アメリカ式統計学セミナー

3．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3 機械学習への応用

3．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3 機械学習への応用

確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

偶数事象の要素数

確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

偶数事象の要素数

標本空間の要素数

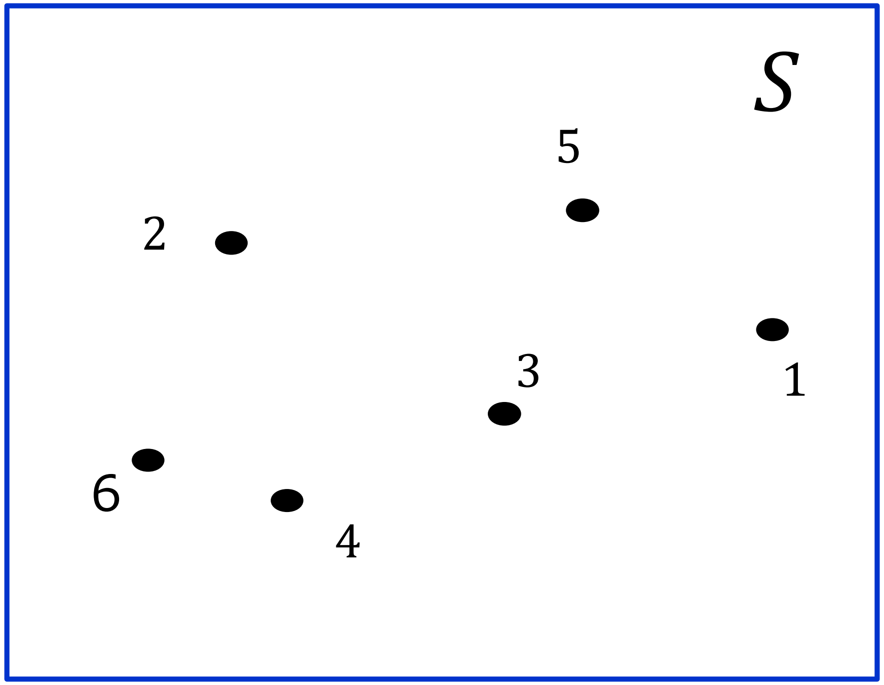
確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

偶数事象の要素数

標本空間の要素数



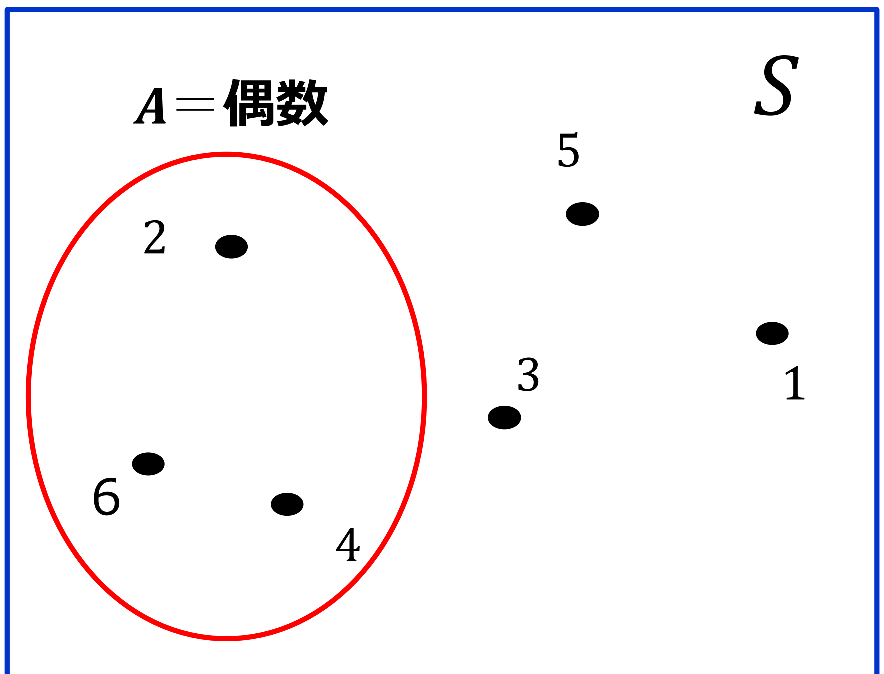
確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

偶数事象の要素数

標本空間の要素数



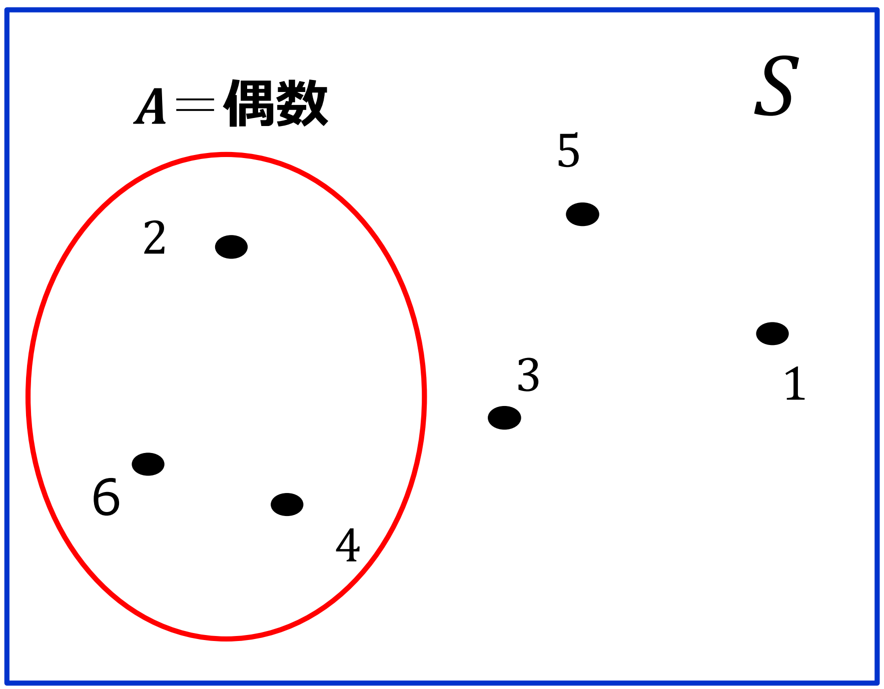
確率基礎用語（標本空間と事象）

事象Aの起こる確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

偶数事象の要素数

標本空間の要素数



$$P(A) = \frac{3}{6}$$

問題

２個のサイコロを転がすとき、次を求めよ

(1) 標本空間

(2) 両方が同じ目を出す確率

(3) 目の和が５以下である確率

(4) (2)もしくは(3)が起こる確率

解答（１）標本空間

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

解答（２）両方が同じ目を出す確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

解答（２）両方が同じ目を出す確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

解答（２）両方が同じ目を出す確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$E_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$$

解答（２）両方が同じ目を出す確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$E_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$$

$$P(\text{同じ目}) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

解答（３）目の和が５以下である確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

解答（３）目の和が５以下である確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

解答（３）目の和が５以下である確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$E_2 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

解答（３）目の和が５以下である確率

標本空間

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$E_2 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)\}$$

$$P(\text{５以下}) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{10}{36}$$

解答（４）「同じ目」または「目の和が５以下」である確率

$$E_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$$

$$E_2 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)\}$$

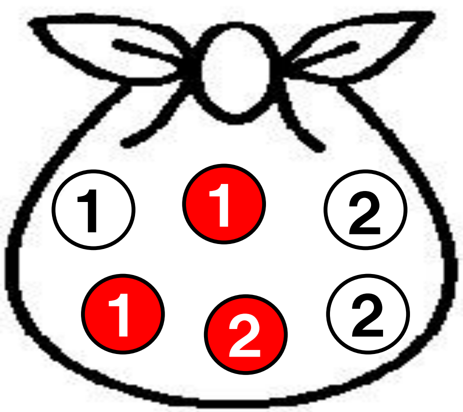
⬇

$$E_1 \cap E_2 = \{(1,1),(2,2)\}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{n(E_1 \cup E_2)}{n(S)} = \frac{n(E_1)+n(E_2)-n(E_1 \cap E_2)}{n(S)} = \frac{6+10-2}{36} = \frac{14}{36}$$

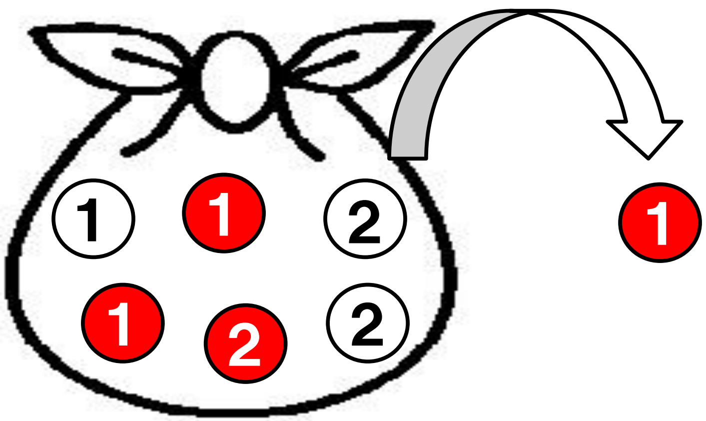
問題

次の図の袋の中には、赤い玉が3つ、白い玉が3つ入っています。赤い玉のうち2つには「1」、残りの1つには「2」と書かれています。一方、白い玉のうち2つには「2」、残りの1つには「1」と書かれています。この袋の中から玉を1つ取り出す時、「1」と書かれた赤色の玉が取り出される確率はいくらでしょうか。



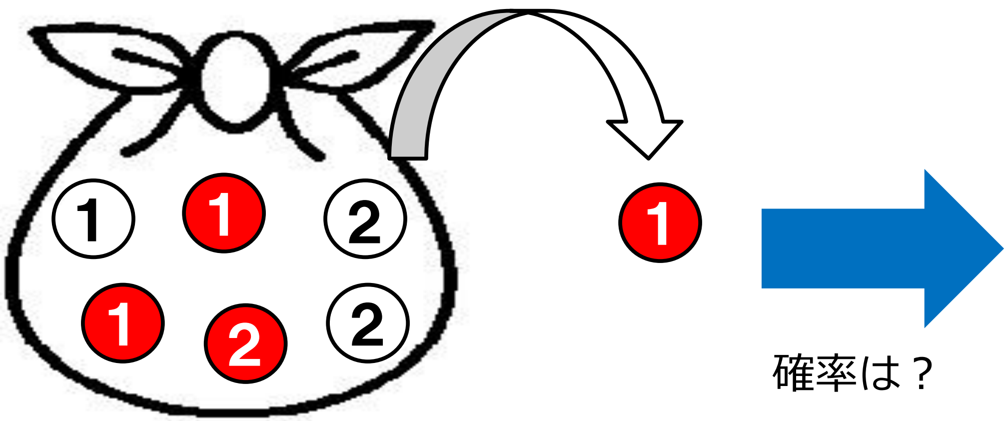
問題

次の図の袋の中には、赤い玉が3つ、白い玉が3つ入っています。赤い玉のうち2つには「1」、残りの1つには「2」と書かれています。一方、白い玉のうち2つには「2」、残りの1つには「1」と書かれています。この袋の中から玉を1つ取り出す時、「1」と書かれた赤色の玉が取り出される確率はいくらでしょうか。



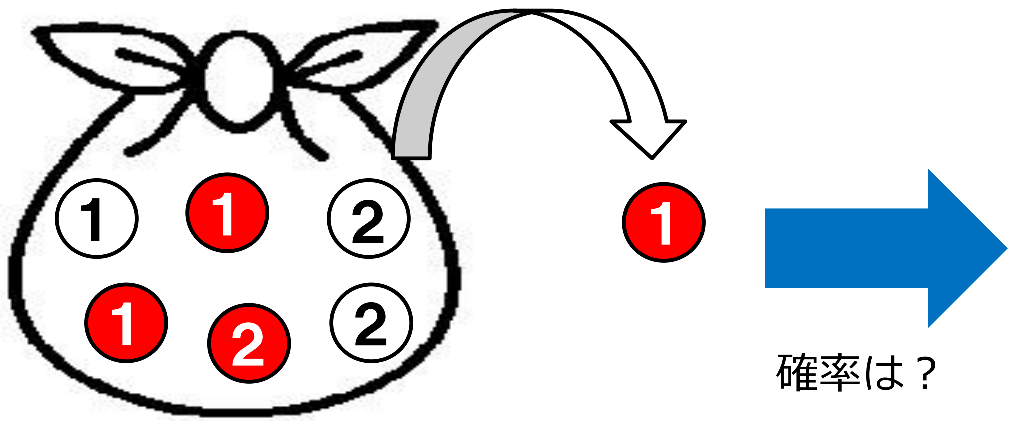
問題

次の図の袋の中には、赤い玉が3つ、白い玉が3つ入っています。赤い玉のうち2つには「1」、残りの1つには「2」と書かれています。一方、白い玉のうち2つには「2」、残りの1つには「1」と書かれています。この袋の中から玉を1つ取り出す時、「1」と書かれた赤色の玉が取り出される確率はいくらでしょうか。



問題

次の図の袋の中には、赤い玉が3つ、白い玉が3つ入っています。赤い玉のうち2つには「1」、残りの1つには「2」と書かれています。一方、白い玉のうち2つには「2」、残りの1つには「1」と書かれています。この袋の中から玉を1つ取り出す時、「1」と書かれた赤色の玉が取り出される確率はいくらでしょうか。

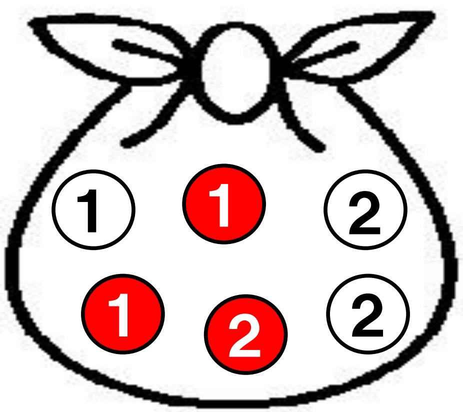


確率は？

$$P(1) = \frac{1}{6}$$

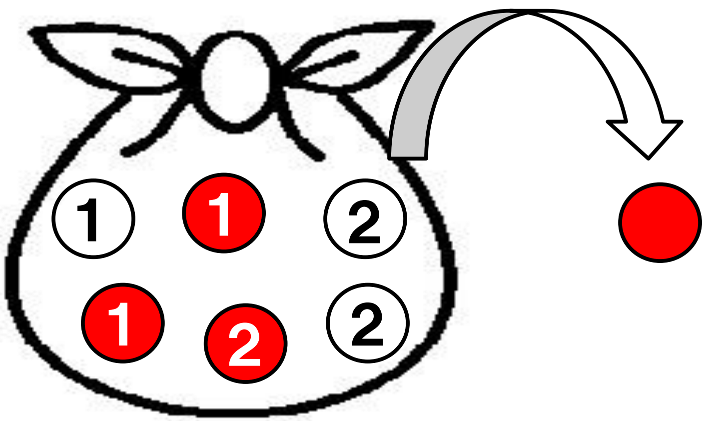
問題（条件付き確率）

同じ袋の中から玉を1つ取り出した時、その玉は赤色でした。この赤い玉に「1」と書かれている確率はいくらでしょうか。



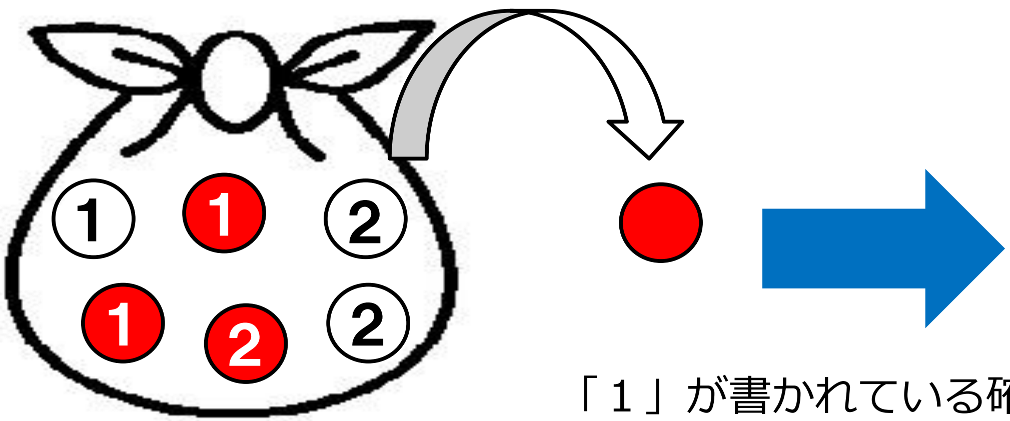
問題（条件付き確率）

　同じ袋の中から玉を1つ取り出した時、その玉は赤色でした。この赤い玉に「1」と書かれている確率はいくらでしょうか。



問題（条件付き確率）

同じ袋の中から玉を1つ取り出した時、その玉は赤色でした。この赤い玉に「1」と書かれている確率はいくらでしょうか。



$P(1|赤)$

「１」が書かれている確率は？

条件付き確率

条件付き確率

事象 B が起こる条件の下で事象 A が発生する確率

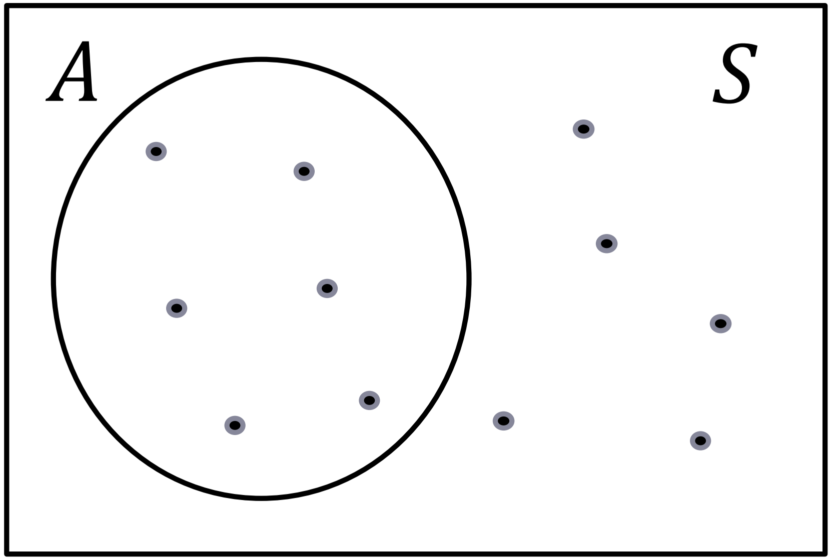
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$ （事象Aが起こる確率）

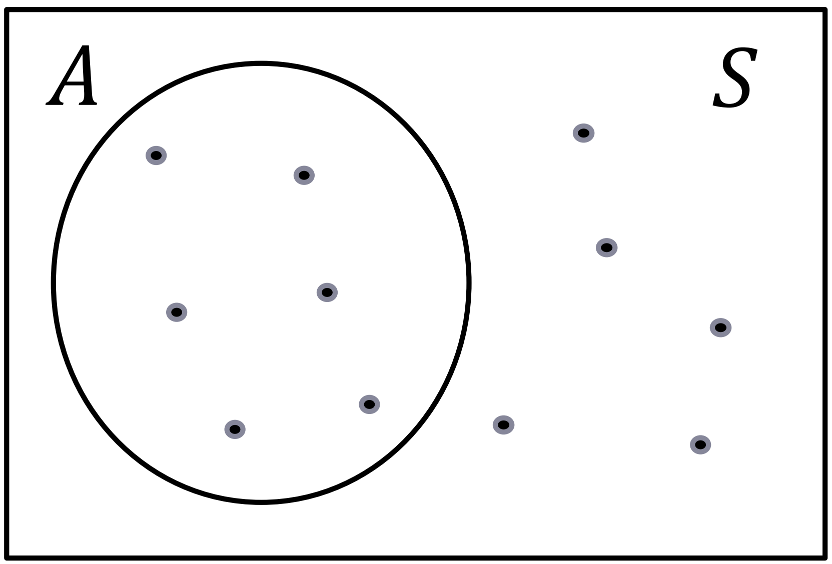
確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$ （事象Aが起こる確率）

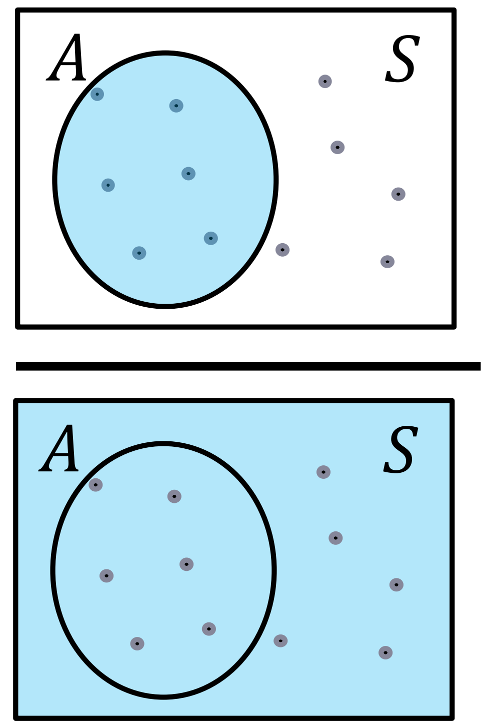


確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$ （事象Aが起こる確率）



$P(A) =$

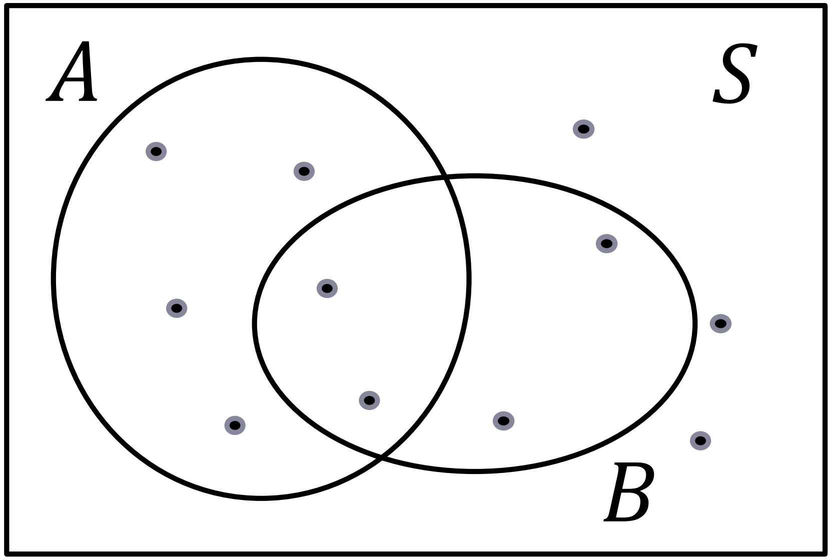


確率

$$P(A) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$ （事象$A \cap B$が起こる確率）

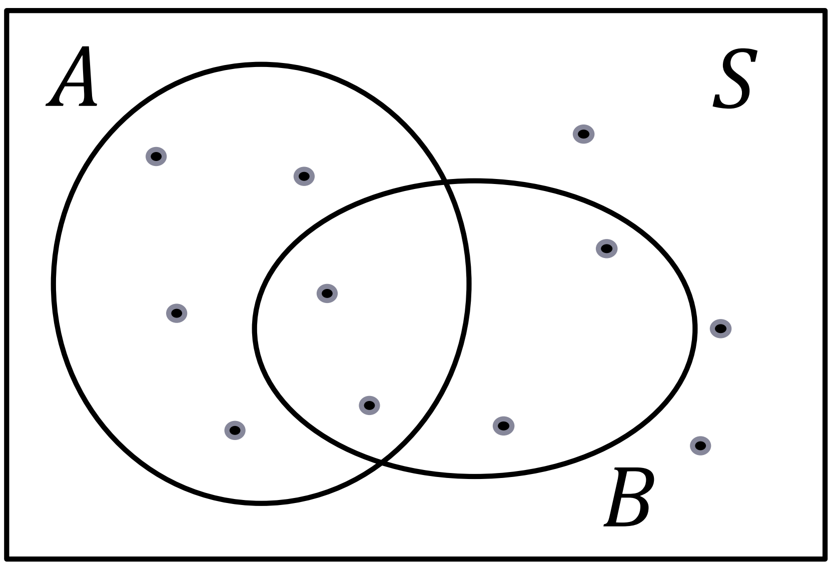
確率

$$P(A) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$ （事象$A \cap B$が起こる確率）

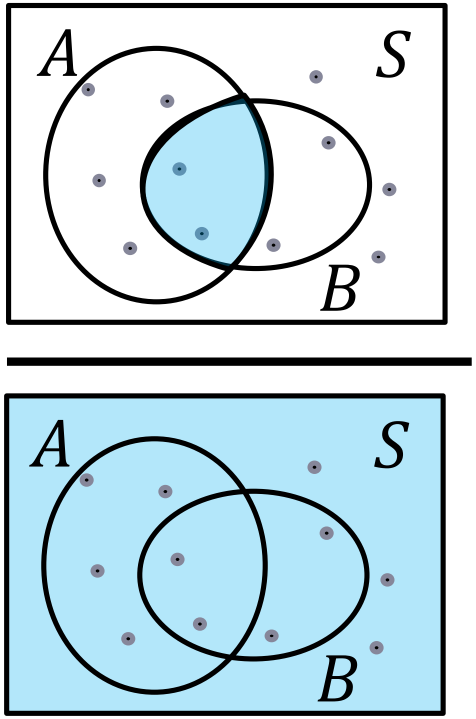


確率

$$P(A) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$ （事象$A \cap B$が起こる確率）



$P(A) =$

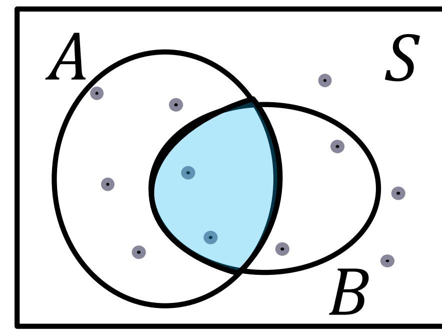


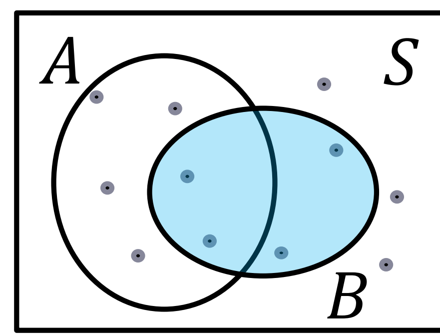
条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

（事象Bが起こる条件の下で事象Aが発生する確率）

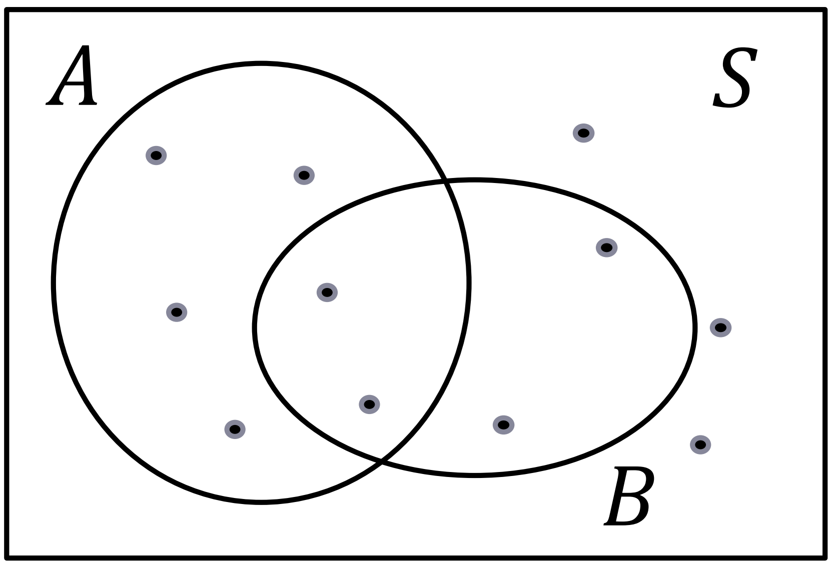
$$P(A|B) = \frac{\dfrac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\dfrac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} =$$



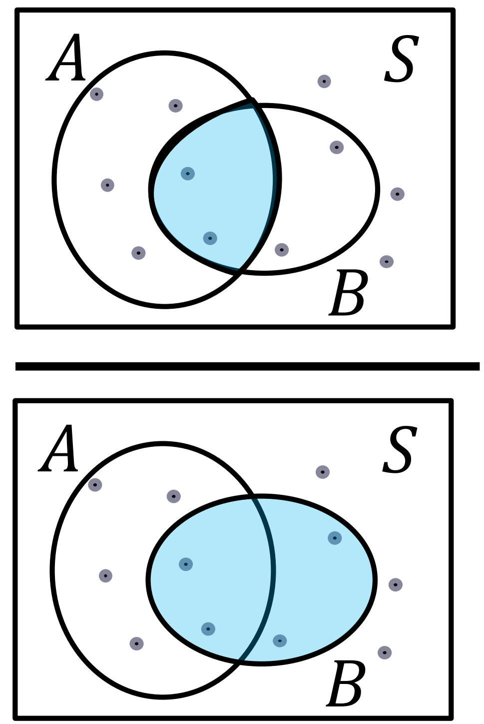


条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



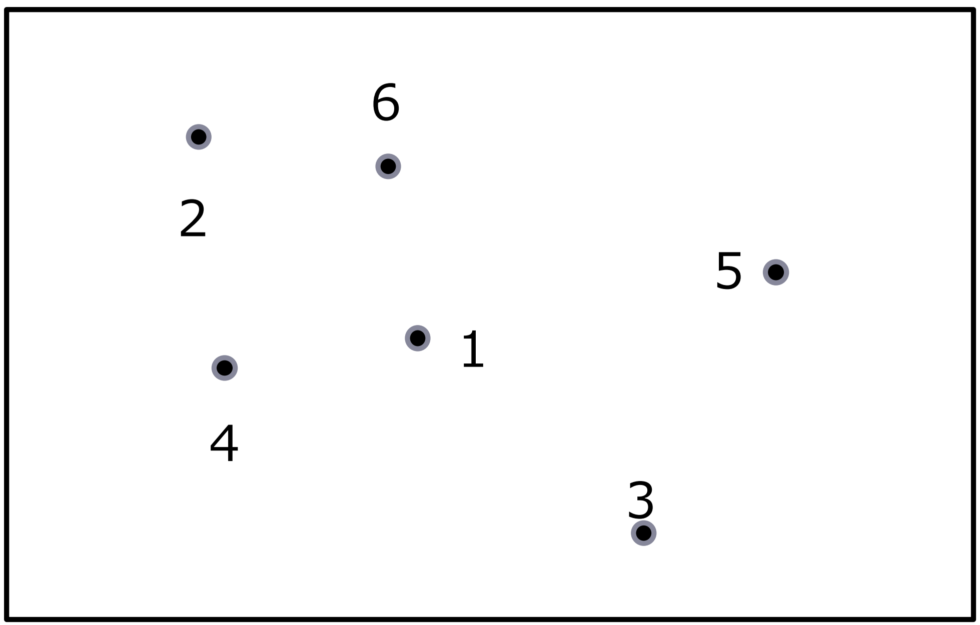
$P(A|B) =$



問題：条件付き確率

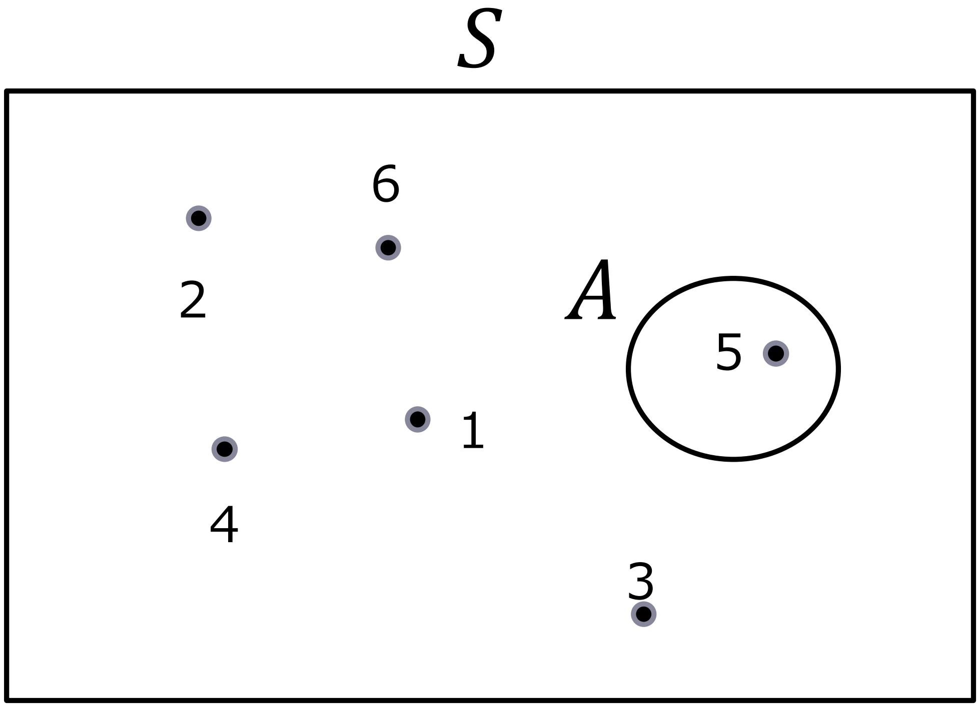
サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？

S



問題：条件付き確率

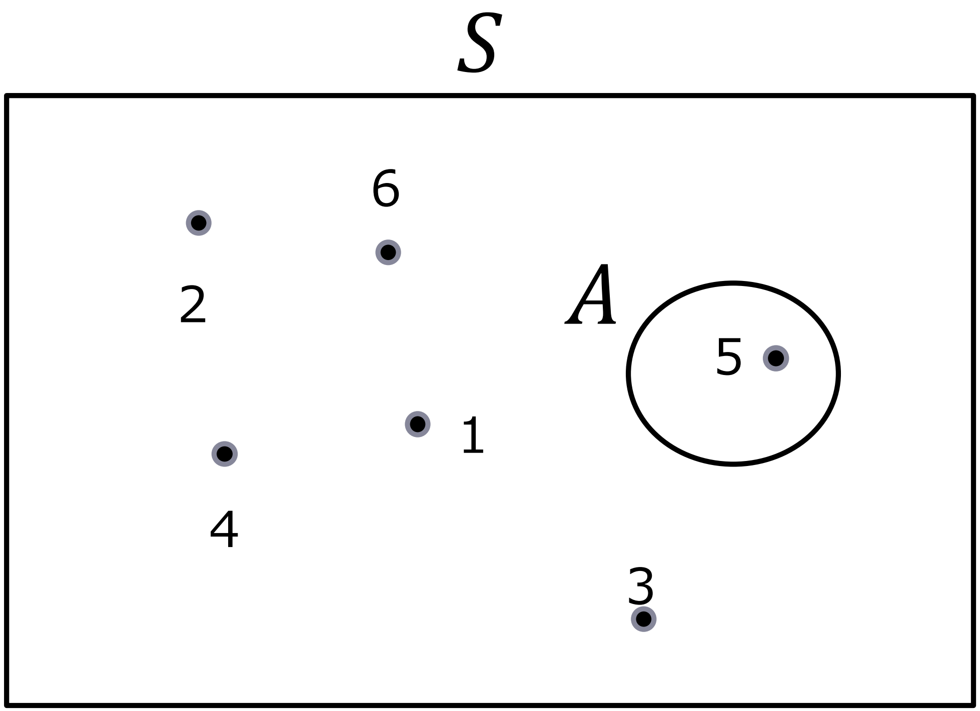
サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？



$$A = \{5\}$$

問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、５が出る確率は？



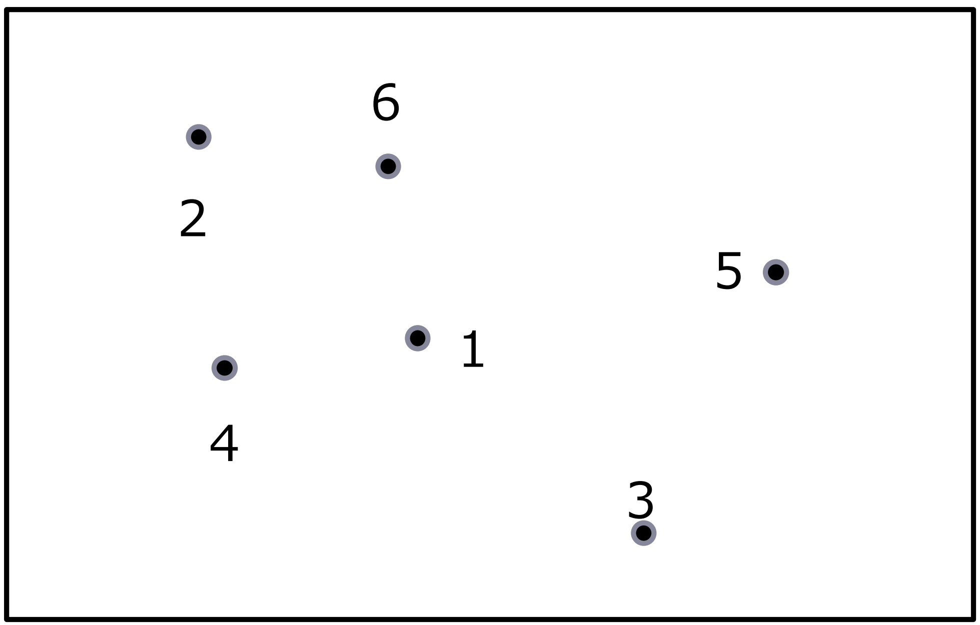
$$A = \{5\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

問題：条件付き確率

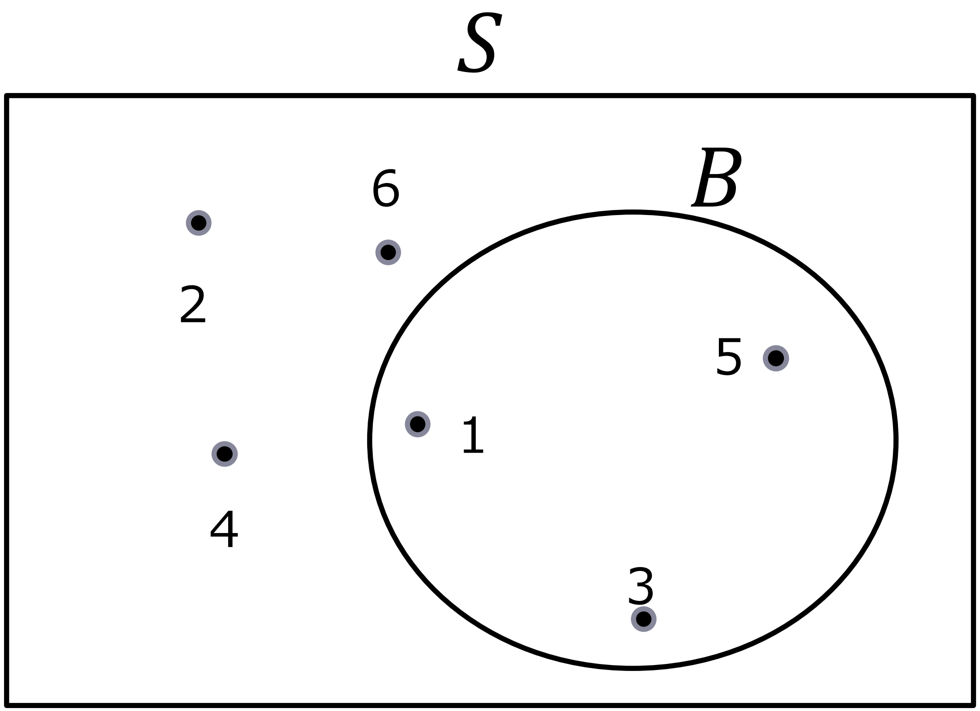
サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？

S



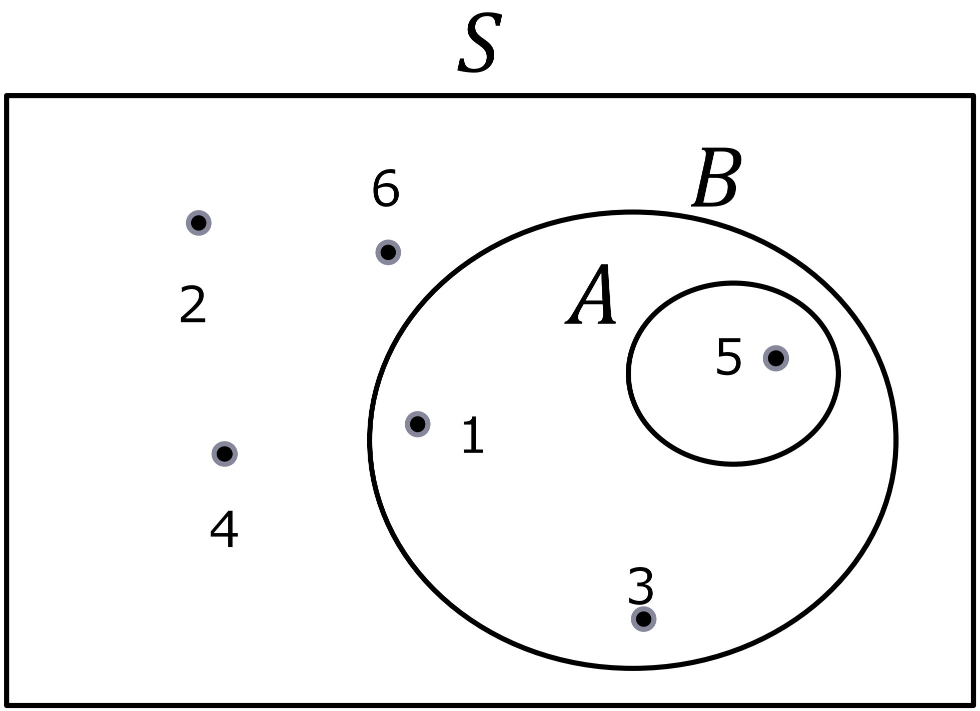
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



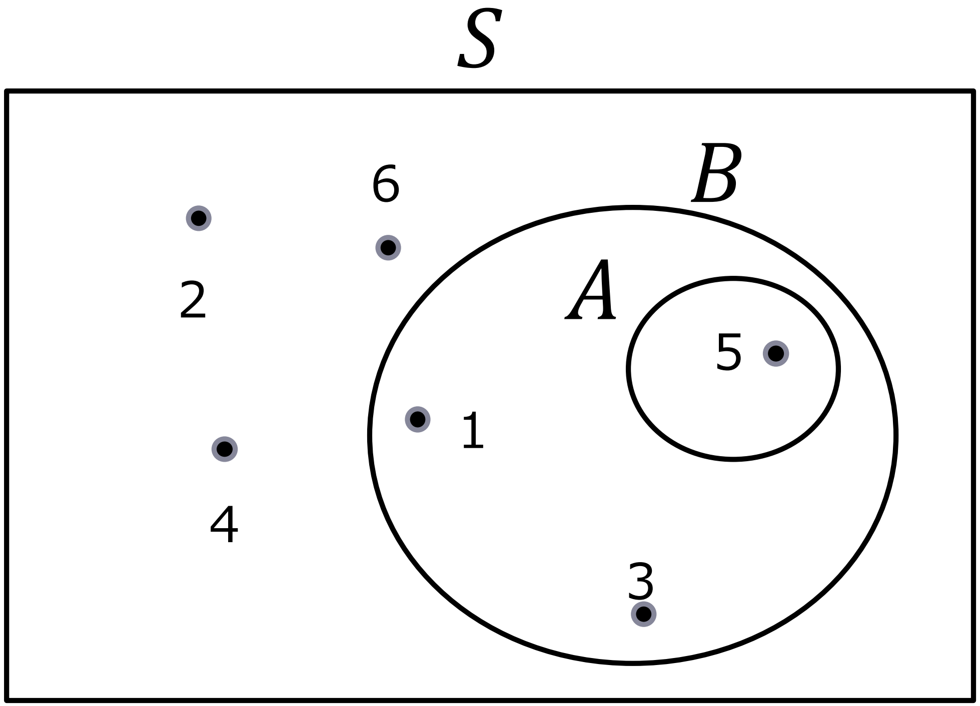
問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、 ５が出る確率は？



問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？

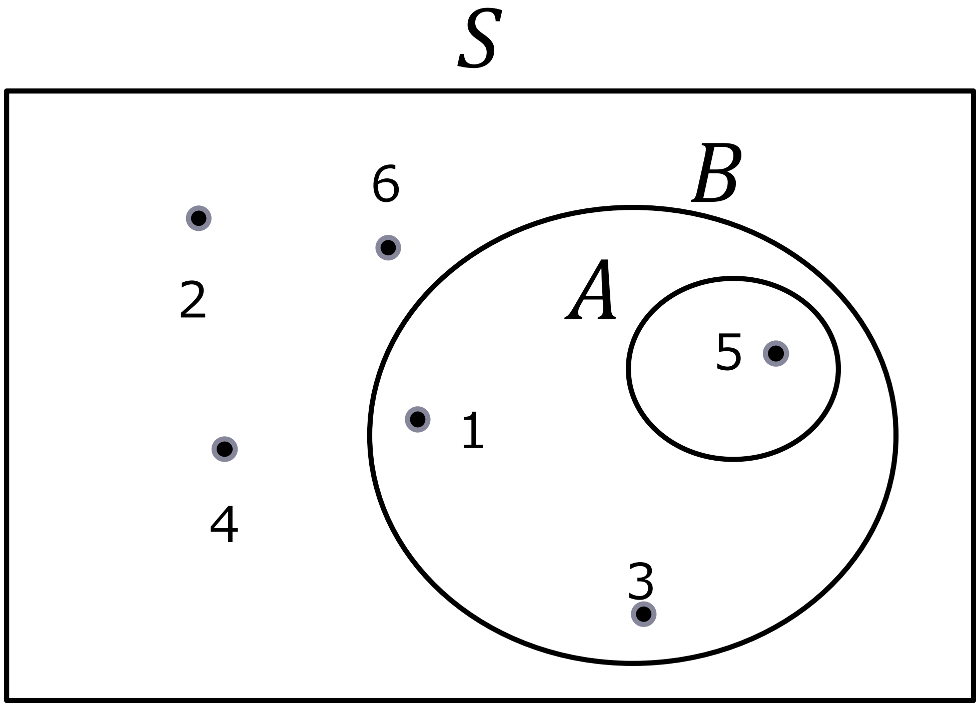


$A = \{5\}$

$B = \{\text{奇数}\} = \{1,3,5\}$

問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



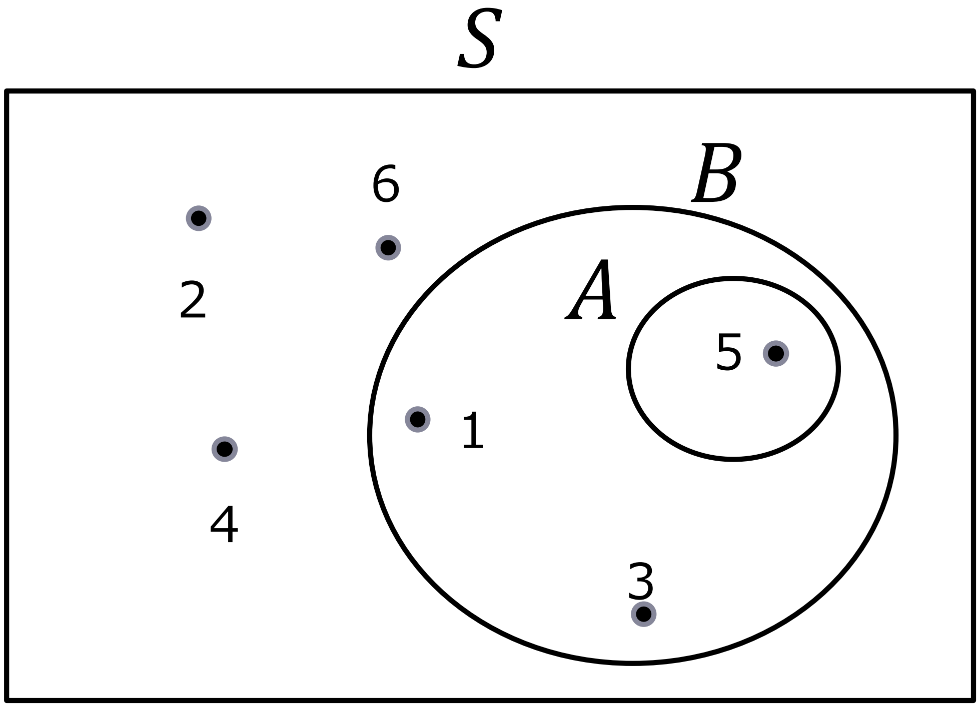
$A = \{5\}$

$B = \{奇数\} = \{1,3,5\}$

$A \cap B = \{5\}$

問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



$A = \{5\}$

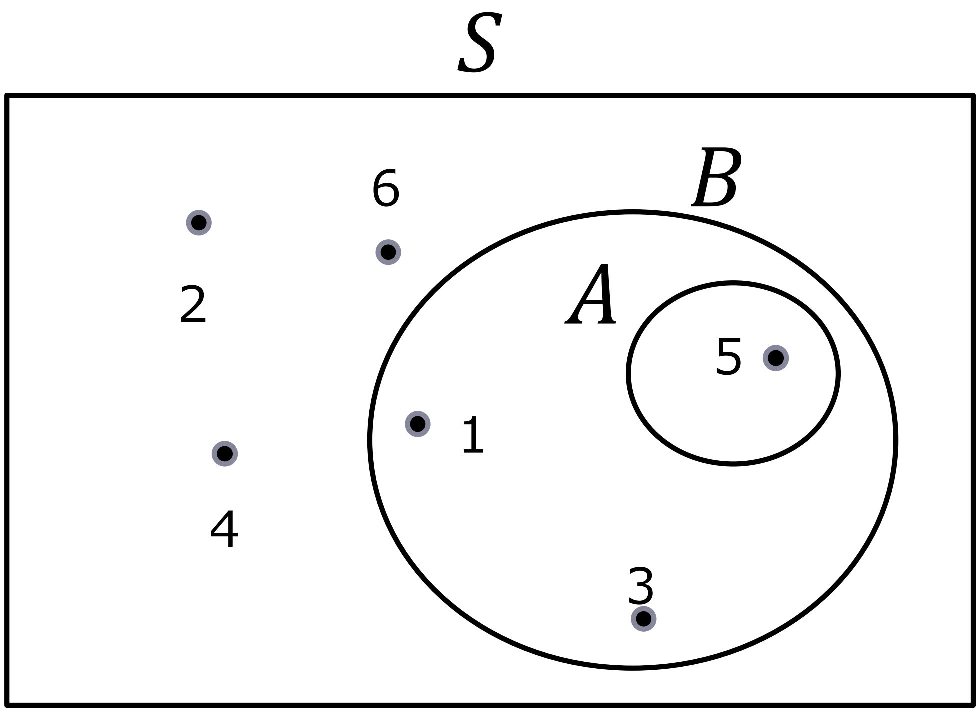
$B = \{奇数\} = \{1,3,5\}$

$A \cap B = \{5\}$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

問題：条件付き確率

サイコロを１回投げた時、奇数が出たという条件の下、５が出る確率は？



$$A = \{5\}$$

$$B = \{奇数\} = \{1,3,5\}$$

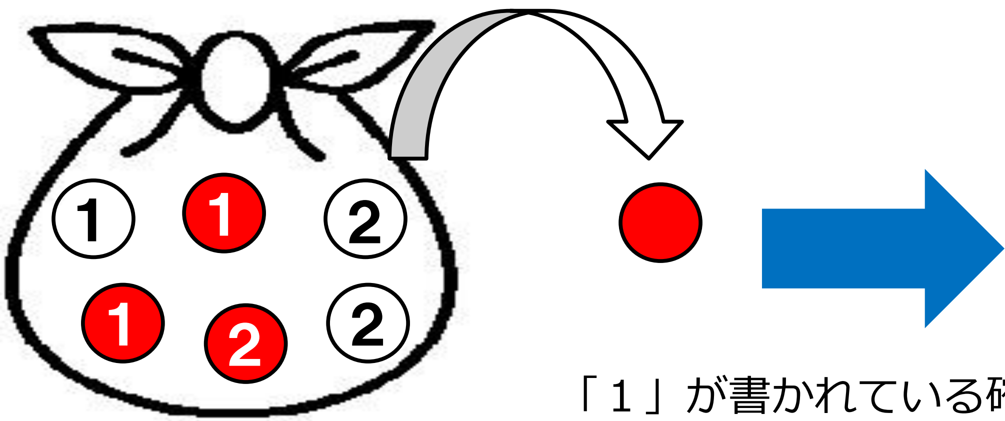
$$A \cap B = \{5\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$= \frac{1}{3}$$

問題：条件付き確率

同じ袋の中から玉を1つ取り出した時、その玉は赤色でした。この赤い玉に「1」と書かれている確率はいくらでしょうか。



$$P(1\,|\,\text{赤}) = \frac{2}{3}$$

「１」が書かれている確率は？

条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$$

条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\ P(B)$

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

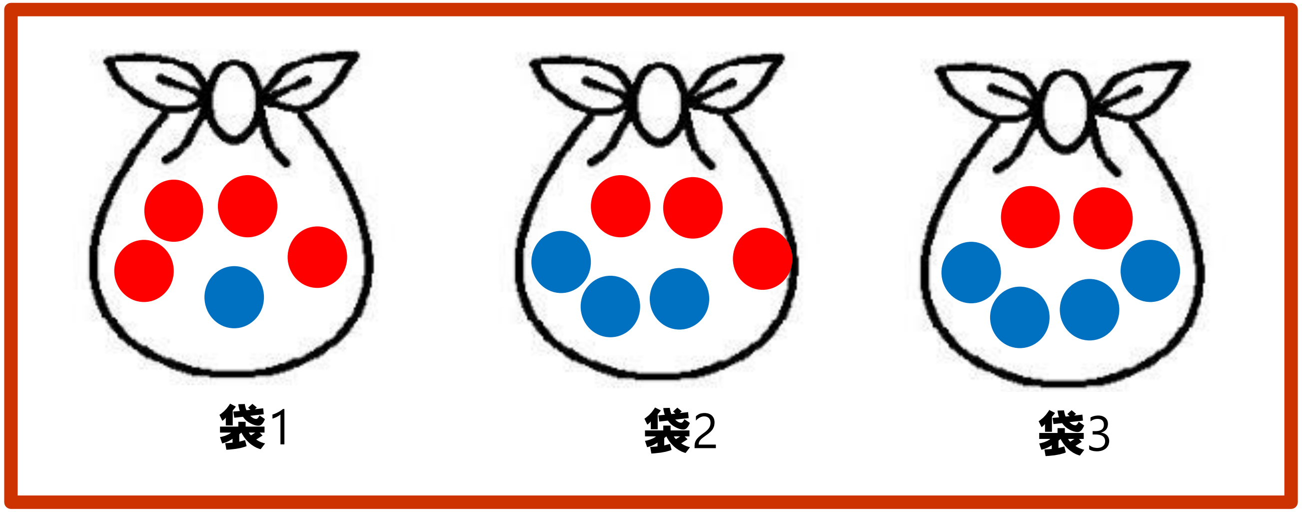
袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

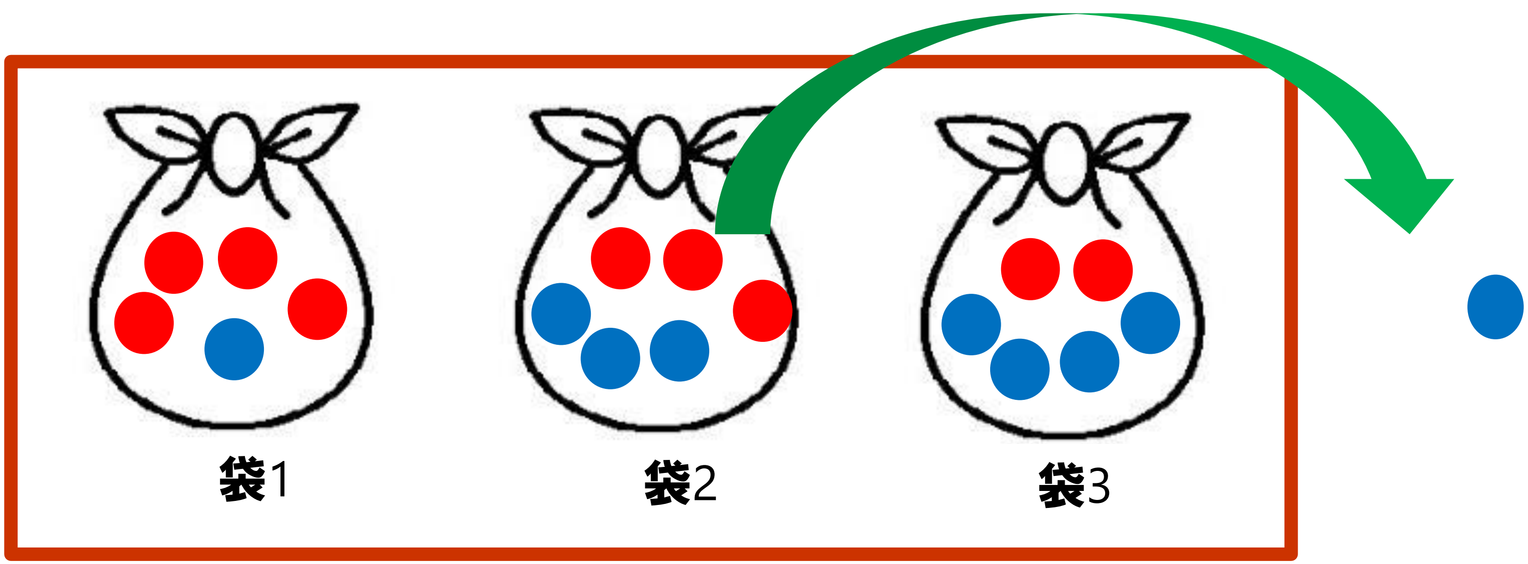


条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？



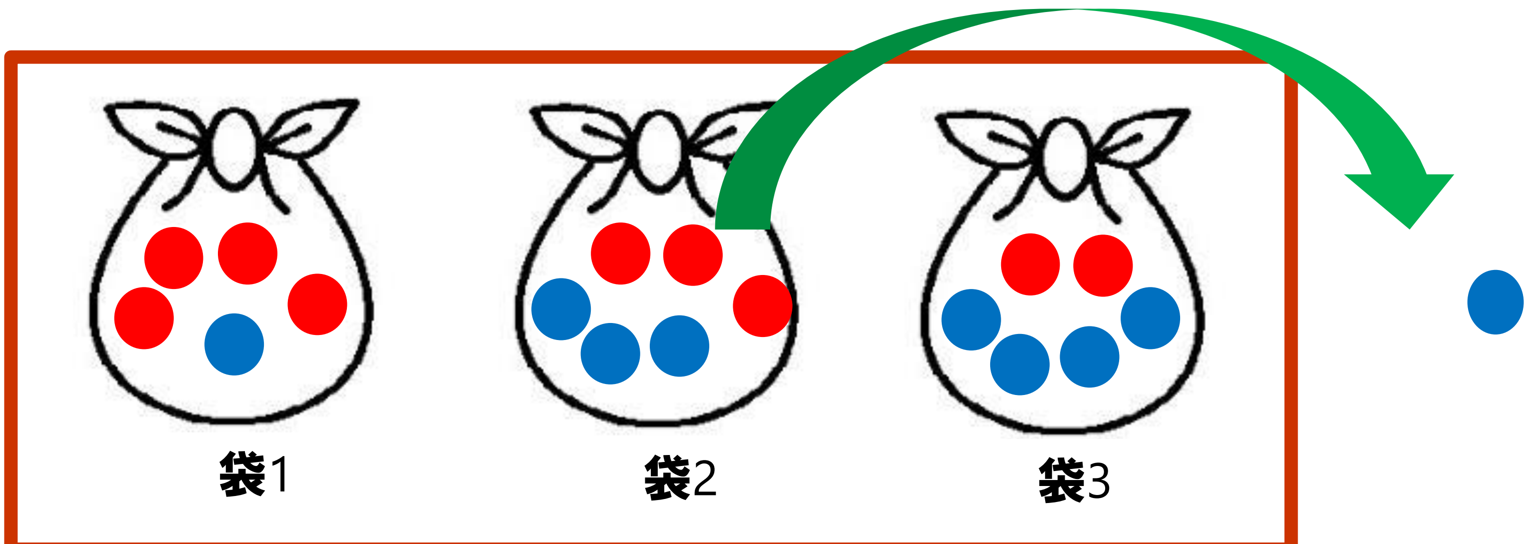
条件付き確率 $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

袋２を選び、そこから青玉を取り出す確率は？

A ＝青玉
B ＝袋２

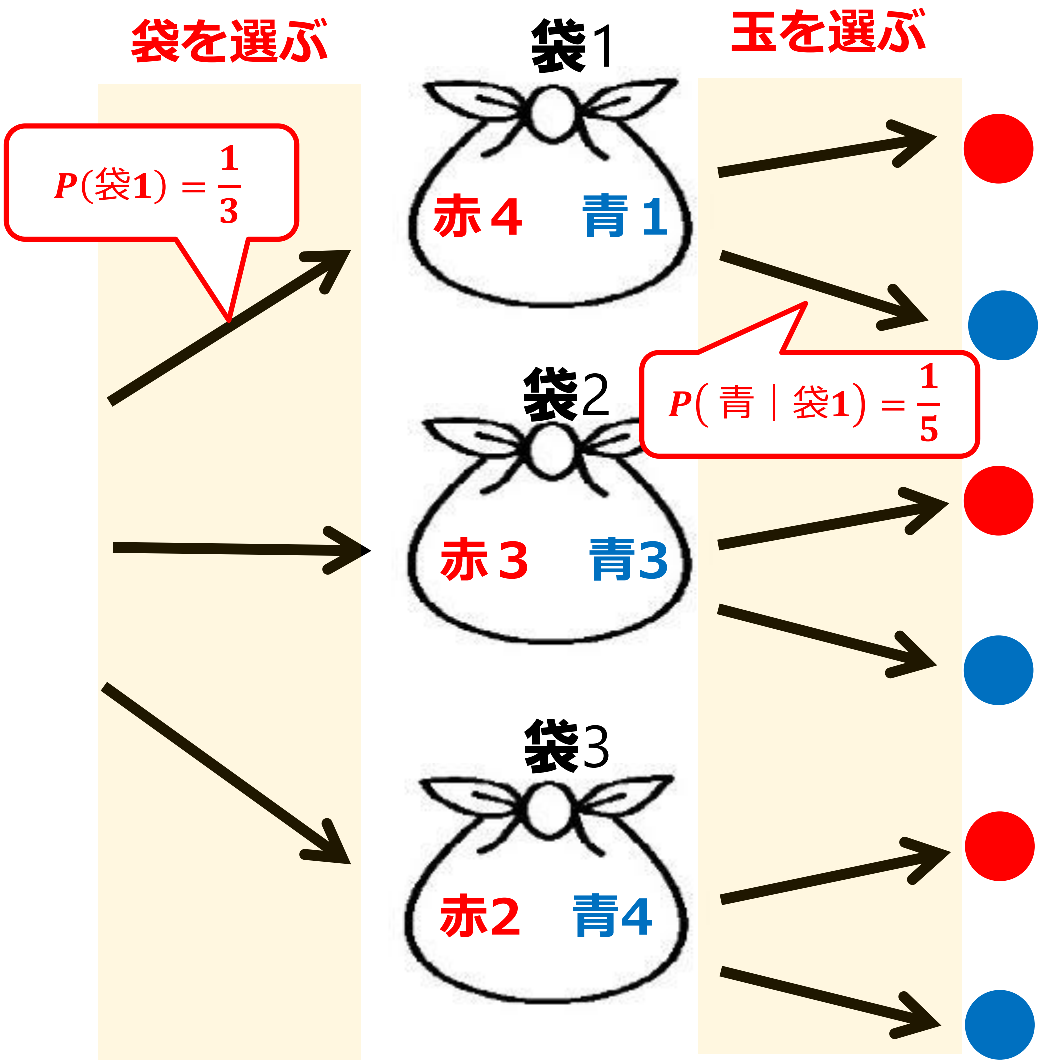


条件付き確率

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$\Leftrightarrow \quad P(\text{青} \cap \text{袋}2) = \boxed{P(\text{青}|\text{袋}2)}P(\text{袋}2)$$

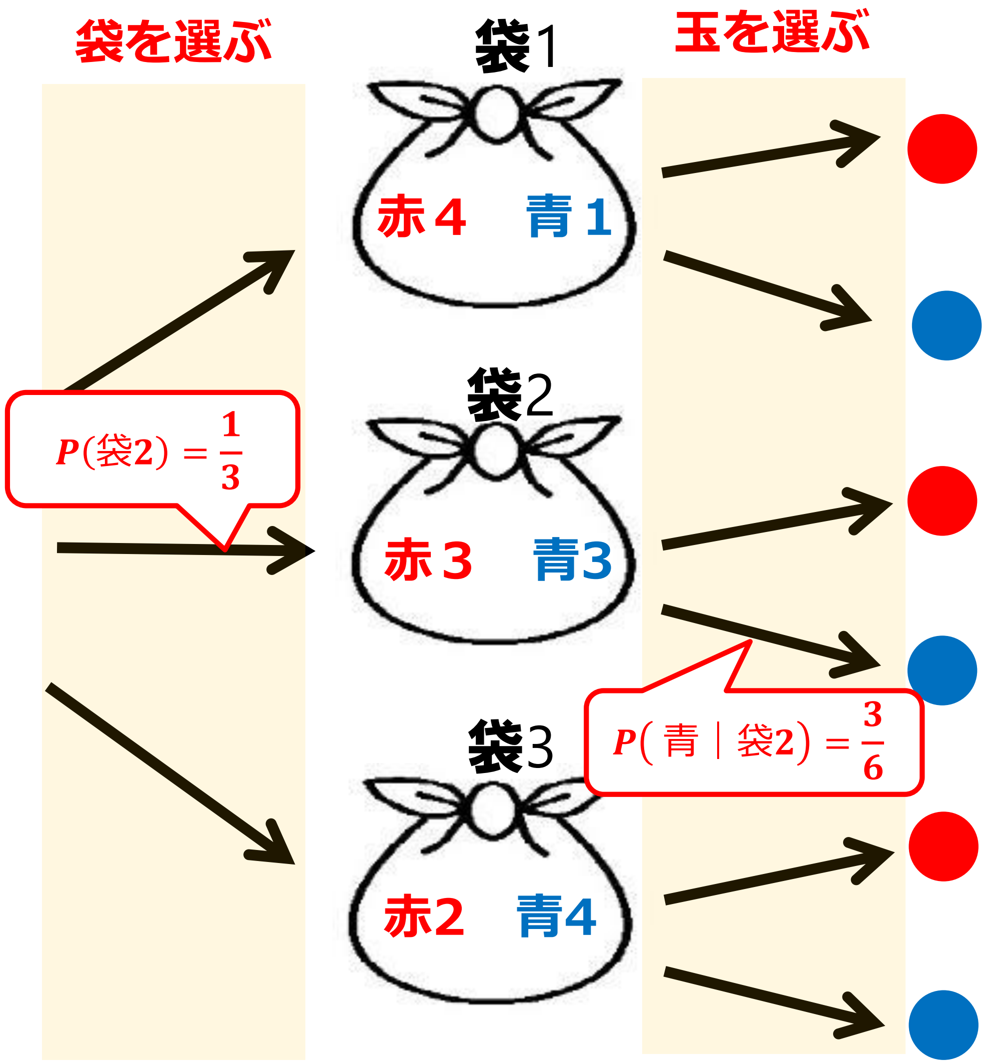
樹形図を使った可視化



$$P(赤 \cap 袋1) = P(赤 \mid 袋1)P(袋1) = \frac{4}{15}$$

$$P(青 \cap 袋1) = P(青 \mid 袋1)P(袋1) = \frac{1}{15}$$

樹形図を使った可視化



$$\boldsymbol{P}(赤 \cap 袋\mathbf{1}) = \boldsymbol{P}(赤 \mid 袋\mathbf{1})\boldsymbol{P}(袋\mathbf{1}) = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{15}}$$

$$\boldsymbol{P}(青 \cap 袋\mathbf{1}) = \boldsymbol{P}(青 \mid 袋\mathbf{1})\boldsymbol{P}(袋\mathbf{1}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{15}}$$

$$\boldsymbol{P}(青 \cap 袋\mathbf{2}) = \boldsymbol{P}(青 \mid 袋\mathbf{2})\boldsymbol{P}(袋\mathbf{2}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(1) 反対と答える人の確率は？
(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？
(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？
(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(1) 反対と答える人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7
合計		51	

(1) 反対と答える人の確率は？

$$P(\text{反対}) = 51/100$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも	合計
自民党	12	20	12	
民主党	8	25	5	38
共産党	5	6	7	

(2) 民主党支持者の中で、反対と答える確率は？

$$P(\text{反対}|\text{民主党})=25/38$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7
合計		51	

(3) 反対と答えた人の中で、民主党支持者である確率は？

$$P(\text{民主党}|\text{反対})=25/51$$

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

問題：条件付き確率

次の表はある法案に関する政党支持者別(100人)の街頭調査の結果です。

	賛成	反対	どちらでも
自民党	12	20	12
民主党	8	25	5
共産党	5	6	7

(4) 民主党でかつ反対すると答えた人の確率は？

$$P(\text{民主党} \cap \text{反対}) = 25/100$$

3．ベイズ確率

今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3 機械学習への応用

ベイズの定理

条件付き確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = \boxed{P(B)\,P(A|B)}$$

$$P(B \cap A) = \boxed{P(A)\,P(B|A)}$$

同じこと

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B \cap A)}$$

$$P(B)P(A|B) = P(A)\,P(B|A)$$

$$P(\mathrm{B}|\mathrm{A}) = \frac{P(\mathrm{B})P(\mathrm{A}|\mathrm{B})}{P(\mathrm{A})}$$

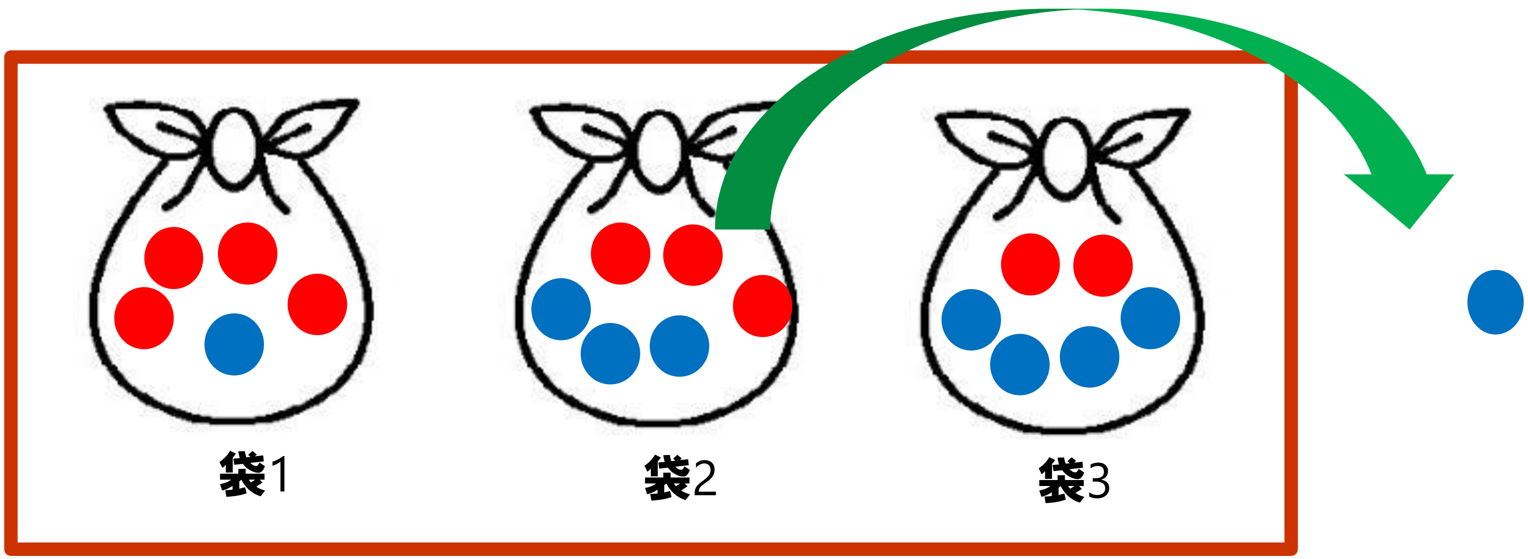
ベイズの定理

ベイズの定理

箱の中に3つの袋があり、それぞれ次のように赤と青の玉が入っている。

袋1：赤い玉4つ、青い玉1つ
袋2：赤い玉3つ、青い玉3つ
袋3：赤い玉2つ、青い玉4つ

いずれかの袋から玉を1つ取り出したところ、青玉だった。このとき選んだ袋が袋2である確率は？



ベイズの定理

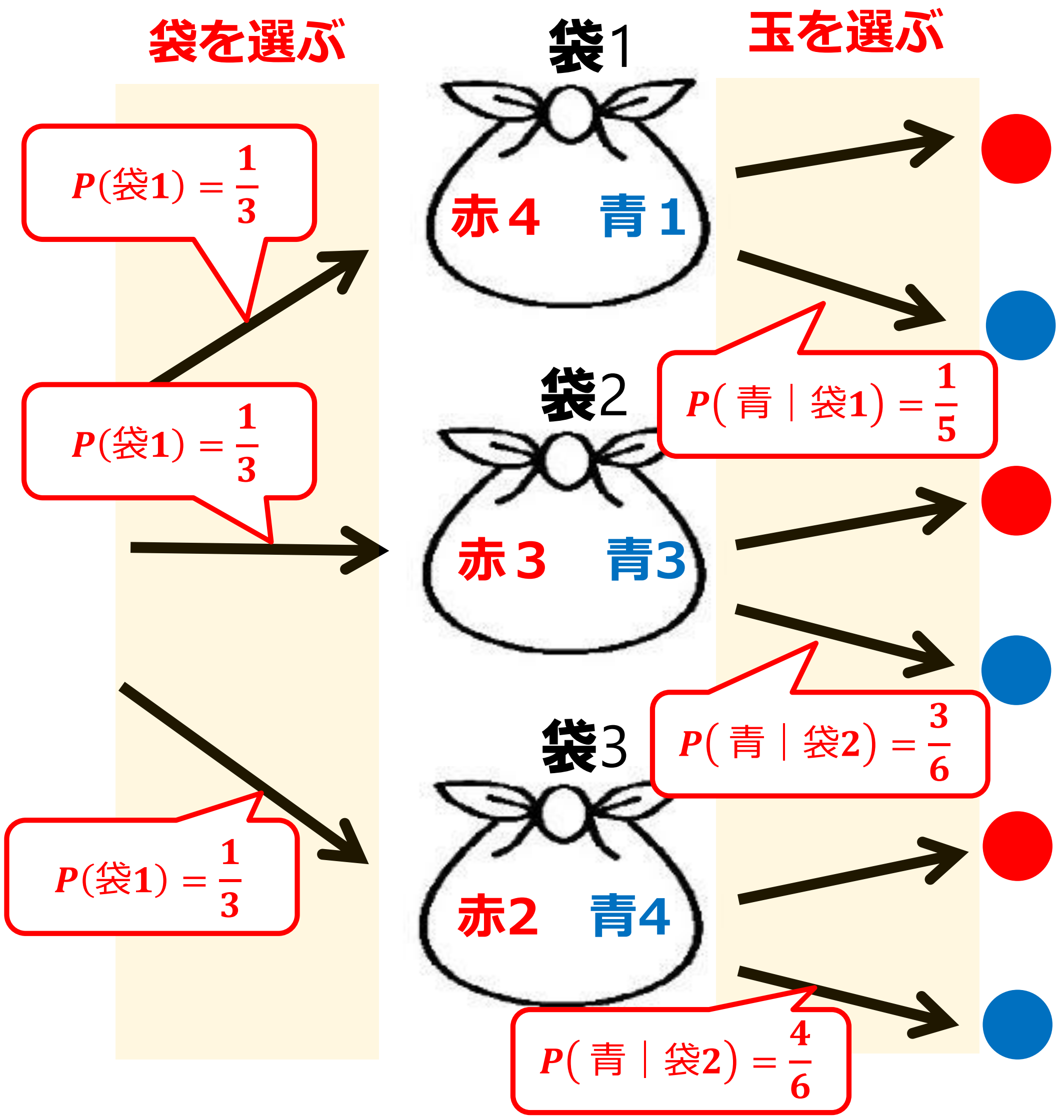
ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

$A =$ 袋2
$B =$ 青玉

$$P(袋2|青) = \frac{P(袋2)P(青|袋2)}{P(青)}$$

ベイズの定理



青玉を取り出す確率は？

$$P(青 \cap 袋1) = P(青 \mid 袋1)P(袋1) = \frac{1}{15}$$

$$P(青 \cap 袋2) = P(青 \mid 袋2)P(袋2) = \frac{1}{6}$$

$$P(青 \cap 袋3) = P(青 \mid 袋3)P(袋3) = \frac{2}{9}$$

ベイズの定理

青玉を取り出す確率 $P(\text{青})$ は？

$$P(\text{青}) = P(\text{青} \cap \text{袋}1) + \ (\text{青} \cap \text{袋}2) + \ (\text{青} \cap \text{袋}3)$$

$$= \ 0.4556$$

$$P(\text{袋}2|\text{青}) = \frac{P(\text{袋}2)P(\text{青}|\text{袋}2)}{P(\text{青})}$$

ベイズの定理

$$= \frac{\frac{3}{6} \times \frac{1}{3}}{0.4556} = 0.3659$$

ベイズの定理

$P(\text{青} \mid \text{袋}2)$

結果　原因

$P(\text{袋}2 \mid \text{青})$

原因 ← 結果

ベイズ統計学は直接知ることができない事を知るための理論と言える。
例えば、**結果から原因を予測する事ができる！**

ベイズの定理の応用

ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

ガンの検診

$P(A)$：健康状態（ガン）

$P(B)$：検診結果（陽性）

$P(B|A)$：ガン患者の検診結果が陽性の確率　**結果** ← **原因**

$P(A|B)$：検診結果が陽性の人がガンである確率　**原因** ← **結果**

ベイズの定理の応用

ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

ネットストア

$P(A)$：女性がサイトを訪れる確率

$P(B)$：商品が購入される確率

$P(B|A)$：女性が商品を購入する確率　　**結果** ← **原因**

$P(A|B)$：商品を購入したのが女性である確率　　**原因** ← **結果**

モンティ・ホール問題

　あなたは今テレビのバラエティのゲストとして呼ばれています。これから出す問題に正解すれば、**高級車**を手に入れることができます。

　目の前に３つのドアがあります。そのうち１つには景品の高級車があり、他のドアにはハズレとして**ヤギ**います。高級車のドアを見事当てることができたらその高級車を手に入れることができます。

　あなたはドアを１つ選択したとします。すると、司会者モンティはあなたが**選んでいないドアのうち、ハズレを１つ開けてしまいます。**そして、モンティはあなたにこう言います。

モンティ・ホール問題

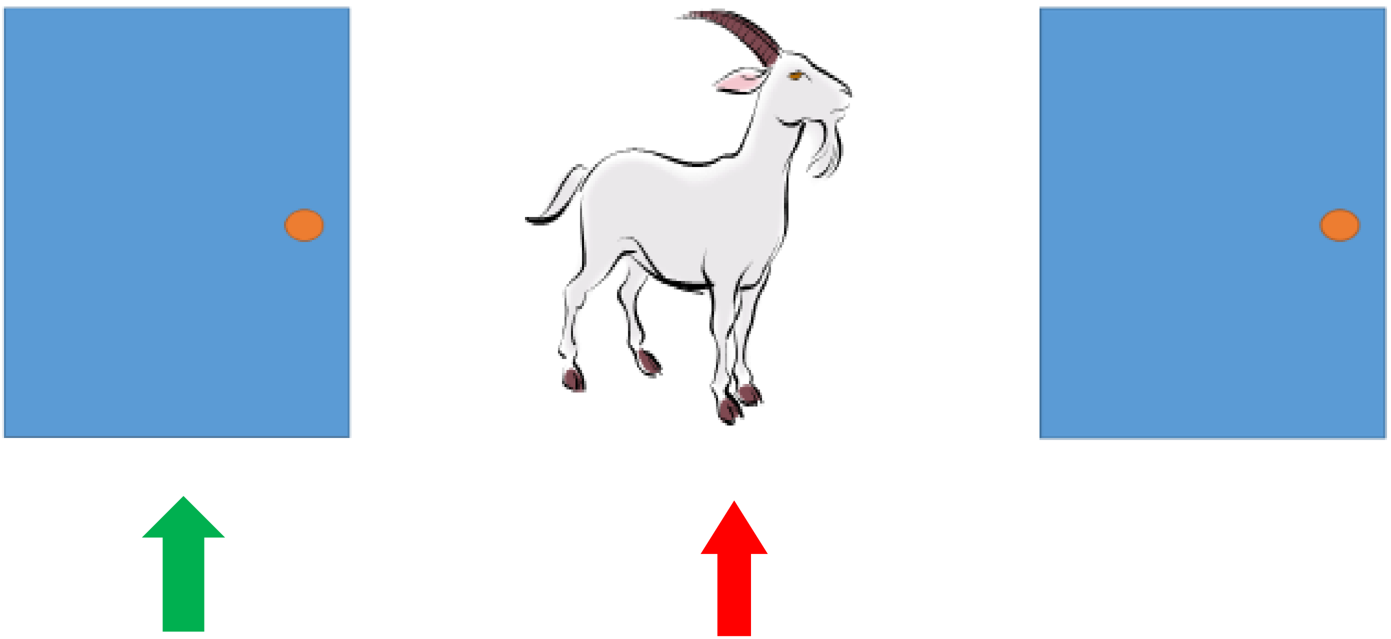
あなたは今テレビのバラエティのゲストとして呼ばれています。これから出す問題に正解すれば、**高級車**を手に入れることができます。

目の前に３つのドアがあります。そのうち１つには景品の高級車があり、他のドアにはハズレとして**ヤギ**います。高級車のドアを見事当てることができたらその高級車を手に入れることができます。

あなたはドアを１つ選択したとします。すると、司会者モンティはあなたが**選んでいないドアのうち、ハズレを１つ開けてしまいます。**そして、モンティはあなたにこう言います。

「最初に選んだドアをいま変更することができますがどうしますか？」

モンティ・ホール問題

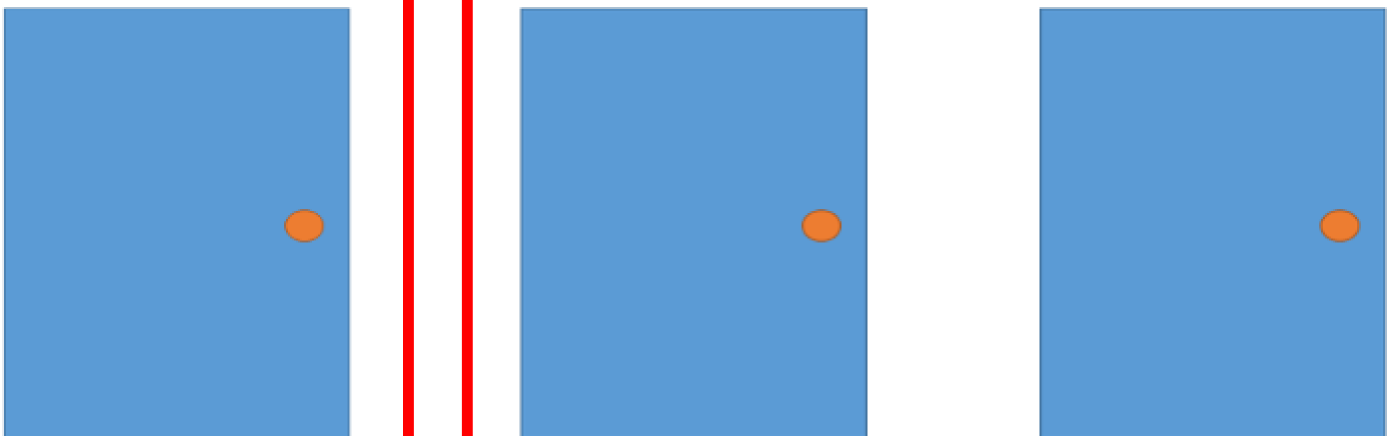


①このドアを選択

②司会者はこのドアを開けてヤギを見せる

真ん中のドア後ろにヤギがいることを知った後で、最初に選択したドアを開くか、もう一つのドアに変えるか？

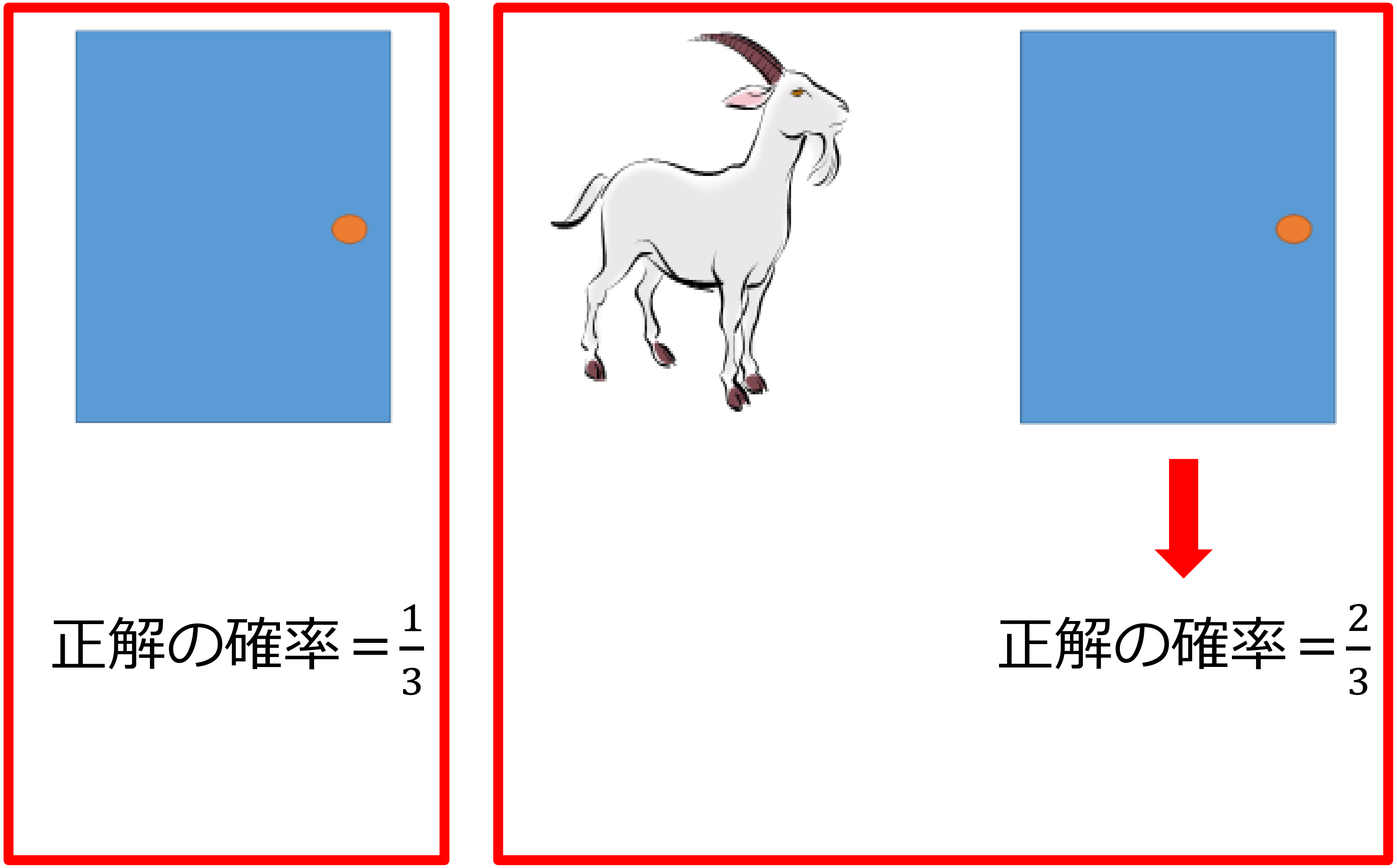
モンティ・ホール問題



正解の確率 $= \frac{1}{3}$

正解の確率 $= \frac{2}{3}$

モンティ・ホール問題



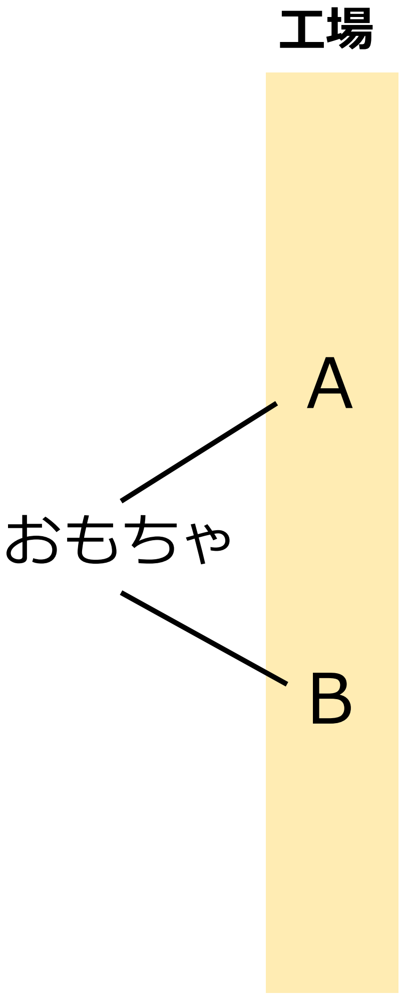
問題

工場 A と工場 B は、ある同じおもちゃを生産している。おもちゃ全体の60%は工場 A で、40%は工場 B で生産しているとする。工場 A で不良品のおもちゃを生産し てしまう確率を 1%, 工場 B で不良品のおもちゃを生産してしまう確率を 0.5%とす る。販売したあるおもちゃが不良品だったと報告を受けたとき、そのおもちゃが工 場Aで生産された確率はいくらか。

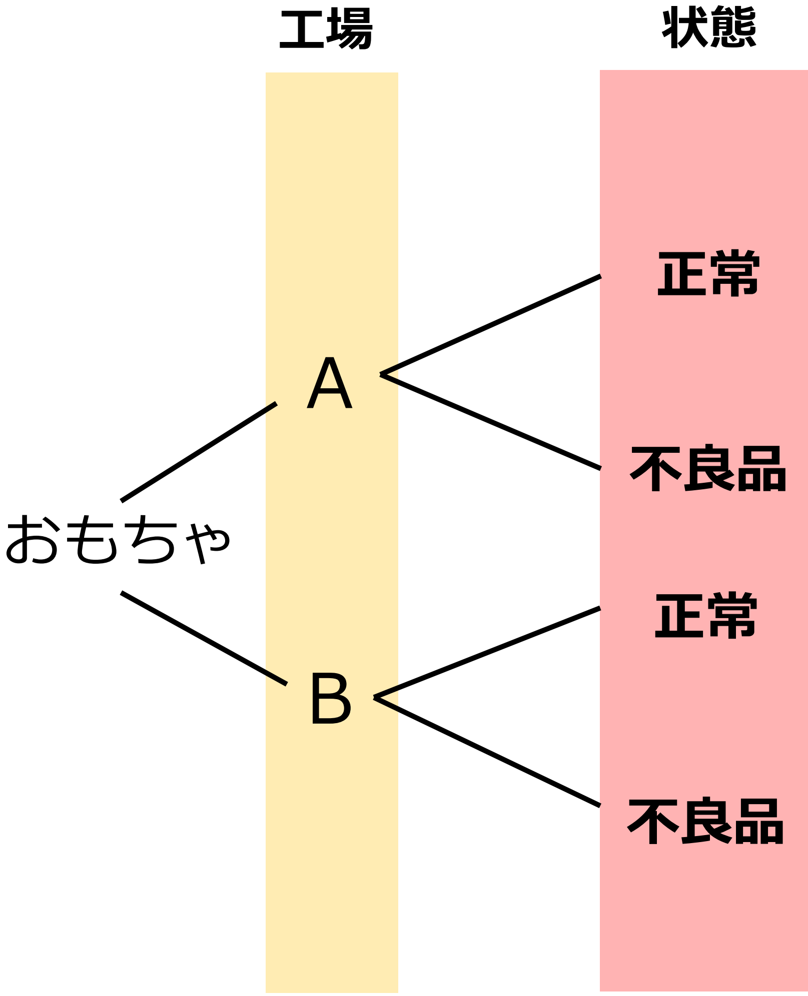
解答

おもちゃ

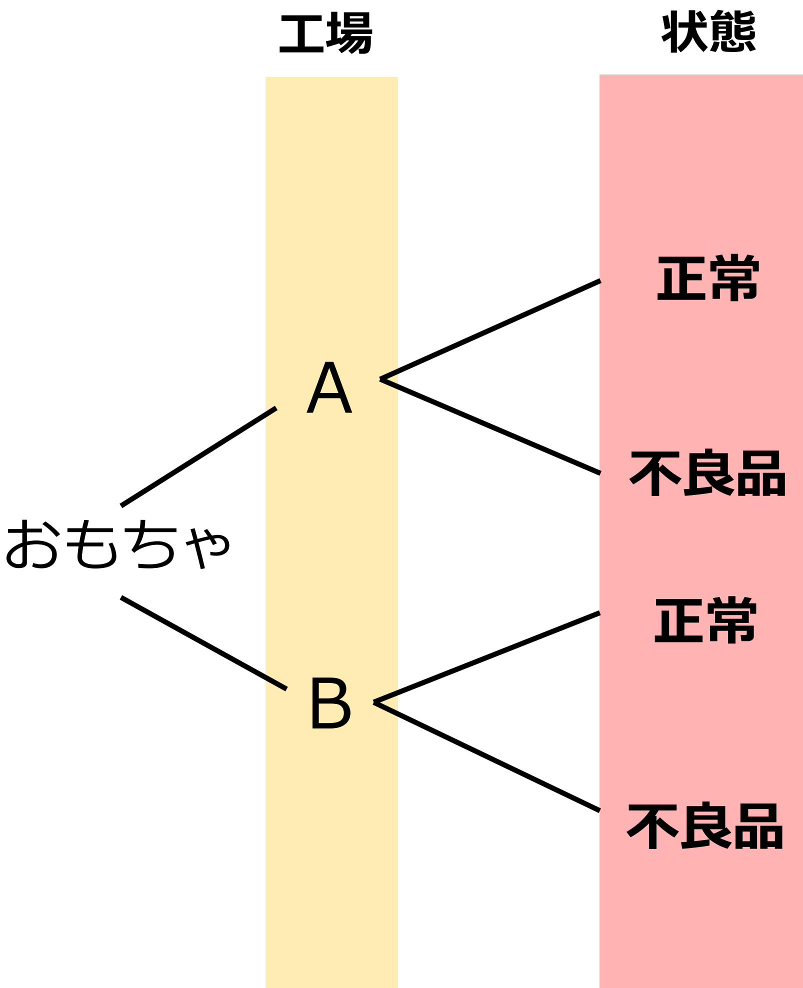
解答



解答



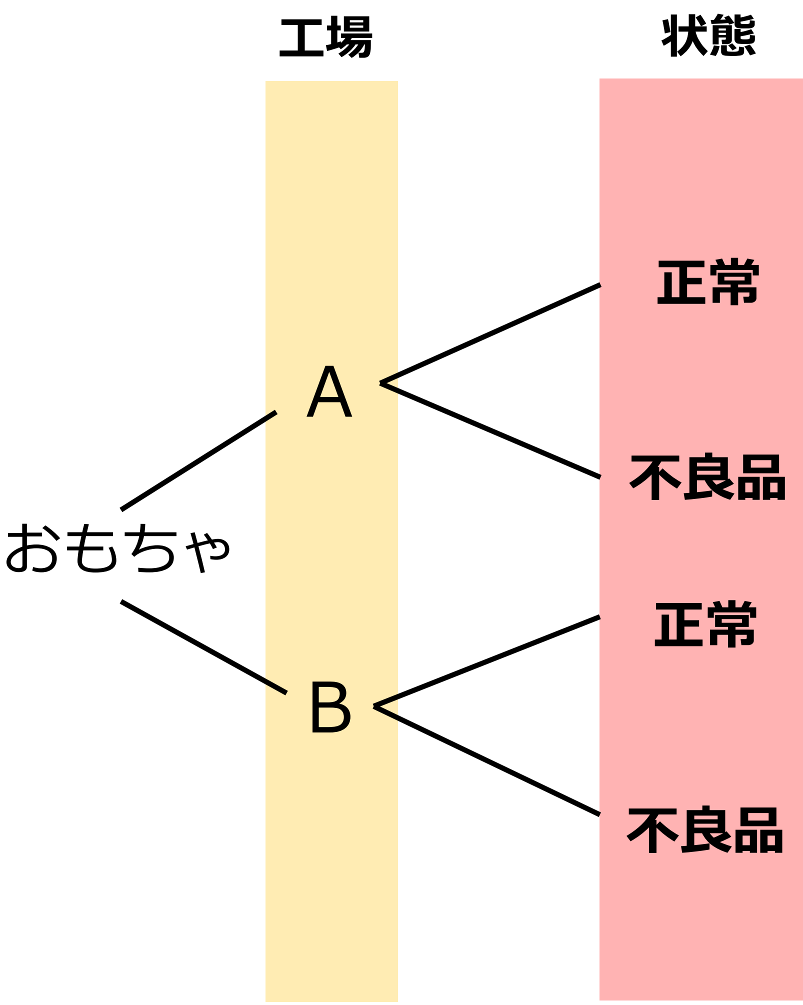
解答



ベイズの定理

$$P(A|\text{不良}) = \frac{P(A)P(\text{不良}|A)}{P(\text{不良})}$$

解答



ベイズの定理

$$P(A|\text{不良}) = \frac{P(A)P(\text{不良}|A)}{P(\text{不良})}$$

$$P(A|\text{不良}) = \frac{P(A)P(\text{不良}|A)}{P(A \cap \text{不良}) + P(B \cap \text{不良})}$$

$$= \frac{0.6(0.01)}{0.6(0.01) + 0.4(0.005)}$$

$$= 0.75$$

3．ベイズ確率

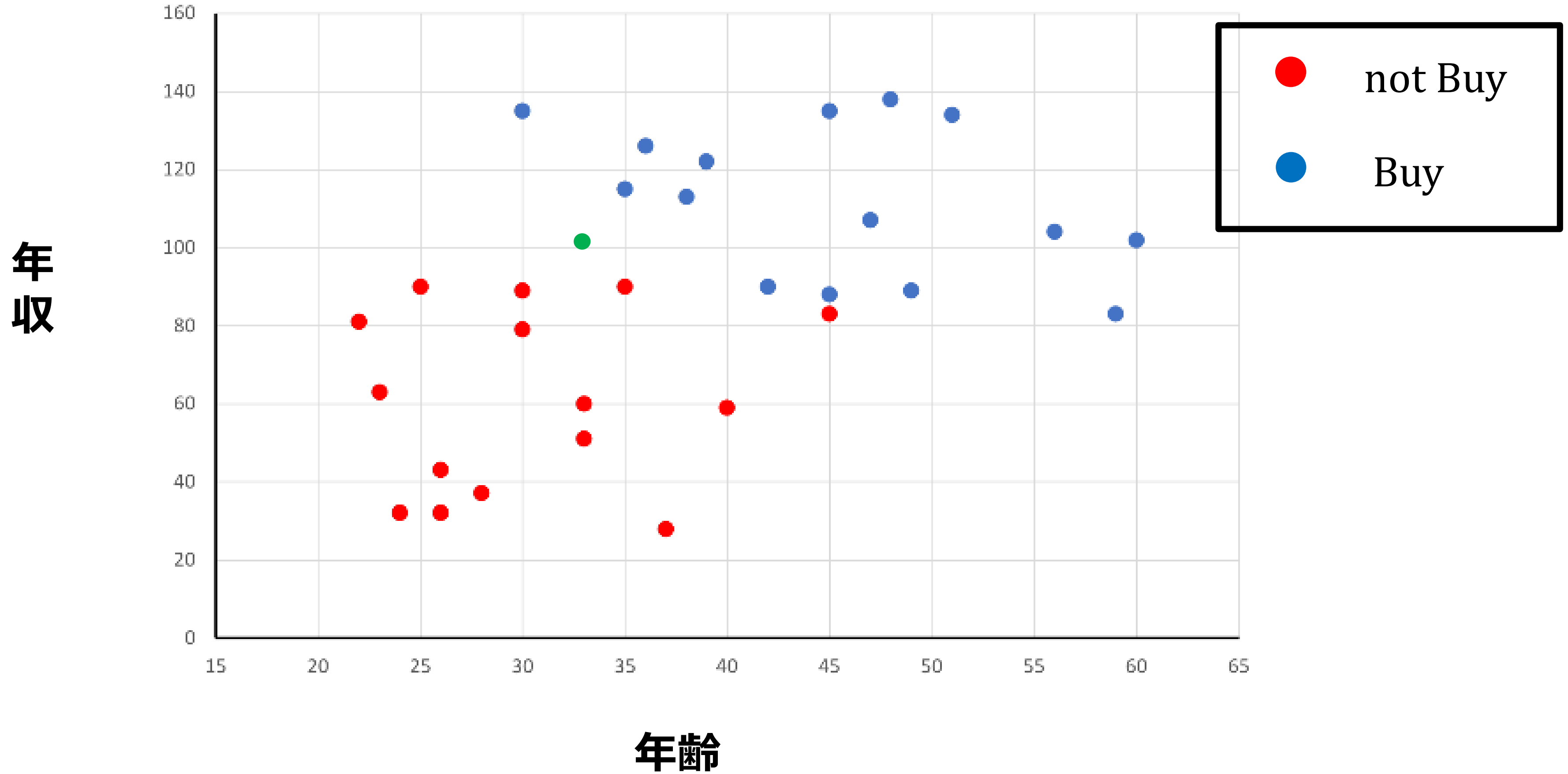
今日のコンテンツ

3-1 条件付き確率
3-2 ベイズの定理
3-3 機械学習への応用

Naive Bayes

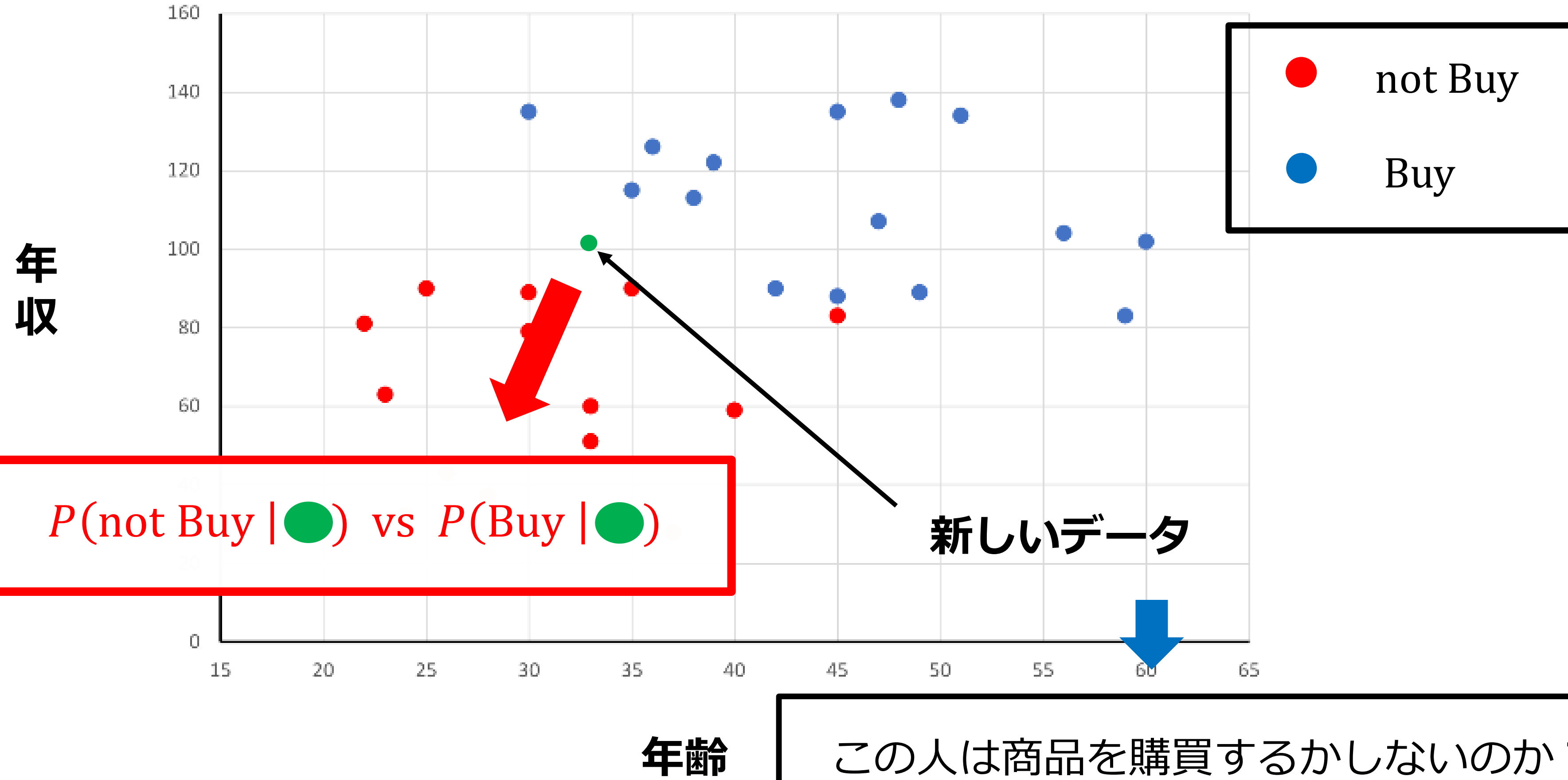
User ID	Gender	Age	Estimated Salary	Purchased
15624510	Male	19	19000	0
15810944	Male	35	20000	1
15668575	Female	26	43000	1
15603246	Female	27	57000	0
15804002	Male	19	76000	0

Naive Bayes



年収
160
140
120
100
80
60
40
20
0
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
年齢
not Buy
Buy

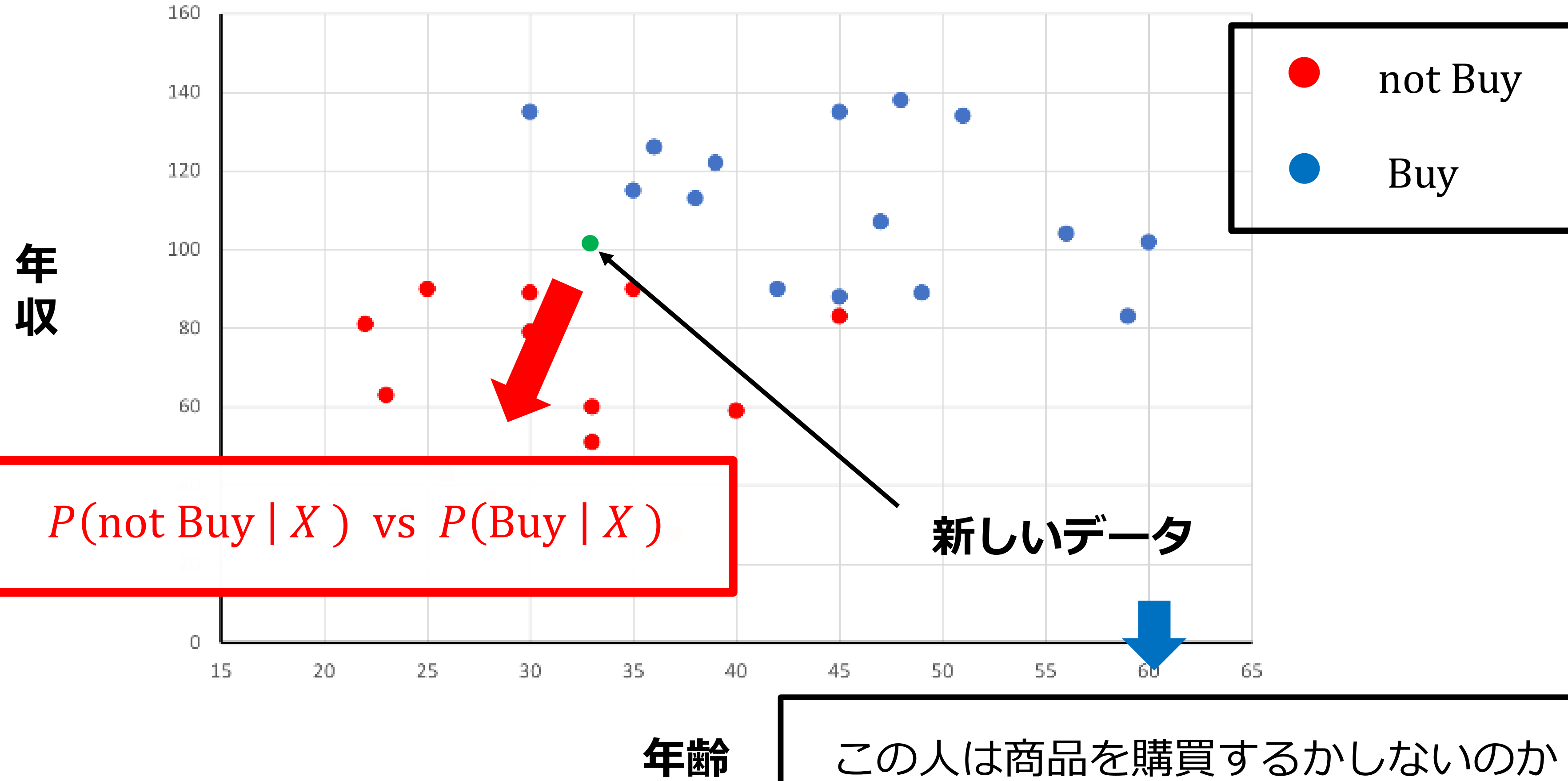
Naive Bayes



$P(\text{not Buy} \mid ●)$ vs $P(\text{Buy} \mid ●)$

この人は商品を購買するかしないのか？

Naive Bayes



$$P(\text{not Buy} \mid X) \ \text{vs} \ P(\text{Buy} \mid X)$$

この人は商品を購買するかしないのか？

ベイズの定理を応用して分類する

ベイズの定理

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$$P(\text{not Buy}|X) = \frac{P(X|\text{not Buy}) \times P(\text{not Buy})}{P(X)}$$

$$P(\text{Buy}|X) = \frac{P(X|\text{Buy}) \times P(\text{Buy})}{P(X)}$$

ベイズの定理を応用して分類する

③ ①

④

$$P(\text{not Buy}|X) = \frac{P(X|\text{not Buy}) \times P(\text{not Buy})}{P(X)}$$

②

ベイズの定理を応用して分類する

③ ①

④

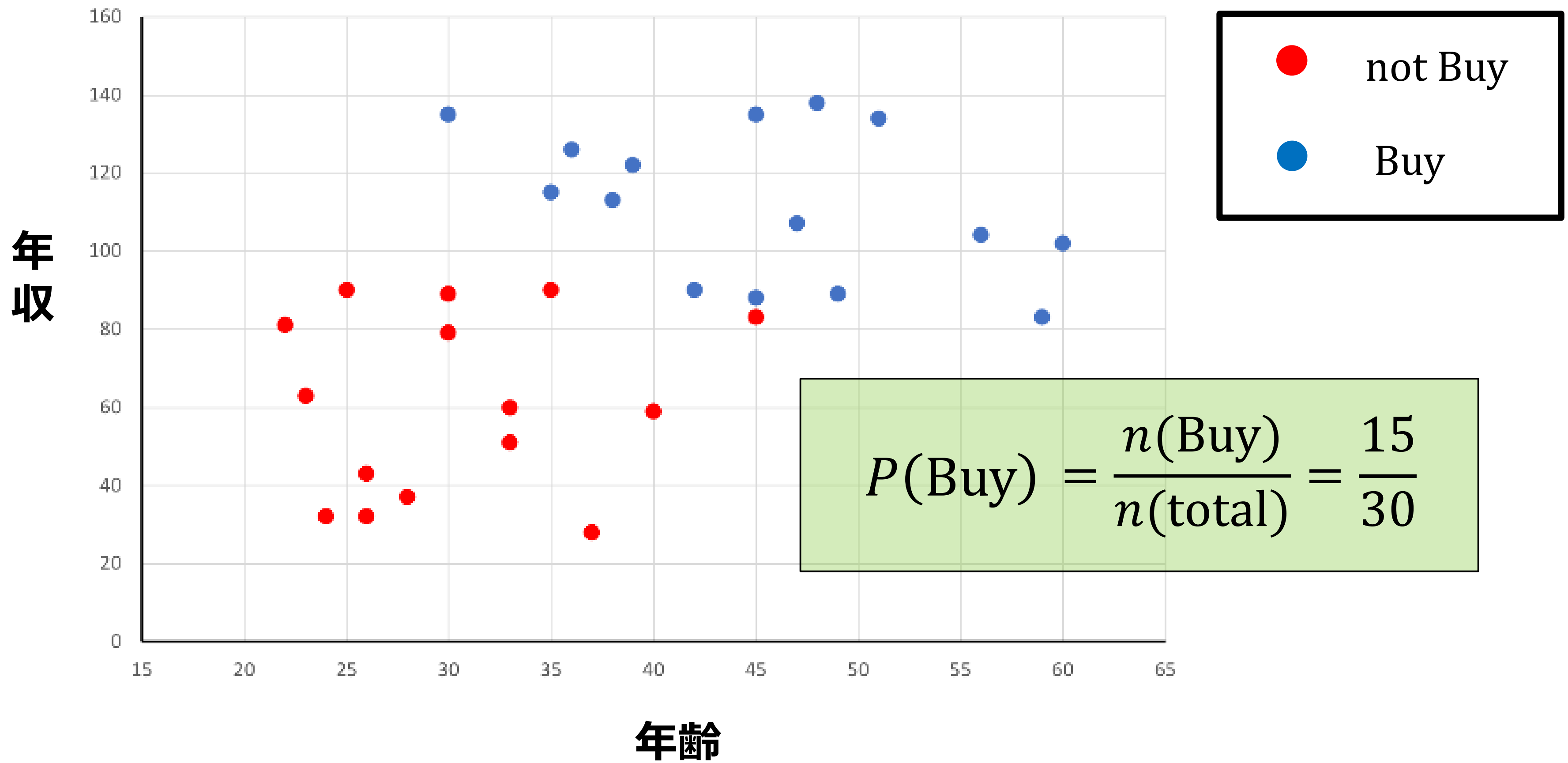
$$P(\mathrm{Buy}|X) = \frac{P(X|\mathrm{Buy}) \times P(\mathrm{Buy})}{P(X)}$$

②

ベイズの定理を応用して分類する

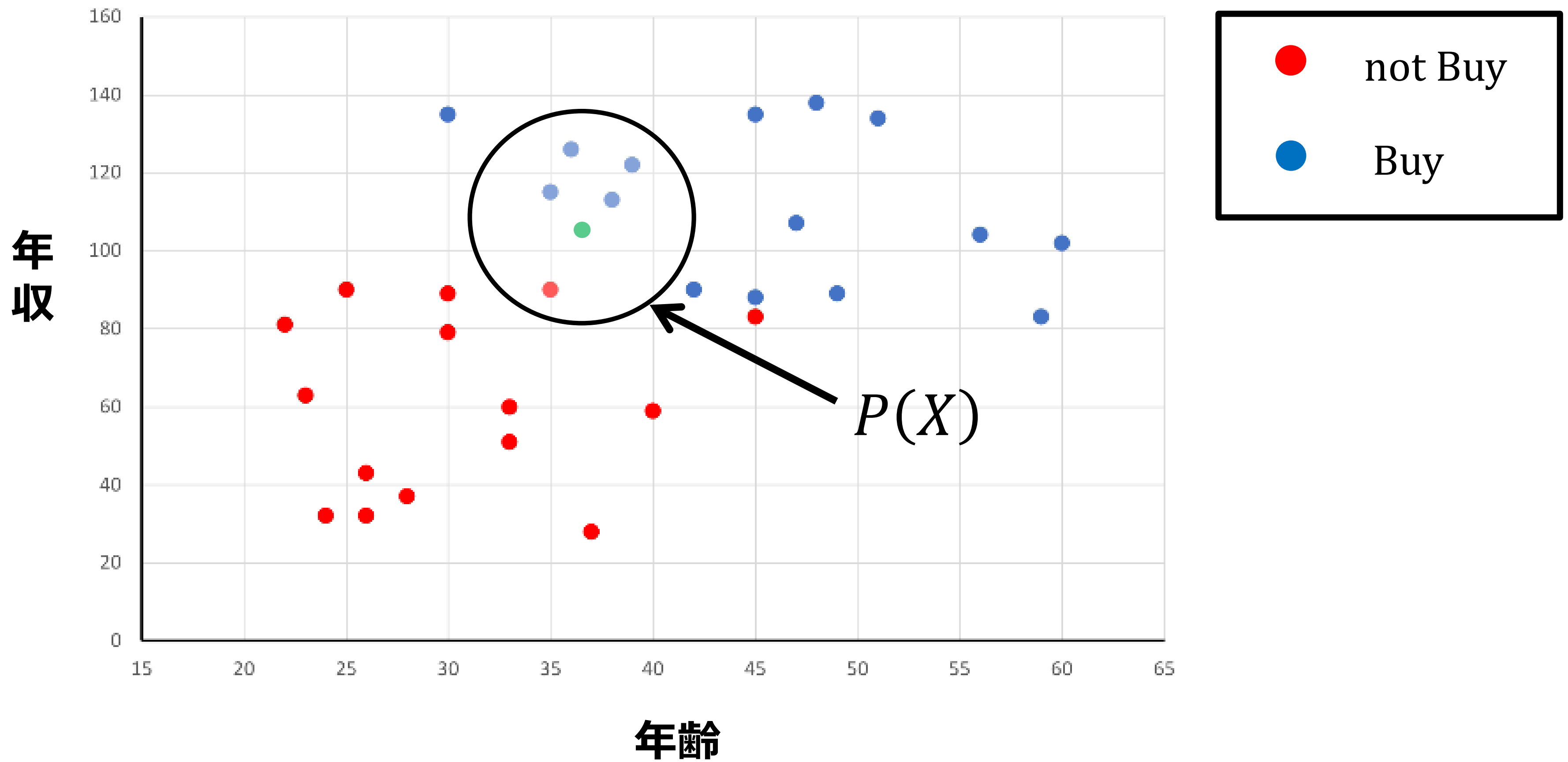
$$P(\mathrm{not\ Buy}|X) \quad \mathrm{vs} \quad P(\ \mathrm{Buy}|X)$$

① $P(\text{Buy})$



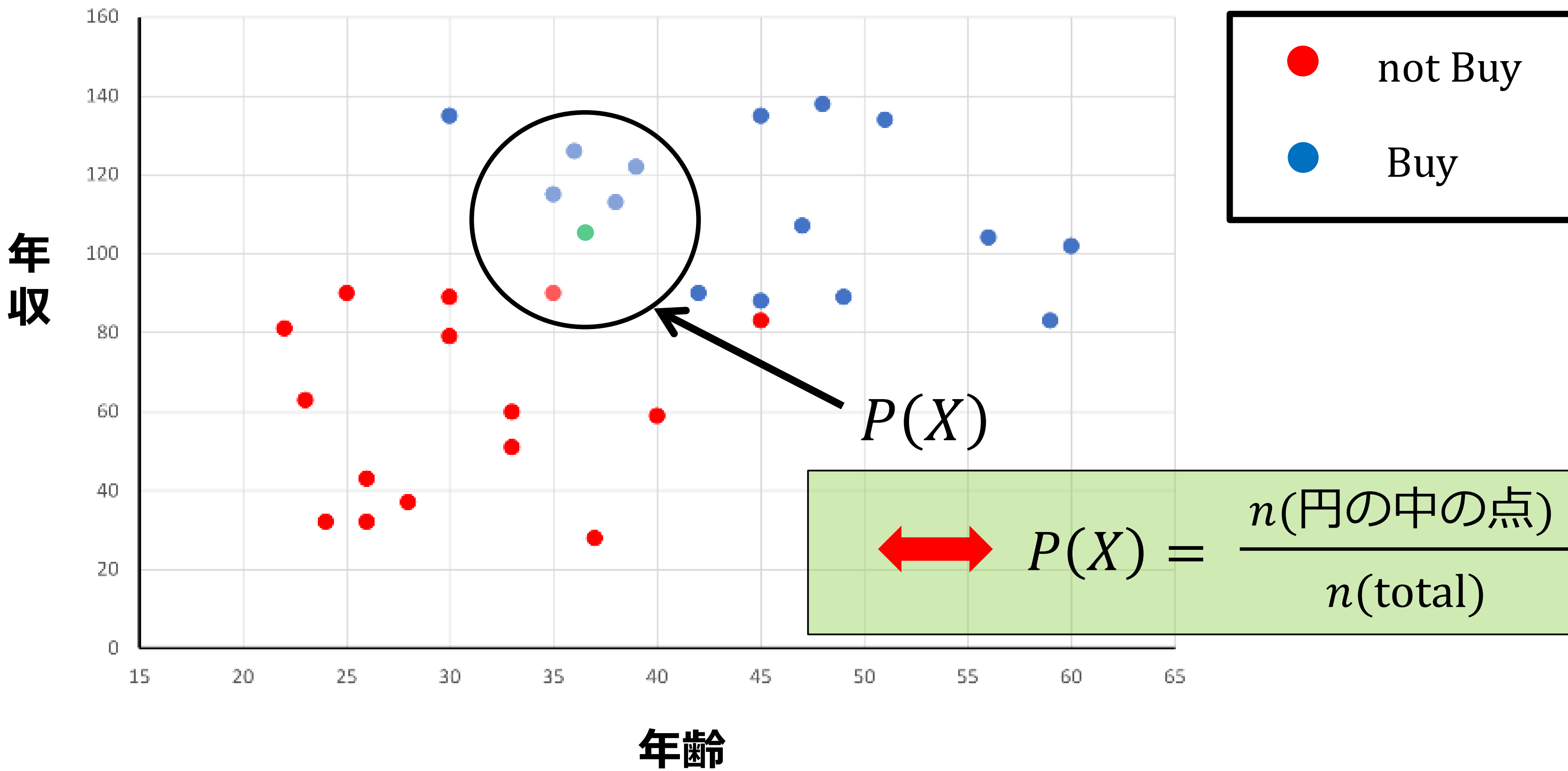
$$P(\text{Buy}) = \frac{n(\text{Buy})}{n(\text{total})} = \frac{15}{30}$$

② $P(X)$



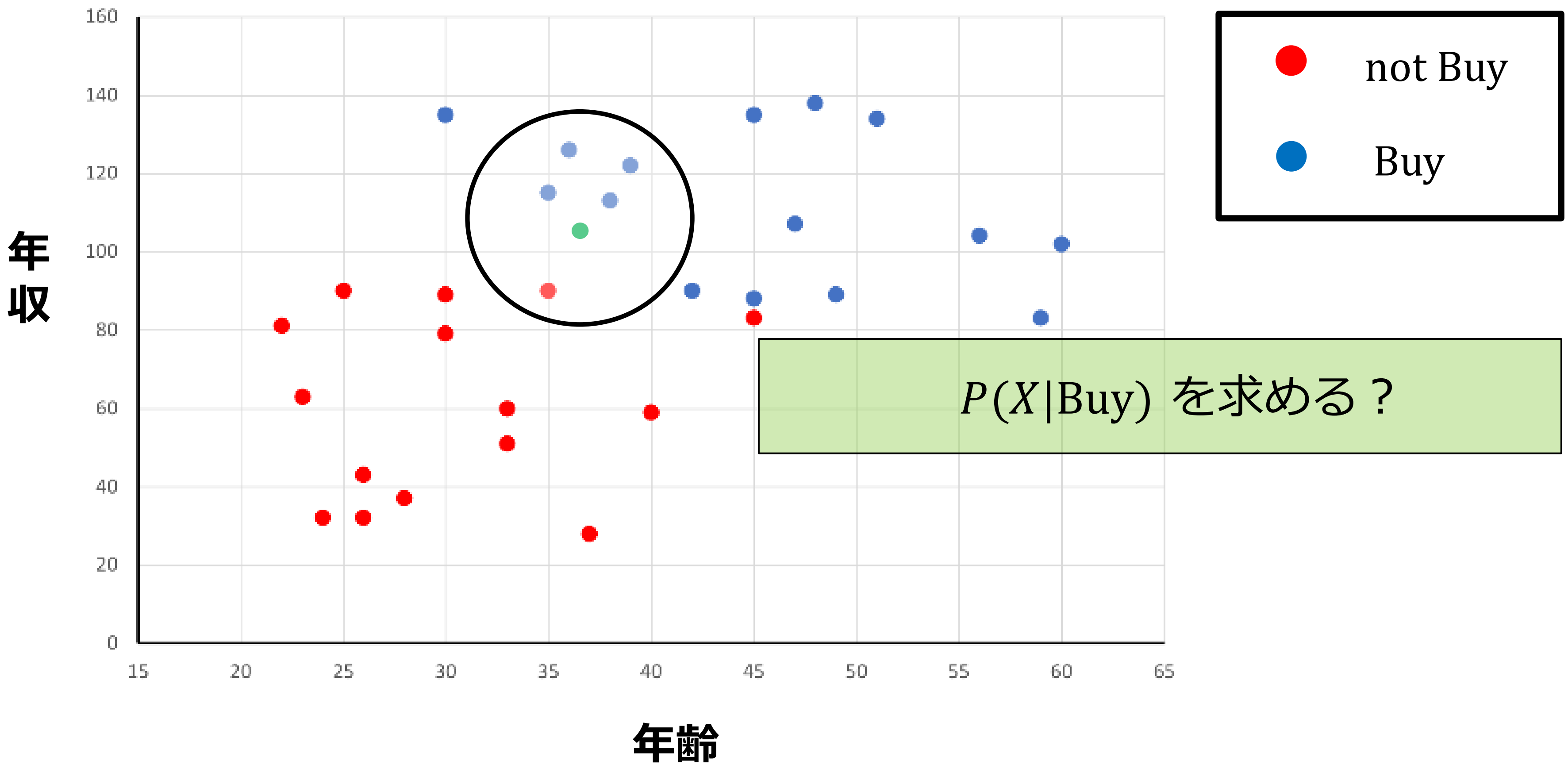
160
140
120
100
80
60
40
20
0
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
年収
年齢
$P(X)$
not Buy
Buy

② $P(X)$



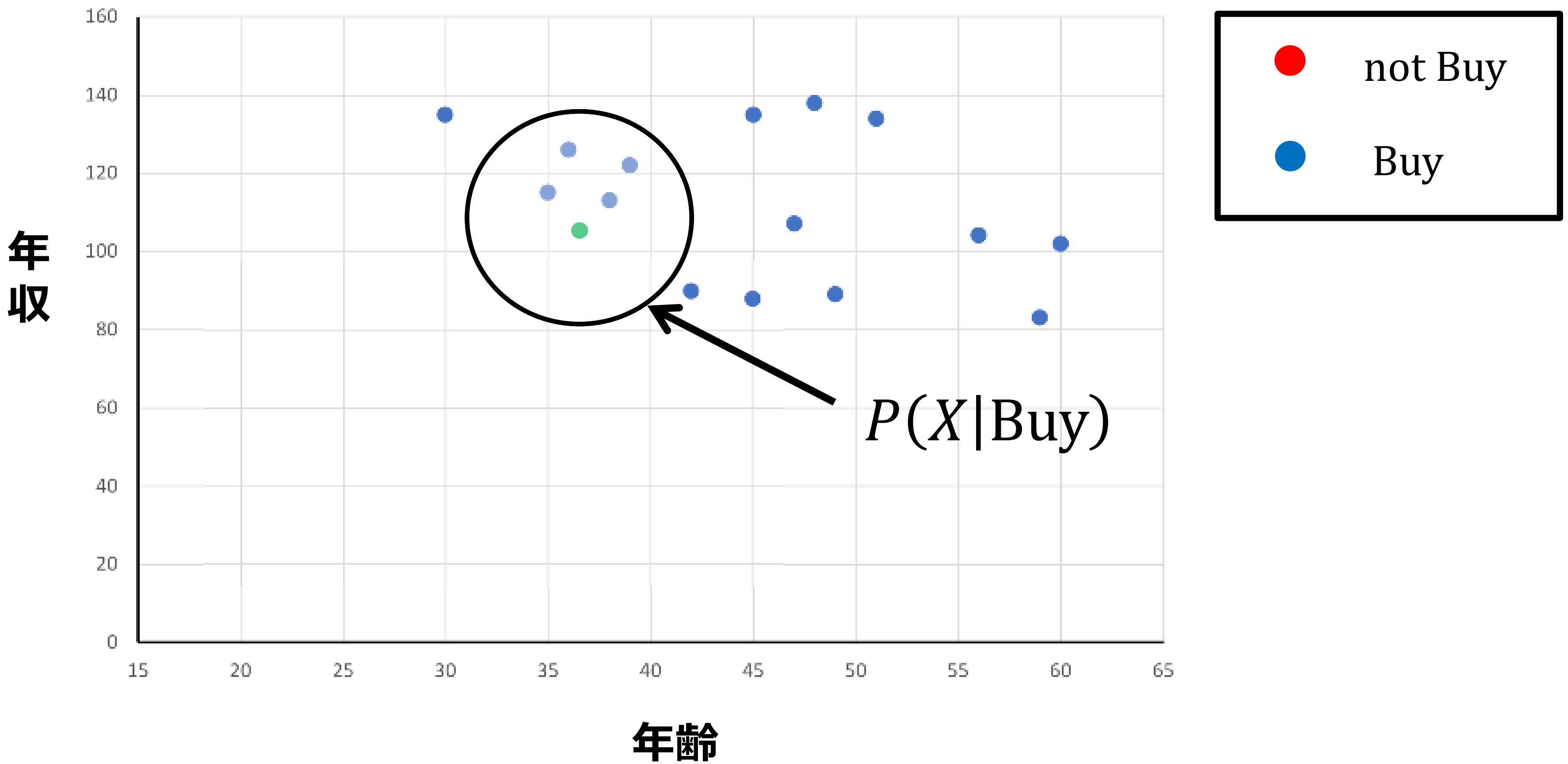
$$P(X) = \frac{n(\text{円の中の点})}{n(\text{total})}$$

③ $P(X|\mathrm{Buy})$

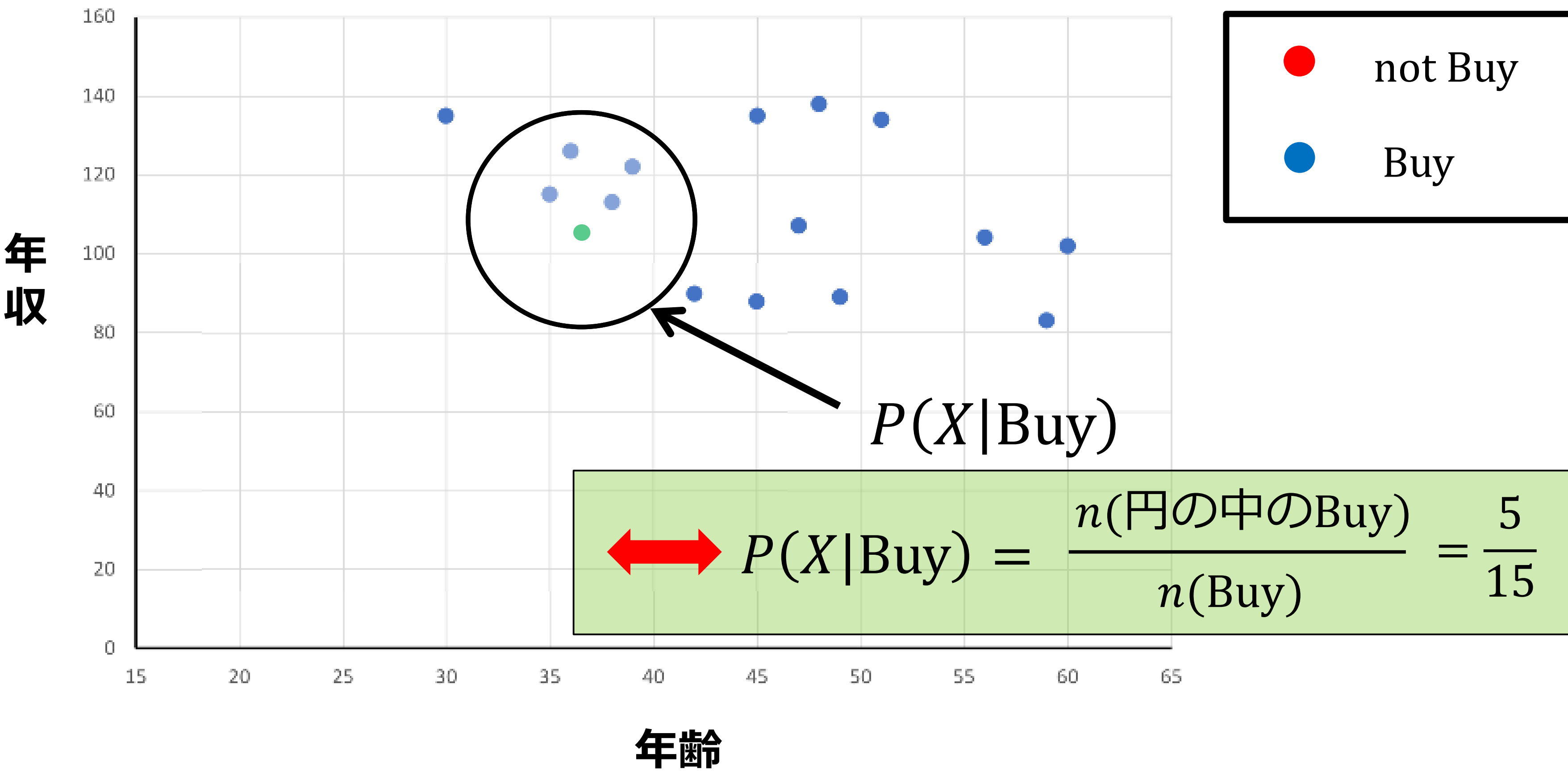


$P(X|\mathrm{Buy})$ を求める？

③ $P(X|\mathrm{Buy})$

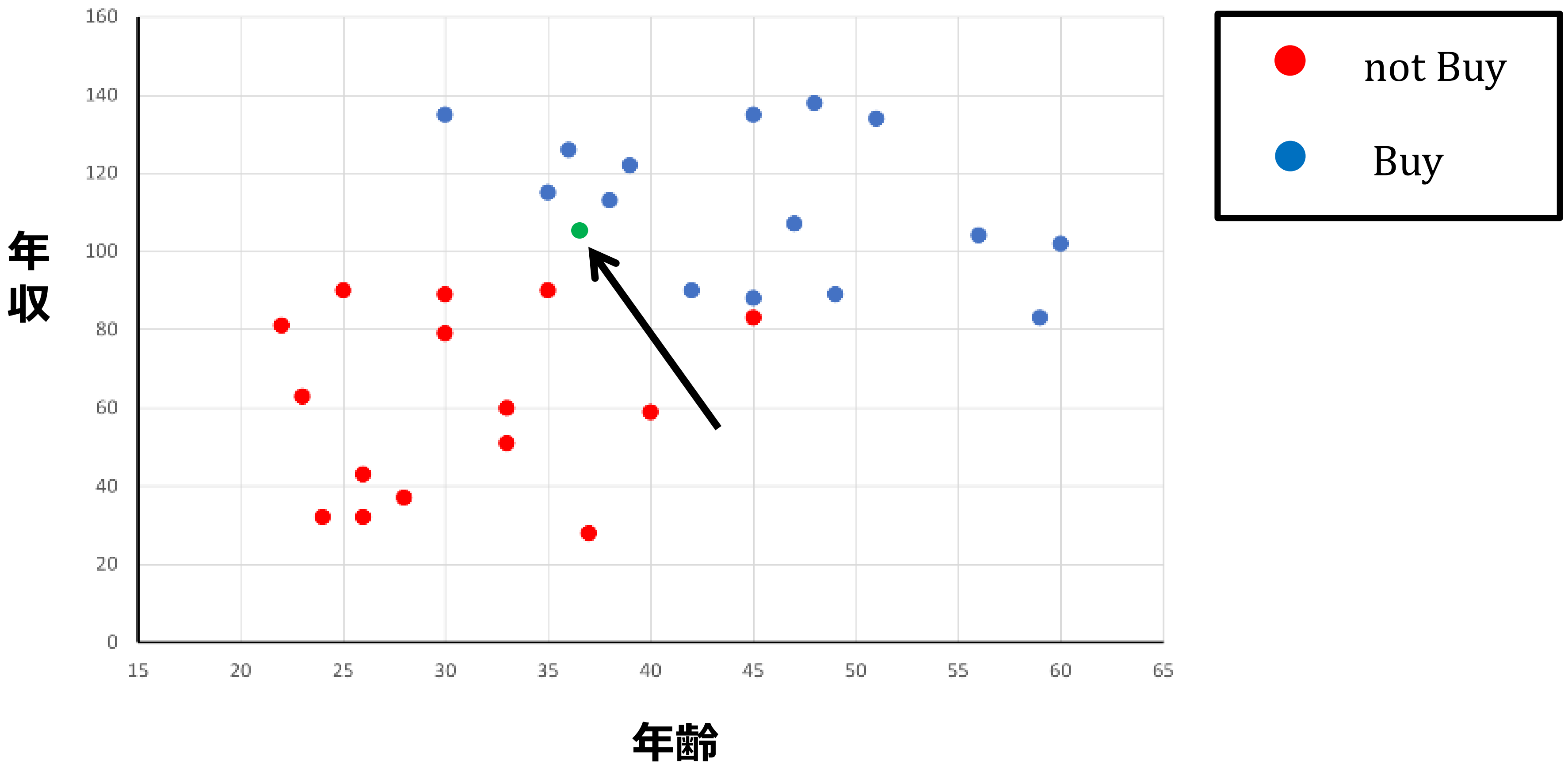


③ $P(X|\text{Buy})$

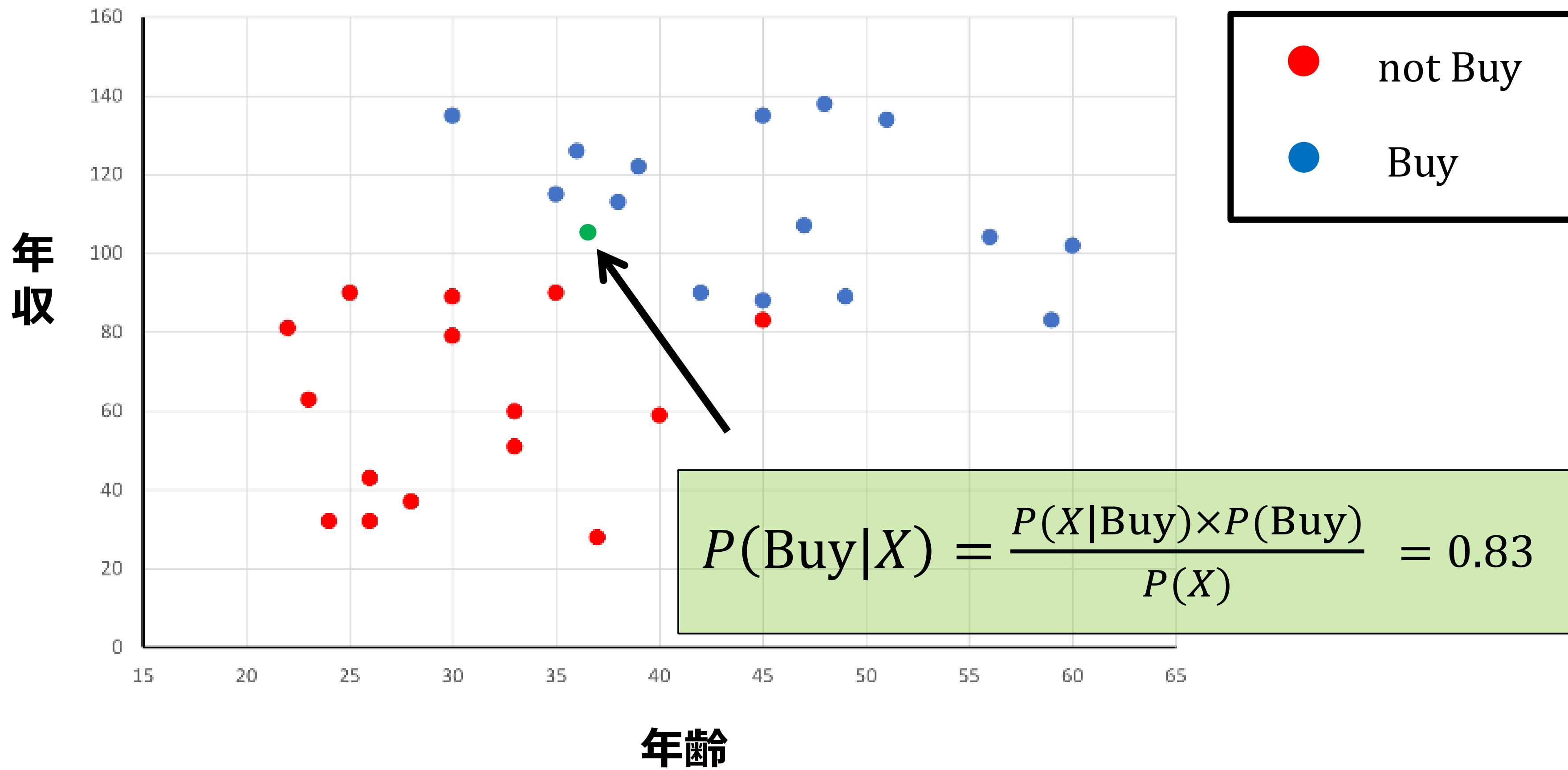


$$P(X|\text{Buy}) = \frac{n(\text{円の中のBuy})}{n(\text{Buy})} = \frac{5}{15}$$

④ $P(\mathrm{Buy}|X)$

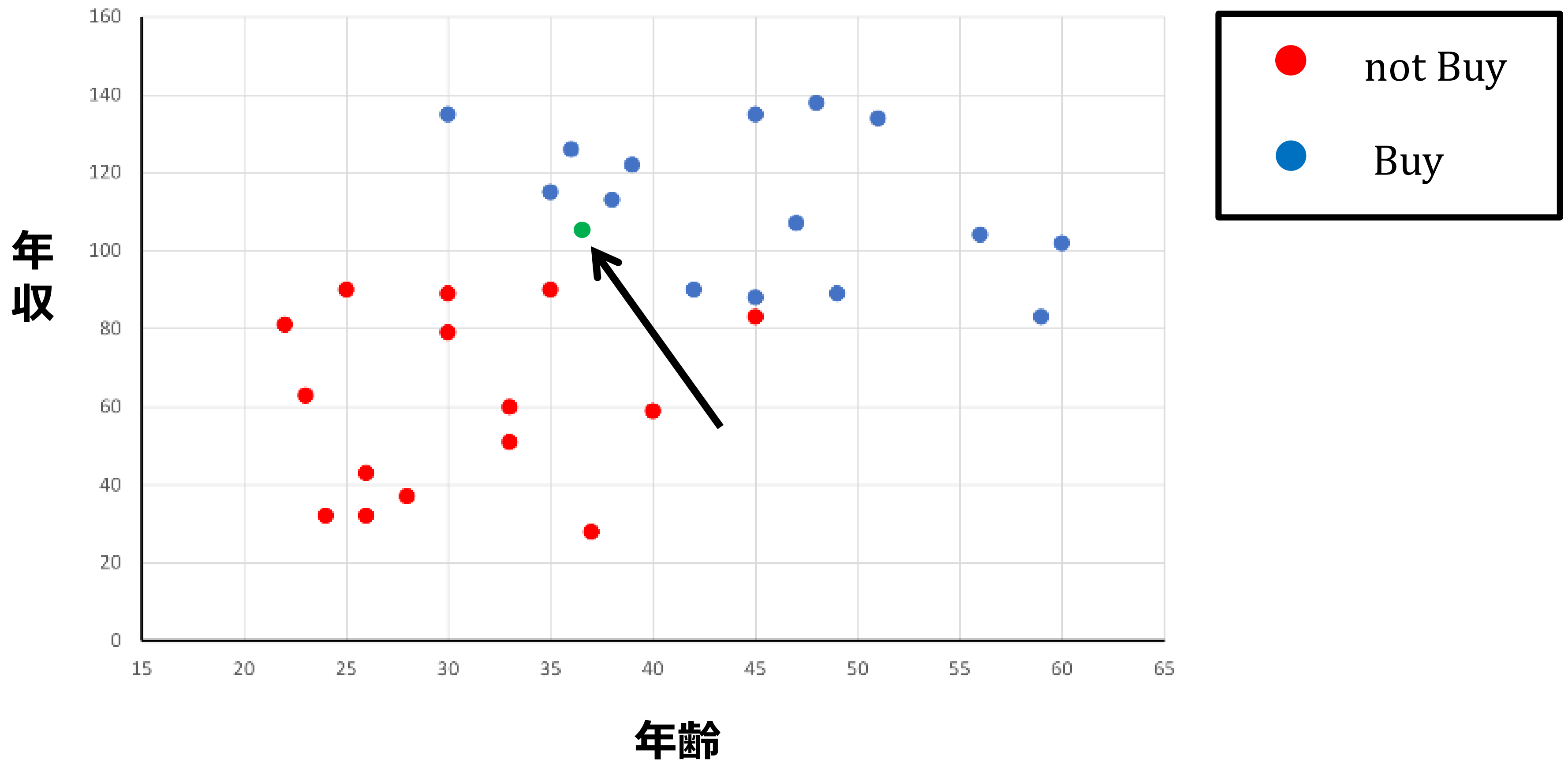


④ $P(\mathrm{Buy}|X)$

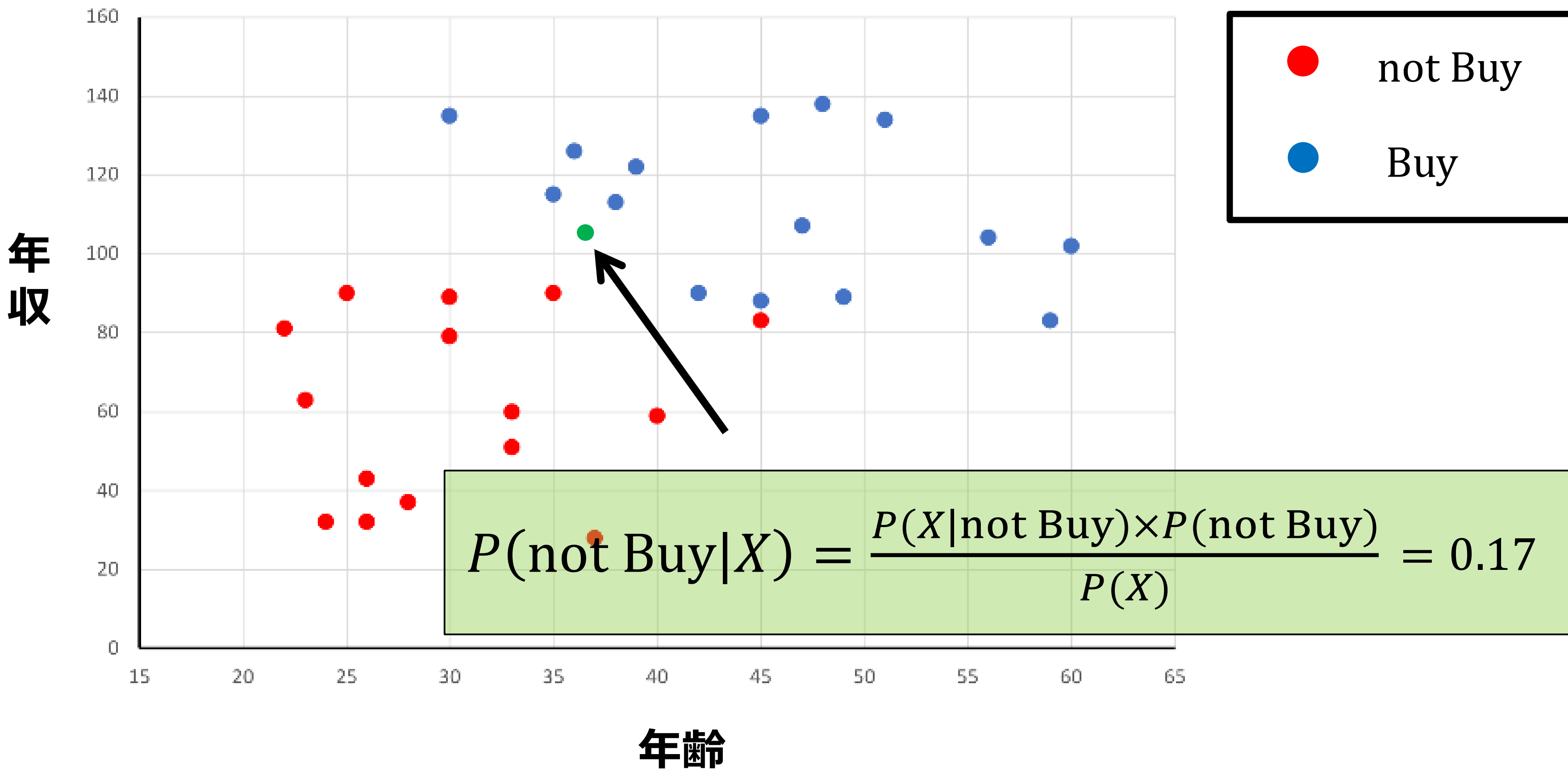


$$P(\mathrm{Buy}|X) = \frac{P(X|\mathrm{Buy}) \times P(\mathrm{Buy})}{P(X)} = 0.83$$

④ $P(\text{not Buy}|X)$

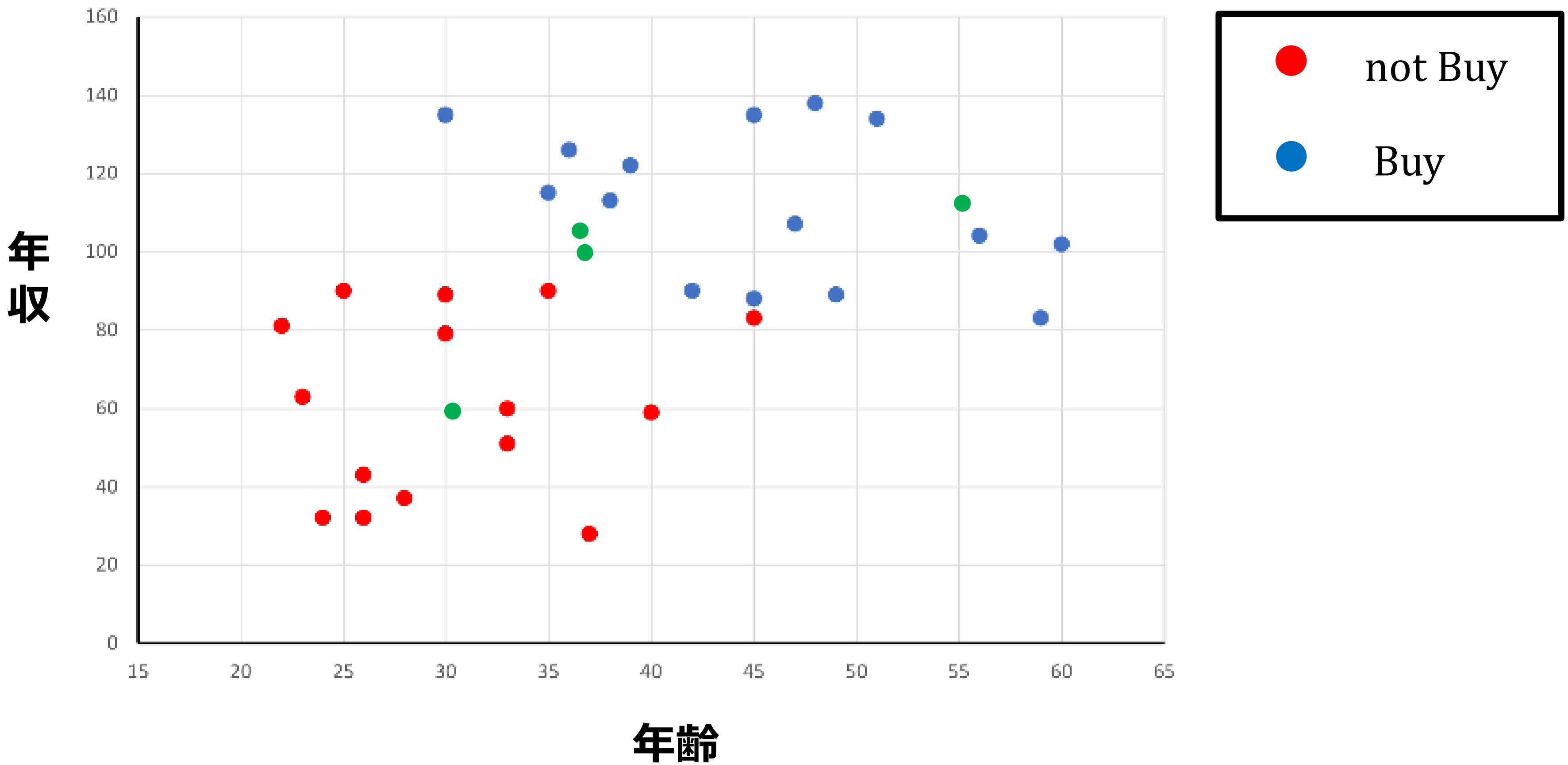


④ $P(\text{not Buy}|X)$



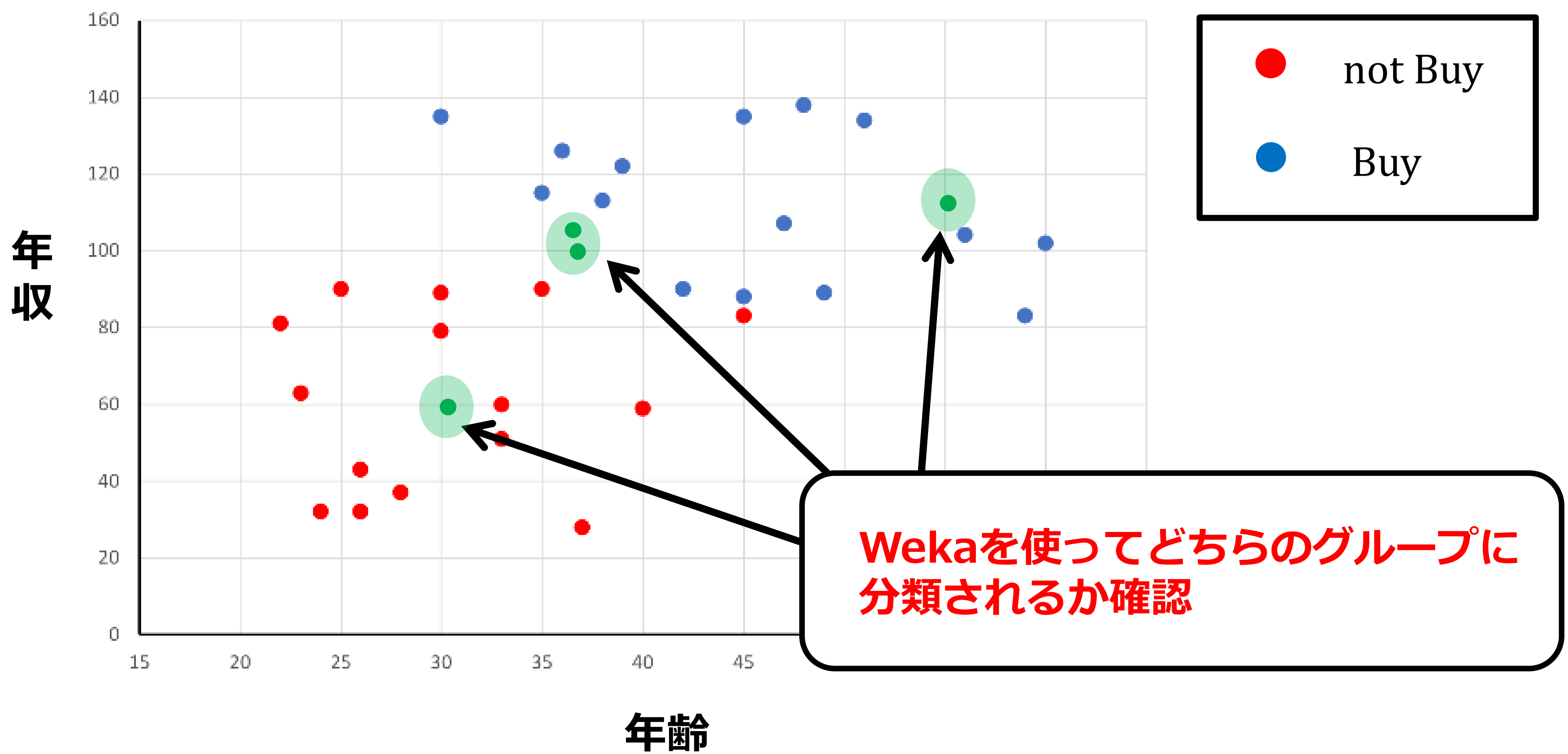
$$P(\text{not Buy}|X) = \frac{P(X|\text{not Buy}) \times P(\text{not Buy})}{P(X)} = 0.17$$

Naive Bayes

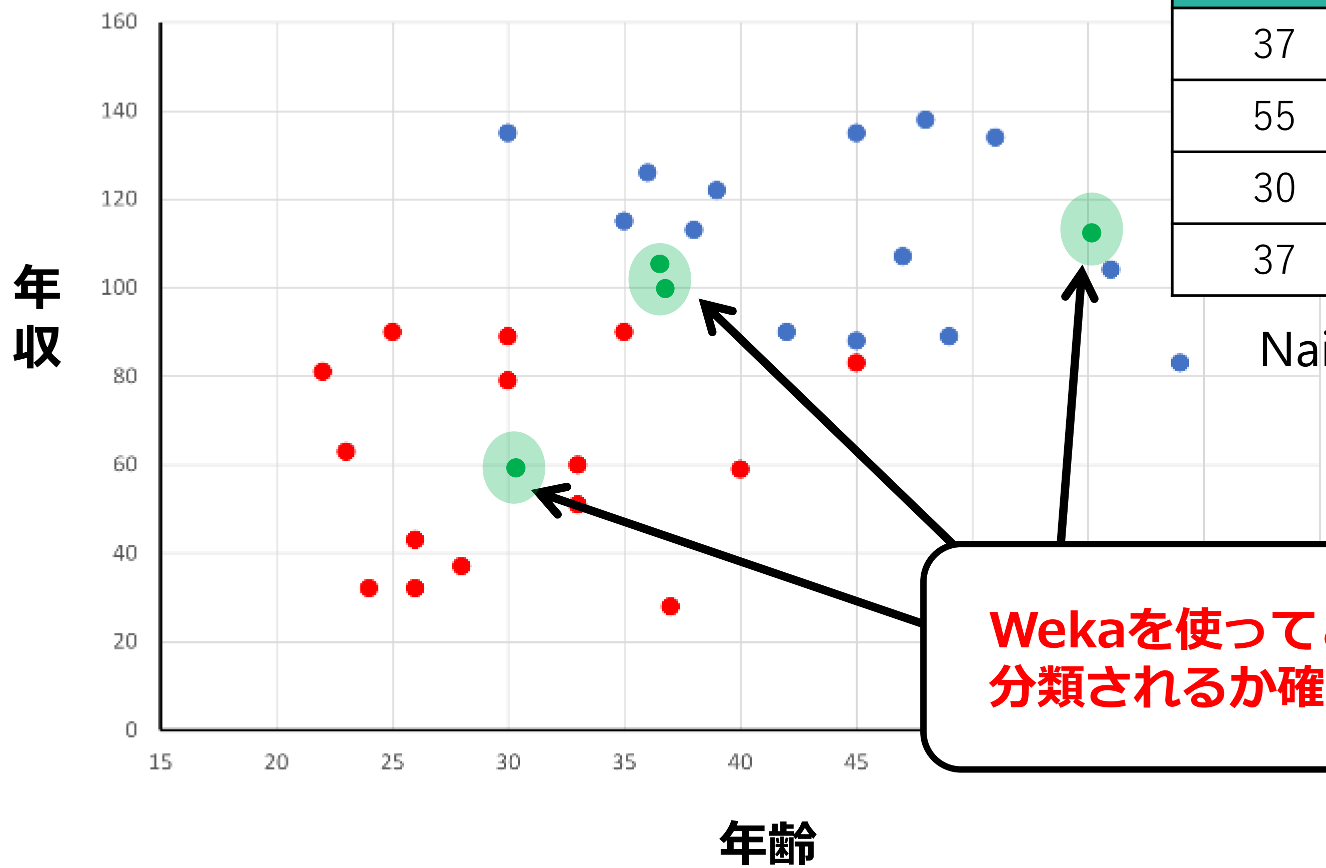


160
140
120
100
80
60
40
20
0
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
年収
年齢
not Buy
Buy

Naive Bayes


年収
年齢
160
140
120
100
80
60
40
20
0
15
20
25
30
35
40
45
not Buy
Buy
Wekaを使ってどちらのグループに分類されるか確認

Naive Bayes



Age	Salary	Purchased
37	105	?
55	110	?
30	60	?
37	100	?

NaiveBayes_test1.csv

Wekaを使ってどちらのグループに分類されるか確認

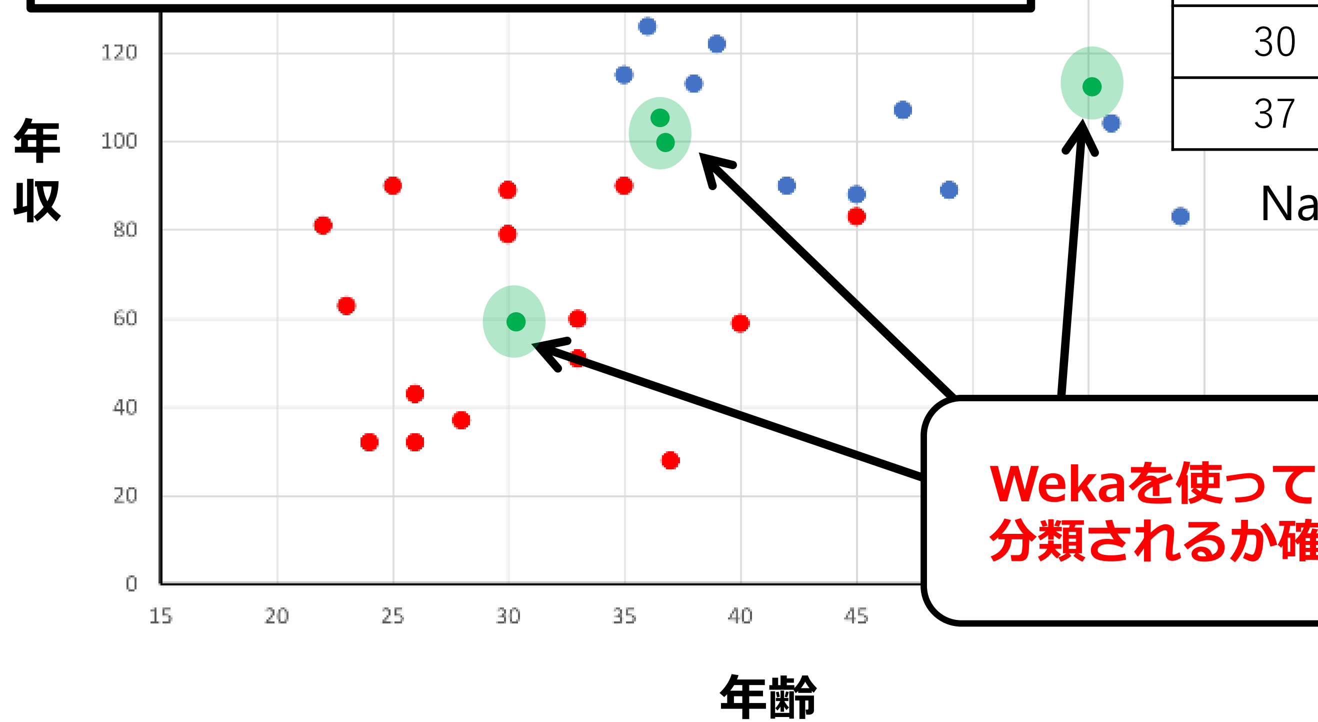
Naive Bayes

```
=== Predictions on test set ===

    inst#     actual  predicted error prediction
        1        1:?        2:1       0.862
        2        1:?        2:1       1
        3        1:?        1:0       0.968
        4        1:?        1:0       0.908
```

Age	Salary	Purchased
37	105	?
55	110	?
30	60	?
37	100	?

NaiveBayes_test1.csv



Wekaを使ってどちらのグループに分類されるか確認

結果の読み方

```
=== Predictions on test set ===

    inst#     actual  predicted error prediction
        1        1:?        2:1        0.862
        2        1:?        2:1        1
        3        1:?        1:0        0.968
        4        1:?        1:0        0.908
```

Age	Salary	Purchased
37	105	?
55	110	?
30	60	?
37	100	?

結果の読み方

```
=== Predictions on test set ===

    inst#     actual  predicted error prediction
        1        1:?        2:1       0.862
        2        1:?        2:1       1
        3        1:?        1:0       0.968
        4        1:?        1:0       0.908
```

Age	Salary	Purchased
37	105	?
55	110	?
30	60	?
37	100	?

結果の読み方

```
=== Predictions on test set ===

    inst#     actual  predicted error prediction
        1        1:?        2:1       0.862
        2        1:?        2:1       1
        3        1:?        1:0       0.968
        4        1:?        1:0       0.908
```

Age	Salary	Purchased
37	105	?
55	110	?
30	60	?
37	100	?

Class 2に分類されて値が１（Buy)
その確率がそれぞれ86%と100%