

第3回（条件付き確率・ベイズの定理）

問題 1

あるクラスで A というテレビ番組と B というテレビ番組について、見たかどうかを調査したところ、両方とも見た生徒は 20%、A だけ見た生徒は 10%、B だけ見た生徒は 40%、どちらも見なかった生徒は 30%であった。A を見なかった生徒を 1 人抽出したとき、その生徒が B を見た確率を求めよ。

問題 2

ある USB メモリは A 社、B 社、C 社の 3 社で製造されています。それぞれの市場のシェアは 60%、30%、10%です。また、購入された USB メモリのうち不良品として返品される割合は、それぞれ 1%、3%、10%ということが分かっています。

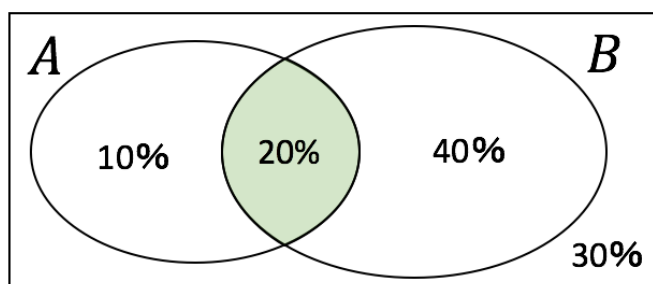
- (1) 購入した USB が C 社製のものである確率は？
- (2) 購入した USB が不良品で返品した場合にその USB が C 社製のものである確率はそれぞれいくらでしょうか。

問題 3

日本人の 0.01%が罹患しているある病気について考えます。この病気の検査方法では、実際に病気に罹患している人が陽性と判定される確率が 95%、逆に罹患していない人が陰性と判定される確率は 80%であると言われています。ある人がこの病気の検査を受けて陽性という判定を受けた時、本当にこの病気に罹患している確率はいくらでしょうか。

解答（裏面にあります）

解答 1



$$\begin{aligned}
 P(B|A^c) &= \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} \\
 &= \frac{n(B \cap A^c)}{n(A^c)} \\
 &= \frac{4}{7}
 \end{aligned}$$

解答 2

A: 購入した USB メモリが不良品であったために返品する事象

Ba: 購入した USB メモリが A 社製である事象

Bb: 購入した USB メモリが B 社製である事象

Bc: 購入した USB メモリが C 社製である事象

1 $P(C)=0.1$

2 購入した USB が不良品で返品した場合にその USB が C 社のものである確率は

$$\begin{aligned}
 P(Bc|A) &= \frac{P(Bc)P(A|Bc)}{P(Ba)P(A|Ba) + P(Bb)P(A|Bb) + P(Bc)P(A|Bc)} \\
 &= \frac{0.1 \times 0.1}{0.6 \times 0.01 + 0.3 \times 0.03 + 0.1 \times 0.1} = 0.4
 \end{aligned}$$

解答 3

A 検査して陽性になる事象

A' 検査して陰性になる事象

B1 実際に病気に罹患している事象

B2 病気に罹患していない事象

$$\begin{aligned}
 P(B1|A) &= \frac{P(B1)P(A|B1)}{P(B1)P(A|B1) + P(B2)P(A|B2)} \\
 &= \frac{0.0001 \times 0.95}{0.0001 \times 0.95 + 0.9999 \times 0.2} = 0.000475
 \end{aligned}$$

となり陽性と判定されたときに実際に病気に罹患している確率は 0.0475%であることがわかります。