アメリカ式統計学セミナー 第六回 演習問題 解答

1. 箱ひげ図 (2015年6月実施)

[1]正解:⑤

- I. 正しい。下の箱ひげ図より、ひげの左端は西日本のほうが左にあることがわかり、最小値は西日本のほうが小さいことがわかる。つまり、もっとも生産量の少ない都道府県は西日本にある。
- II. 正しい。上の箱ひげ図より、もっとも右側にある外れ値は西日本にあることがわかる。 つまり、もっとも生産量の多い都道府県は西日本にある。
- Ⅲ. 正しい。上の箱ひげ図より、2番目に右側にある外れ値は東日本、3番目が西日本であることがわかる。

以上より、Ⅰ、Ⅱ、Ⅲすべて正しい。

[2]正解:②

- ① 適切である。上下の箱ひげ図より、600 トン以上の都道府県の数が東日本、西日本ともに1つずつであることがわかる。
- ② 不適切である。下の箱ひげ図より、東日本では中央値が100トンをやや下回ることがわかり、100トン以下の都道県の数が東日本の半数程度(12程度)とわかる。西日本では中央値が100トンを超えていることから、100トン以下の府県の数は西日本の半数以下(12以下)であることがわかる。これらのことから、西日本のほうが多いとは読み取れない。
- ③ 適切である。西日本には大きく飛び離れた外れ値があることから、範囲は明らかに西日本のほうが大きい。
- ④ 適切である。下の箱ひげ図で箱の左端の位置(第一四分位数)を比べると、東日本のほうが大きいことがわかる。
- ⑤ 適切である。西日本の外れ値は 4000 トンほどの値であり、この外れ値だけで他の 23 府県の値を 100 トン以上は押し上げていることがわかる(仮にこの外れ値を除くと、西日本の合計が 40000 トンほど減少し、これを 23 府県で割ると、平均の減少量が 100 トン以上であるとわかる)。

2. 統計量 (2015年6月実施)

正解:(2)

前年と比べて、2010 年の物価は 1.282 倍、2011 年は 1.261 倍、2012 年は 1.211 倍、2013 年は 1.406 倍となった。そのため、2010 年 \sim 2013 年の 4 年間に物価は:

 $1.282 \times 1.261 \times 1.211 \times 1.406 = 2.753$ 倍となっている。

したがって、1 年当たりの平均物価上昇率は、2.753 の 4 乗根が 1.288(平方根を 2 回 とればよい)であるから、28.8%。

3. 統計量(2015年6月実施)

[1]正解:④

中央値<平均であることから、右の裾が長いことがわかる。

なお、第一四分位数と第三四分位数の間は約半数の観測値が含まれる。このことから、 ①は誤りである。

[2]正解:②

第一四分位数以下の観測値は全体の約四分の一、第三四分位数以上の観測値は全体の 約四分の一である。したがって、第一四分位数と第三四分位数の間には観測値のうち約 半分が含まれる。

よって、正解は②である。

[3]正解:②

比例尺度のデータにおいて、平均が大きいほど標準偏差も大きくなる傾向がある。このような場合にばらつきの大きさを比較する指標として変動係数がある。変動係数は、標準偏差が平均いくつ分であるかを表したものであり、標準偏差/平均で計算される。このことから、(ア)変動係数 (イ)標準偏差/平均であることがわかる。実際に変動係数を計算すると、(ウ) 1.32 (エ) 1.38 となり、衣料品のほうが大きいので (オ) 衣料品 となる。

4. クロス集計 (2015年6月実施)

[1]正解:③

全顧客のクロス集計表から女性のクロス集計表の対応する値を引けば、以下の男性のクロス集計表が得られる。

	満足	不満	合計
辛口を注文	78	82	160
甘口を注文	2	38	40
合計	80	120	200

表: 男性客のみ

よって、辛口を注文して満足した男性客は78人と分かり、正解は③である。

[2]正解:③

①不適切である。全顧客の集計において辛口も甘口も約 60%の客が満足していたとしても、性別ごとに分けるとその傾向は異なることもある。実際、男女で傾向は大きく異なっている。

②不適切である。甘口を注文した客の満足度の傾向だけを見て、辛口と甘口の比較を行うことはできない。

③適切である。男性・女性のどちらの表からも甘口より辛口の満足が高いことがわかる。 合算した表 1 ではこの関係が見かけ上、辛口より甘口の満足度が高いという逆の結果

になっている。これは注文数の違いによるものでありその影響が出ているため、これを 解釈することは好ましくない。

- ④不適切である。満足した客の傾向だけを見て、全顧客における甘口を注文する割合と 性別の関係について論ずることはできない。
- ⑤不適切である。満足した客の割合の性差を見るだけでは、辛口と甘口に分けたときに同じ傾向となるかどうかはわからない。

5. 幹葉図 (2014年6月実施)

正解:①

- I. 正しい。閣僚の人数が69人であることから、中央値は総資産額の小さい順に並べ替えたとき、35番目の4千万円(0.4億円)である。
- II. 誤り。中央値 $\mathbf{x}_{(35)}$ (下付きの数字は小さいほうからの順位を表す)を境界として小さいほうと大きいほうの二つの群に分け、それぞれの中央値を第 1、第 3 四分位数 \mathbf{Q}_1 、

Q₃とすると以下の通りとなる。

 $Q_1=x_{(18)}=0.2$, $Q_3=x_{(52)}=0.8$

これより四分位範囲 0.6 億円を得る。よって、四分位範囲が 1.0 億円であるという記述は誤り。

III. 誤り。平均は全データから計算するまでもなく、2 億円以上の合計 40.4 億を 69 人で割った値が約 0.586 億円であり、0.4 億円よりも大きいので誤り。また、示されたデータの分布が大きな値に裾を引いているので、平均は中央値(=0.4 億円)より大きいことが分かる。

以上より、正しい記述はIのみである。

6. ヒストグラム (2014年6月実施)

「1]正解:②

テストを受けた人数は 72 人であるので、中央値は 36 番目と 37 番目の値の平均である。40 点台以下は 25 人、50 点台以下が 38 人であるので、中央値は 50 点台である。

「2]正解:③

20 点台の階級値は(20+29)/2=24.5、30 点台の階級値は 34.5 点、などとして平均値を求めると、

 $1/72 (24.5 \times 2 + 34.5 \times 6 + \dots + 94.5 \times 9) \cong 61.4$

したがって、約61.4点であり、最も近い値は60点である。

7. 確率 (2014年11月実施)

[1]正解:②

男性8人の中でコーヒーを飲んでいたのは5人なので、求める確率は5/8。

[2]正解:④

部長が聞いた2人について、

男性がコーヒー、女性が紅茶である確率は、

$$\frac{5}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{56}$$

男性が紅茶、女性がコーヒーである確率は、

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$$

したがって、求める確率は、

$$\frac{2\ 5}{5\ 6} + \frac{6}{5\ 6} = \frac{3\ 1}{5\ 6}$$

8. 【難】ポアソン分布 (2014年11月実施より一部抜粋)

[1]正解:③

題意よりより死亡者数 6 人以上は 6 人としてよいので、死亡者数の平均値は以下の式で求められる。

$$(0 \times 55 + 1 \times 144 \dots + 6 \times 6) \div 500 = 2.00$$

[2]正解:⑤

パラメータ λ のポアソン分布の確率関数P(X = k)は、

$$P(X = k) = \frac{\lambda^{k} e^{-\lambda}}{k!}$$

であり、題意より k=3 とすればよい。

[3]正解:④

死亡者数 X がパラメータ λ のポアソン分布に従うとき、期待値 $E(X) = \lambda$ 、分散 $V(X) = \lambda$ であるから、

$$V(X) = E(X^{2}) - \{E(X)\}^{2}$$
$$E(X^{2}) = \lambda^{2} + \lambda$$

となる。

- 9. 期待值(2014年6月出題)
 - [1]正解:④

期待値が 2 であるから、赤球の個数 a は赤球の個数と同数でなければならないので、 a=6 である。

[2]正解:①

前問[1]の結果より、

$$Pr(X = 1) = 0.3, Pr(X = 2) = 0.4, Pr(X = 3) = 0.3$$

これより、分散は次のように計算できる。

$$V(X) = (-1)^2 \times 0.3 + 0 \times 0.4 + 1^2 \times 0.3 = 0.6$$

10. 条件付確率 (2014年6月出題)

正解:⑤

加法定理より

 $Pr(A \cap B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cup B) = 0.2$

である。この値と問題文の中の Pr(A) = 0.3 の値を条件付き確率の定義式に代入する。

$$Pr(B|A) = \frac{Pr(B \cap A)}{Pr(A)} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3} = 0.67$$

11. ベイズ確率 (2014年6月)

正解:⑤

同時確率と条件付き確率の関係

$$\Pr(B \cap X) = \Pr(B)\Pr(X|B) = \Pr(X)\Pr(B|X)$$

から 次の式 (ベイズの定理) が得られる

から、次の式 (ベイズの定理) が得られる。

$$\Pr(B|X) = \frac{\Pr(B)\Pr(X|B)}{\Pr(X)} = \frac{0.4 \times 0.05}{0.026} = \frac{10}{13} = 0.769 \dots = 0.77$$

- 12. 期待値(2015年11月)
 - [1]正解:②

はじめて当たりが出るまでにくじを引く回数を X とすると、X の期待値は E(X)=1/p=10 となる。

[2]正解:②

求めるくじを引く回数の期待値は、すでに 5 回くじを引いて当たりが出なかったこと を忘れて、いま宝くじを引き始めたとしてあたりが出るまでの回数の期待値と等しく 10回である。

13. 二項分布/正規分布 (2014年11月出題)

正解:②

サイコロを 640 回振ったとき 1 の目が出る回数 X は、パラメータ(640, 1/8)の二項分布に従う。このとき、X の期待値は $E(X)=640\times1/8=80$ 、分散は $V(X)=640\times1/8\times7/8=70$ である。二項分布の正規近似により、X は近似的に平均 80、分散 70 の正規分布にしたがう。よって求める確率 $Pr(X \ge 90)$ は、

$$Pr(X \ge 90) = Pr\left(Z \ge \frac{90 - 80}{\sqrt{70}}\right) = P(Z \ge 1.195...) \cong 0.1151$$

14. 正規分布(2014年6月出題)

[1]正解:②

テストの得点の偏差値は

偏差値 =
$$50 + \frac{得点 - 平均}{標準偏差} \times 10$$

である。したがって、

A 君の偏差値 =
$$50 + \frac{75 - 60}{15} \times 10 = 60$$

B 君の偏差値 =
$$50 + \frac{70 - 60}{15} \times 10 \cong 56.7$$

[2]正解:①

テストの得点を確率変数 X とすると、X は正規分布 $N(60, 15^2)$ に従うので、Z = (X - 60)/15は標準正規分布 $N(0,1^2)$ にしたがう。A 君と B 君の間の偏差値となる確率 $Pr(70 \le X \le 75)$ は、

$$\Pr(70 \le X \le 75) = \Pr\left(\frac{70 - 60}{15} \le Z \le \frac{75 - 60}{15}\right) = 0.0927$$

より、求める人数は、

 $500 \times 0.0927 = 46.35$ 人