アメリカ式統計学-統計検定２級範囲-

第３回

３．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3ベイズの更新

３．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3ベイズの更新

確率と情報

例「明日の天気を予想する」　　何もわからない場合

確率と情報

例「明日の天気を予想する」

何もわからない場合

主観的な知識

晴れ
33.3%

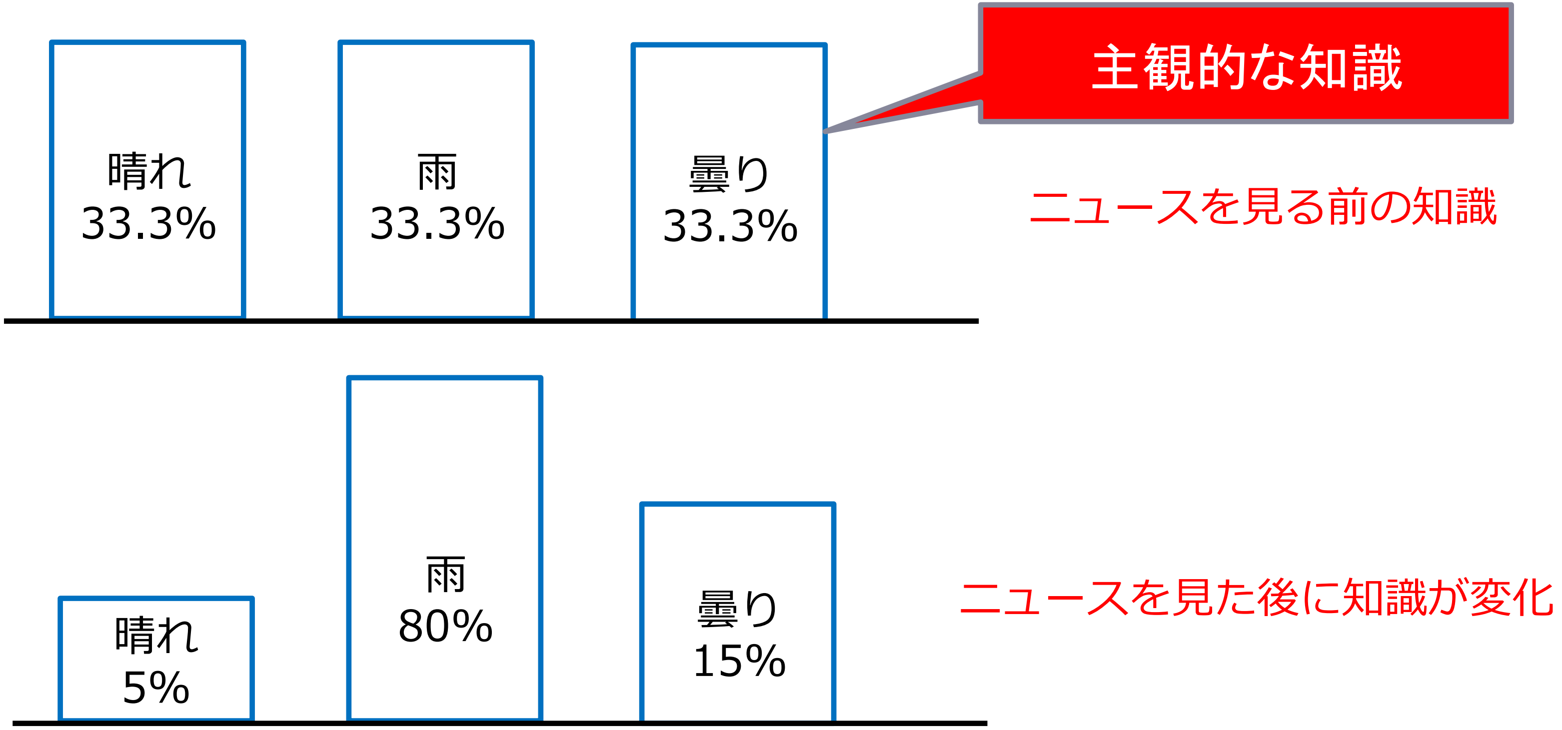
雨
33.3%

曇り
33.3%

ニュースを見る前の知識

確率と情報

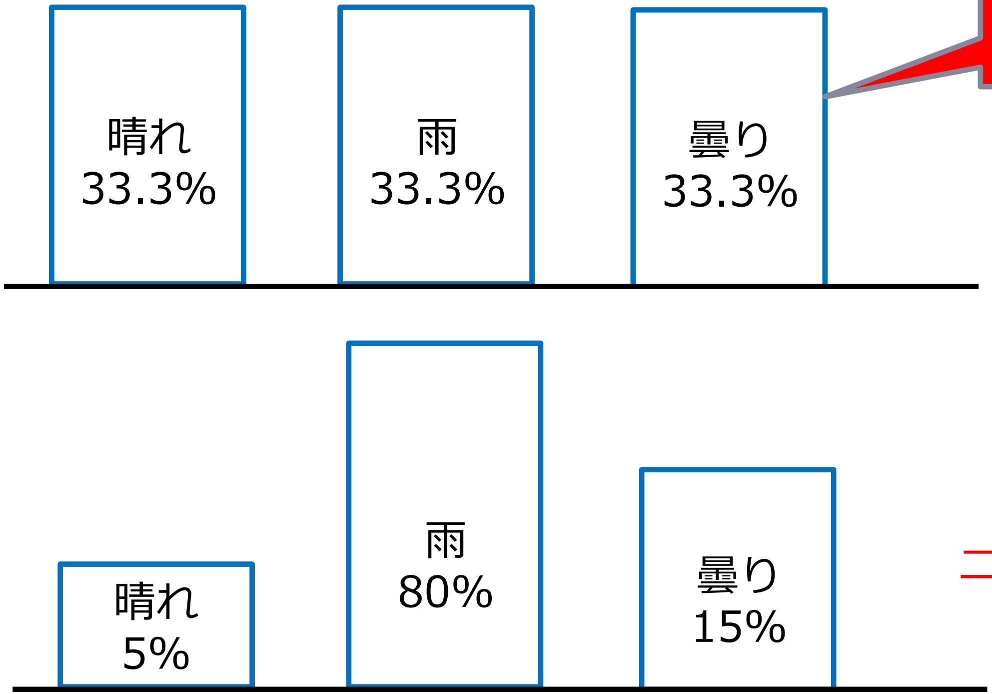
例「明日の天気を予想する」　何もわからない場合



確率と情報

例「明日の天気を予想する」

何もわからない場合



主観的な知識

ニュースを見る前の知識

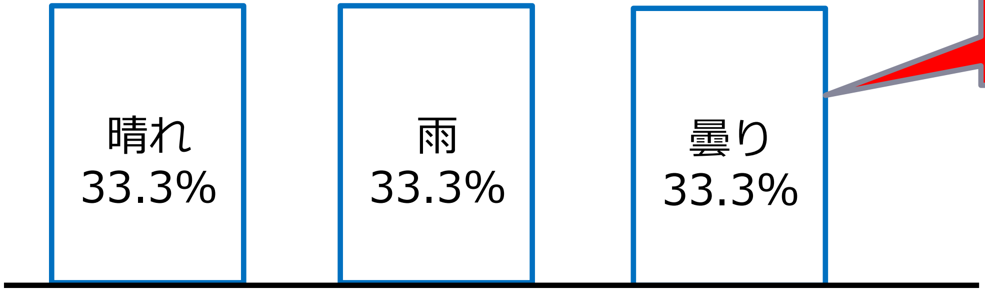
何が変化したのか？

ニュースを見た後に知識が変化

確率と情報

例「明日の天気を予想する」

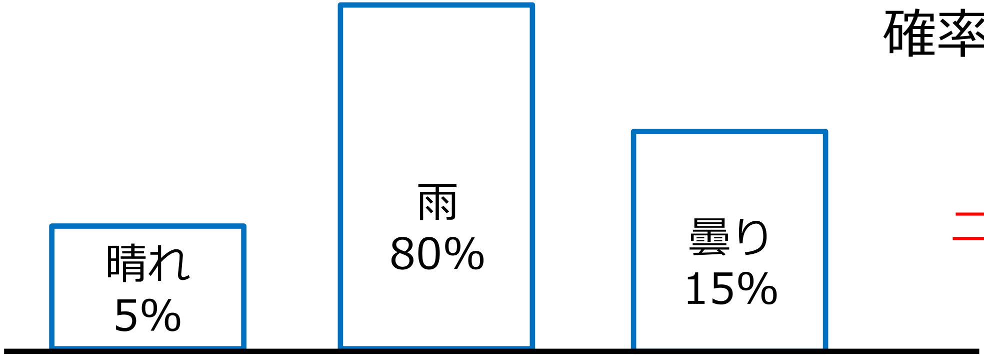
何もわからない場合



主観的な知識

ニュースを見る前の知識

確率分布が変化したと考える



ニュースを見た後に知識が変化

確率と情報

物事を知ったり、知識を得ることにより、確率がどのように変化するかを表現する

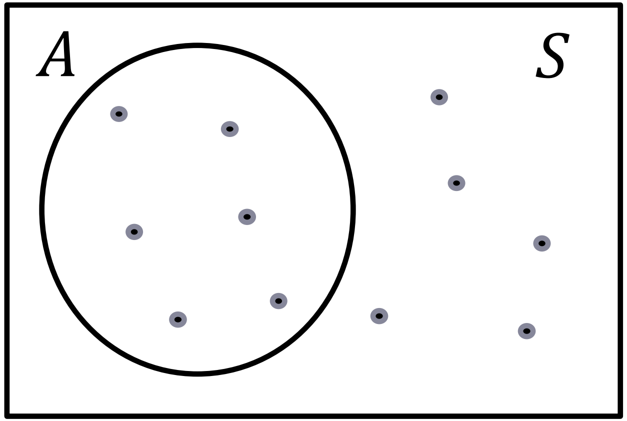
条件付き確率、ベイズの定理

確率

事象Aが起こる確率　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

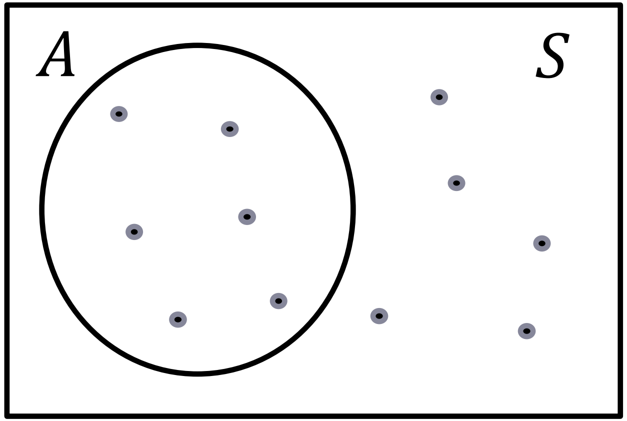
事象Aの要素数

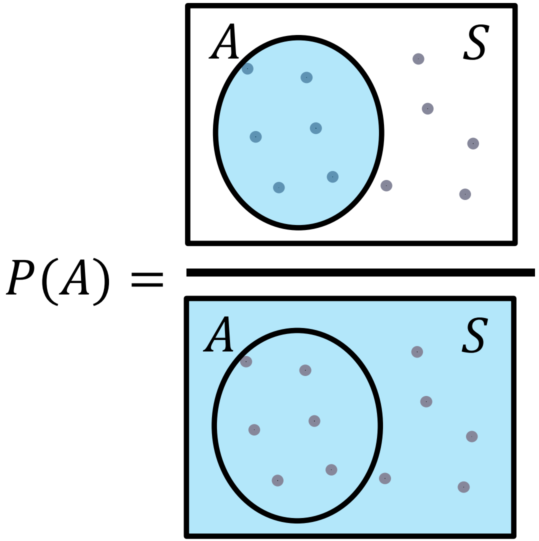
標本空間の要素数



確率

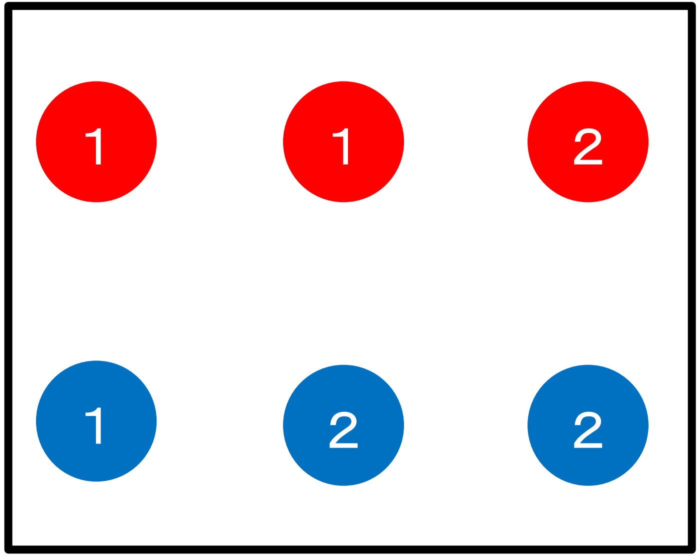
事象Aが起こる確率　$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$





事象Aの起こる確率

事象Aが起こる確率　　$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

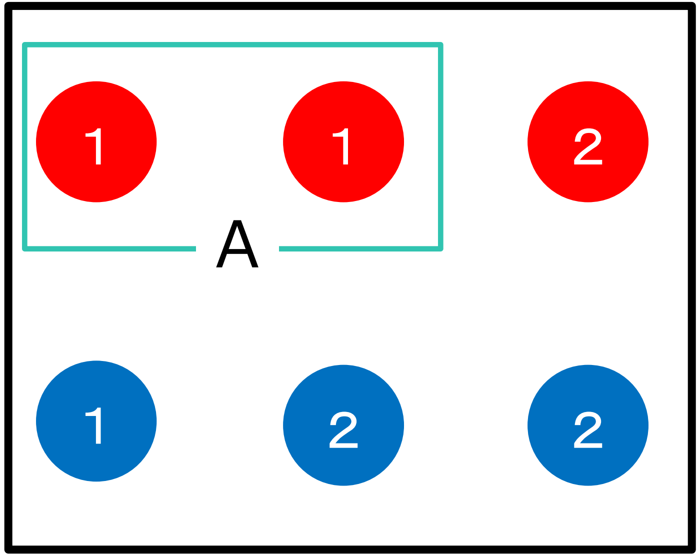


問題

1　が取り出される確率は？

事象Aの起こる確率

事象Aが起こる確率　$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

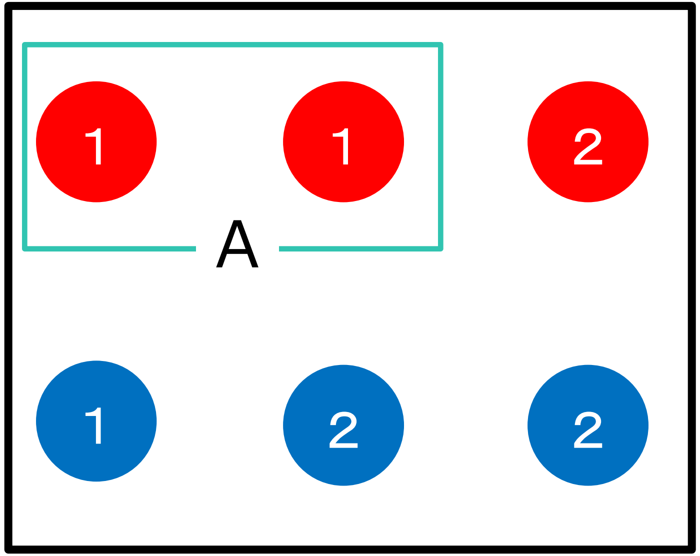


問題

1 が取り出される確率は？

事象Aの起こる確率

事象Aが起こる確率　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$



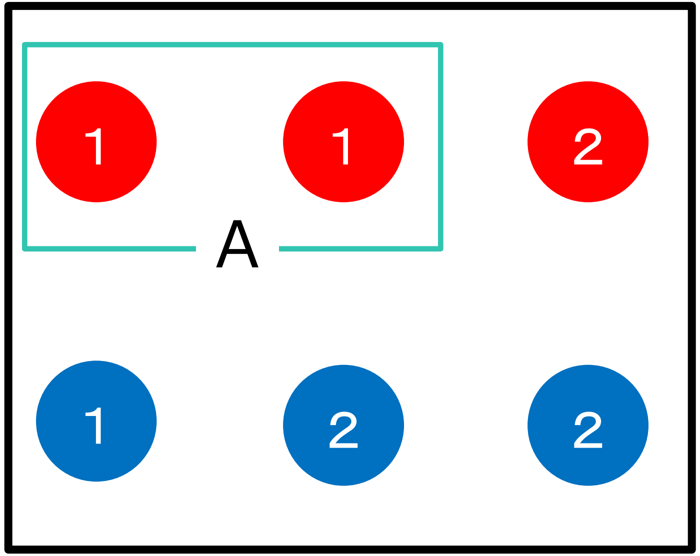
問題

1 が取り出される確率は？

$$n(A) = 2$$

事象Aの起こる確率

事象Aが起こる確率　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$



問題

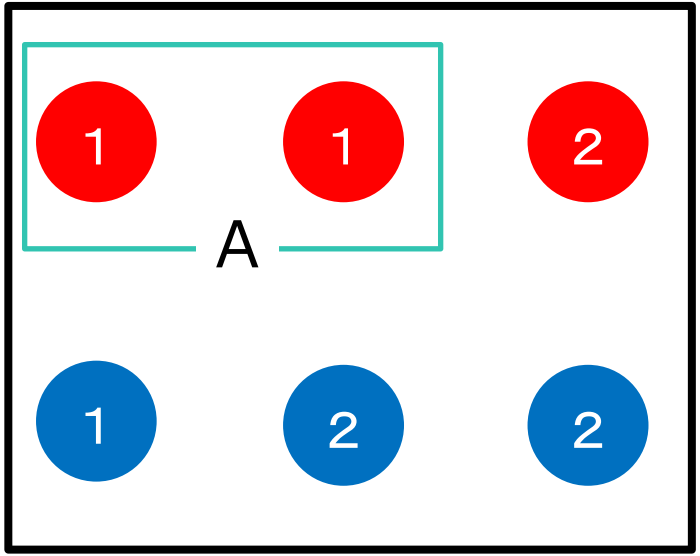
1 が取り出される確率は？

$n(A) = 2$

$n(S) = 6$

事象Aの起こる確率

事象Aが起こる確率　　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$



問題

1 が取り出される確率は？

$$P(A) = \frac{2}{6}$$

条件付き確率

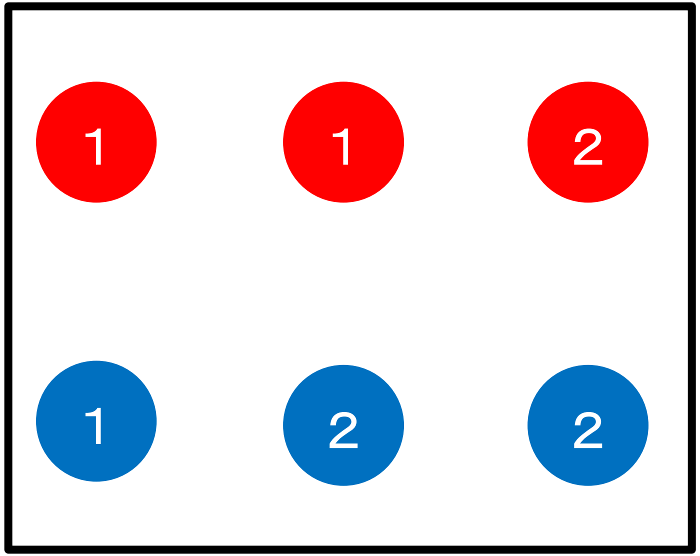
事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



問題

赤玉が取り出されたという条件の下で、この赤玉が「1」である確率は？

条件付き確率

条件付き確率

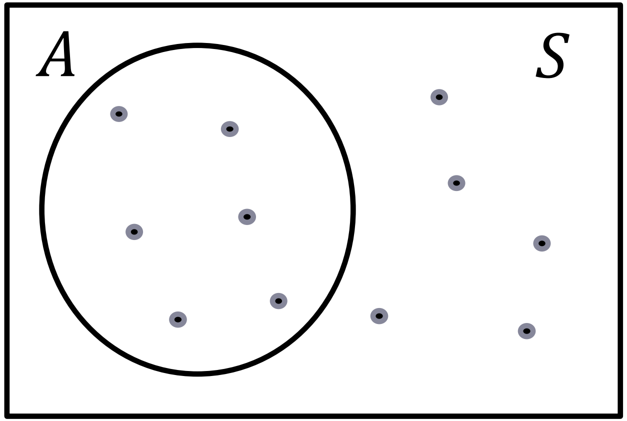
事象 B が起こる条件の下で、事象 A が発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ベン図を利用して視覚する

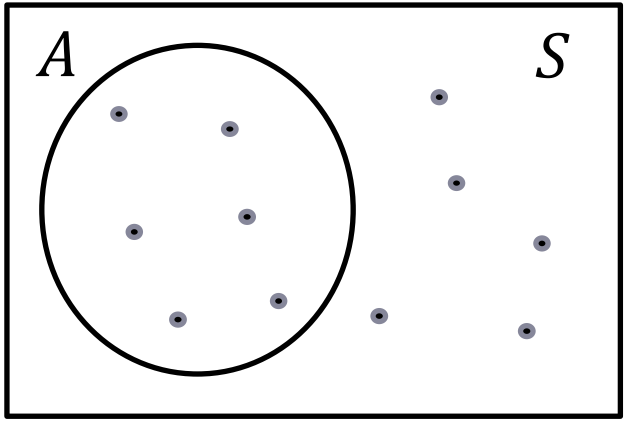
条件付き確率

事象Aが起こる確率　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

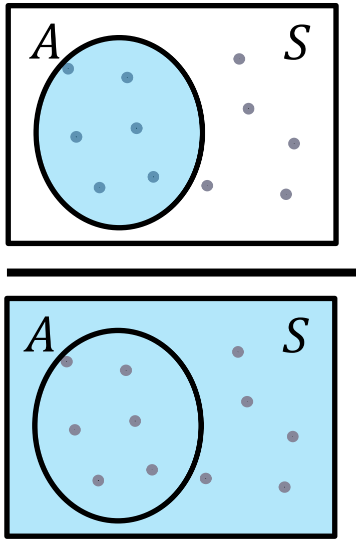


条件付き確率

事象Aが起こる確率　$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$



$P(A)=$

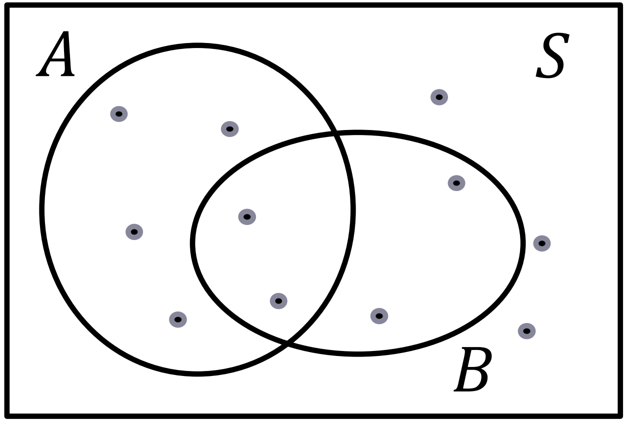


条件付き確率

事象$A\cap B$が同時に起こる確率　$P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}$

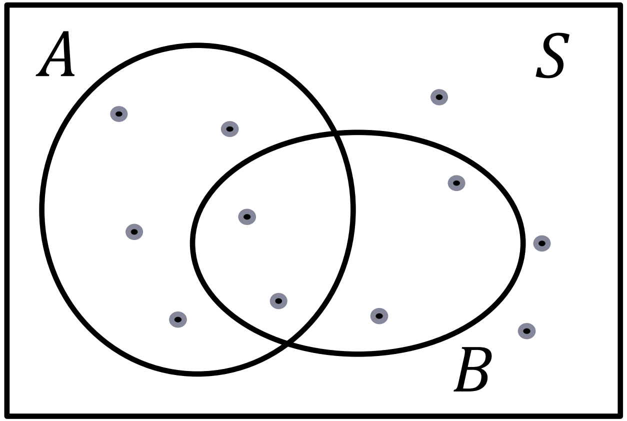
確率

事象$A \cap B$が同時に起こる確率　$P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)}$

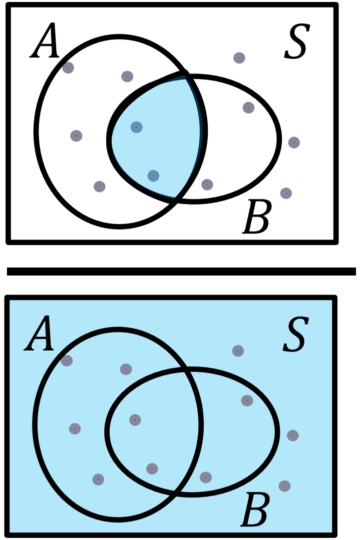


確率

事象$A \cap B$が同時に起こる確率　$P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)}$



$P(A) =$



条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{n(B)}{n(S)}$$

条件付き確率

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$$P(A|B) = \frac{\dfrac{n(A \cap B)}{\cancel{n(S)}}}{\dfrac{n(B)}{\cancel{n(S)}}}$$

条件付き確率

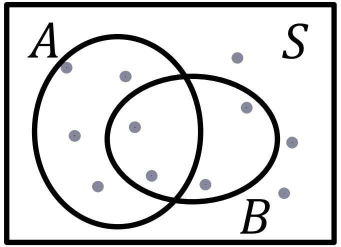
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

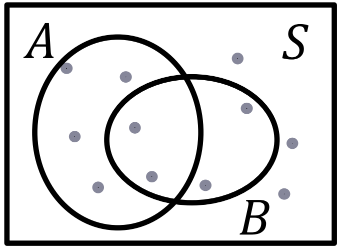
$$P(A|B) = \frac{\dfrac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\dfrac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\dfrac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\dfrac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} =$$

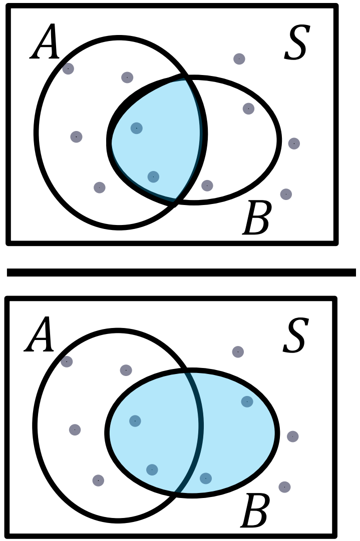




条件付き確率

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$$P(A|B) = \frac{\dfrac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\dfrac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} =$$

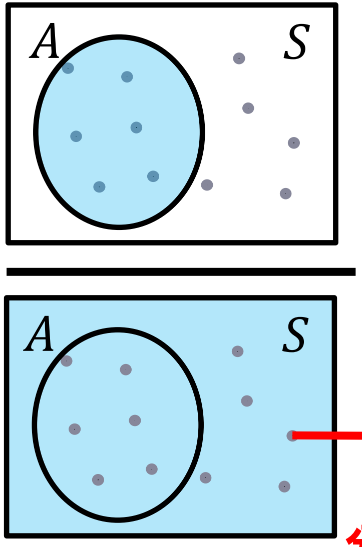


条件付き確率

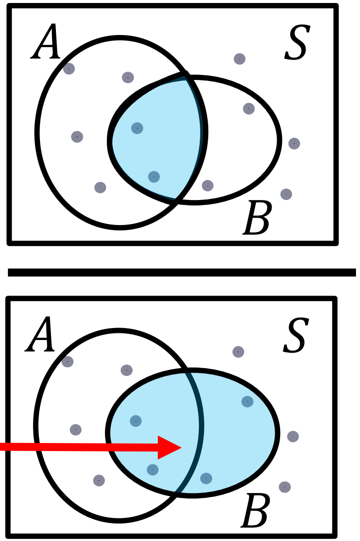
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$P(A)=$



$P(A|B)=$



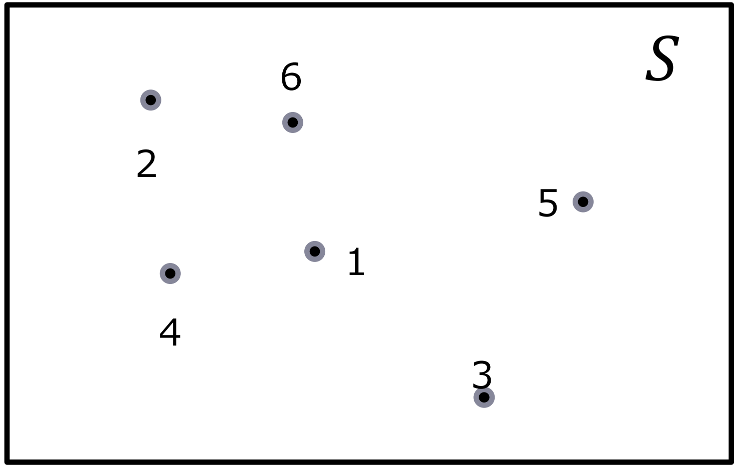
分からない度合いが縮小

問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？

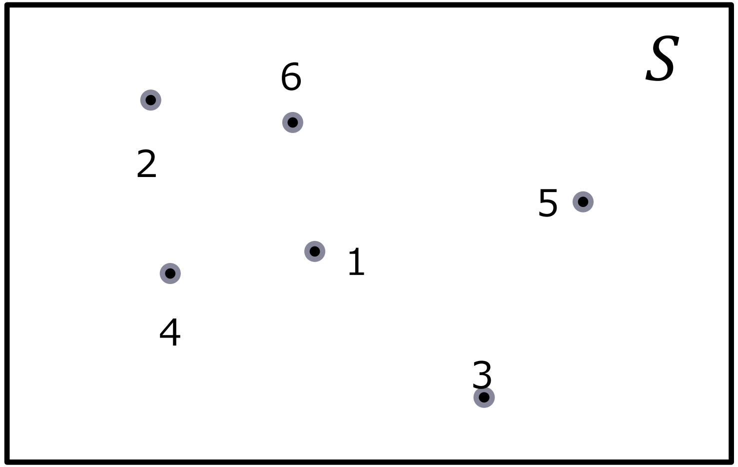
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？



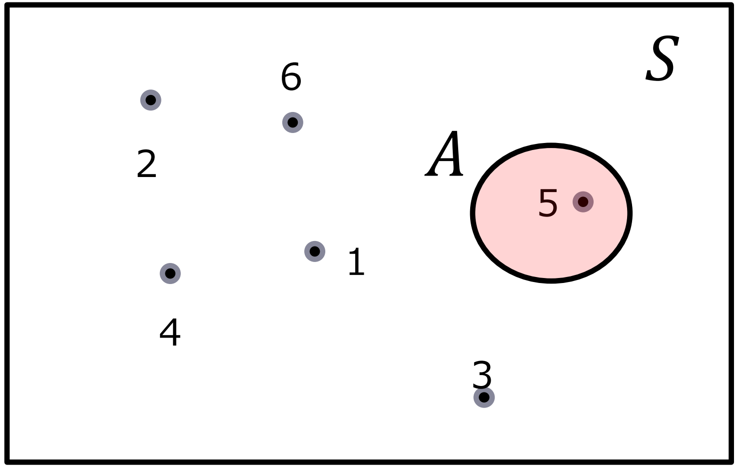
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？



問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？

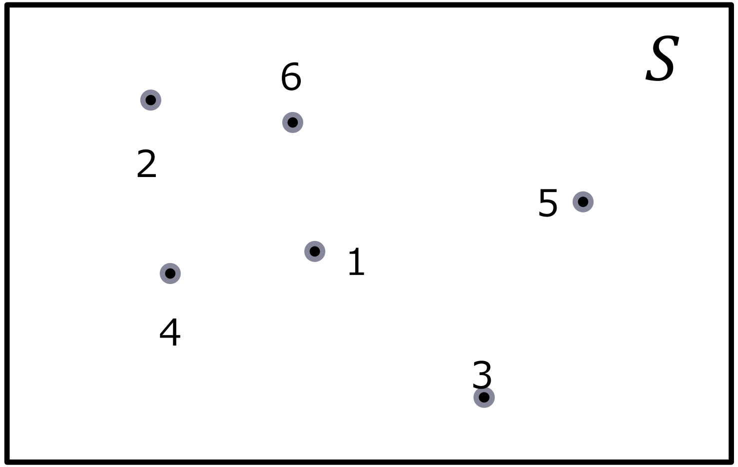


$$A = \{5\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

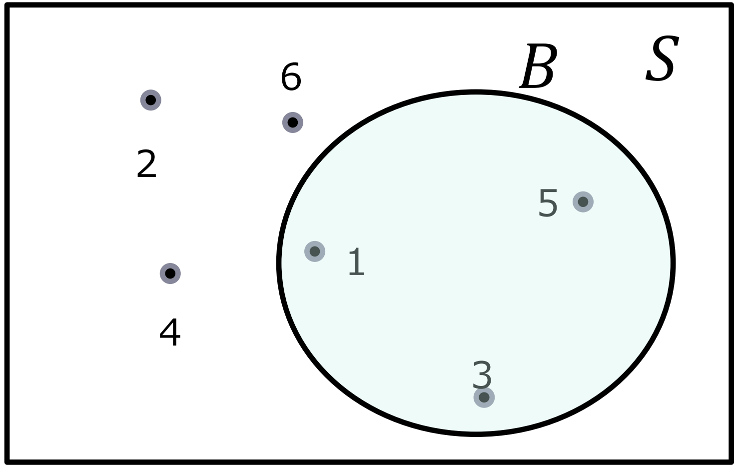
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



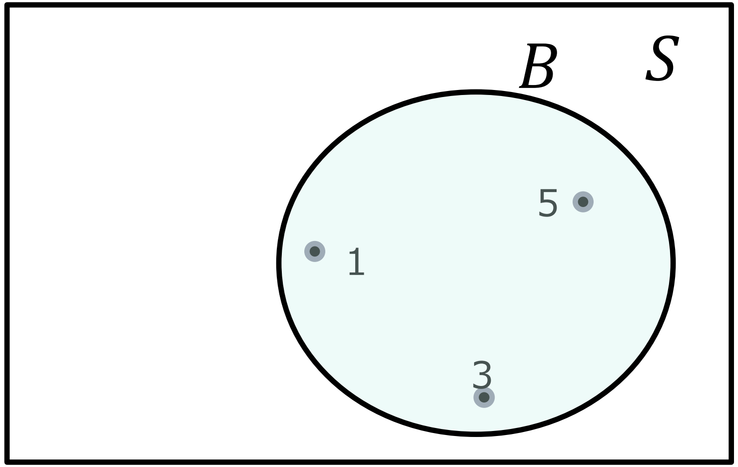
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



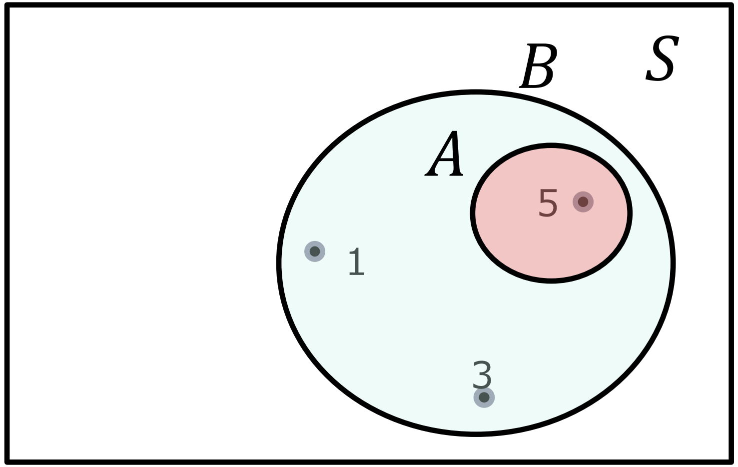
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



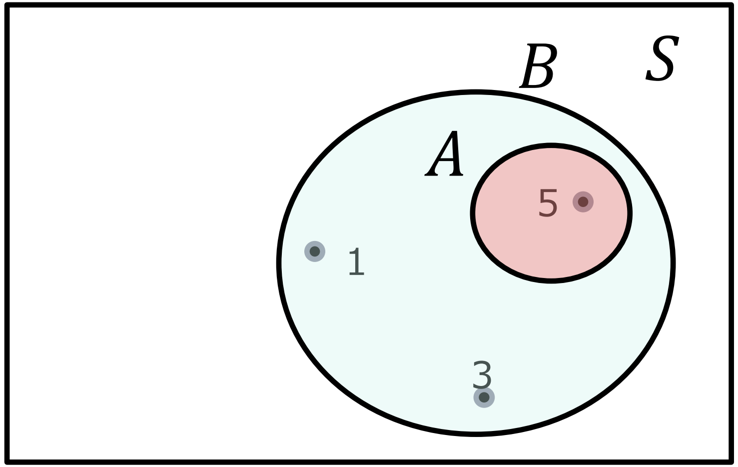
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



$A=\{5\}$

$B=\{奇数\}=\{1,3,5\}$

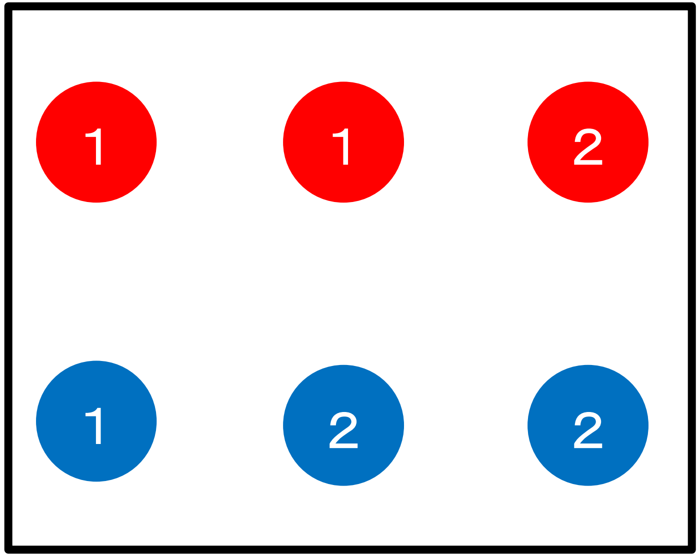
$A\cap B=\{5\}$

$$P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{1}{3}$$

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



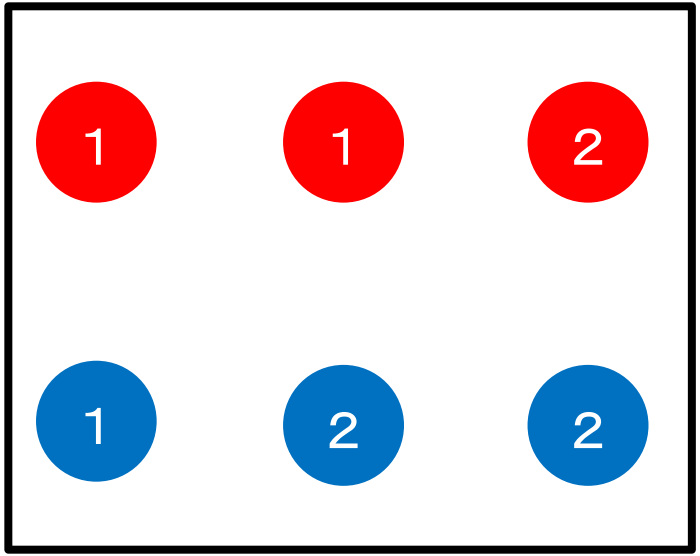
問題

赤玉が取り出されたという条件の下で、この赤玉が「1」である確率は？

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



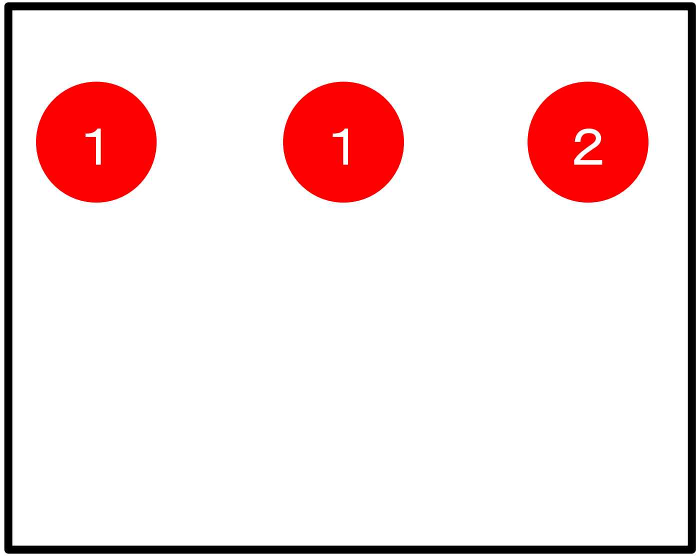
問題

赤玉が取り出されたという条件の下で、この赤玉が「1」である確率は？

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$



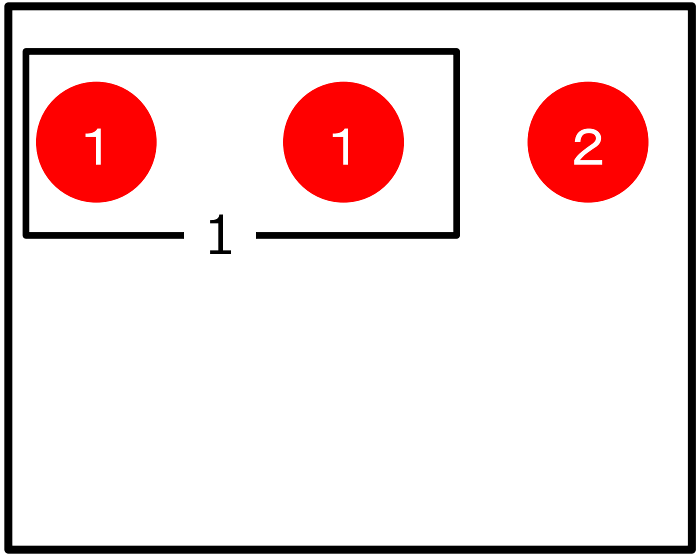
問題

赤玉が取り出されたという条件の下で、この赤玉が「1」である確率は？

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



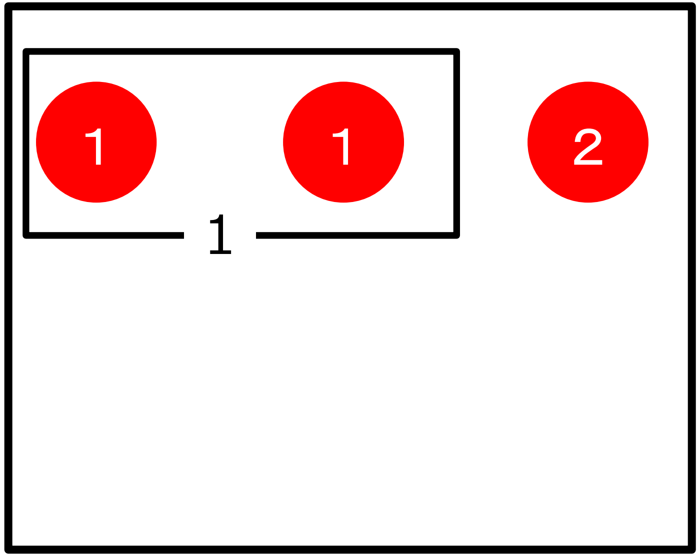
問題

赤玉が取り出されたという条件の下で、この赤玉が「1」である確率は？

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$\boxed{P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}}$$

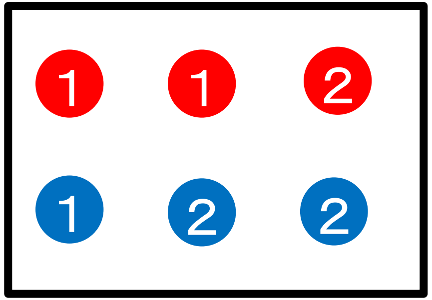


問題

赤玉が取り出されたという条件の下で、この赤玉が「1」である確率は？

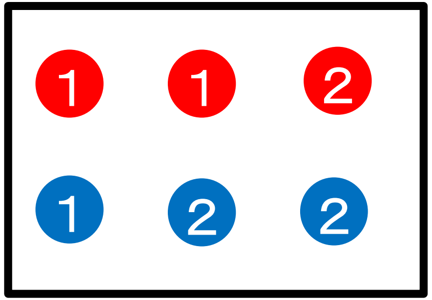
$$P(1|赤)=\frac{2}{3}$$

周辺分布



	1	2
赤		
青		

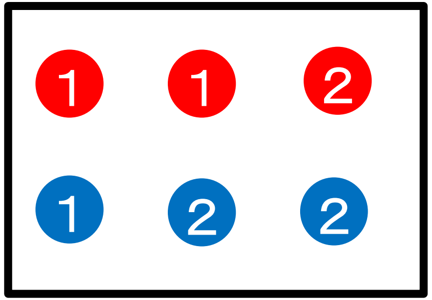
周辺分布

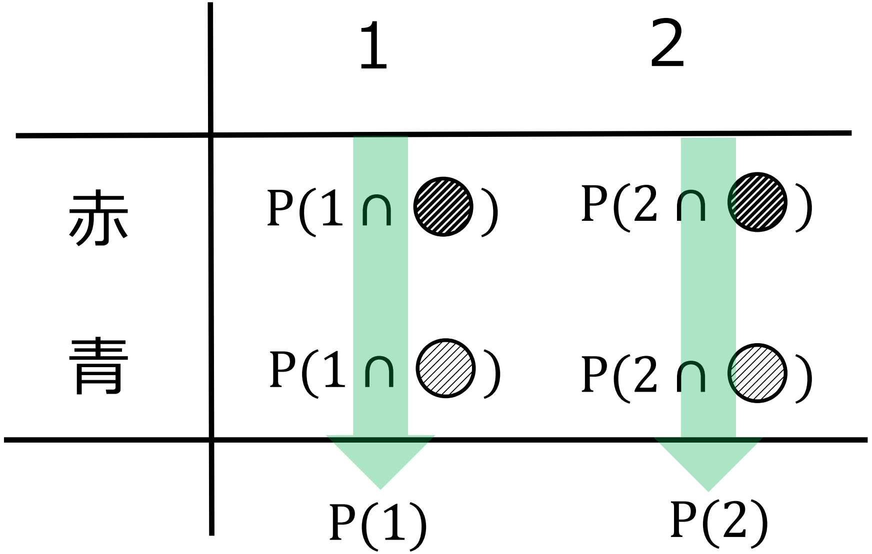


	1	2
赤	$P(1 \cap$ $)$	$P(2 \cap$ $)$
青	$P(1 \cap$ $)$	$P(2 \cap$ $)$

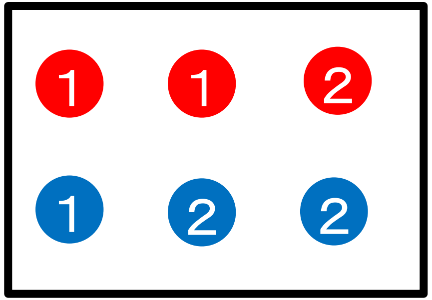
色について分からないとき

周辺分布





周辺分布

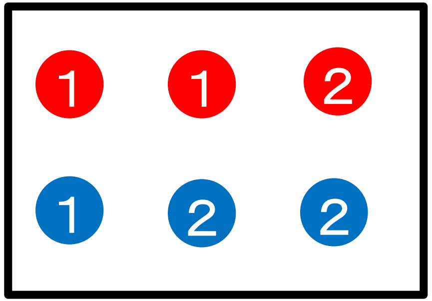


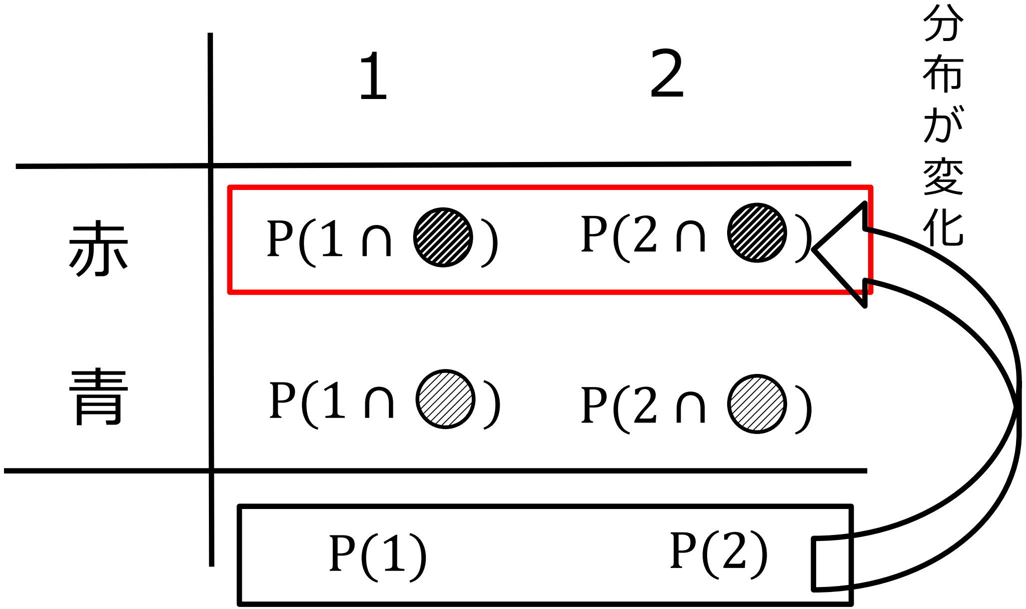
	1	2
赤	P(1∩●)	P(2∩●)
青	P(1∩○)	P(2∩○)
	$\boxed{P(1)}$	$\boxed{P(2)}$

▼ 周辺分布：色について何も知らない時の分布

赤玉が出たという情報を得た時に。。。

周辺分布





▼ 周辺分布：色について何も知らない時の分布

赤玉が出たという情報を得た時に。。。

条件付き確率

事象Bが起こるという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ

袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ

袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

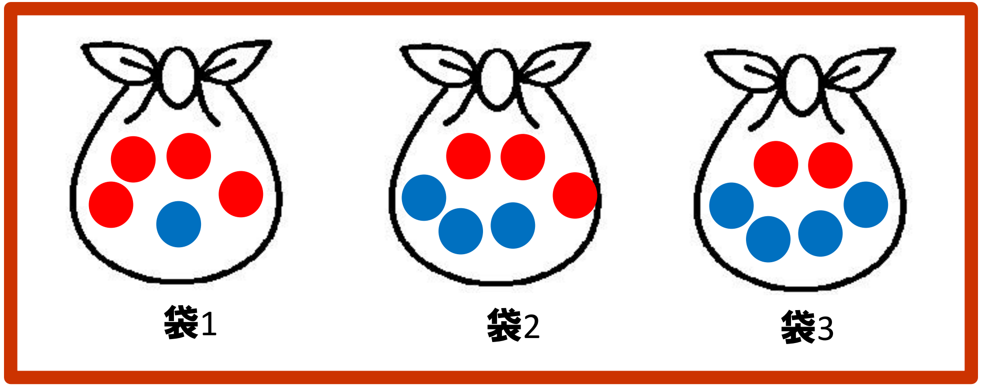
箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ

袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ

袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

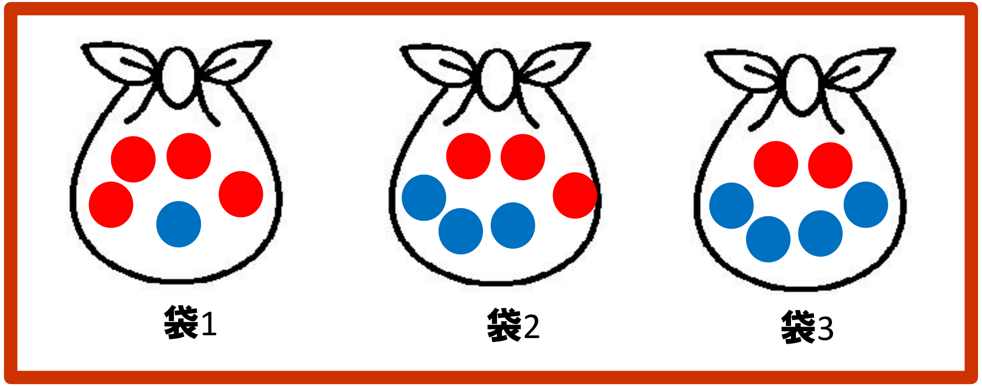


条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？



条件付き確率 $P(A\cap B)=P(A|B)\,P(B)$

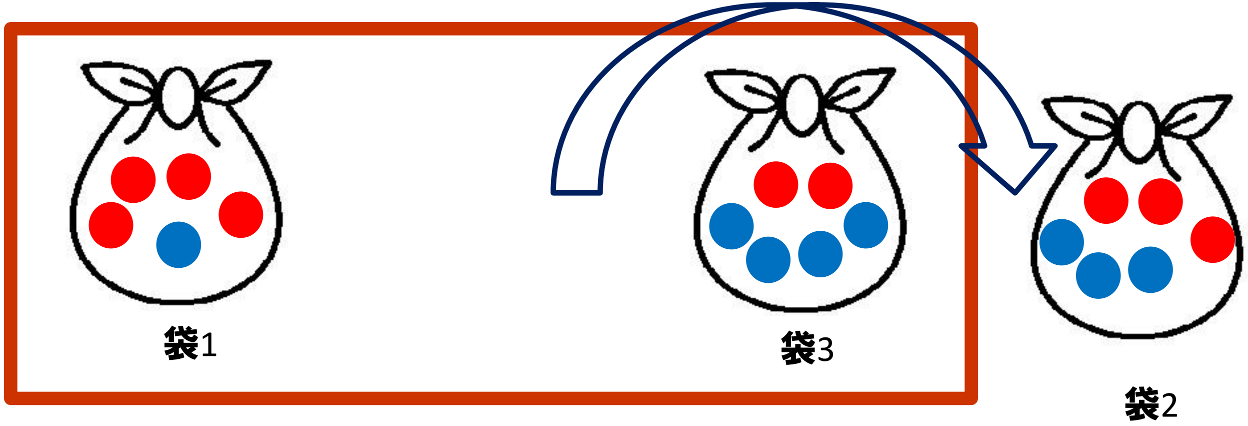
箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ

袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ

袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？



条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

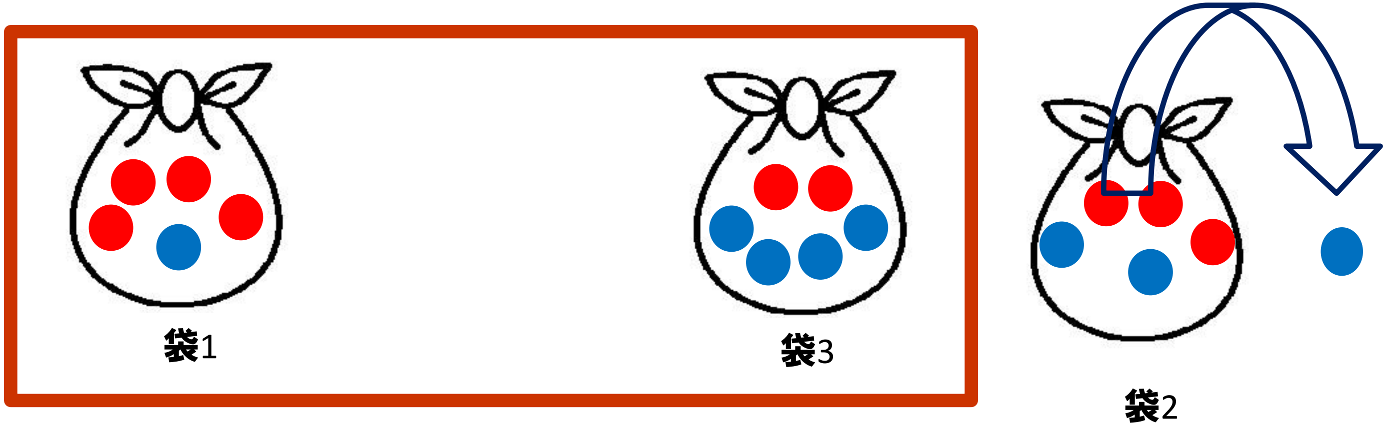
箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ

袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ

袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？



条件付き確率

$$P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

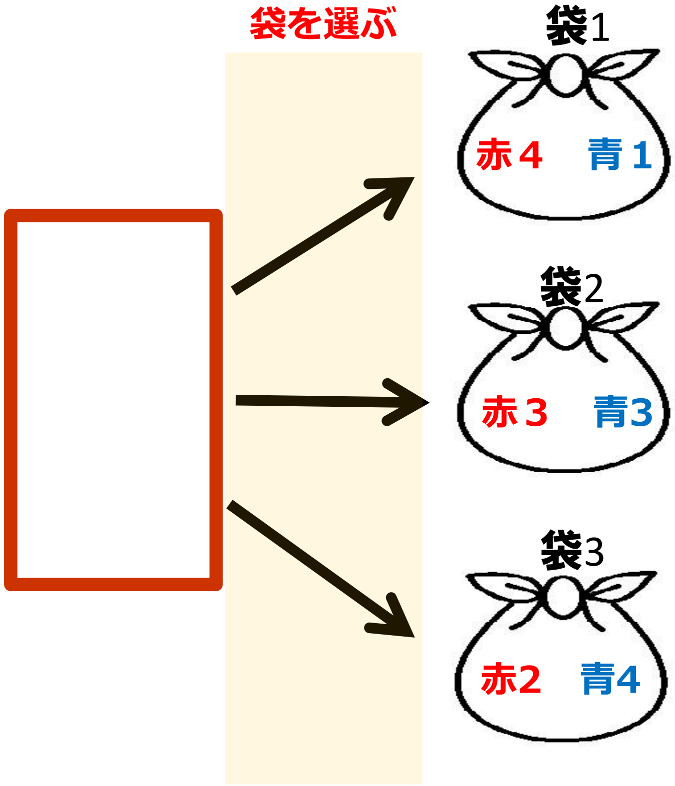
A = 青玉
B = 袋2

$$P(青 \cap 袋2) = P(青|袋2)P(袋2)$$

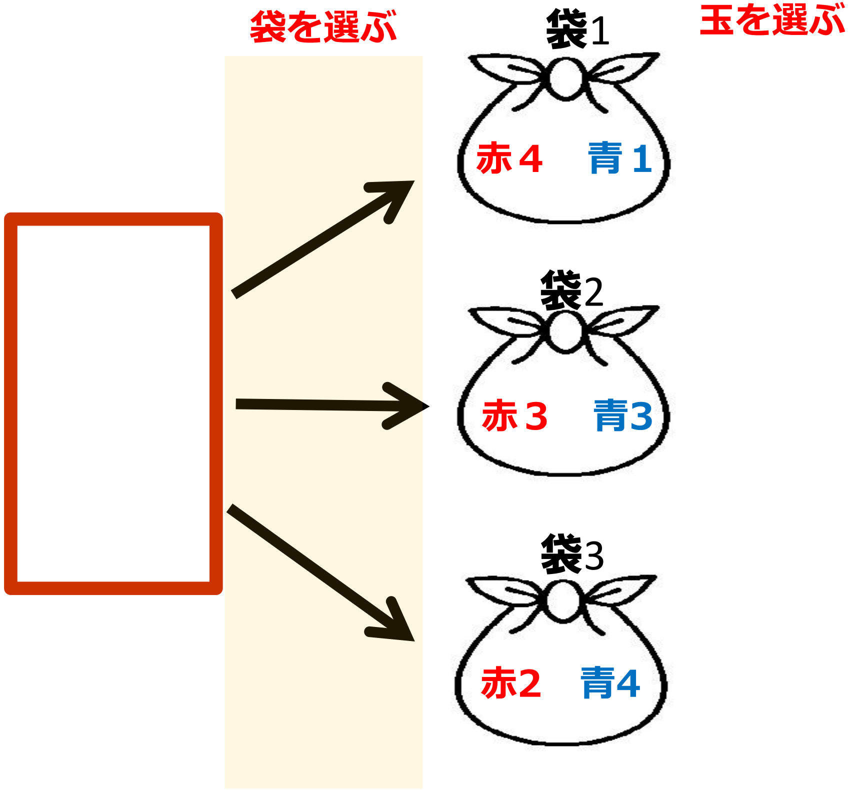
樹形図を使った可視化

袋を選ぶ

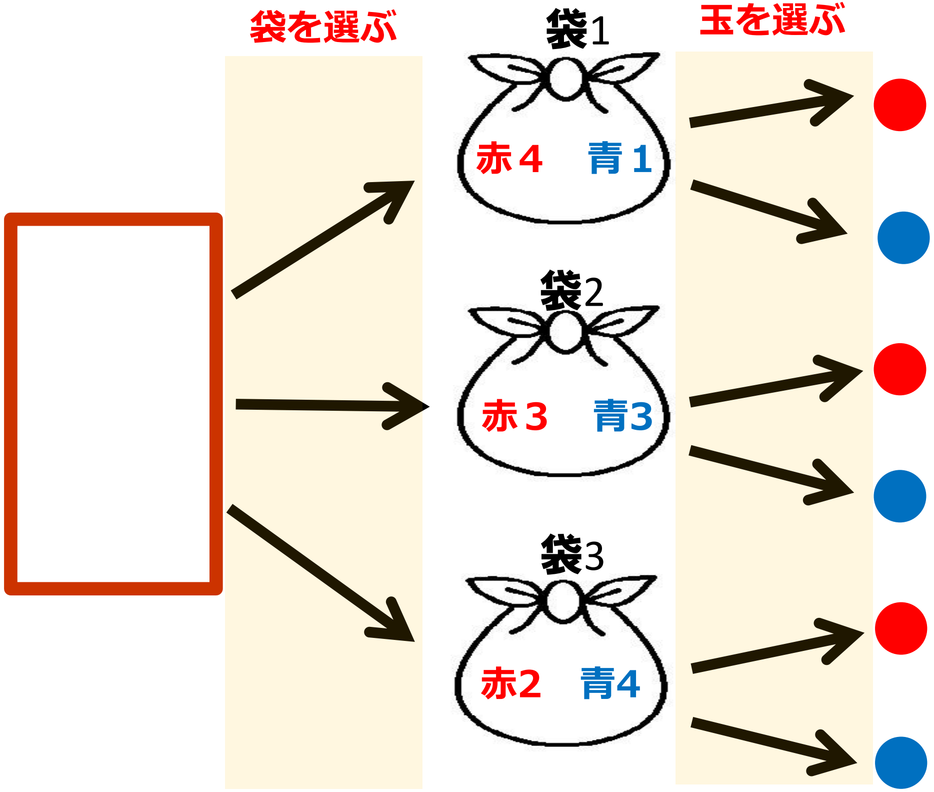
樹形図を使った可視化



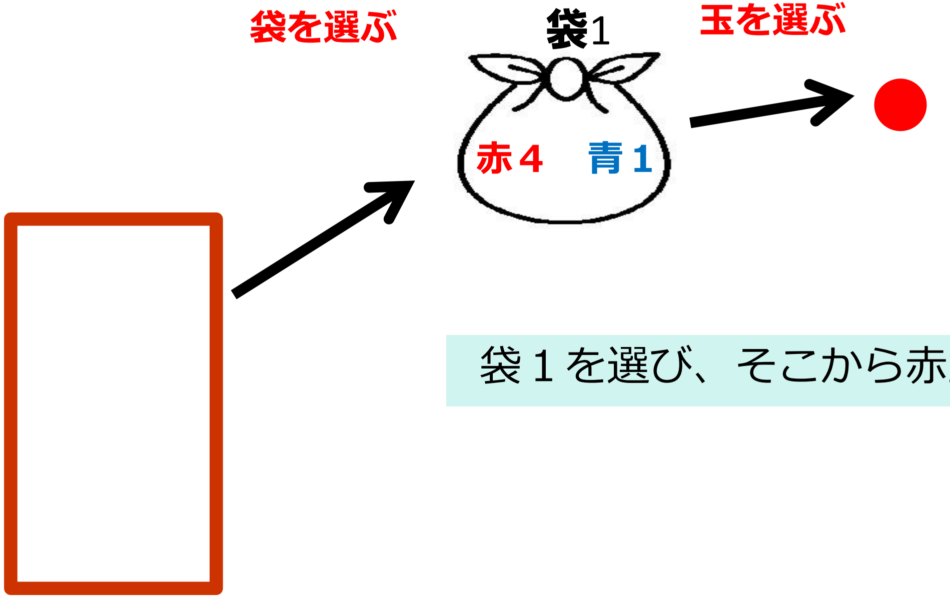
樹形図を使った可視化



樹形図を使った可視化

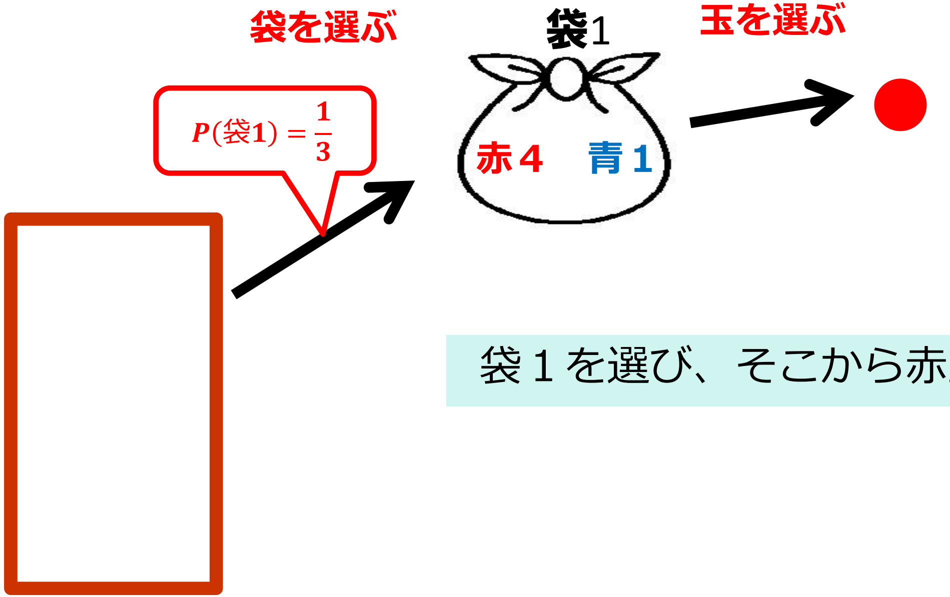


樹形図を使った可視化



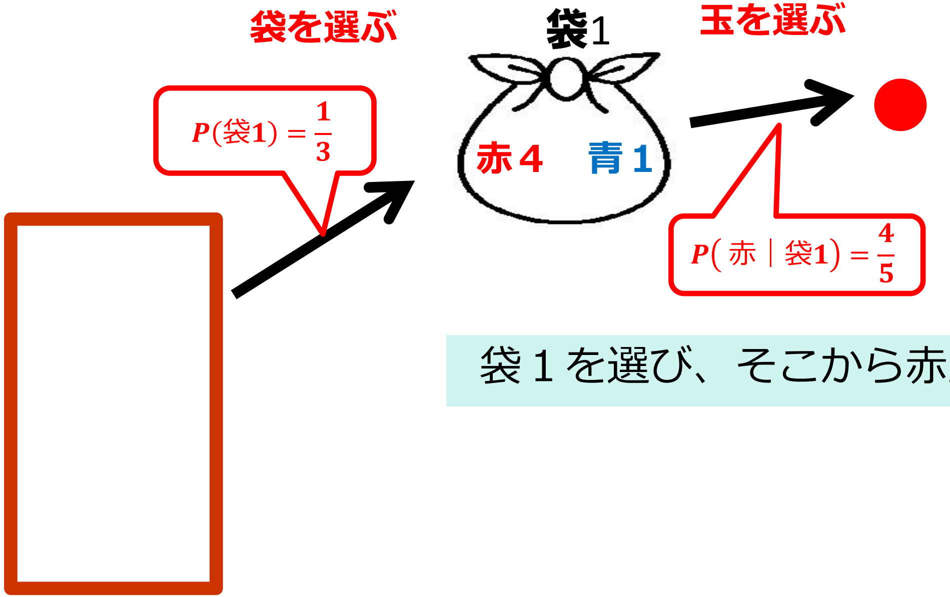
袋１を選び、そこから赤玉を取り出す確率は？

樹形図を使った可視化



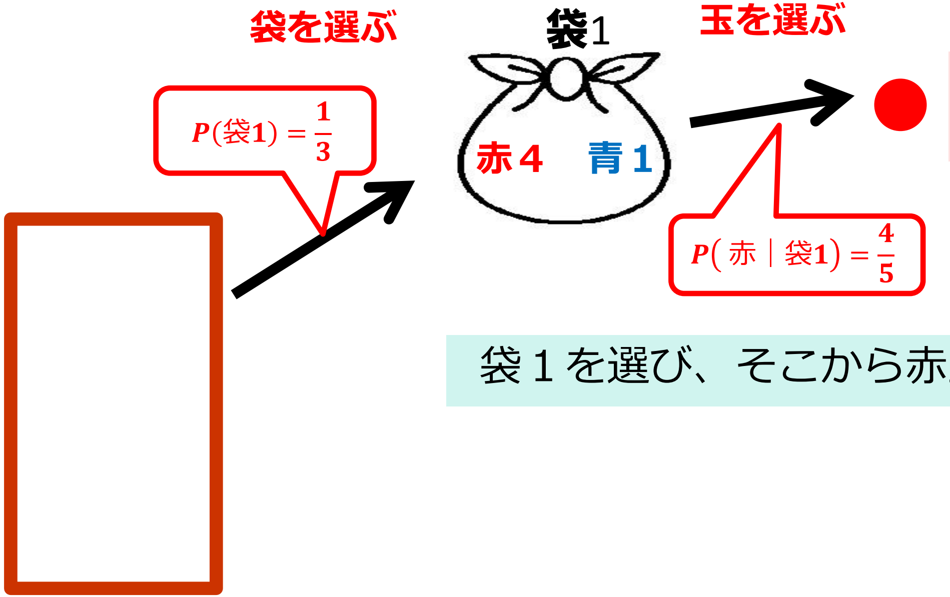
袋１を選び、そこから赤玉を取り出す確率は？

樹形図を使った可視化



袋１を選び、そこから赤玉を取り出す確率は？

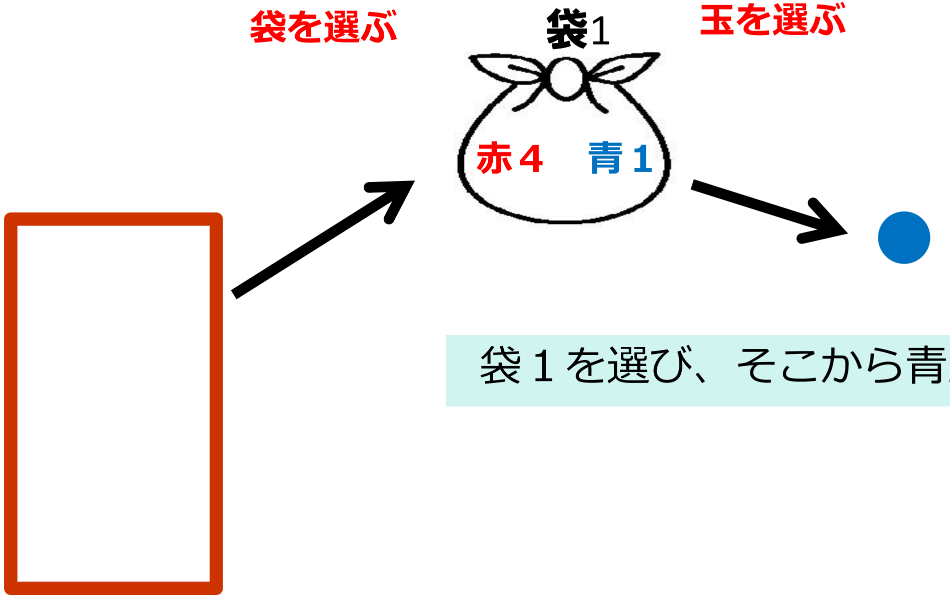
樹形図を使った可視化



$P(赤\cap袋1)=P(赤\mid袋1)P(袋1)=\frac{4}{15}$

袋１を選び、そこから赤玉を取り出す確率は？

樹形図を使った可視化



袋１を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

樹形図を使った可視化

袋を選ぶ

$P(\text{袋}1)=\frac{1}{3}$

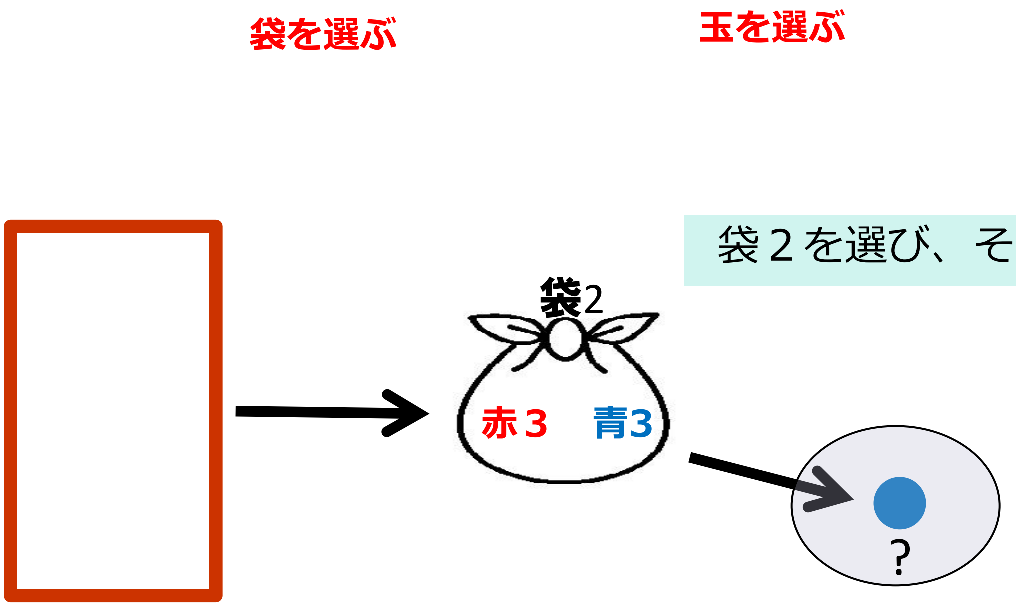
袋1

玉を選ぶ

$P(\text{青}\mid\text{袋}1)=\frac{1}{5}$

$P(\text{青}\cap\text{袋}1)=P(\text{青}\mid\text{袋}1)P(\text{袋}1)=\frac{1}{15}$

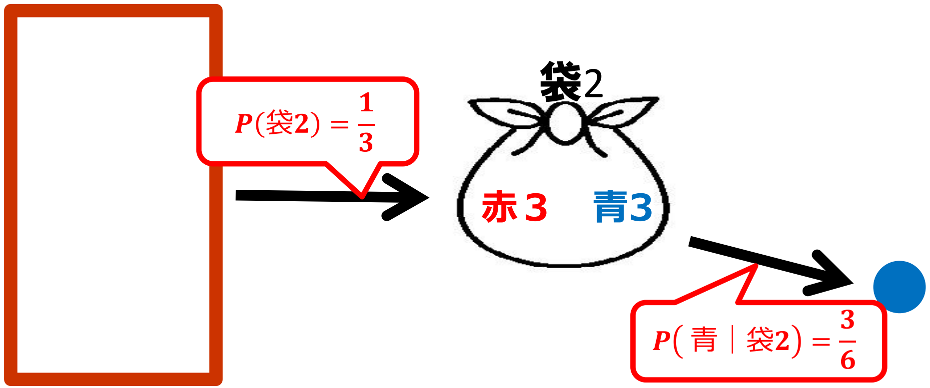
樹形図を使った可視化



袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

樹形図を使った可視化

袋を選ぶ　　　玉を選ぶ



$$P(青\cap 袋2)=P(青\mid 袋2)P(袋2)=\frac{1}{6}$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(1) 反対と答える人の確率は？
(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？
(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？
(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(1) 反対と答える人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7
合計		51	

(1) 反対と答える人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7
合計		51	

(1) 反対と答える人の確率は？

$$P(\text{反対}) = \frac{51}{100}$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも	合計
自民党	12	20	12	
民主党	8	25	5	38
共産党	5	6	7	

(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも	合計
自民党	12	20	12	
民主党	8	25	5	38
共産党	5	6	7	

(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？

$$P(\text{反対}|\text{民主党})=\frac{25}{38}$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7
合計		51	

(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7
合計		51	

(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？

$$P(\text{民主党}|\text{反対})=\frac{25}{51}$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

$$P(\text{民主党} \cap \text{反対}) = \frac{25}{100}$$

３．ベイズ確率

今日のコンテンツ

３．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3ベイズの更新

ベイズの定理

条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Leftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(B)\,P(A|B)$$

$$\Leftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(A)\,P(B|A)$$

同じこと

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B \cap A)}$$

$$\Leftrightarrow \quad P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

ベイズの定理

条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Leftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(B)\,P(A|B)$$

$$\Leftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(A)\,P(B|A)$$

同じこと

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B \cap A)}$$

$$\Leftrightarrow \quad P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{P(\mathrm{B}|\mathrm{A}) = \frac{P(\mathrm{B})P(\mathrm{A}|\mathrm{B})}{P(\mathrm{A})}}$$

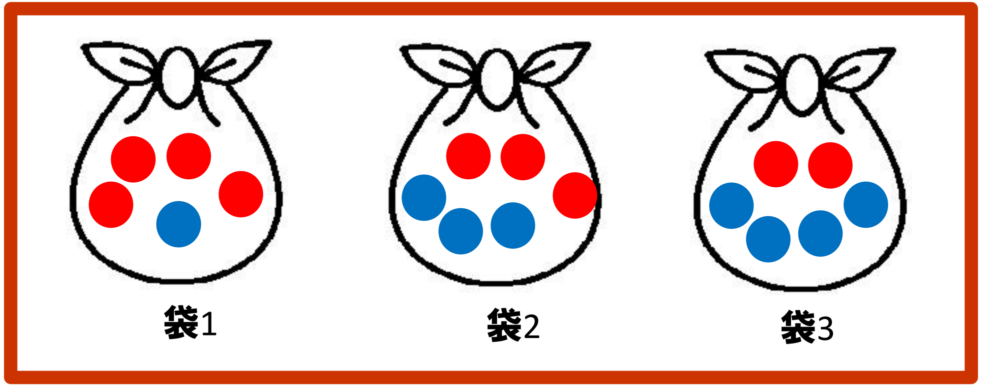
ベイズの定理

ベイズの定理

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

いずれかの袋から玉を1つ取り出したところ、青玉だった。このとき選んだ袋が袋2である確率は？

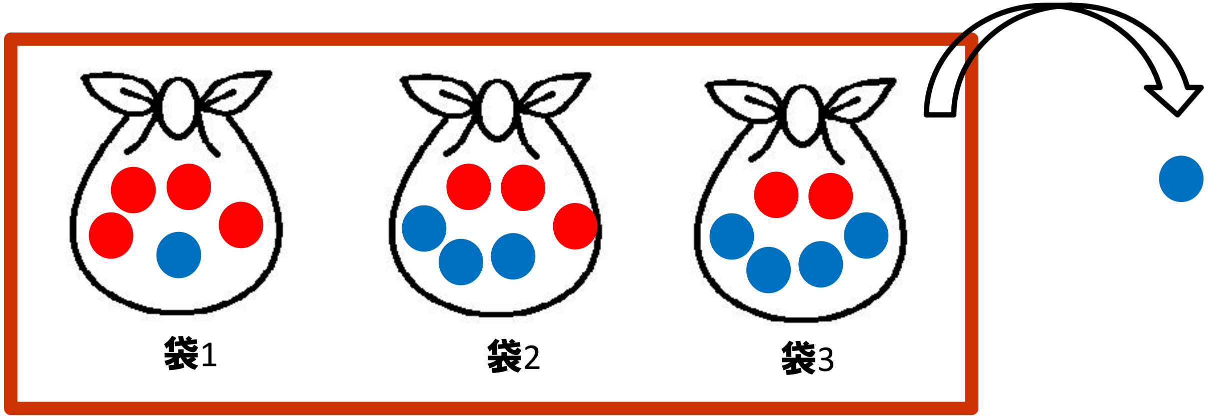


ベイズの定理

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

いずれかの袋から玉を1つ取り出したところ、青玉だった。このとき選んだ袋が袋2である確率は？

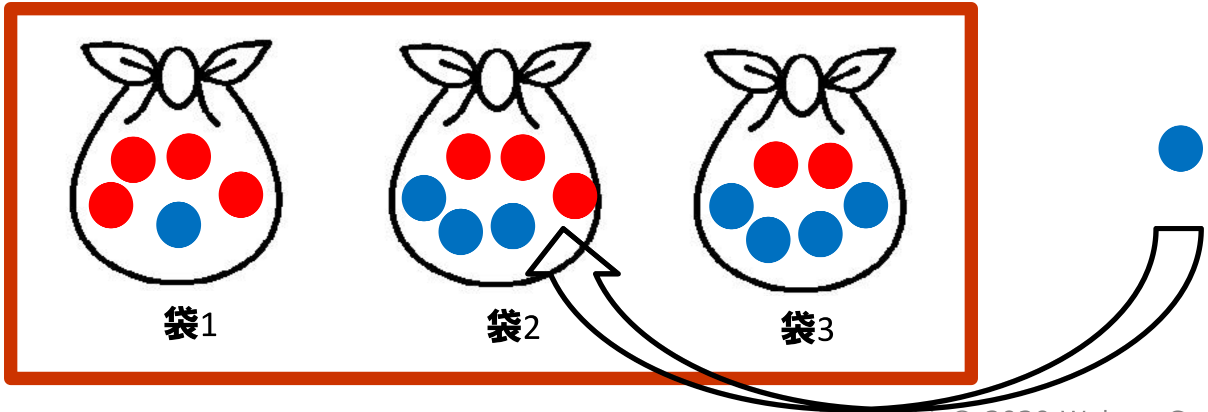


ベイズの定理

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

いずれかの袋から玉を1つ取り出したところ、青玉だった。このとき選んだ袋が袋2である確率は？



ベイズの定理

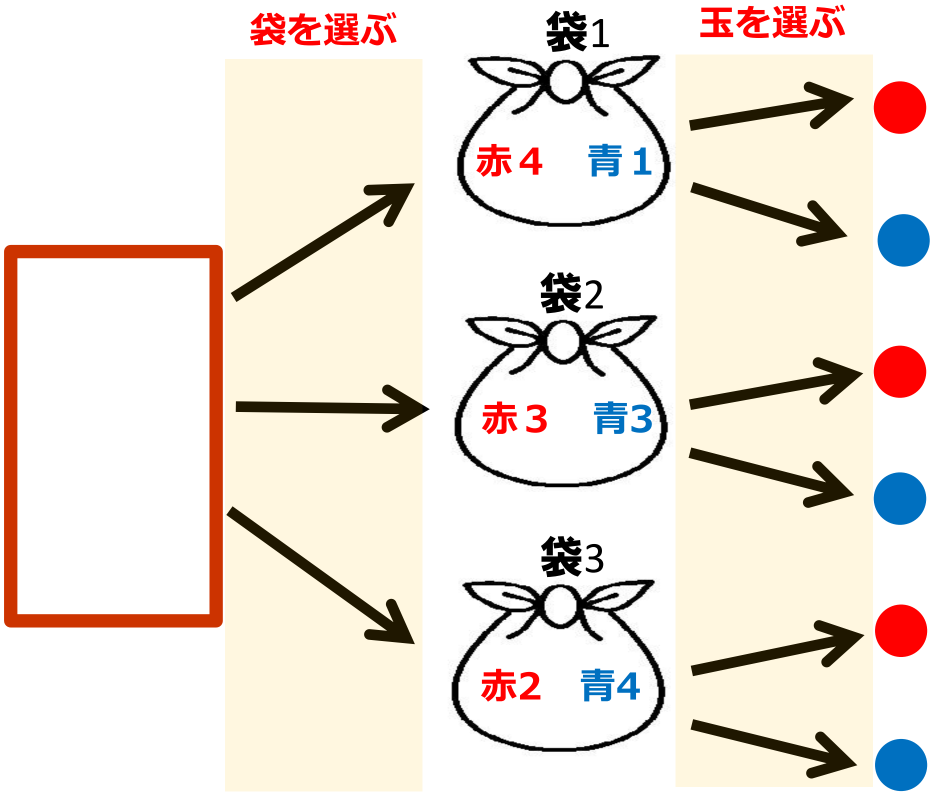
ベイズの定理

$$P(\mathrm{B}|\mathrm{A}) = \frac{P(\mathrm{B})P(\mathrm{A}|\mathrm{B})}{P(\mathrm{A})}$$

A =青
B = 袋2

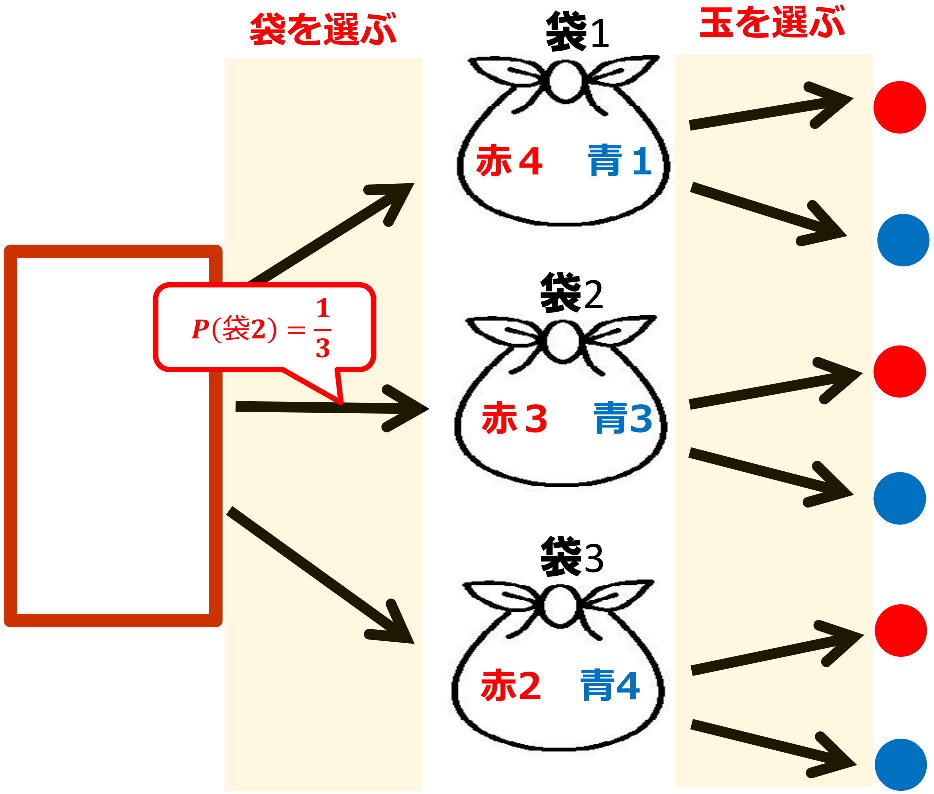
$$\Longleftrightarrow \quad P(\text{袋}2|\text{青}) = \frac{P(\text{袋}2)P(\text{青}|\text{袋}2)}{P(\text{青})}$$

ベイズの定理



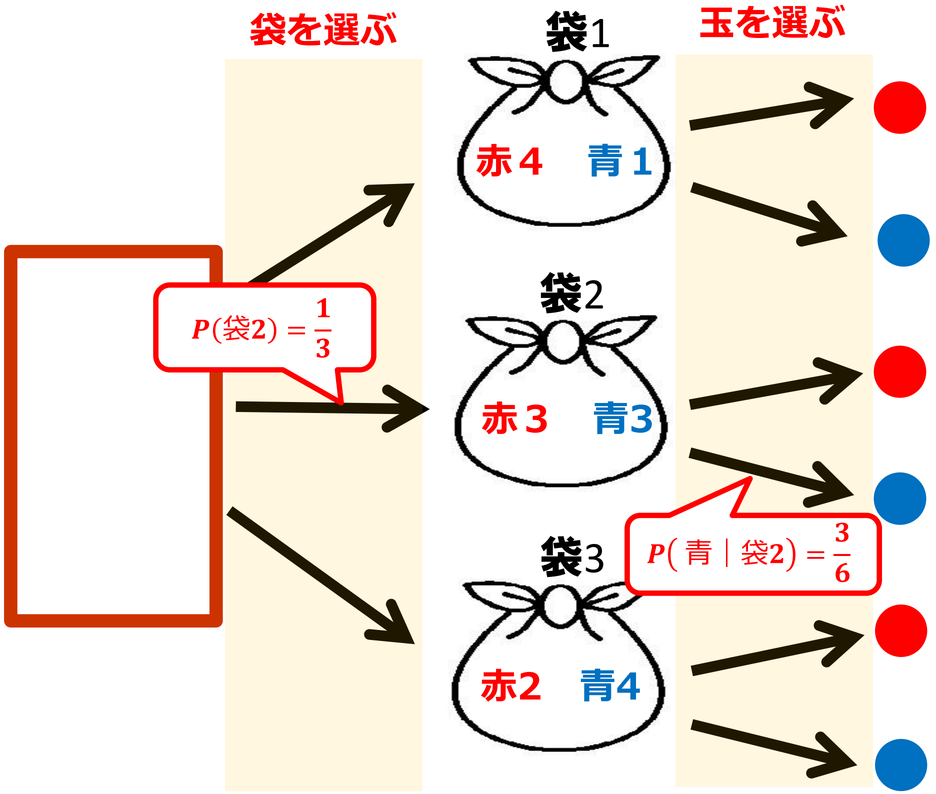
$$P(\text{袋}2|\text{青}) = \frac{P(\text{袋}2)P(\text{青}|\text{袋}2)}{P(\text{青})}$$

ベイズの定理



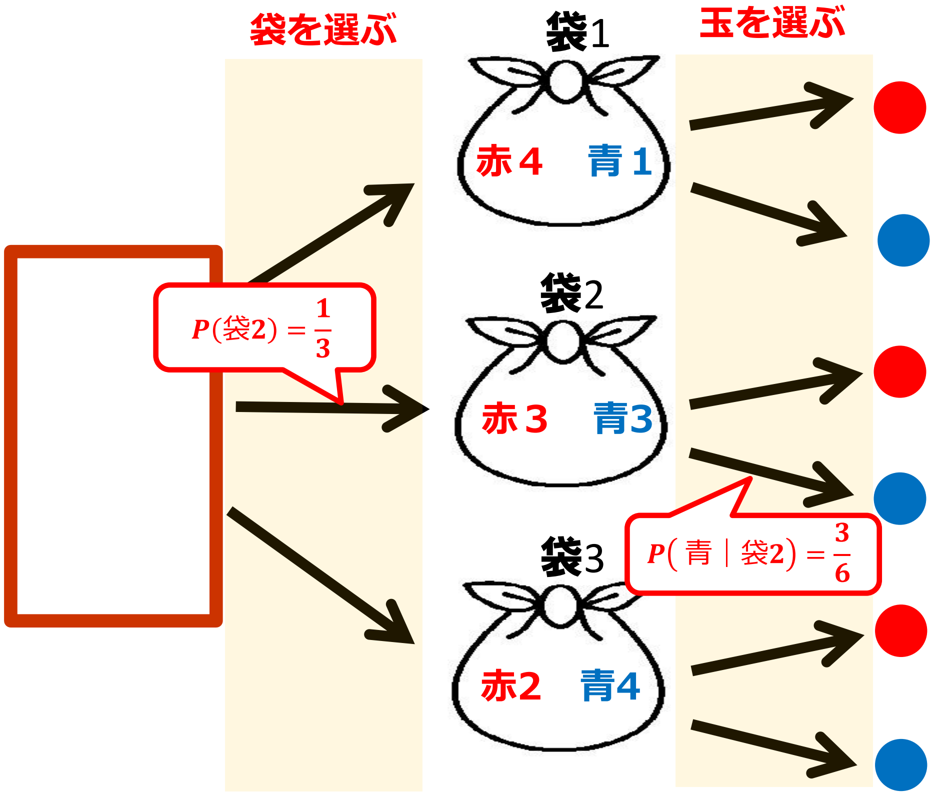
$$P(袋2|青) = \frac{P(袋2)P(青|袋2)}{P(青)}$$

ベイズの定理



$$P(袋2|青) = \frac{P(袋2)P(青|袋2)}{P(青)}$$

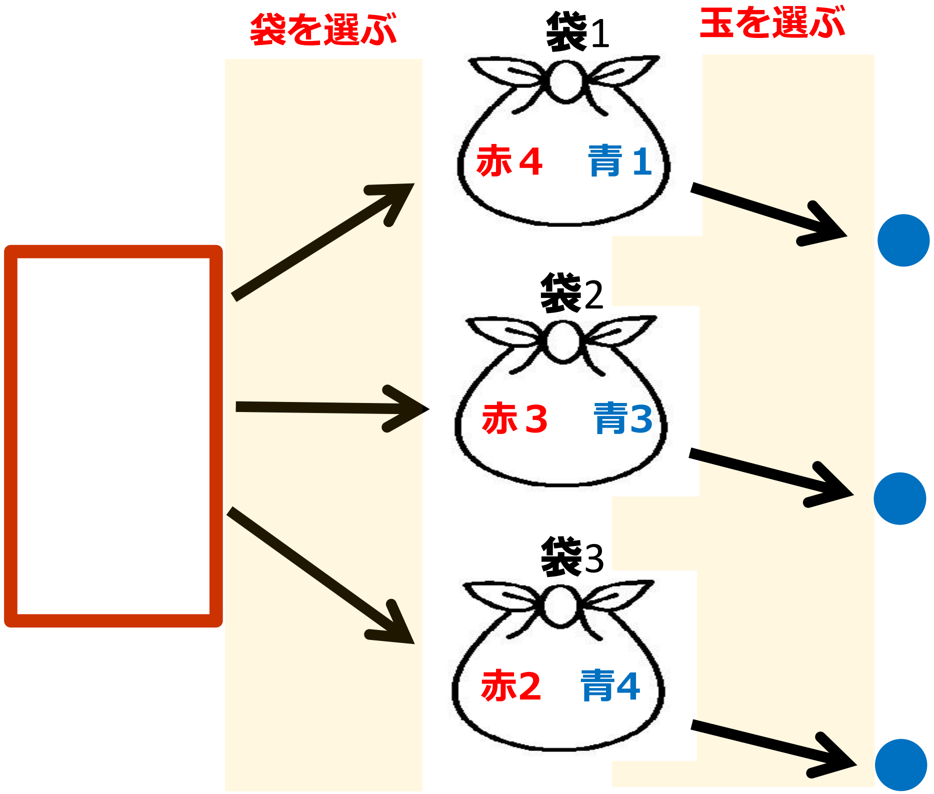
ベイズの定理



$$P(袋2|青)=\frac{P(袋2)P(青|袋2)}{P(青)}$$

青玉が出る確率？

ベイズの定理



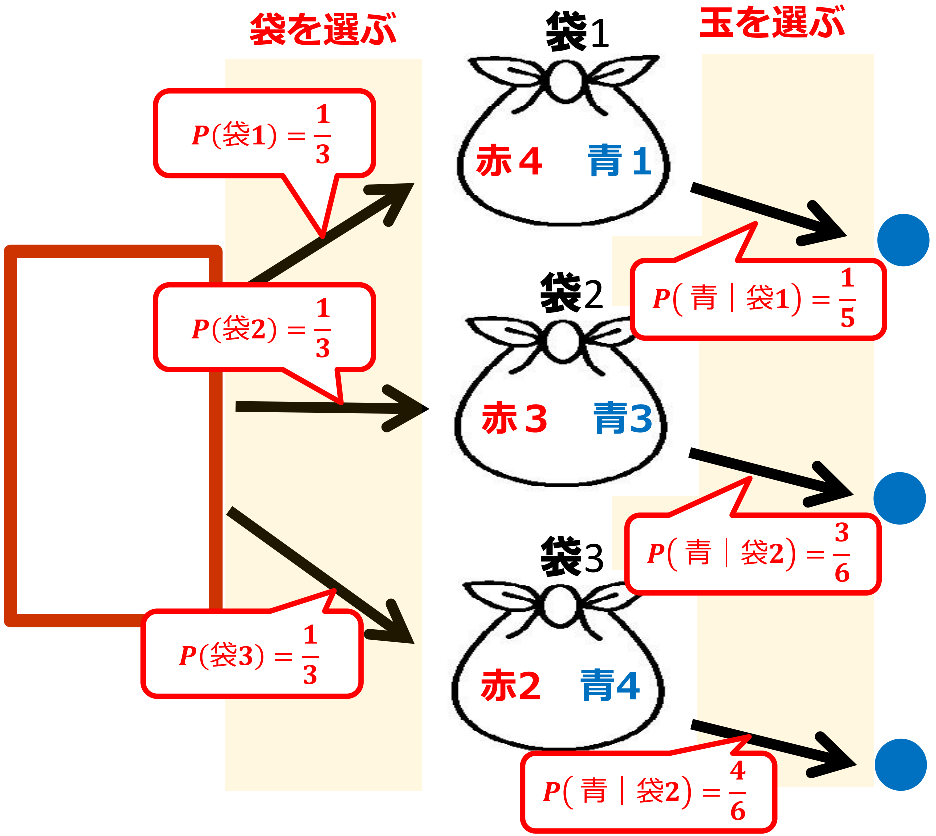
青玉が出る確率？

$P(青\cap袋1)$

$P(青\cap袋2)$

$P(青\cap袋3)$

ベイズの定理



青玉が出る確率？

$$P(青\cap袋1)=P(青\mid袋1)P(袋1)=\frac{1}{15}$$

$$P(青\cap袋2)=P(青\mid袋2)P(袋2)=\frac{1}{6}$$

$$P(青\cap袋3)=P(青\mid袋3)P(袋3)=\frac{2}{9}$$

ベイズの定理

$$\boxed{P(袋2|青) = \frac{P(袋2)P(青|袋2)}{P(青)}}$$

ベイズの定理

$$\boxed{P(青) = P(青\cap袋1) + (青\cap袋2) + (青\cap袋3)} = \frac{41}{90}$$

$$P(袋2|青) = \frac{P(袋2)P(青|袋2)}{P(青)} = \frac{\frac{3}{6}\times\frac{1}{3}}{\frac{41}{90}} = 0.3659$$

ベイズの定理

条件付き確率

$$P(青\mid 袋2)$$

ベイズの定理

条件付き確率

$$P(青 \mid 袋2)$$

結果　原因

ベイズの定理

条件付き確率

$$P(青\mid袋2)$$

結果　原因

ベイズの定理

$$P(袋2\mid青)$$

原因　結果

ベイズの定理

条件付き確率

$P(\text{青} \mid \text{袋}2)$

結果　原因

ベイズの定理

$P(\text{袋}2 \mid \text{青})$

原因　結果

ベイズ統計学を使うと、ある得られた結果から、
その原因の確率を知ることが 可能になる

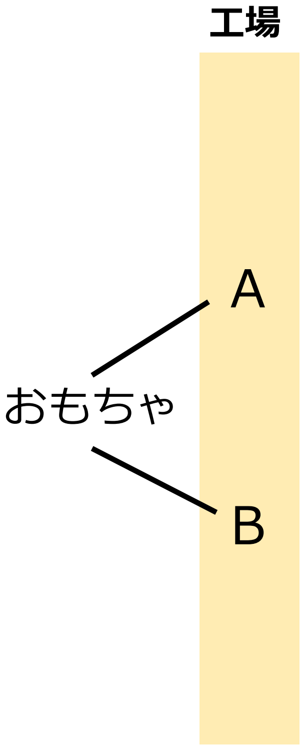
問題

工場 A と工場 B は、ある同じおもちゃを生産している。おもちゃ全体の 60%は工場 A で、40%は工場 B で生産しています。工場 A で不良品のおもちゃを生産し てしまう確率を 1%, 工場 B で不良品のおもちゃを生産してしまう確率を 0.5%とします。販売したあるおもちゃが不良品だったと報告を受けたとき、そのおもちゃが工場Aで生産された確率は？

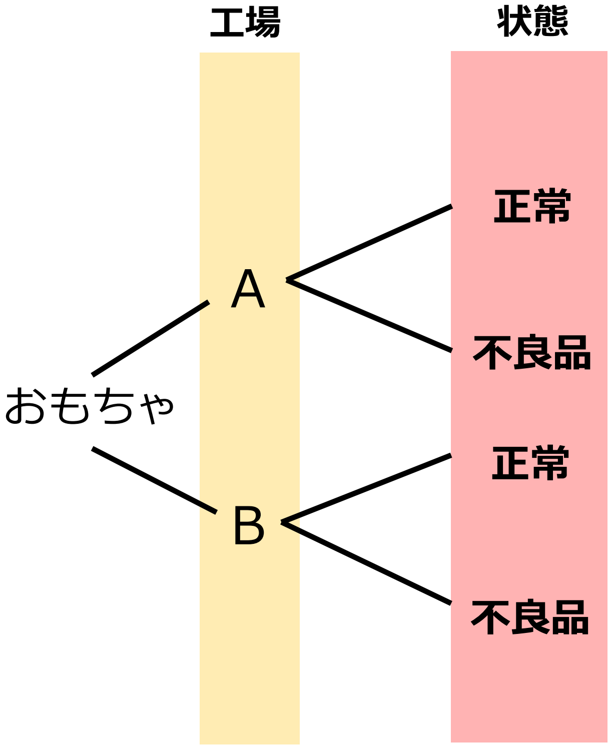
解答

おもちゃ

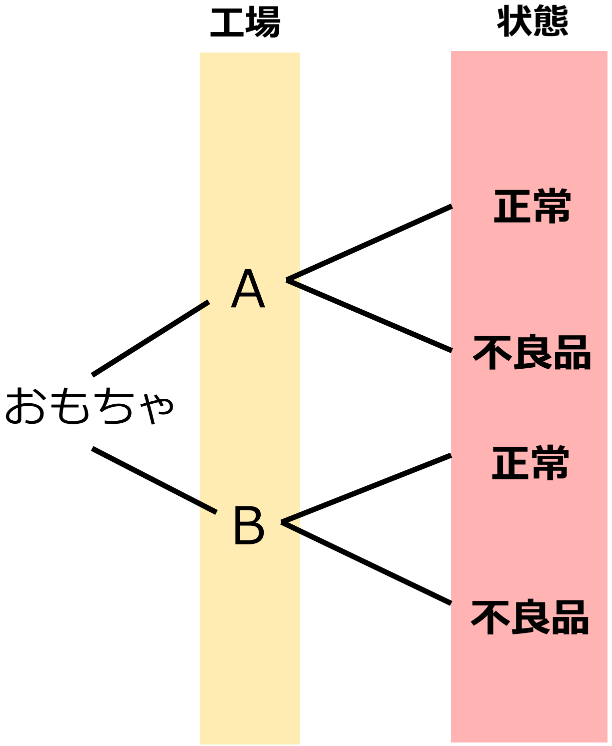
解答



解答



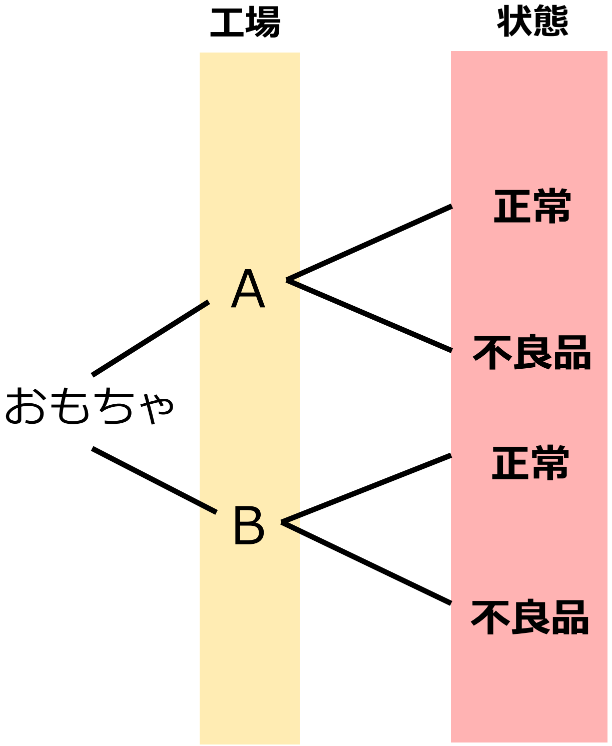
解答



求めたい確率

おもちゃが不良品だったと報告を受けたとき、そのおもちゃが工場Aで生産された確率は？

解答



求めたい確率

$$P(A|\text{不良})$$

ベイズの定理

$\Longleftrightarrow$ $P(A\cap 不良) = P(不良)\,P(A|不良)$

$\Longleftrightarrow$ $P(不良\cap A) = P(A)\,P(不良|A)$

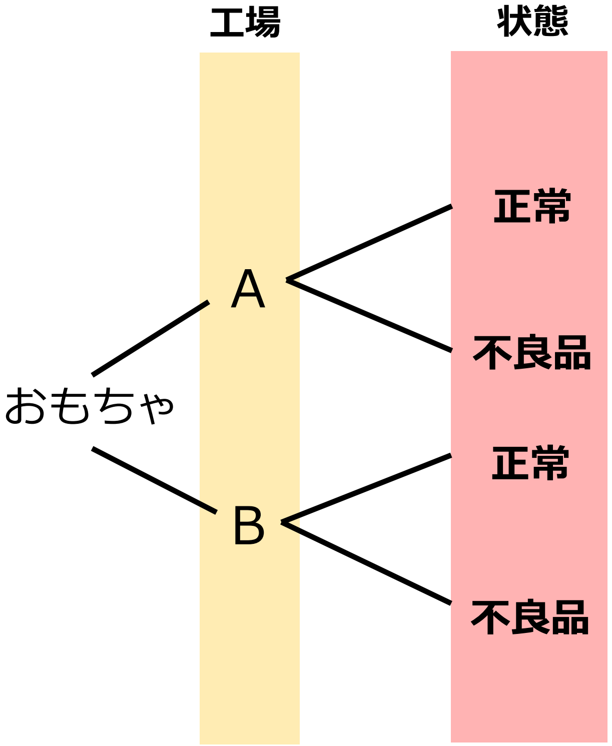
同じこと

$P(A\cap 不良) = P(不良\cap A)$

$\Longleftrightarrow$ $P(不良)\,P(A|不良) = P(A)\,P(不良|A)$

$\Longleftrightarrow$ $P(A|不良) = \dfrac{P(A)P(不良|A)}{P(不良)}$

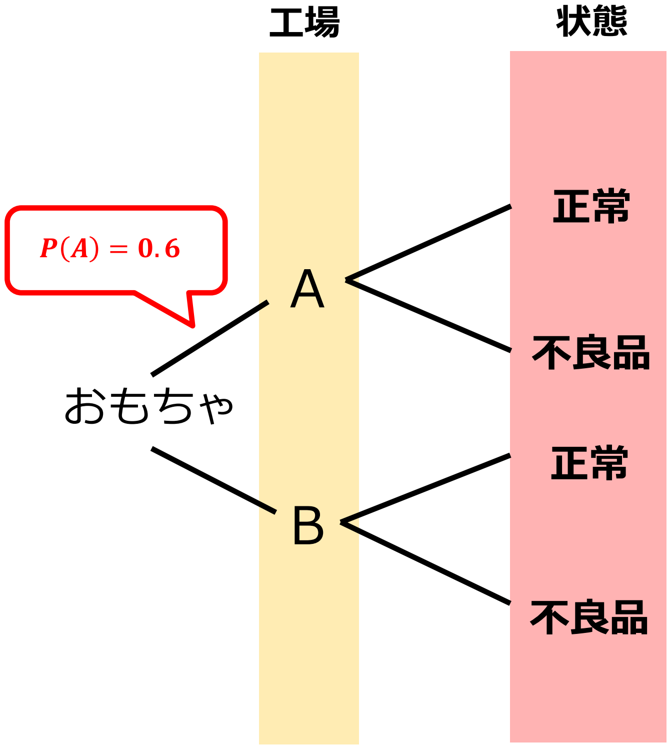
解答



ベイズの定理

$$P(A|\text{不良}) = \frac{P(A)P(\text{不良}|A)}{P(\text{不良})}$$

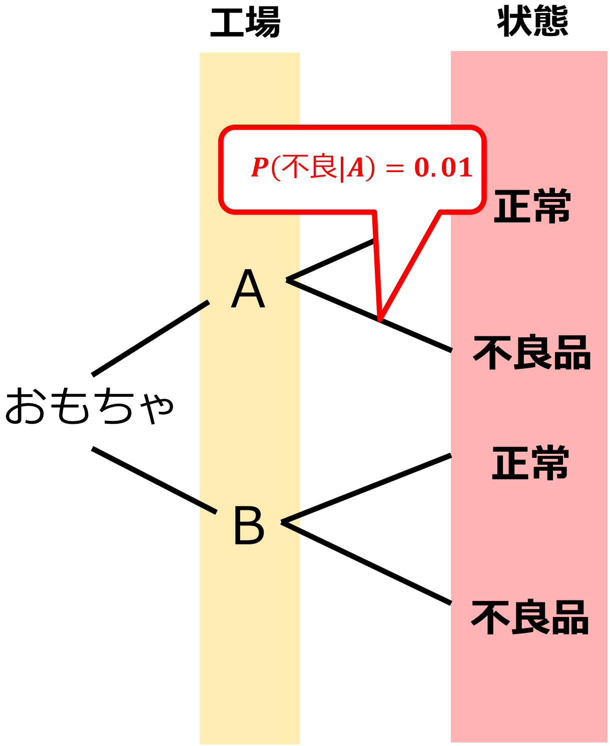
解答



ベイズの定理

$$P(A|不良) = \frac{P(A)P(不良|A)}{P(不良)}$$

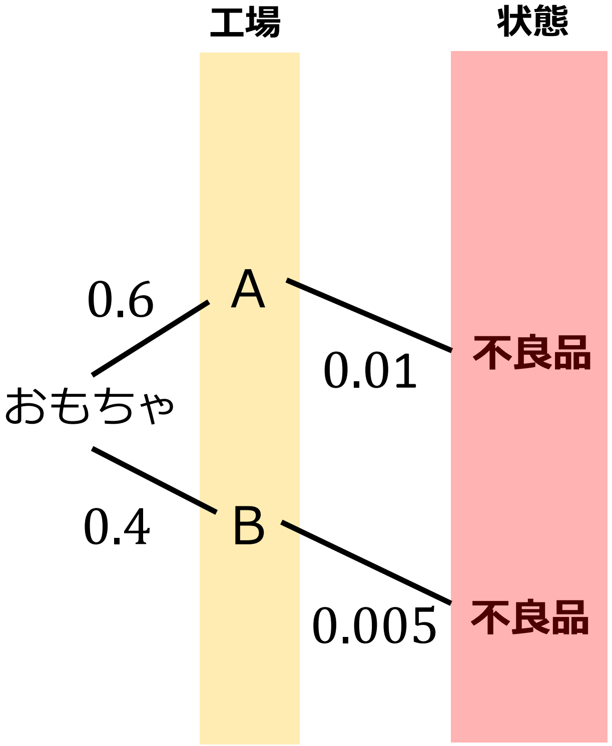
解答



ベイズの定理

$$P(A|不良) = \frac{P(A)P(不良|A)}{P(不良)}$$

解答



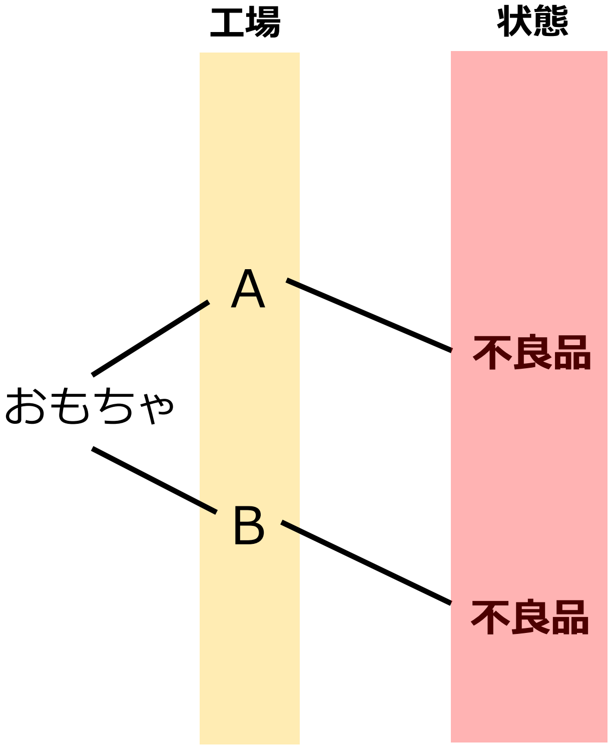
ベイズの定理

$$P(A|不良) = \frac{P(A)P(不良|A)}{P(不良)}$$

$$P(A \cap 不良) = 0.6(0.01)$$

$$P(B \cap 不良) = 0.4(0.005)$$

解答



ベイズの定理

$$P(A|不良) = \frac{P(A)P(不良|A)}{P(不良)}$$

$$P(A|不良)$$

$$= \frac{P(A)P(不良|A)}{P(A \cap 不良) + P(B \cap 不良)}$$

$$= \frac{0.6(0.01)}{0.6(0.01) + 0.4(0.005)} = 0.75$$

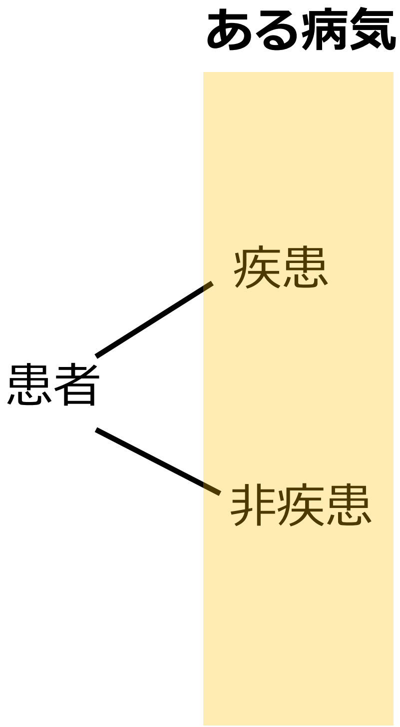
問題

日本人の0.01%が罹患しているある病気について考えます。この病気の検査方法では、実際に病気に罹患している人が陽性と判定される確率が95%、逆に罹患していない人が陰性と判定される確率は80%であると言われています。 ある人がこの病気の検査を受けて陽性という判定を受けた時、本当にこの病気に罹患している確率はいくらでしょうか。

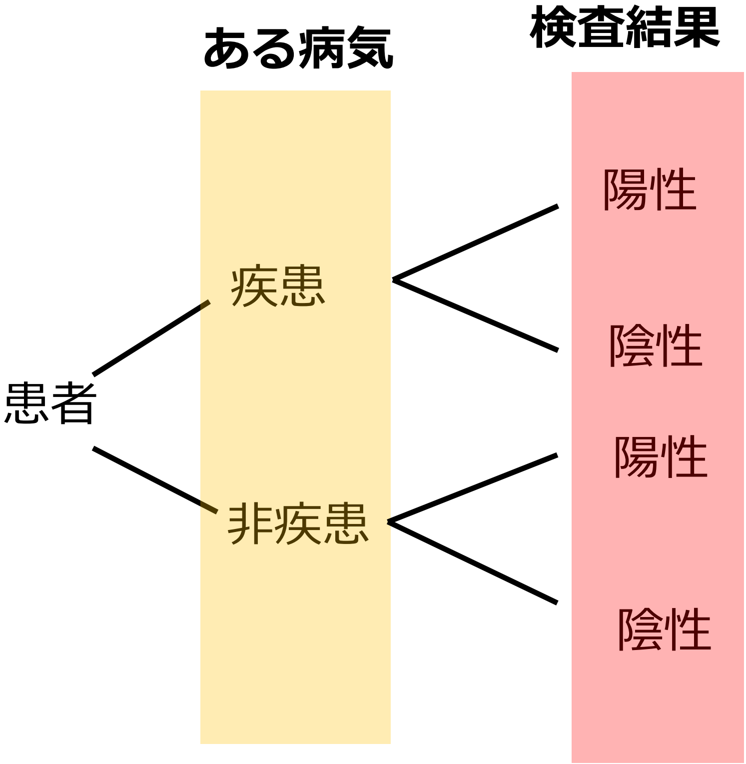
解答

患者

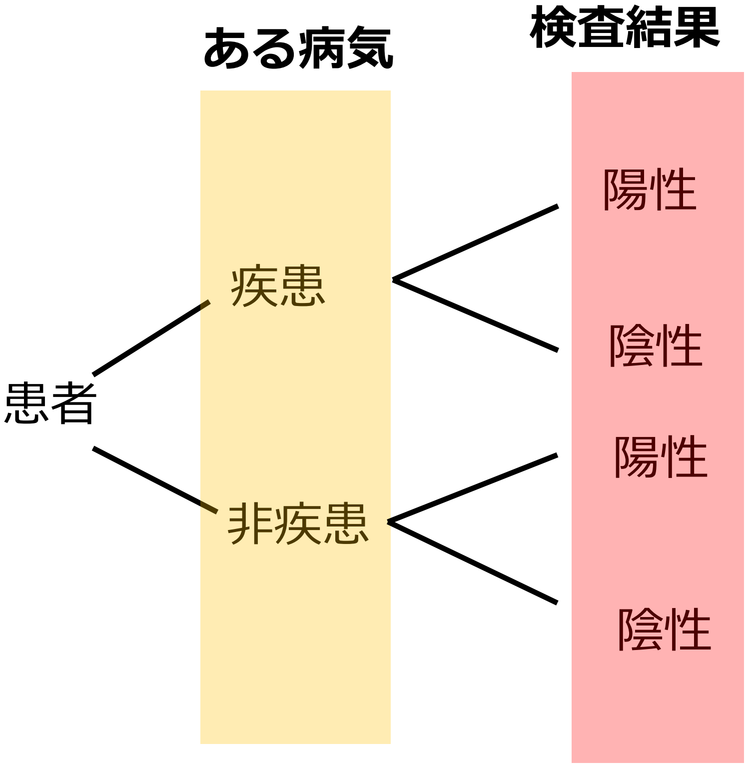
解答



解答



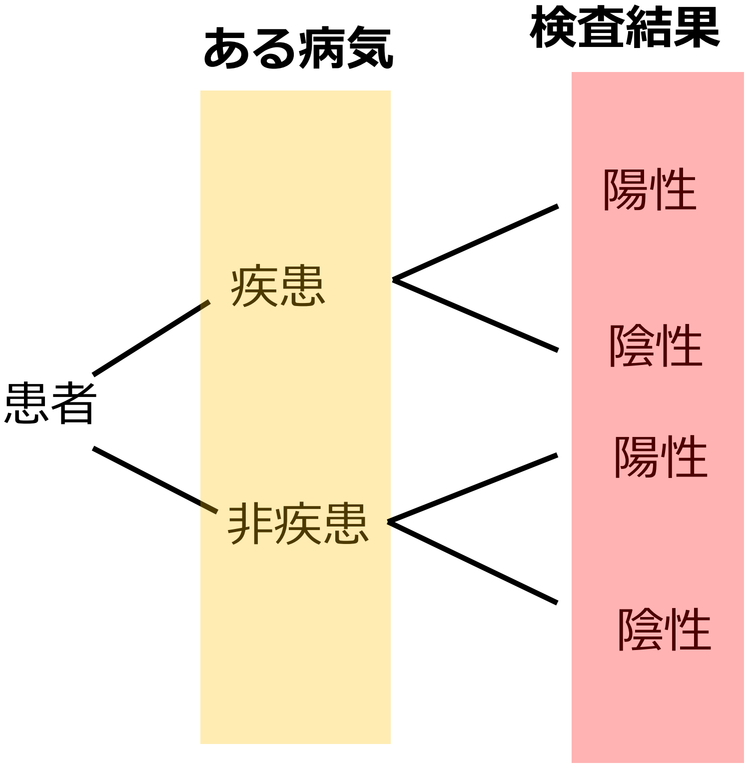
解答



求めたい確率

陽性という判定を受けた時、本当にこの病気に罹患している確率？

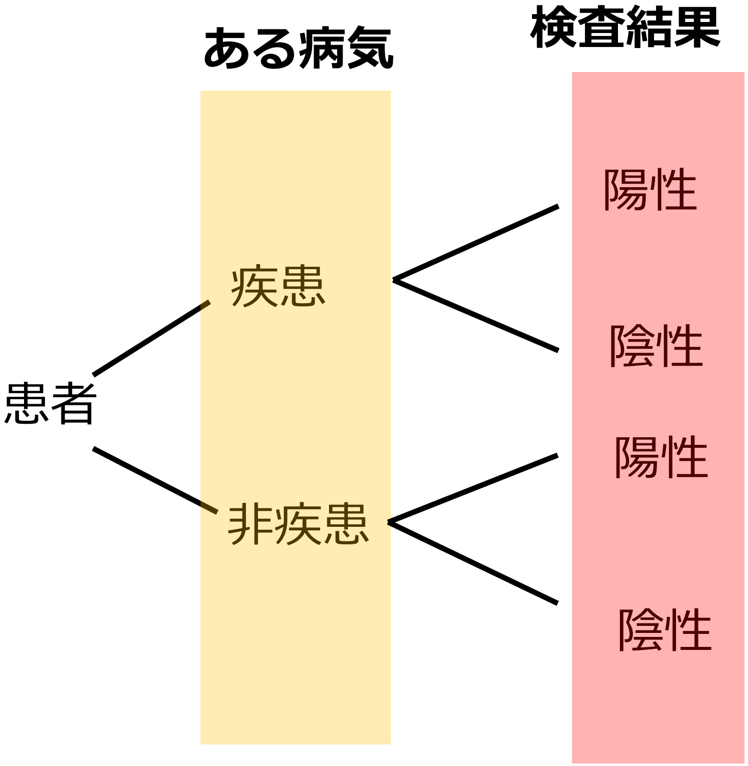
解答



求めたい確率

$$P(\text{疾患}|\text{陽性})$$

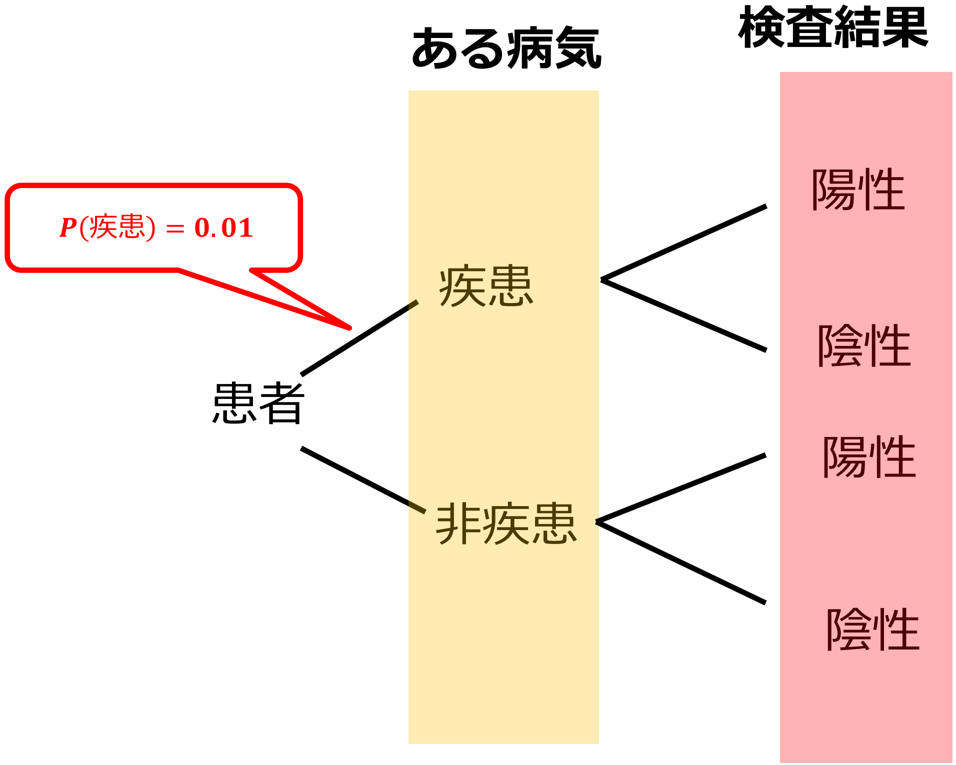
解答



ベイズの定理

$$P(\text{疾患}|\text{陽性}) = \frac{P(\text{疾患})P(\text{陽性}|\text{疾患})}{P(\text{陽性})}$$

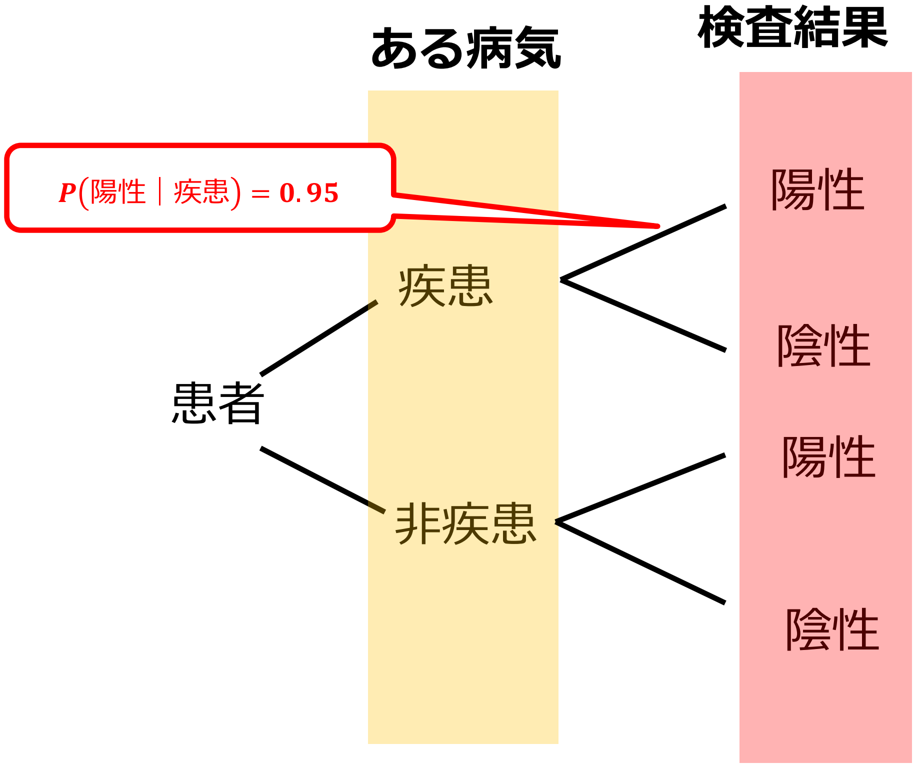
解答



ベイズの定理

$$P(疾患|陽性) = \frac{P(疾患)P(陽性|疾患)}{P(陽性)}$$

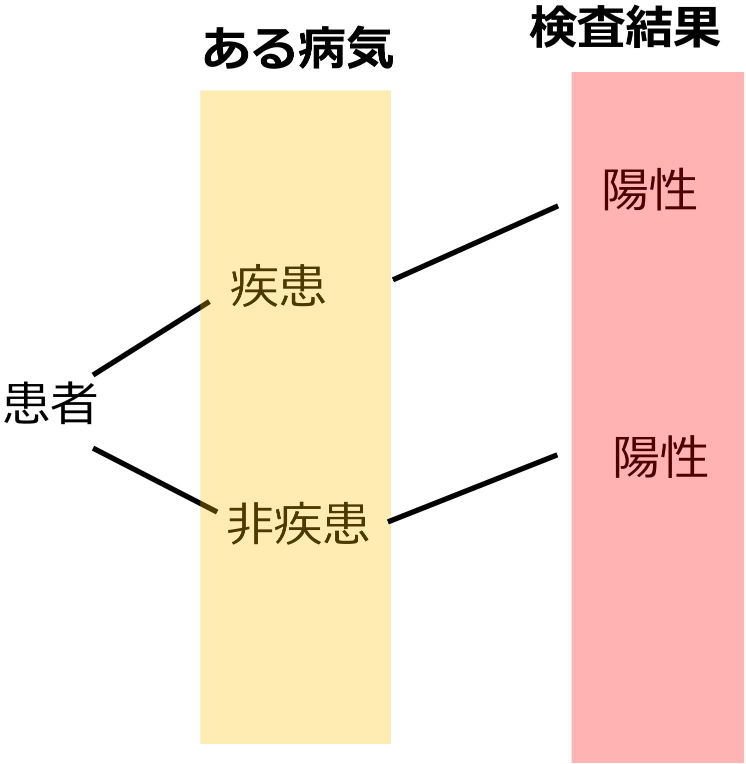
解答



ベイズの定理

$$P(疾患|陽性) = \frac{P(疾患)P(陽性|疾患)}{P(陽性)}$$

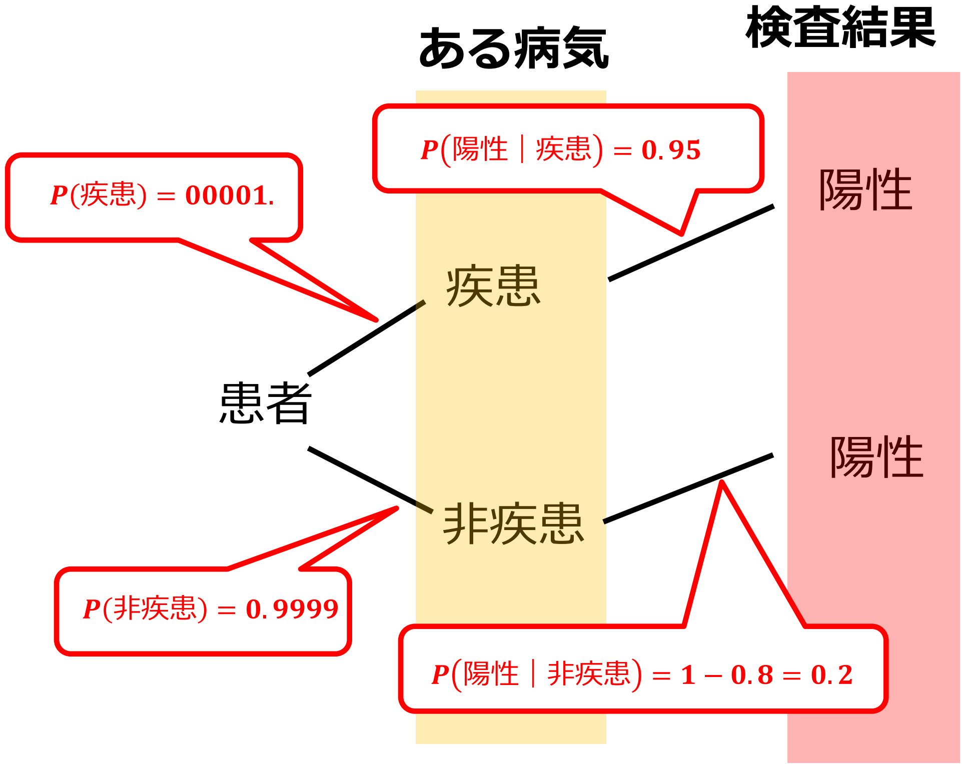
解答



ベイズの定理

$$P(\text{疾患}|\text{陽性}) = \frac{P(\text{疾患})P(\text{陽性}|\text{疾患})}{P(\text{陽性})}$$

解答



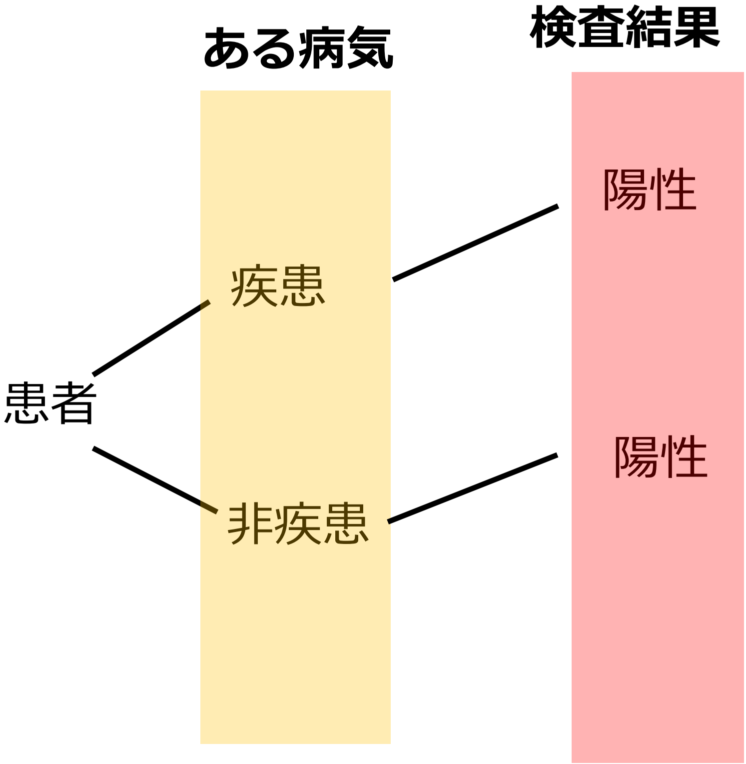
ベイズの定理

$$P(疾患|陽性) = \frac{P(疾患)P(陽性|疾患)}{P(陽性)}$$

$$P(疾患 \cap 陽性) = 0.0001 \times 0.95$$

$$P(非疾患 \cap 陽性) = 0.9999 \times 0.2$$

解答



ベイズの定理

$$P(\text{疾患}|\text{陽性}) = \frac{P(\text{疾患})P(\text{陽性}|\text{疾患})}{P(\text{陽性})}$$

$$P(\text{疾患}|\text{陽性})$$

$$= \frac{0.0001 \times 0.95}{0.0001 \times 0.95 + 0.9999 \times 0.2}$$

$$= 0.000475$$

陽性と判定され,実際に病気に罹患している確率は0.0475%

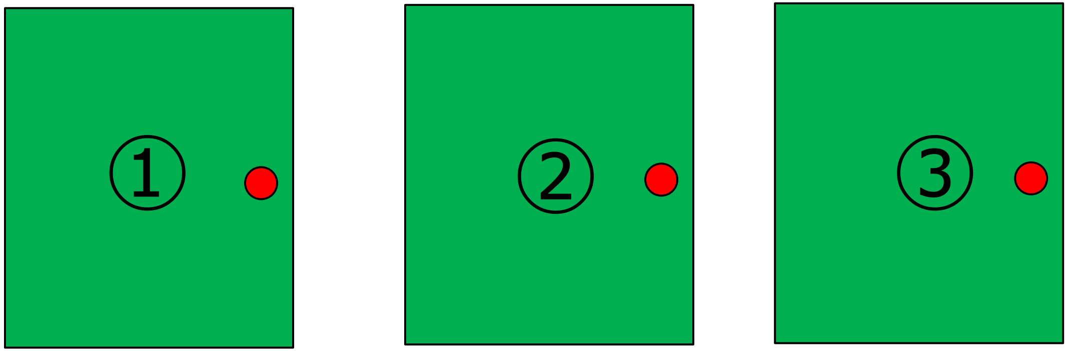
モンティ・ホール問題

目の前に３つのドアがあります。そのうち１つには景品の高級車があり、他のドアにはハズレとしてヤギいます。高級車のドアを見事当てることができたらその高級車を手に入れることができます。

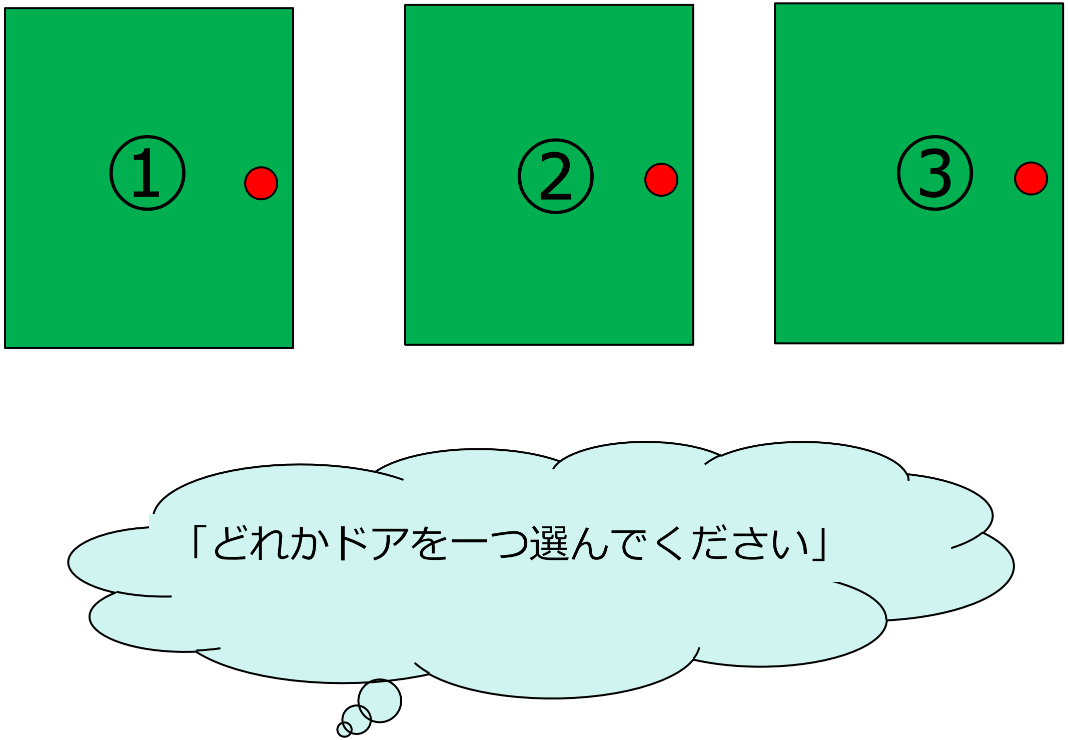
　あなたはドアを１つ選択したとします。すると、司会者モンティはあなたが選んでいないドアのうち、ハズレを１つ開けます。そして、モンティはあなたにこう言います。

「最初に選んだドアをいま変更することができますがどうしますか？」

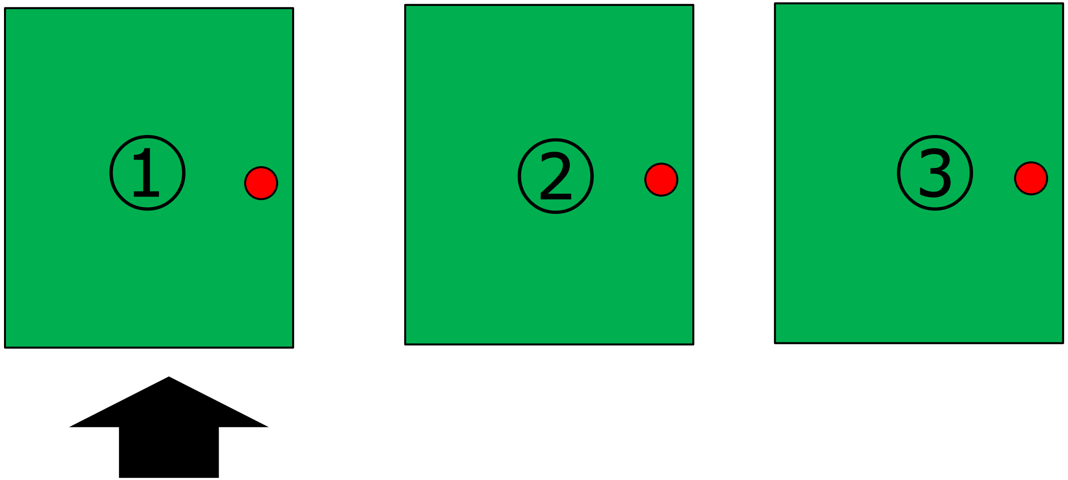
モンティ・ホール問題



モンティ・ホール問題

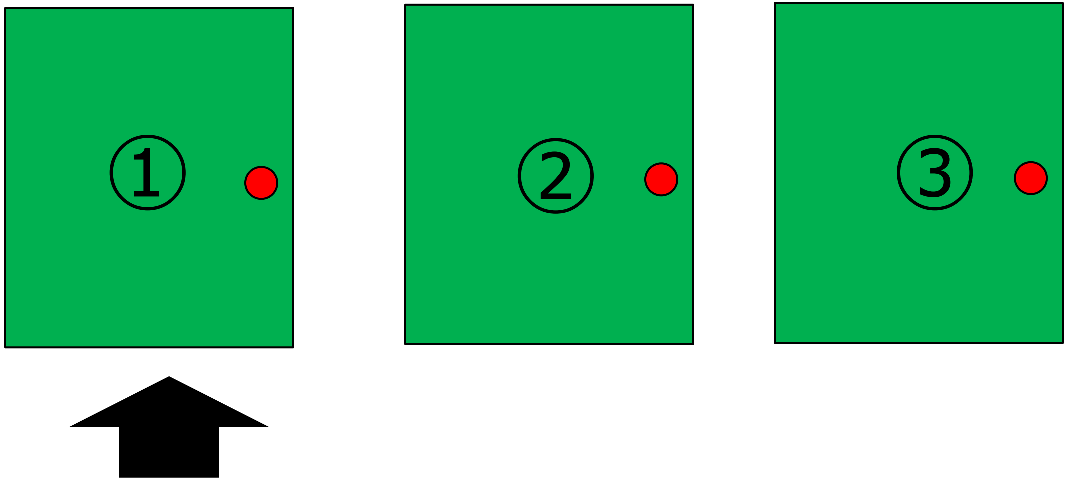


モンティ・ホール問題



あなたは①を選択

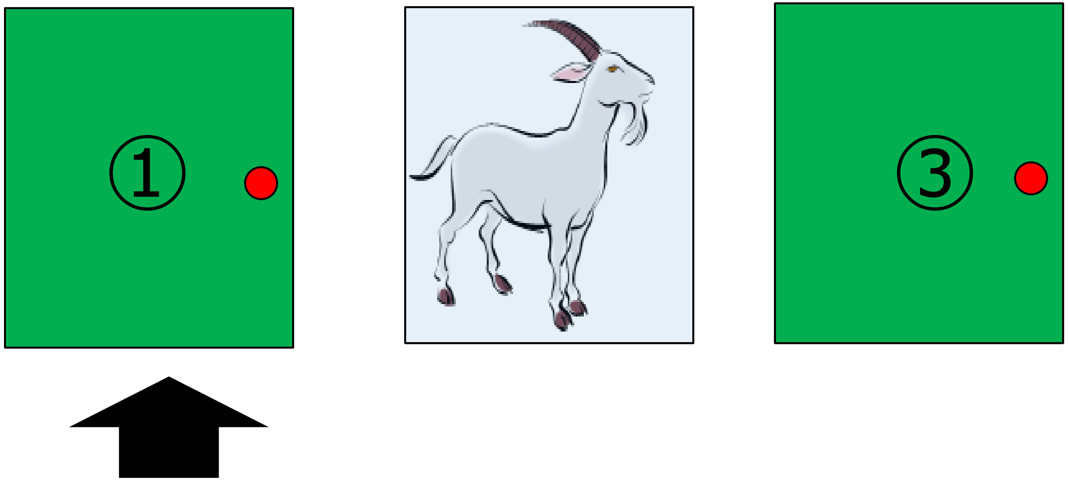
モンティ・ホール問題



あなたは①を選択

司会者モンティは選んでいないドア
のうち、ハズレを１つ開けます

モンティ・ホール問題



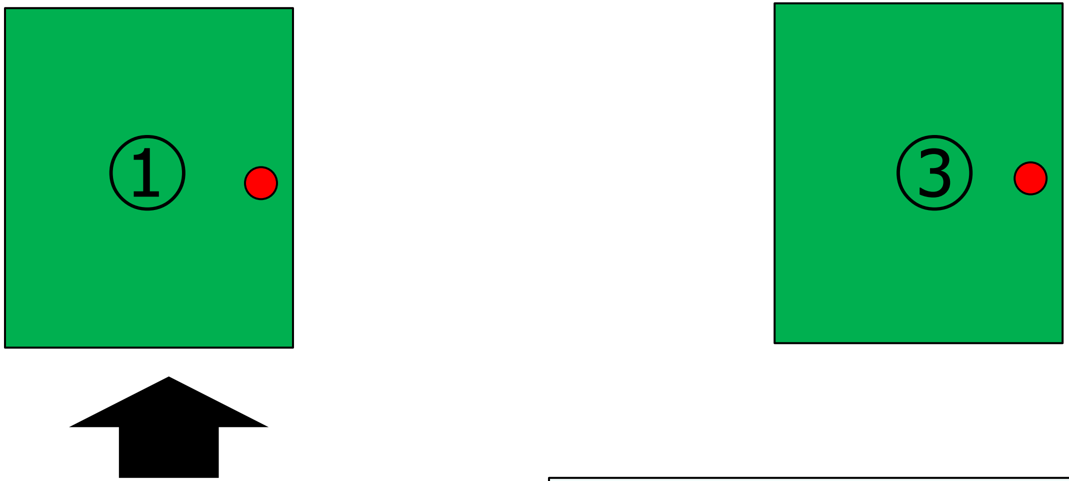
あなたは①を選択

モンティ・ホール問題

あなたは①を選択

②のドアの後ろにヤギがいることを知った後で、最初に選択したドアを開くか、もう一つのドアに選択肢を変更するべきか？

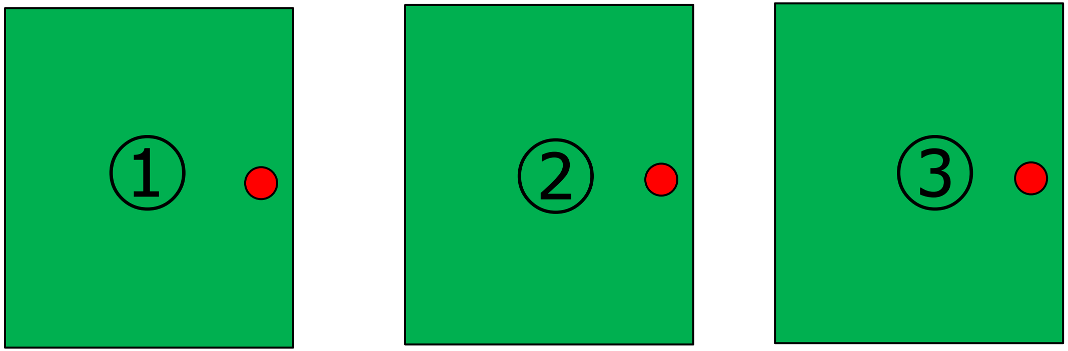
モンティ・ホール問題



あなたは①を選択

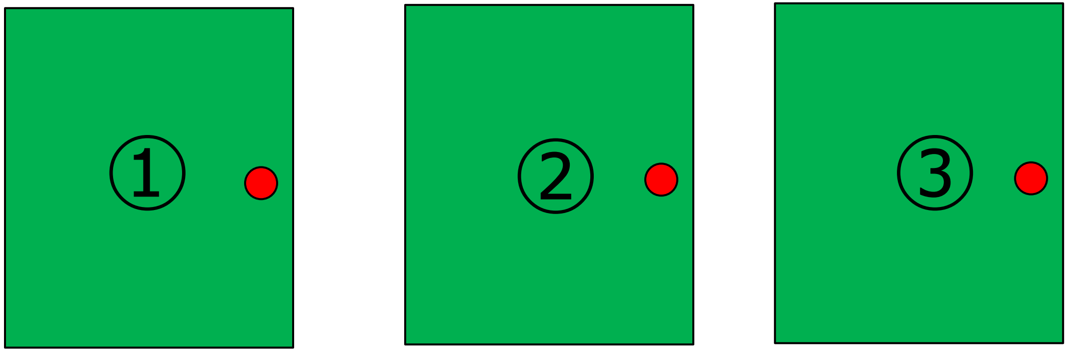
(a)　初めの選択肢①のままでいる
(b)　①から③に選択肢を変更する

モンティ・ホール問題の考え方



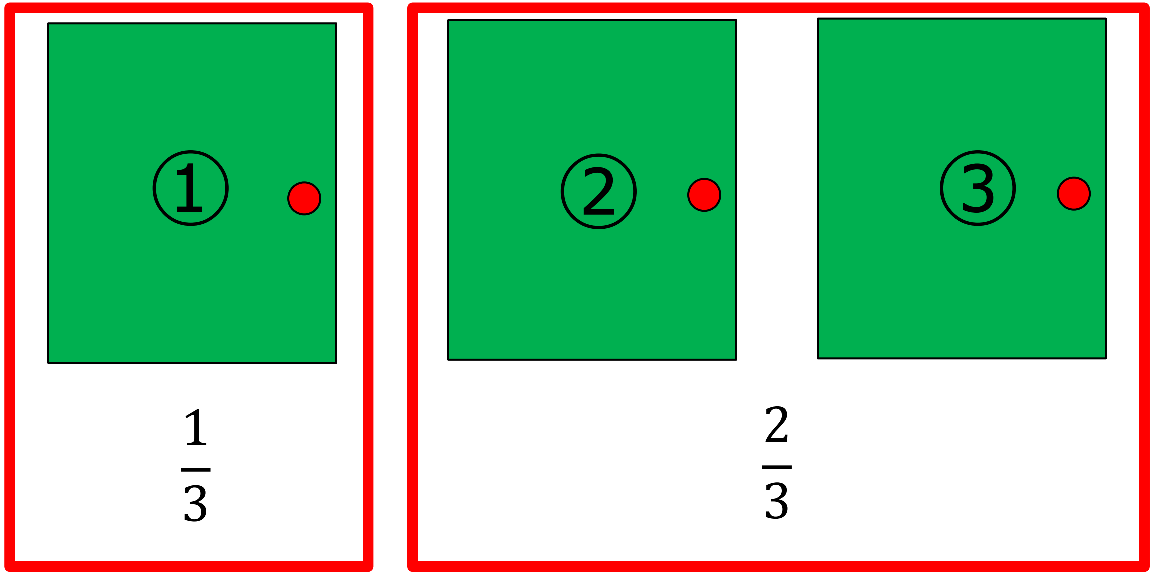
各ドアの正解確率は？

モンティ・ホール問題の考え方



$\frac{1}{3}$　　$\frac{1}{3}$　　$\frac{1}{3}$

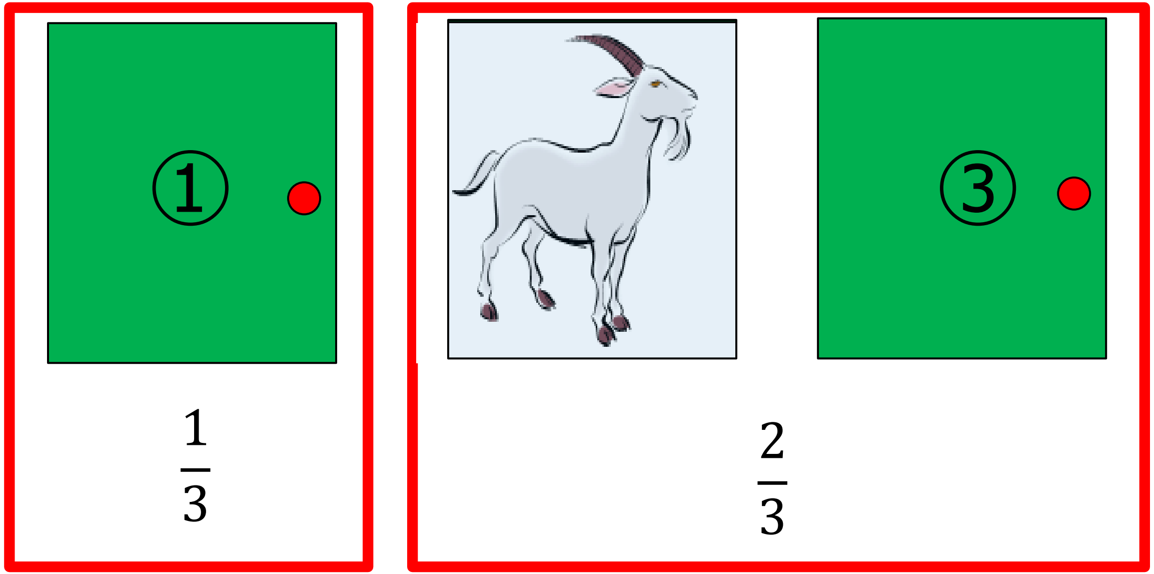
モンティ・ホール問題の考え方



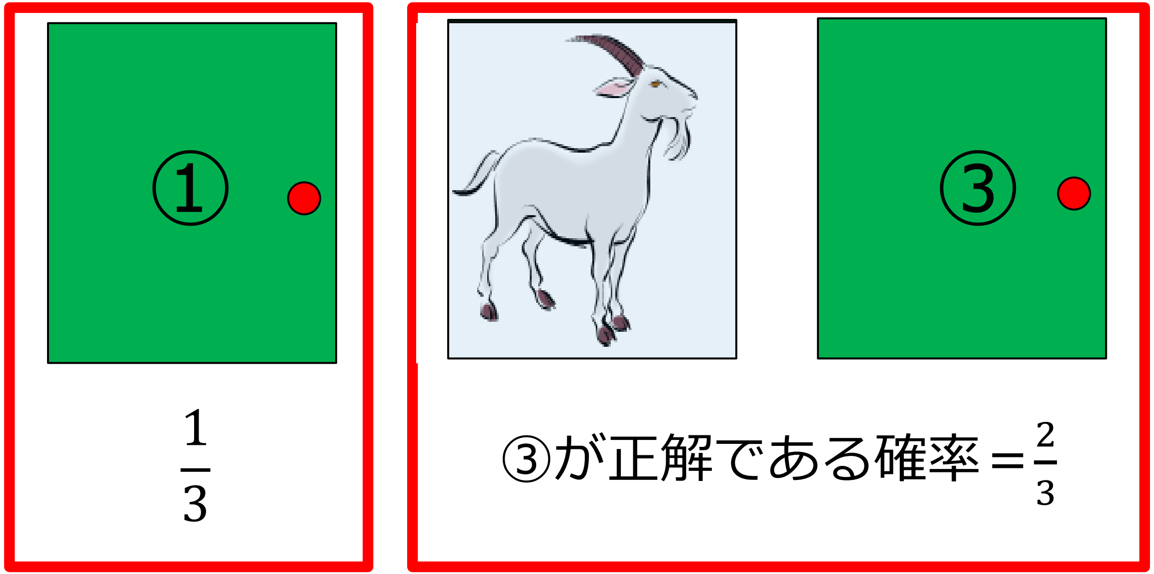
$\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3}$

モンティ・ホール問題の考え方



モンティ・ホール問題の考え方



②が不正解であることがわかった時点で、③に変更すると、正解確率は２倍になる

3．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3．ベイズ確率

今日のコンテンツ

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

もし、事象A,Bが独立の場合

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)\,P(B)}$$

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

もし、事象A,Bが独立の場合

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)\, P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

もし、事象A,Bが独立の場合

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)\,P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$

無関係な知識を得ても、分布の更新がない

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$\boxed{P(A|B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

事象Bが起こったという情報を得て、

$P(A)$が$P(A|B)$に更新されたと考える

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$\boxed{P(A|B)} = \boxed{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$P(A)$は条件付き確率の
定義に入っていない

事象Bが起こったという情報を得て、

$P(A)$が$P(A|B)$に更新されたと考える

条件付き確率

事象Bが起こったという条件の下で、事象Aが発生する確率

$$\boxed{P(A|B)} = \boxed{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$P(A)$は条件付き確率の定義に入っていない

→ **$P(A)$を式の中に取り組みたい**

事象Bが起こったという情報を得て、

$P(A)$が$P(A|B)$に更新されたと考える

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(B|A)\,P(A)$$

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P(A \cap B)} = P(A|B)\,P(B)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P(B \cap A)} = P(B|A)\,P(A)$$

等しい

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\Leftrightarrow \boxed{P(A \cap B)} = P(A|B)\,P(B)$

$\Leftrightarrow P(B \cap A) = \boxed{P(B|A)\,P(A)}$

等しい

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(B|A)\,P(A)$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(B|A)\,P(A)$$

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{\boxed{P(A \cap B)}}{P(B)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(B|A)\,P(A)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \boxed{P(A \cap B)} = P(B|A)\,P(A)$$

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Leftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

$$\Leftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(B|A)\,P(A)$$

$$\Leftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(B|A)\,P(A)$$

ベイズの定理 $$P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)}P(A)$$

条件付き確率からベイズの定理

条件付き確率 $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(B \cap A) = P(B|A)\,P(A)$$

$$\Longleftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(B|A)\,P(A)$$

ベイズの定理 $$P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)}P(A)$$

$P(A \cap B)$の計算をするのに$P(A)$を使う

ベイズの定理

ベイズの定理 $$P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)} P(A)$$

ベイズの定理

ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)} \boxed{P(A)}$$

事前分布

ベイズの定理

ベイズの定理

$$\boxed{P(A|B)} = \frac{P(B|A)}{P(B)} \boxed{P(A)}$$

事後分布

事前分布

更新された

ベイズの定理

尤度

ベイズの定理 $\boxed{P(A|B)} = \boxed{\frac{P(B|A)}{P(B)}}\boxed{P(A)}$

事後分布

事前分布

更新された

ベイズの定理

ベイズの定理 $\underbrace{\boxed{P(A|B)}}_{\text{事後分布}} = \overbrace{\boxed{\frac{P(B|A)}{P(B)}}}^{\text{尤度}} \underbrace{\boxed{P(A)}}_{\text{事前分布}}$

更新された

もともと注目する事象についての情報が$P(A)$。これを「 Bが起こった」という新しい情報で$P(A|B)$に更新する規則がベイズの定理

問題

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

解答

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

事前分布は？

解答

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

事前分布は？

A	1	2	3	4	5	6
$P(A)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

解答

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

事前分布は？

A	1	2	3	4	5	6
$P(A)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

事後分布は？

解答

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

事前分布は？

A	1	2	3	4	5	6
$P(A)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

事後分布は？

$P\,(1|\text{奇数}) =$ ？

$P\,(2|\text{奇数}) =$ ？

解答

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

事前分布は？

A	1	2	3	4	5	6
$P(A)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

事後分布は？

$$P\,(1|\text{奇数}) = \frac{P(\text{奇数}|1)}{P(\text{奇数})} \quad P(1) = \frac{1}{3}$$

$$P\,(2|\text{奇数}) = \frac{P(\text{奇数}|2)}{P(\text{奇数})} \quad P(2) = 0$$

解答

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下で事前分布と事後分布を求めてください。

事前分布は？

X	1	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

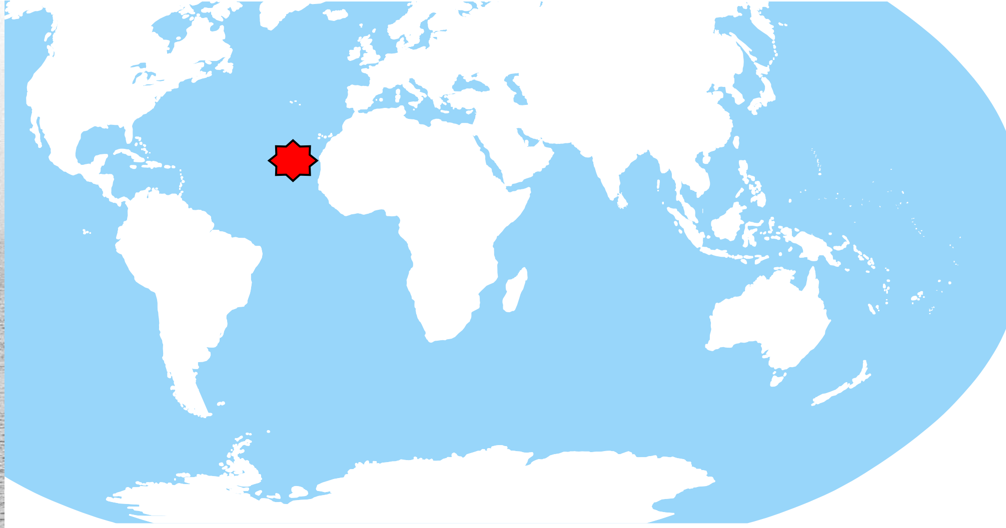
事後分布は？

X	1	2	3	4	5	6
$P(X\|\text{奇数})$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0

ベイズの定理の応用

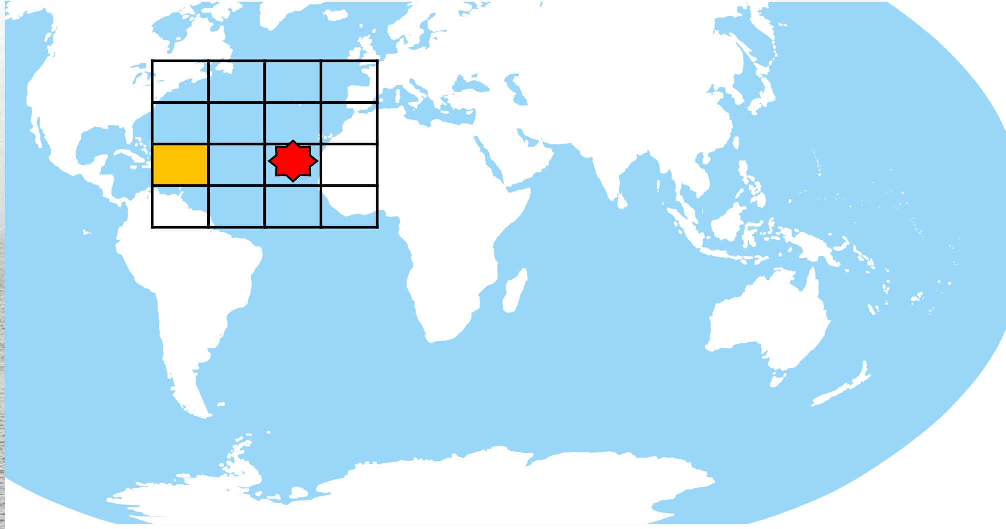
▼スコーピオン（原子力潜水艦）

スコーピオンは地中海でのNATO演習参加後、
１９６８年５月２１日夕方を最後に消息を絶った



ベイズの定理の応用

▼スコーピオン（原子力潜水艦）　スコーピオンは地中海でのNATO演習参加後、
１９６８年５月２１日夕方を最後に消息を絶った



ベイズの定理の応用

- A={ある海域(grid)に潜水艦が沈んでいる}
- B＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見される}

ベイズの定理の応用

- A={ある海域（grid）に潜水艦が沈んでいる}
- B＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見される}

- A^C={ある海域（grid）に潜水艦が沈んでいない}
- B^C＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見されない}

ベイズの定理の応用

- A={ある海域(grid)に潜水艦が沈んでいる}
- B＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見される}

- A^C＝{ある海域（grid）に潜水艦が沈んでいない}
- B^C＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見されない}

$$p = p(A)$$

$$q = p(B|A)$$

ベイズの定理の応用

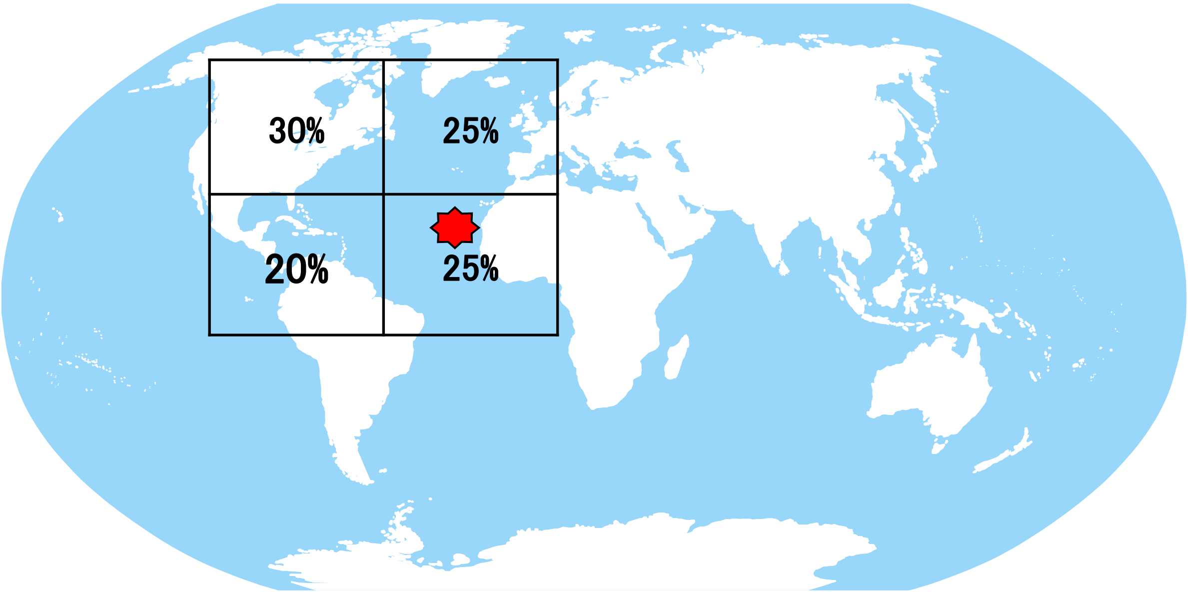
- A={ある海域(grid)に潜水艦が沈んでいる}
- B＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見される}

- A^C={ある海域（grid）に潜水艦が沈んでいない}
- B^C＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見されない}

$p = p(A)$ ← ・ 潜水艦が沈んでいる確率

$q = p(B|A)$ ← ・ 探索船の性能

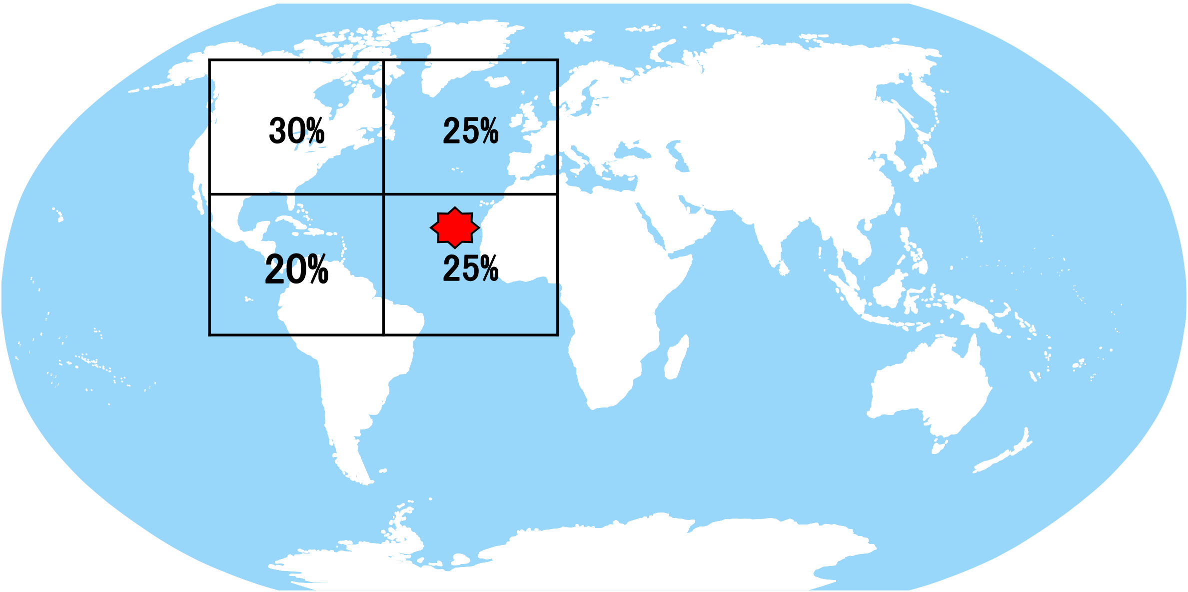
ベイズの定理の応用



主観的な確率

$$p = p(A)$$

ベイズの定理の応用



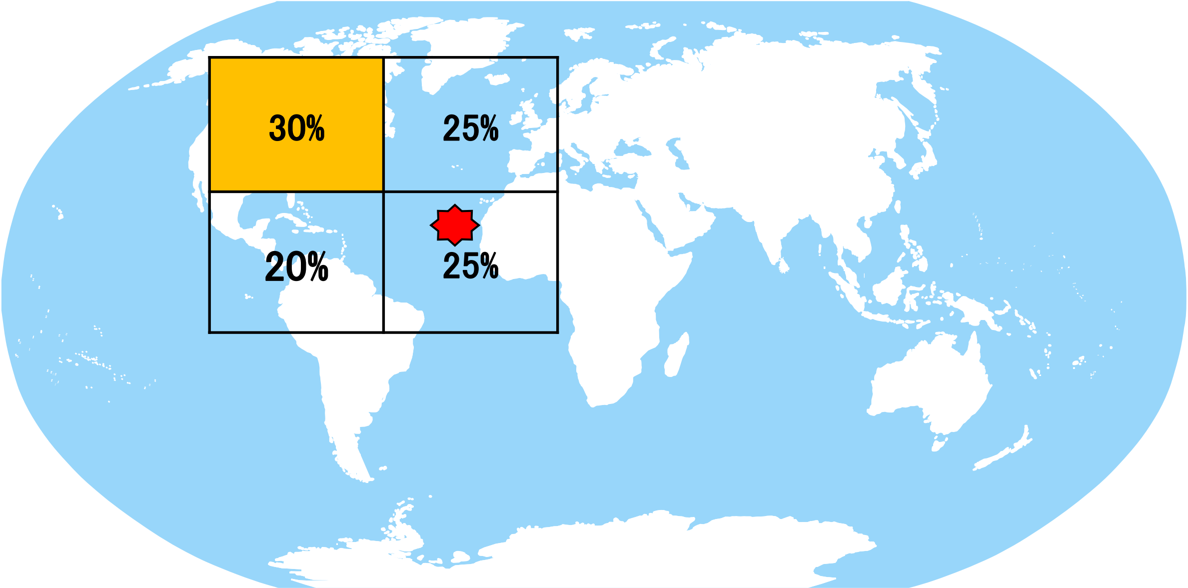
主観的な確率

$$p = p(A)$$

求めたい確率

$$p(A|B^c)$$

ベイズの定理の応用



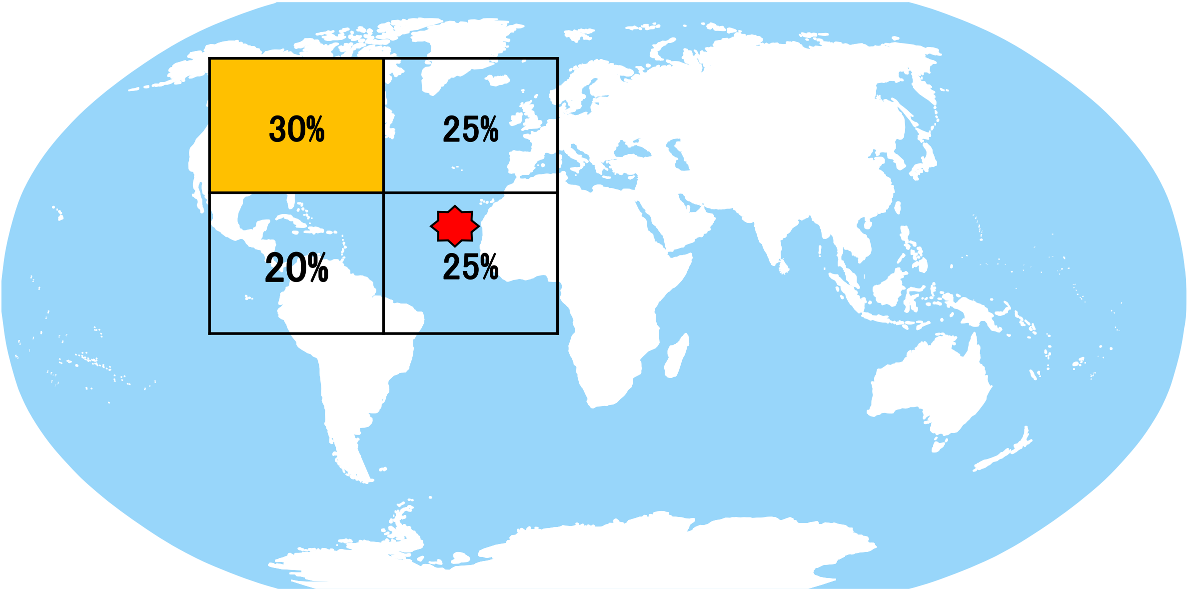
主観的な確率

$$p = p(A)$$

求めたい確率

$$p(A|B^c)$$

ベイズの定理の応用



主観的な確率

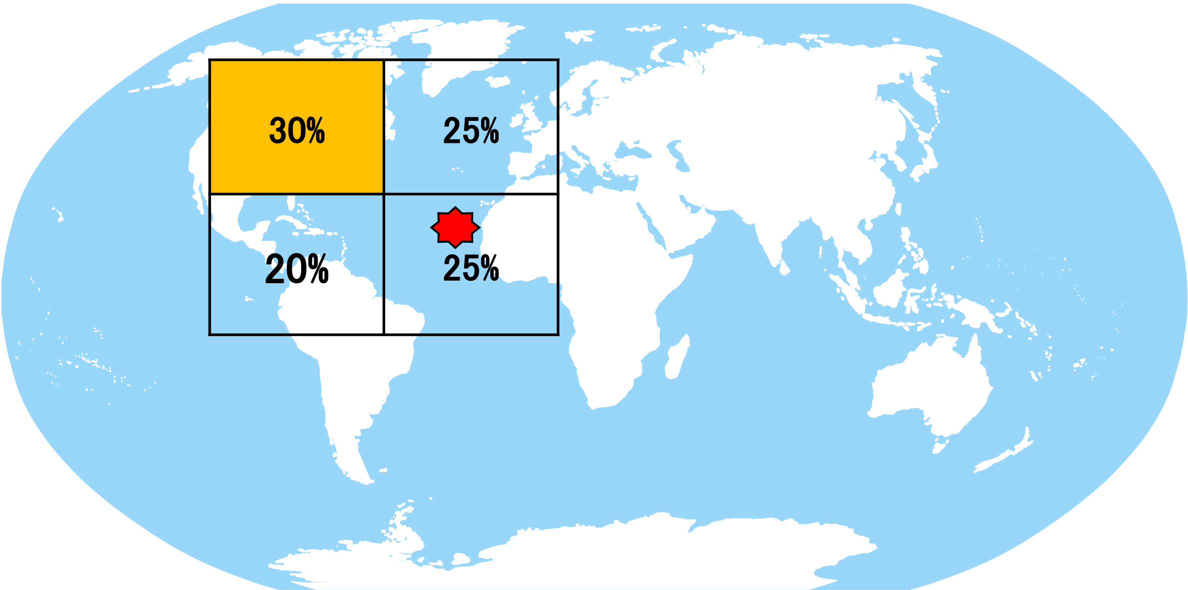
$$p = p(A)$$

求めたい確率

$$p(A|B^c)$$

あるgridを捜索して潜水艦が見つからなかった後に、それでもまだ潜水艦が沈んでいる確率

ベイズの定理の応用



主観的な確率

$$p = p(A)$$

求めたい確率

$$p(A|B^c)$$

あるgridを捜索して潜水艦が見つからなかった後に、それでもまだ潜水艦が沈んでいる確率

もともと３０%ぐらいの確率で潜水艦がいると考えていた場所を、実際に探して発見できなかった後に、その海域に潜水艦が沈んでいる確率を求めたい

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)P(A)}{P(B^c|A)P(A) + P(B^c|A^c)P(A^c)}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)P(A)}{P(B^c|A)P(A) + P(B^c|A^c)P(A^c)}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)P(A)}{P(B^c|A)P(A) + P(B^c|A^c)P(A^c)}$$

$p = P(A)$

$1 - p = P(A^c)$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + P(B^c|A^c)(1-p)}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + P(B^c|A^c)(1-p)}$$

潜水艦が沈んでいないと
きに見つからない確率

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + P(B^c|A^c)(1-p)}$$

$= 1$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + \ (1-p)}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + \ (1-p)}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + \ (1-p)}$$

ここで

$$P(B^c|A) + P(B|A) = 1$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + \ (1-p)}$$

ここで

$$P(B^c|A) + \mathrm{q} = 1$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{P(B^c|A)p}{P(B^c|A)p + (1-p)}$$

ここで

$$P(B^c|A) = 1 - \mathrm{q}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{(1-q)p}{(1-q)p + \ (1-p)}$$

ベイズの定理の応用

求めたい確率

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)}$$

$$= \frac{(1-q)p}{(1-q)p + \ (1-p)}$$

$$= \frac{p - pq}{1 - pq}$$

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$$p = p(A)$$ ← 沈んでいる確率

$$q = p(B|A)$$ ← 探索船の性能

- A={ある海域(grid)に潜水艦が沈んでいる}
- B^C＝{潜水艦を探して、実際に潜水艦が発見されない}

ベイズの定理の応用

▼ ２つの事象A,Bを考える

	A	A^c
B	$P(A\cap B)$	$P(A^c\cap B)$
B^c	$P(A\cap B^c)$	$P(A^c\cap B^c)$
	$p=p(A)$	$1-p$

ベイズの定理の応用

▼ ２つの事象A,Bを考える

	A	A^c
B	$P(A \cap B)$	$P(A^c \cap B)$
B^c	$P(A \cap B^c)$	$P(A^c \cap B^c)$
	$\boxed{p = p(A)}$	$\boxed{1 - p}$

事前分布

ベイズの定理の応用

▼ ２つの事象A,Bを考える

	A	A^c
B	$P(A \cap B)$	$P(A^c \cap B)$
$\boxed{B^c}$	$P(A \cap B^c)$	$P(A^c \cap B^c)$
潜水艦が発見されなかった	$p = p(A)$	$1 - p$

事前分布

ベイズの定理の応用

▼ 2つの事象A,Bを考える

	A	A^c
B	$P(A \cap B)$	$P(A^c \cap B)$
$\boxed{B^c}$	$P(A \cap B^c)$	$P(A^c \cap B^c)$
潜水艦が発見されなかった	$p = p(A)$	$1 - p$

事前分布

更新される

ベイズの定理の応用

▼ ２つの事象A,Bを考える

	A	A^c
B	$P(A\cap B)$	$P(A^c\cap B)$
B^c	$P(A\mid B^c)P(A)$	$P(A^c\mid B^c)P(A^c)$
潜水艦が発見されなかった	$p=p(A)$	$1-p$

事後分布

事前分布

更新される

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = 1$　　探索船の性能が１００%の時

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = 1$　探索船の性能が１００%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(1)}{1 - p(1)} = 0$$

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

q =1　探索船の性能が１００%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(1)}{1 - p(1)} = 0$$

もうその海域に潜水艦は沈んで無いと断定

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = 0$　　探索船の性能が０％の時

ベイズの定理の応用

$$\boxed{P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}}$$

$q = 0$　　探索船の性能が０％の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(0)}{1 - p(0)} = p$$

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = 0$　探索船の性能が０％の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(0)}{1 - p(0)} = p$$

探索によって得られた情報はないのと同じ

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

探索船の性能が66.6%の時

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{p}{3 - 2p}$$

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = \frac{2}{3}$　探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{p}{3 - 2p}$$

ある海域に潜水艦が沈んでいる確率

ベイズの定理の応用

$$\boxed{P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}}$$

$q = \frac{2}{3}$　　探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{p}{3 - 2p}$$

主観的に決める

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = \frac{2}{3}$　　探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{p}{3 - 2p}$$

主観的に決める

なにも分からないので均一分布を仮定してみる

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$q = \frac{2}{3}$

探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{p}{3 - 2p}$$

主観的に決める

25%	25%
25%	25%

事前分布

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{\frac{1}{4}}{3 - 2\frac{1}{4}}$$

25%	25%
25%	25%

事前分布

ベイズの定理の応用

$$P(A|B^c) = \frac{p - pq}{1 - pq}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

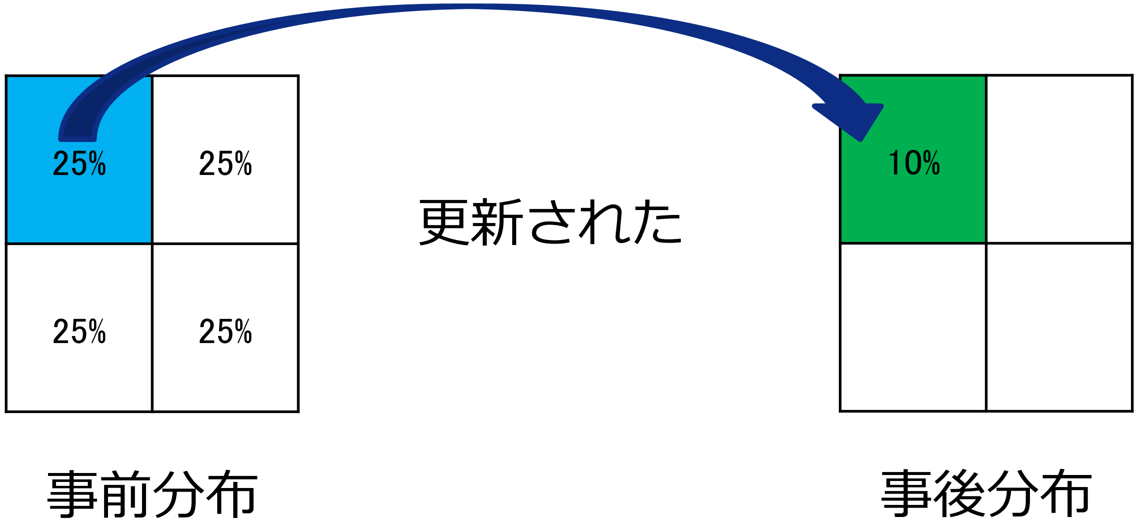
探索船の性能が66.6%の時

$$P(A|B^c) = \frac{p - p(\frac{2}{3})}{1 - p(\frac{2}{3})} = \frac{\frac{1}{4}}{3 - 2\frac{1}{4}} = 10\%$$

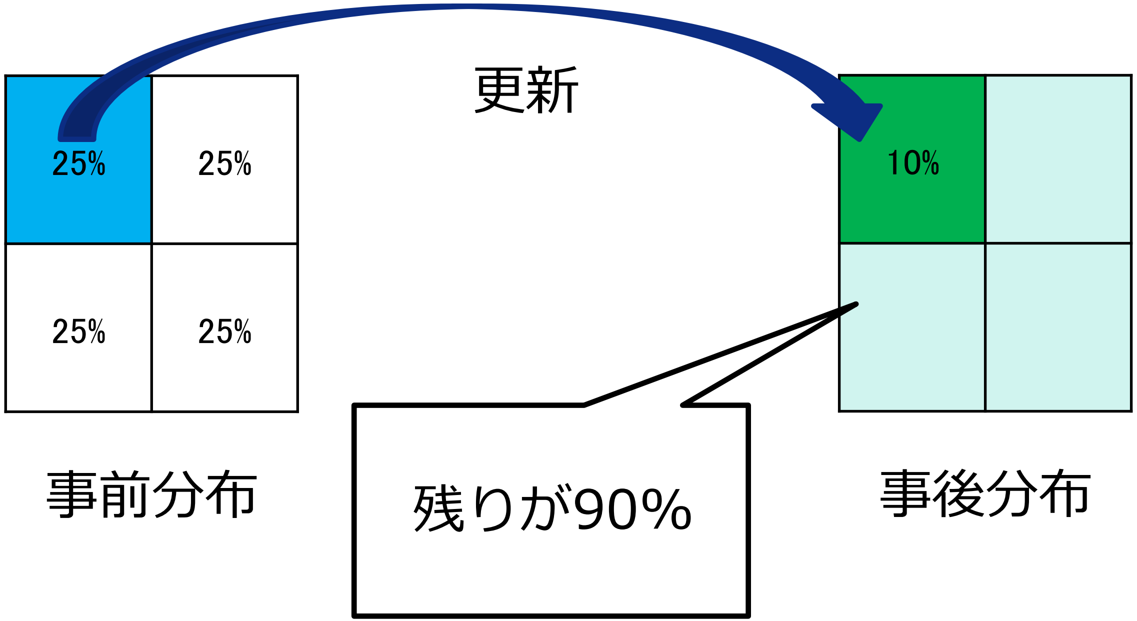
25%	25%
25%	25%

事前分布

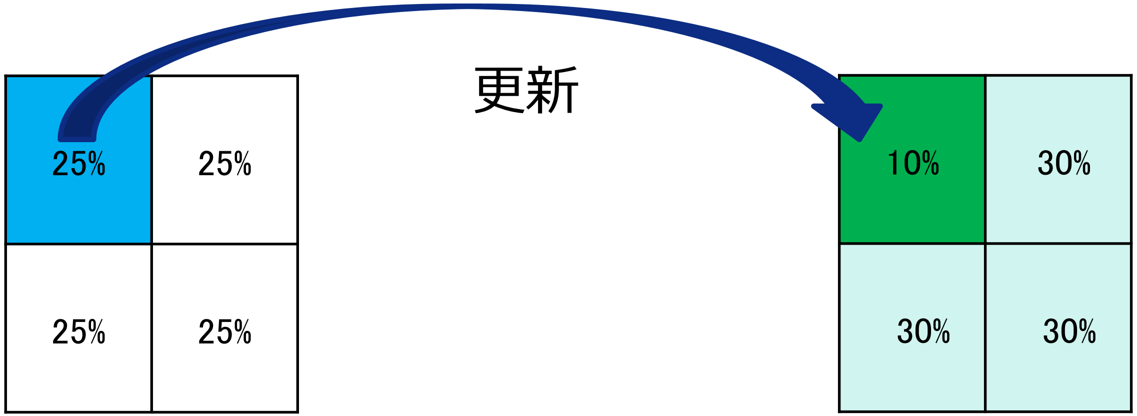
ベイズの定理の応用



ベイズの定理の応用



ベイズの定理の応用



事前分布　事後分布

探索とベイズを繰り返し、広大な海域から潜水艦を発見した

３．ベイズ確率

今日のコンテンツ