

アメリカ式統計学セミナー

5. サンプルリングと中心極限定理

今日のコンテンツ

- 5-1 推測
- 5-2 サンプルリング
- 5-3 無作為化実験と交絡
- 5-4 中心極限定理

5. サンプルングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 推測

5-2 サンプルング

5-3 無作為化実験と交絡

5-4 中心極限定理

演習 1

各図形が含む正方形の数の平均値は？

統計学の分類

統計学

```
graph TD; A[統計学] --> B[記述統計学]; A --> C[推測統計学];
```

記述統計学

- ・データの整理し、データの特徴をできるだけ簡潔に表すことが目的
 - ・手法としては数値や表、グラフなどを用いてデータの特徴を捉える
- 例：国勢調査、営業成績

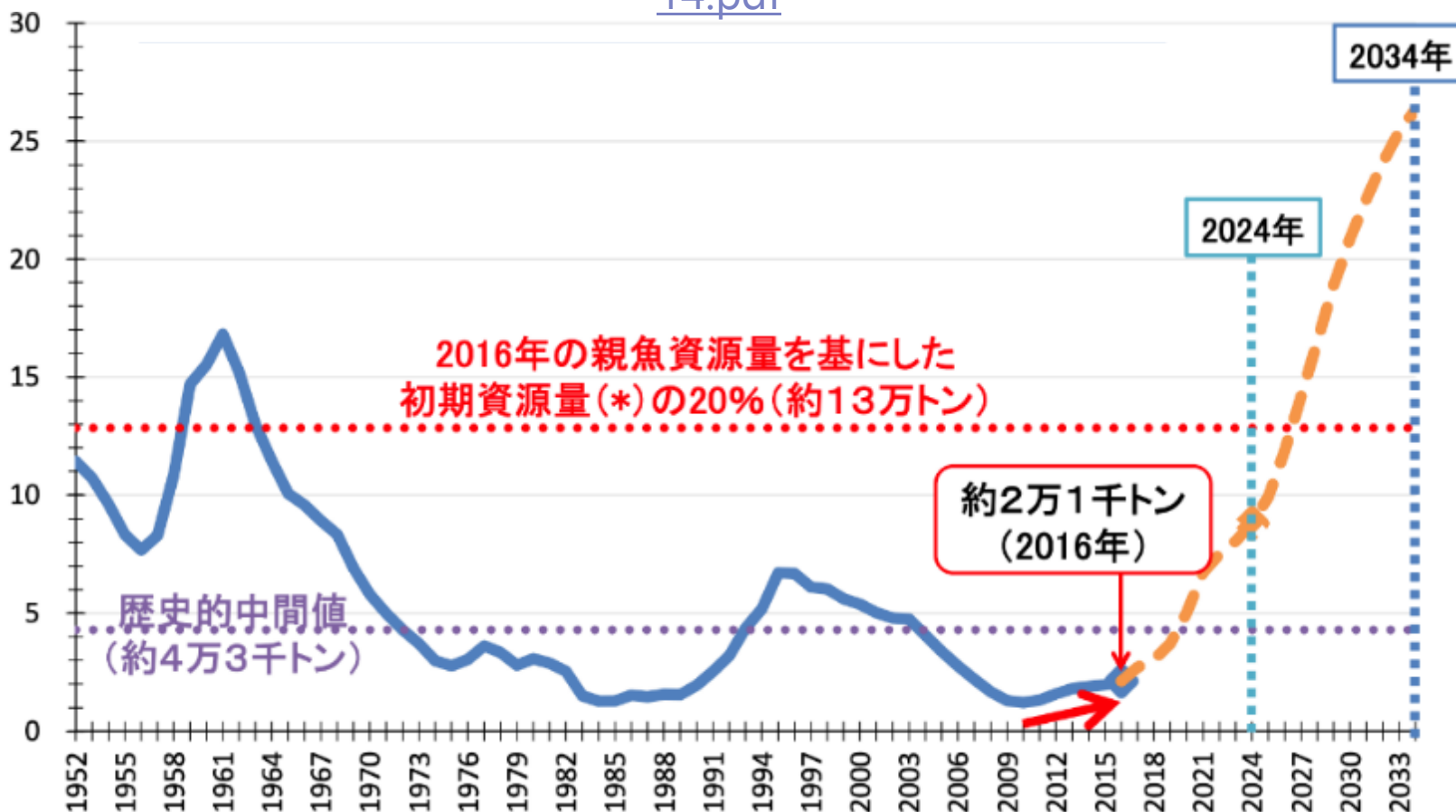
推測統計学

- ・サンプルデータ（標本）から全体（母集団）の状況を推測することが目的
- ・推測統計学には2つの手法がある
 - **推定**
 - **検定**

太平洋クロマグロの資源量推定

水産庁 - 農林水産省

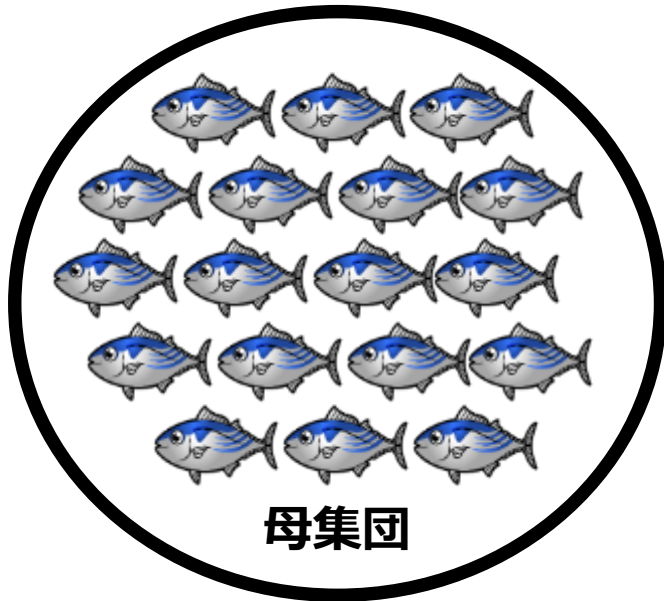
<http://www.jfa.maff.go.jp/j/council/seisaku/kanri/attach/pdf/190424-14.pdf>



太平洋に生息するマグロの平均体重は？

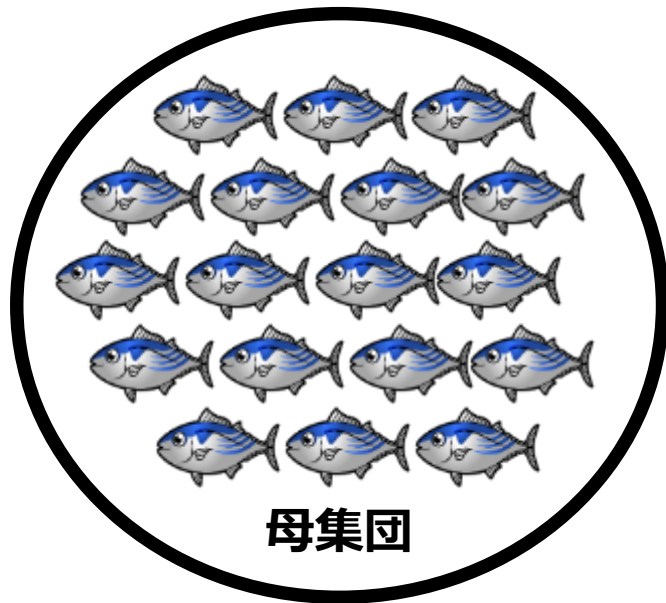
太平洋に生息するマグロの平均体重は？

太平洋に生息する全マグロ

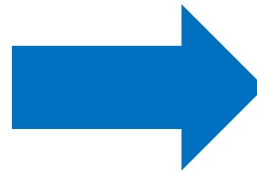


太平洋に生息するマグロの平均体重は？

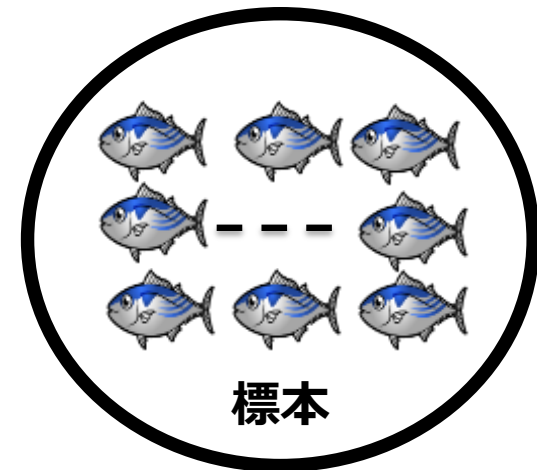
太平洋に生息する全マグロ



無作為抽出

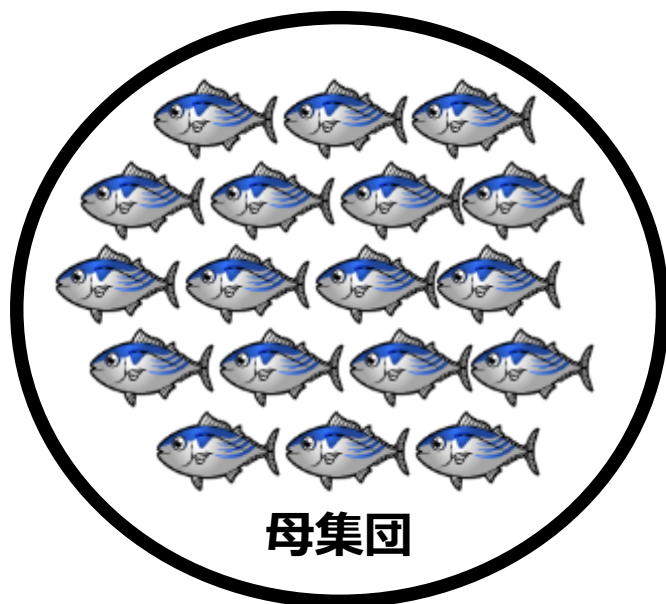


サンプリングされたマグロ

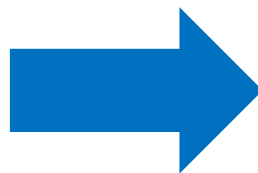


太平洋に生息するマグロの平均体重は？

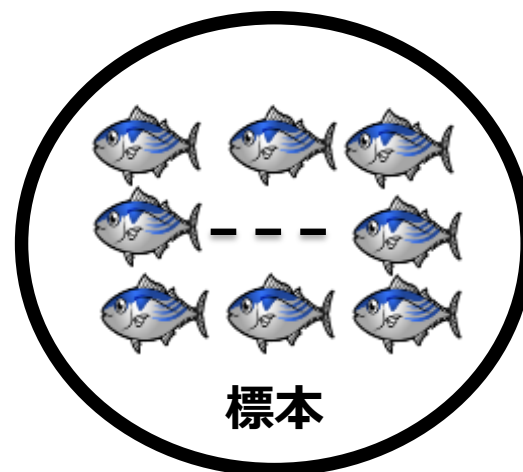
太平洋に生息する全マグロ



無作為抽出



サンプリングされたマグロ

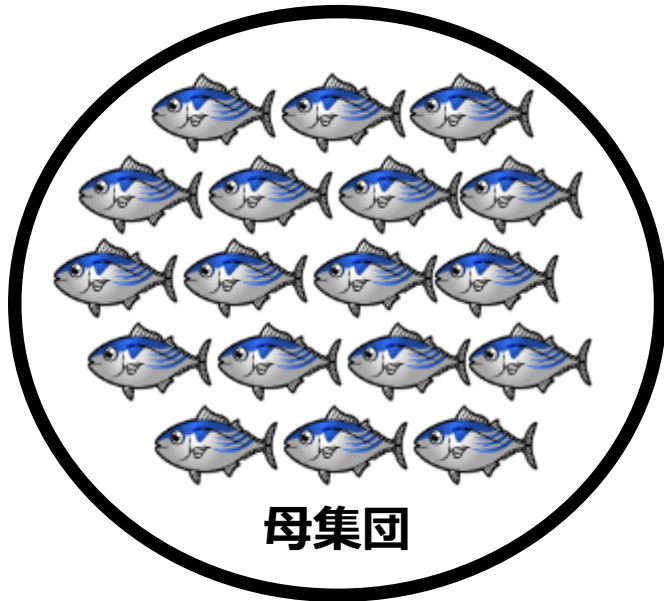


標本統計量

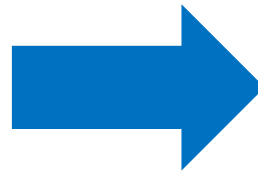


太平洋に生息するマグロの平均体重は？

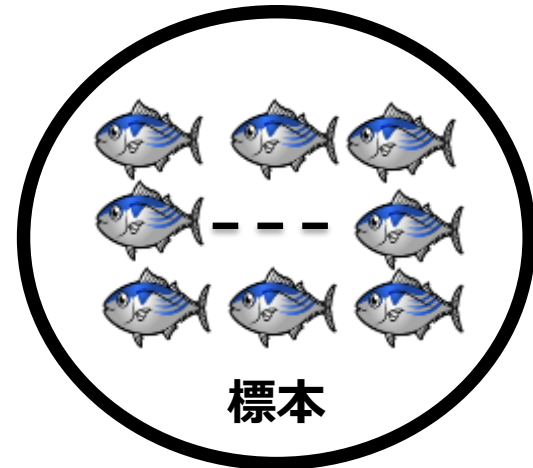
太平洋に生息する全マグロ



無作為抽出



サンプリングされたマグロ



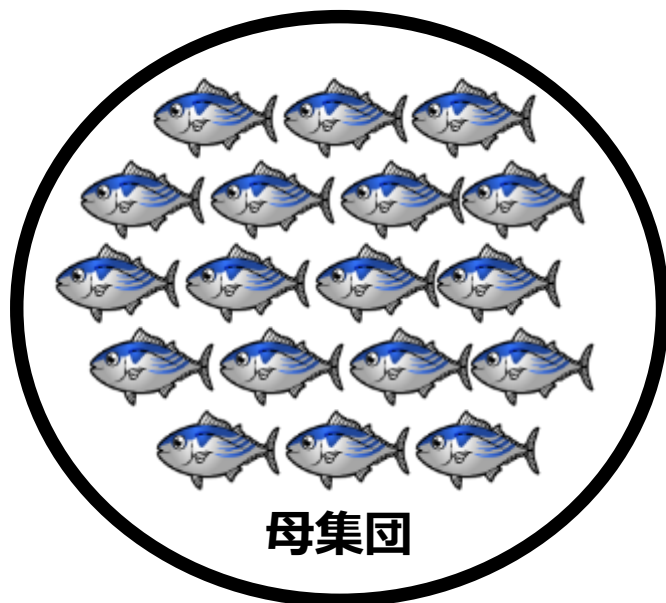
標本統計量



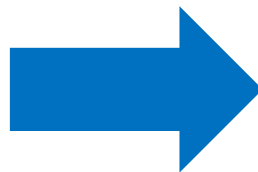
標本平均： \bar{X}

太平洋に生息するマグロの平均体重は？

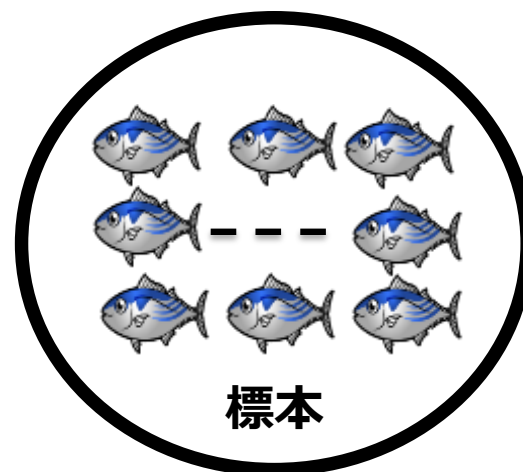
太平洋に生息する全マグロ



無作為抽出



サンプリングされたマグロ

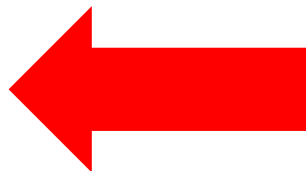


標本統計量



標本平均： \bar{X}

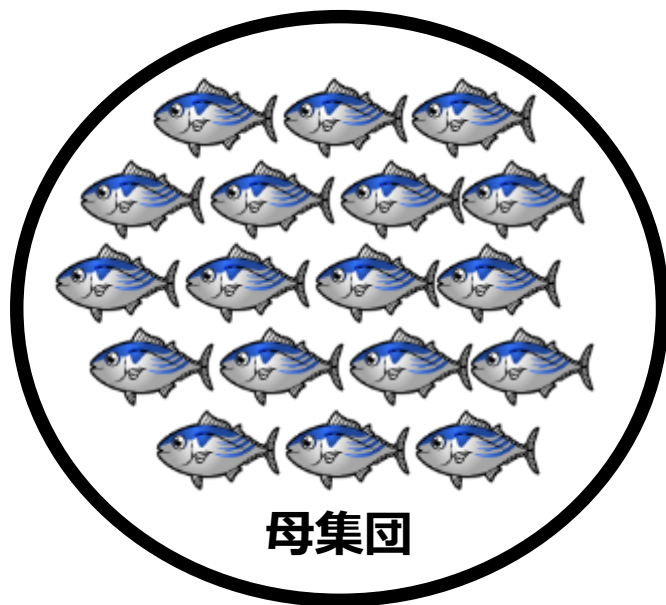
推定



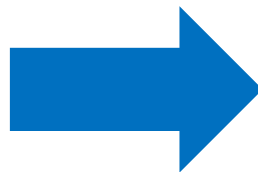
母数： μ

太平洋に生息するマグロの平均体重は？

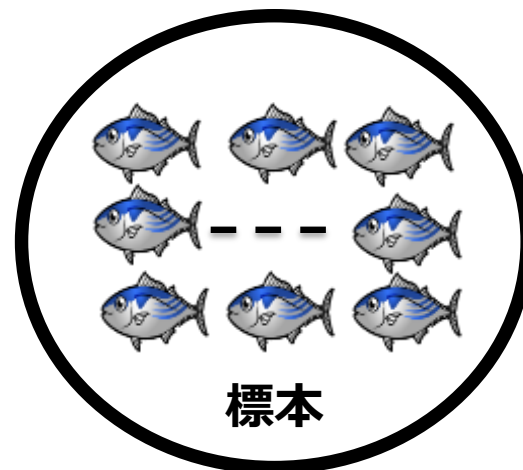
太平洋に生息する全マグロ



無作為抽出



サンプリングされたマグロ



標本統計量



標本平均： \bar{X}

推定



母数： μ

2つの値は同じではない
統計の理論が架け橋となる

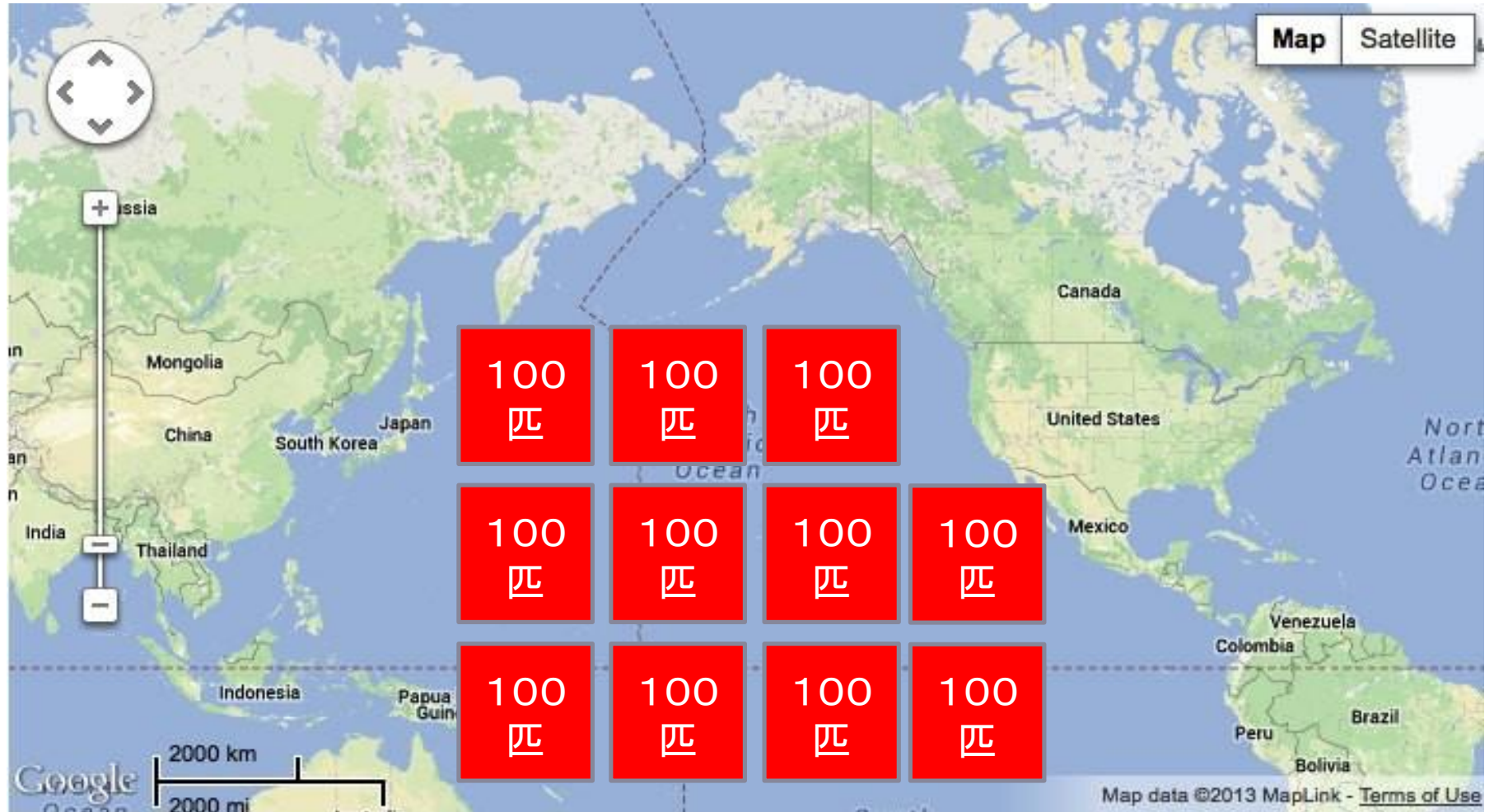
無作為抽出の重要性



無作為抽出の重要性



無作為抽出の重要性



アメリカ大統領選挙の番狂わせ

1936年のアメリカ大統領選挙



民主党
フランクリン・ルーズベルト

VS



共和党
アルフレッド・ランドン

アメリカ大統領選挙の番狂わせ

1936年のアメリカ大統領選挙



民主党
フランクリン・ルーズベルト

VS



共和党
アルフレッド・ランドン

200万人を対象に調査を行い、**ランドン**が57%の得票を得て当選すると予想

リテラリー・ダイジェスト社

アメリカ大統領選挙の番狂わせ

1936年のアメリカ大統領選挙



民主党
フランクリン・ルーズベルト

アメリカ世論研究所

3000人を対象に調査を行い、**ルーズベルト**候補が54%の得票を得て当選することを予想

VS



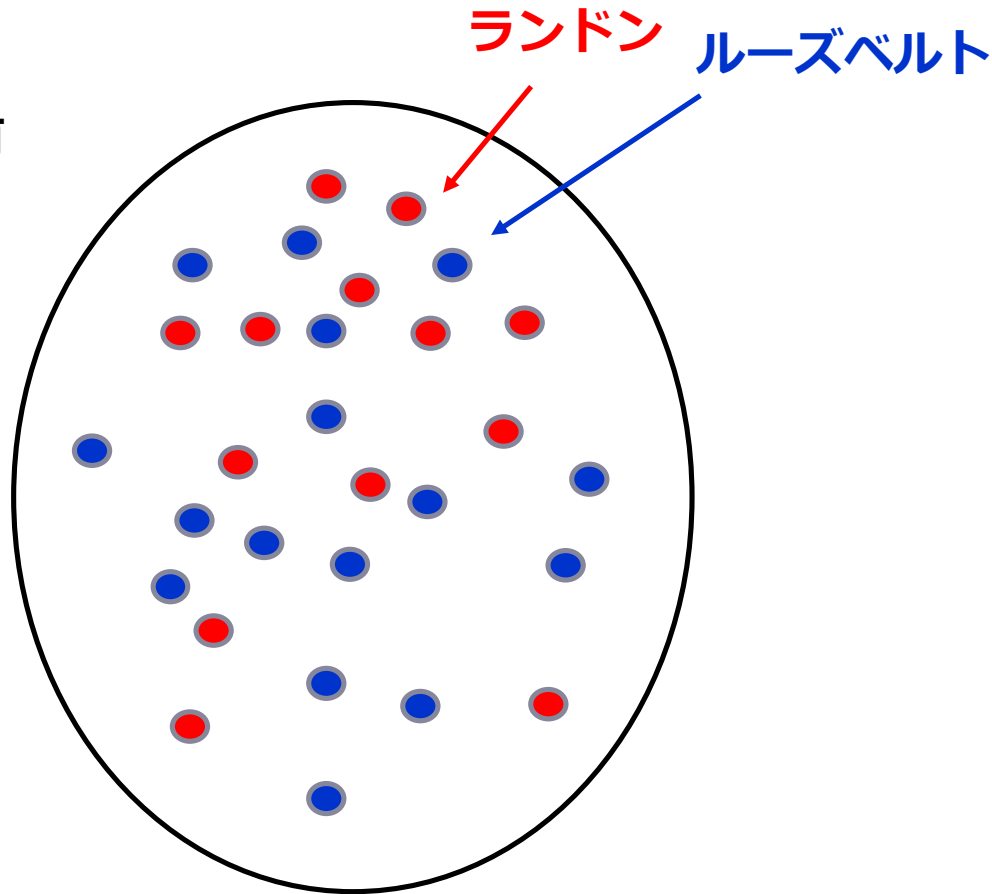
共和党
アルフレッド・ランドン

200万人を対象に調査を行い、**ランドン**が57%の得票を得て当選すると予想

リテラリー・ダイジェスト社

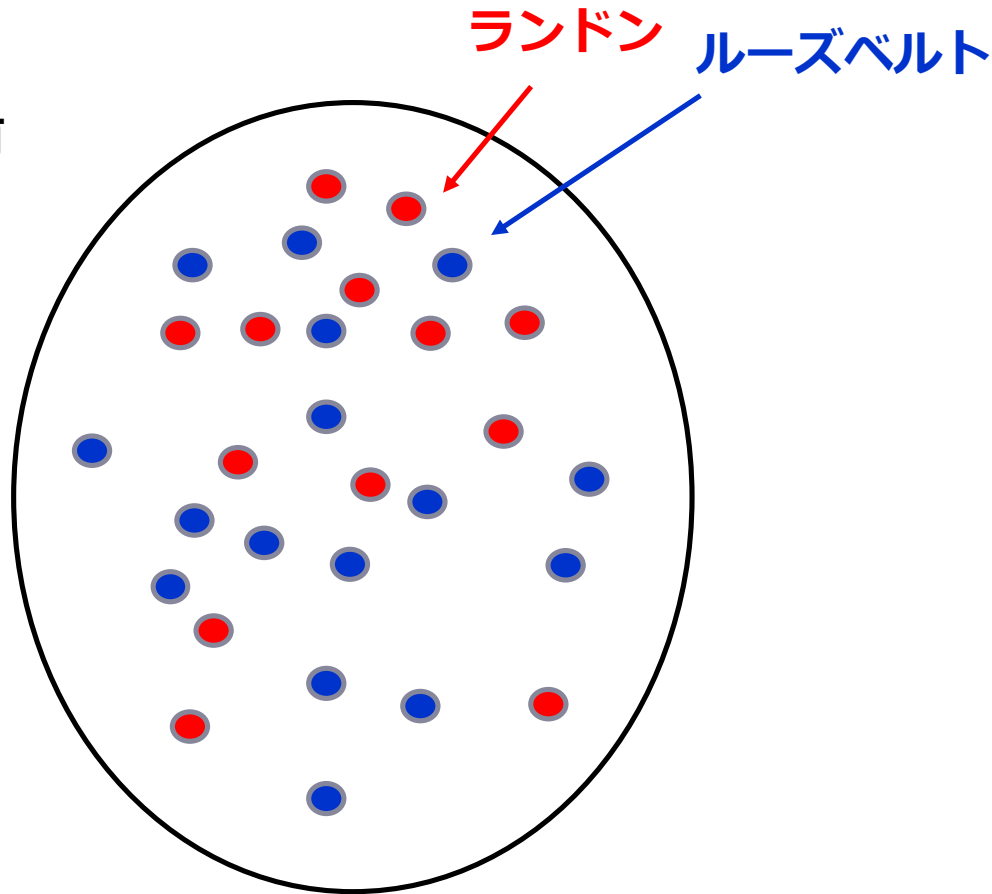
リテラリー・ダイジェストの抽出方法

自動車保有
電話利用
雑誌購読



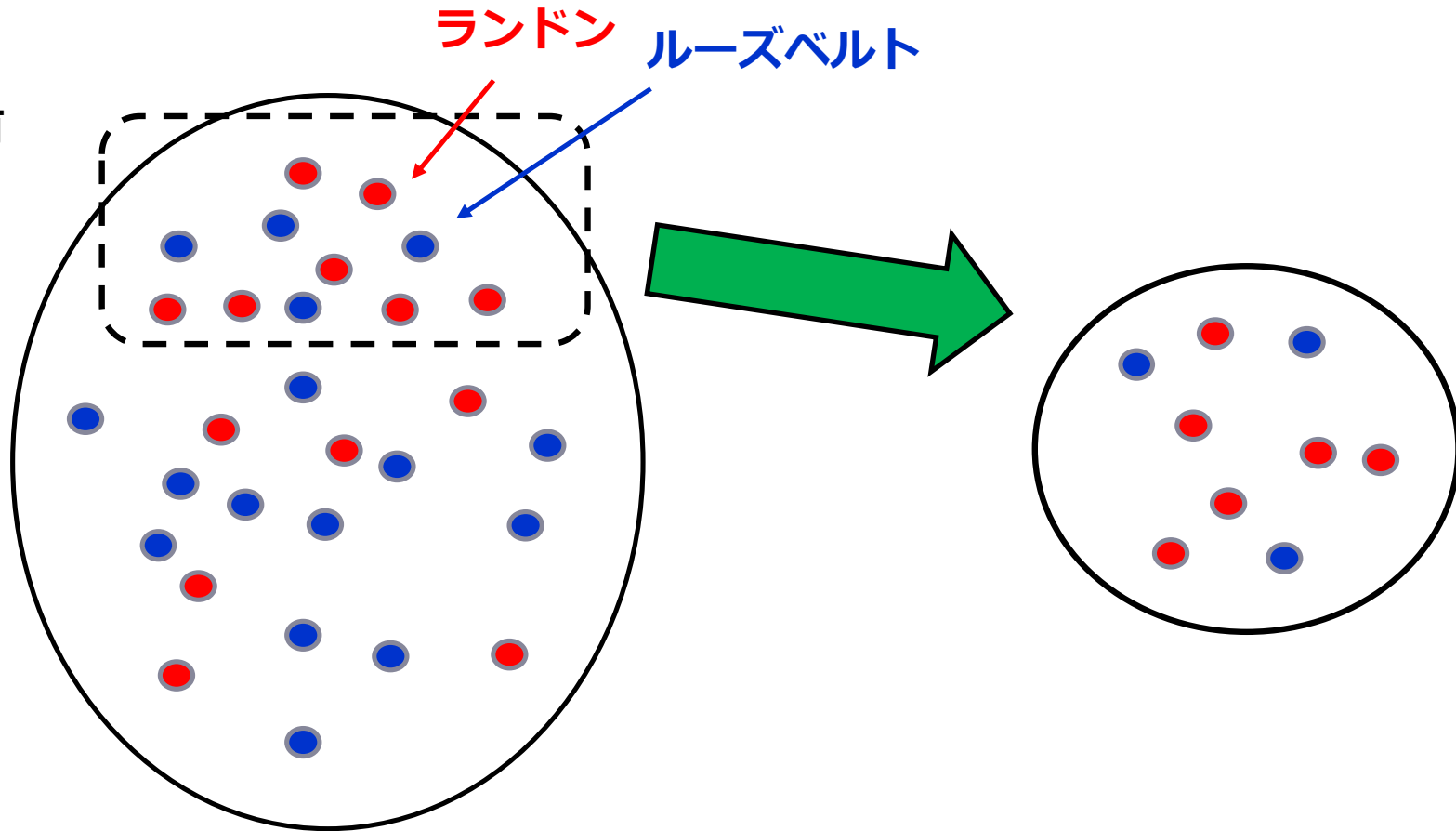
リテラリー・ダイジェストの抽出方法

自動車保有
電話利用
雑誌購読
裕福層

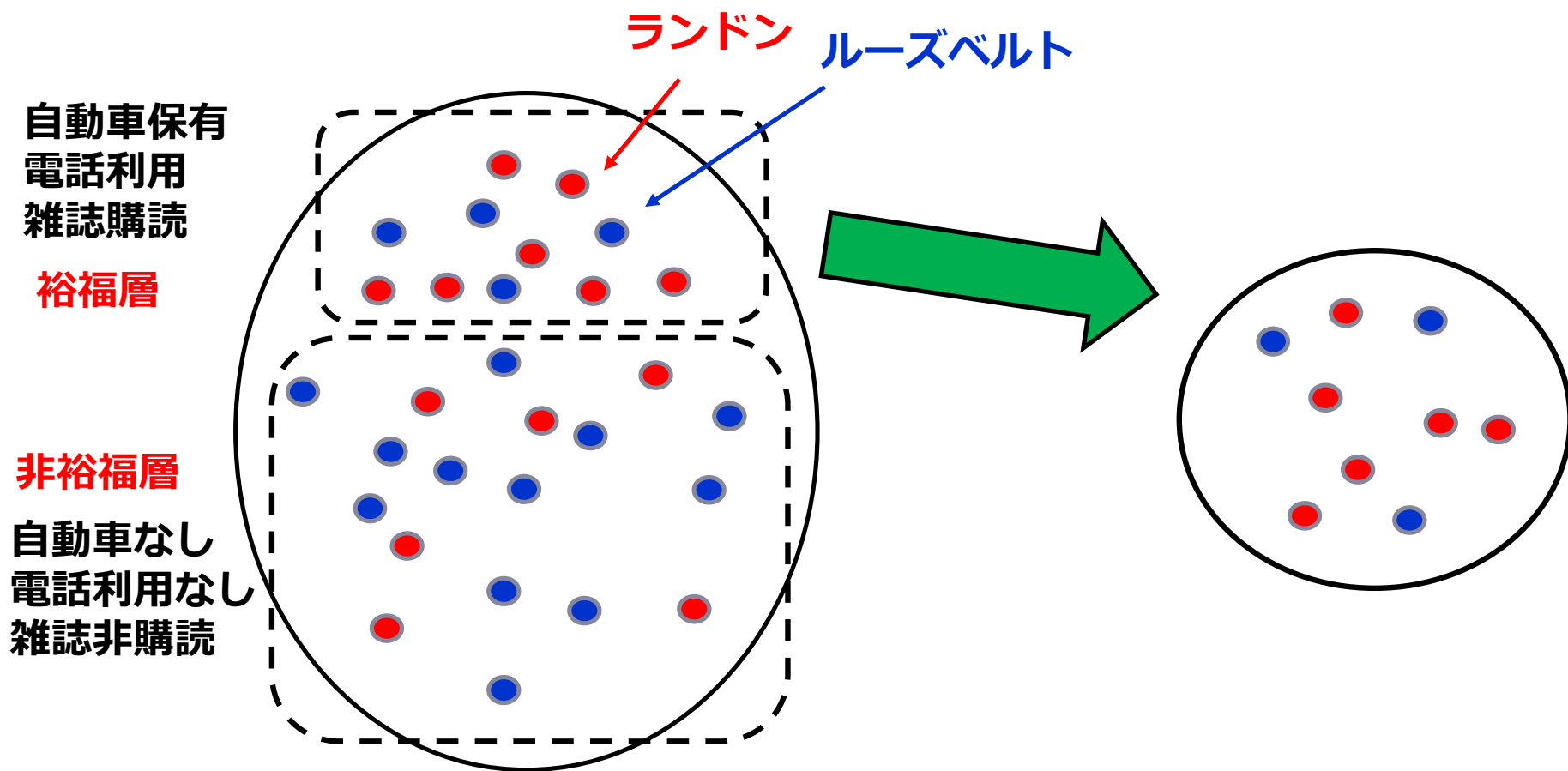


リテラリー・ダイジェストの抽出方法

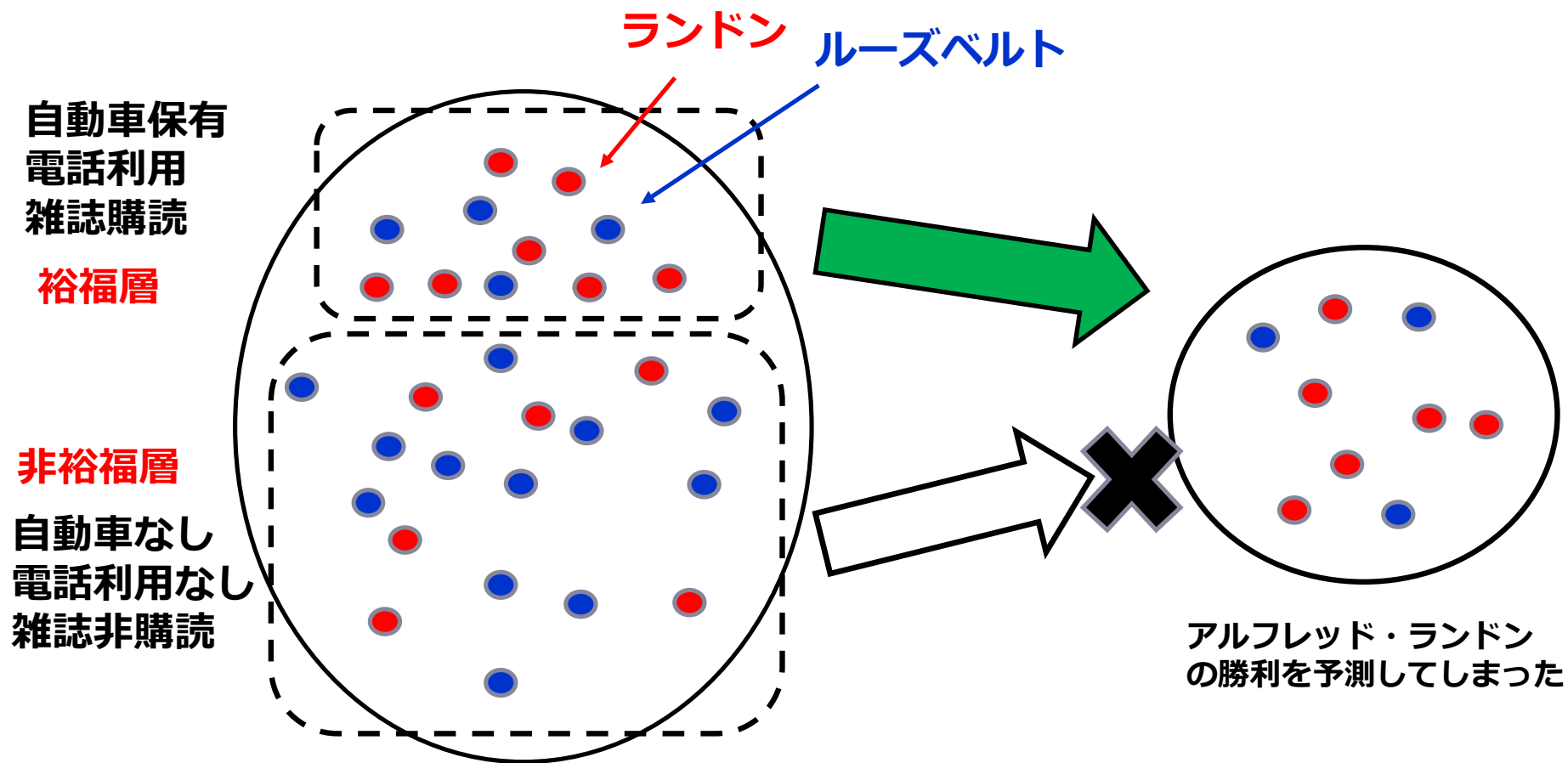
自動車保有
電話利用
雑誌購読
裕福層



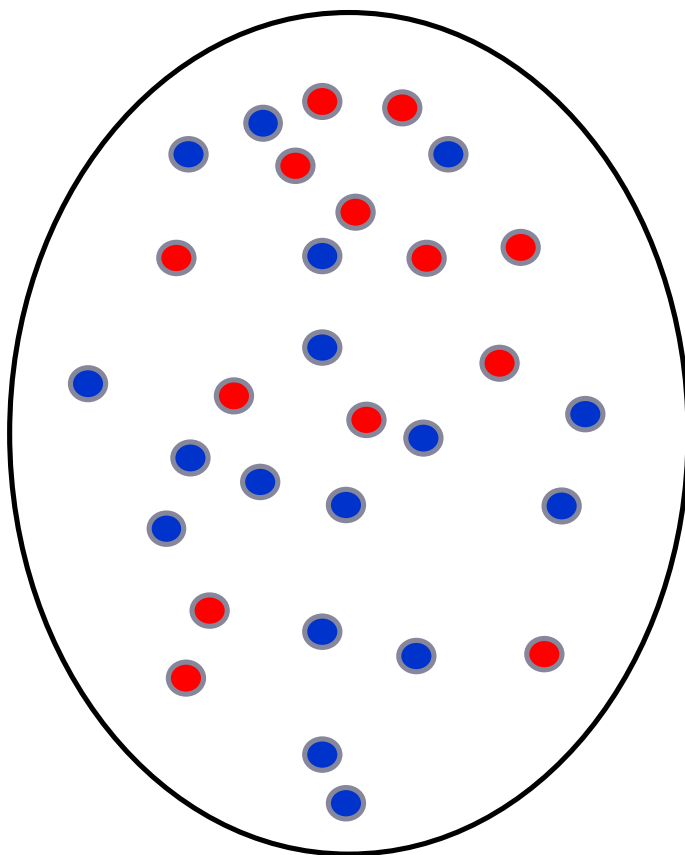
リテラリー・ダイジェストの抽出方法



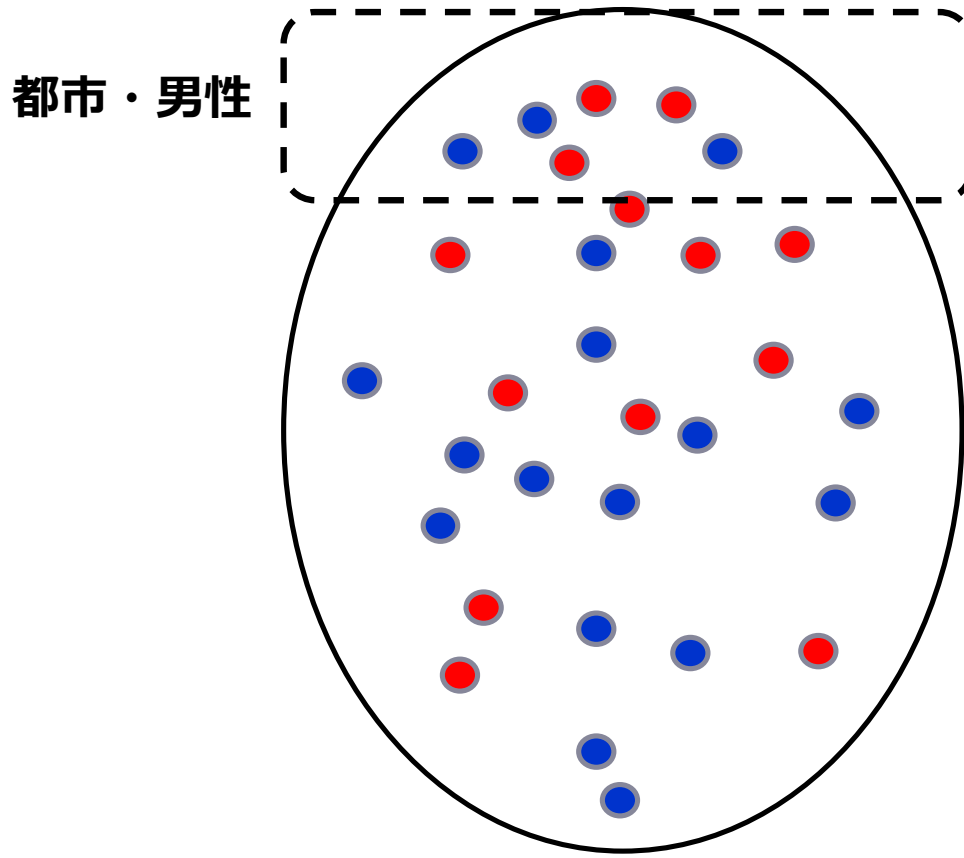
リテラリー・ダイジェストの抽出方法



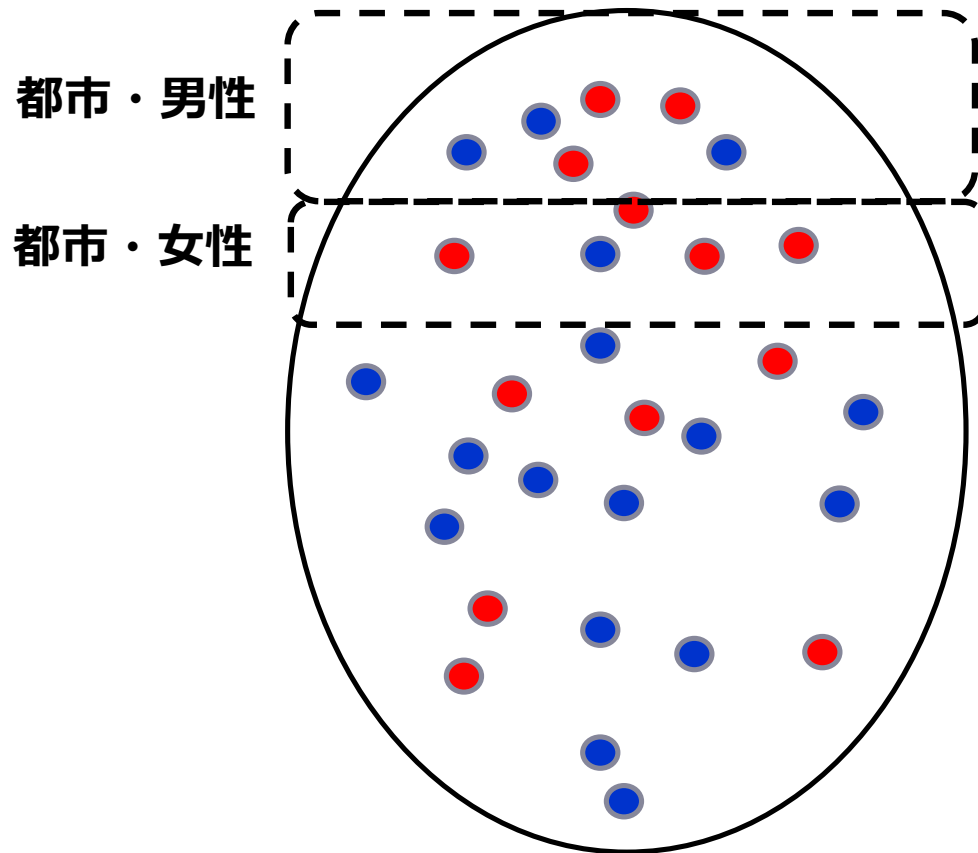
アメリカ世論研究所の抽出方法



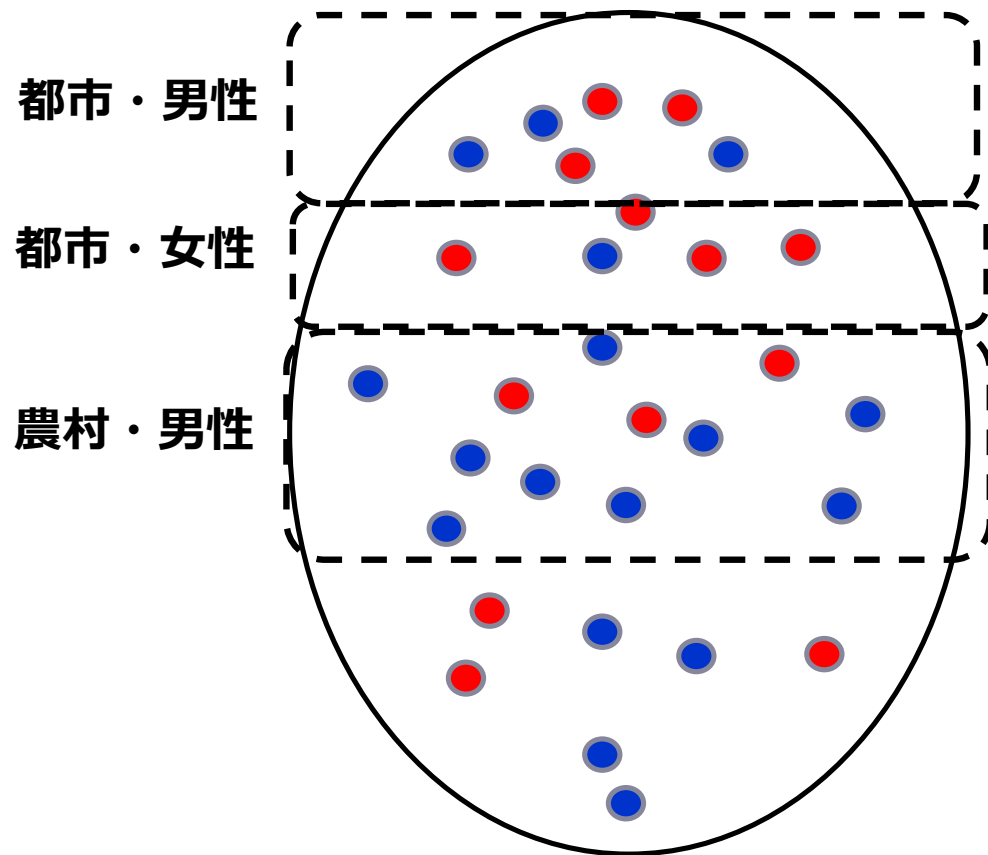
アメリカ世論研究所の抽出方法



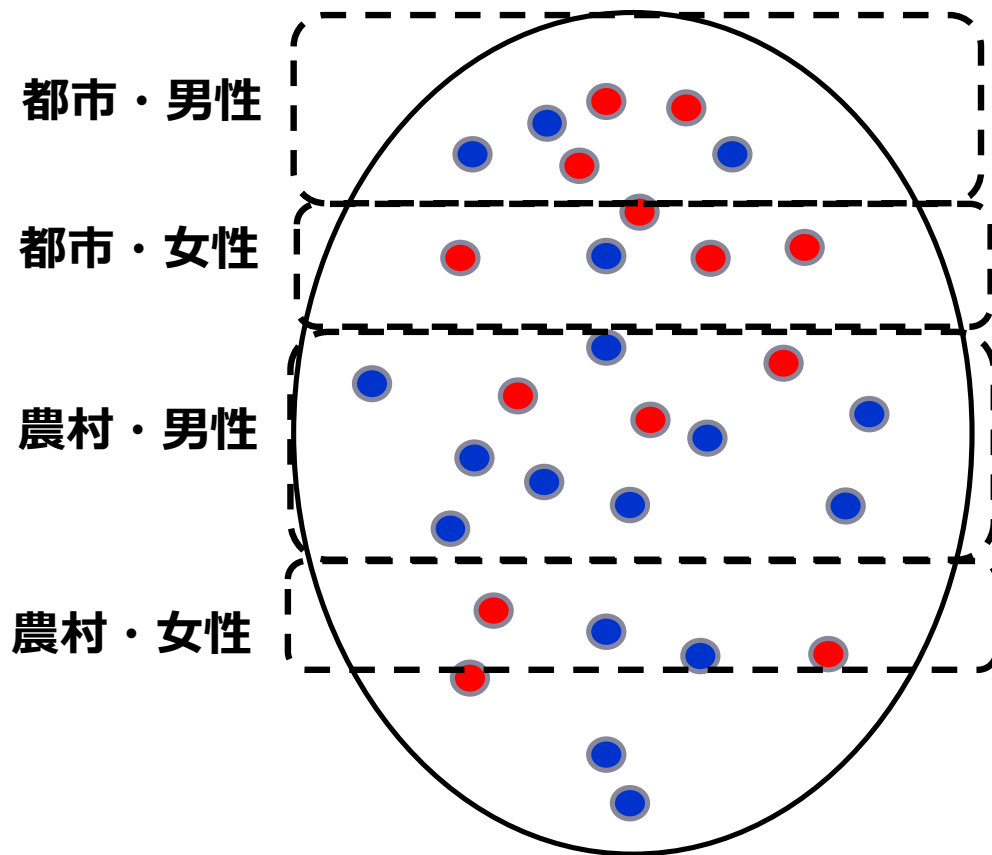
アメリカ世論研究所の抽出方法



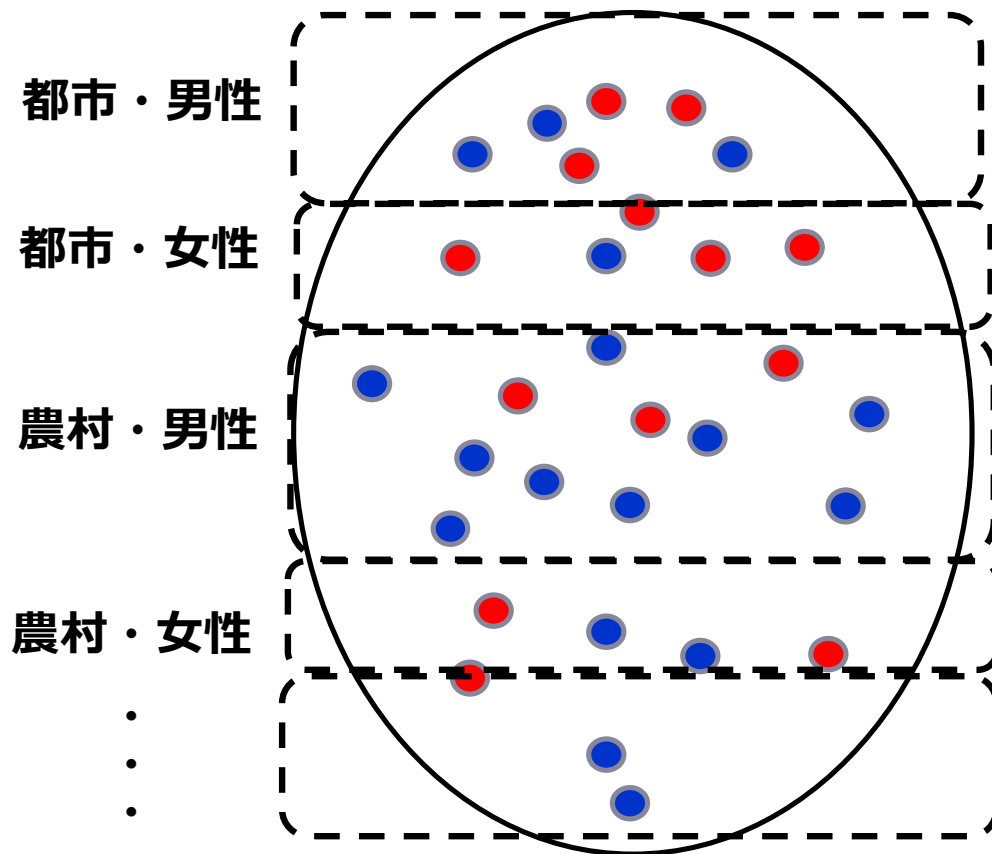
アメリカ世論研究所の抽出方法



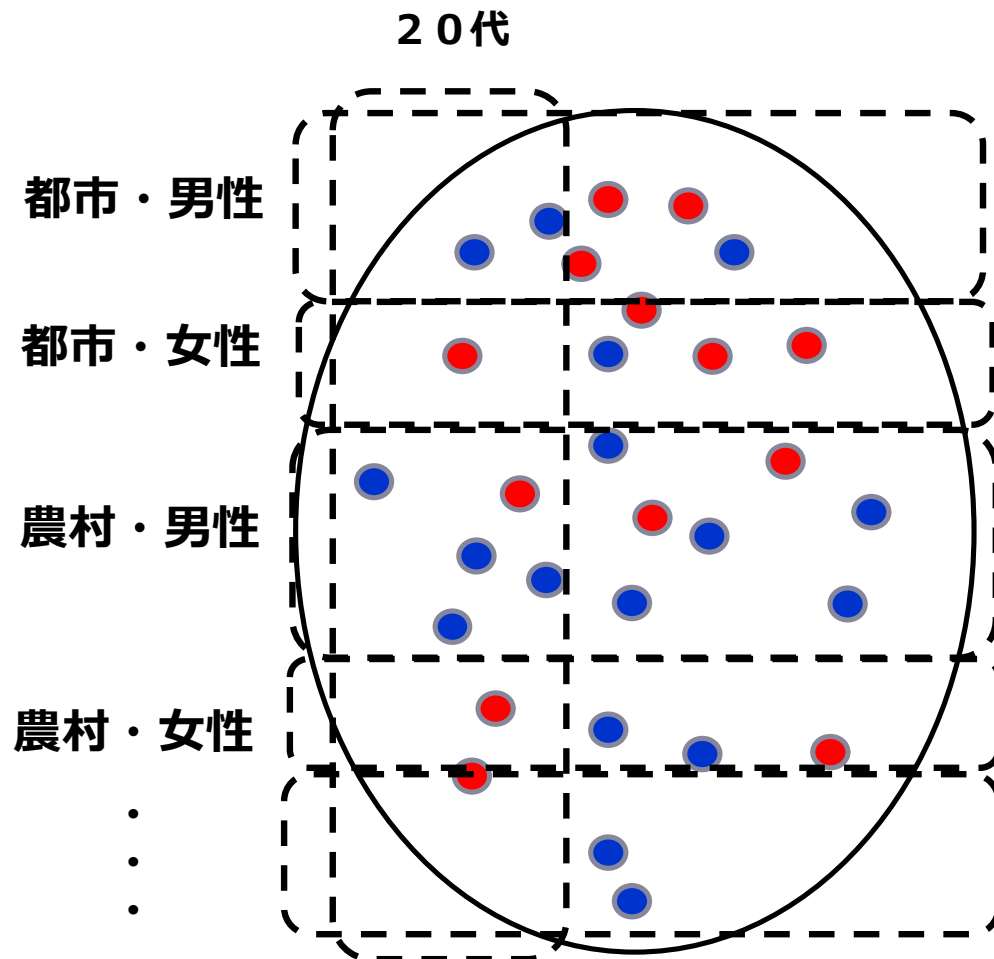
アメリカ世論研究所の抽出方法



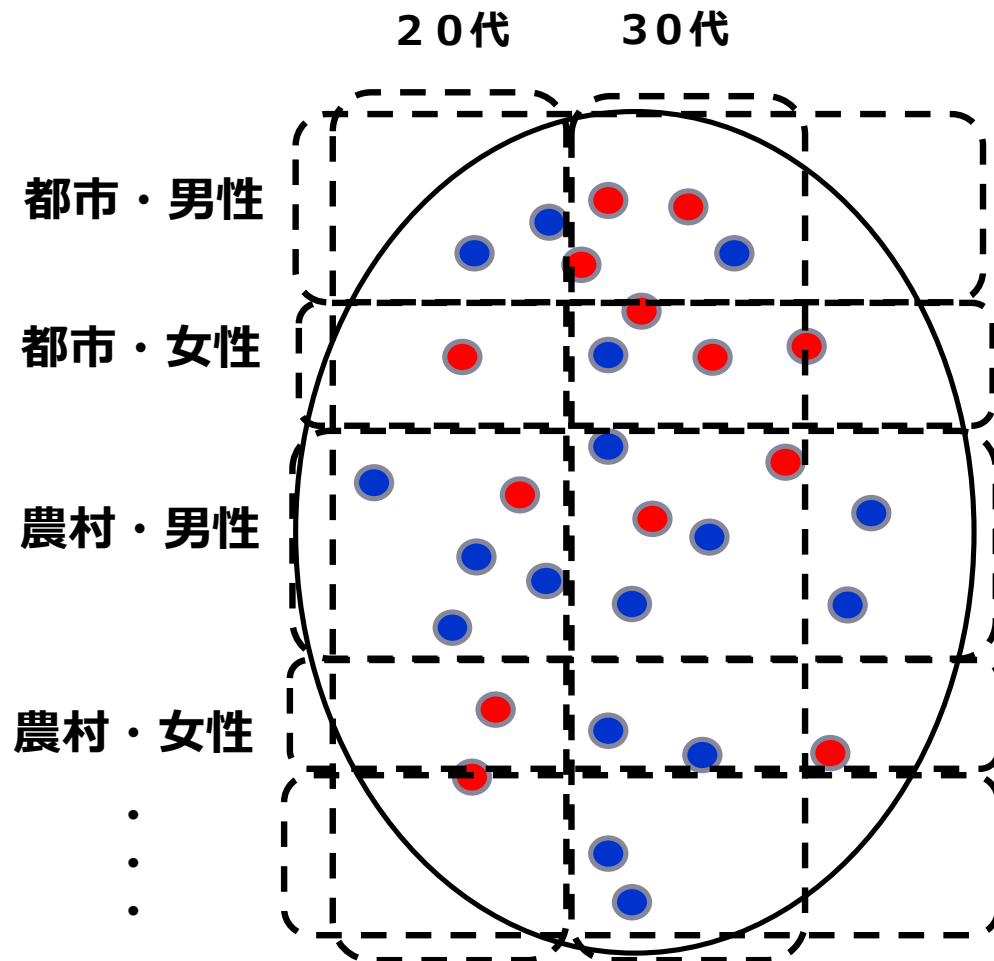
アメリカ世論研究所の抽出方法



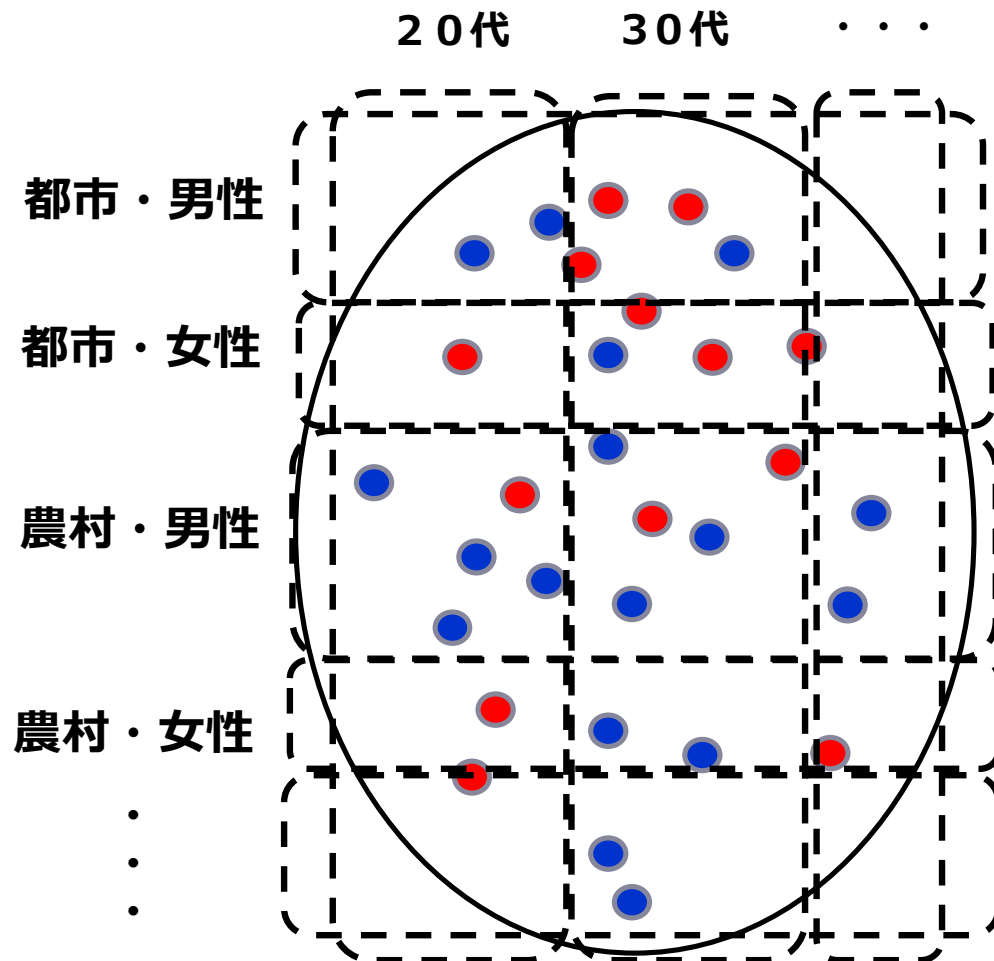
アメリカ世論研究所の抽出方法



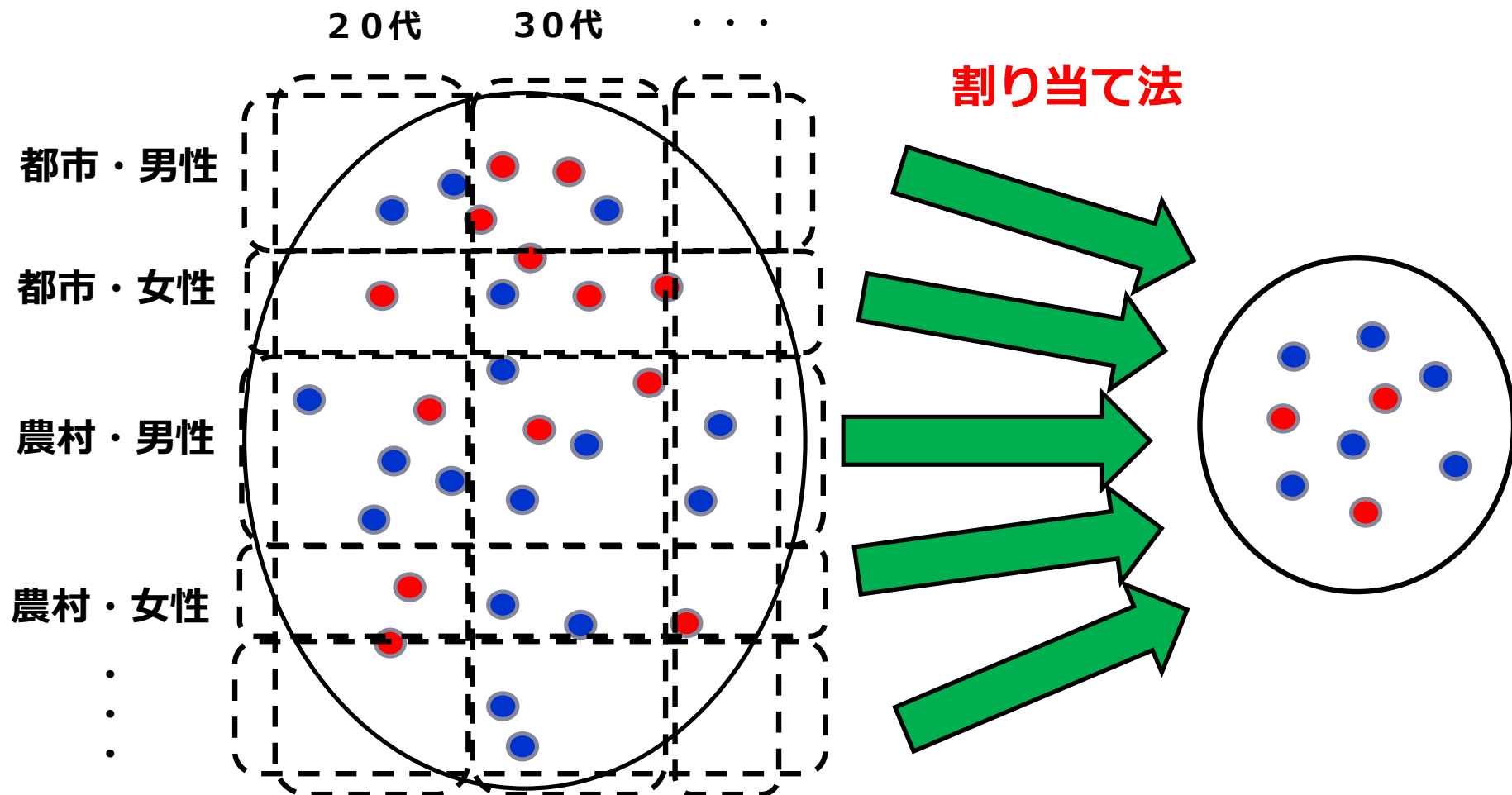
アメリカ世論研究所の抽出方法



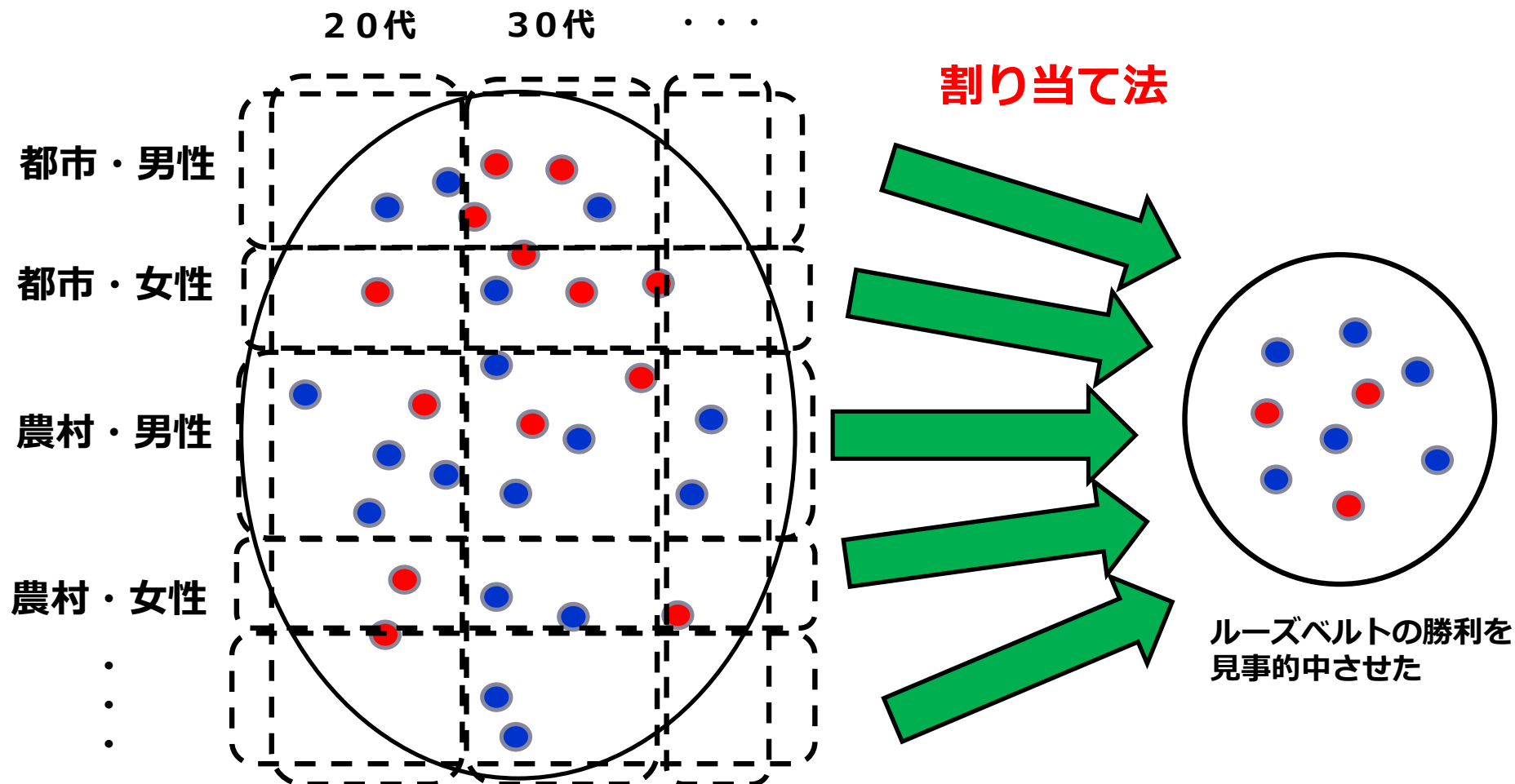
アメリカ世論研究所の抽出方法



アメリカ世論研究所の抽出方法



アメリカ世論研究所の抽出方法



5. サンプルングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 推測

5-2 サンプルング

5-3 無作為化実験と交絡

5-4 中心極限定理

色々なサンプリング方法

- ・ 単純ランダムサンプリング
- ・ 多段サンプリング
- ・ 層別サンプリング
- ・ 集落サンプリング
- ・ 系統サンプリング

問題

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

問題

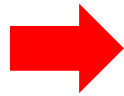
ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

- ・ 学生全員に対しての調査は難しい
- ・ 時間や労力をかけないように100人に対して調査

問題

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

- ・ 学生全員に対しての調査は難しい
- ・ 時間や労力をかけないように100人に対して調査



ランダムなサンプリングを行う

単純サンプリング

単純サンプリング

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。
人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

方法 1



100人分の当たりくじ

方法2



サイコロを投げて、
該当する番号を学生を調査

単純サンプリング

単純サンプリング

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。
人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

方法 1



100人分の当たりくじ

方法2



サイコロを投げて、
該当する番号を学生を調査

メリット：人の意思が入ってこないなので、ランダム抽出できる
デメリット：対象者全員の参加あるいは事前情報が必要となる

多段サンプリング

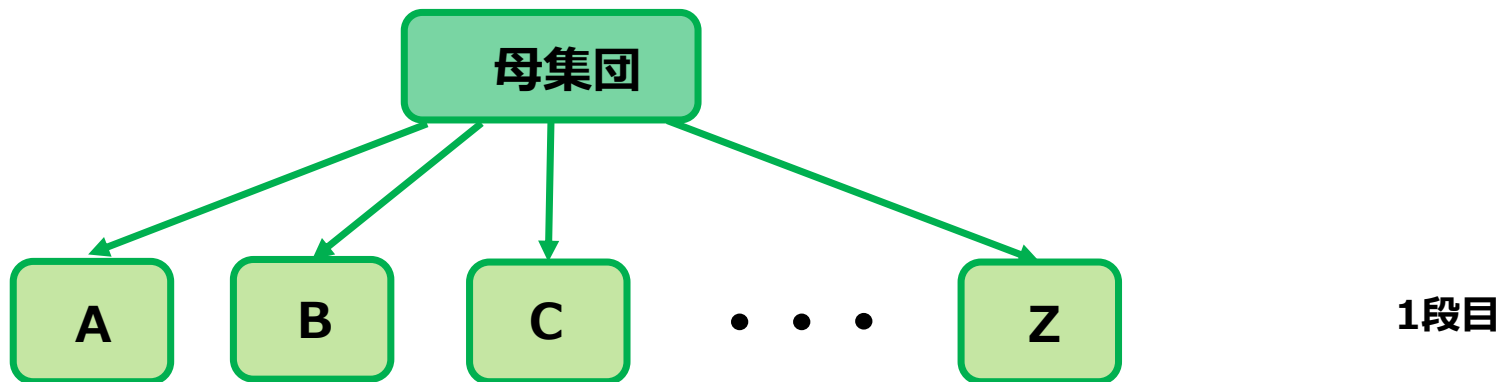
多段サンプリング

- ① 母集団をいくつかのグループに分ける。
- ② いくつかのグループを無作為に選ぶ（1段目）
- ③ さらに細かいグループを無作為に選ぶ（2段目）
- ④これを繰り返して最終的に無作為に対象を選ぶ。

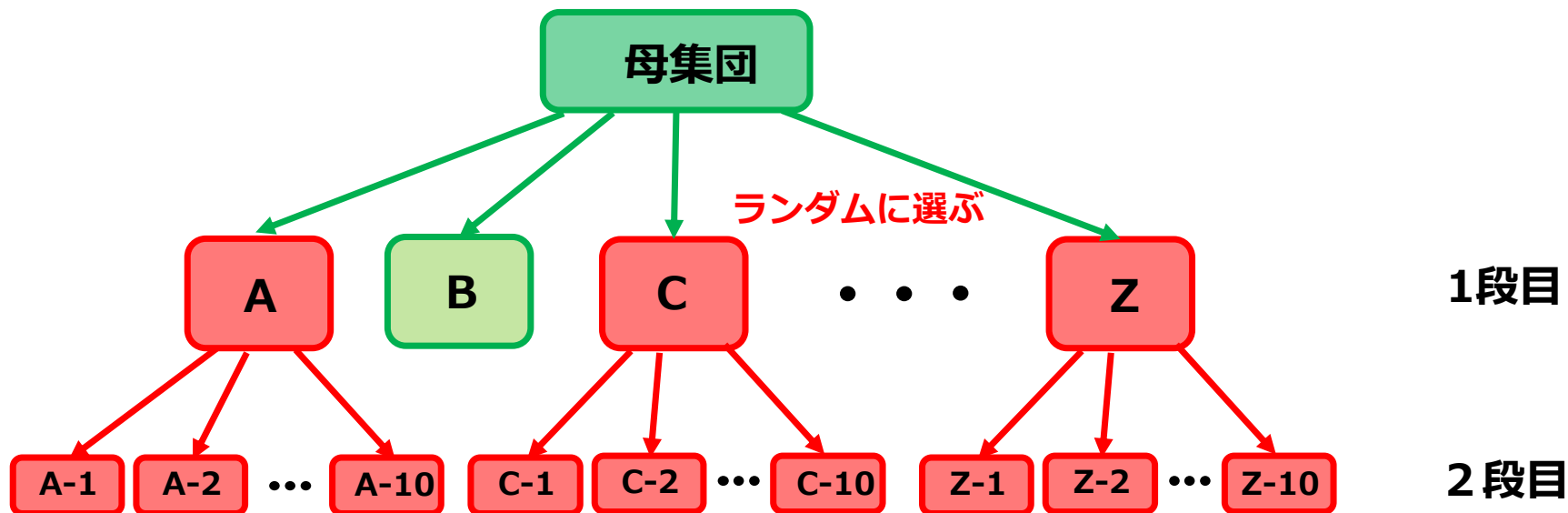
多段サンプリング

母集団

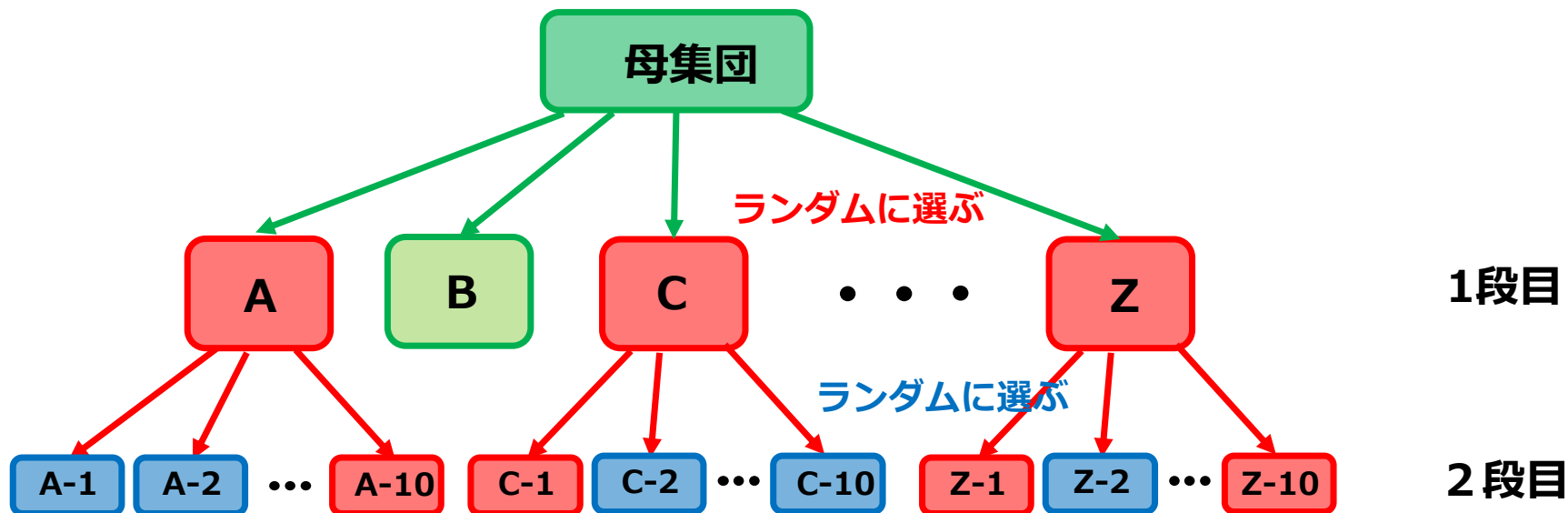
多段サンプリング



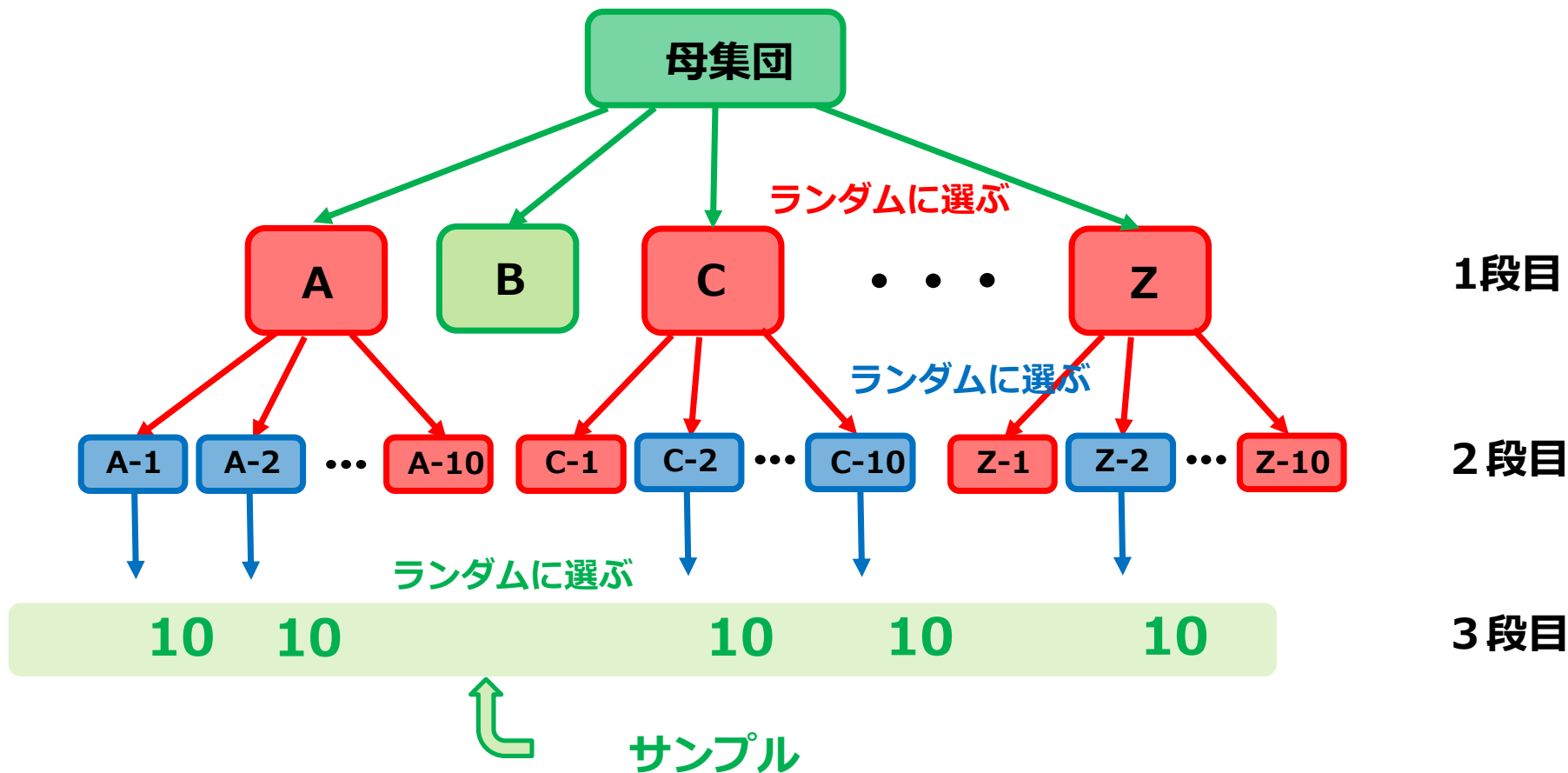
多段サンプリング



多段サンプリング



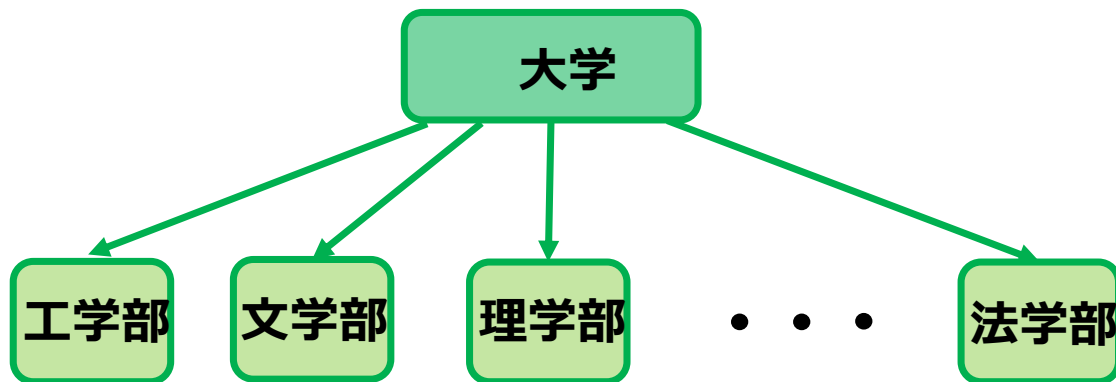
多段サンプリング



多段サンプリング

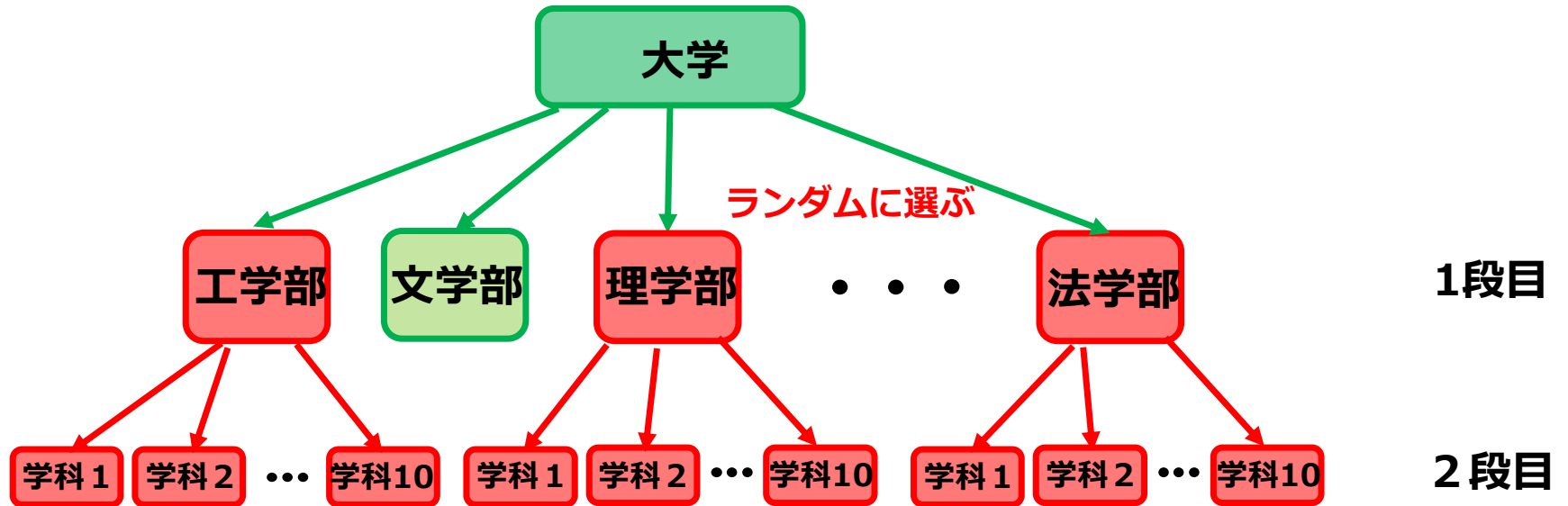
大学

多段サンプリング

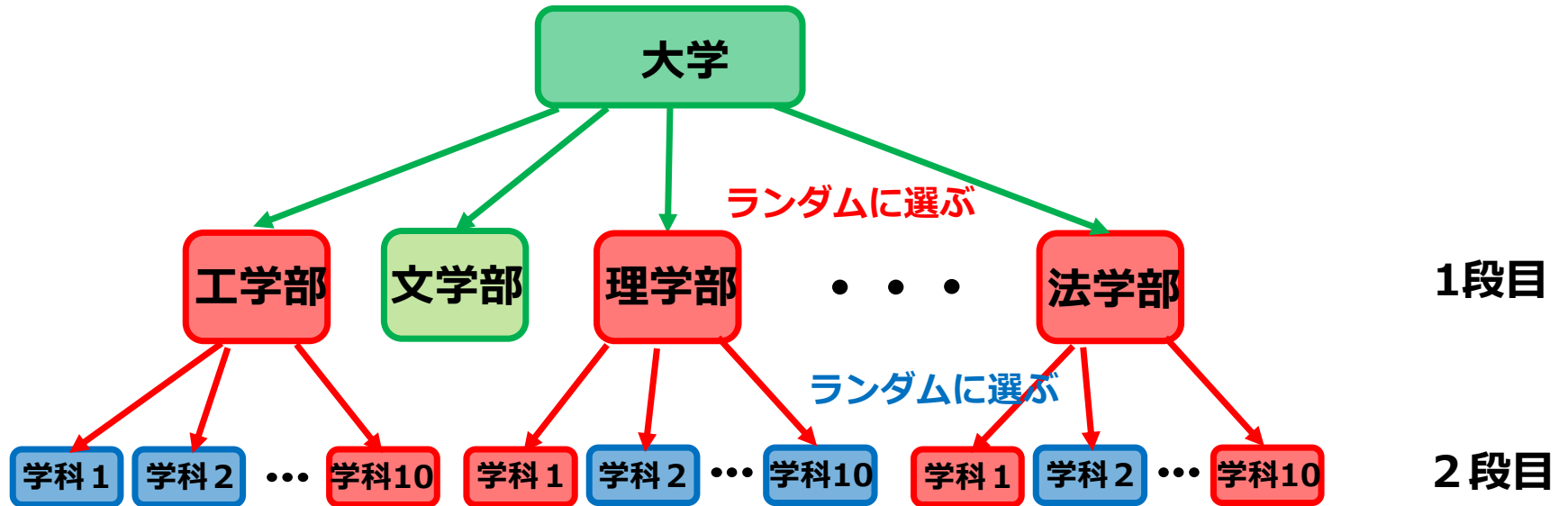


1段目

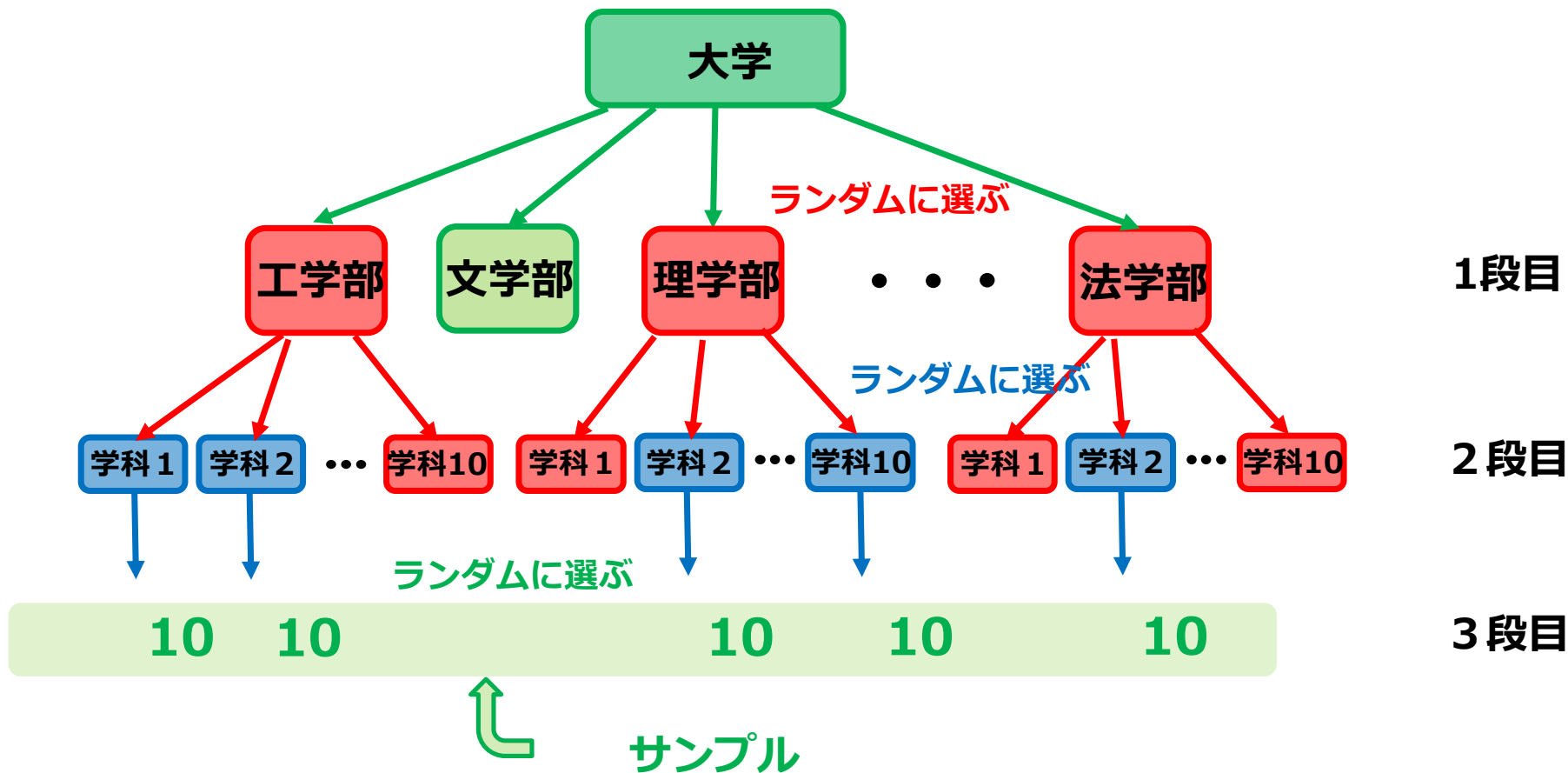
多段サンプリング



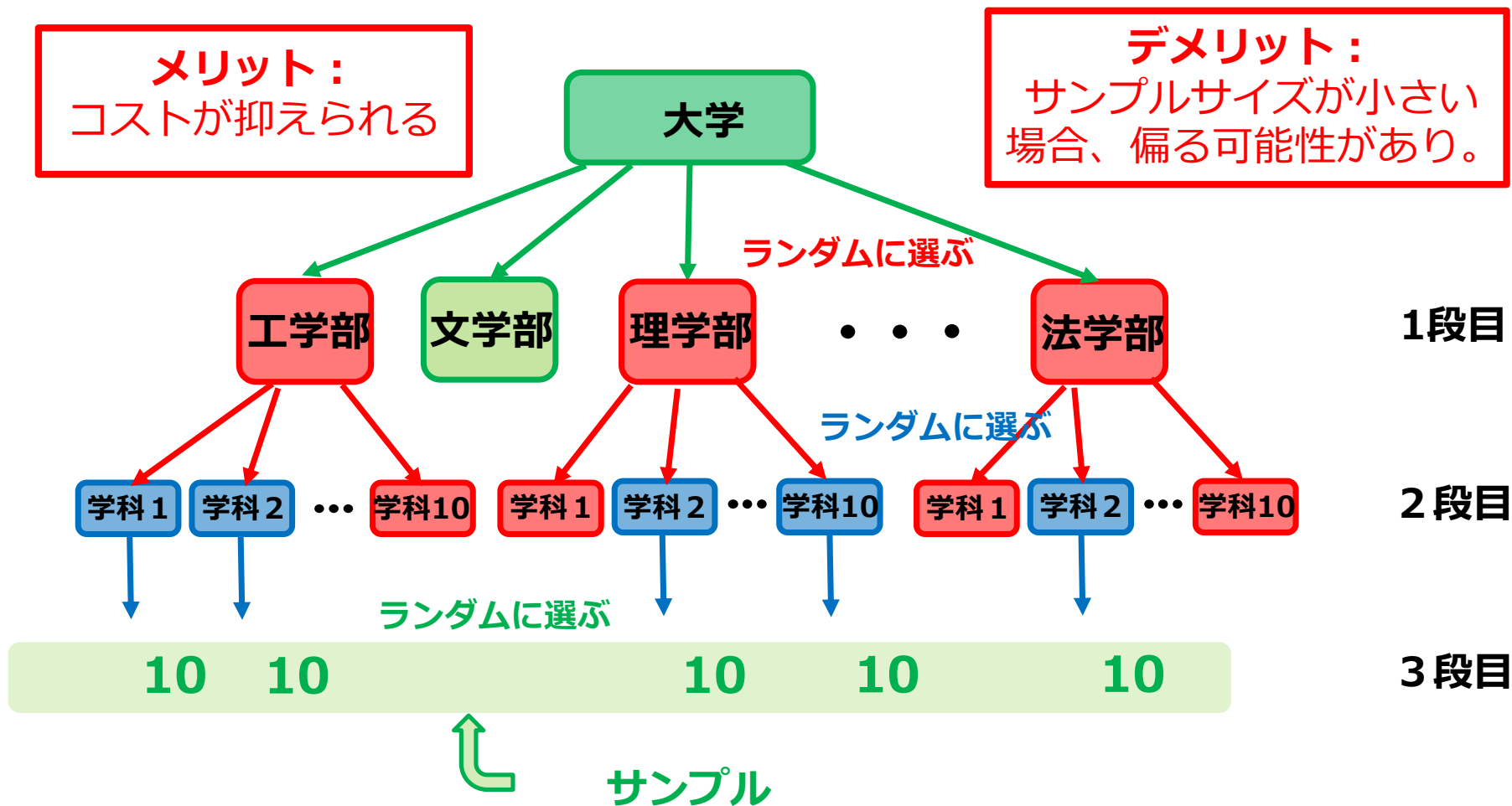
多段サンプリング



多段サンプリング



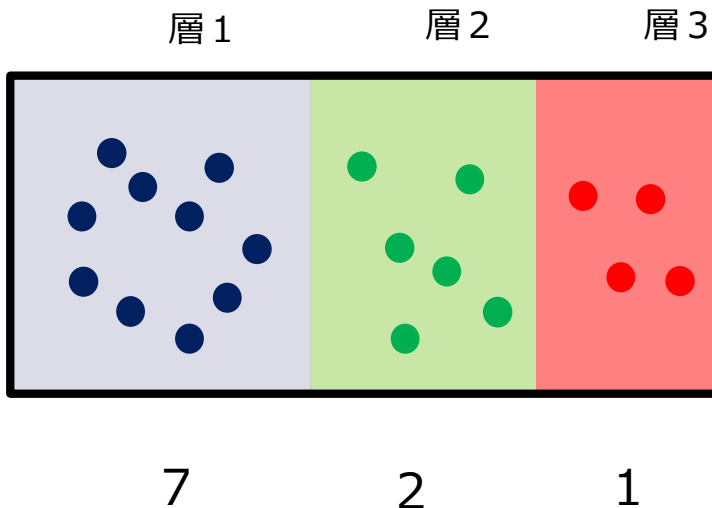
多段サンプリング



層別サンプリング

層別サンプリング

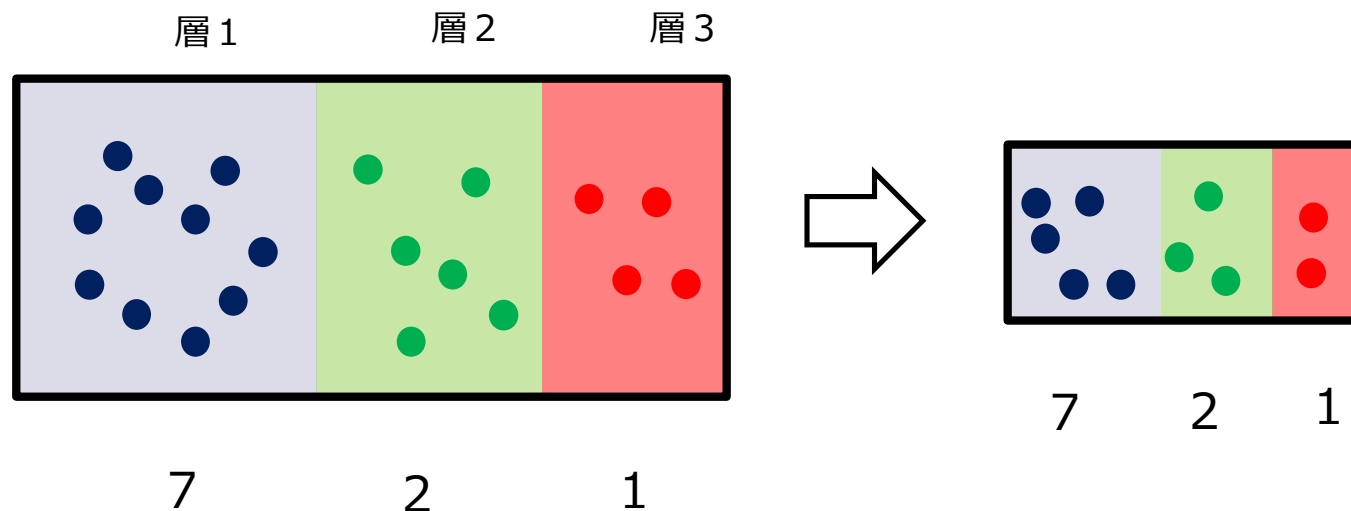
母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**（グループ）に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法



層別サンプリング

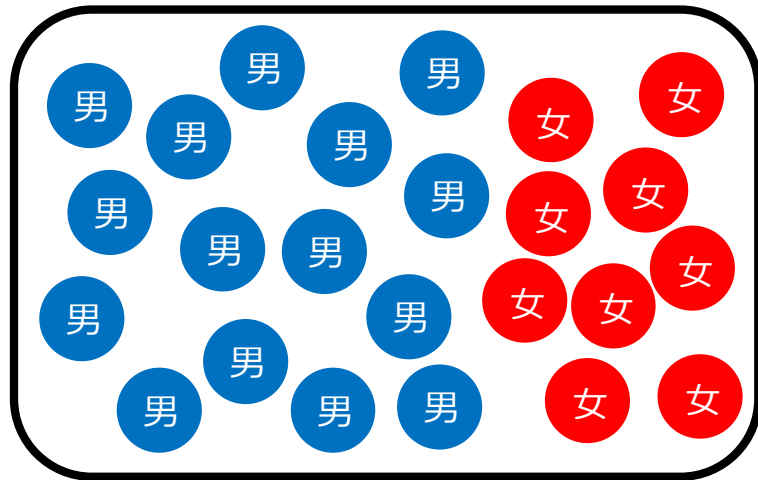
層別サンプリング

母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**（グループ）に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法



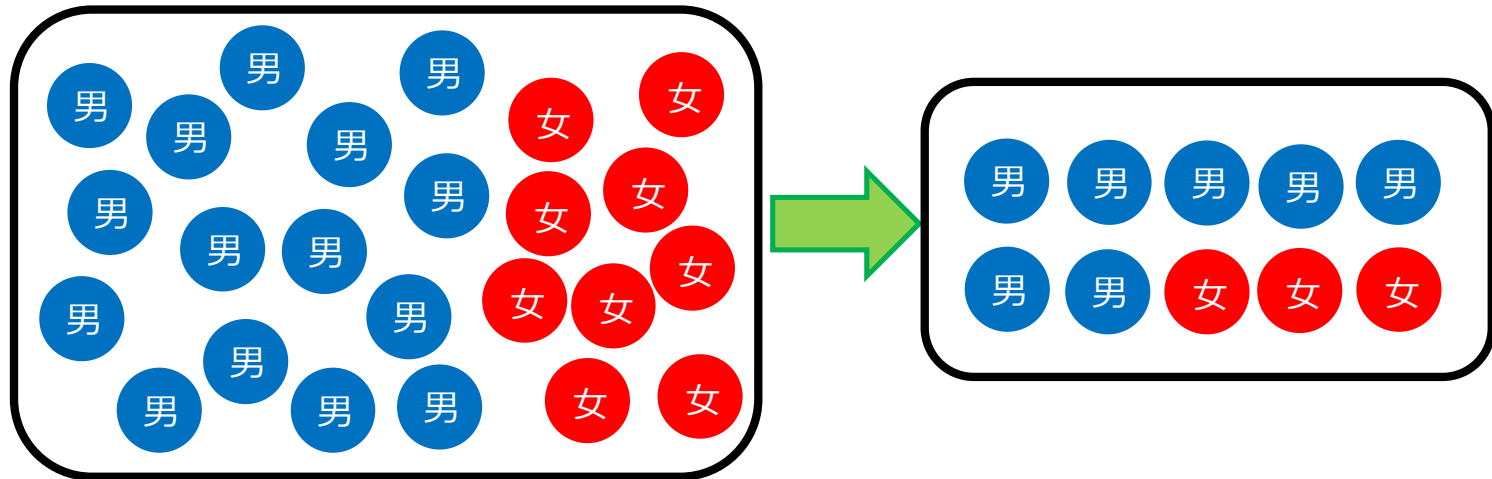
層別サンプリング

男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。



層別サンプリング

男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。



層別サンプリング

メリット：

- ・ 母集団内情報（年齢別、性別など）の比較を行える
- ・ 母集団の推測の精度が増す
- ・ 各層の特徴が大きく異なる場合に有用

デメリット：

- ・ 母集団の構成情報を事前に知っておく必要がある

系統サンプリング

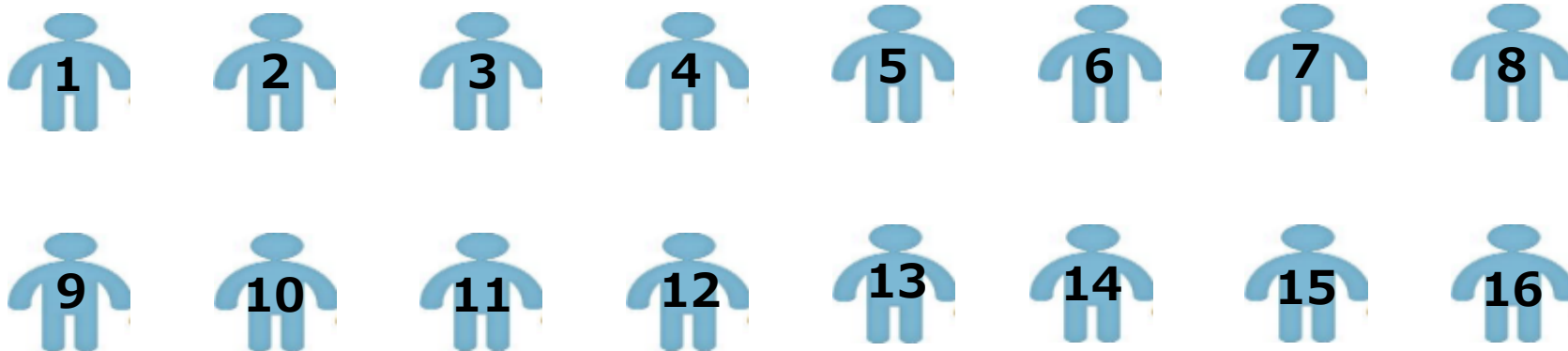
系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。

系統サンプリング

系統サンプリング

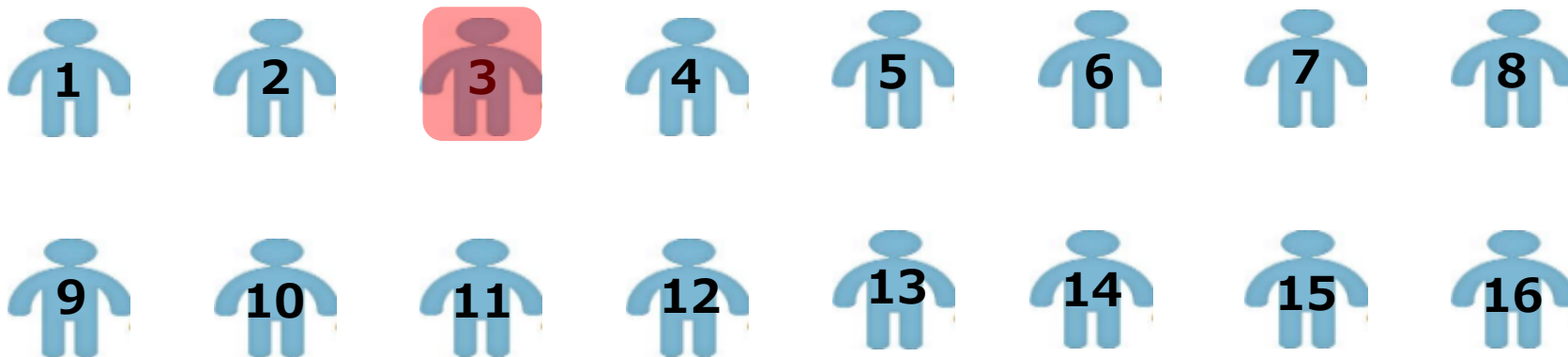
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



系統サンプリング

系統サンプリング

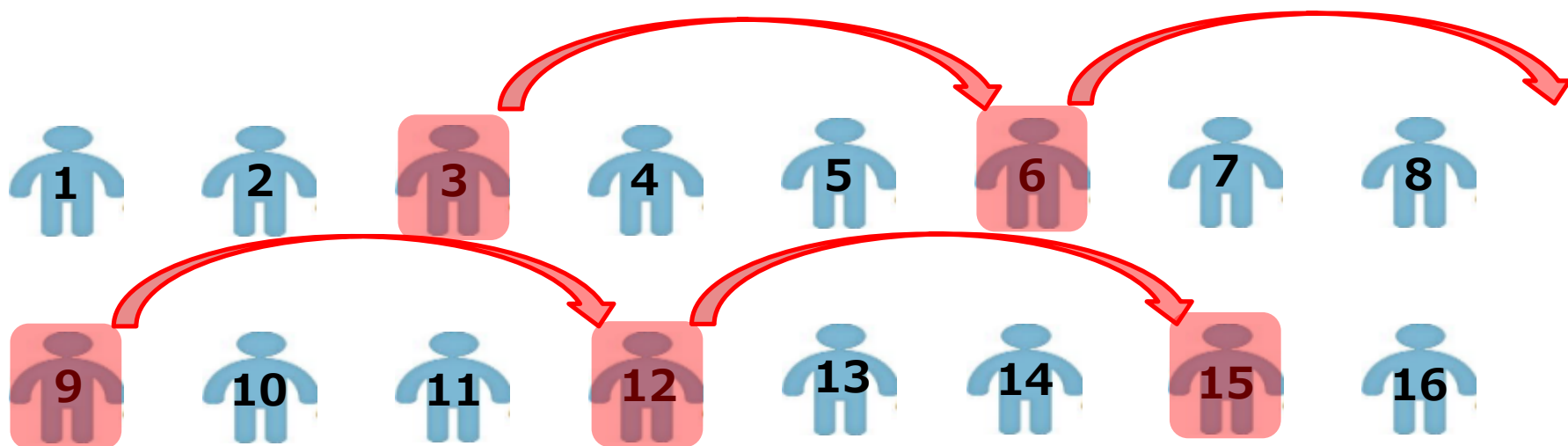
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



系統サンプリング

系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



【例】視聴率調査

系統サンプリング

最初だけ無作為に抽出し、間隔を決めておけば、動的にサンプリングされる。

【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。

系統サンプリング

最初だけ無作為に抽出し、間隔を決めておけば、動的にサンプリングされる。

【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。

学籍番号

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

系統サンプリング

最初だけ無作為に抽出し、間隔を決めておけば、動的にサンプリングされる。

【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。

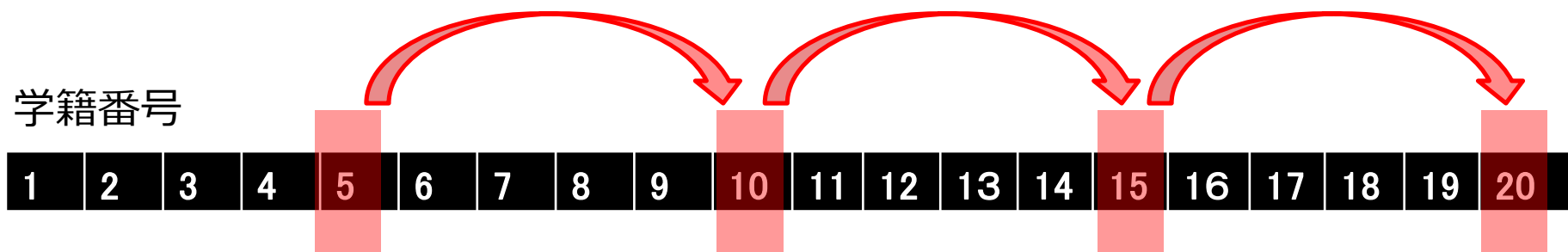
学籍番号

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

系統サンプリング

最初だけ無作為に抽出し、間隔を決めておけば、動的にサンプリングされる。

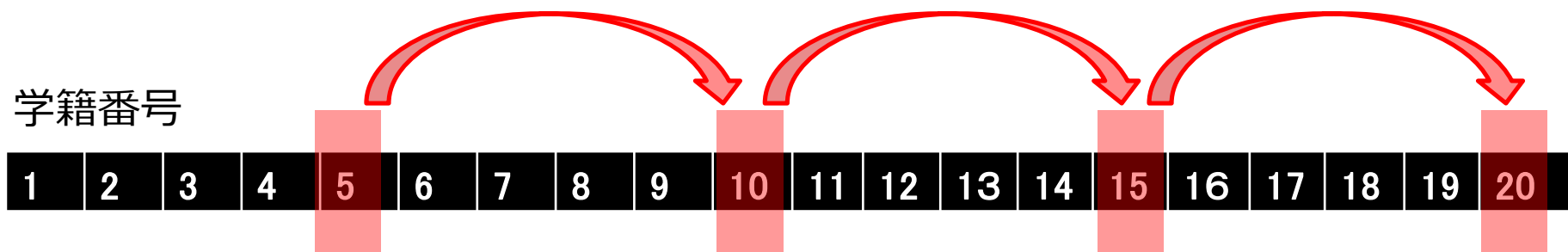
【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。



系統サンプリング

最初だけ無作為に抽出し、間隔を決めておけば、動的にサンプリングされる。

【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。



メリット：

単純無作為抽出より手間や時間やコストが掛からない。最初の1つだけ選べばOK

デメリット：

名簿の並び順に何らかの周期があると標本に偏りが生じる可能性がある。

クラスターサンプリング（集落サンプリング）

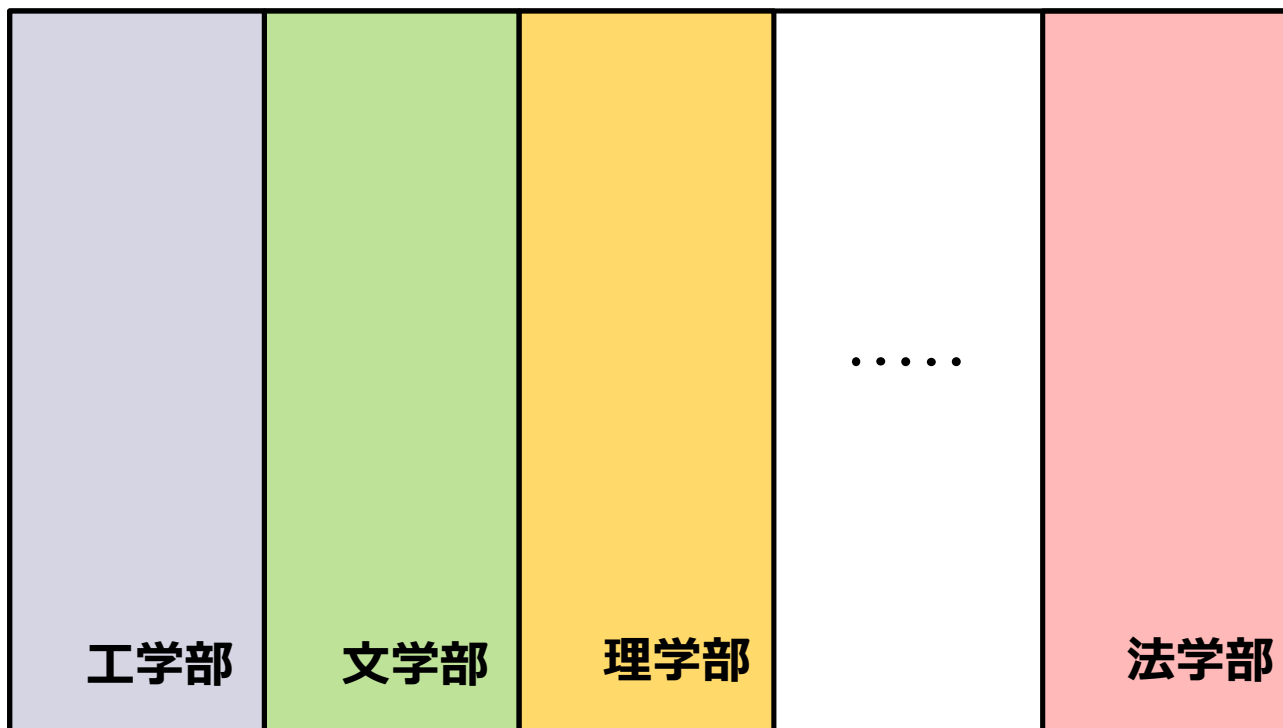
層別サンプリング

- ① 母集団を何らかの基準でグループ分けする。
- ② グループをランダムに選び、選ばれたグループの要素を**すべて**調べる方法。

クラスターサンプリング（集落サンプリング）

【例】

大学



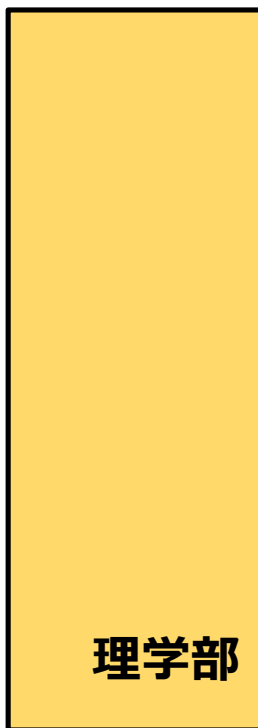
クラスターサンプリング（集落サンプリング）

【例】

大学



工学部

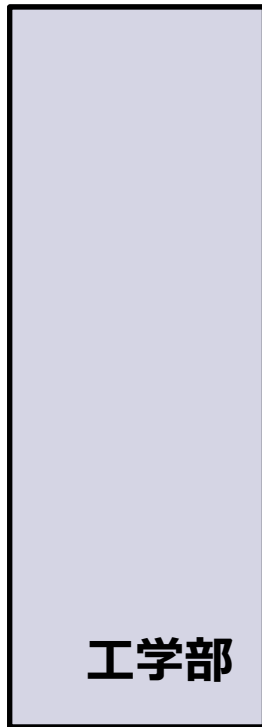


理学部

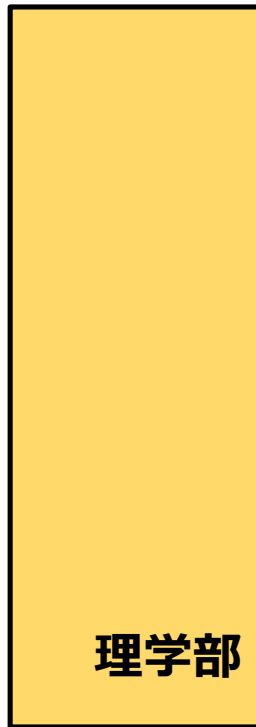
クラスターサンプリング（集落サンプリング）

【例】

大学



工学部



理学部

全調査を行う

5. サンプルングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 推測

5-2 サンプルング

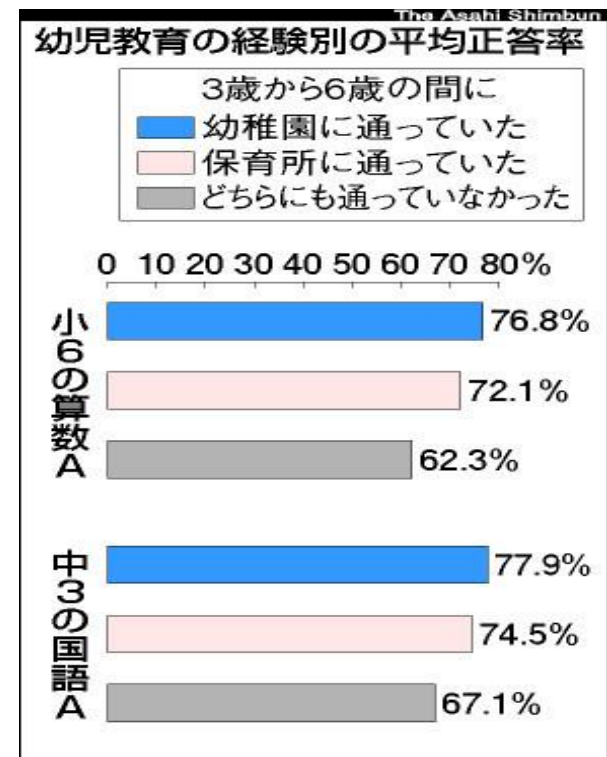
5-3 無作為化実験と交絡

5-4 中心極限定理

全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

今春実施された全国学力調査では、3歳から6歳の間の幼児教育の経験を児童生徒に聞き、学力調査の正答率との関係を見た。調査開始以来初めての試みで、幼稚園に通っていた子の正答率は、小6、中3とも全教科で保育所に通っていた子より高かった。(Asahi.comより引用)



実験結果の検証

仮説を検証するための**実験**を計画する



例：薬Aと薬Bのどちらが有効であるか？

実験結果の検証

仮説を検証するための**実験**を計画する



例：薬Aと薬Bのどちらが有効であるか？

方法

対象となる患者に“無作為”に薬を割り振る



効果を薬別に集計をして結果を出す

実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50

実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50

単純な
比較でOK

実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50

単純な
比較でOK

結論：治療法Aが優れている

調査・観察と実験の違い

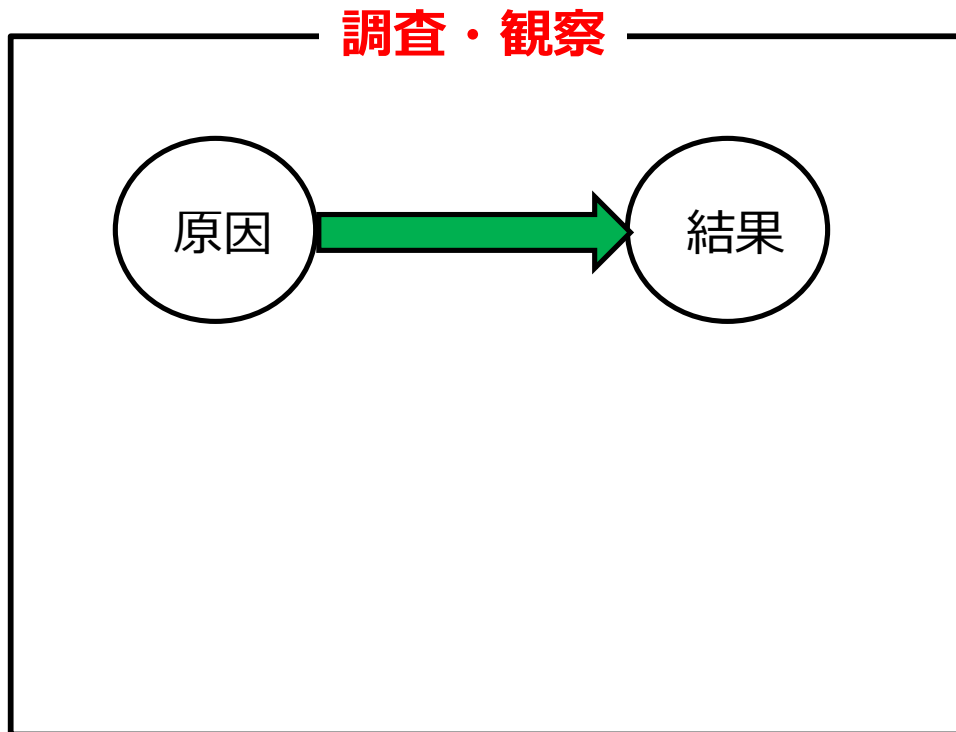
実験「無作為化」が可能

調査・観察でのデータは「無作為化」が行われていない

調査・観察と実験の違い

実験「無作為化」が可能

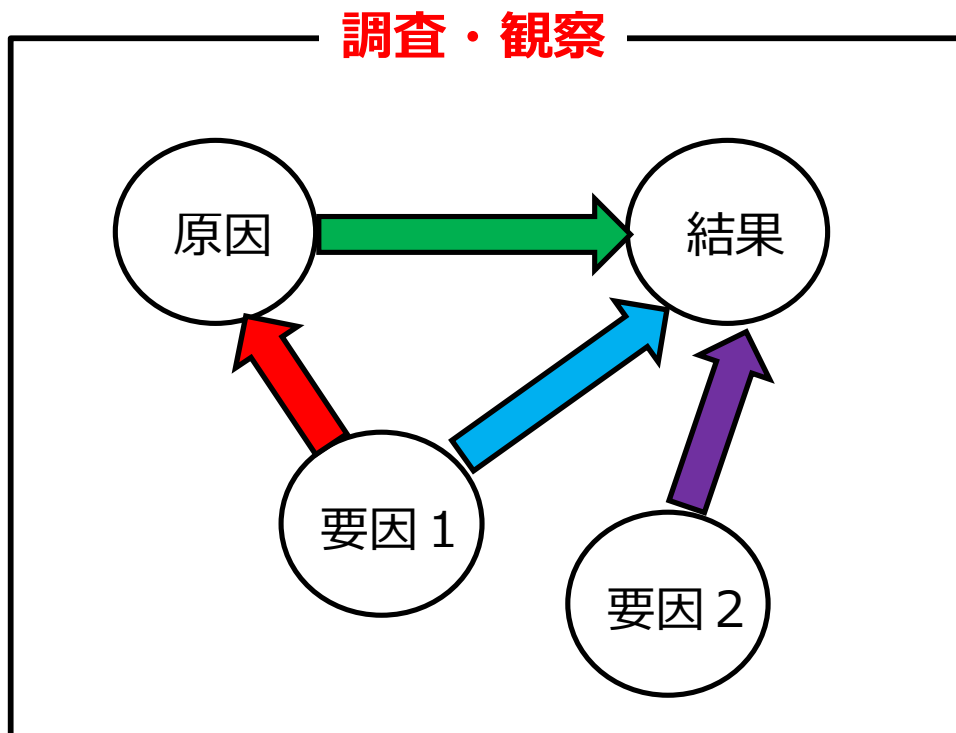
調査・観察でのデータは「無作為化」が行われていない



調査・観察と実験の違い

実験「無作為化」が可能

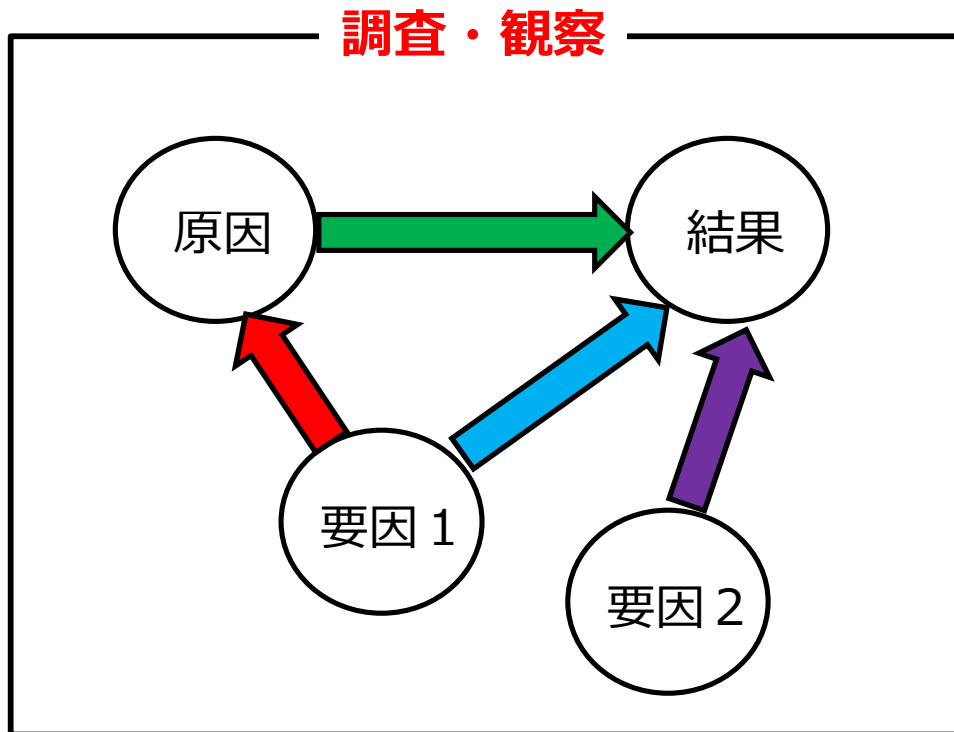
調査・観察でのデータは「無作為化」が行われていない



調査・観察と実験の違い

実験「無作為化」が可能

調査・観察でのデータは「無作為化」が行われていない

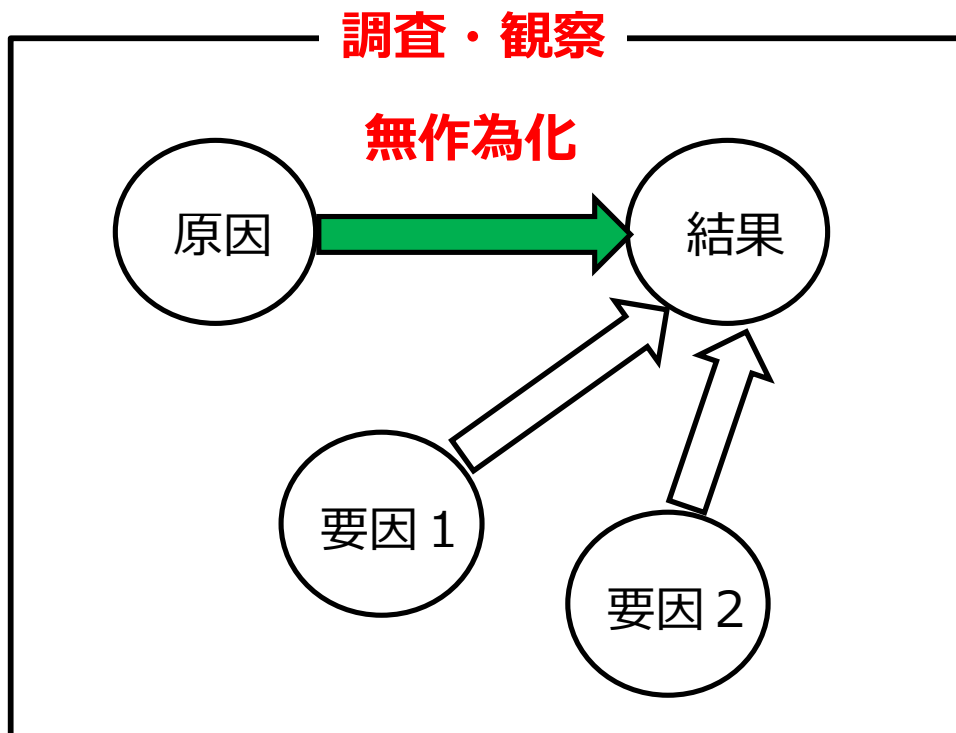


**原因と結果以外の「要因」を
考慮する必要がある**

調査・観察と実験の違い

実験「無作為化」が可能

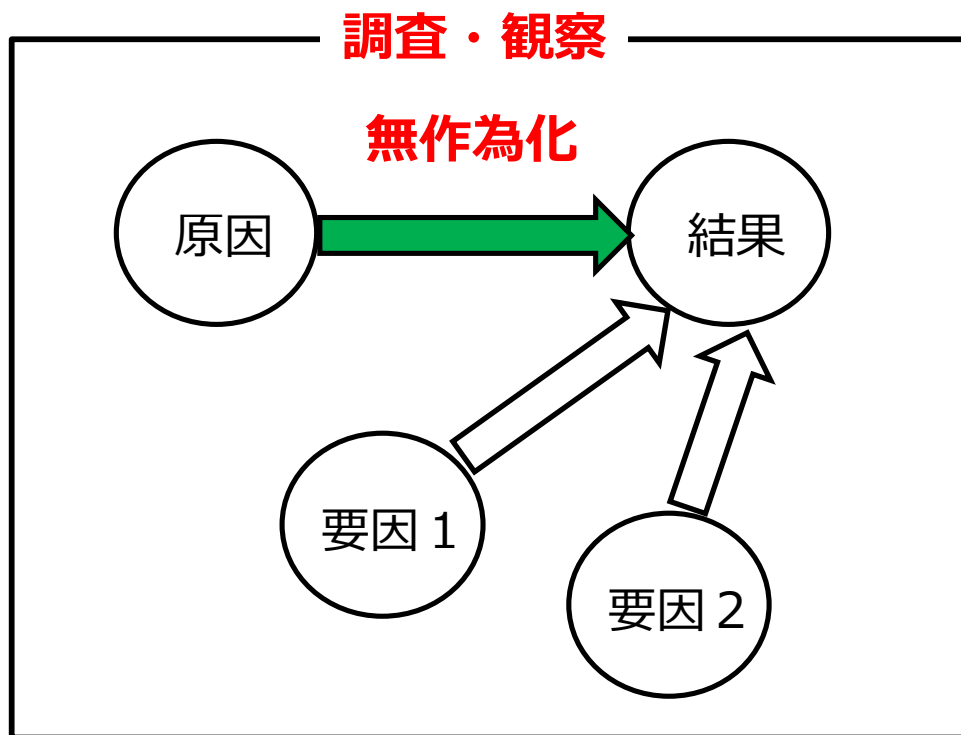
調査・観察でのデータは「無作為化」が行われていない



調査・観察と実験の違い

実験「無作為化」が可能

調査・観察でのデータは「無作為化」が行われていない



原因と結果の関係をダイレクトに評価できる

観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらがいい？

データ：ジーコJAPAN 72試合の結果

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらがいい？

データ：ジーコJAPAN 72試合の結果

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

結論は？ 単純な比較で結論が出せるのだろうか？

「失点数」に影響するものは？

相手の実力は失点数に大きく影響する



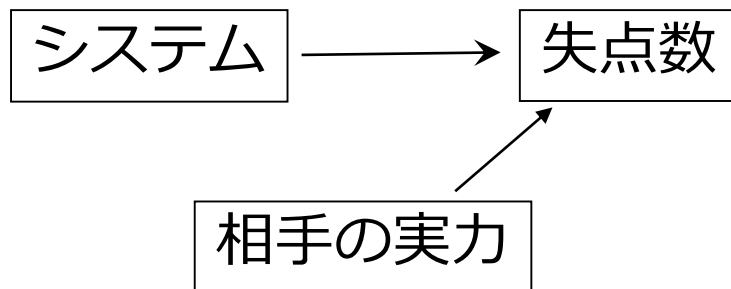
相手の実力に関係なくシステムを採用していれば問題ない（実験であれば可能）

「失点数」に影響するものは？

相手の実力は失点数に大きく影響する



相手の実力に関係なくシステムを採用していれば問題ない（実験であれば可能）

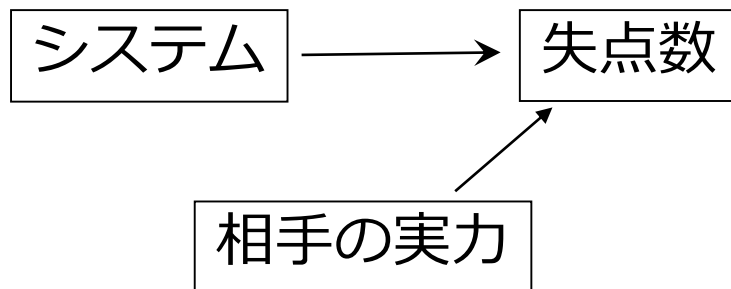


「失点数」に影響するものは？

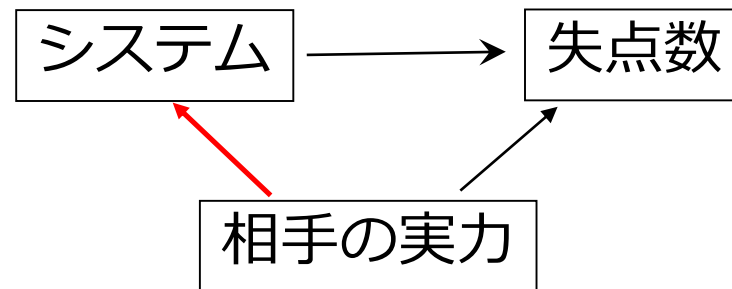
相手の実力は失点数に大きく影響する



相手の実力に関係なくシステムを採用していれば問題ない（実験であれば可能）



相手の実力によりシステムが変わる場合

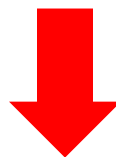


相手の実力とシステム採用数の関係

失点数に影響をしているはずの
「**相手の実力**」と「**システム**」採用が関係している。

相手の実力とシステム採用数の関係

失点数に影響をしているはずの
「**相手の実力**」と「**システム**」採用が関係している。



相手の実力による影響を取り除いて分析する必要がある

観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらがいい？

データ：ジーコJAPAN 72試合の結果

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらがいい？

データ：ジーコJAPAN 72試合の結果

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

単純な
比較ができない

観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらがいい？

データ：ジーコJAPAN 72試合の結果

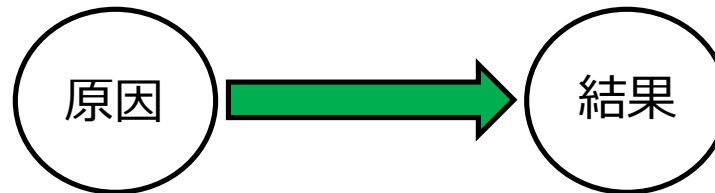
システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

単純な
比較ができない

結論は？ 単純な比較で結論が出せるのだろうか？

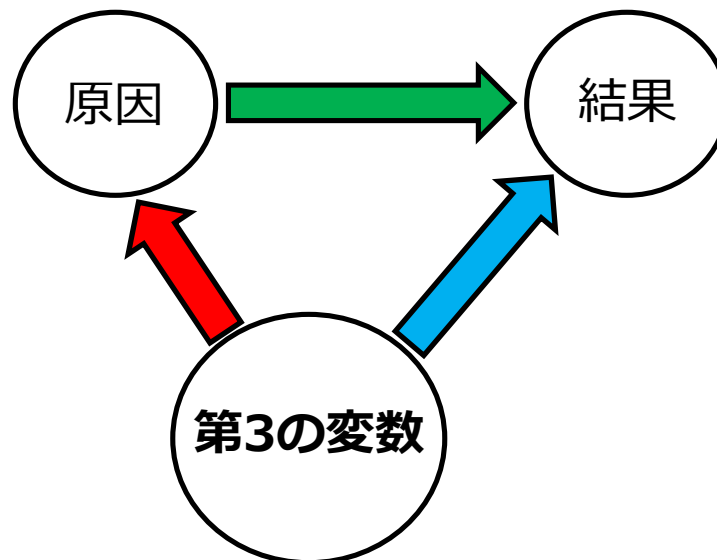
「交絡（Confound）」

- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないような工夫を行う
→ 「無作為化」



「交絡（Confound）」

- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないような工夫を行う
→ 「無作為化」



「交絡」要因の例

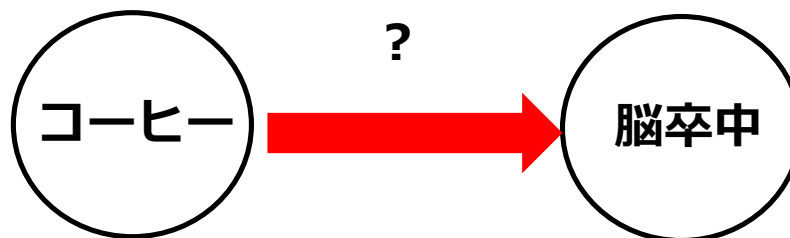
「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。
しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こしやすい傾向にあることが分かった。

「交絡」要因の例

「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。
しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こしやすい傾向にあることが分かった。

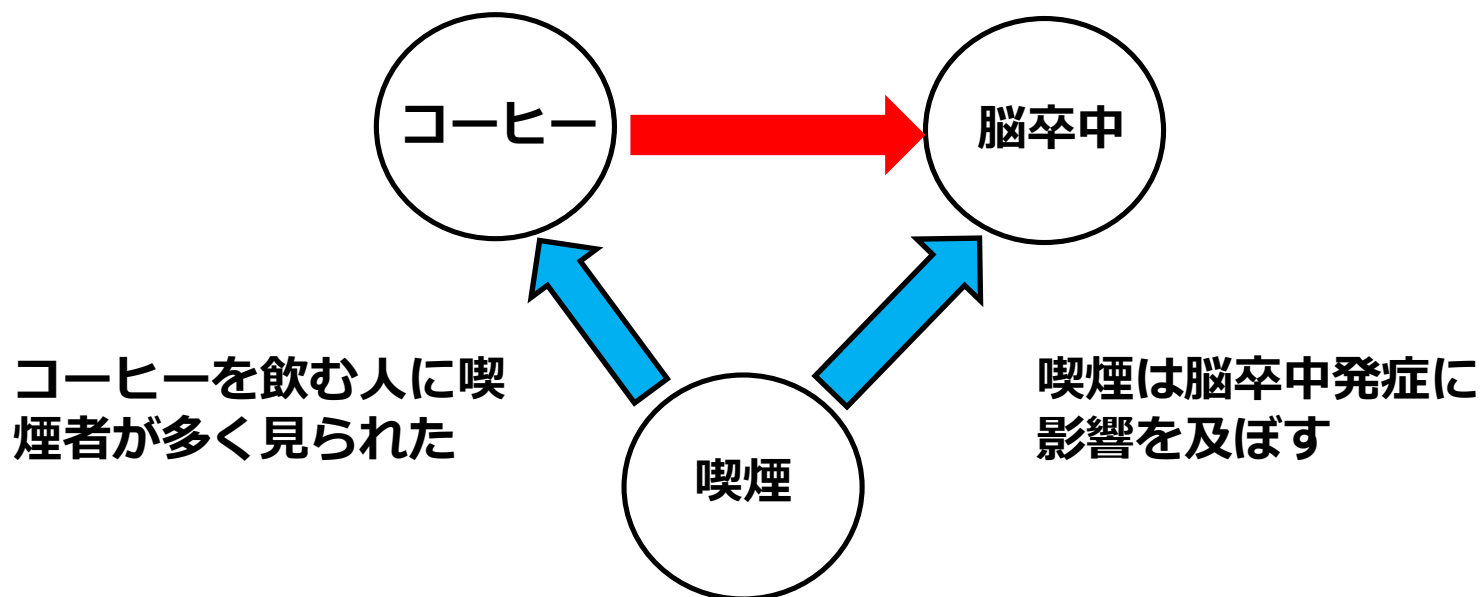


何か交絡因子がないか考える

「交絡」要因の例

「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。
しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こしやすい傾向にあることが分かった。



「交絡」要因の例

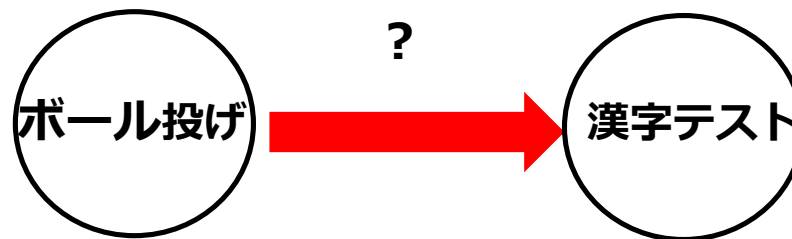
「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を比較した。すると、遠くへボールを飛ばした児童ほど、漢字テストの点数も高い傾向があった。

「交絡」要因の例

「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を比較した。すると、遠くへボールを飛ばした児童ほど、漢字テストの点数も高い傾向があった。

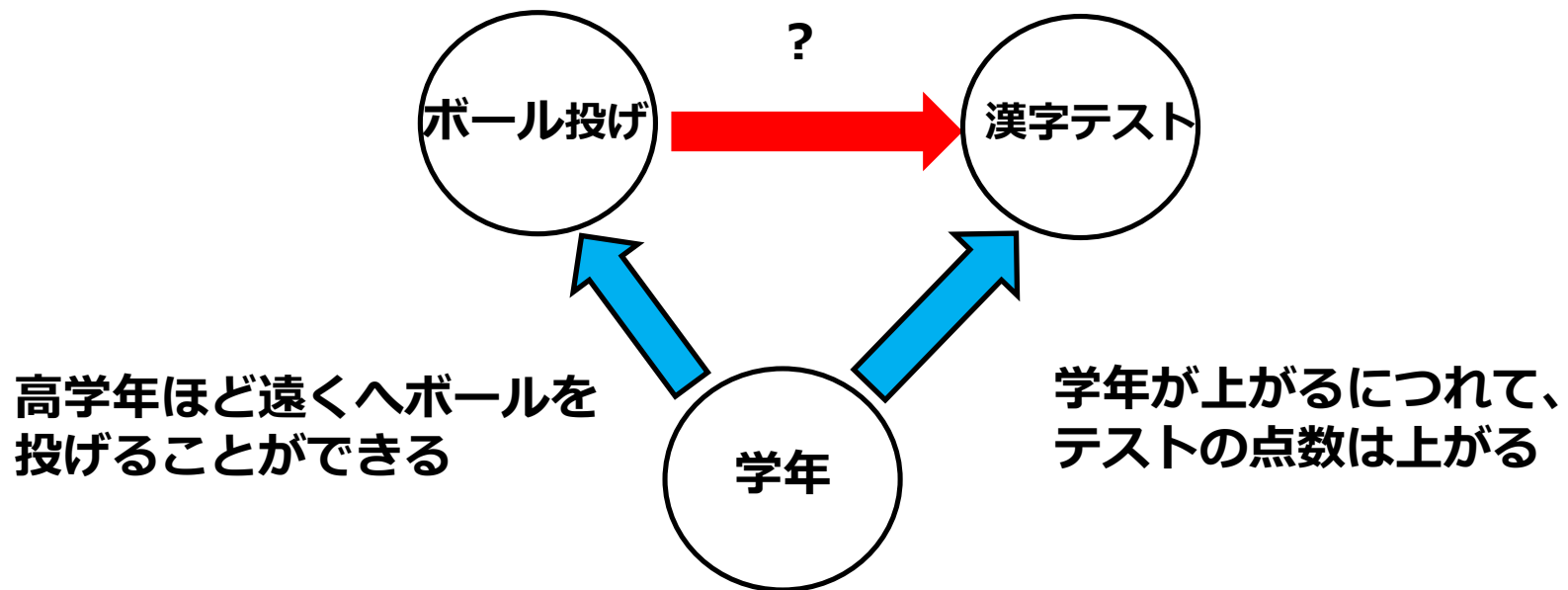


何か交絡因子がないか考える

「交絡」要因の例

「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

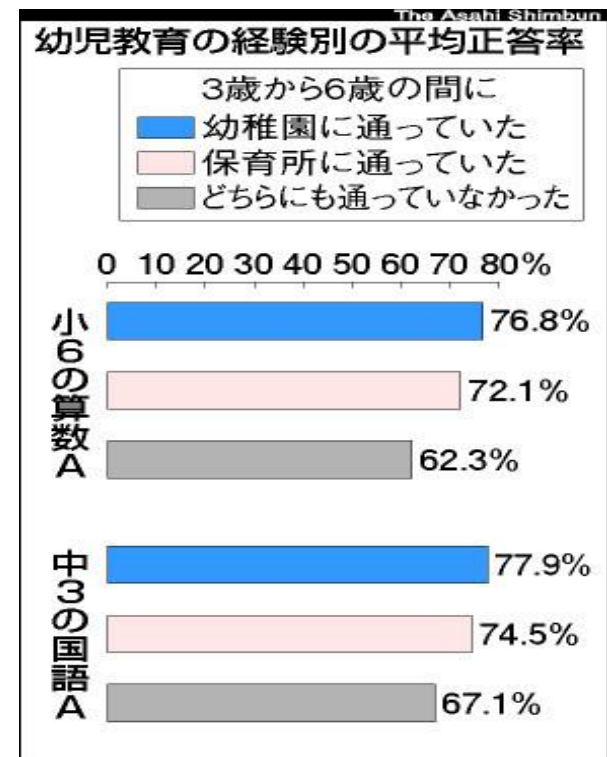
小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を比較した。すると、遠くへボールを飛ばした児童ほど、漢字テストの点数も高い傾向があった。



全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

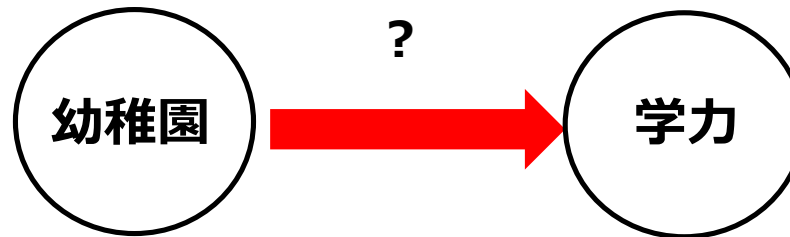
今春実施された全国学力調査では、3歳から6歳の間の幼児教育の経験を児童生徒に聞き、学力調査の正答率との関係を見た。調査開始以来初めての試みで、幼稚園に通っていた子の正答率は、小6、中3とも全教科で保育所に通っていた子より高かった。(Asahi.comより引用)



全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

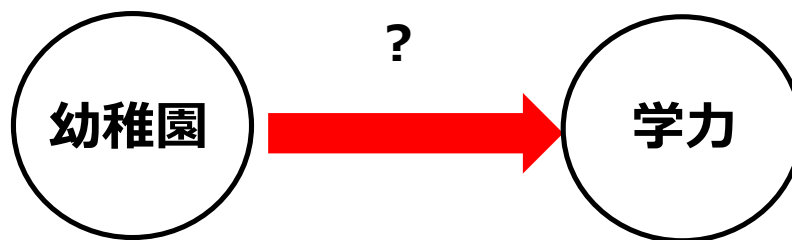
パス図の例



全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

パス図の例

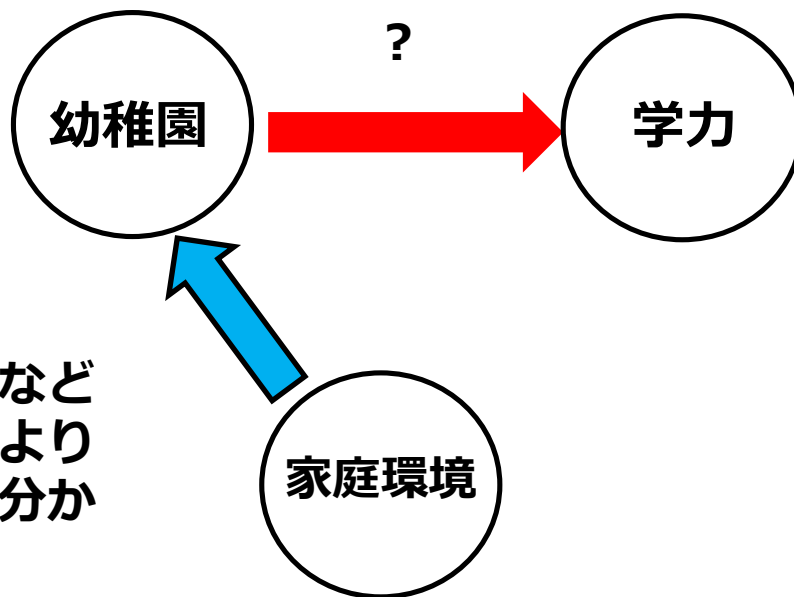


1つの例

全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

パス図の例



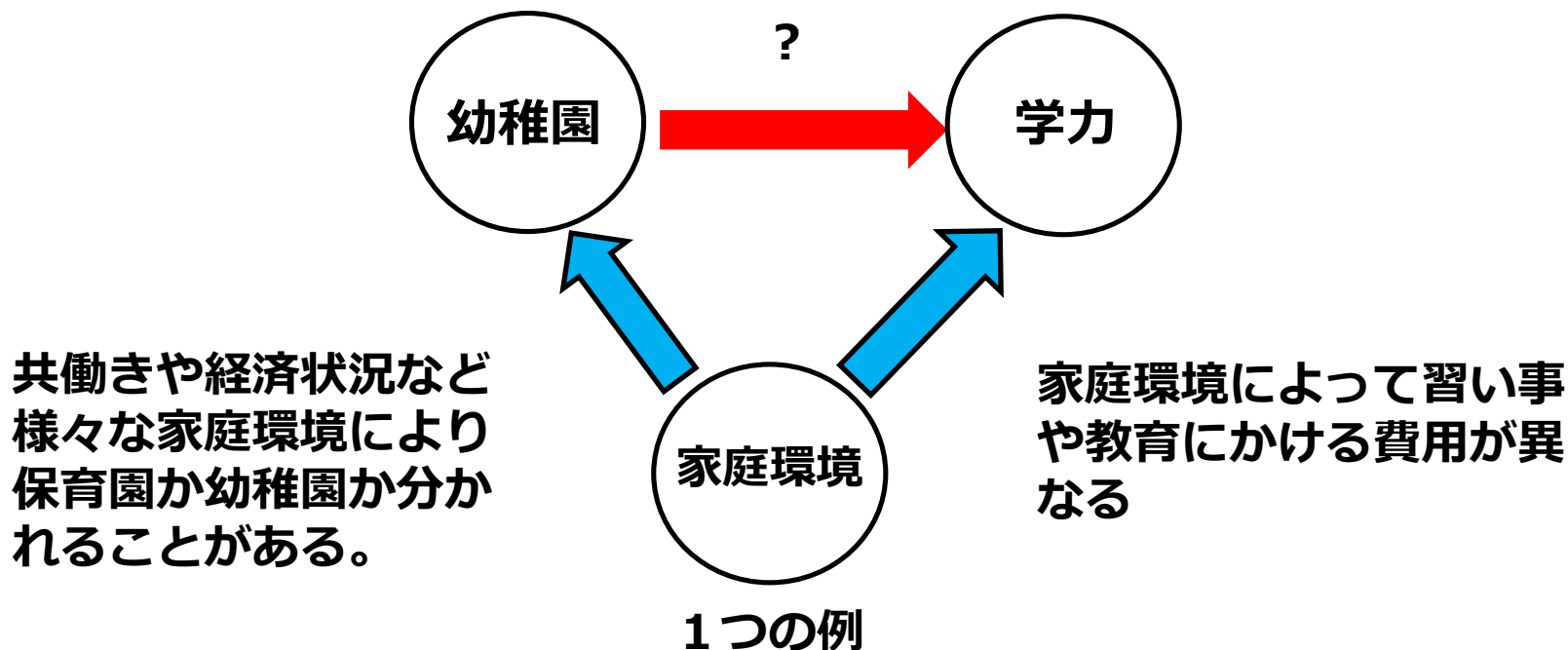
共働きや経済状況など
様々な家庭環境により
保育園か幼稚園か分か
れることがある。

1つの例

全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

パス図の例



5. サンプルングと中心極限定理

今日のコンテンツ

5-1 推測

5-2 サンプルング

5-3 無作為化実験と交絡

5-4 中心極限定理

中心極限定理

中心極限定理

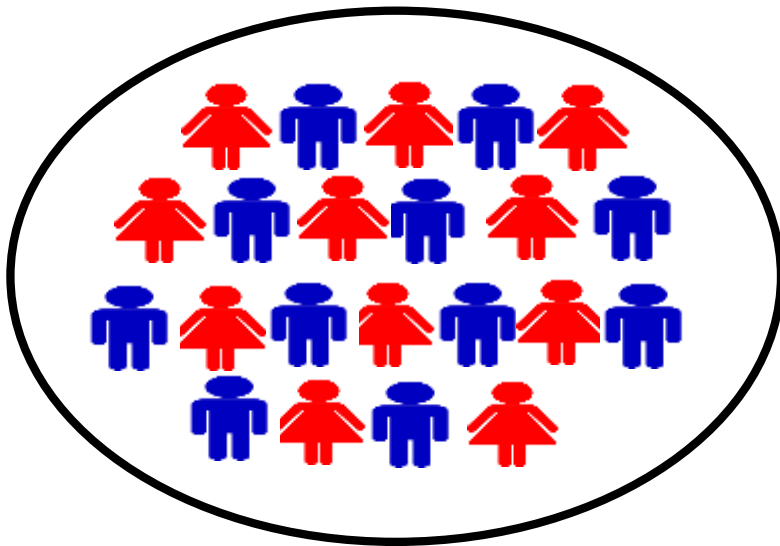
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から、 n 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 n が十分に大きい時、平均が μ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/

中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

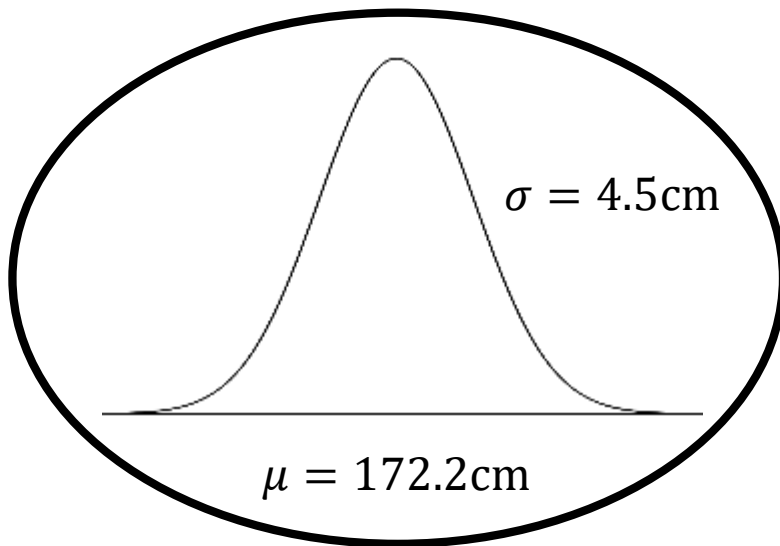
母集団



中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

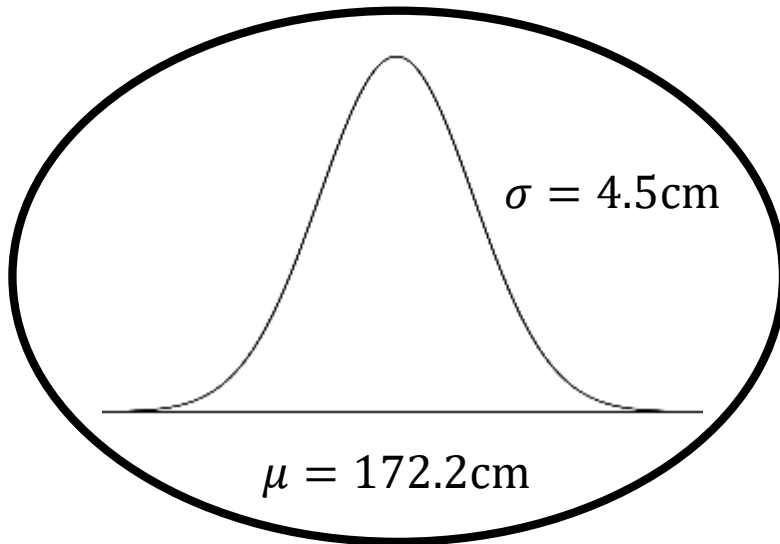
母集団



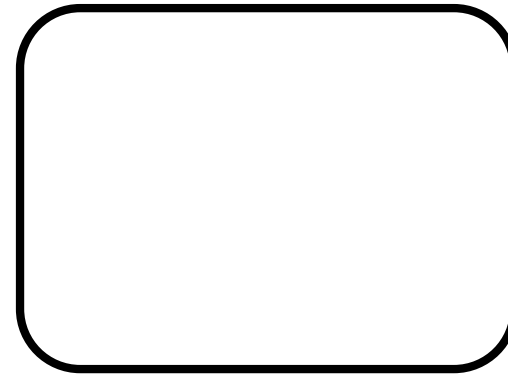
中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団



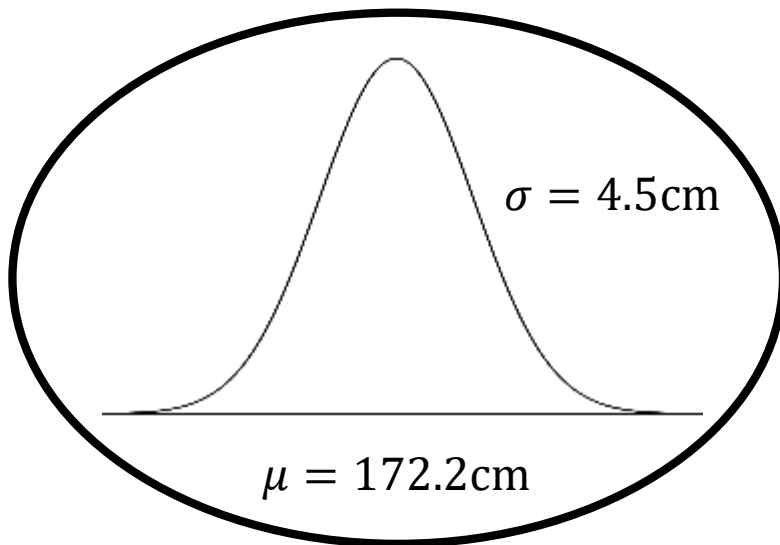
標本



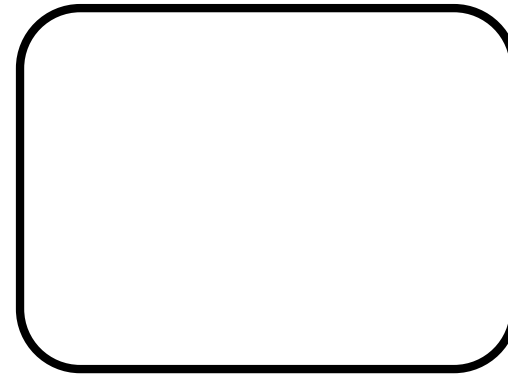
中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団



標本



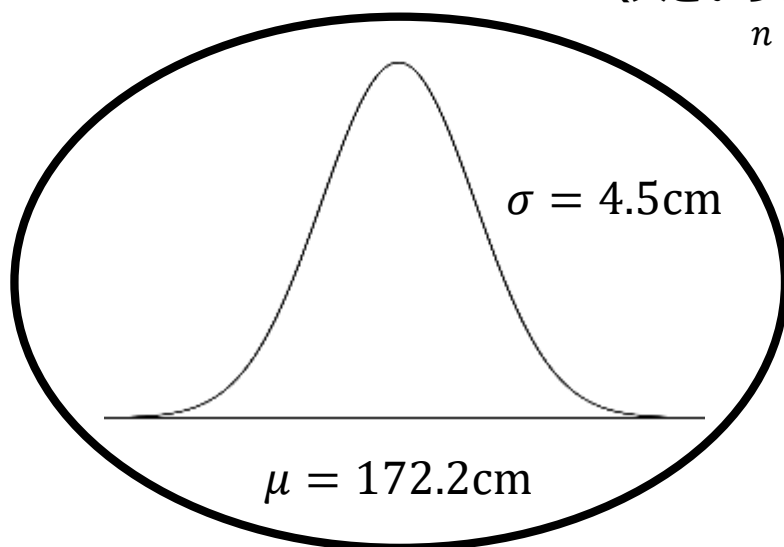
サンプリング	標本平均

中心極限定理

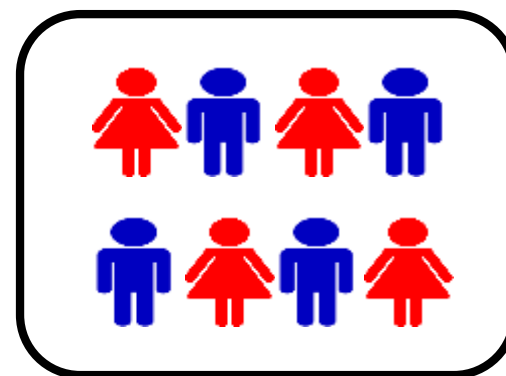
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



1回目

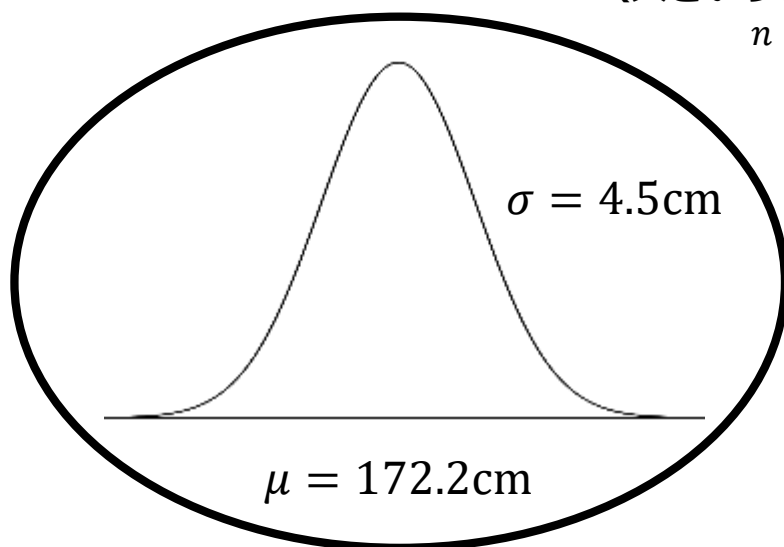
サンプリング	標本平均

中心極限定理

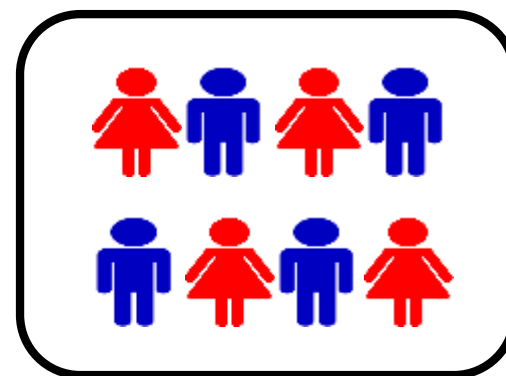
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



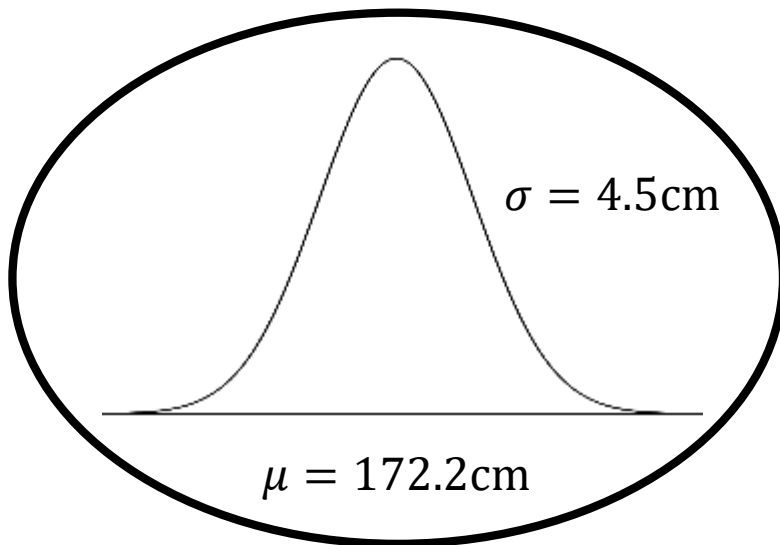
1 回目

サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm

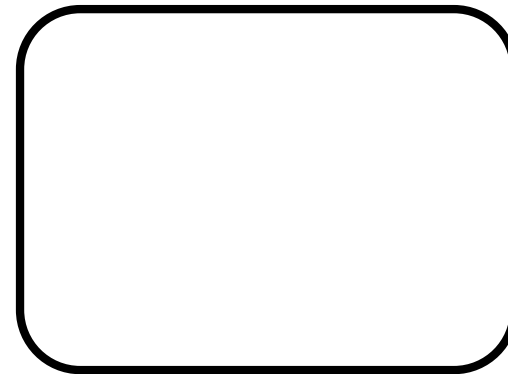
中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団



標本



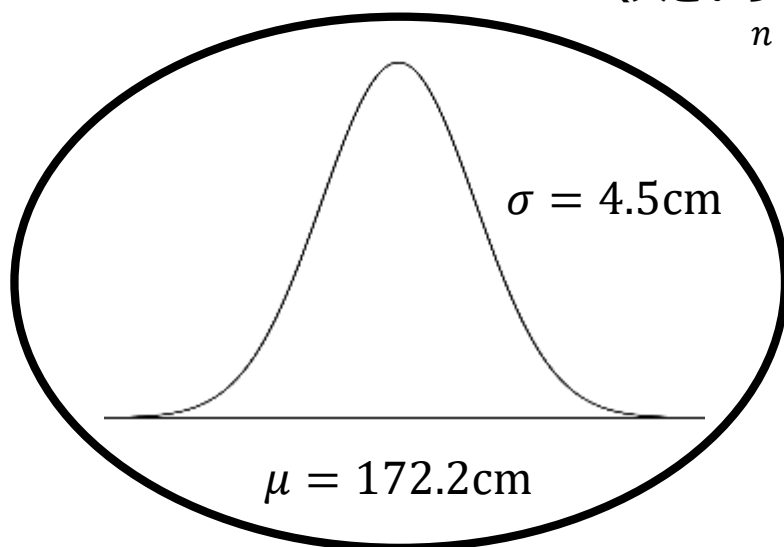
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm

中心極限定理

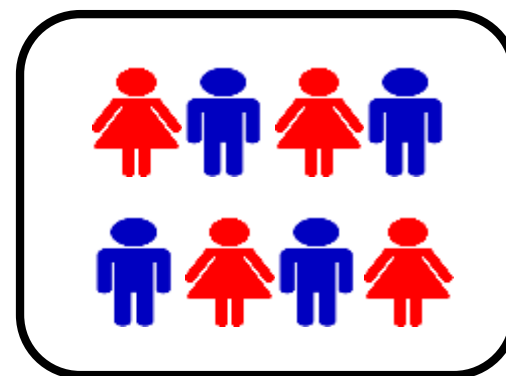
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



2回目

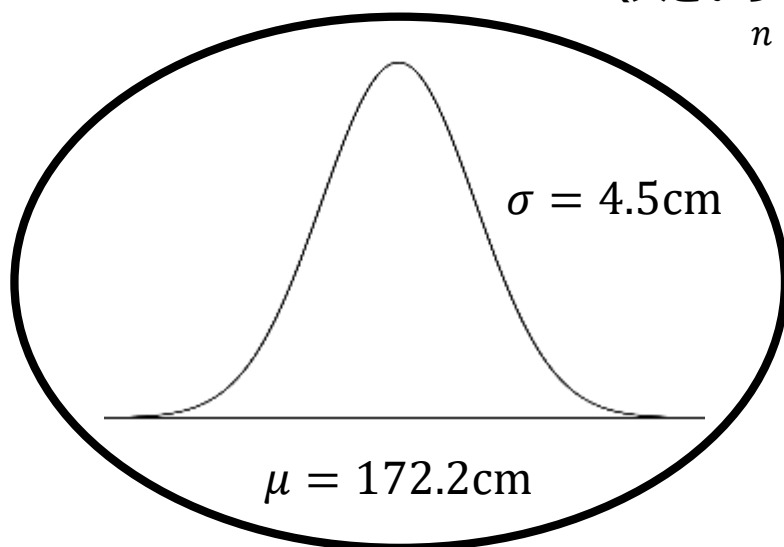
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm

中心極限定理

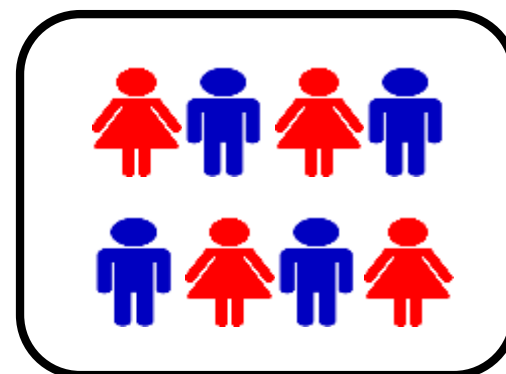
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



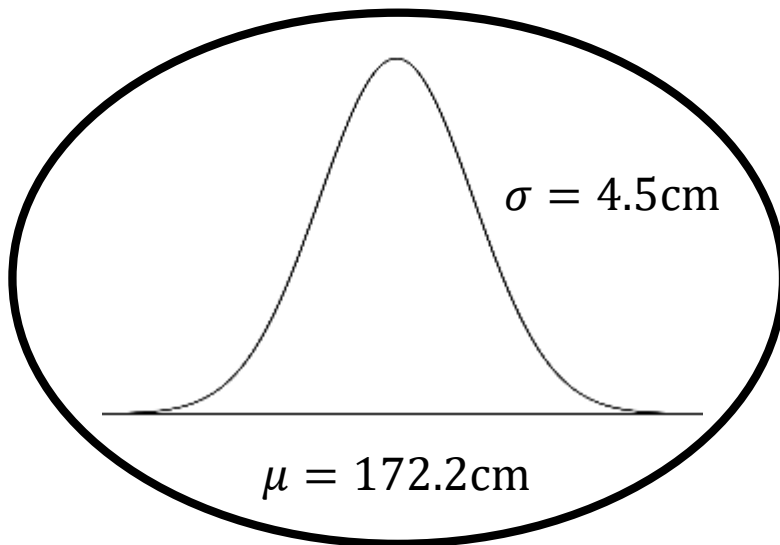
2回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

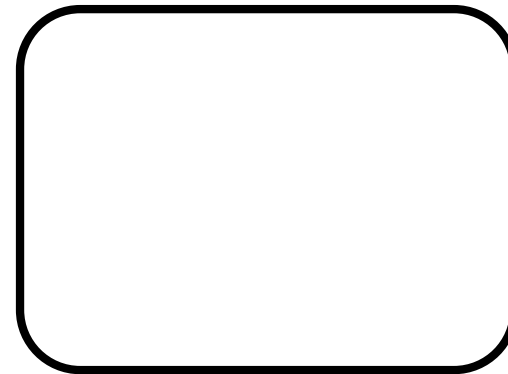
中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団



標本



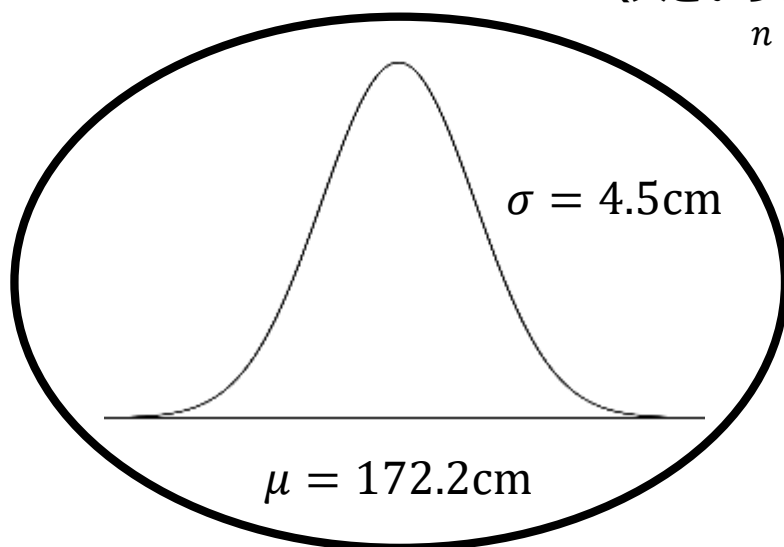
サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm

中心極限定理

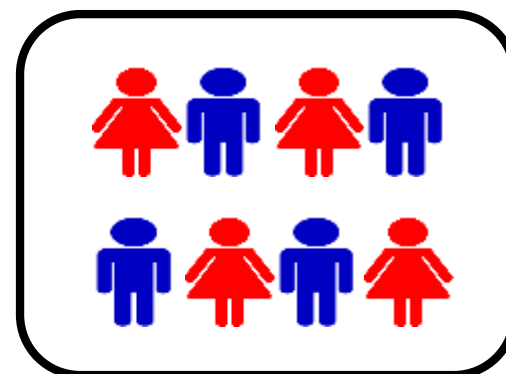
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



3回目

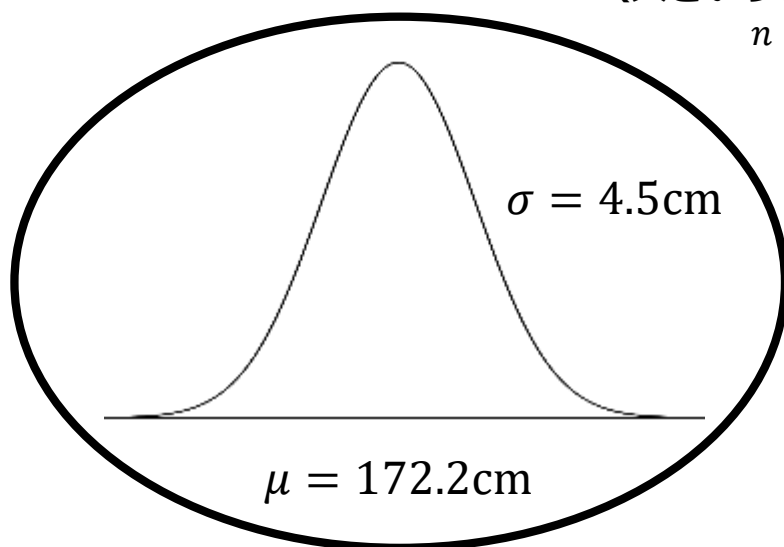
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

中心極限定理

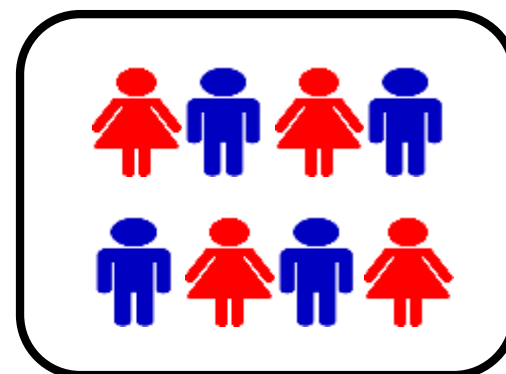
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



3回目

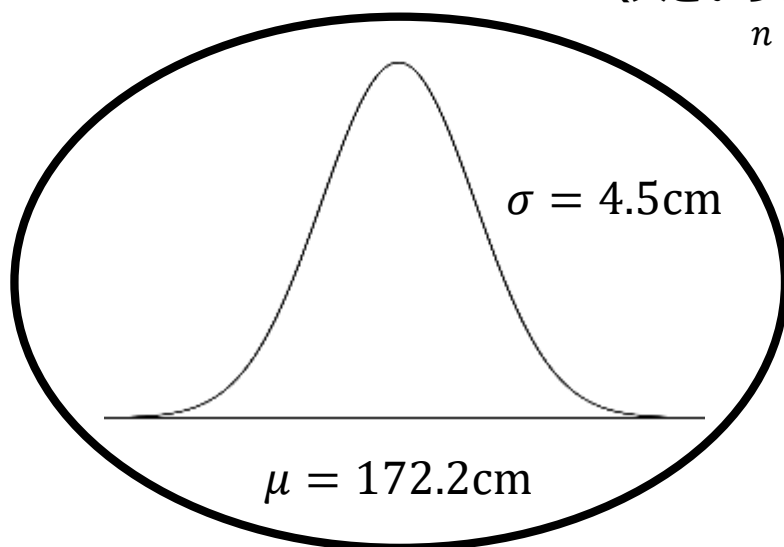
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm

中心極限定理

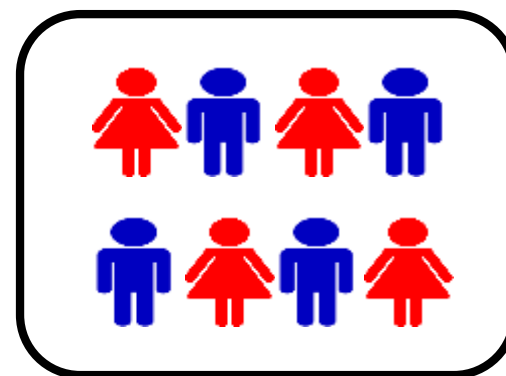
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

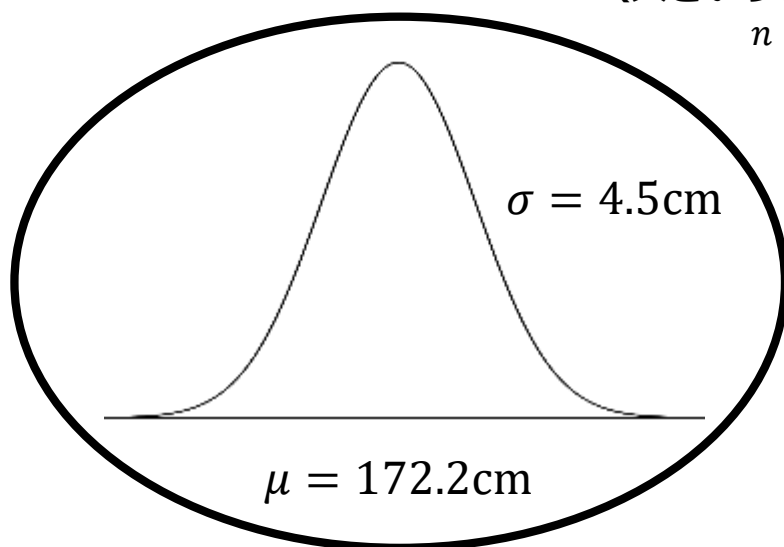
何回も繰り返す

中心極限定理

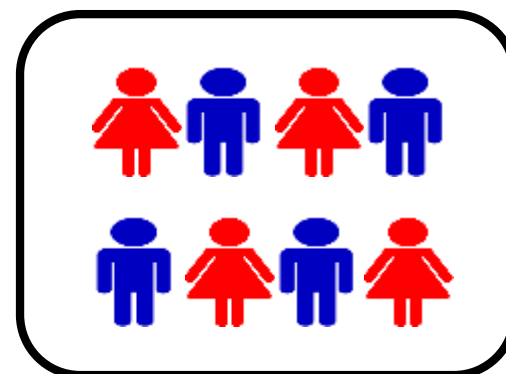
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

この分布は？

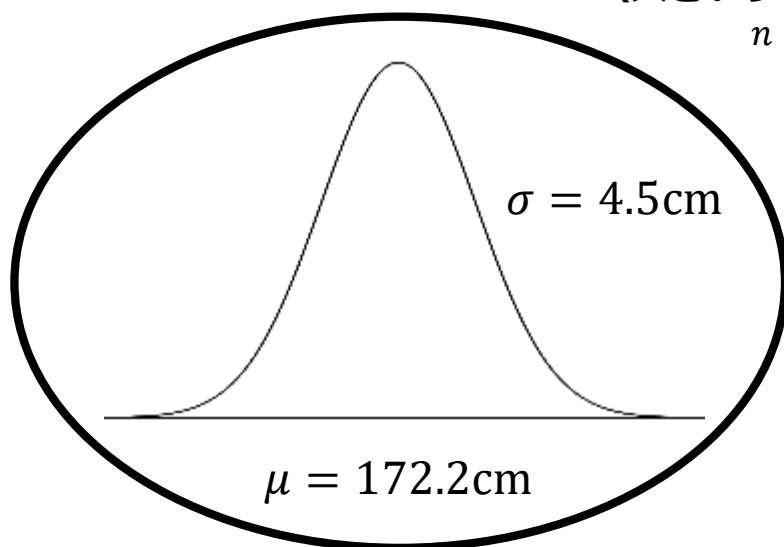
何回も繰り返す

中心極限定理

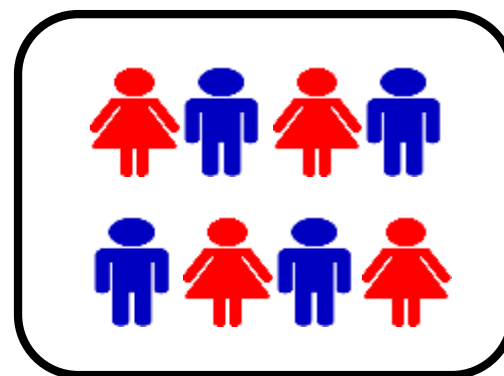
平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

何回も繰り返す

この分布は？

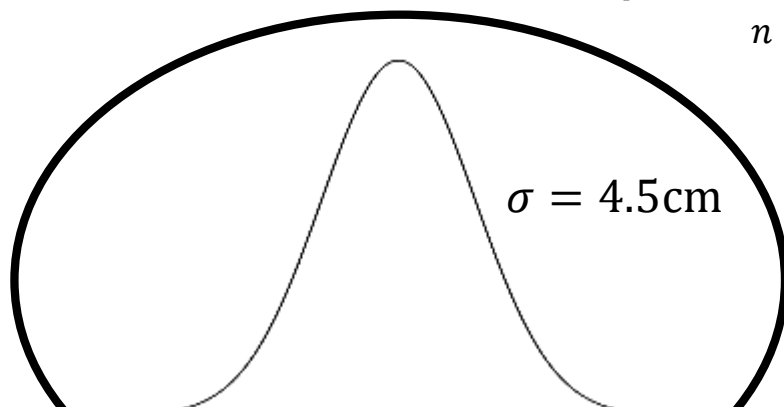
↓
 標本平均 \bar{X}
 の分布

中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

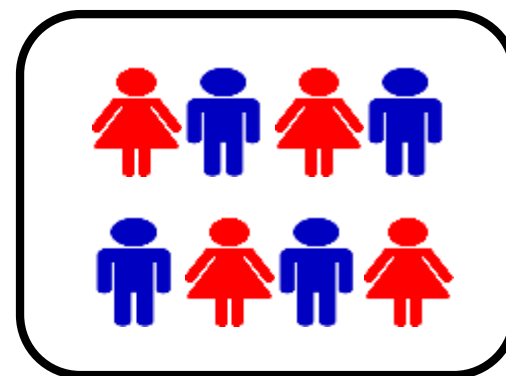
母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



標本平均 \bar{X} は
 平均が μ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う

標本



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

何回も繰り返す

この分布は？

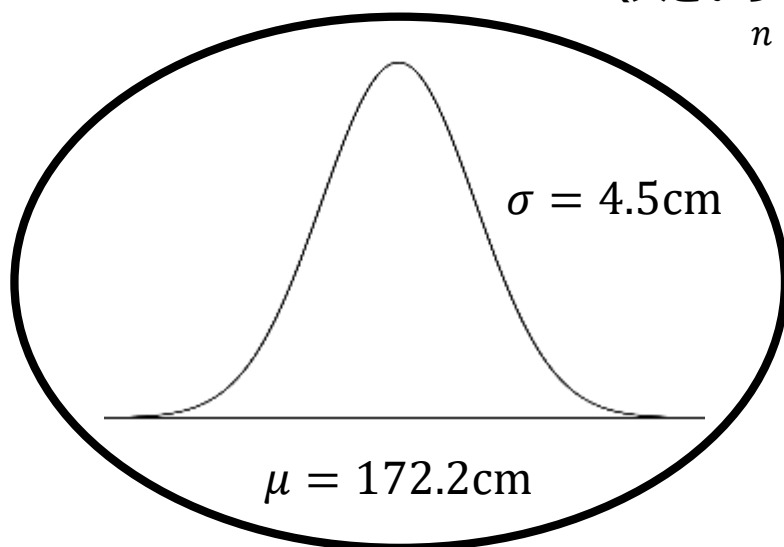
↓
 標本平均 \bar{X}
 の分布

中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

何回も繰り返す

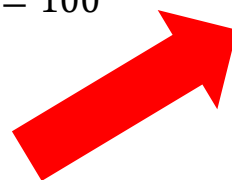
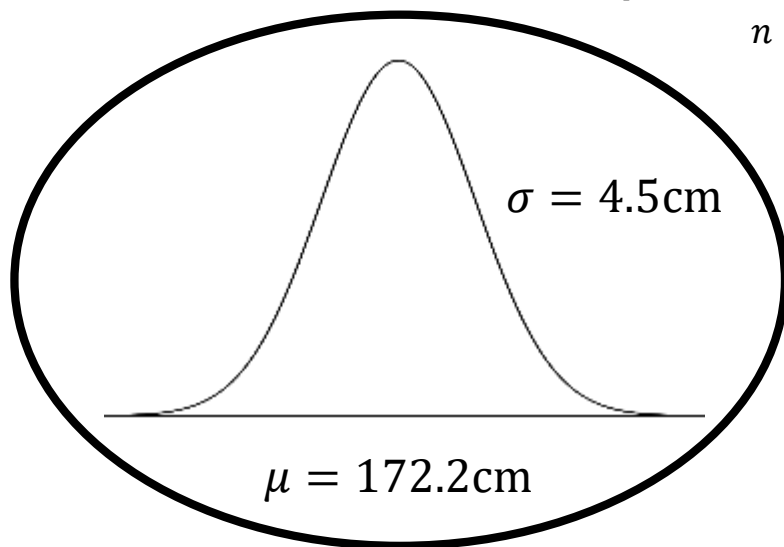
標本平均 \bar{X} の分布

中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

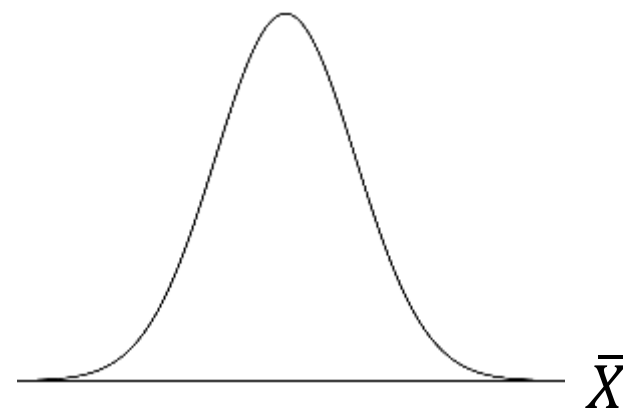
(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

何回も繰り返す

標本平均 \bar{X} の分布

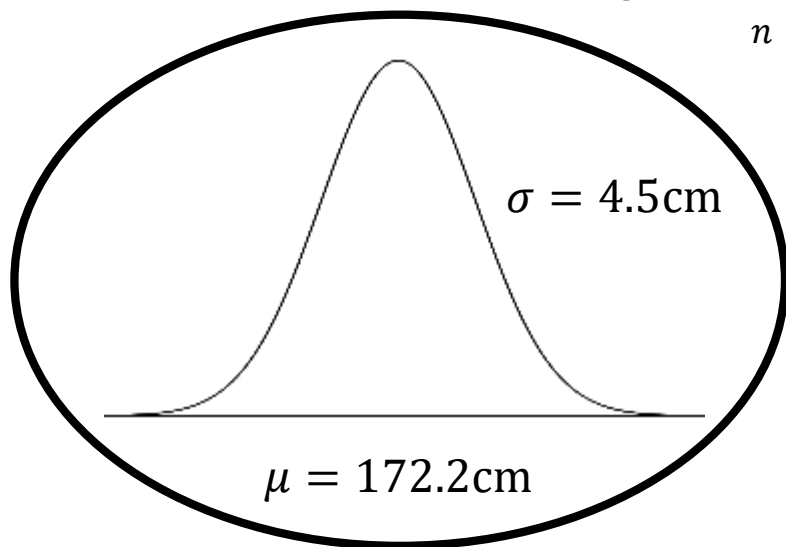


中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
 標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

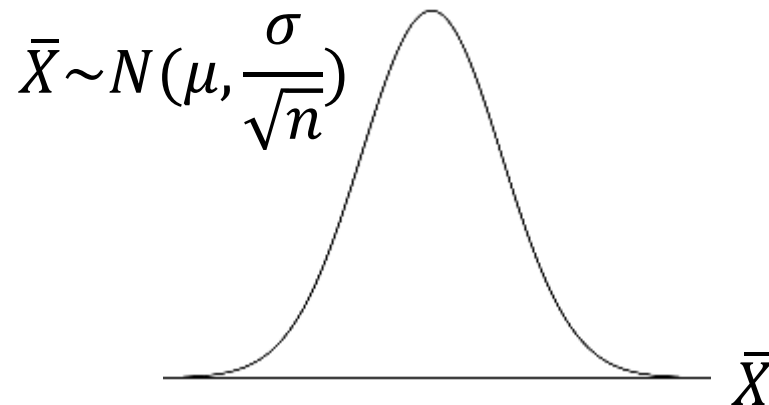
(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

何回も繰り返す

標本平均 \bar{X} の分布

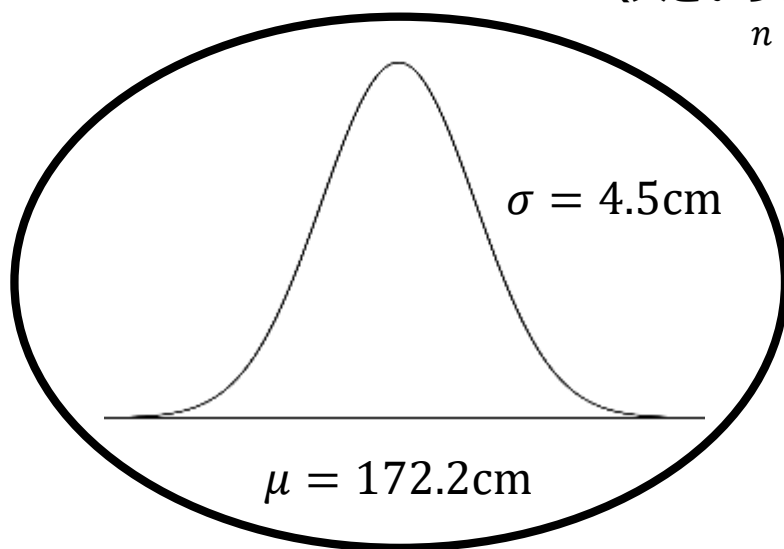


中心極限定理

平均 μ 、標準偏差 σ の分布に従う母集団から
 n 個のデータを無作為抽出した時
標本平均の分布は、どんな分布に従うか？

母集団

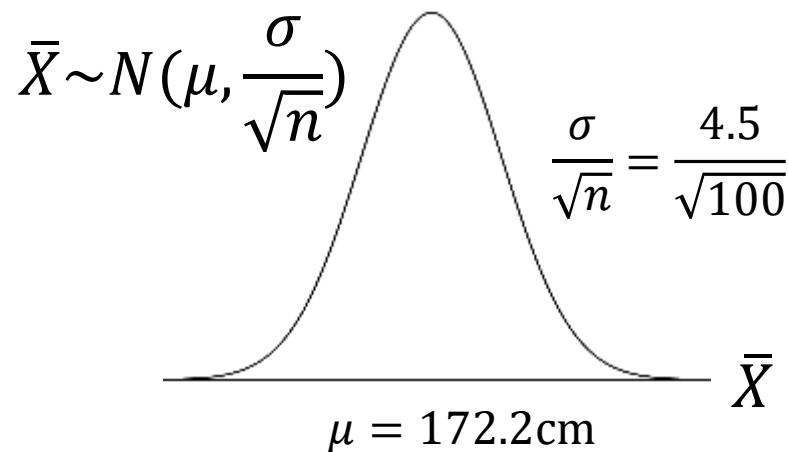
(大きいサンプル数 n)
 $n = 100$



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

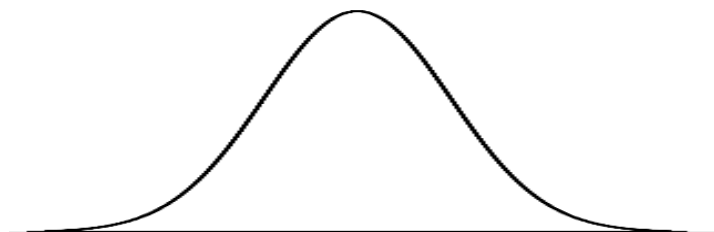
何回も繰り返す

標本平均 \bar{X} の分布



一つの正規分布に統一する

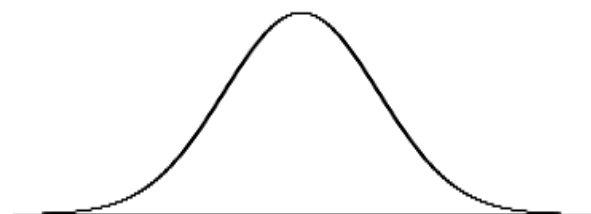
$N(120,30)$



$N(10,1)$

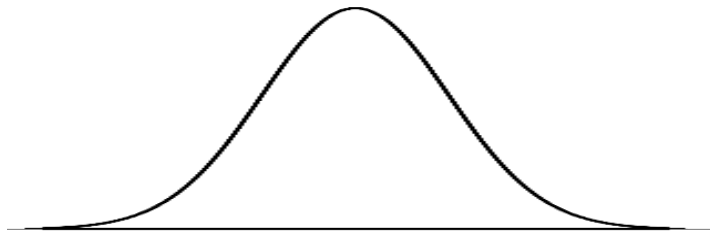


$N(500,10)$

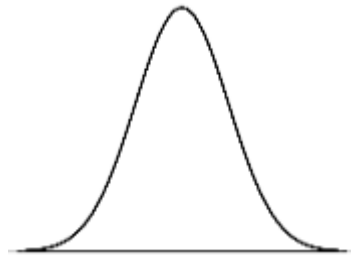


一つの正規分布に統一する

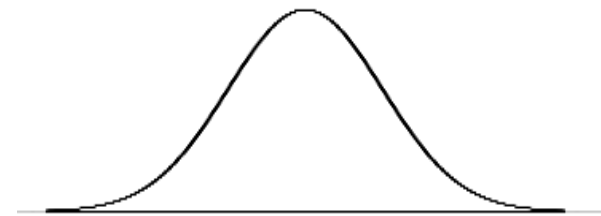
$N(120,30)$



$N(10,1)$

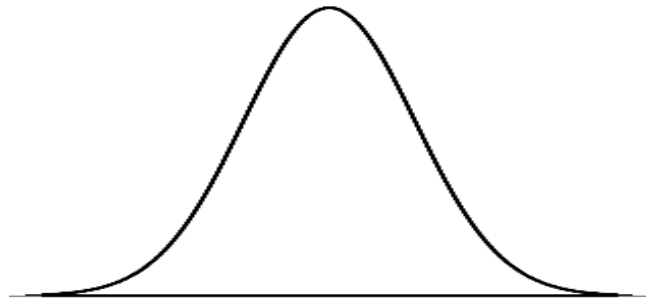


$N(500,10)$



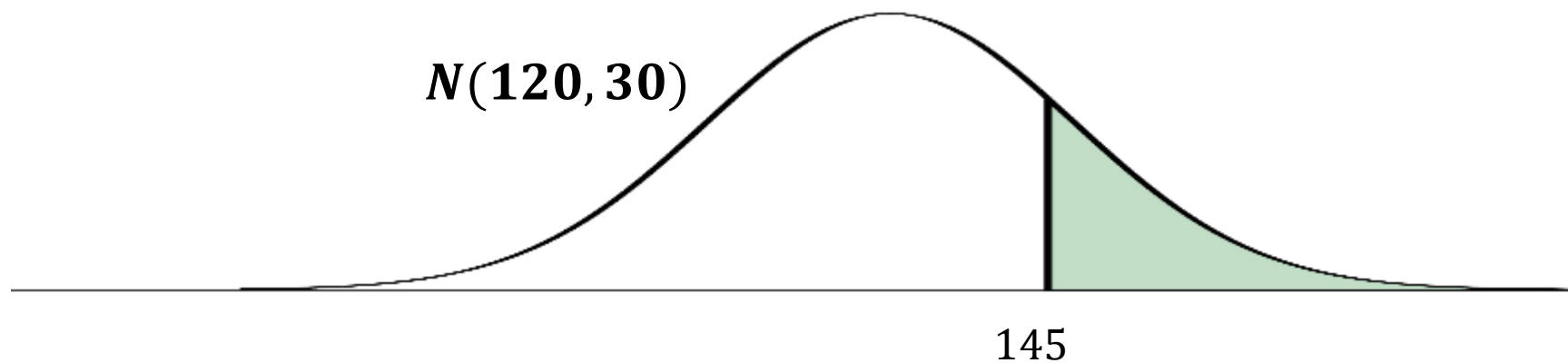
変換公式

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

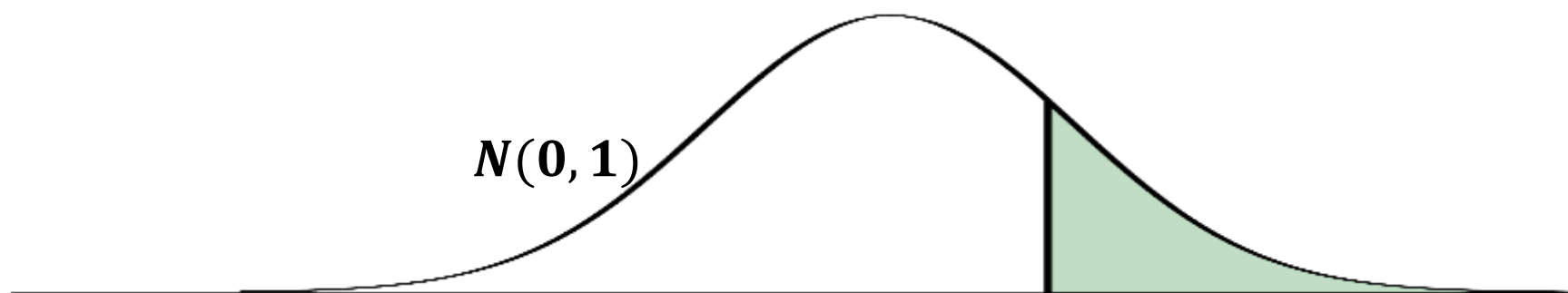
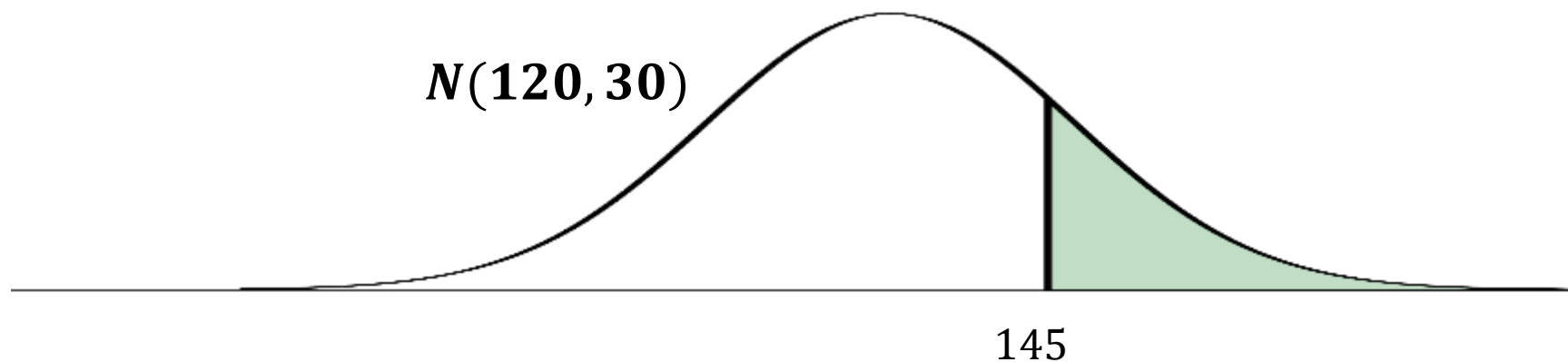


標準化正規分布
 $N(0,1)$

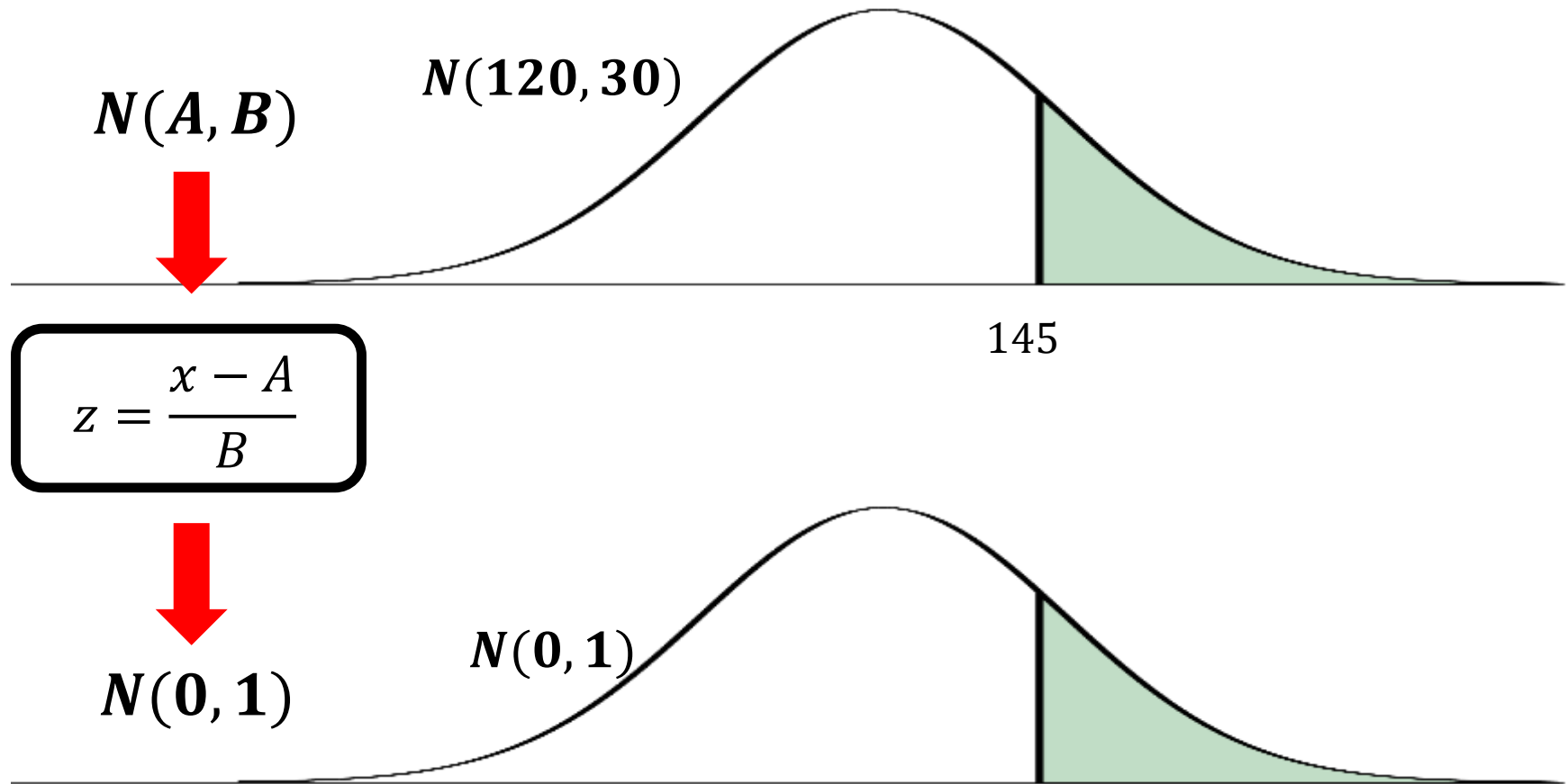
$N(120, 30)$ において 145 以上の確率を求めよ



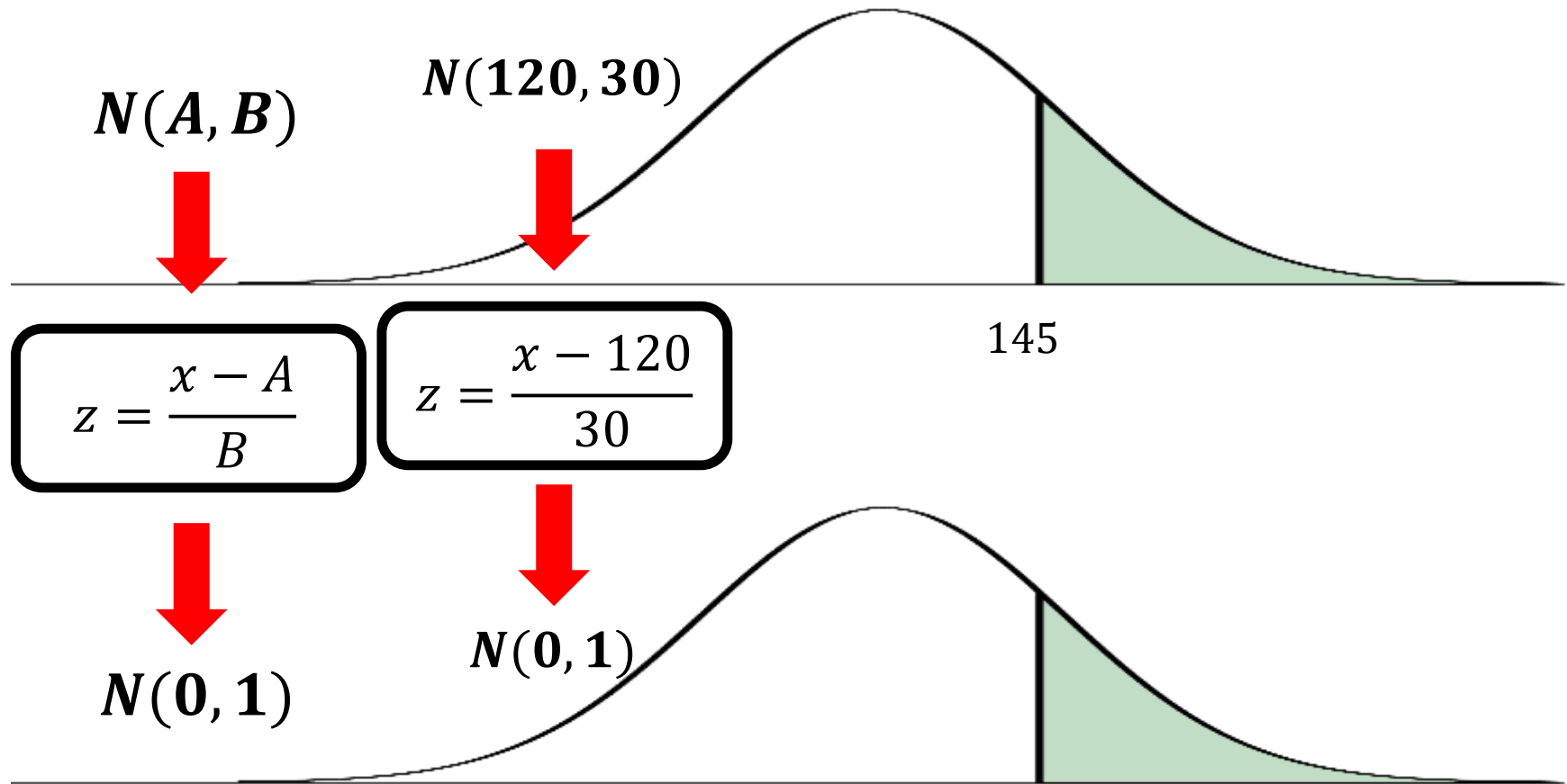
$N(120, 30)$ において 145 以上の確率を求めよ



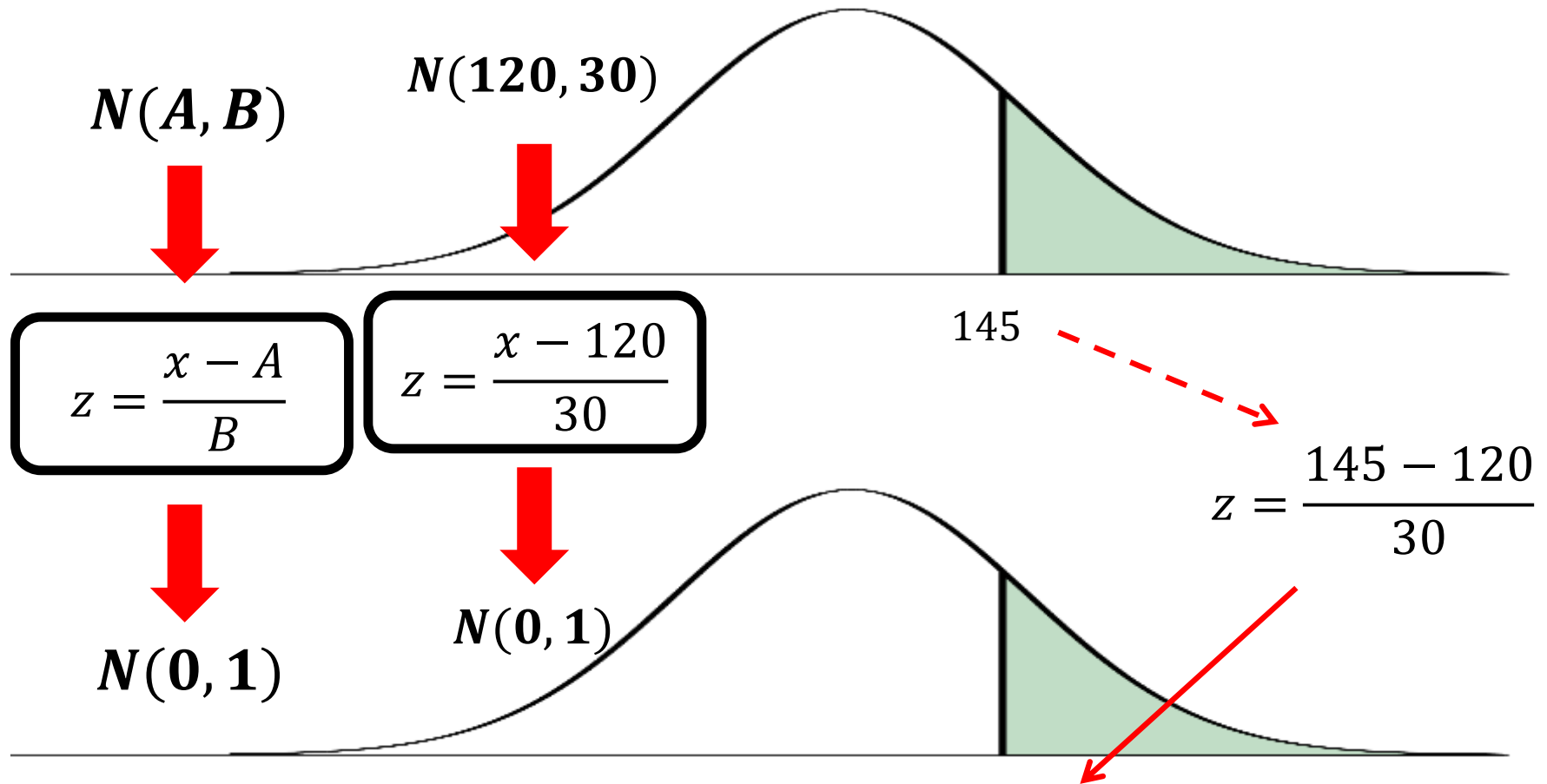
$N(120, 30)$ において 145 以上の確率を求めよ



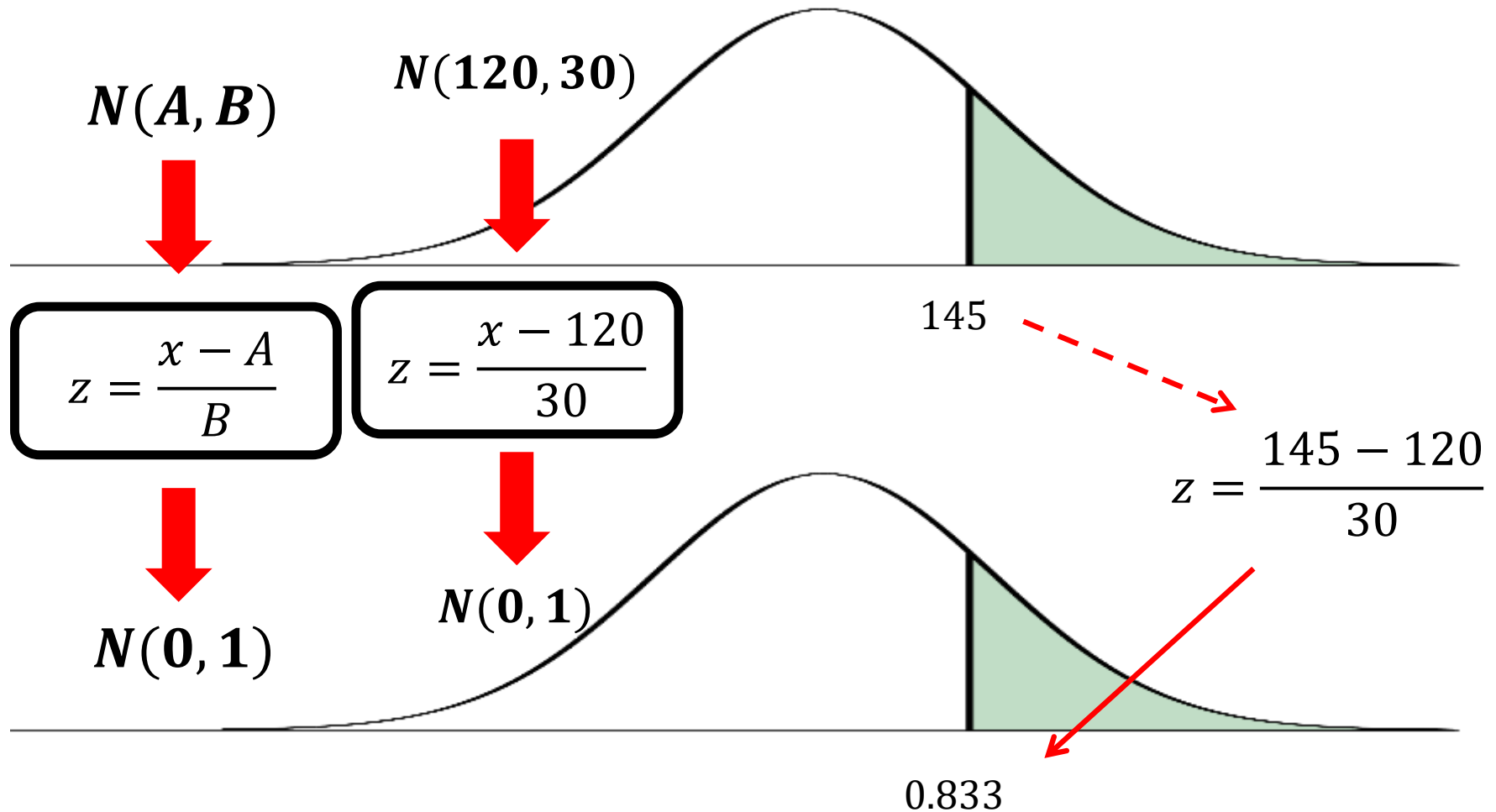
$N(120, 30)$ において 145 以上の確率を求めよ



$N(120, 30)$ において 145 以上の確率を求めよ



$N(120, 30)$ において 145 以上の確率を求めよ



N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities

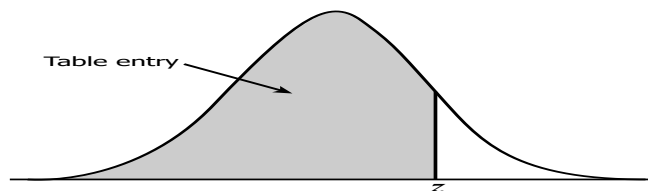
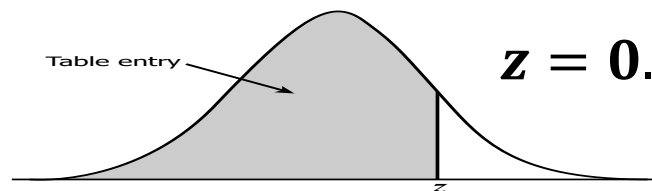


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities



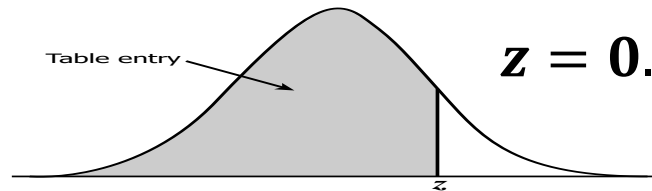
$z = 0.83$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities



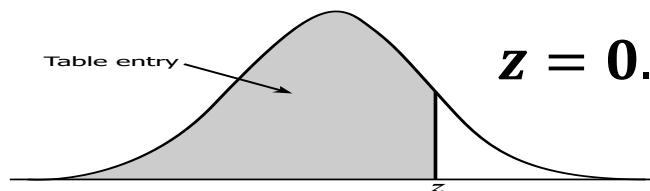
$$z = 0.83 = 0.8 + 0.03$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities



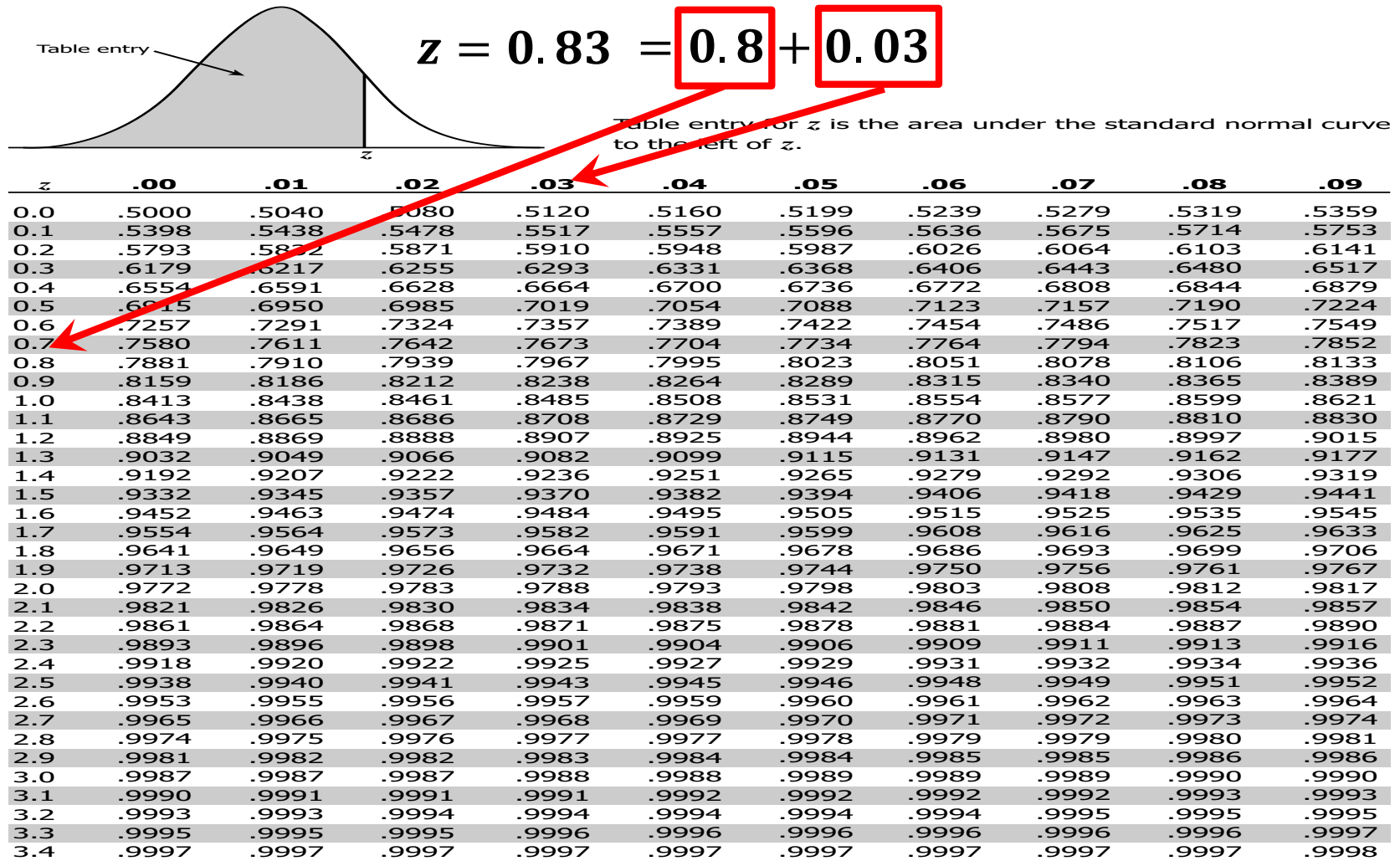
$$z = 0.83 = \boxed{0.8} + \boxed{0.03}$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

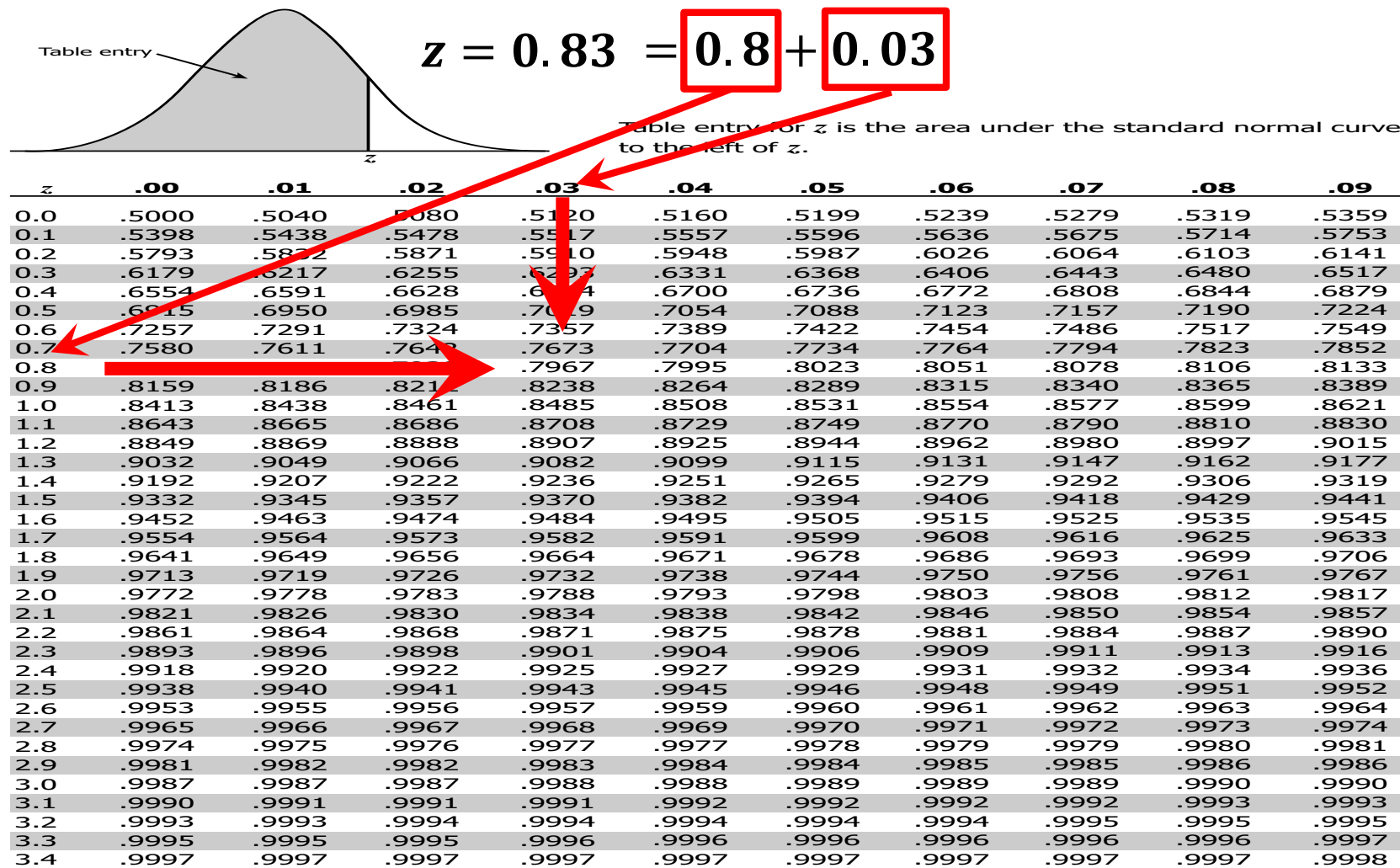
N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities



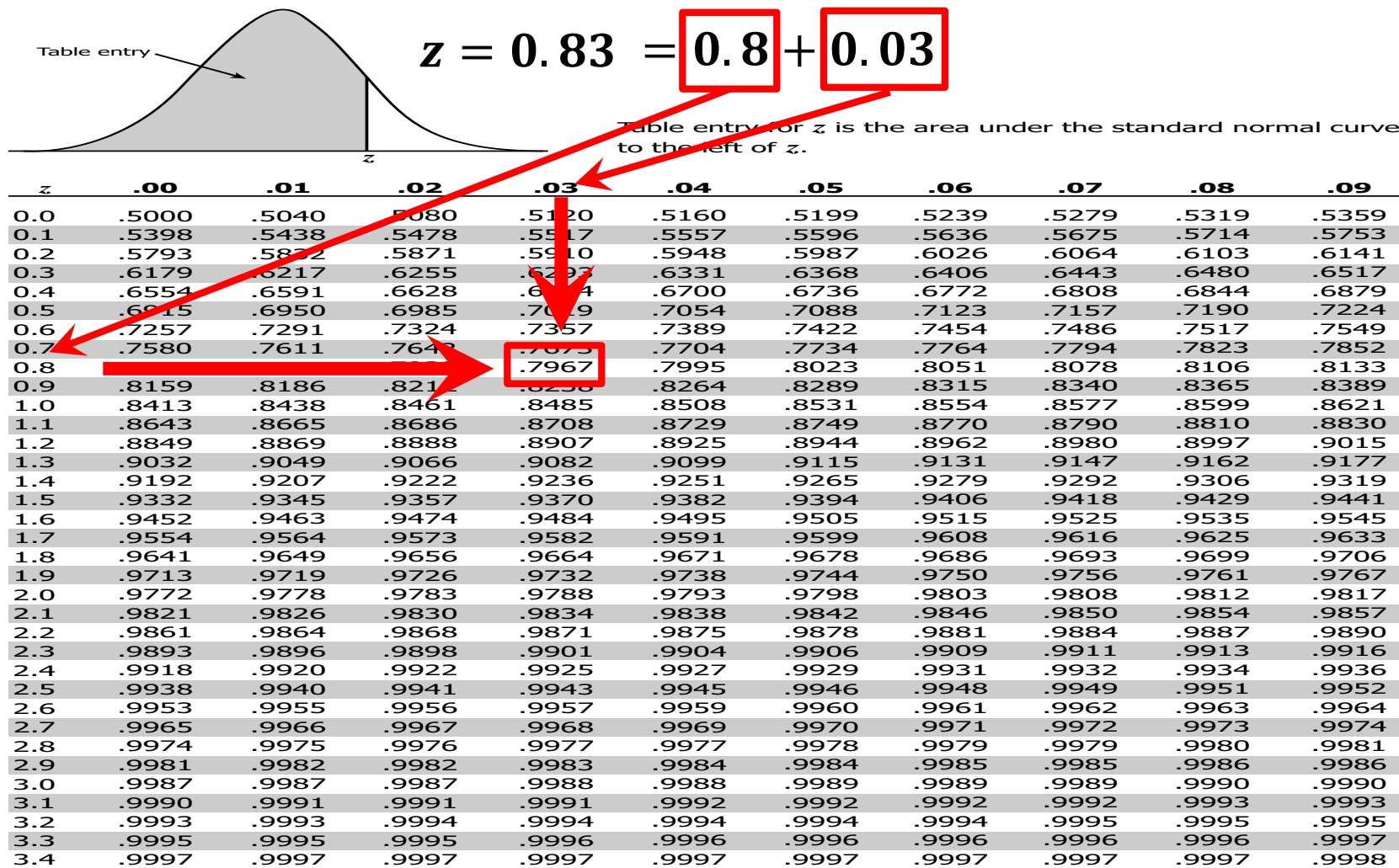
N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities



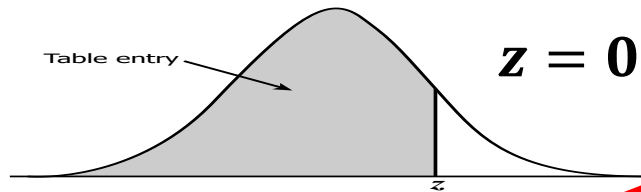
N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities



N(120,30) において 145 以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities




$$z = 0.83 = 0.8 + 0.03$$

$$1 - 0.7967 = 0.2033$$

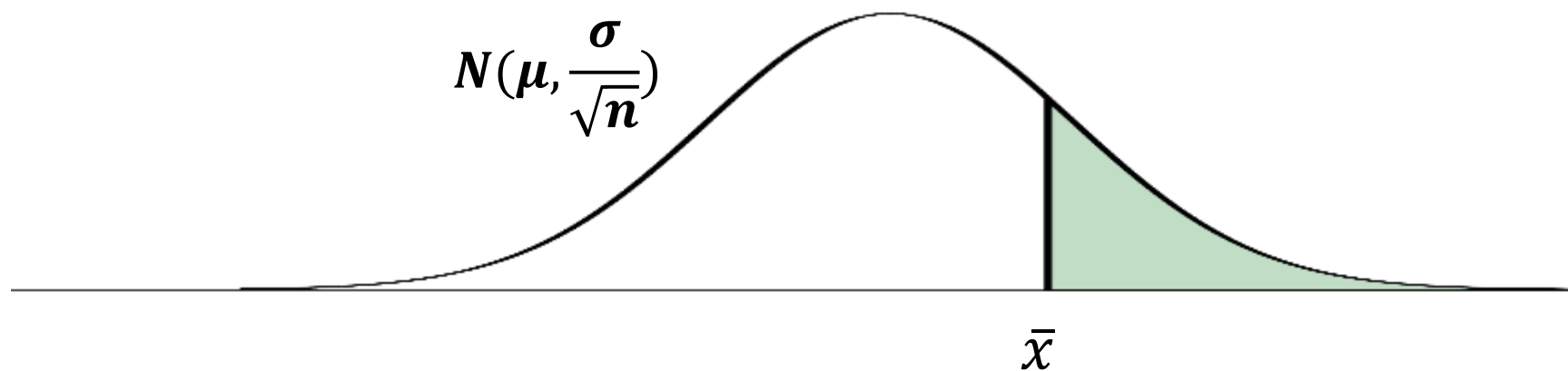
Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7643	.7675	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

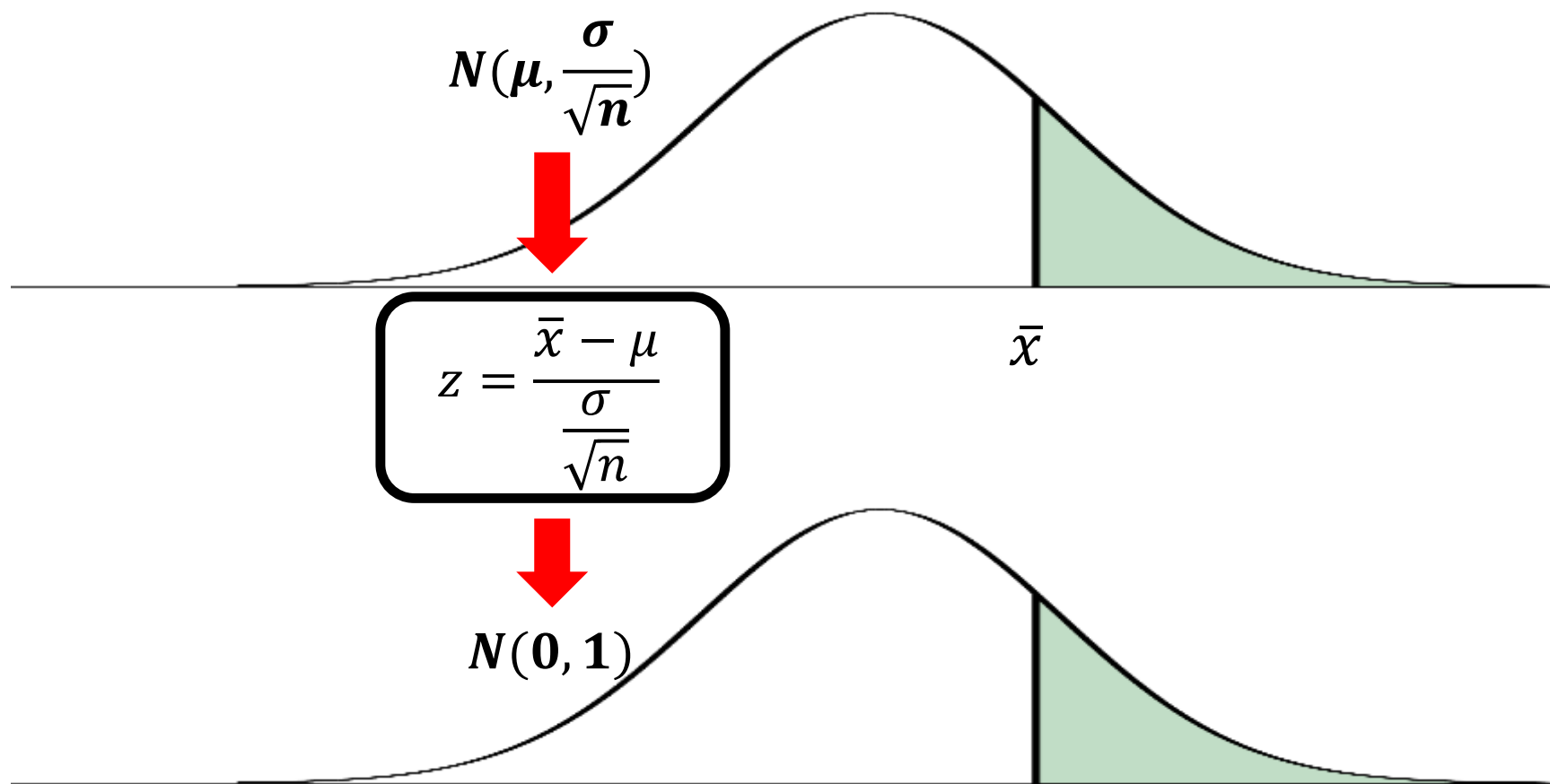
中心極限定理

$$N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$
A black line graph of a normal distribution curve, also known as a bell curve. The curve is symmetric and bell-shaped, centered around a peak. It starts near the x-axis on the left, rises to a peak, and then falls back towards the x-axis on the right. The curve is smooth and continuous.

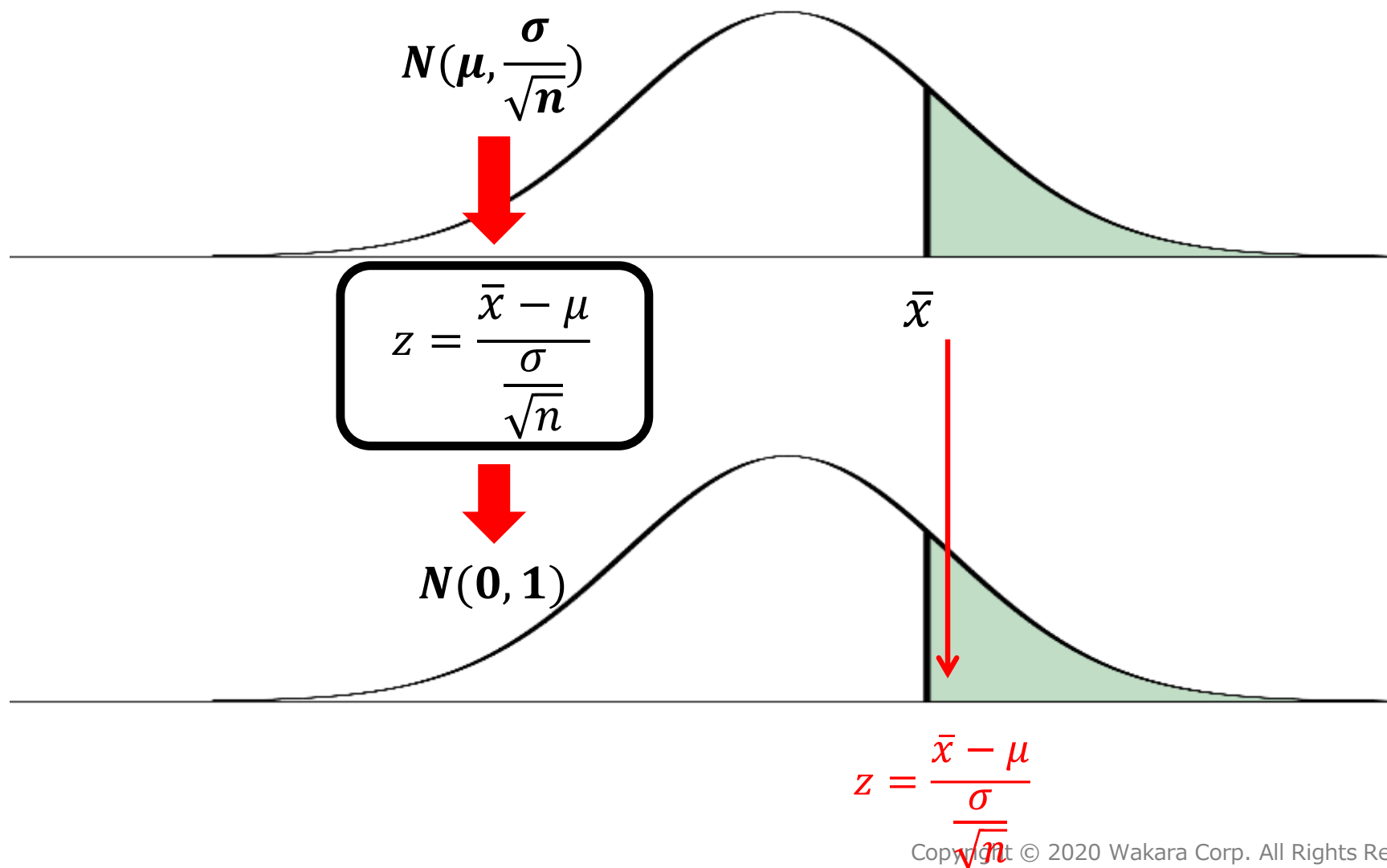
中心極限定理



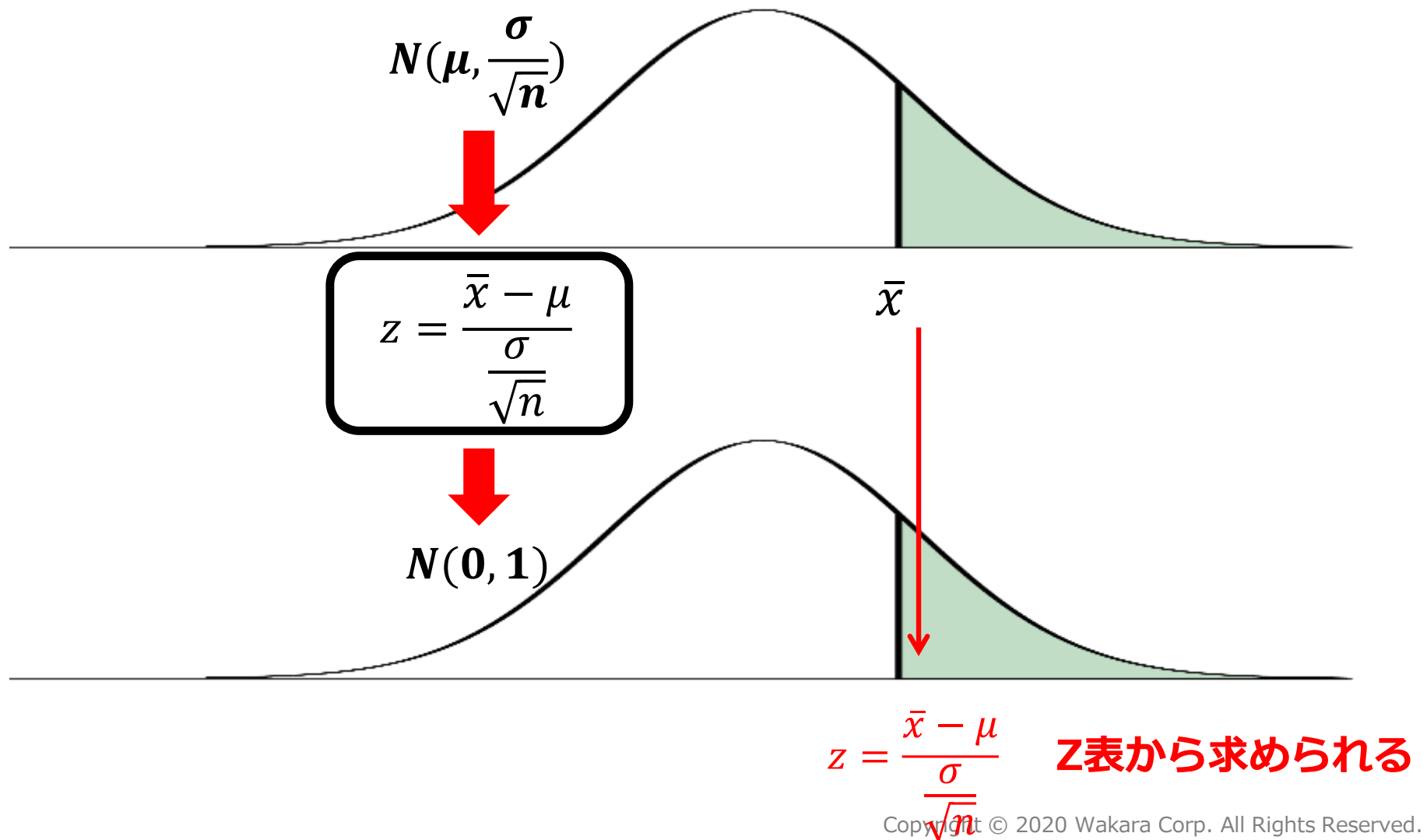
中心極限定理



中心極限定理



中心極限定理



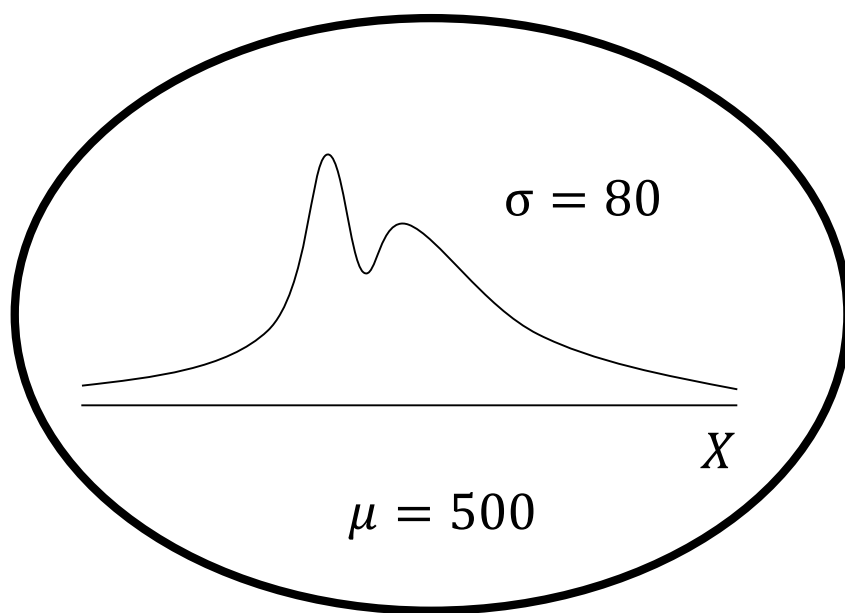
問題

平均 $\mu = 500$ 、標準偏差が $\sigma = 80$ の母集団から100個のサンプリングが行われた。このとき

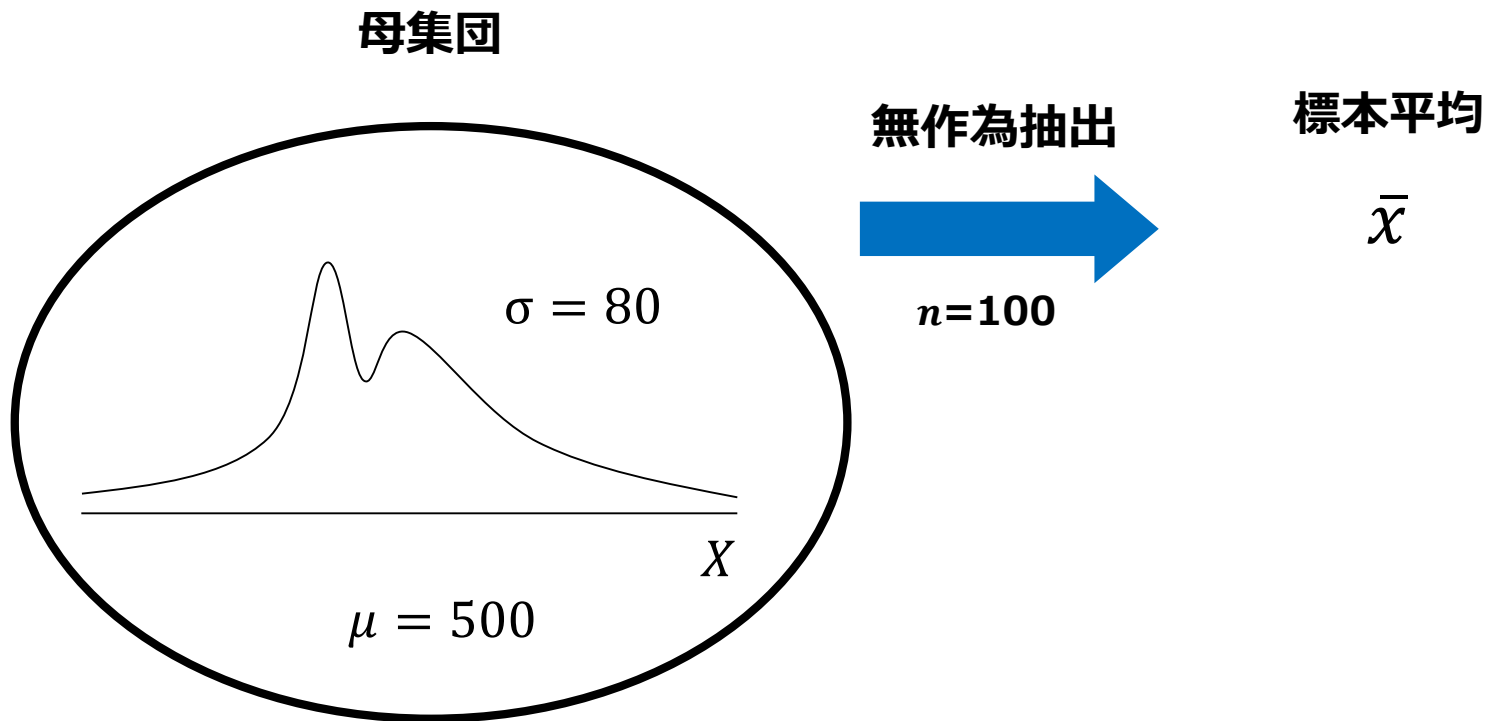
- (1) 標本平均が区間 $[490, 510]$ に入る確率は？
- (2) 標本平均分布の中央95%をカバーする区間は？

区間 [490, 510] に入る確率

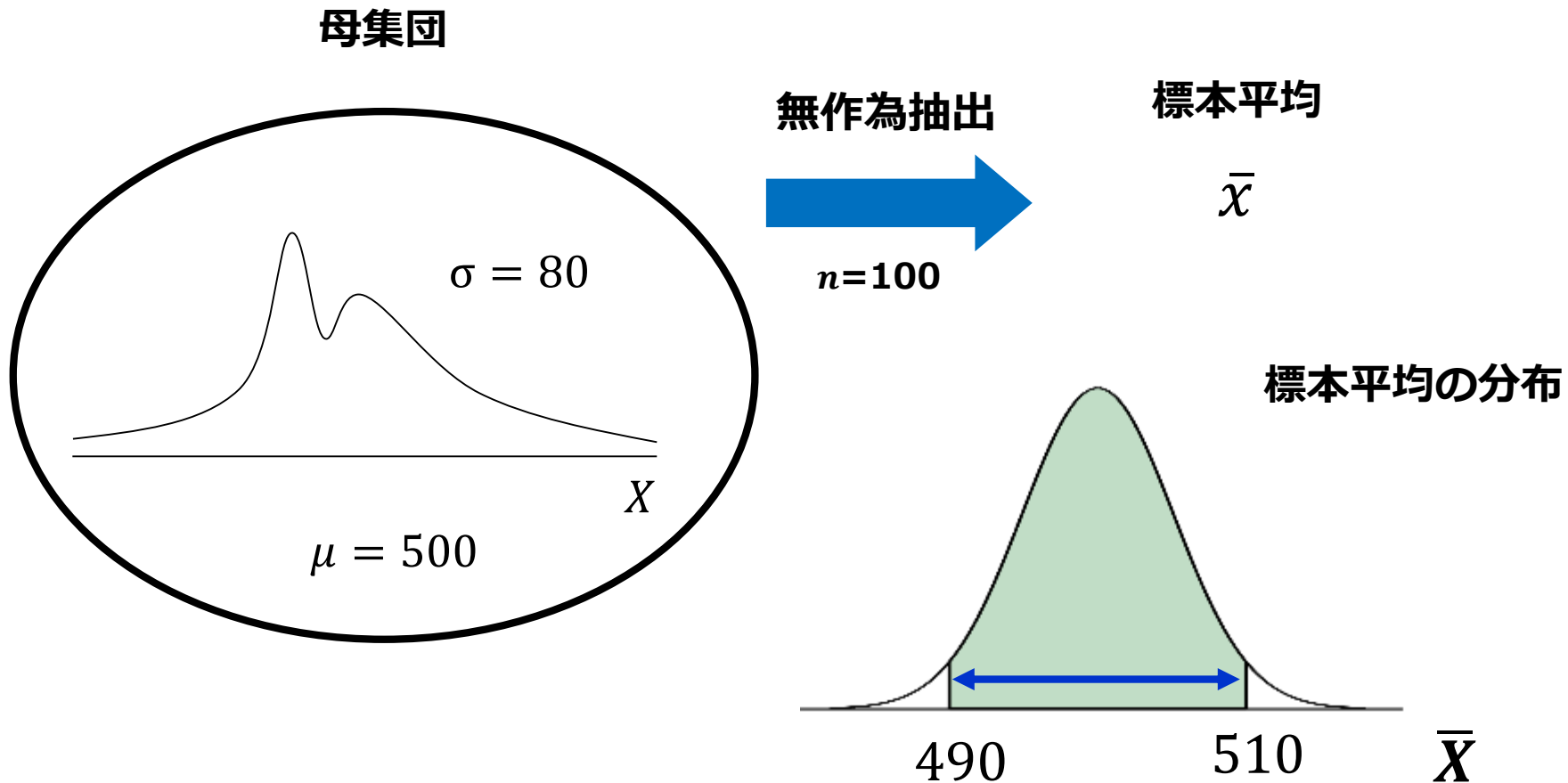
母集団



区間 [490, 510] に入る確率

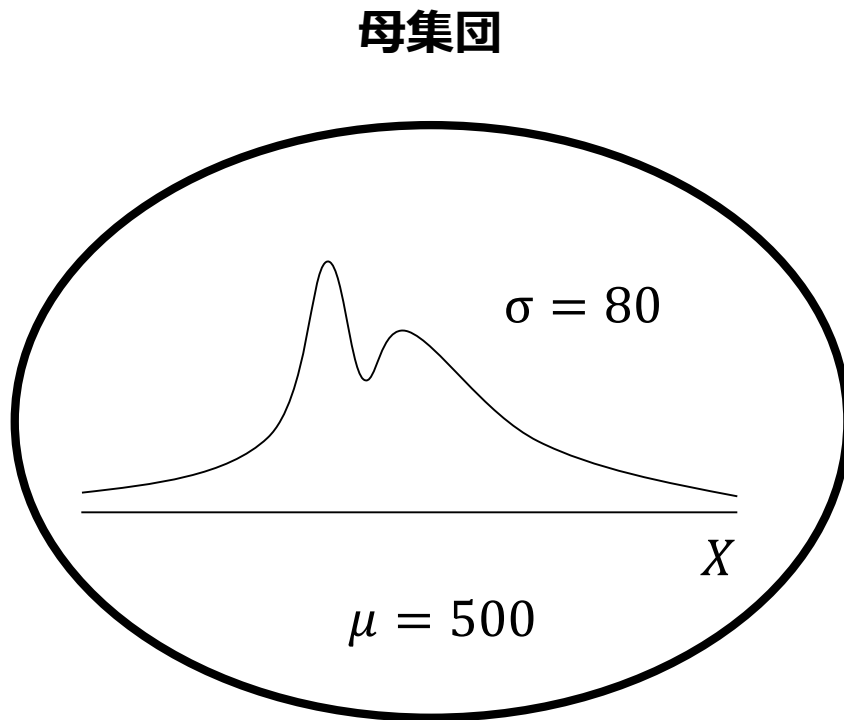


区間 [490, 510] に入る確率



この区間に入る確率は？

区間 [490, 510] に入る確率

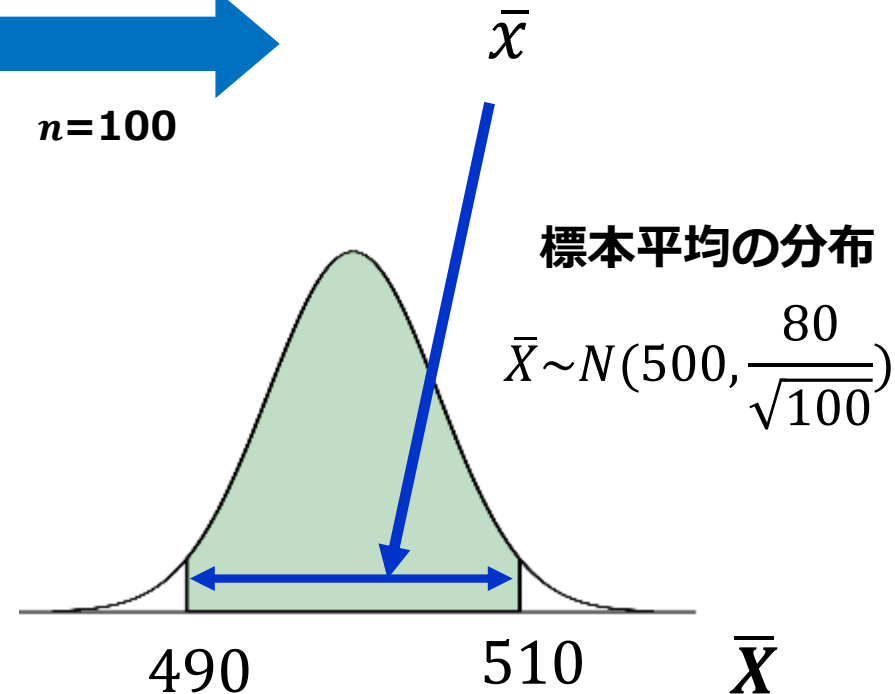


無作為抽出



$n=100$

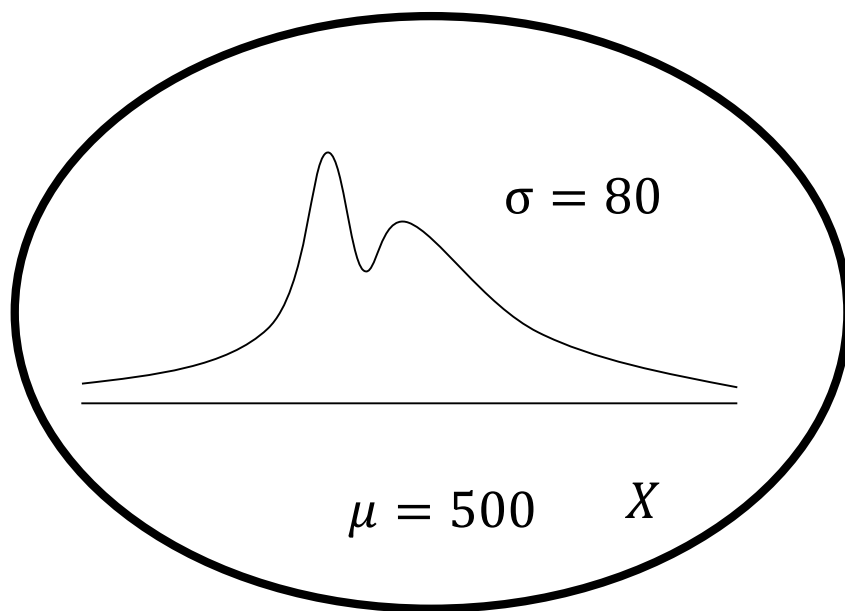
標本平均



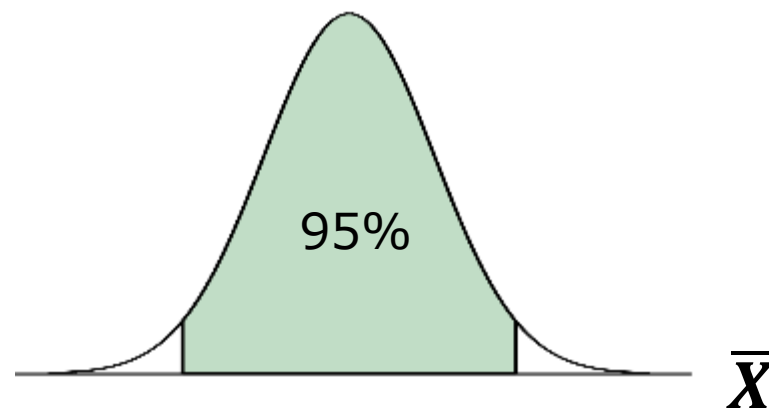
この区間に入る確率は？

95%の中央をカバーする区間

母集団

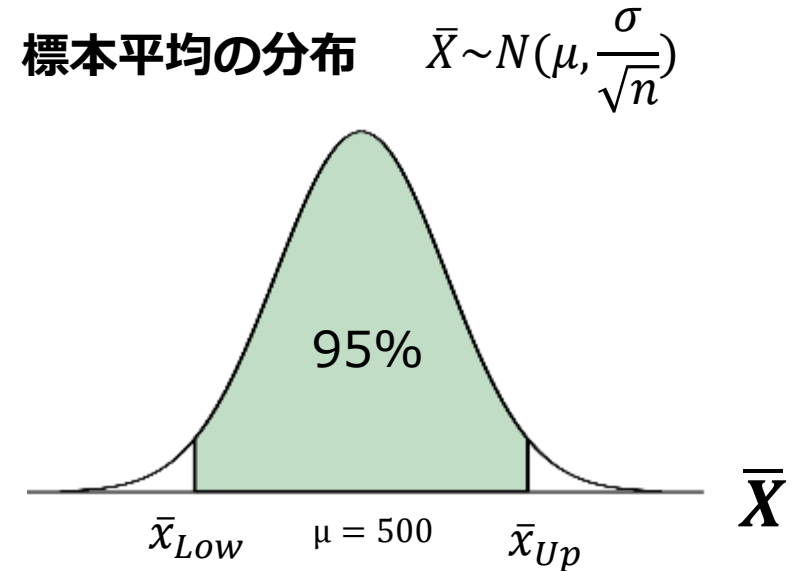
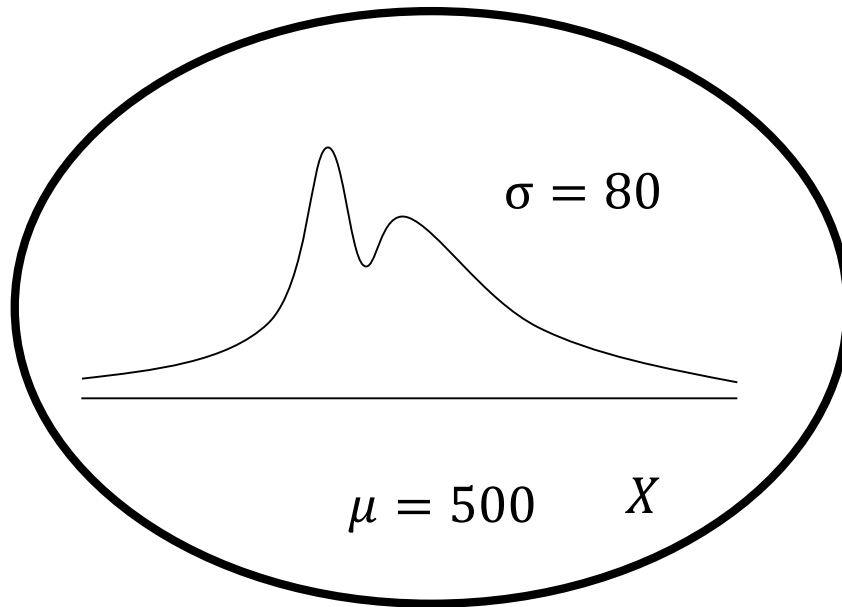


標本平均の分布



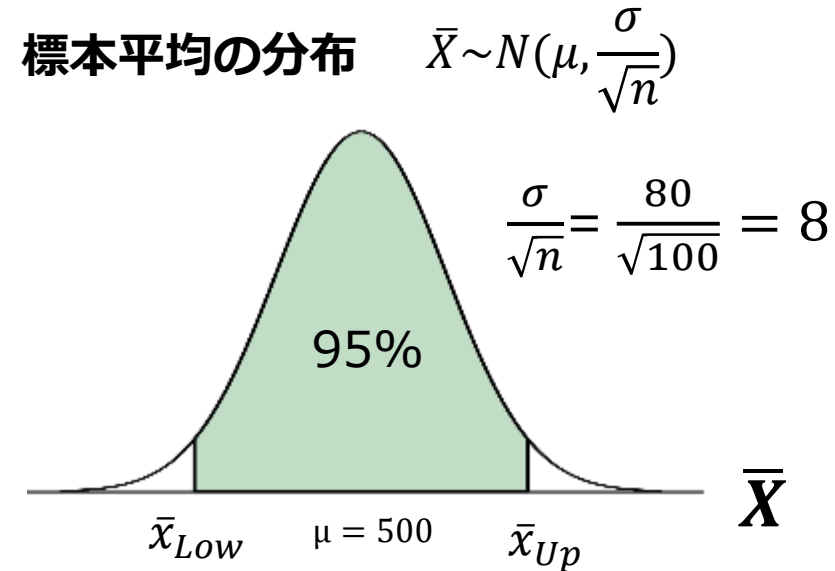
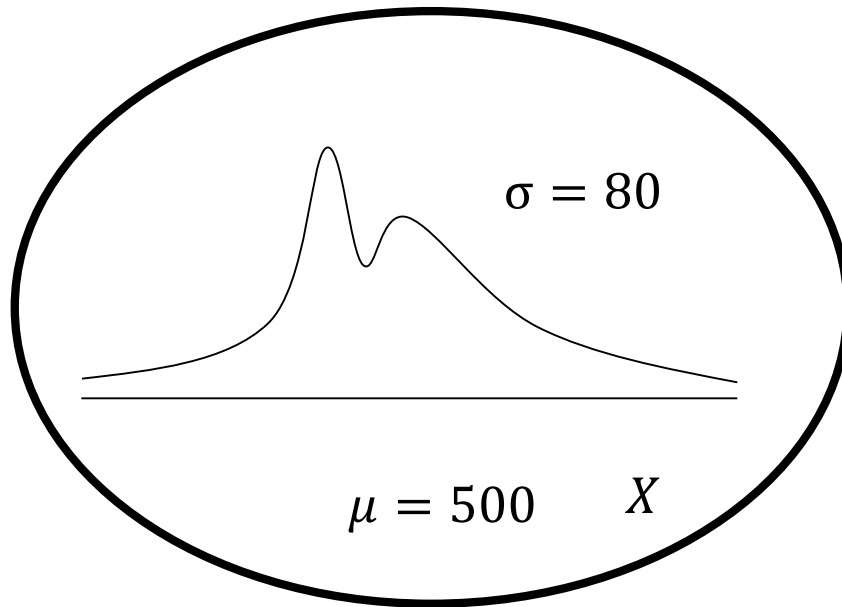
95%の中央をカバーする区間

母集団



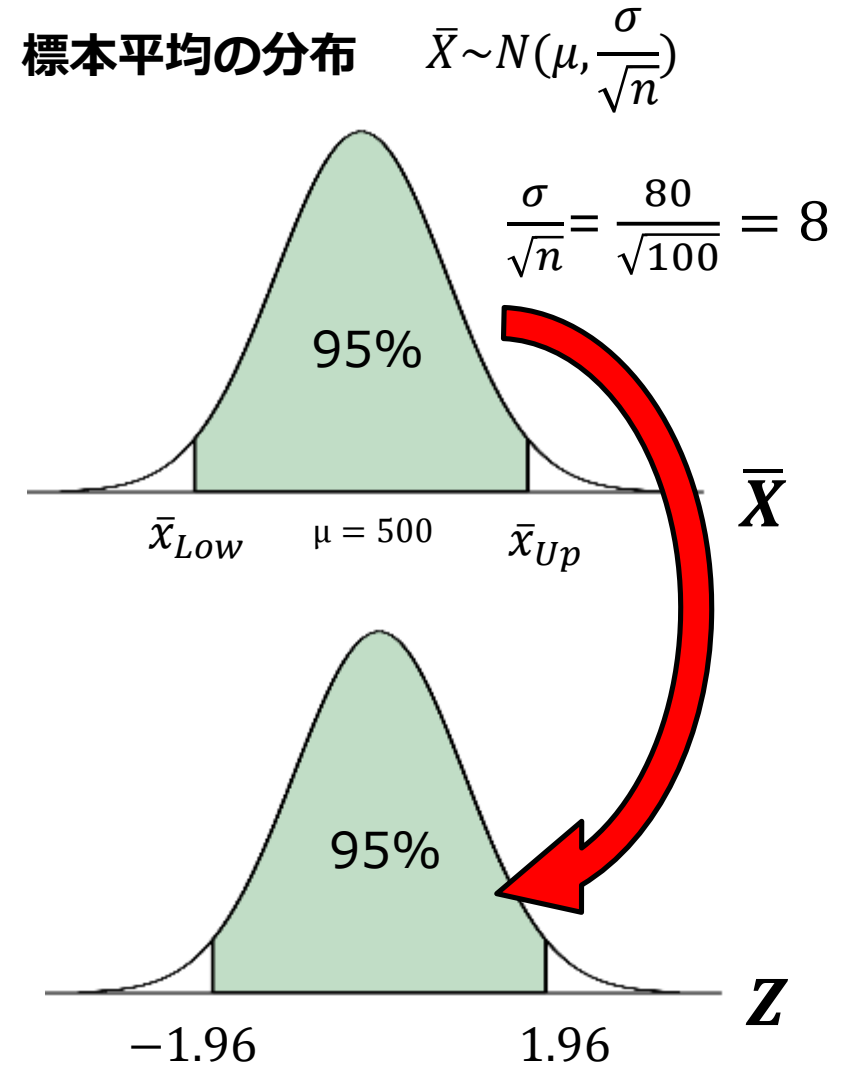
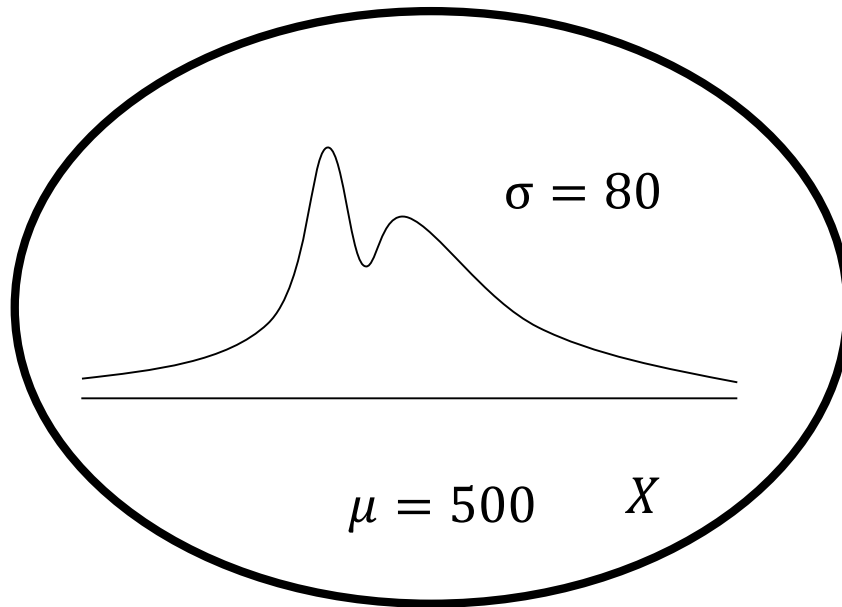
95%の中央をカバーする区間

母集団



95%の中央をカバーする区間

母集団

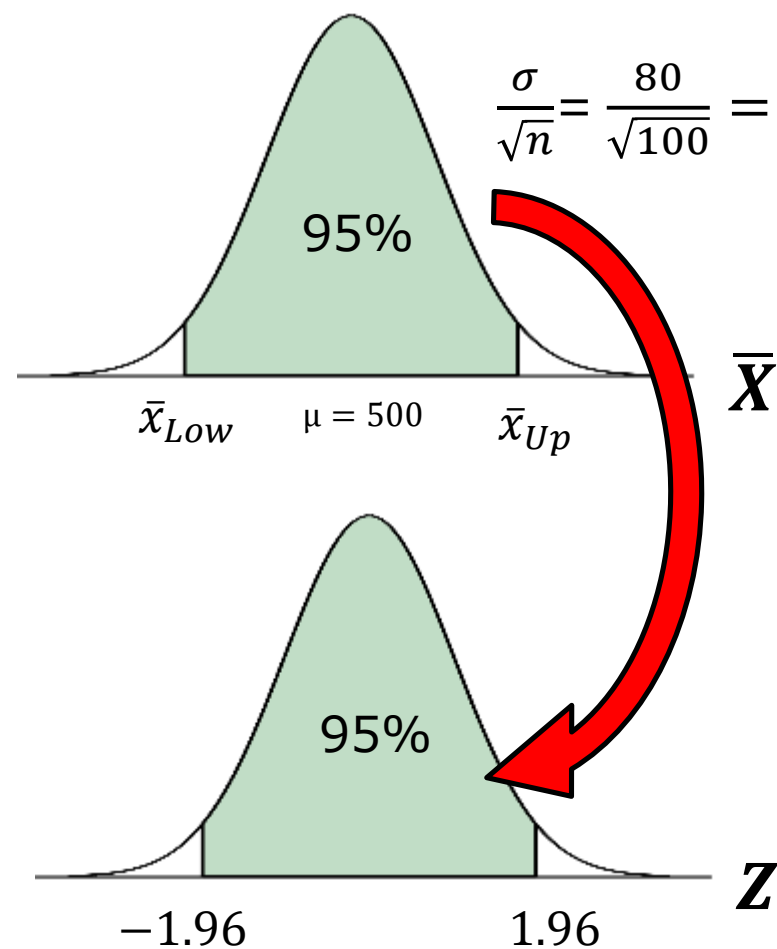


95%の中央をカバーする区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{X} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

標本平均の分布 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$$

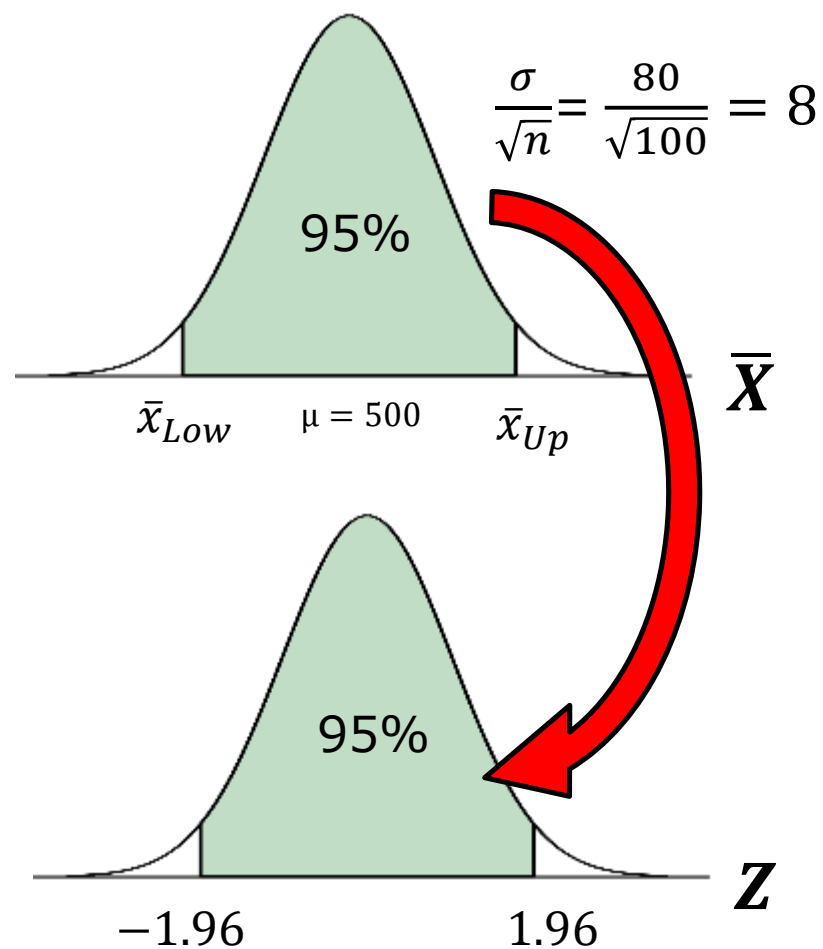


95%の中央をカバーする区間

信頼区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{X} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

標本平均の分布 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



95%の中央をカバーする区間

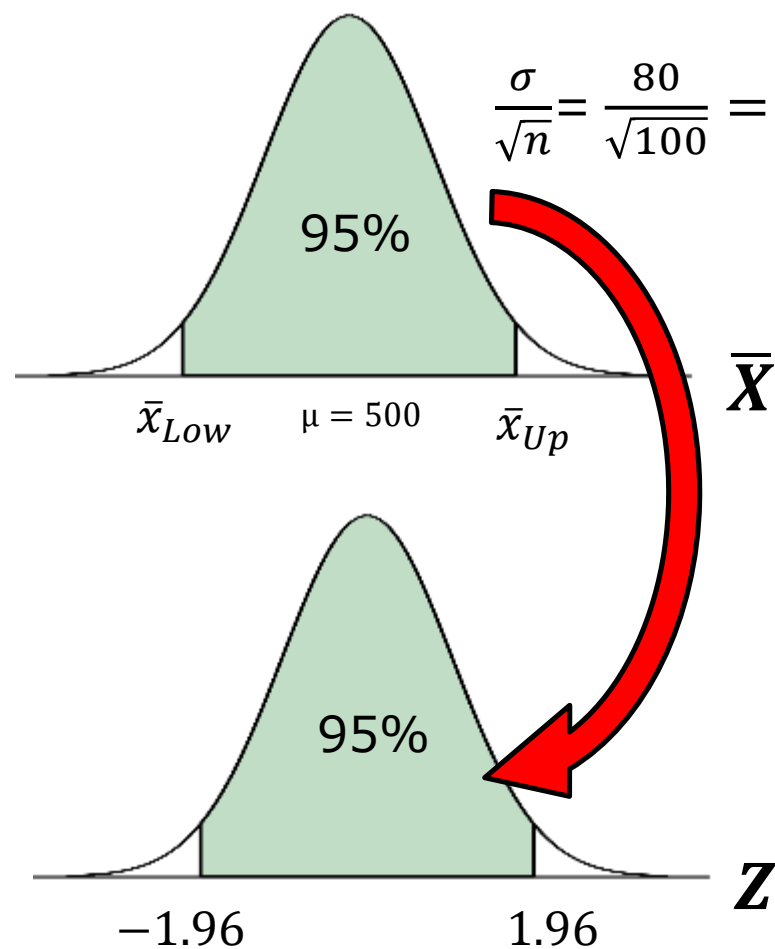
信頼区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{X} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$

標本平均の分布 $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$$



95%の中央をカバーする区間

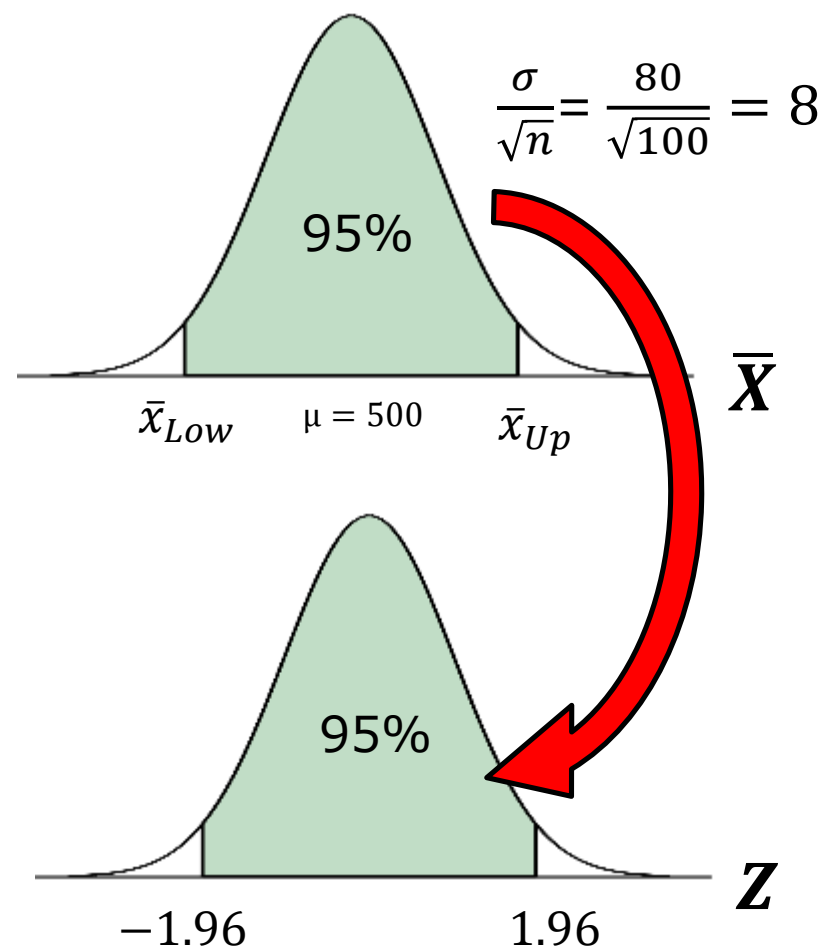
信頼区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{X} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P(-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96) = 0.95$$

標本平均の分布 $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$



95%の中央をカバーする区間

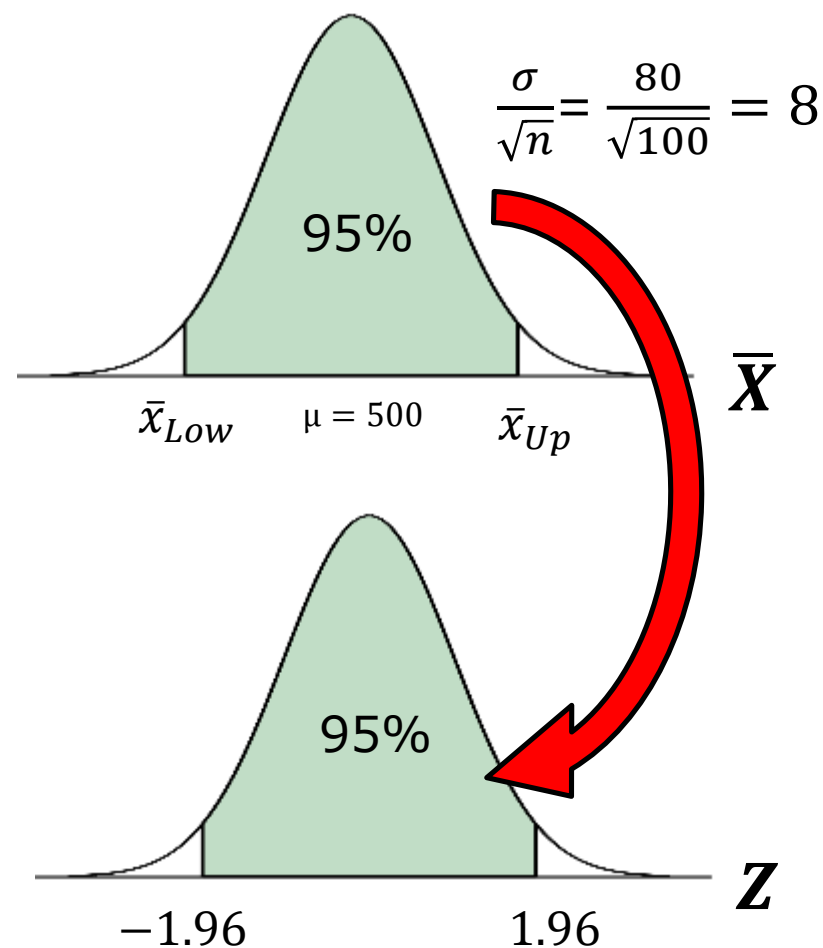
信頼区間

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{X} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P(-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96) = 0.95$$

標本平均の分布 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



95%の中央をカバーする区間

信頼区間

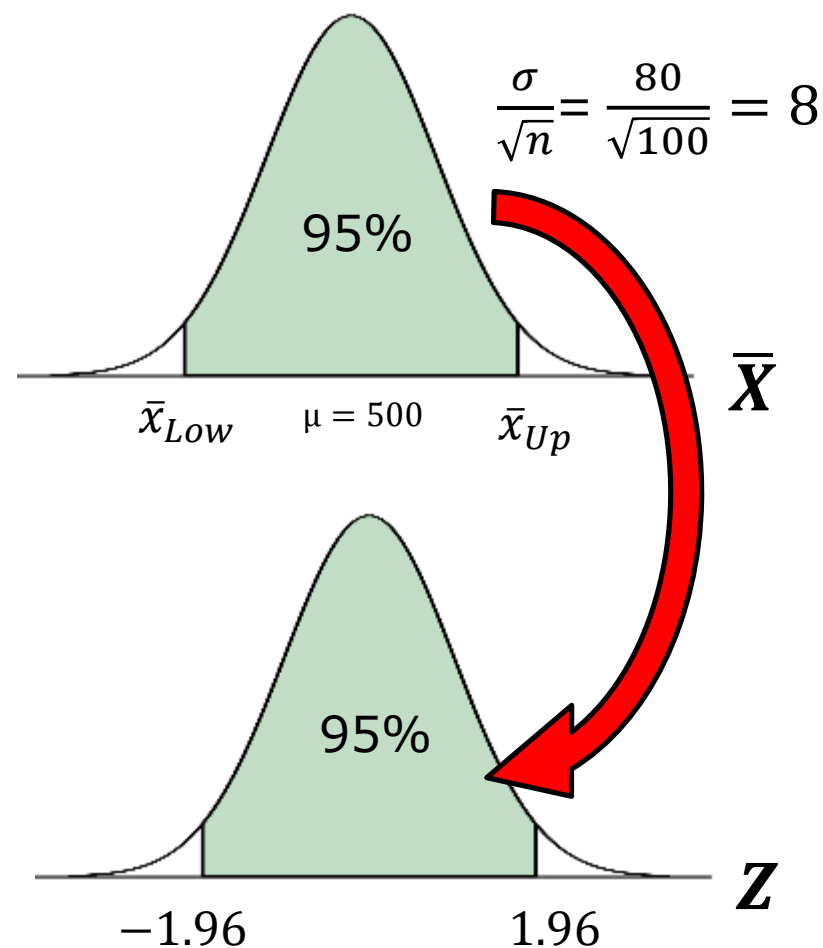
$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{X} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P(-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96) = 0.95$$

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

標本平均の分布 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

95%の中央をカバーする区間


$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている

95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$


$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている



$$-1.96 < \frac{\bar{X} - 500}{8} < 1.96$$

95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8 \text{ が分かっている}$$



$$-1.96 < \frac{\bar{X} - 500}{8} < 1.96$$



$$500 - 1.96 \times 8 < \bar{X} < 500 + 1.96 \times 8$$


95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8 \text{ が分かっている}$$


$$-1.96 < \frac{\bar{X} - 500}{8} < 1.96$$


$$500 - 1.96 \times 8 < \bar{X} < 500 + 1.96 \times 8$$


$$484.32 < \bar{X} < 515.68$$

95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$



n が十分大きいとき、標本平均 \bar{X} は正規分布に従う

中心極限定理

95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$



n が十分大きいとき、標本平均 \bar{X} は正規分布に従う

中心極限定理

逆にサンプルの平均値の計算結果から、
母集団の平均 μ を予測できないか？

95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

95%のカバーで平均 μ を推測する


$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{X} = 505$, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている

95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$


$\bar{X} = 505$, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている



$$-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{X} = 505$, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている


 $-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$


 $505 - 1.96 \times 8 < \mu < 505 + 1.96 \times 8$


95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{X} = 505$, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている

 $-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$


 $505 - 1.96 \times 8 < \mu < 505 + 1.96 \times 8$


 $489.32 < \mu < 520.68$


95%のカバーで平均 μ を推測する

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{X} = 505$, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$ が分かっている

 $-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$

 $505 - 1.96 \times 8 < \mu < 505 + 1.96 \times 8$

 $489.32 < \mu < 520.68$

区間推定の考え方