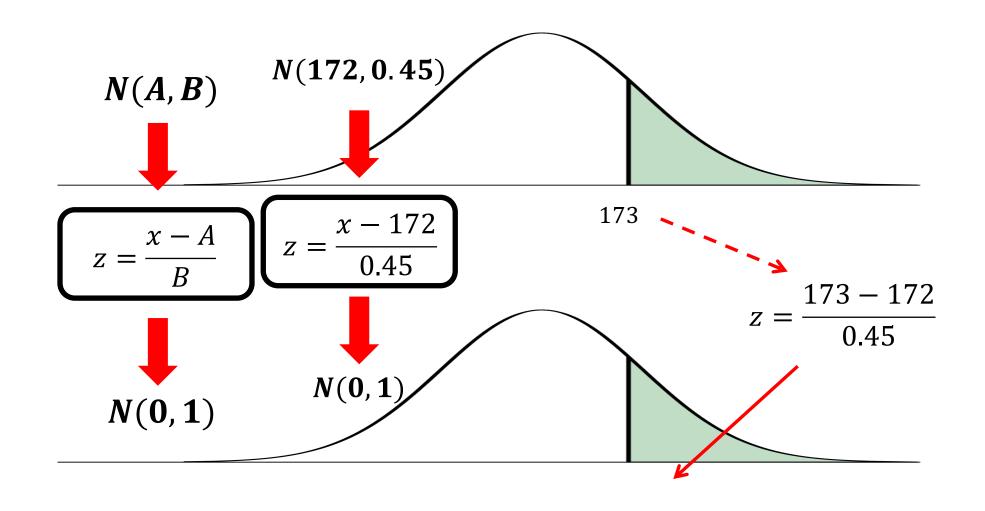


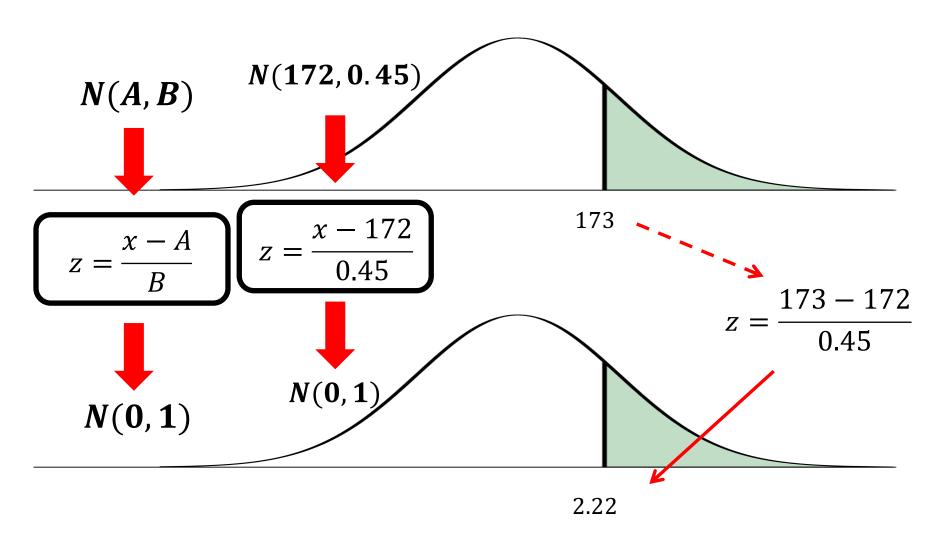




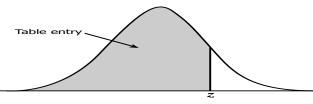






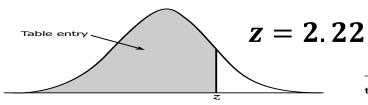


### **Standard Normal Probabilities**



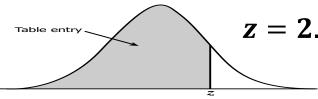
_ z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

### **Standard Normal Probabilities**



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

### **Standard Normal Probabilities**



z = 2.22 = 2.2 + 0.02

_ z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

2.8

2.9

3.0

3.1

3.2

3.3

3.4

.9974

.9981

.9987

.9990

.9993

.9995

.9997

.9975

.9982

.9987

.9991

.9993

.9995

.9997

.9976

.9982

.9987

.9991

.9994

.9995

.9997

.9977

.9983

.9988

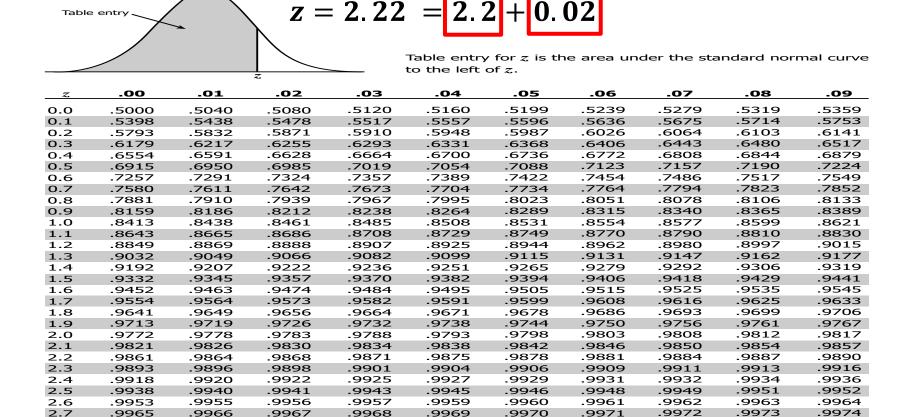
.9991

.9994

.9996

.9997

### Standard Normal Probabilities



.9977

.9984

.9988

.9992

.9994

.9996

.9997

.9978

.9984

.9989

.9992

.9994

.9996

.9997

.9979

.9985

.9989

.9992

.9994

.9996

.9997

.9979

.9985

.9989

.9992

.9995

.9996

.9997

.9980

.9986

.9990

.9993

.9995

.9996

.9997

.9981

.9986

.9990

.9993

.9995

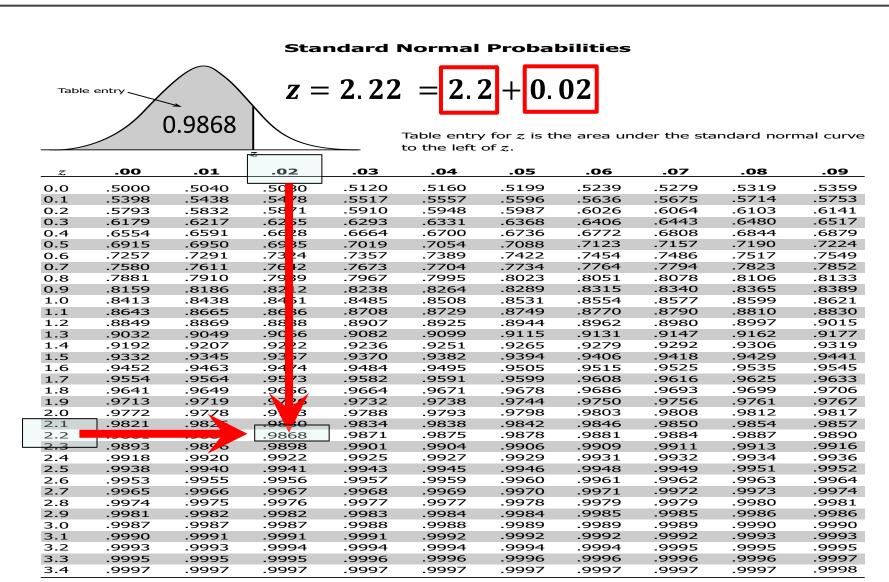
.9997

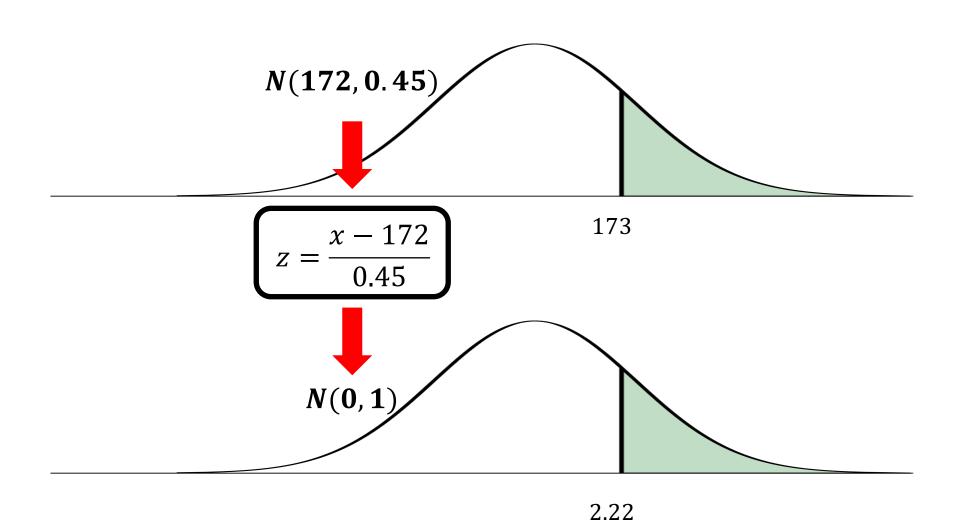
.9998

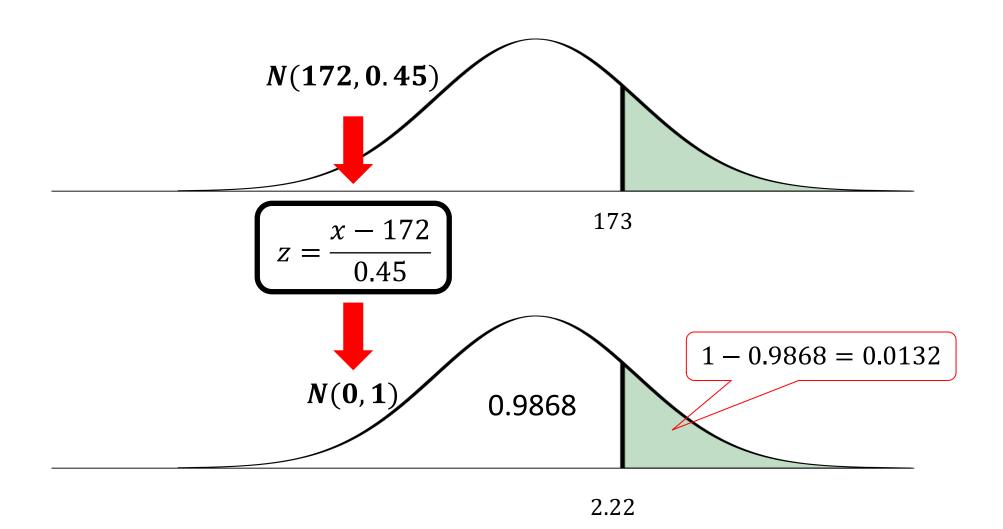
### Standard Normal Probabilities z = 2.22Table entry $\overline{z}$ for z is the area under the standard normal curve ne left of z. .03 .00 .01 .02 .04 .05 .06 .07 .08 .09 0.0 .5120 .5160 .5199 .5239 .5279 .5319 .5359 .5000 .5040 .5080 .5517 .5753 0.1 .5398 .5438 .5478 .5557 .5596 .5636 .5675 .5714 .5871 5910 .5987 .6141 0.2 .5793 .5832 .5948 .6026 .6064 .6103 0.3 .6179 .6217 .6255 .6293 .6331 .6368 .6406 .6443 .6480 .6517 0.4 .6554 .6591 .6628 .6664 .6700 .6736 .6772 .6808 .6844 .6879 0.5 .6915 .6950 .6985 .7019 .7054 .7088 .7123 .7157 .7190 .7224 .7257 .7291 .7374 .7357 .7389 .7422 .7454 .7486 .7517 .7549 0.6 .7542 0.7 .7580 .7611 .7673 .7704 .7734 .7764 .7794 .7823 .7852 7939 0.8 .7881 .7967 .7995 .8023 .8051 .8078 .8133 .7910 .8106 0.9 .8159 .8186 .8212 .8238 .8264 .8289 .8315 .8340 .8365 .8389 1.0 .8413 .8438 .8461 .8485 .8508 .8531 .8554 .8577 .8599 .8621 .8708 .8749 .8790 1.1 .8643 .866 .8686 .8729 .8770 .8810 .8830 1.2 .8869 .8997 .9015 .8849 .8888 .8907 .8925 .8944 .8962 .8980 9049 .9147 1.3 .9032 .9066 .9082 .9099 .9115 .9131 .9162 .9177 .9207 .9236 .9279 .9292 .9306 .9319 1.4 .9192 .9222 .9251 .9265 1.5 .9345 .9357 .9370 .9394 .9406 .9418 .9429 .9441 .9332 .9382 1.6 .9452 .9474 .9525 .9535 .9545 .9463 .9484 .9495 .9505 .9515 .9554 1.7 .9564 .9573 .9582 .9591 .9599 .9608 .9616 .9625 .9633 1.8 .9641 .9656 .9664 .9671 .9678 .9686 .9693 .9699 .9706 .9649 *9*713 1.9 .9719 .9726 .9732 .9738 .9744 .9750 .9756 .9761 .9767 .9798 .9808 2.0 .9772 .9778 .9783 .9788 .9793 .9803 .9812 .9817 2.1 .9821 .9826 .9830 .9834 .9838 .9842 .9846 .9850 .9854 .9857 2.2 .9861 .9864 .9868 .9871 .9875 .9878 .9881 .9884 .9887 .9890 .9901 .9916 .9893 .9896 .9898 .9904 .9906 .9909 .9911 .9913 .9920 .9922 .9925 .9927 .9929 .9931 .9932 .9934 .9936 2.4 .9918 2.5 .9952 .9938 .9940 .9941 .9943 .9945 .9946 .9948 .9949 .9951 2.6 .9953 .9955 .9956 .9957 .9959 .9960 .9961 .9962 .9963 .9964 2.7 .9972 .9973 .9974 .9965 .9966 .9967 .9968 .9969 .9970 .9971 2.8 .9974 .9975 .9976 .9977 .9977 .9978 .9979 .9979 .9980 .9981 2.9 .9985 .9981 .9982 .9982 .9983 .9984 .9984 .9985 .9986 .9986 3.0 .9987 .9987 .9987 .9988 .9988 .9989 .9989 .9989 .9990 .9990 3.1 .9992 .9992 .9992 .9993 .9993 .9990 .9991 .9991 .9991 .9992 3.2 .9993 .9993 .9994 .9994 .9994 .9994 .9994 .9995 .9995 .9995 3.3 .9996 .9997 .9995 .9995 .9995 .9996 .9996 .9996 .9996 .9996 3.4 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9998

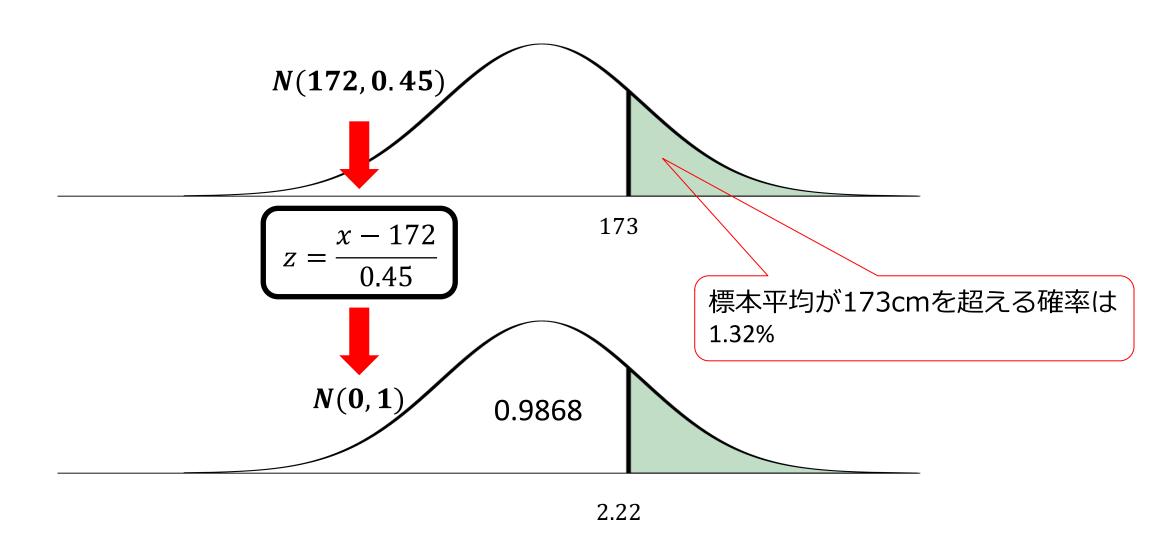
# Table entry z=2.22=2.2+0.02

			<u> </u>	_	to the left	of $z$ .				
			~							
<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.54 78	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.58 71	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.69 <mark>8</mark> 5	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.73 <mark>2</mark> 4	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.76 12	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.79 <mark>8</mark> 9	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.82 .2	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8451	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.86	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.88	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9056	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.92	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.94 <mark>7</mark> 4	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.95 <mark>7</mark> 3	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9 3	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.982	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2			.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	<b>-</b> .9893	.989	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998





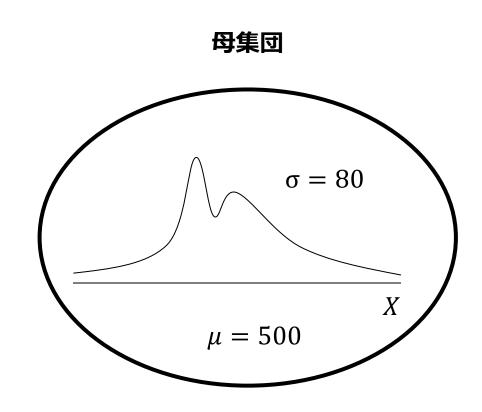


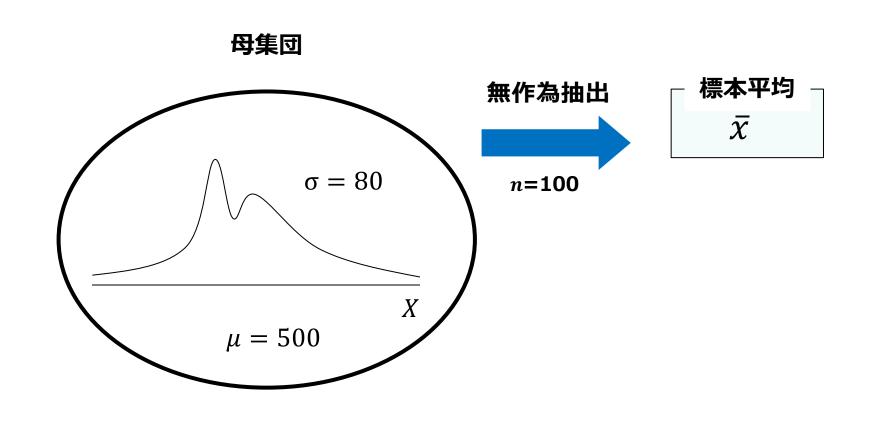


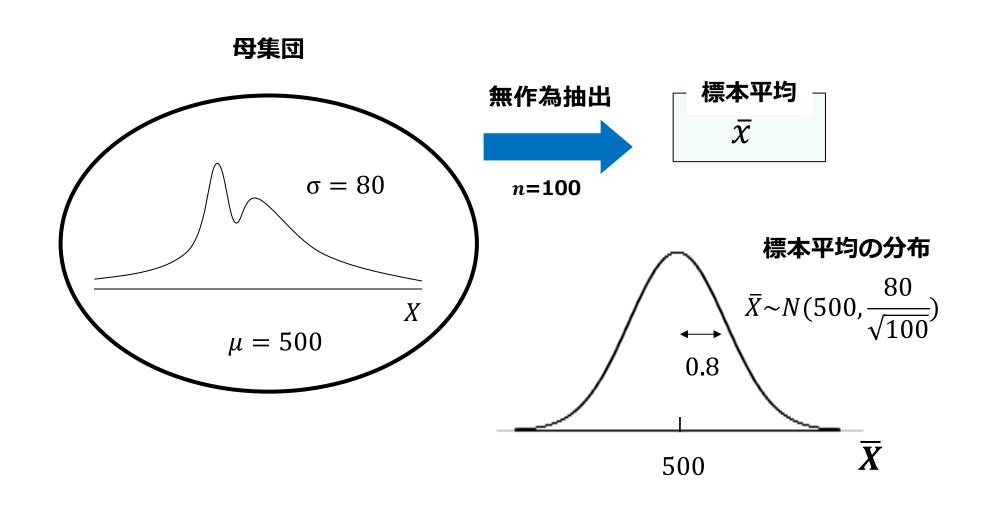
### 問題

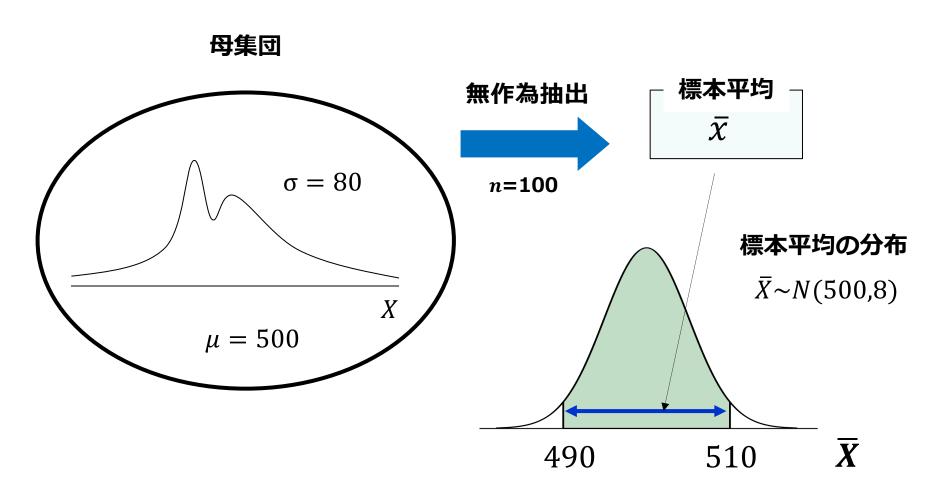
平均  $\mu=500$ 、標準偏差が $\sigma=80$ の母集団から100個のサンプリングが行われた。このとき

- (1)標本平均が区間 [490, 510] に入る確率は?
- (2)標本平均分布の中央95%をカバーする区間は?



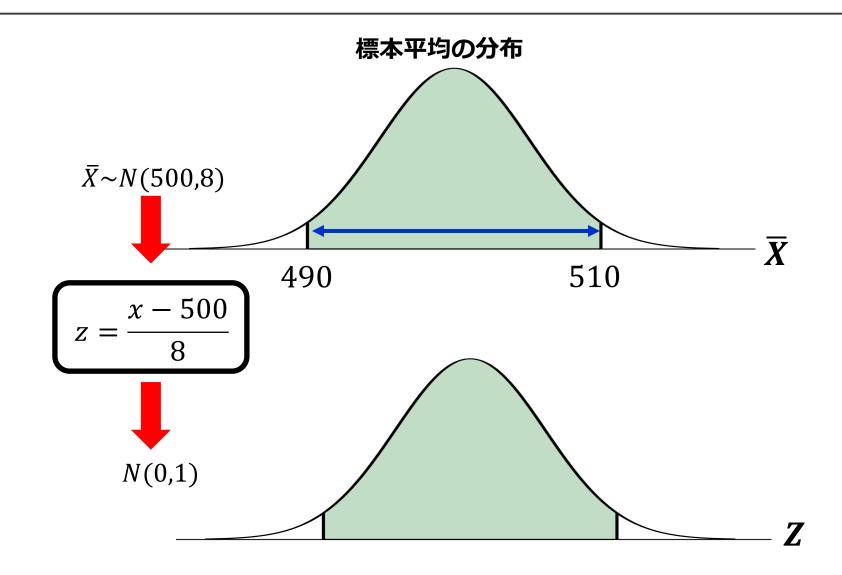


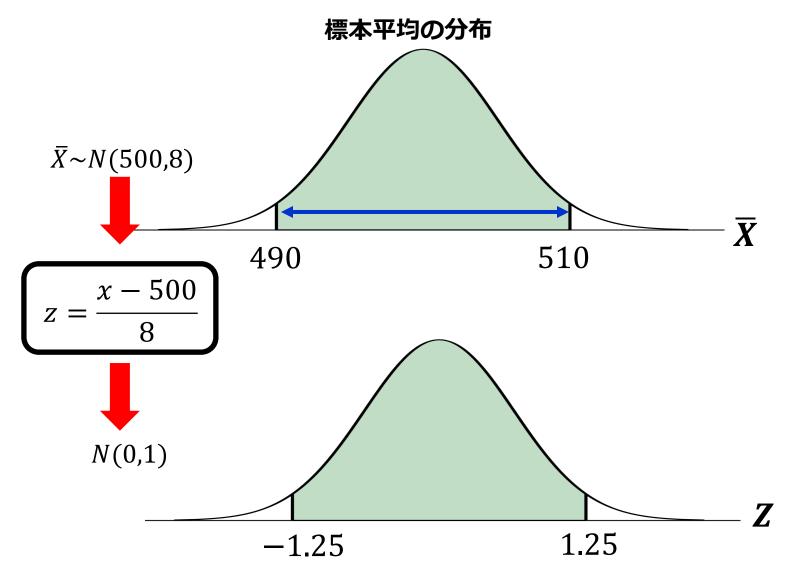




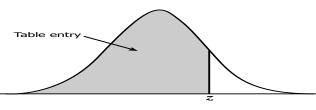
この区間に入る確率は?

Copyright © 2020 Wakara Corp. All Rights Reserved.



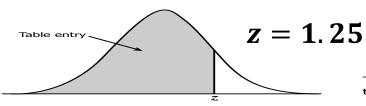


### **Standard Normal Probabilities**



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

### **Standard Normal Probabilities**



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

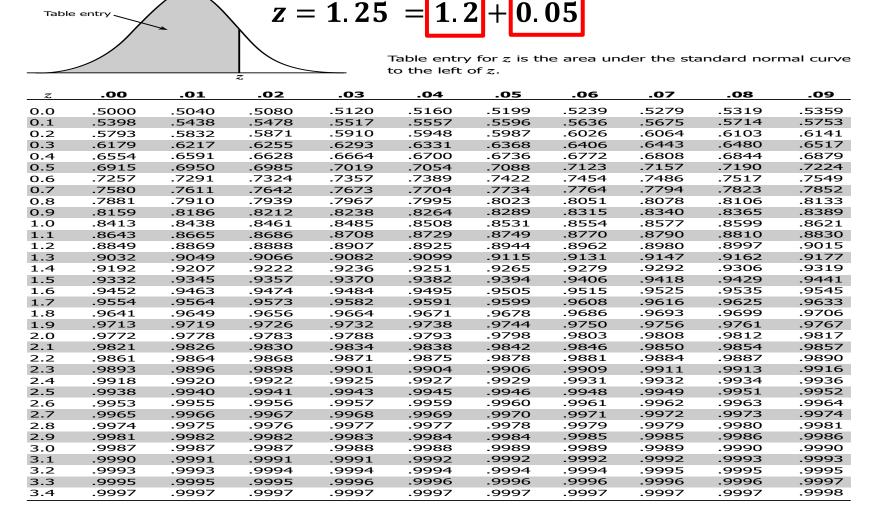
### **Standard Normal Probabilities**

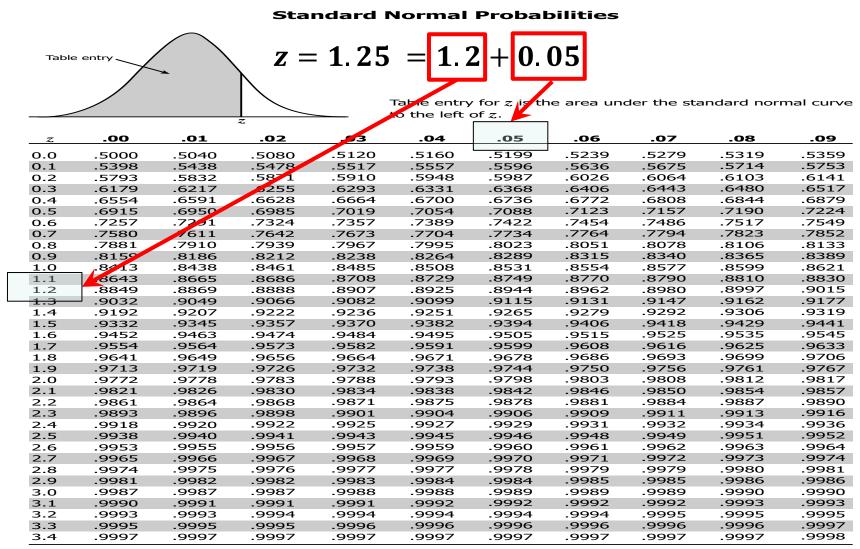


z = 1.25 = 1.2 + 0.05

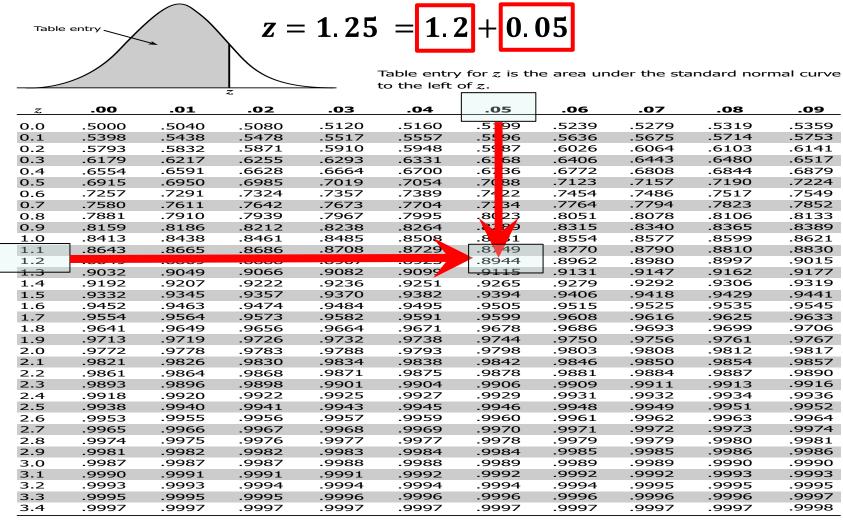
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

### Standard Normal Probabilities

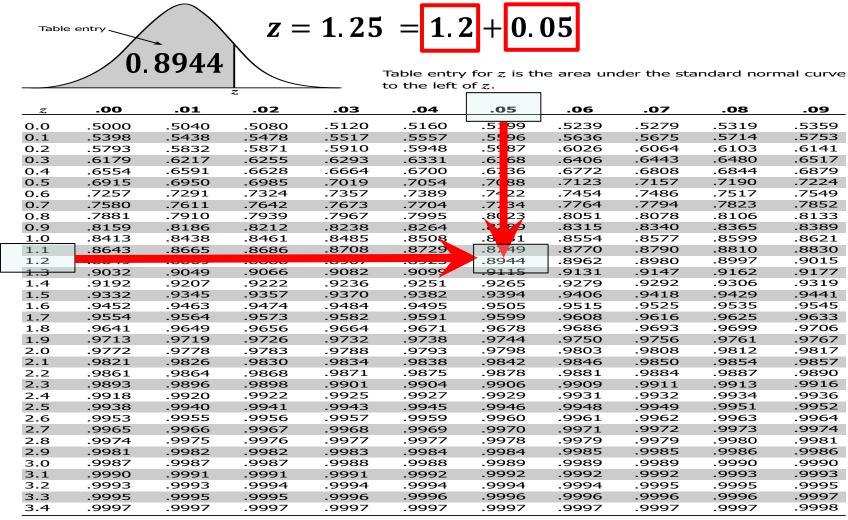


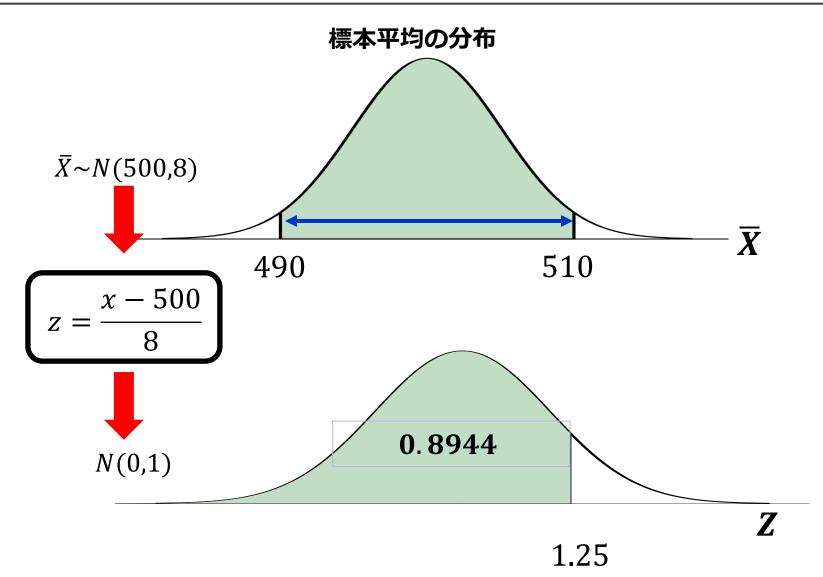


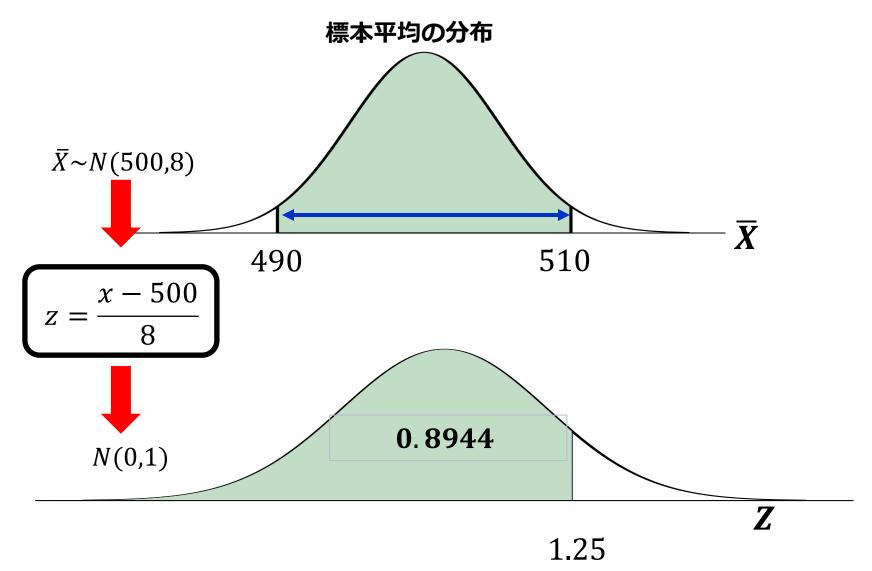
### **Standard Normal Probabilities**

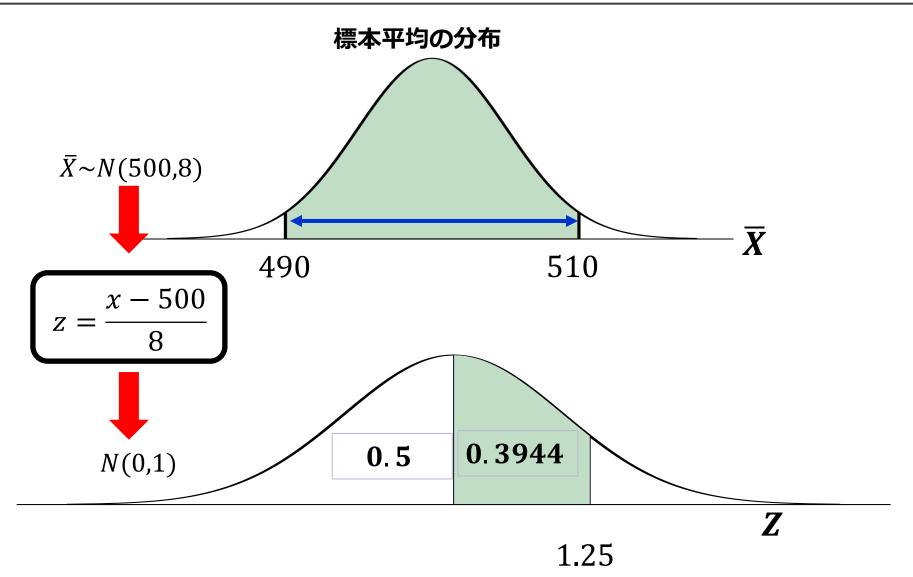


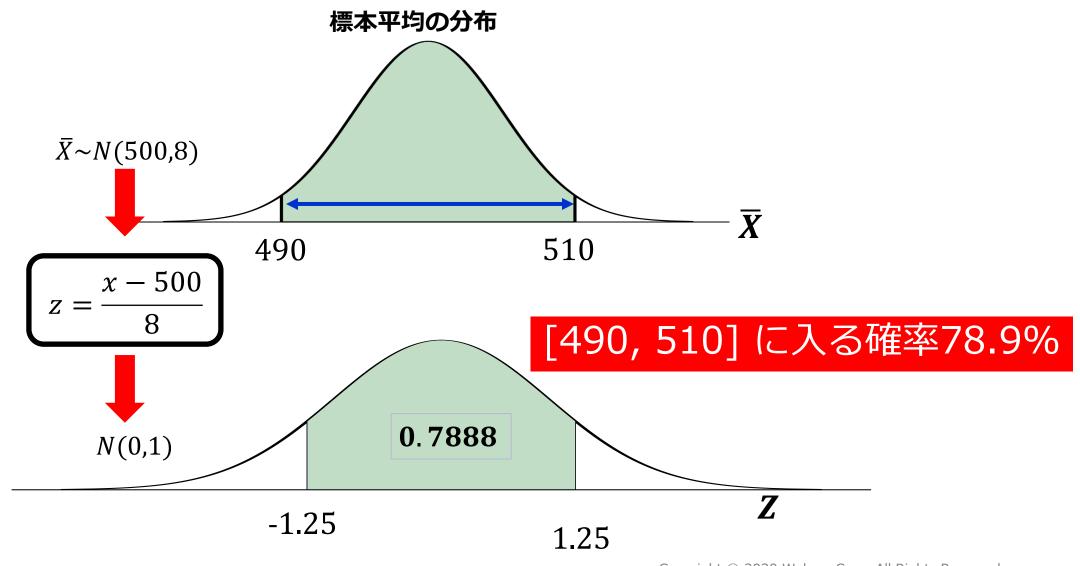
### **Standard Normal Probabilities**

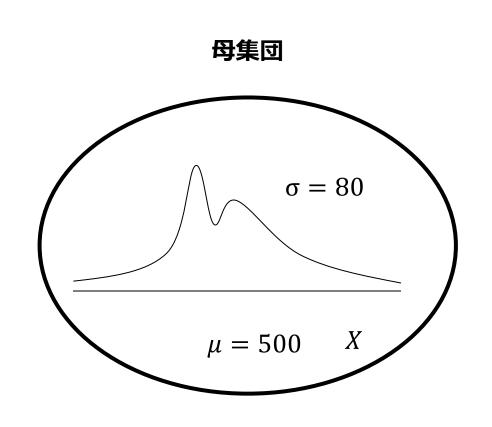


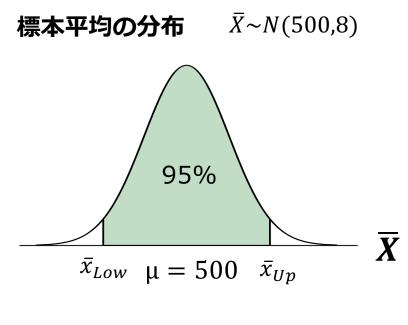


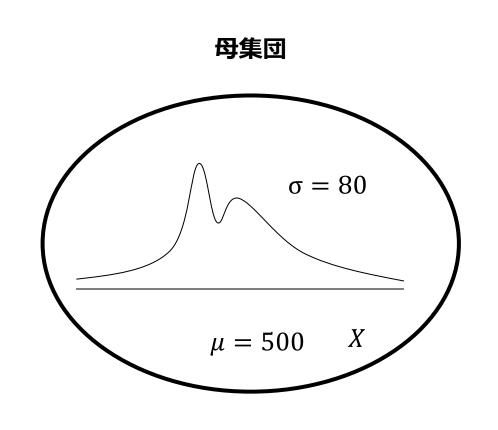


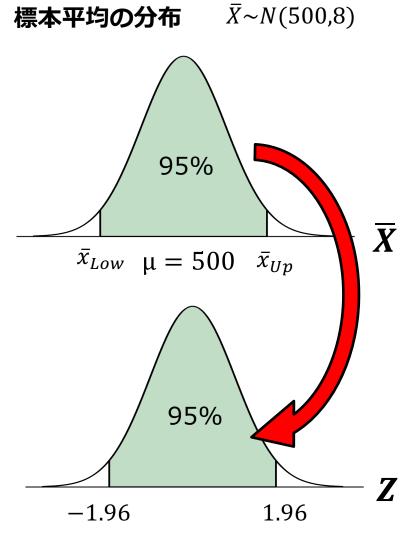






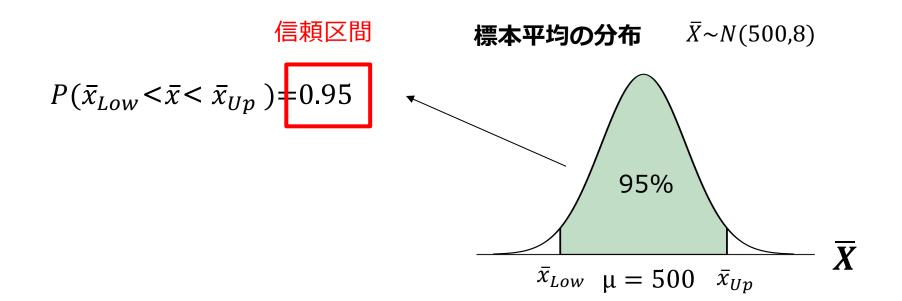


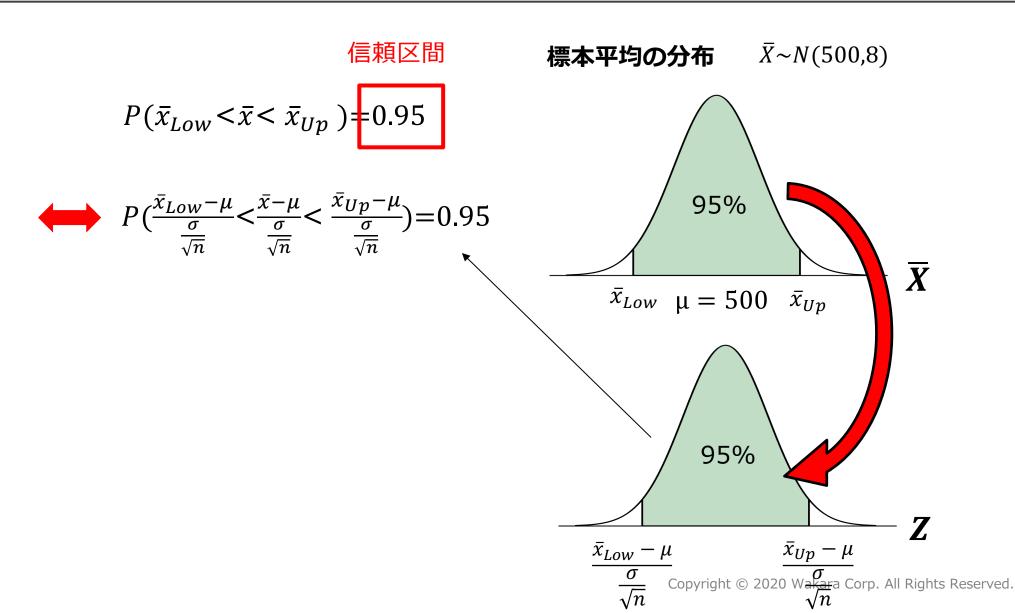




# 標本平均の分布 $\bar{X} \sim N(500,8)$ $P(\bar{x}_{Low} < \bar{x} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$ 95%

 $\bar{x}_{Low}$   $\mu = 500$   $\bar{x}_{Up}$ 



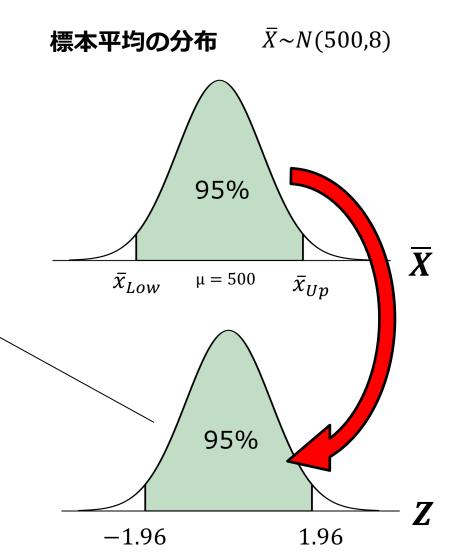


### 信頼区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{x} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$P(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = 0.95$$

$$P(-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96) = 0.95$$



### 信頼区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{x} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$P(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = 0.95$$

$$P(-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96) = 0.95$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

# $\bar{X} \sim N(500,8)$ 標本平均の分布 95% $\overline{X}$ $\bar{x}_{Low}$ $\mu = 500$ $\bar{x}_{Up}$ 95% Z

-1.96

1.96

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} + \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\mu = 500$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{\bar{x} + \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\mu = 500$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - 500}{8} < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} + \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\mu = 500$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - 500}{8} < 1.96$$

$$+ 500 - 1.96 \times 8 < \bar{x} < 500 + 1.96 \times 8$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} + \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\mu = 500$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - 500}{8} < 1.96$$

$$\longrightarrow$$
 500 - 1.96×8 <  $\bar{x}$  < 500 + 1.96×8

$$484.32 < \bar{x} < 515.68$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\bar{x}=505$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\bar{x}=505$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\bar{x}=505$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

$$\leftarrow$$
 505 - 1.96×8 <  $\mu$  < 505 + 1.96×8

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{n}} < 1.96$$

$$\bar{x}=505$$
,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=8$  が分かっている

$$-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

$$\longrightarrow$$
 505 - 1.96×8 <  $\mu$  < 505 + 1.96×8

$$489.32 < \mu < 520.68$$

### 区間推定の考え方

# 5. サンプリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 サンプリング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理