

# アメリカ式統計学-統計検定 2 級範囲-

---

## 第5回

# 5. サンプルングと中心極限定理

---

今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

# 5. サンプルングと中心極限定理

---

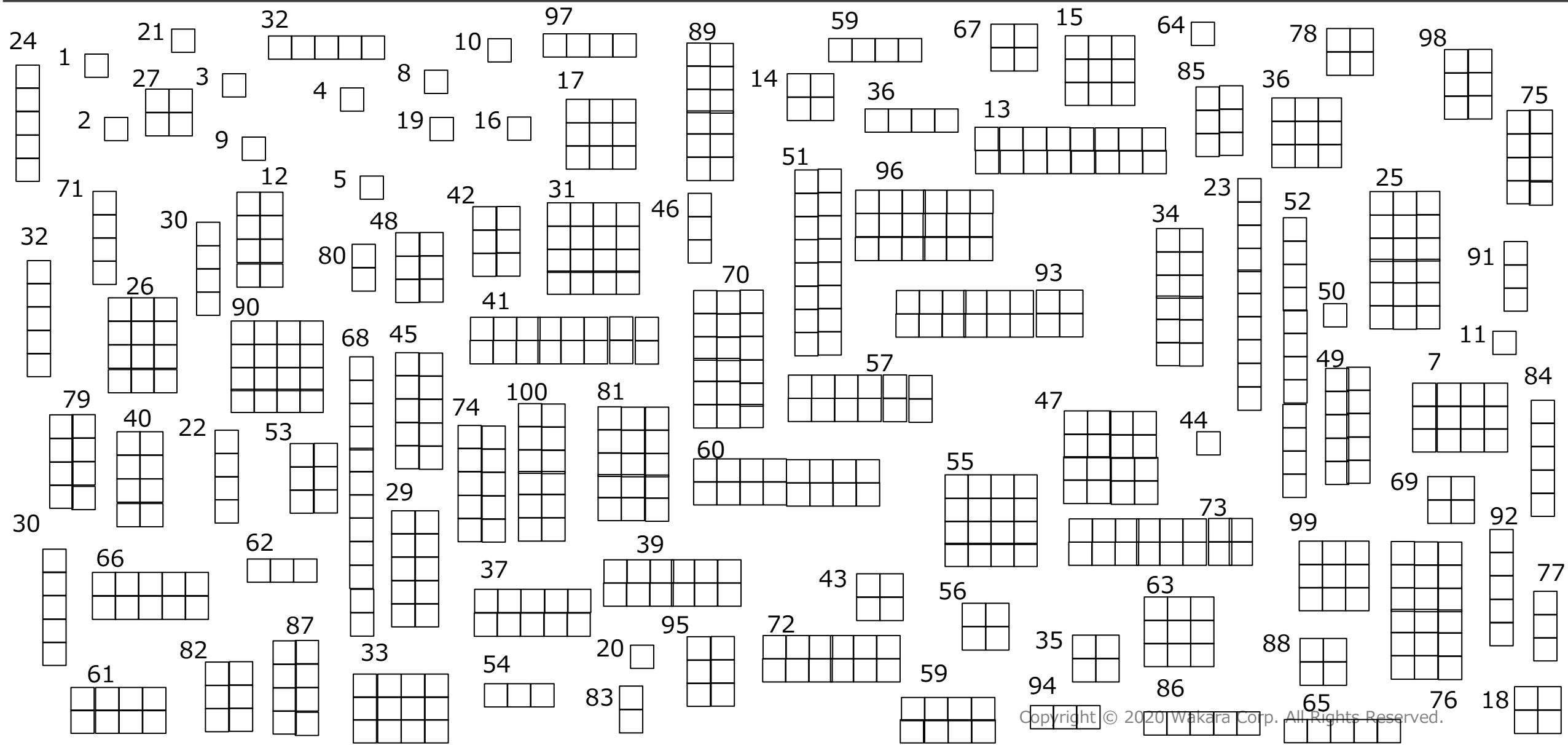
今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

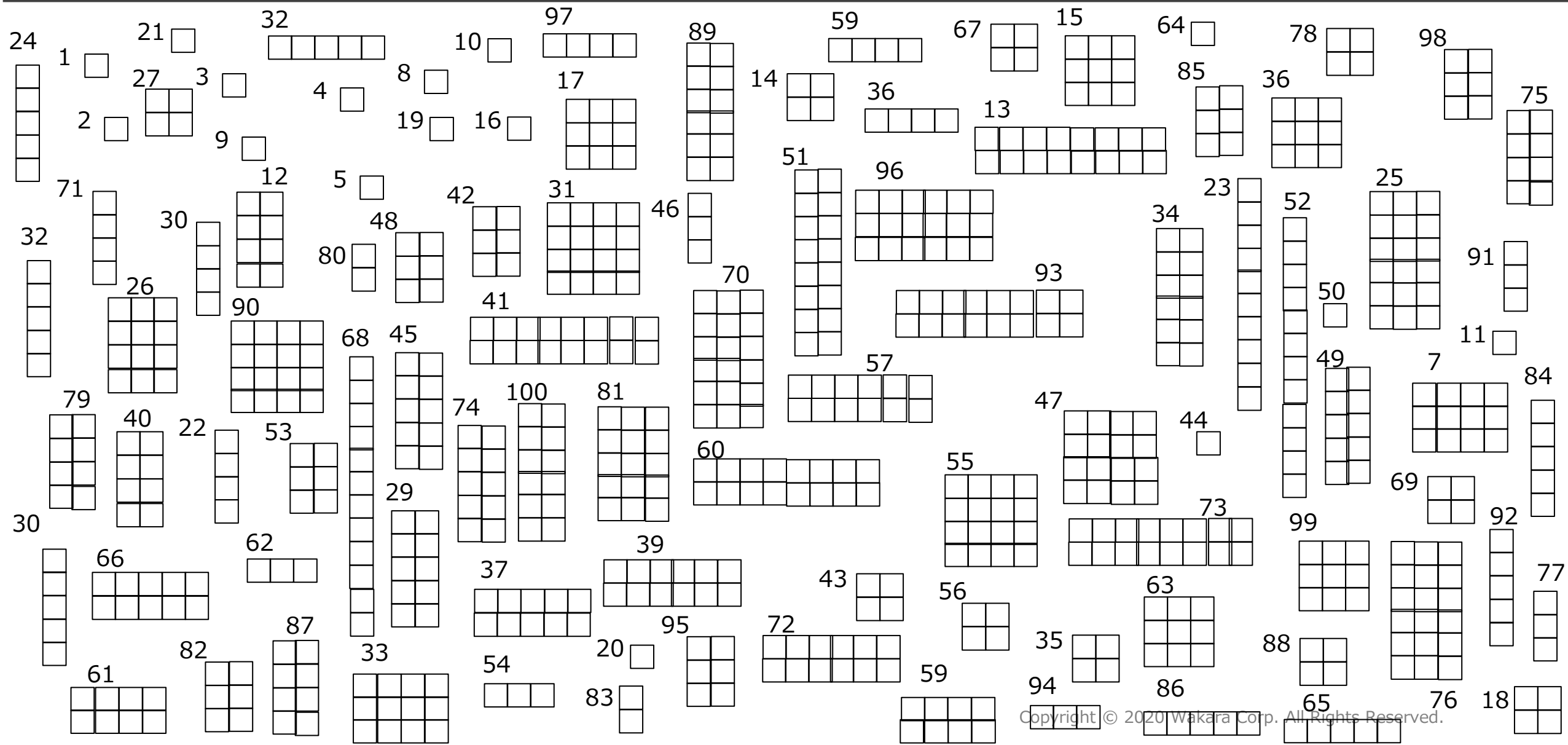
5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

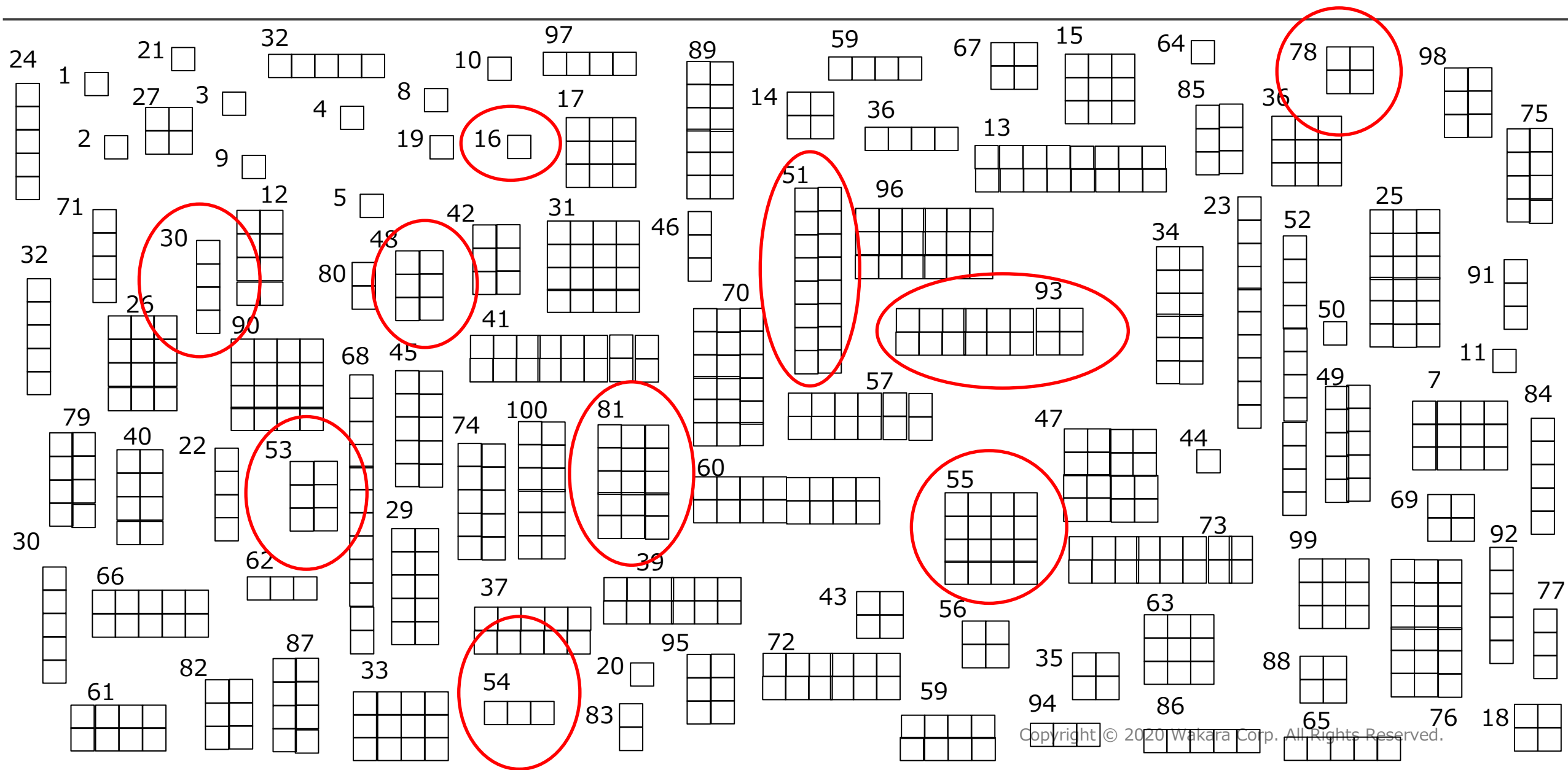
# 各図形が含む正方形の数の平均値は？



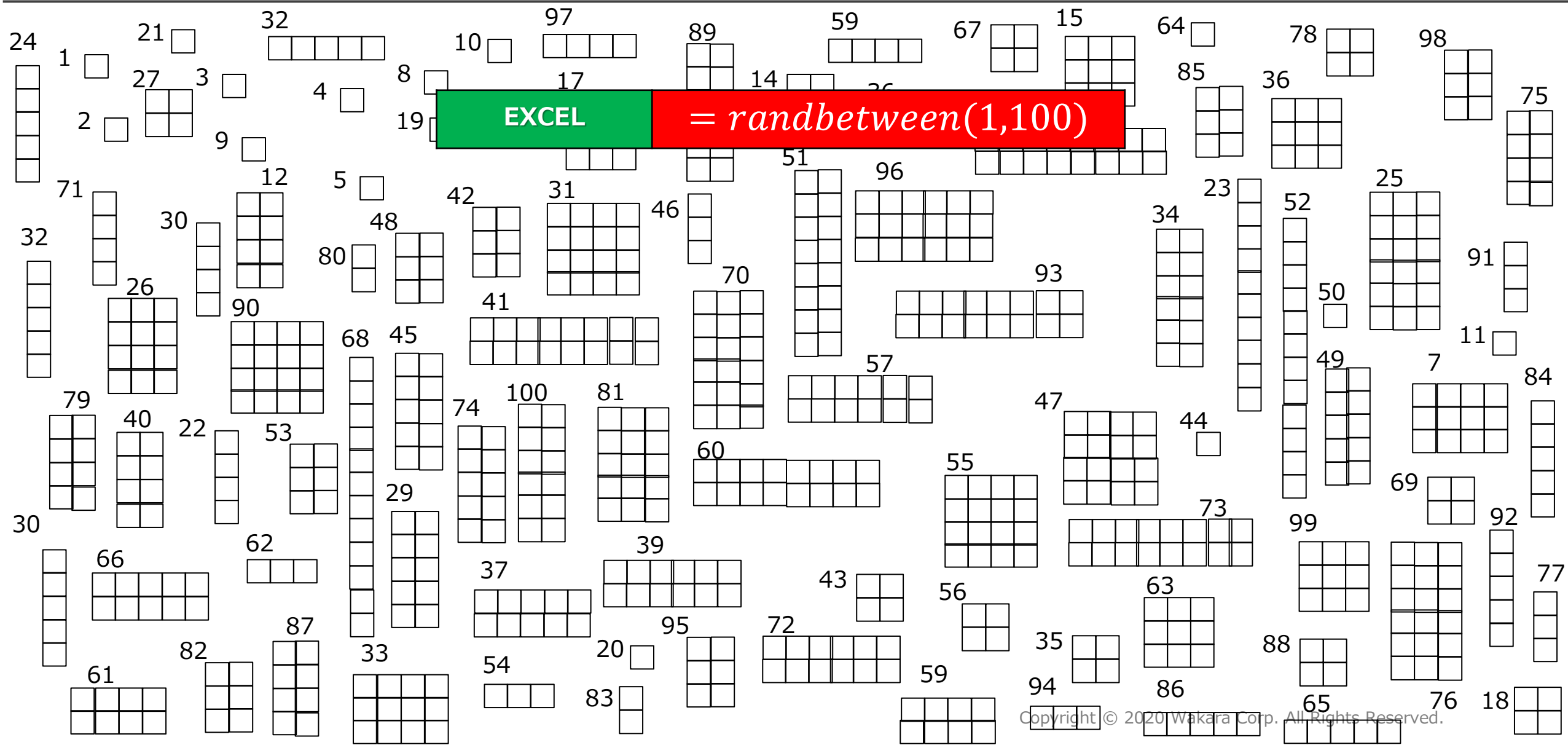
# (1) おおよそ正方形の数の平均を推測して下さい



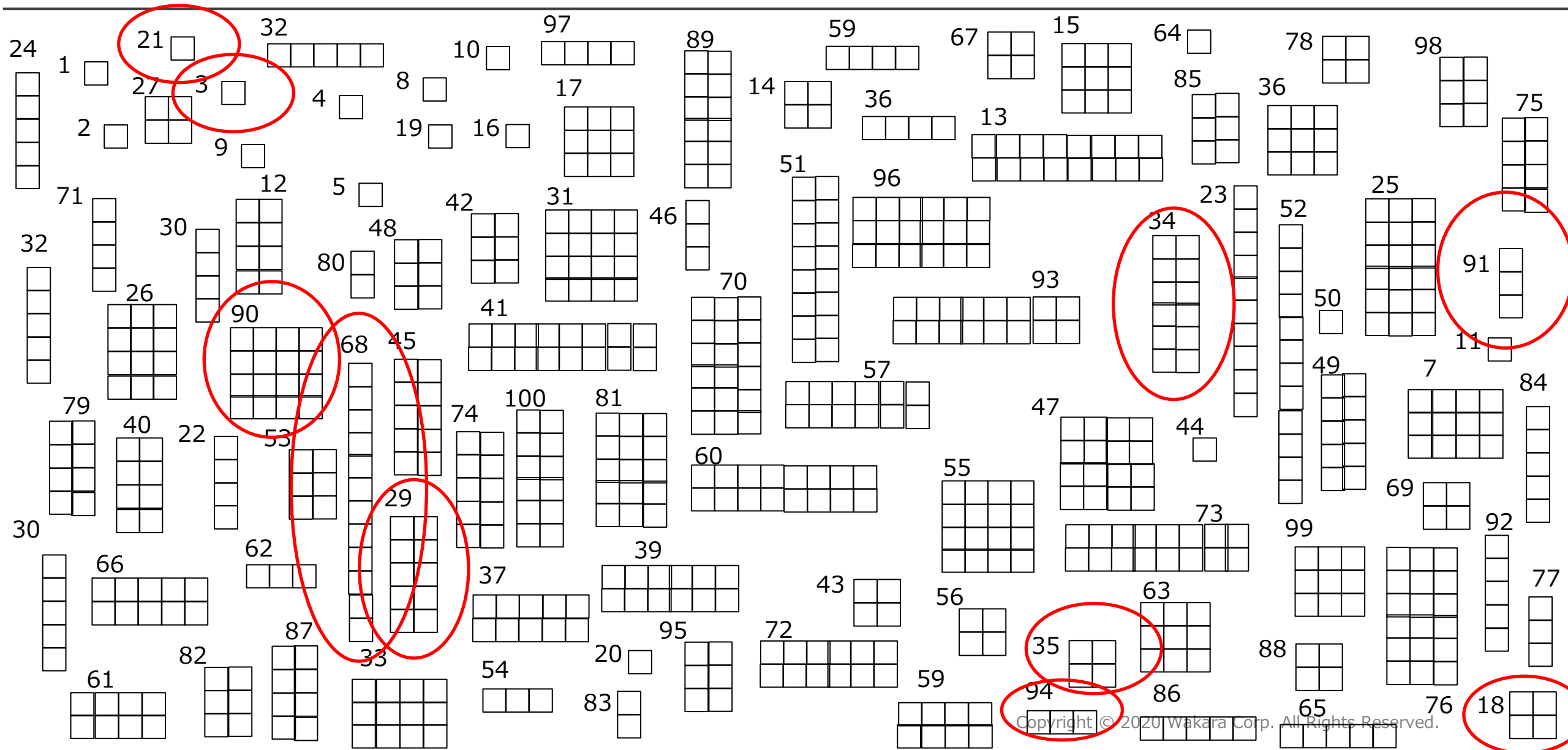
## (2) 10個の四角形を選び、正方形の数の平均を計算して下さい



### (3) 10の乱数を発生させ、その番号の四角形を選び、正方形の数の平均を計算してください

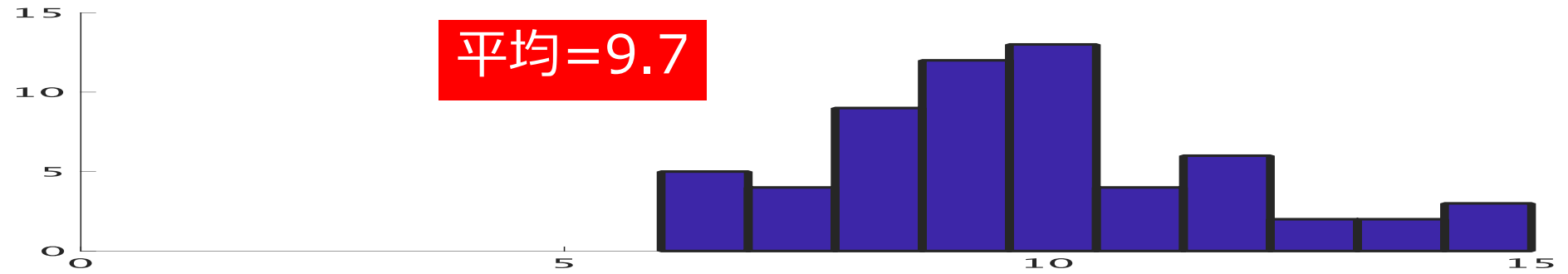


### (3) 10の乱数を発生させ、その番号の四角形を選び、正方形の数の平均を計算してください

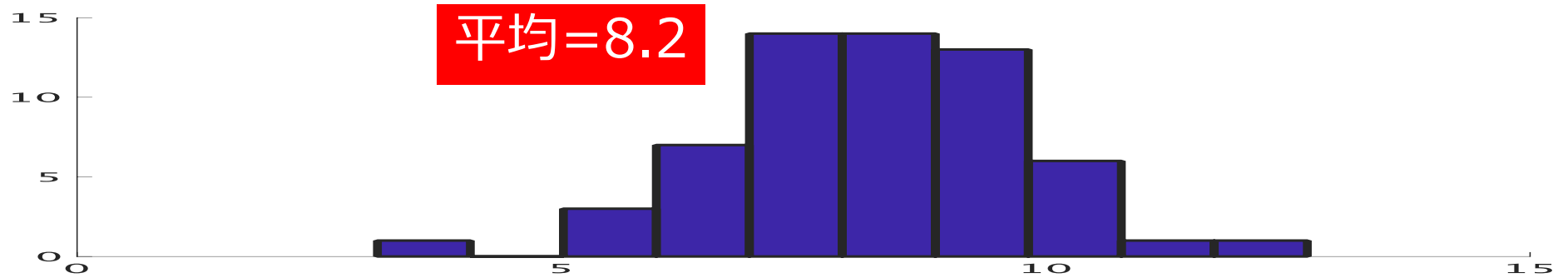
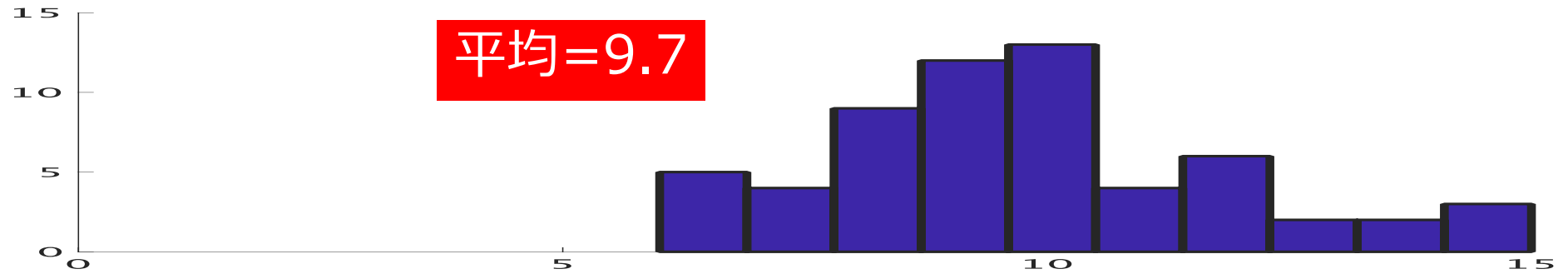




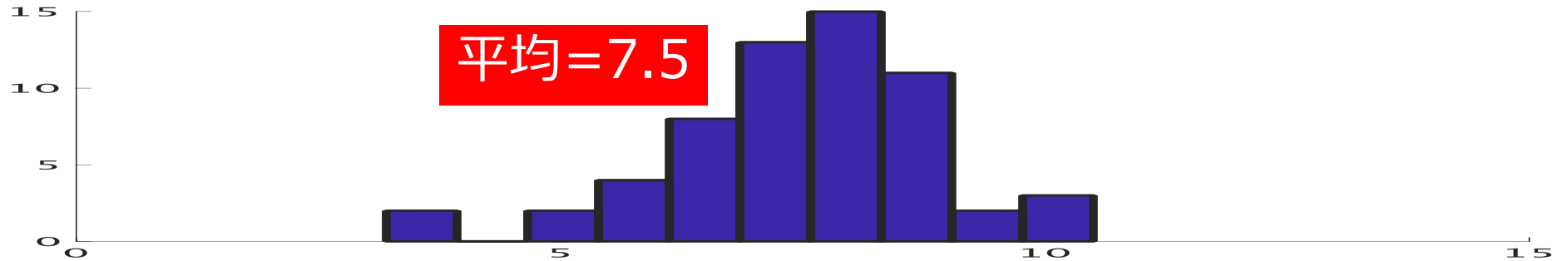
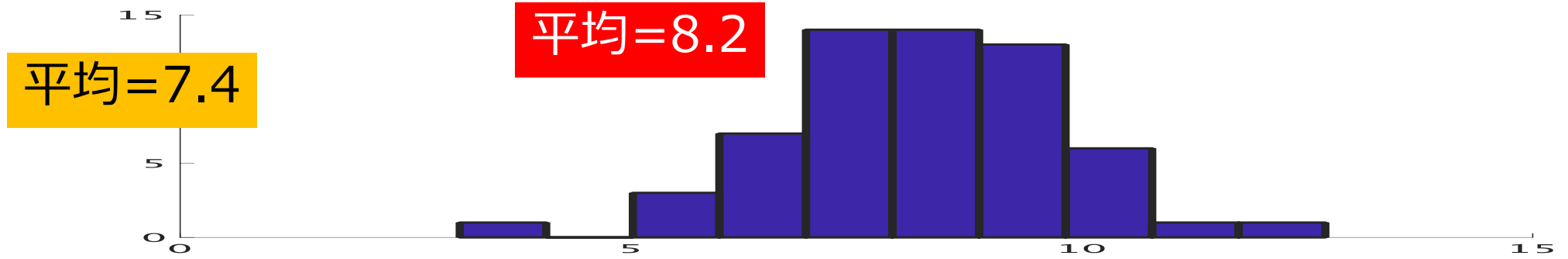
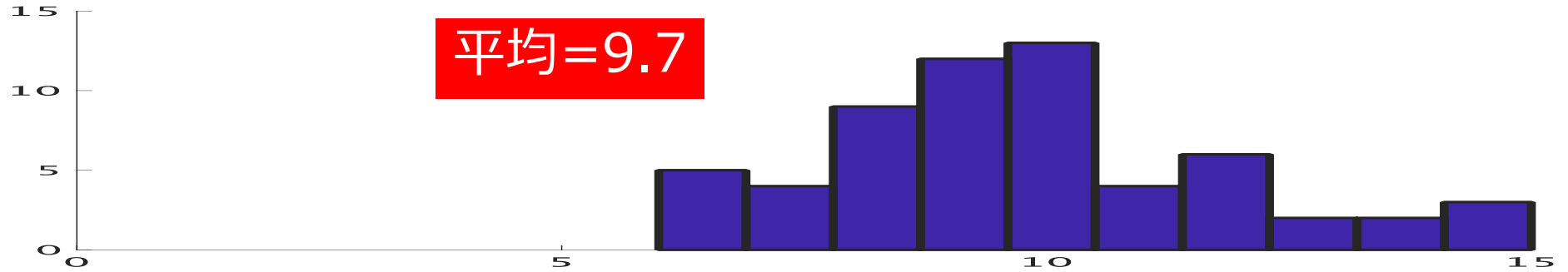
# 60人分の集計結果



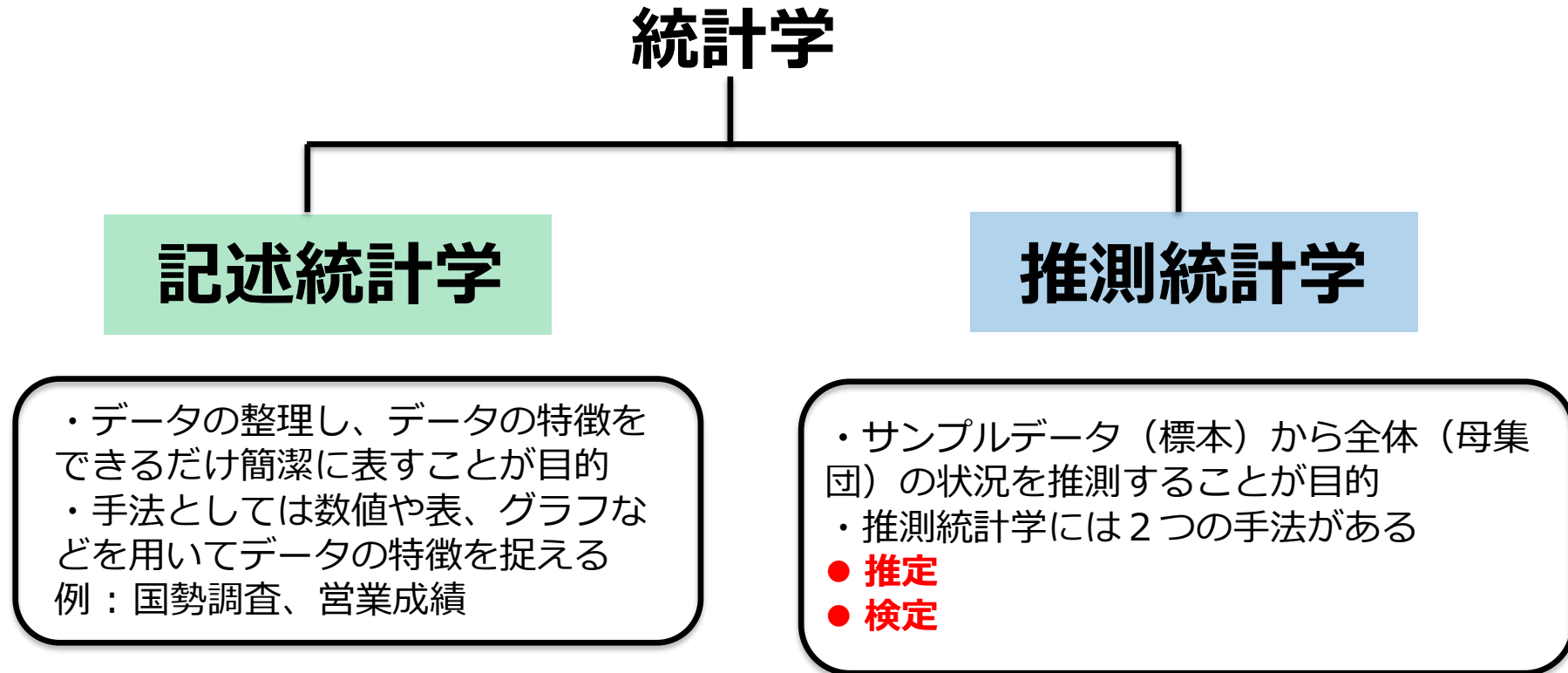
# 60人分の集計結果



# 60人分の集計結果



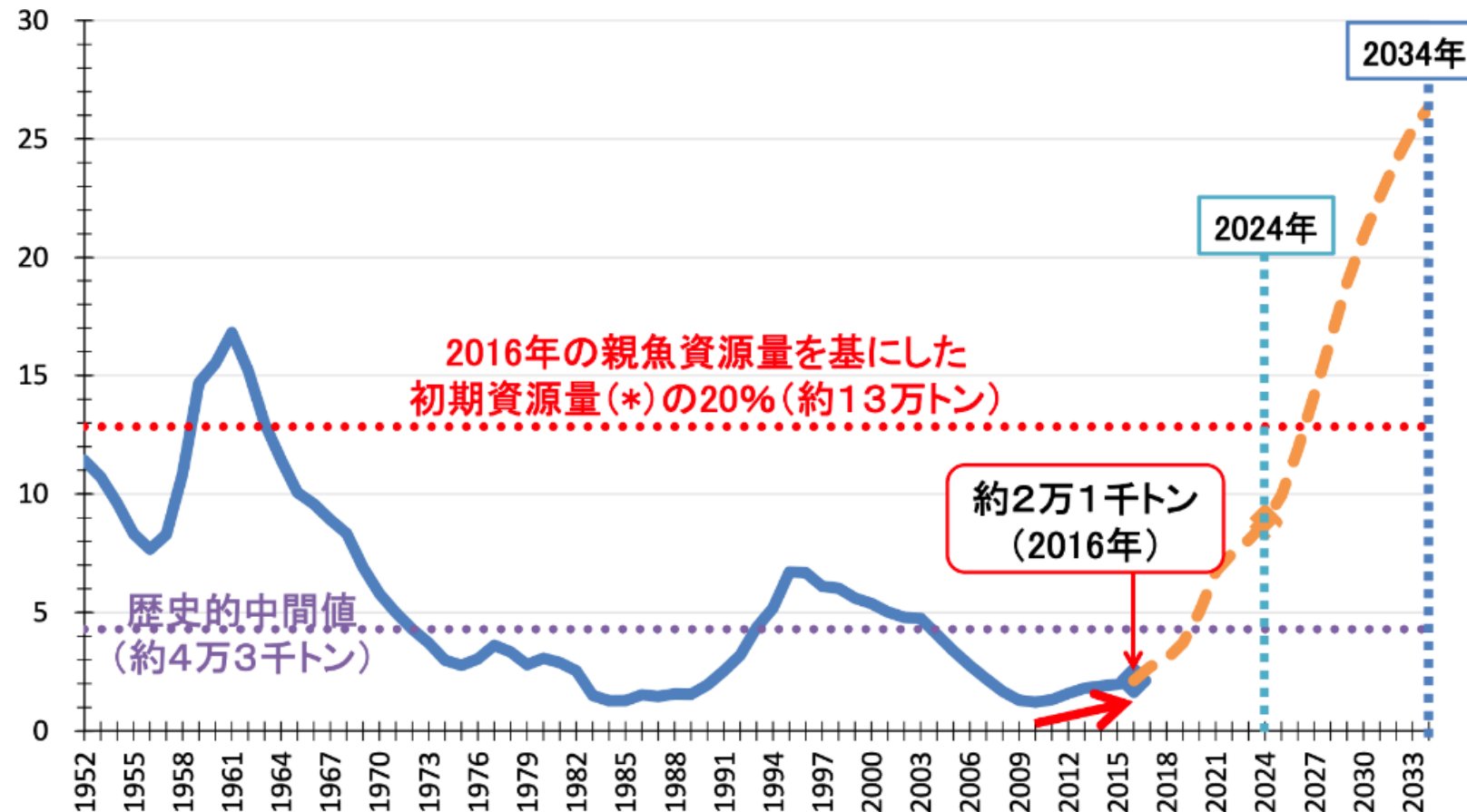
# 統計学の分類



# 太平洋クロマグロの資源量推定

水産庁 - 農林水産省

<http://www.jfa.maff.go.jp/j/council/seisaku/kanri/attach/pdf/190424-14.pdf>



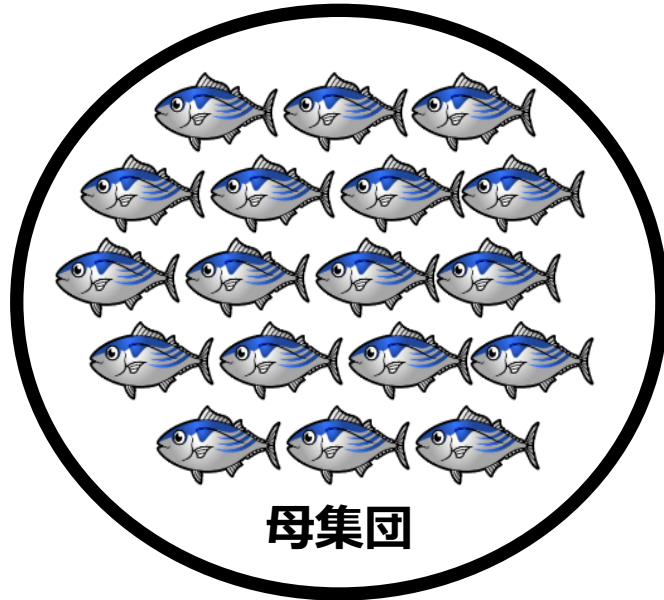
# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？

---

# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？

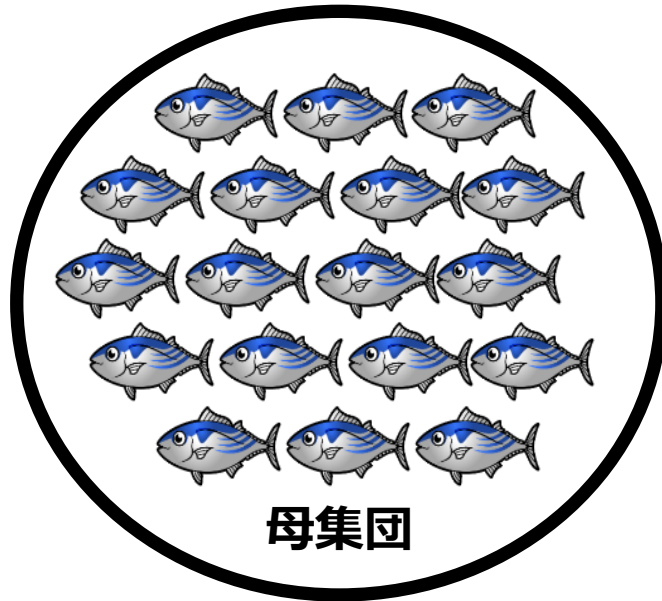
---

太平洋に生息する全マグロ

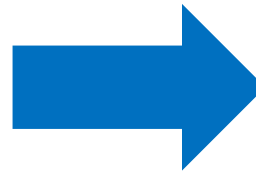


# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？

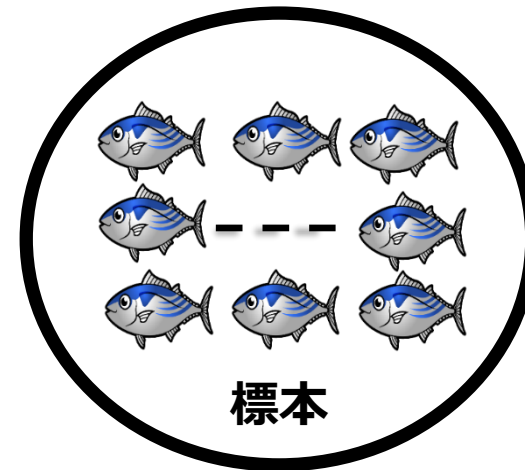
太平洋に生息する全マグロ



無作為抽出

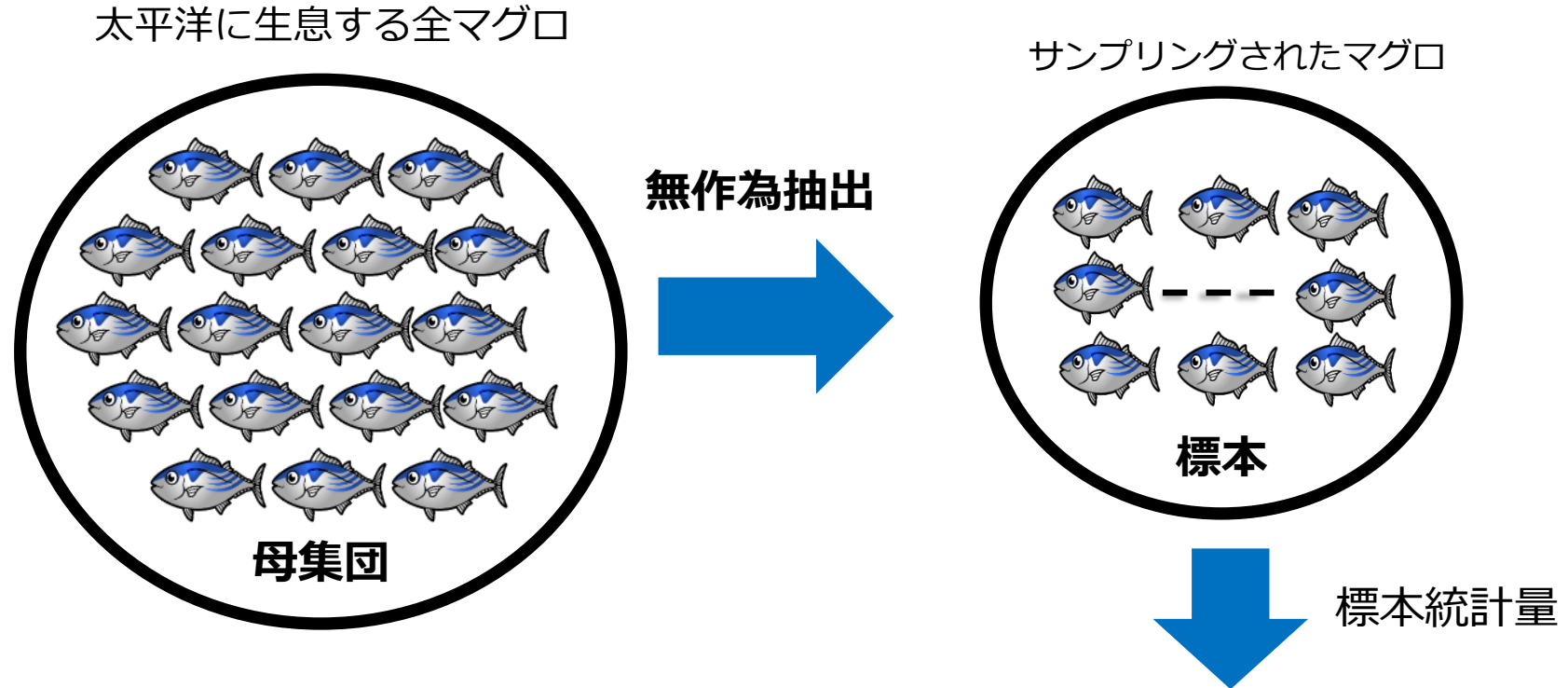


サンプリングされたマグロ

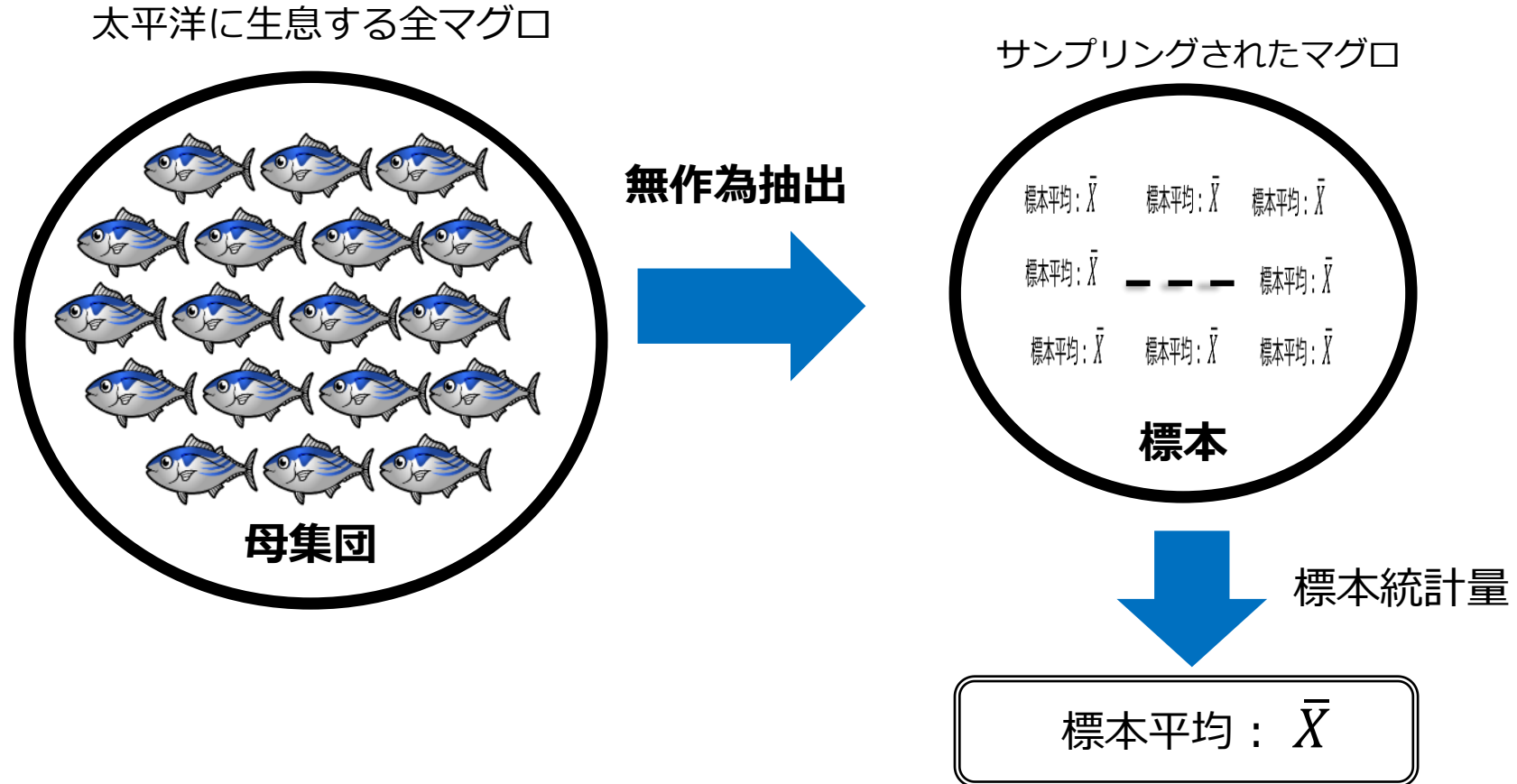




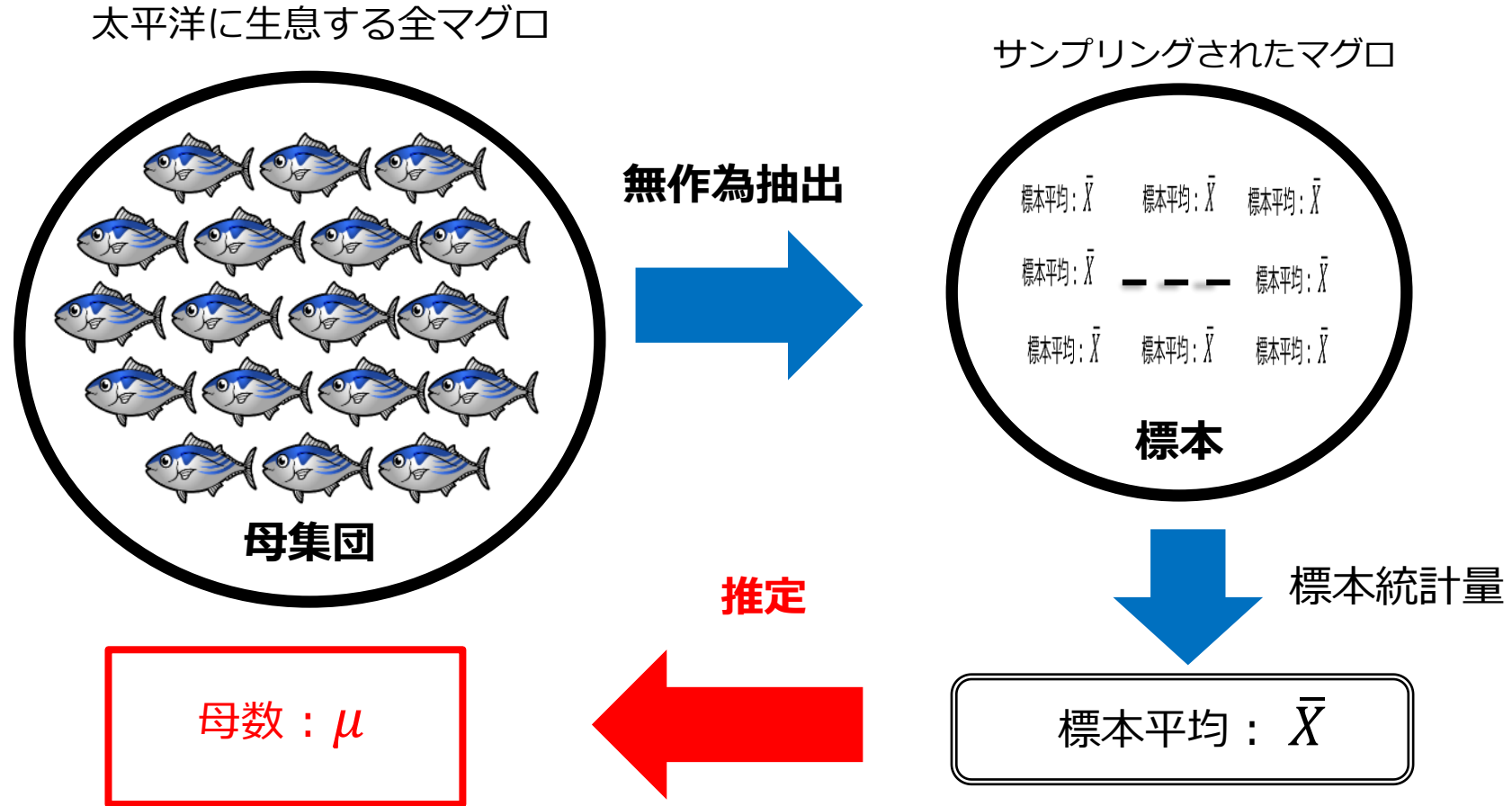
# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？



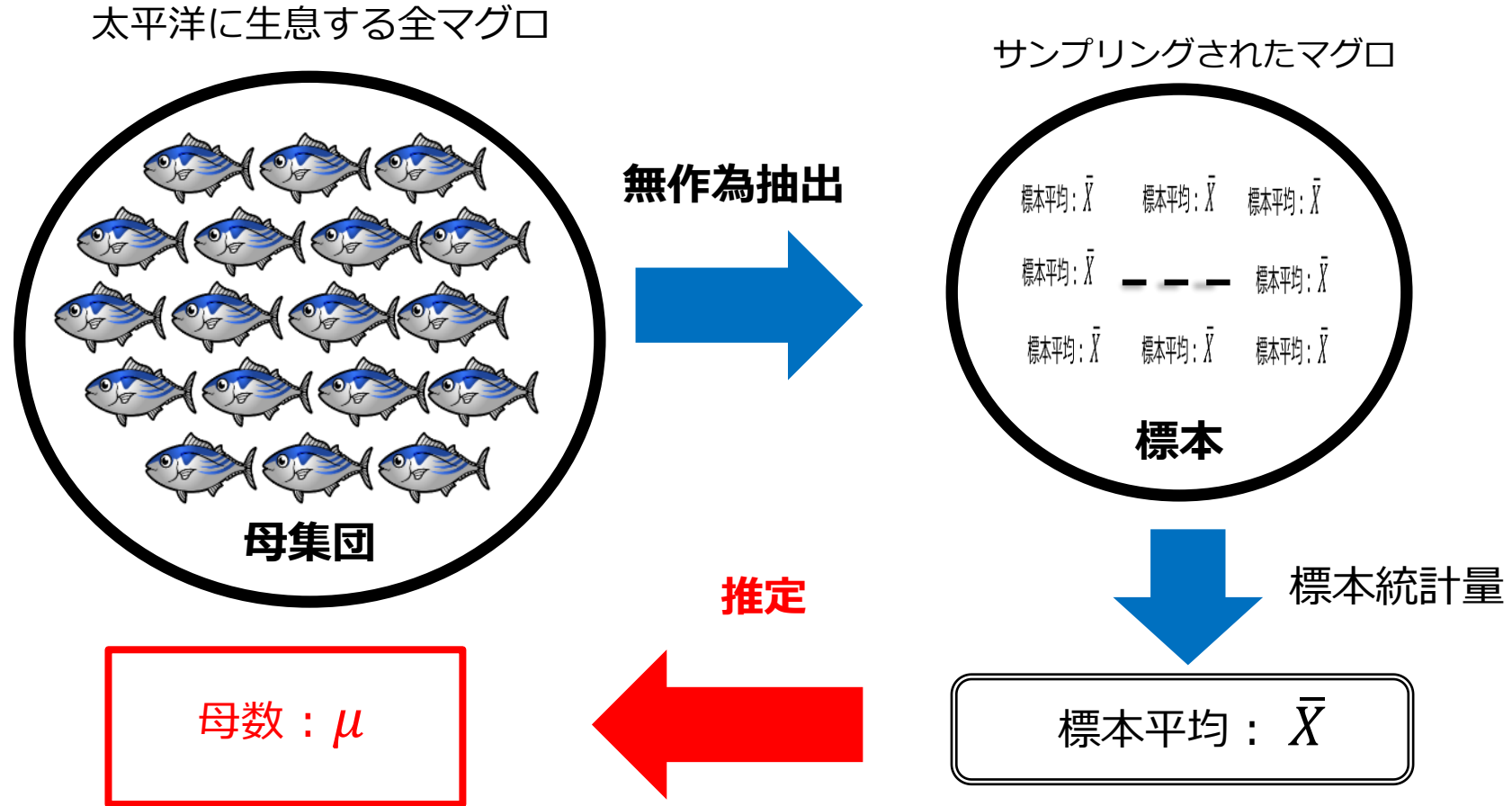
# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？



# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？



# 太平洋に生息するマグロの平均体重は？



2つの値は同じではない  
統計の理論が架け橋となる

# 無作為抽出の重要性

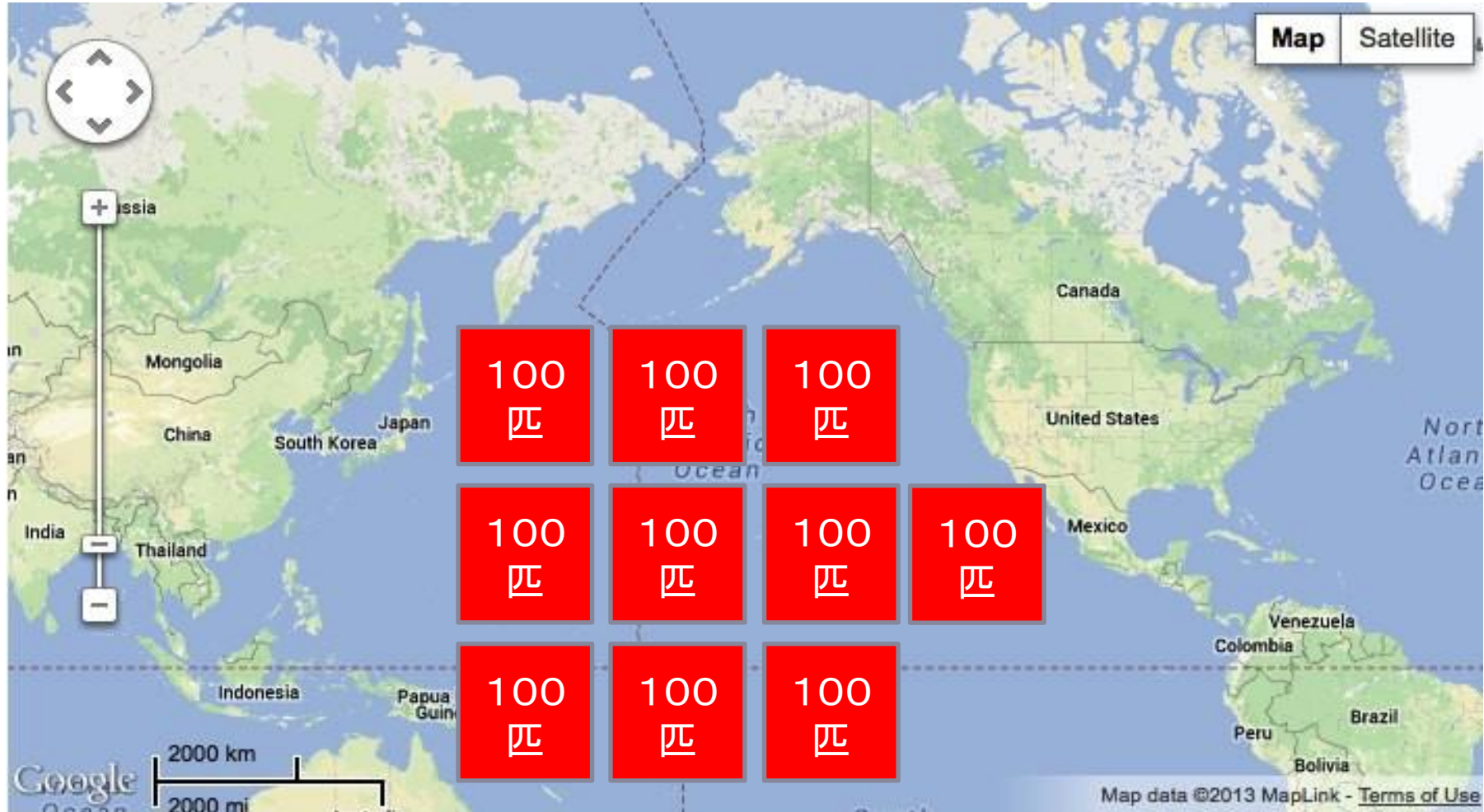


# 無作為抽出の重要性





# 無作為抽出の重要性



# アメリカ大統領選挙の番狂わせ

---

## 1936年のアメリカ大統領選挙



民主党  
フランクリン・ルーズベルト

VS



共和党  
アルフレッド・ランドン



# アメリカ大統領選挙の番狂わせ

## 1936年のアメリカ大統領選挙



民主党  
フランクリン・ルーズベルト

VS



共和党  
アルフレッド・ランドン

200万人を対象に調査を行い、**ランドン**が57%の得票を得て当選すると予想

リテラリー・ダイジェスト社

# アメリカ大統領選挙の番狂わせ

## 1936年のアメリカ大統領選挙

アメリカ世論研究所



民主党  
フランクリン・ルーズベルト

3000人を対象に調査を行い、**ルーズベルト**候補が54%の得票を得て当選することを予想

VS

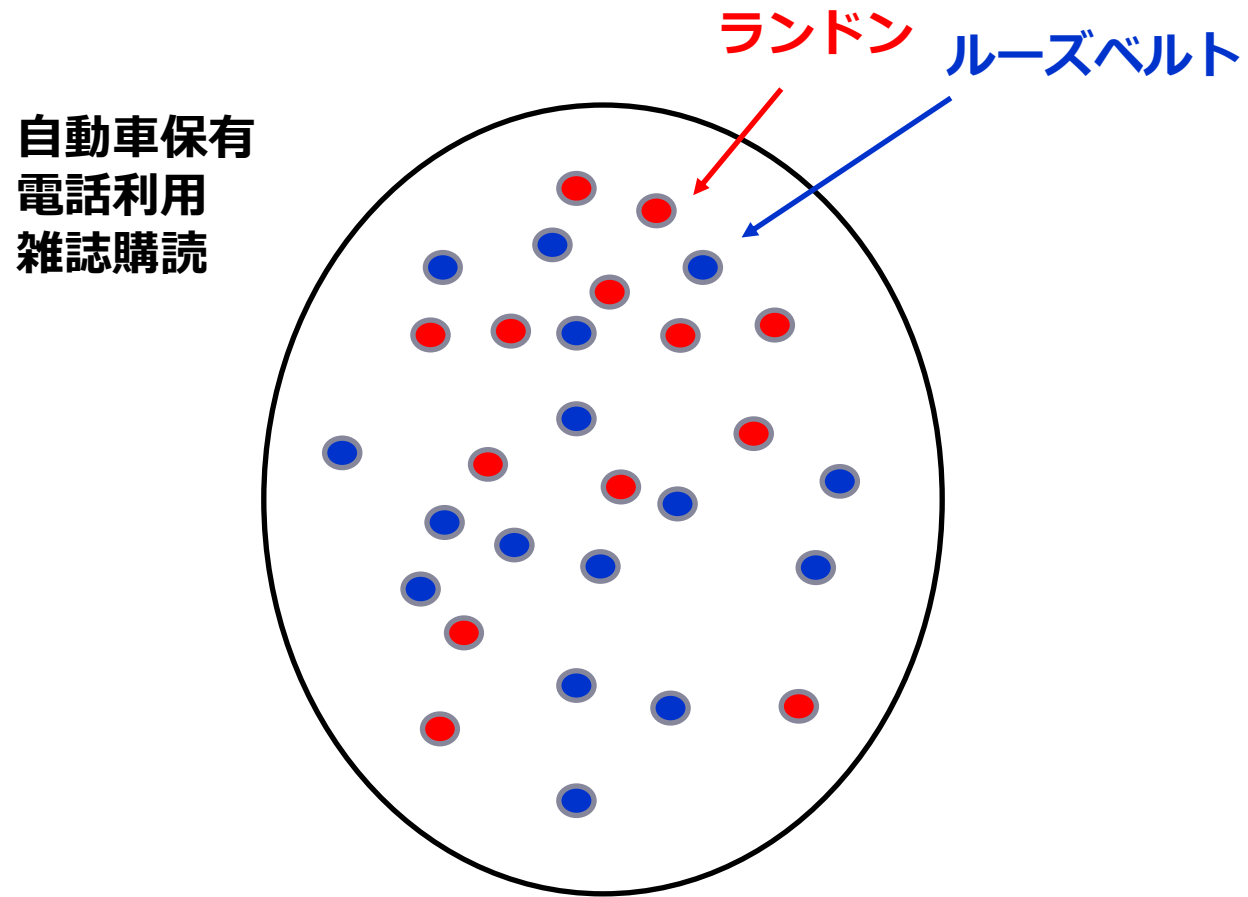


共和党  
アルフレッド・ランドン

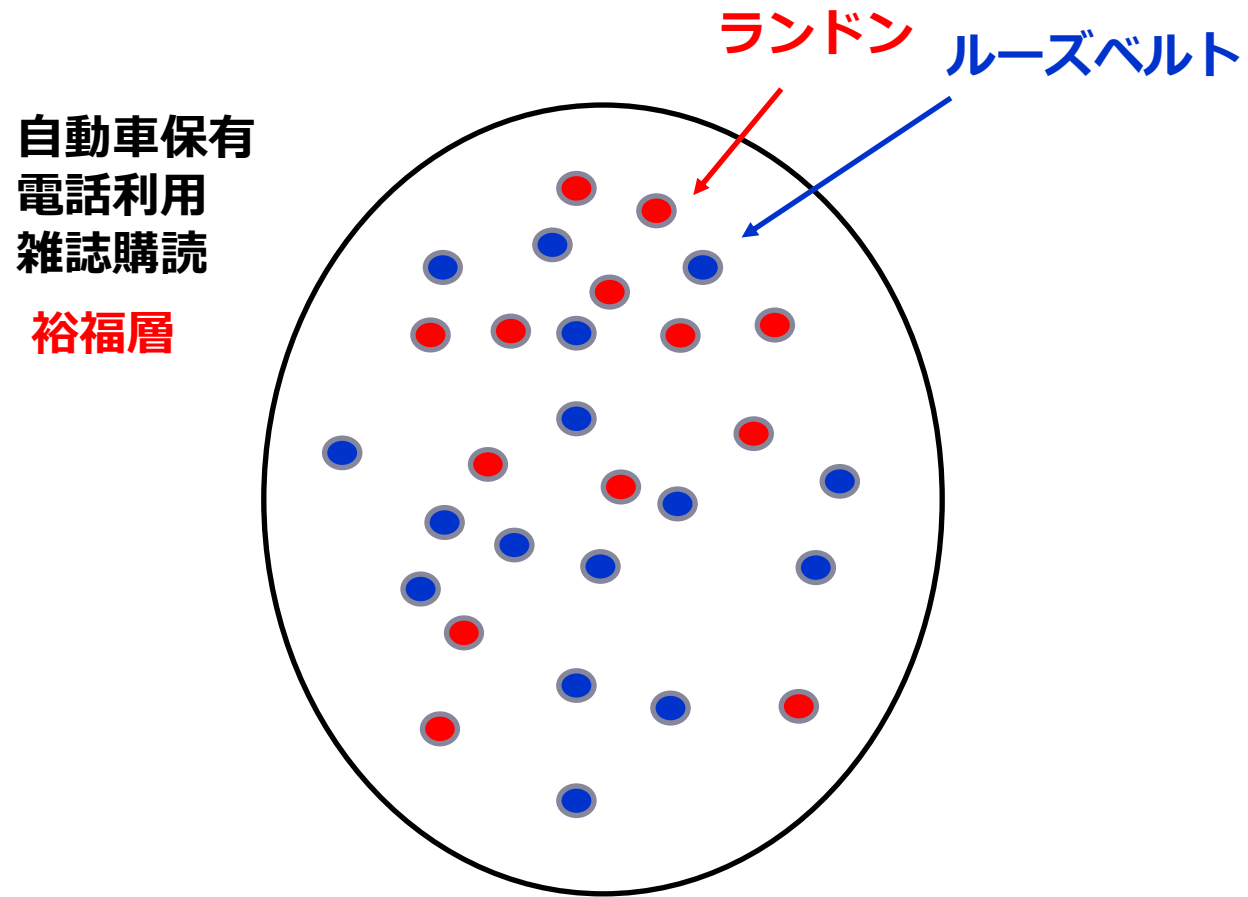
200万人を対象に調査を行い、**ランドン**が57%の得票を得て当選すると予想

リテラリー・ダイジェスト社

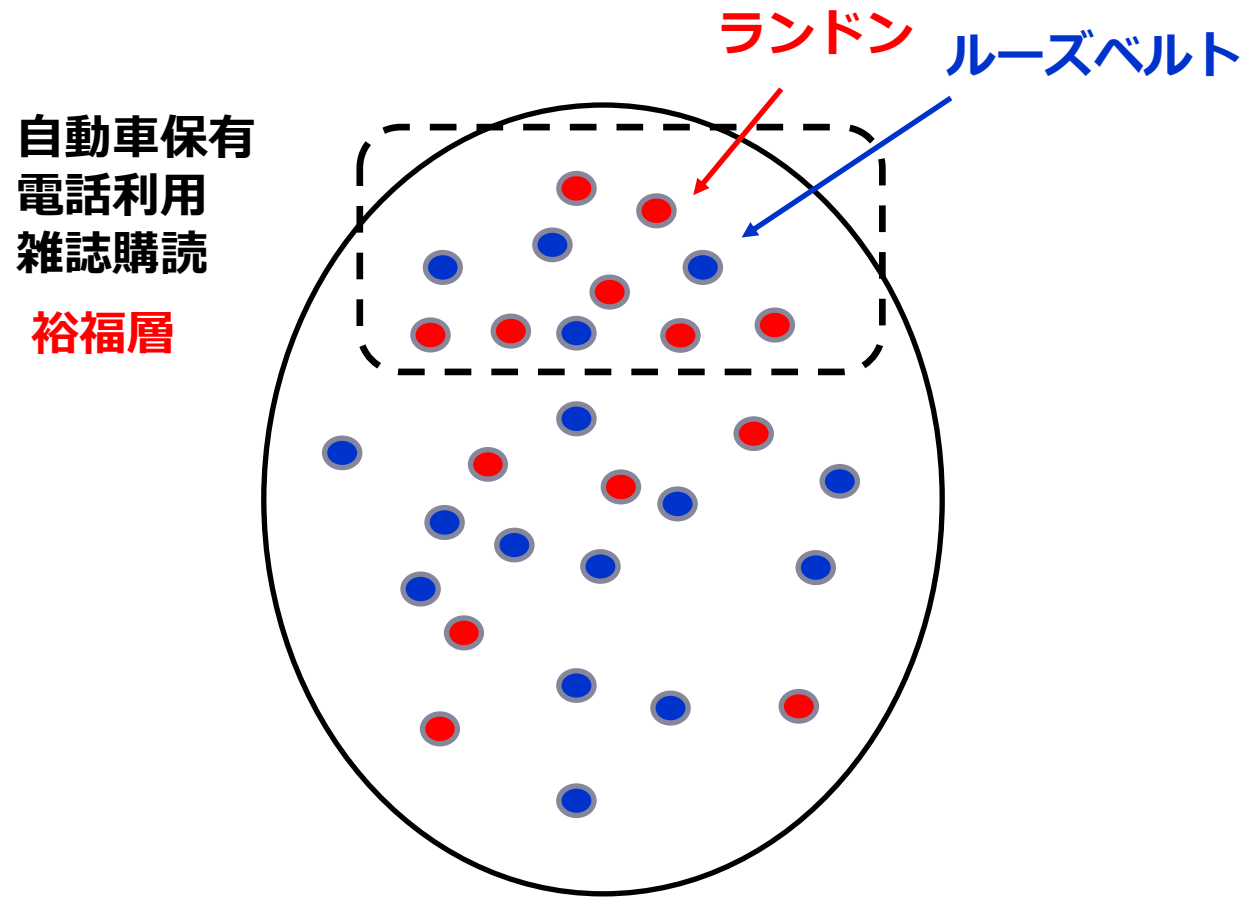
# リテラリー・ダイジェストの抽出方法



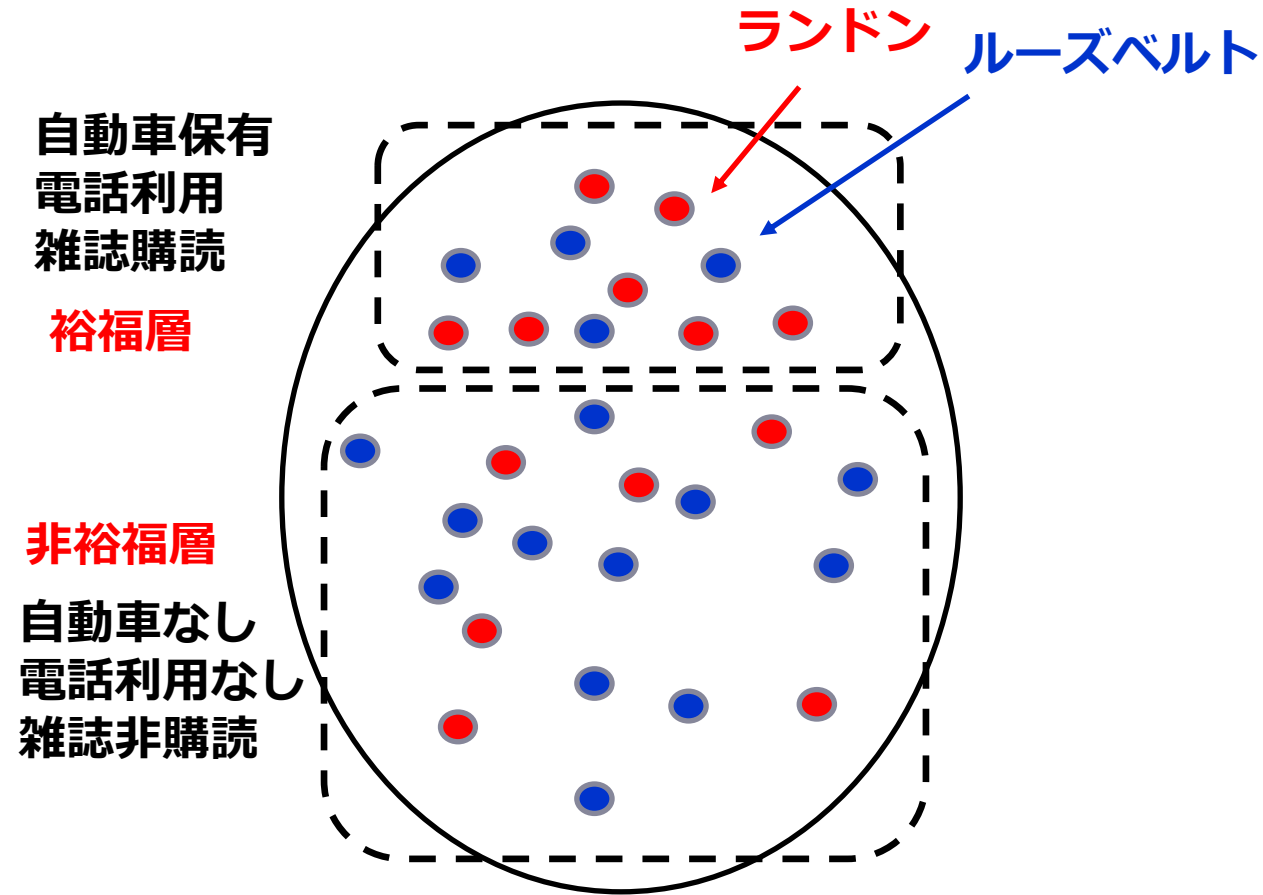
# リテラリー・ダイジェストの抽出方法



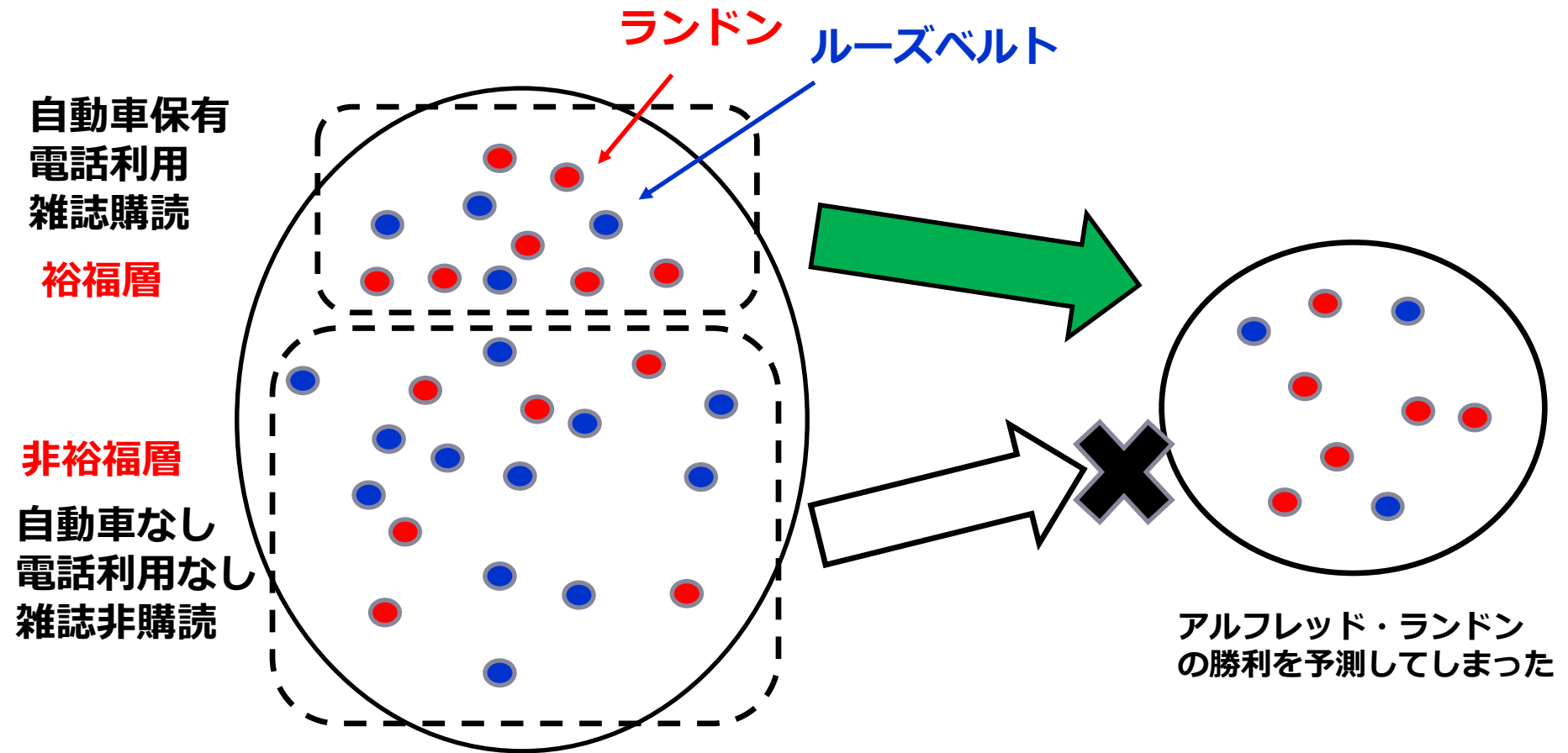
# リテラリー・ダイジェストの抽出方法



# リテラリー・ダイジェストの抽出方法

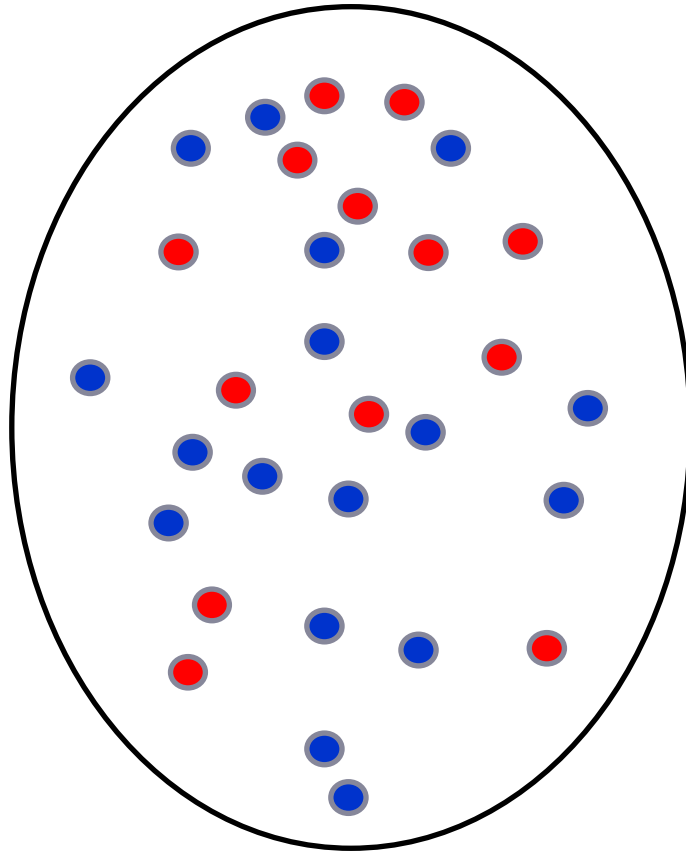


# リテラリー・ダイジェストの抽出方法



# アメリカ世論研究所の抽出方法

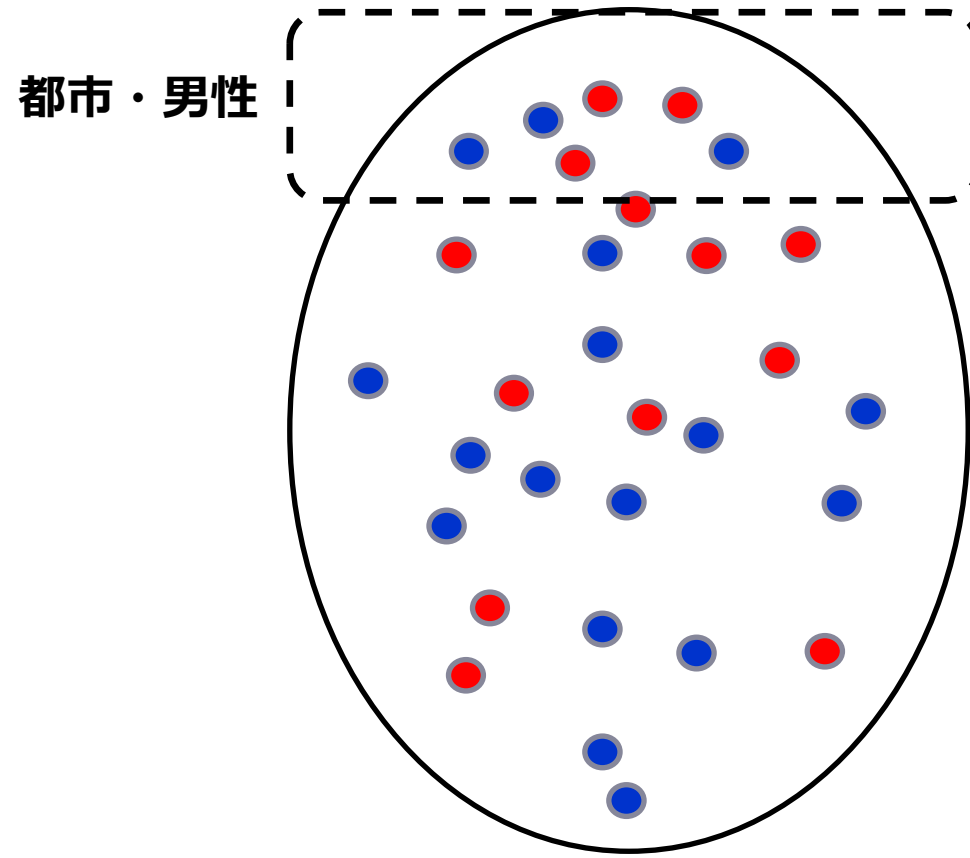
---



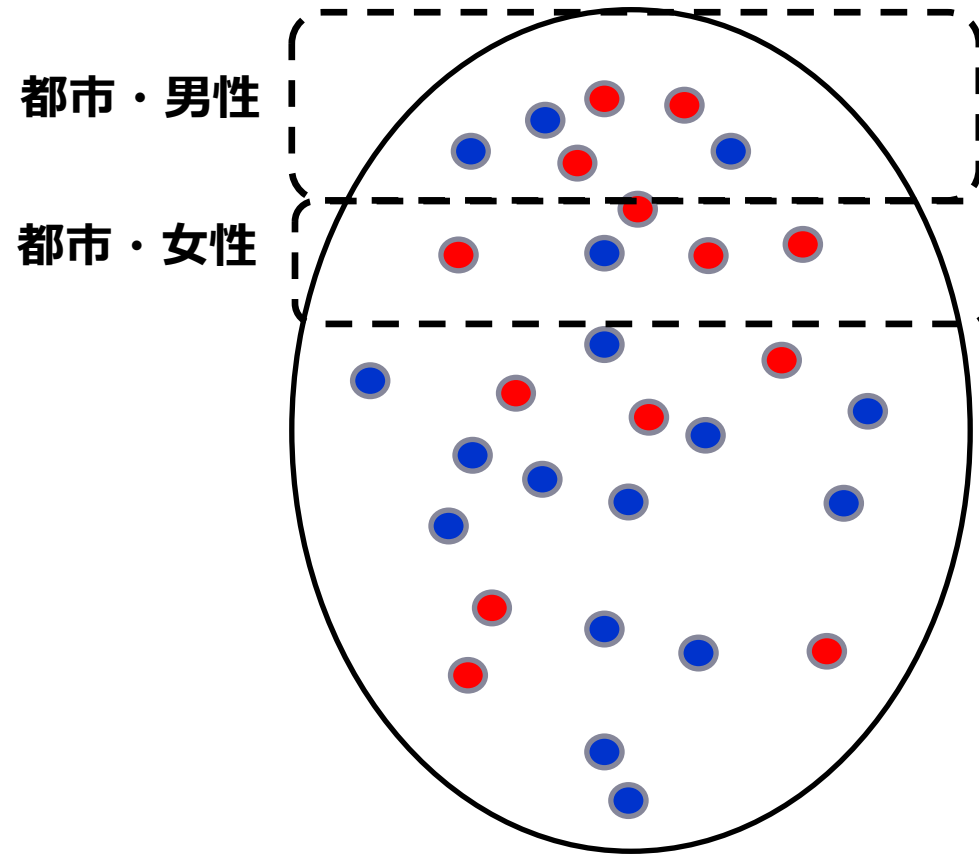


# アメリカ世論研究所の抽出方法

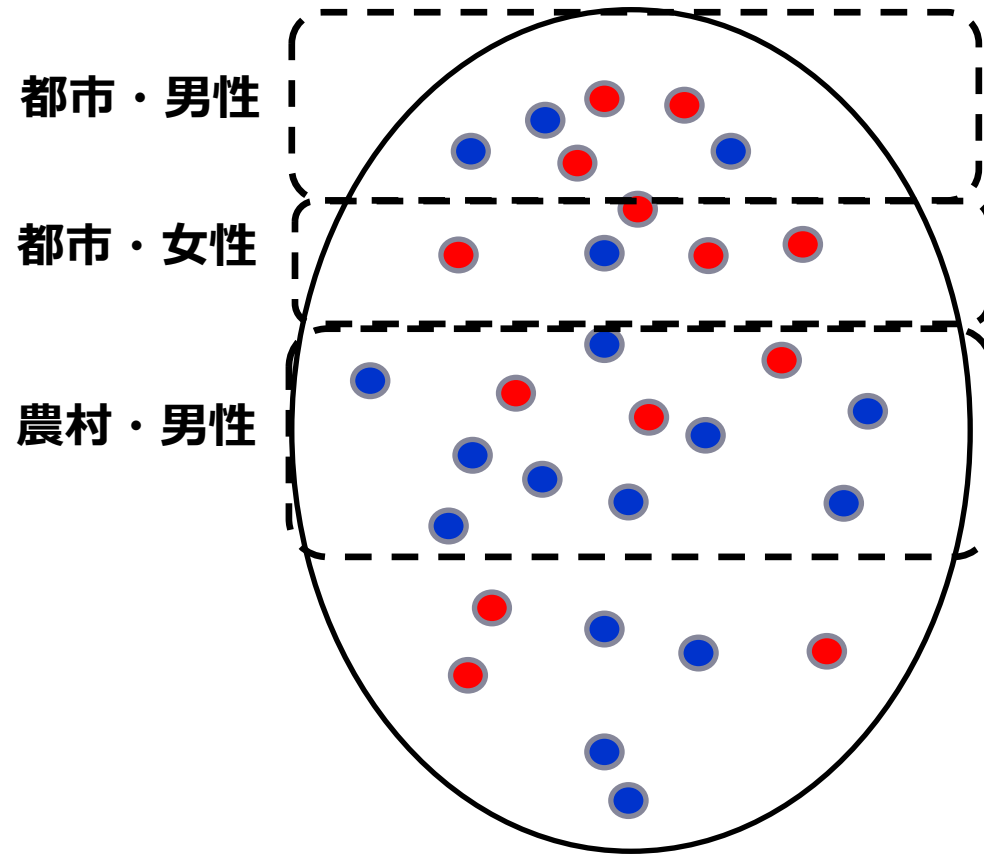
---



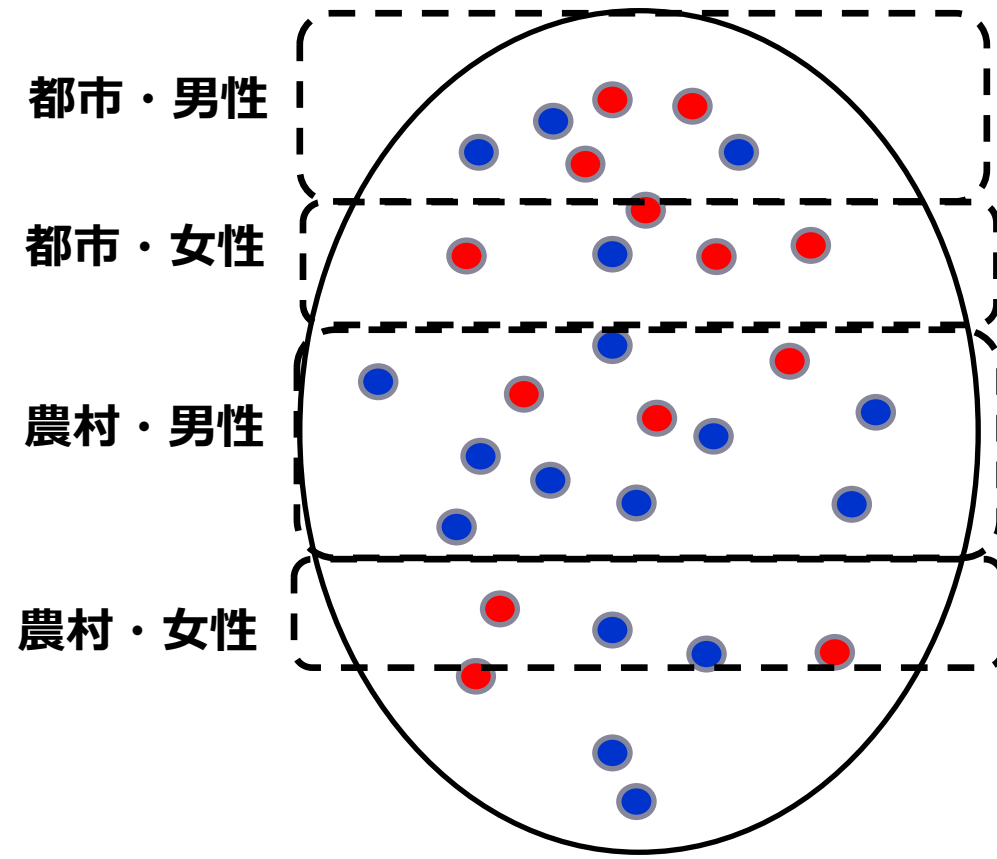
# アメリカ世論研究所の抽出方法



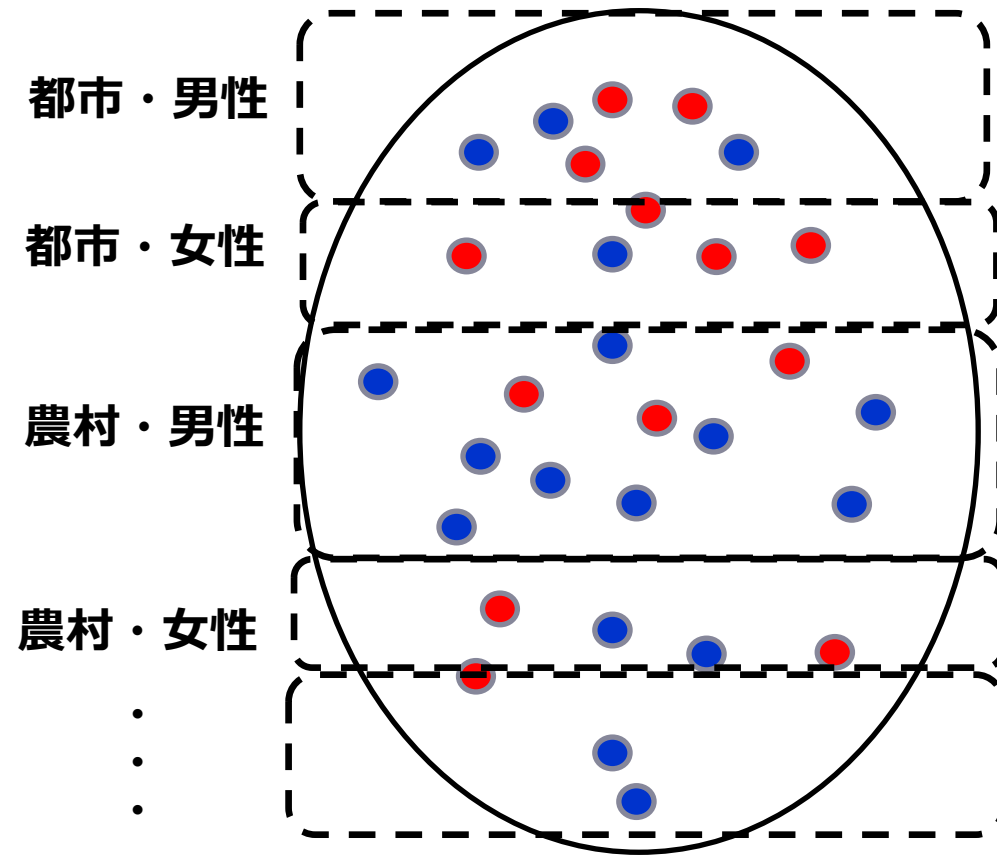
# アメリカ世論研究所の抽出方法



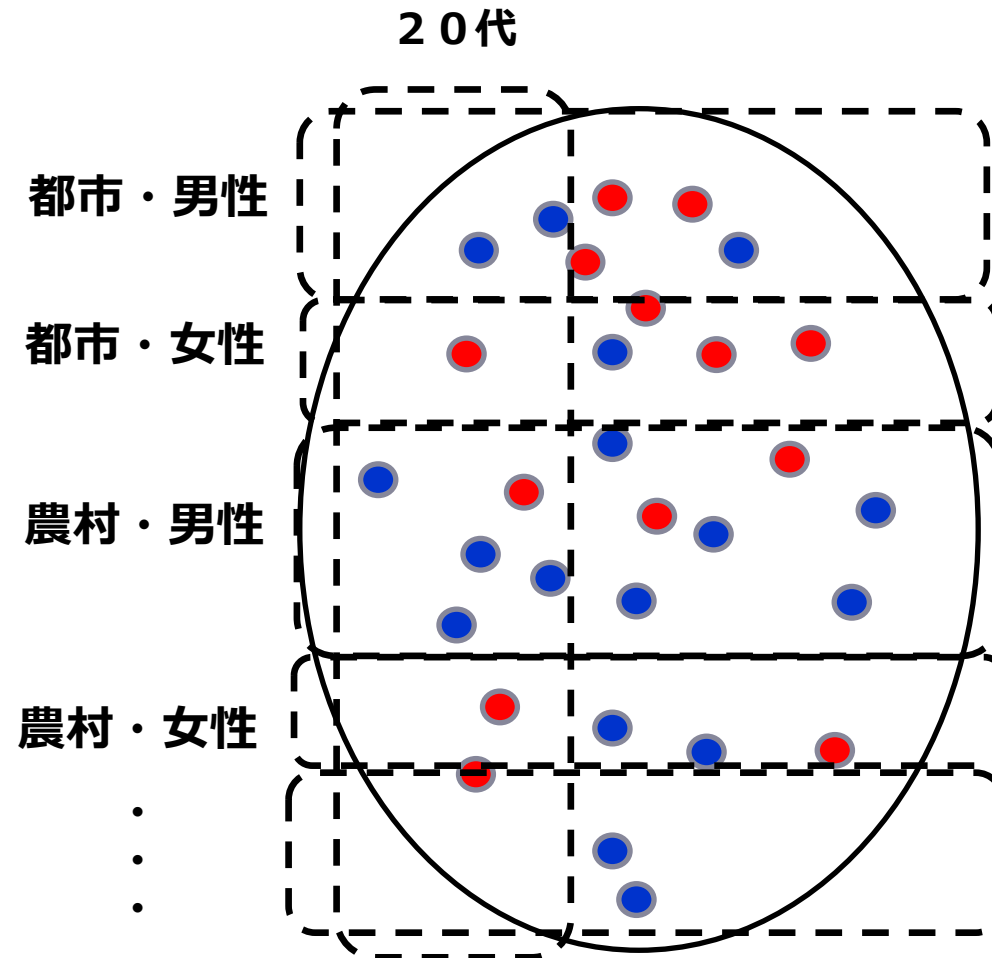
# アメリカ世論研究所の抽出方法



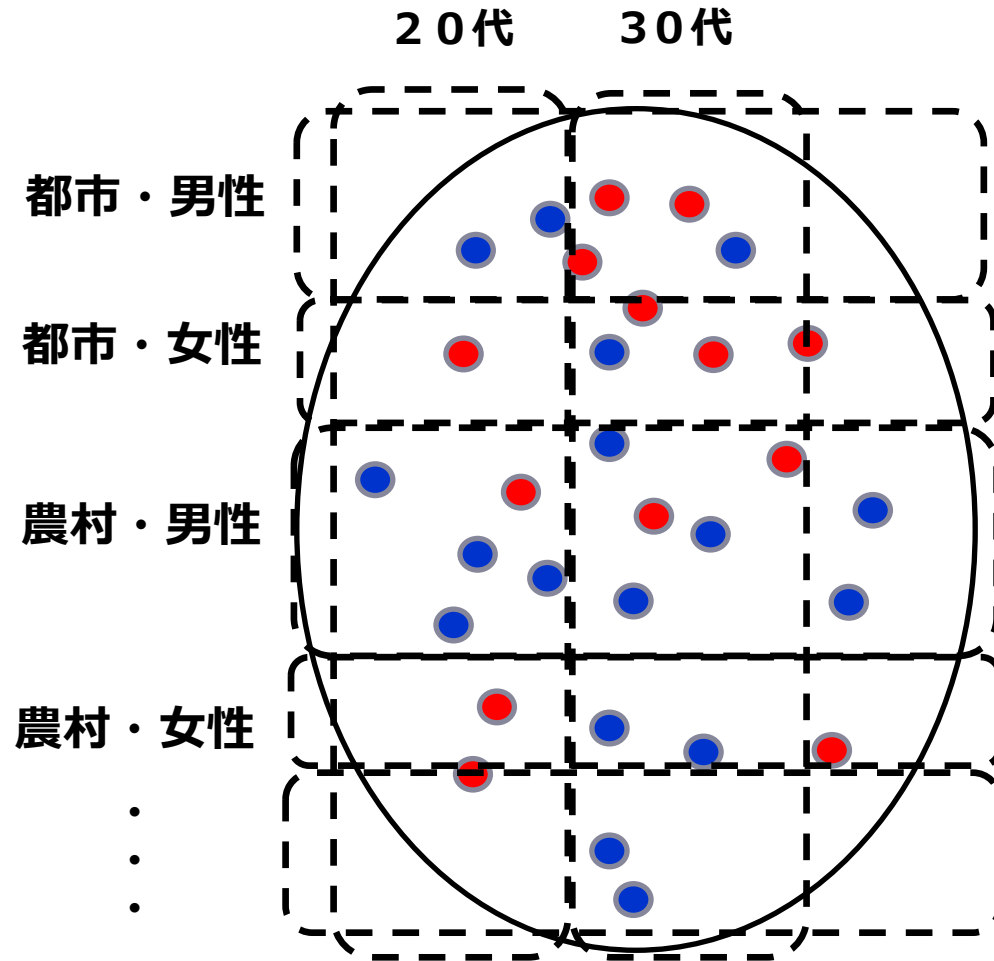
# アメリカ世論研究所の抽出方法



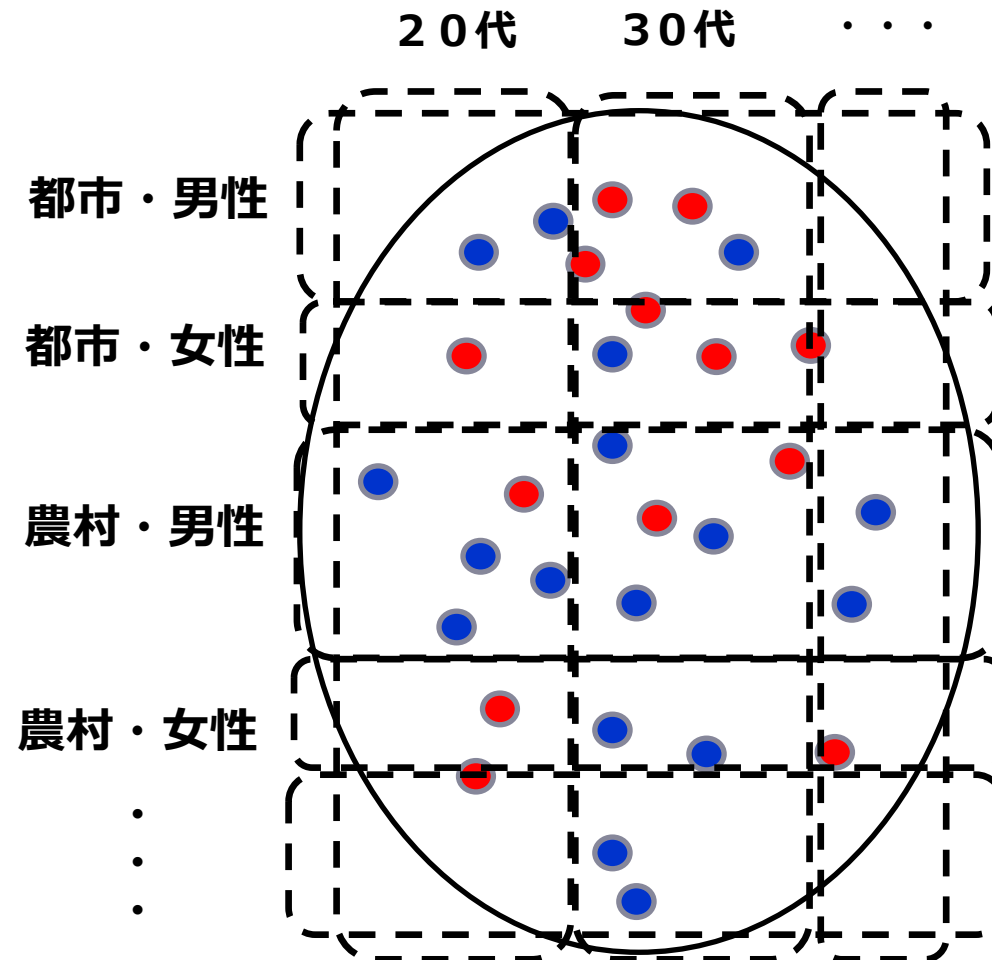
# アメリカ世論研究所の抽出方法



# アメリカ世論研究所の抽出方法

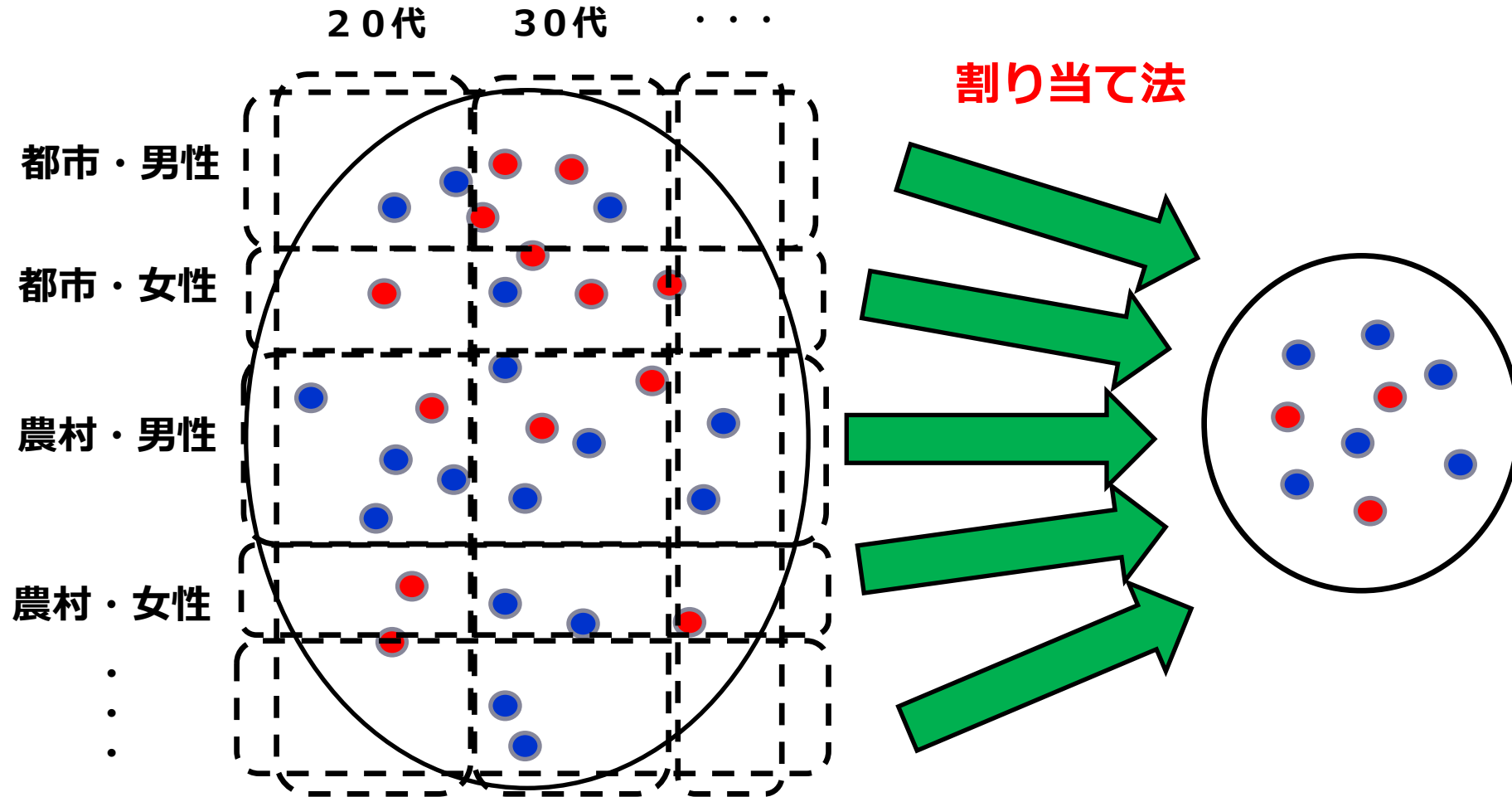


# アメリカ世論研究所の抽出方法

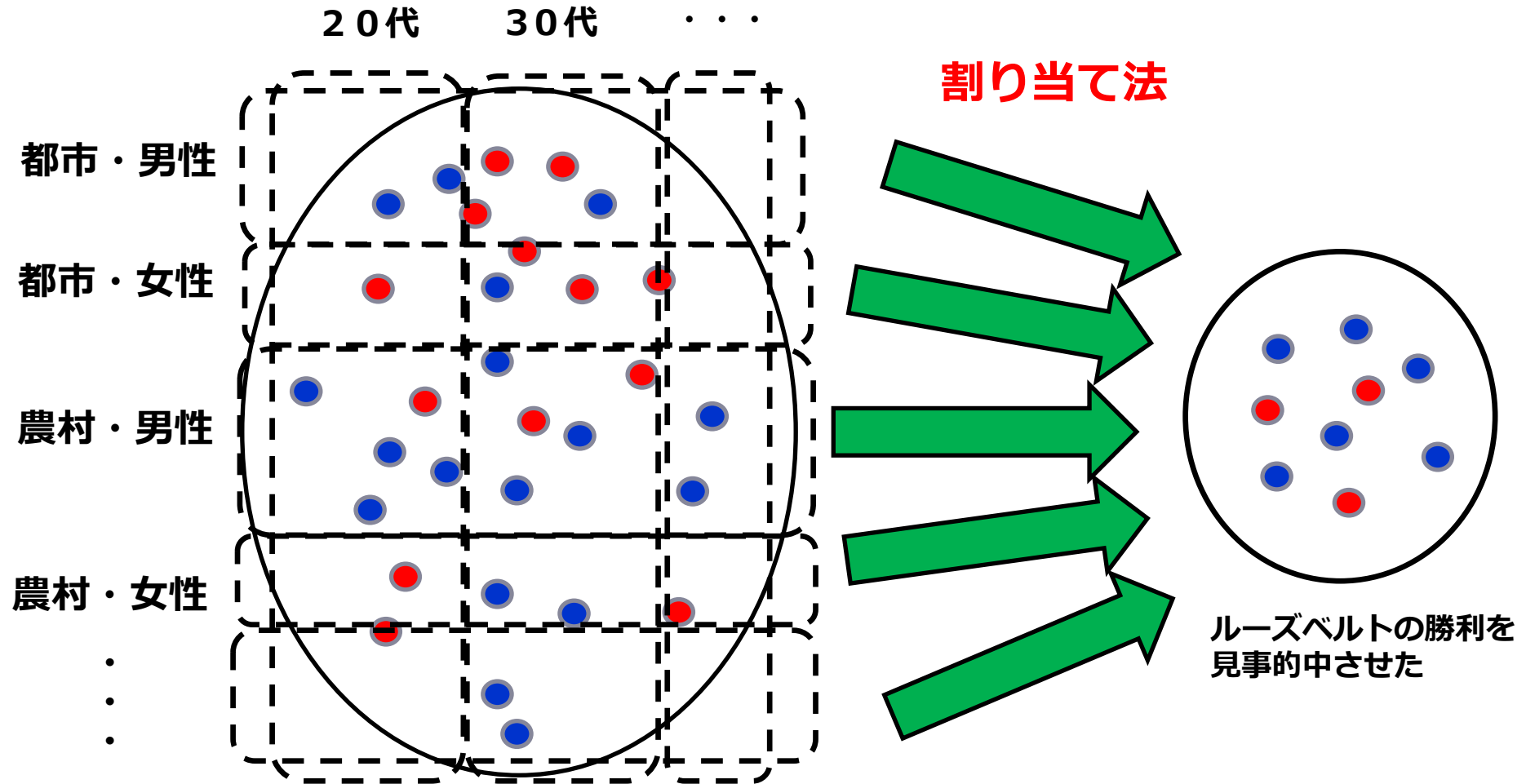




# アメリカ世論研究所の抽出方法



# アメリカ世論研究所の抽出方法



# 色々なサンプリング方法

---

- ・ 単純ランダムサンプリング
- ・ 多段サンプリング
- ・ 層別サンプリング
- ・ 集落サンプリング
- ・ 系統サンプリング

# 問題

---

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

# 問題

---

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

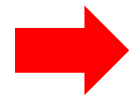
- ・ 学生全員に対しての調査は難しい
- ・ 時間や労力をかけないように100人に対して調査

# 問題

---

ある大学の学生を対象に、住まいや通学に関するアンケート調査を行う。

- ・ 学生全員に対しての調査は難しい
- ・ 時間や労力をかけないように100人に対して調査



**どのようにサンプリングすべきか？**

# 単純サンプリング

---

## ＝ 単純サンプリング ＝

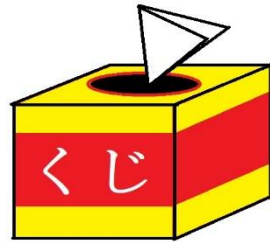
母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。  
人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

# 単純サンプリング

## 単純サンプリング

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。  
人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

方法 1



100人分の当たりくじ

方法2



サイコロを投げて、  
該当する番号を学生を調査

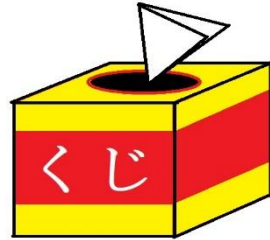


# 単純サンプリング

## 単純サンプリング

母集団全体から無作為にサンプリングをする方法。  
人が操作できない偶然によって選び出すようにする。

方法 1



100人分の当たりくじ

方法2



サイコロを投げて、  
該当する番号を学生を調査

**メリット：**人の意思が入ってこないなので、ランダム抽出できる

**デメリット：**対象者全員の参加あるいは事前情報が必要となる

# 多段サンプリング

---

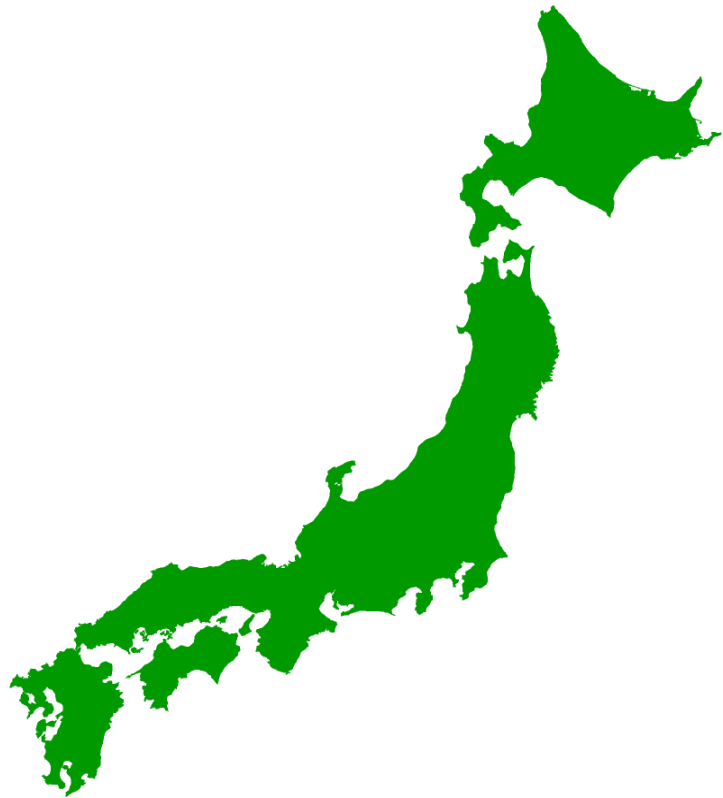
## 多段サンプリング

- ① 母集団をいくつかのグループに分ける。
- ② いくつかのグループを無作為に選ぶ（1段目）
- ③ さらに細かいグループを無作為に選ぶ（2段目）
- ④これを繰り返して最終的に無作為に対象を選ぶ。

# 多段サンプリング

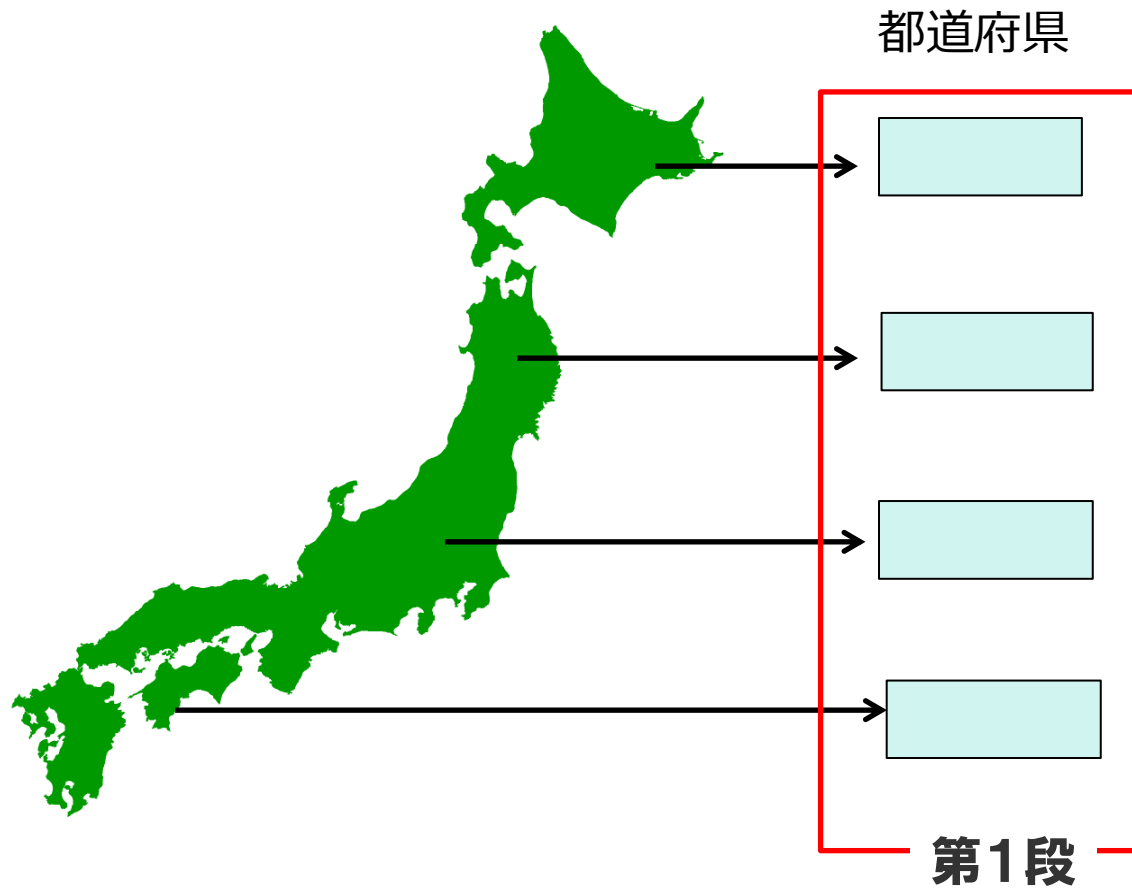
---

全国の家計を対象として調査を行う場合



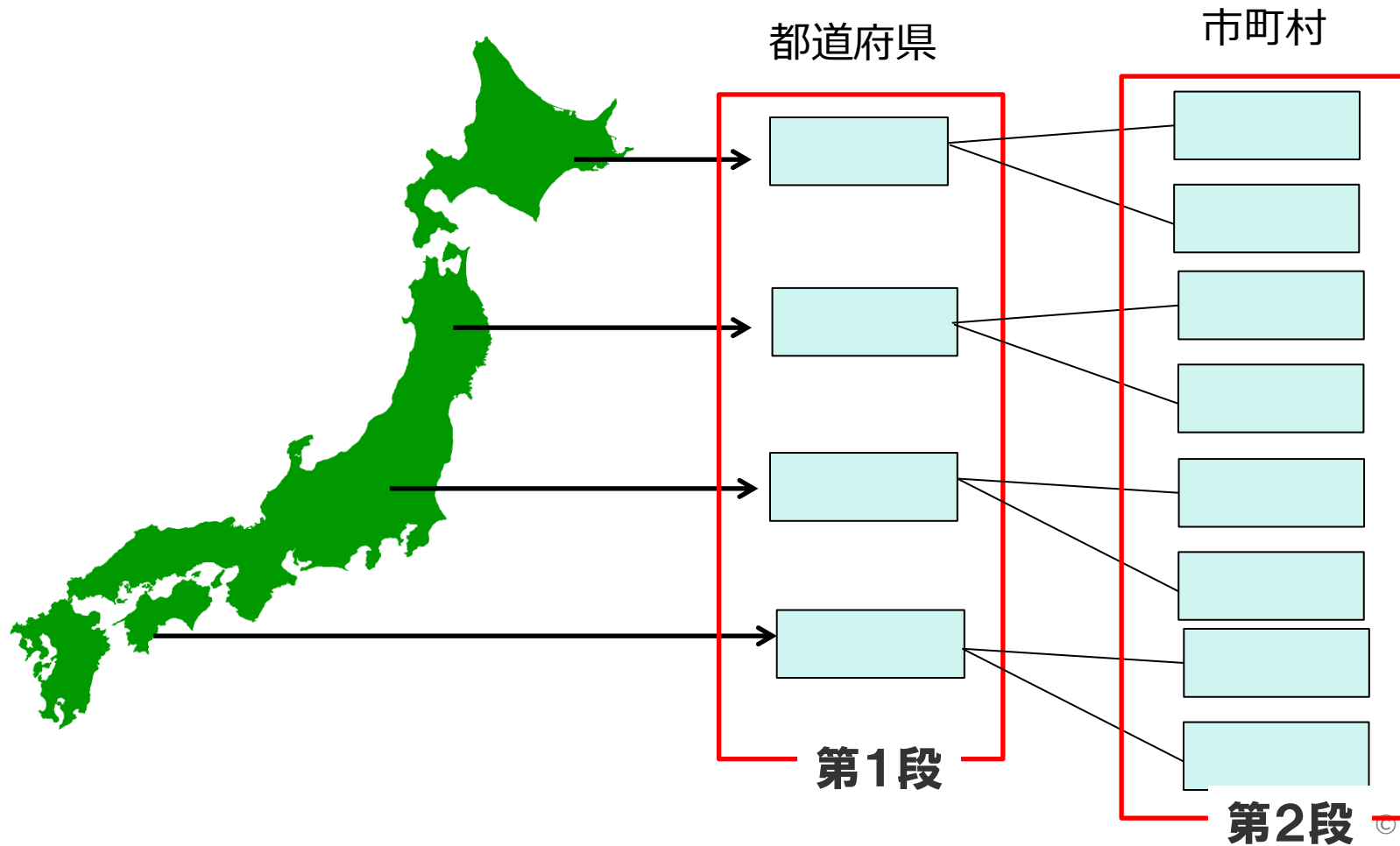
# 多段サンプリング

全国の家計を対象として調査を行う場合



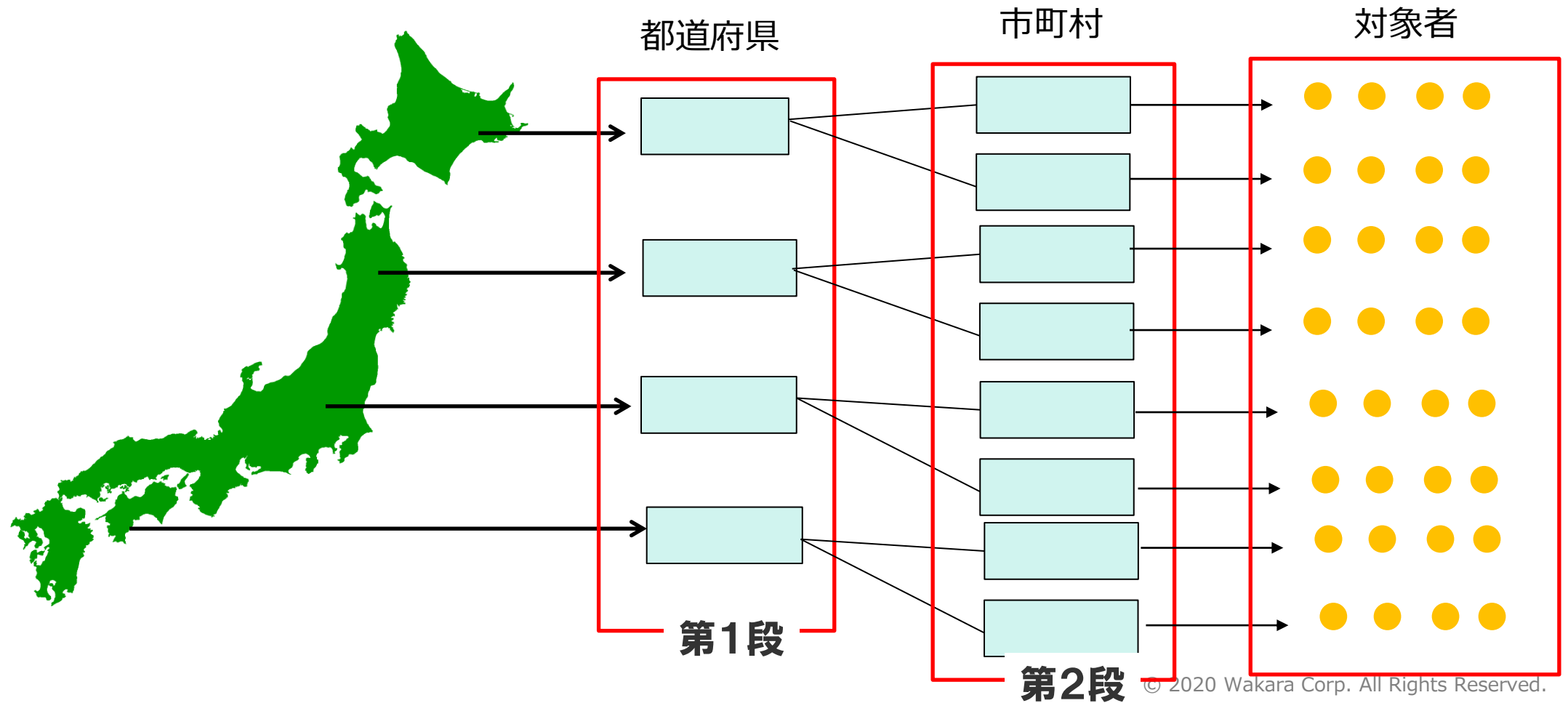
# 多段サンプリング

全国の家帯を対象として調査を行う場合



# 多段サンプリング

全国の世帯を対象として調査を行う場合



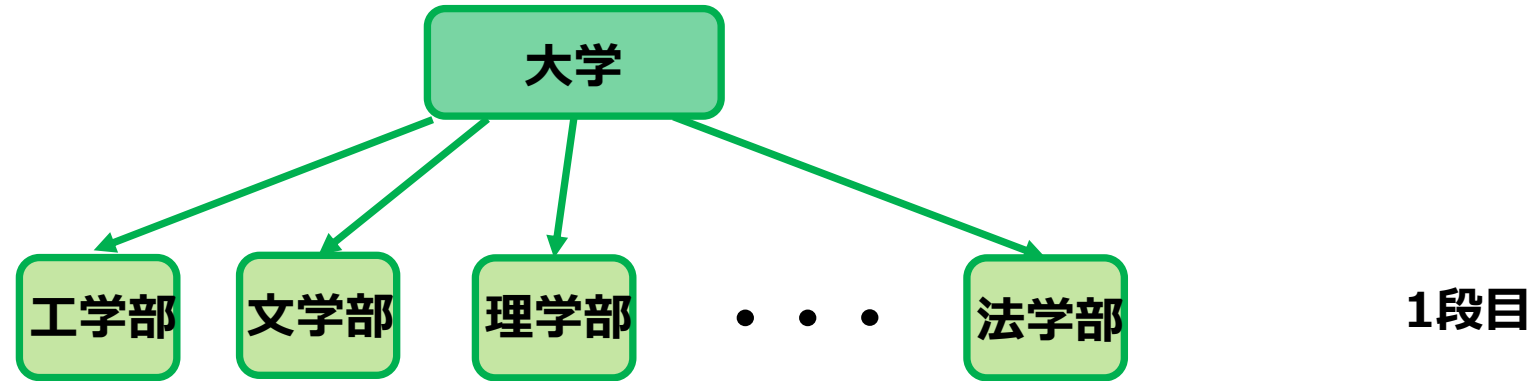
# 多段サンプリング

---

大学

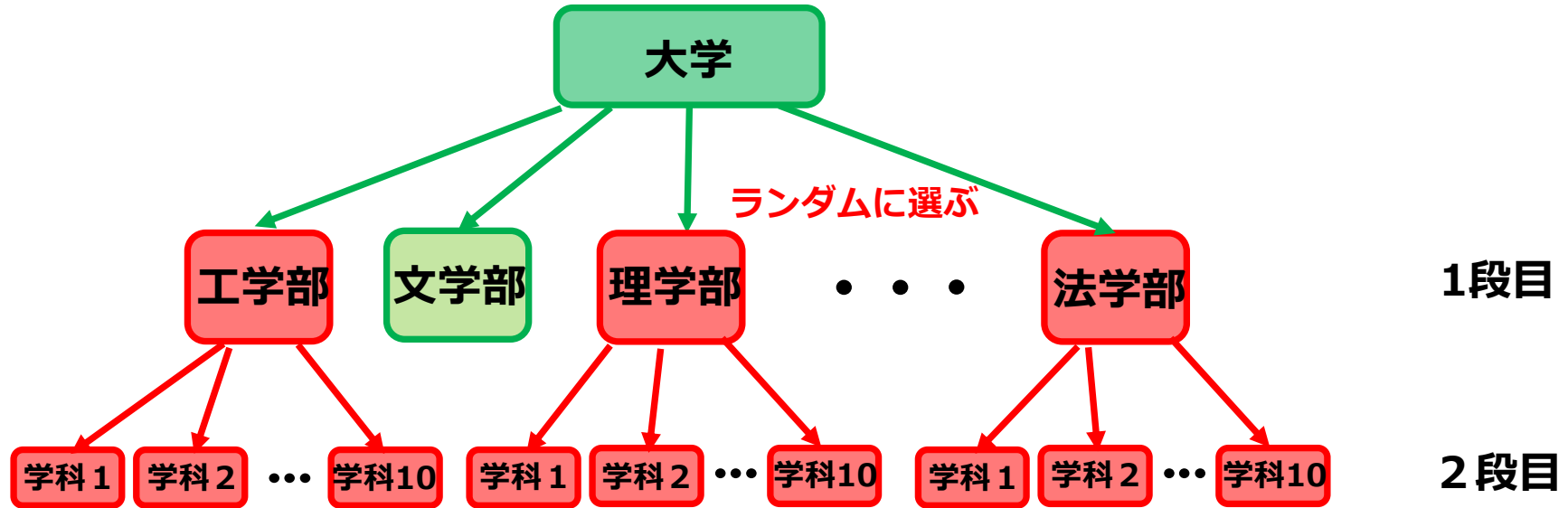
# 多段サンプリング

---

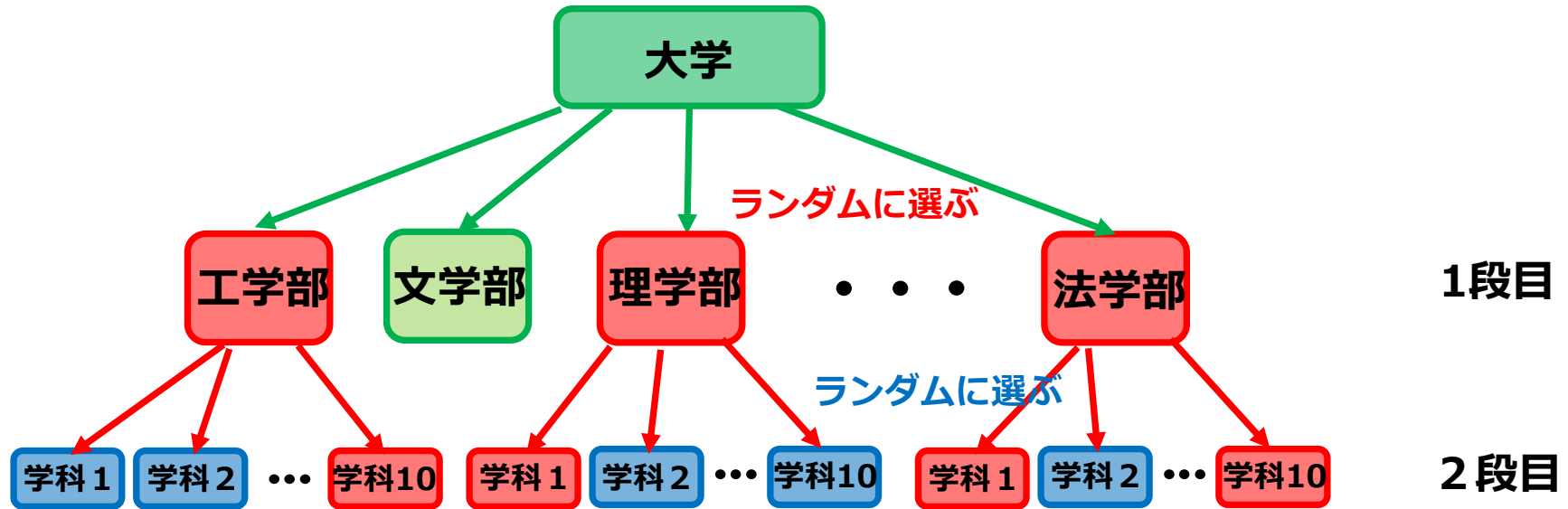




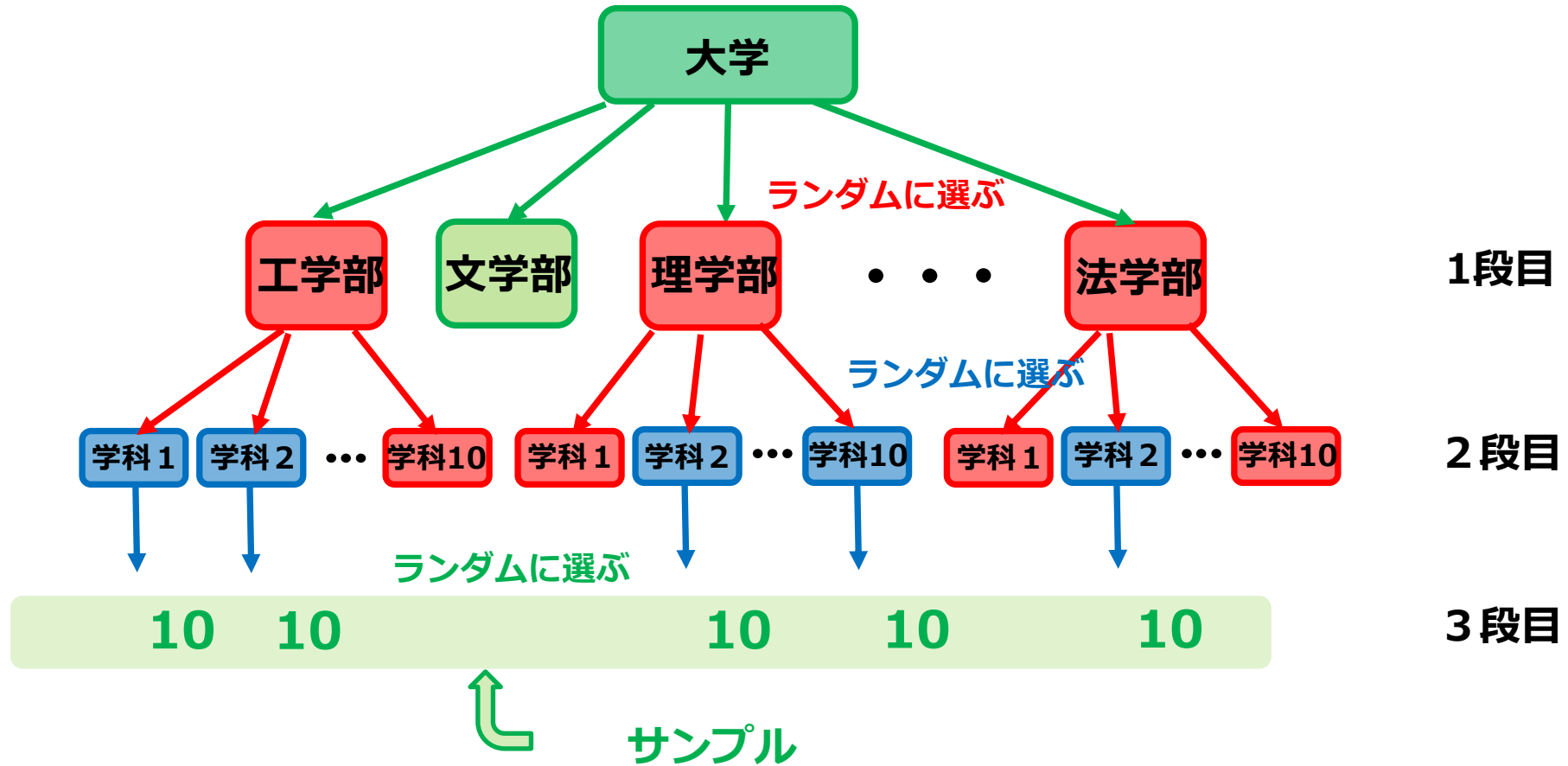
# 多段サンプリング



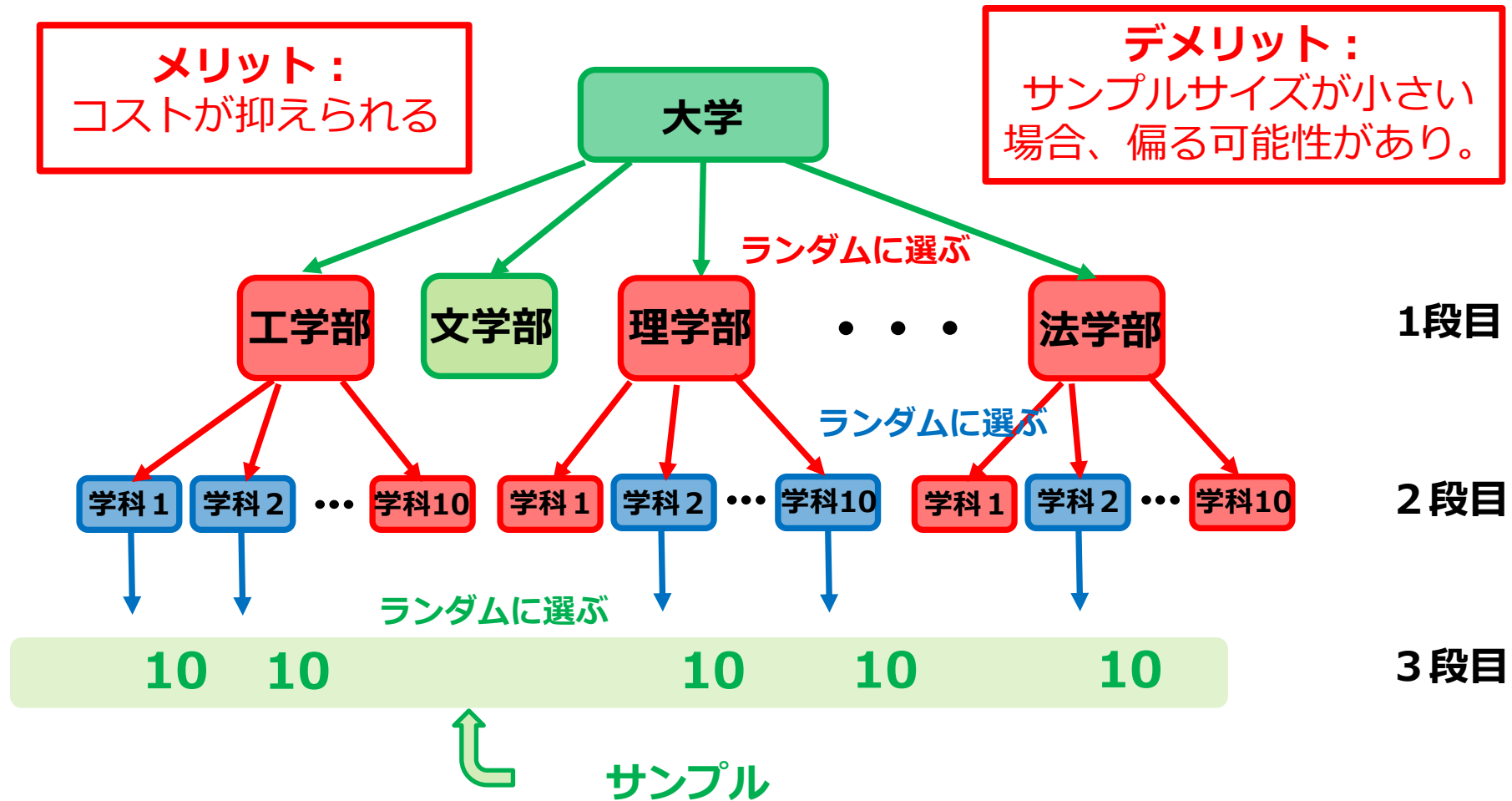
# 多段サンプリング



# 多段サンプリング



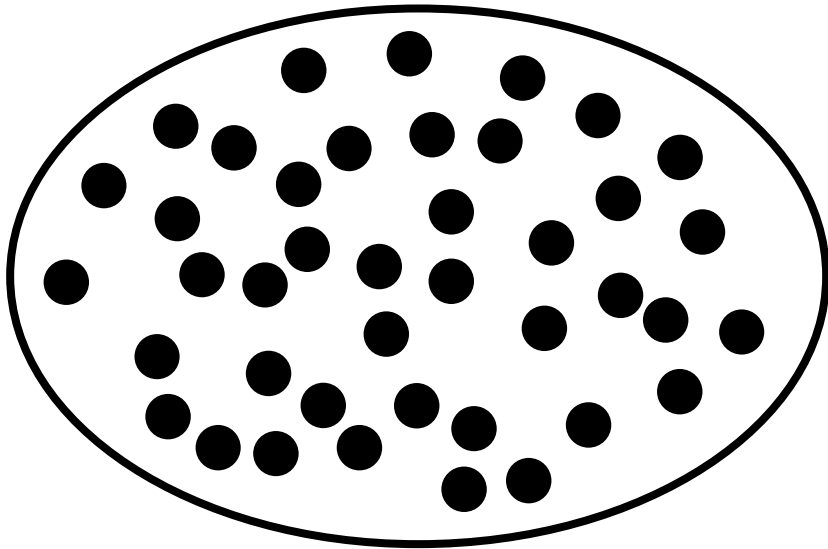
# 多段サンプリング



# 層別サンプリング

## 層別サンプリング

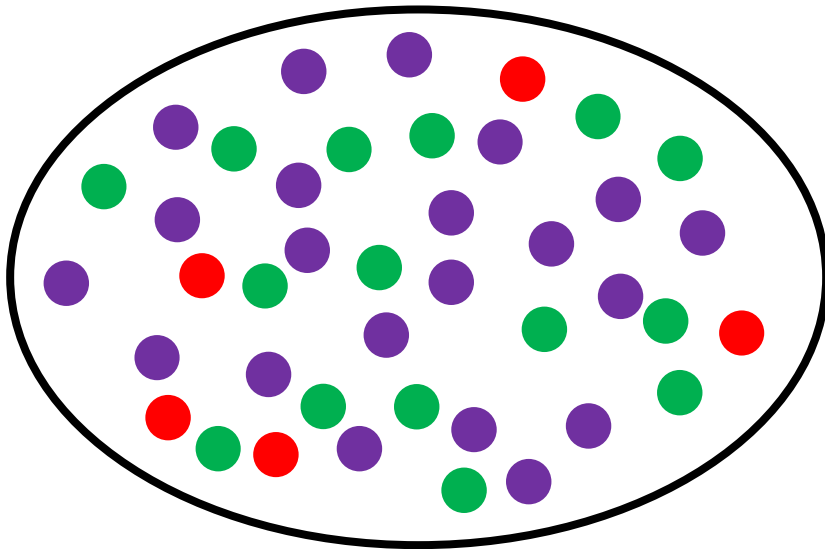
母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**（グループ）に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法



# 層別サンプリング

## 層別サンプリング

母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**（グループ）に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法

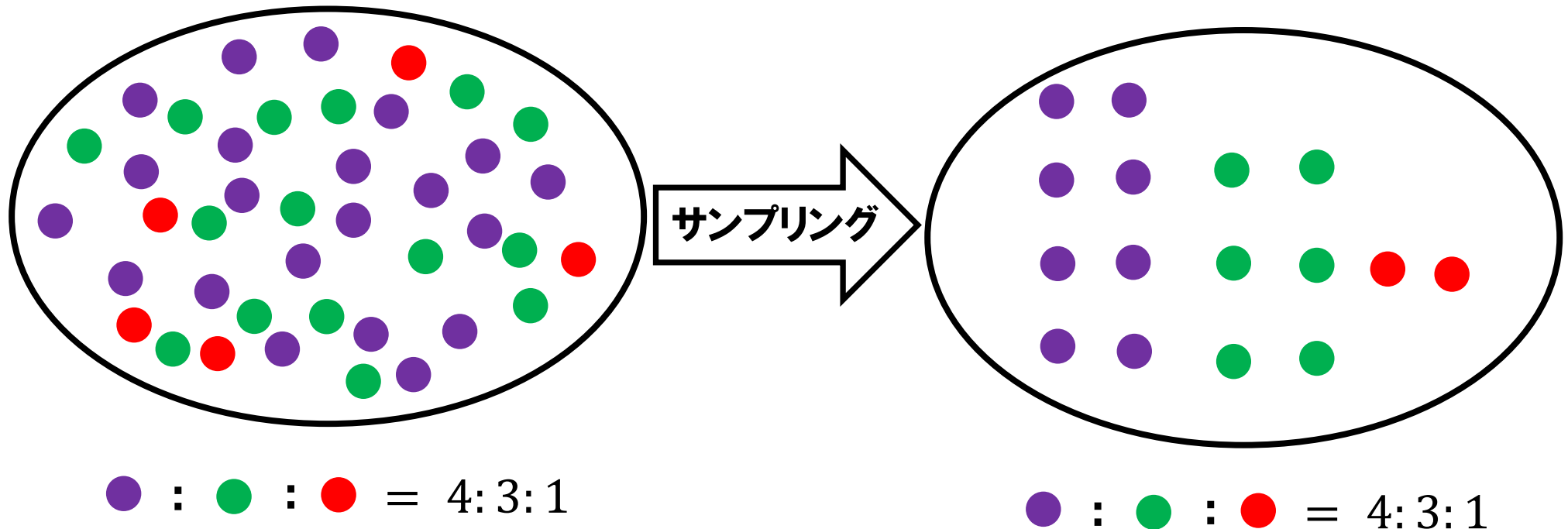


$$\text{●} : \text{●} : \text{●} = 4 : 3 : 1$$

# 層別サンプリング

## 層別サンプリング

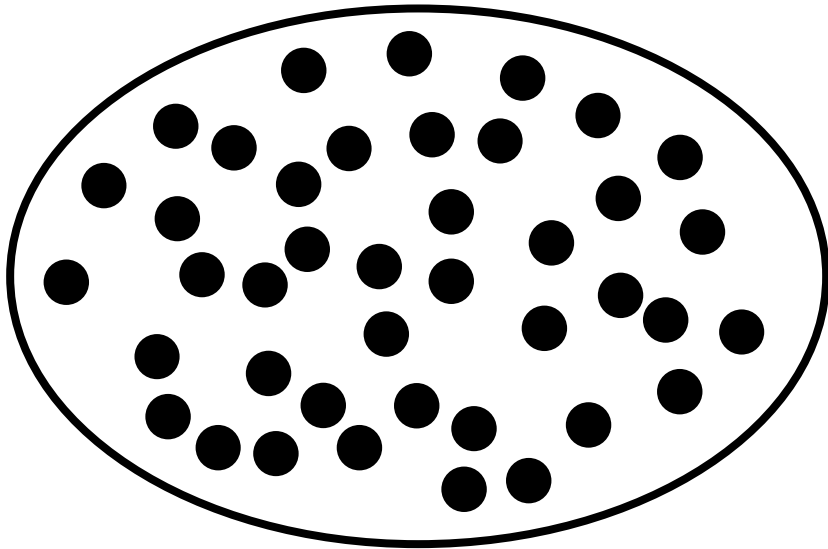
母集団をあらかじめ**特徴の異なるいくつかの層**（グループ）に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為に抽出する方法



# 層別サンプリング

---

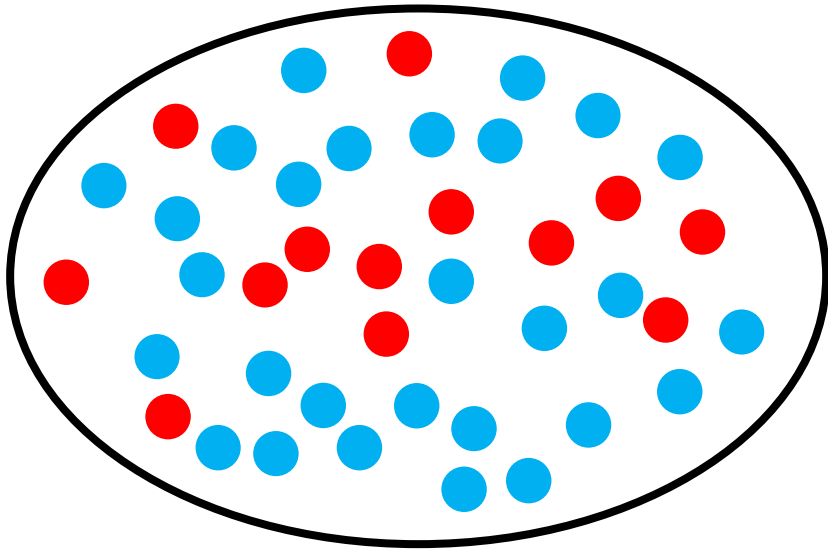
男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。





# 層別サンプリング

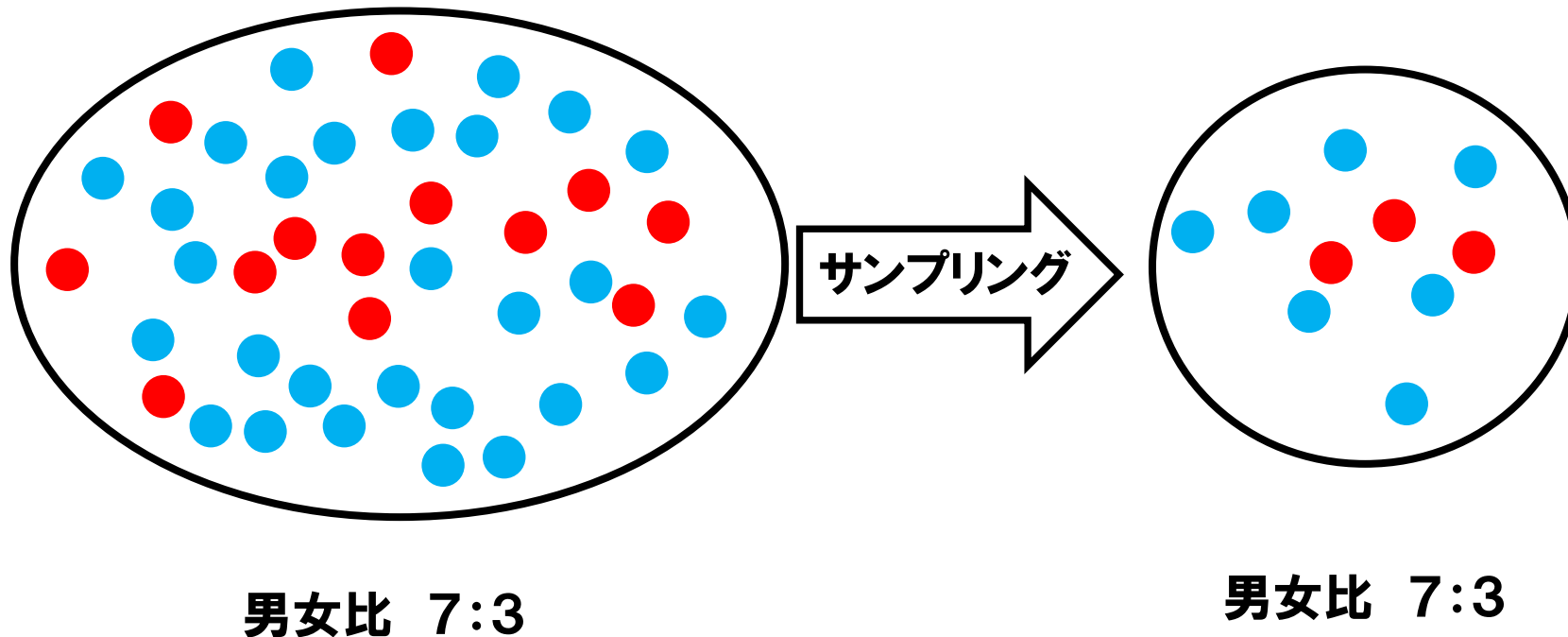
男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。



**男女比 7:3**

# 層別サンプリング

男女比が7:3の大学で、100人の学生を調査する場合、男子70名、女子30名をそれぞれに無作為に抽出する。



# 層別サンプリング

---

## メリット：

- ・母集団の推測の精度が増す
- ・各層の特徴が大きく異なる場合に有用

## デメリット：

- ・母集団の構成情報を事前に知っておく必要がある

# 系統サンプリング

---

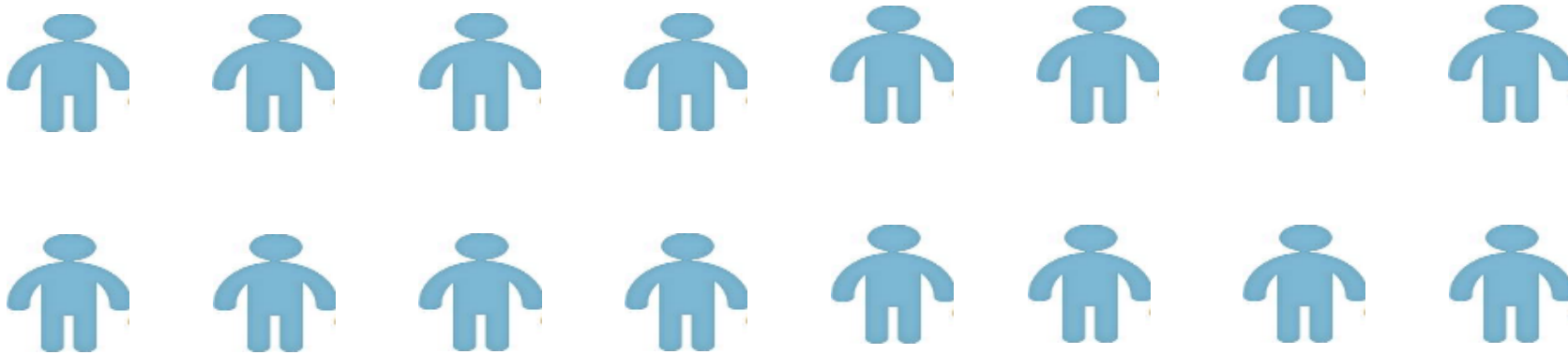
## 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。

# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

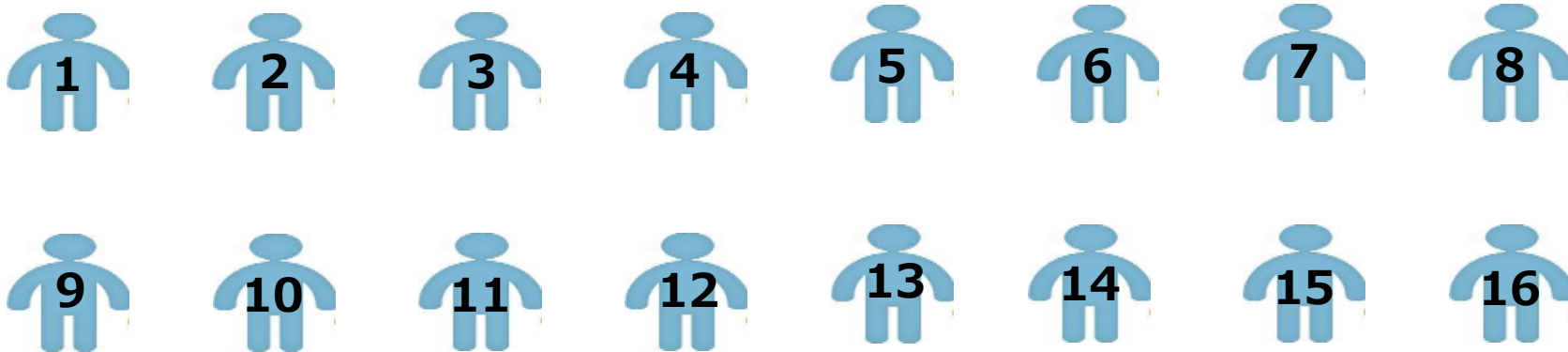
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

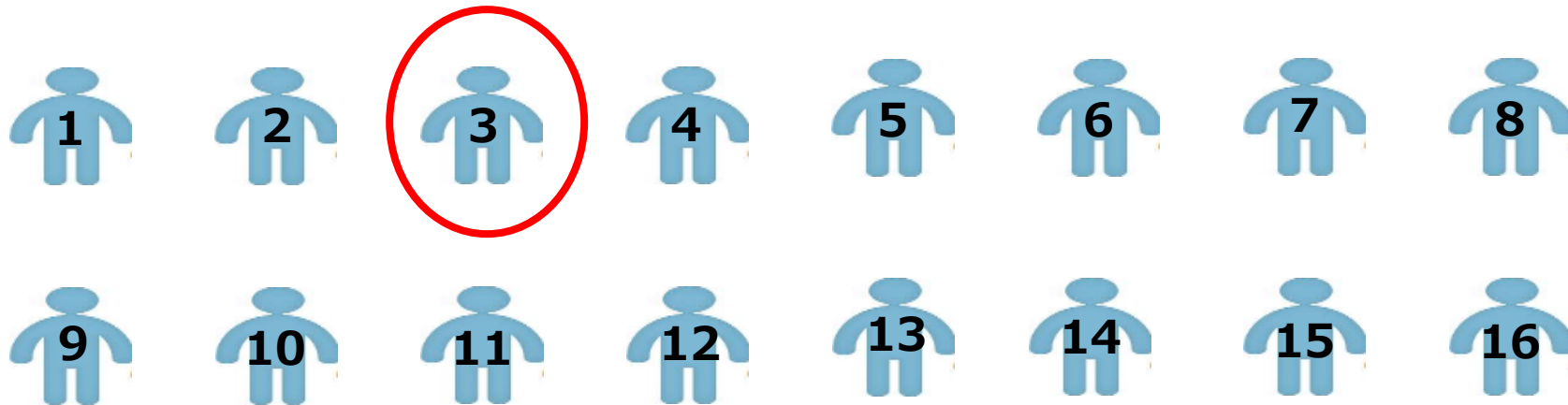
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

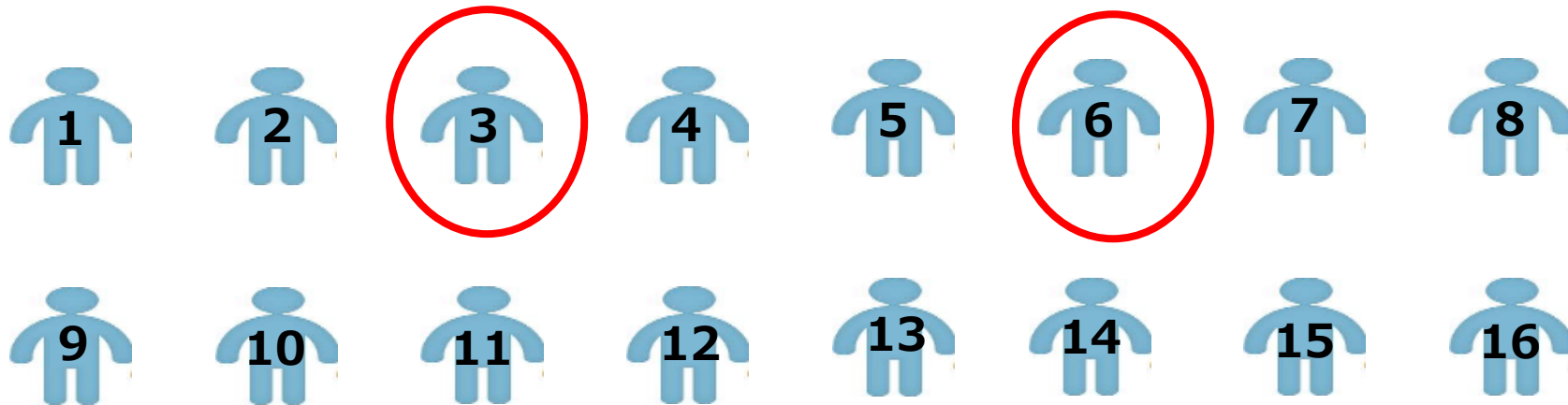
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。

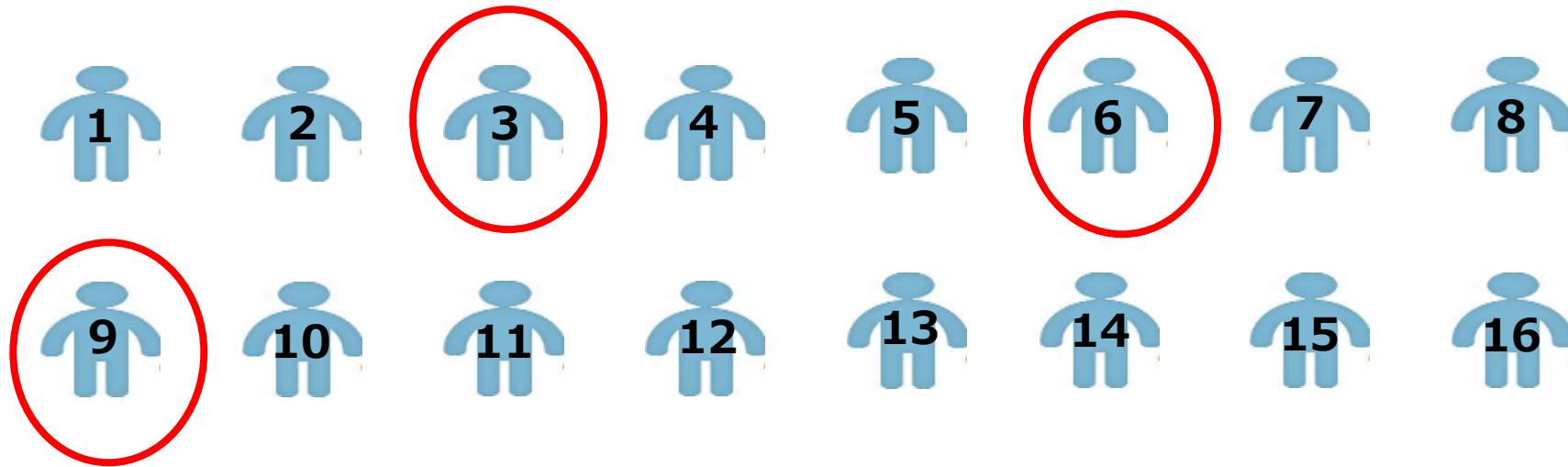




# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

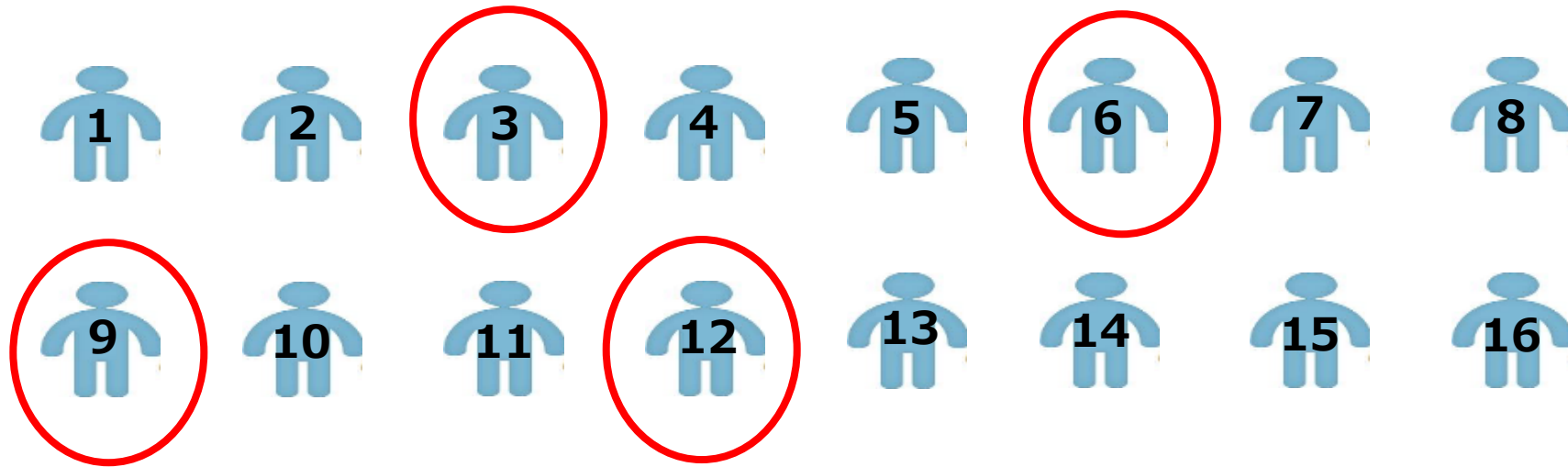
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

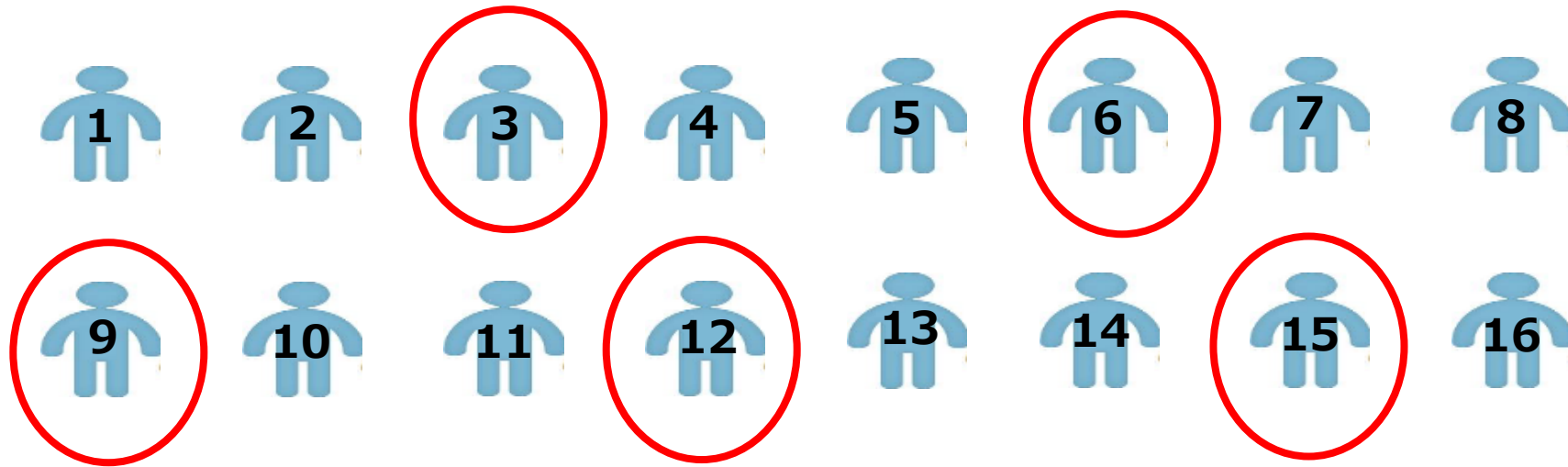
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

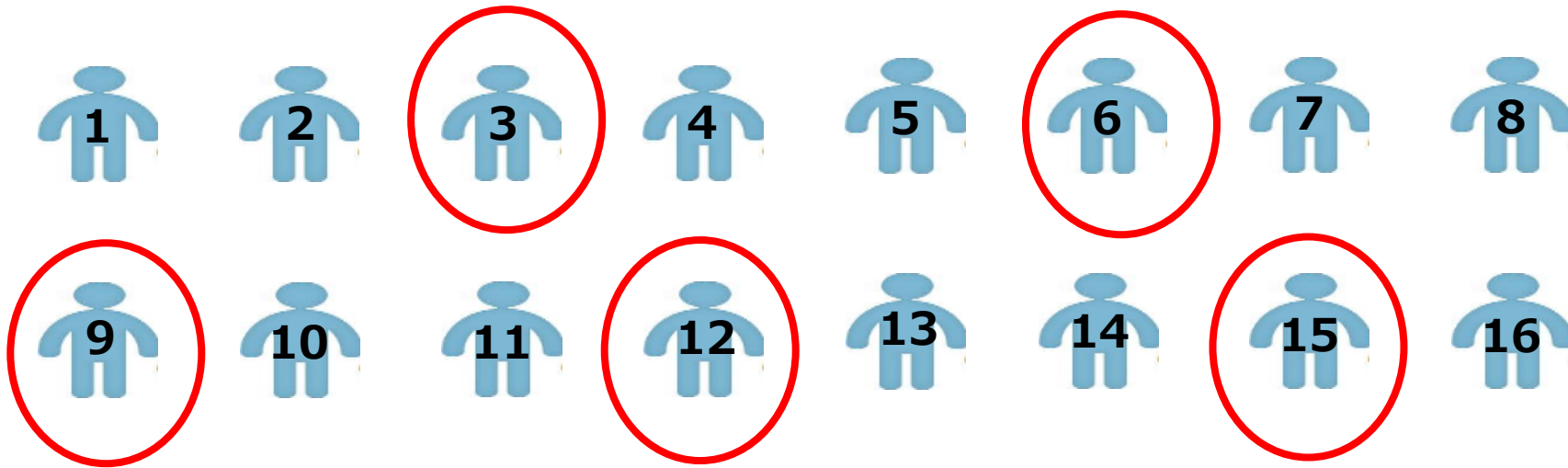
- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



# 系統サンプリング

## 系統サンプリング

- ① 母集団のデータに通し番号を付ける。
- ② サンプルを一つ無作為に選び、そこから一定の間隔をあけて番号を選んでいき、サンプルを抽出していく。



【例】視聴率調査

# 系統サンプリング

---

【例】 大学生の調査では学籍番号が利用できる。

# 系統サンプリング

---

【例】 大学生の調査では学籍番号が利用できる。

学籍番号

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

# 系統サンプリング

---

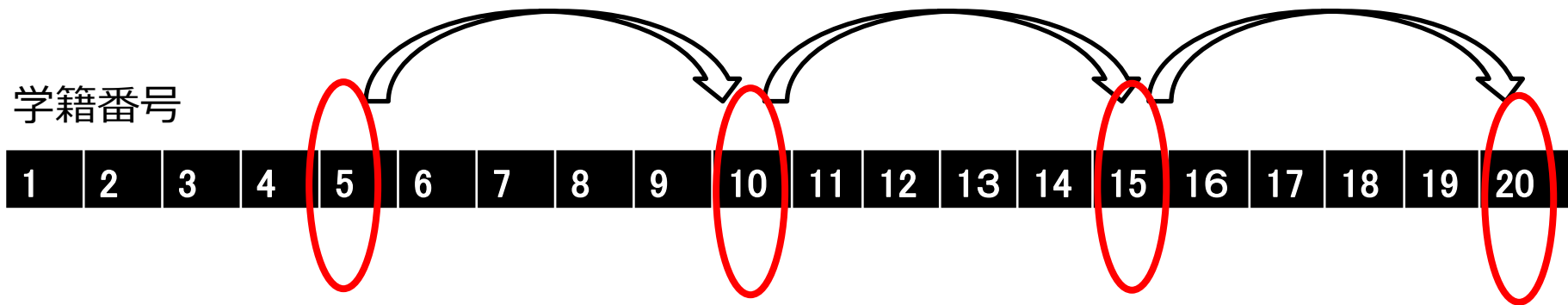
【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。

学籍番号

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

# 系統サンプリング

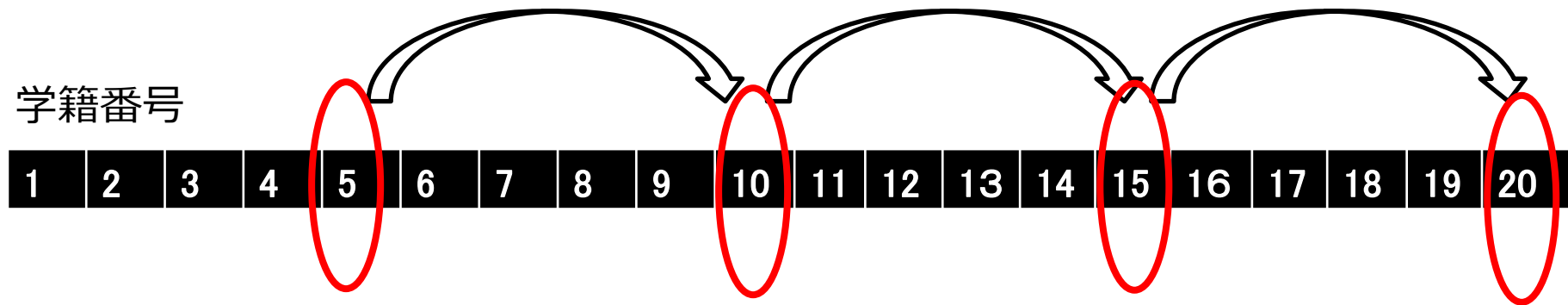
【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。





# 系統サンプリング

【例】大学生の調査では学籍番号が利用できる。



**メリット：**

単純無作為抽出より手間や時間やコストが掛からない。最初の1つだけ選べばOK

**デメリット：**

名簿の並び順に何らかの周期があると標本に偏りが生じる可能性がある。

# クラスターサンプリング（集落サンプリング）

---

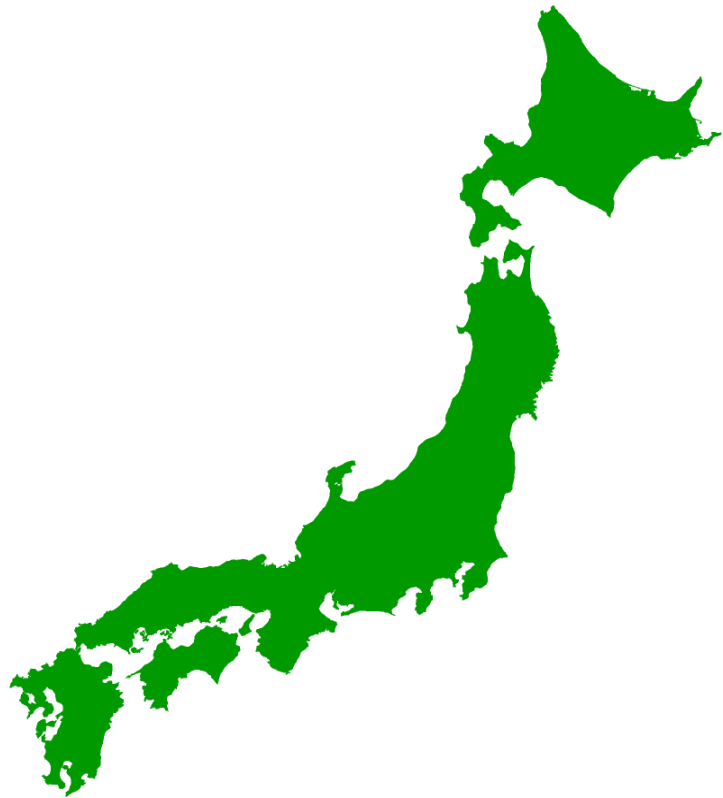
## 層別サンプリング

- ① 母集団を何らかの基準でグループ分けする。
- ② グループをランダムに選び、選ばれたグループの要素を**すべて**調べる方法。

# クラスターサンプリング（集落サンプリング）

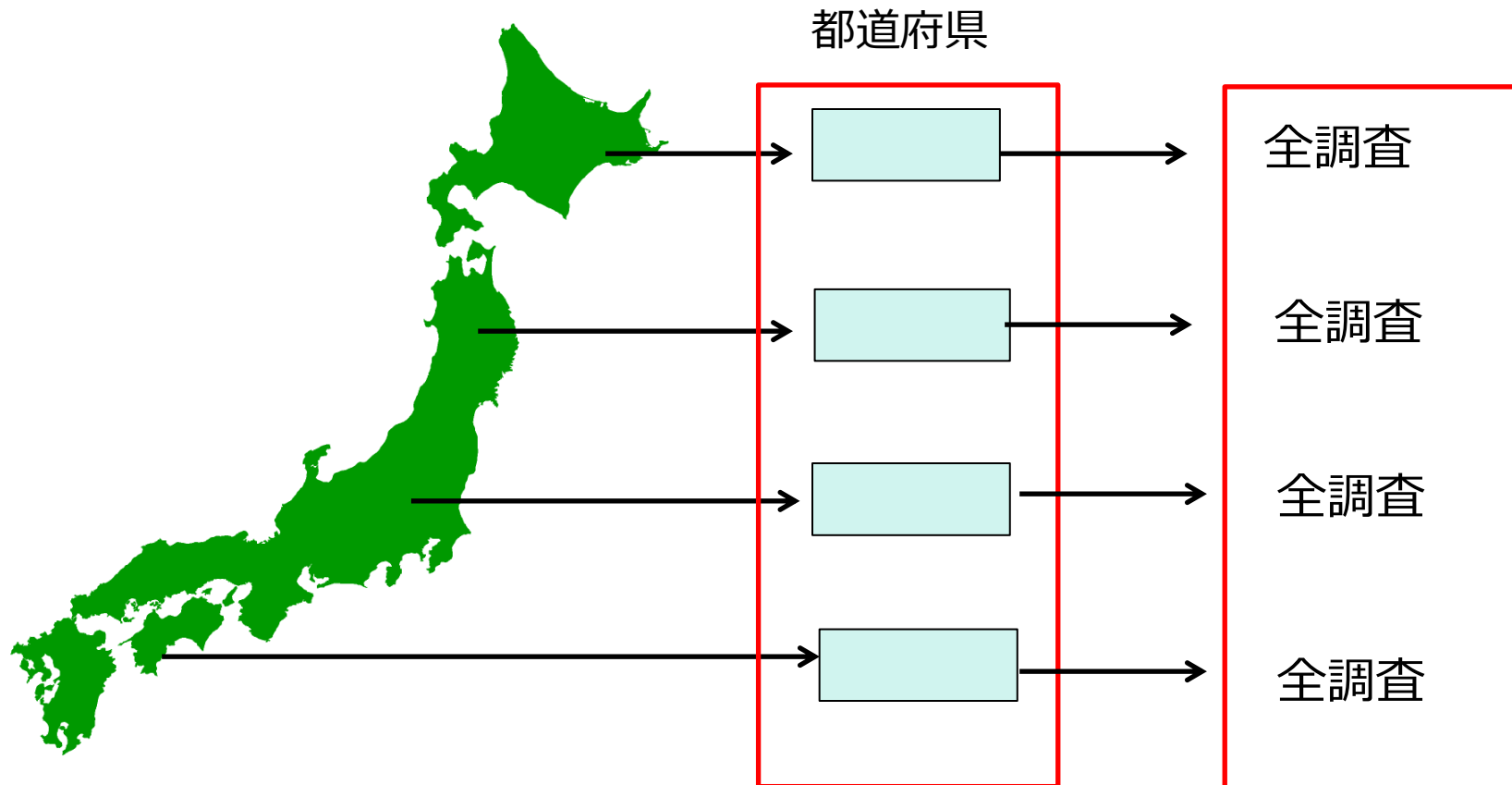
---

全国の家帯を対象として調査を行う場合



# クラスターサンプリング（集落サンプリング）

全国の家帯を対象として調査を行う場合



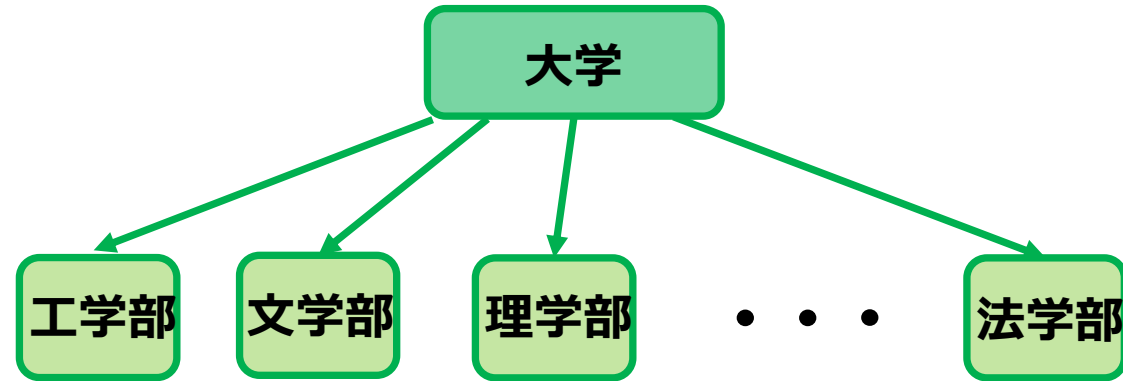
# 多段サンプリング

---

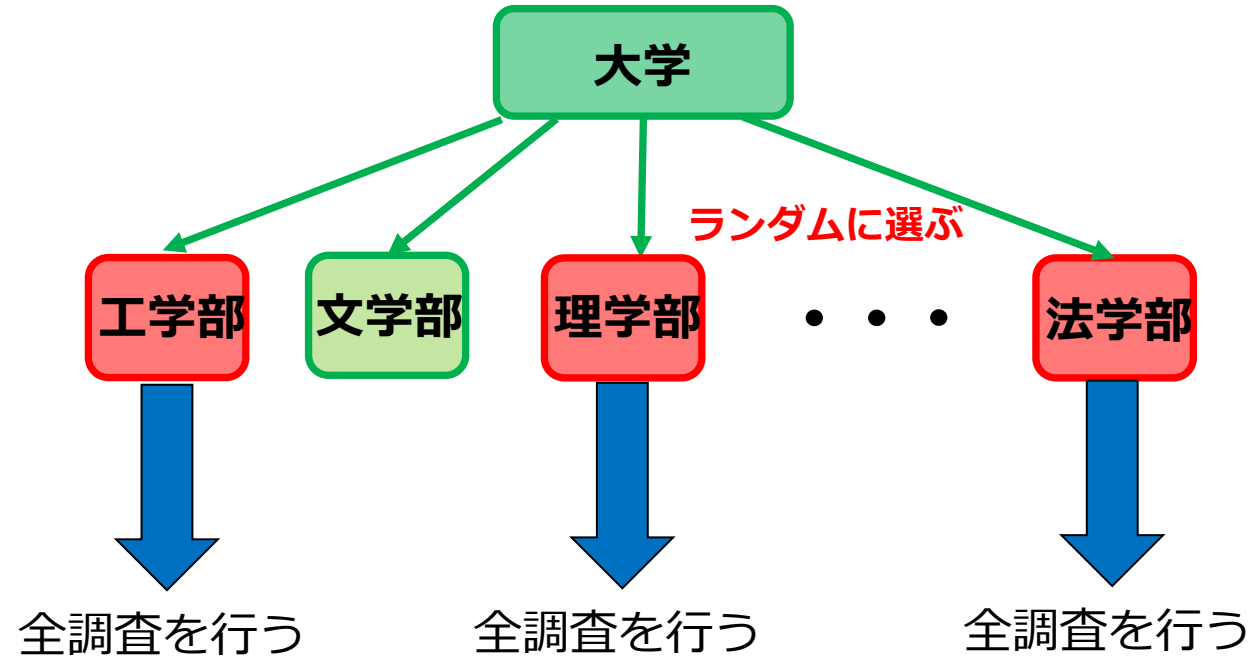
大学

# 多段サンプリング

---



# 多段サンプリング



# 5. サンプルングと中心極限定理

---

今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理



# 5. サンプルングと中心極限定理

---

今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

# 実験結果の検証

---

仮説を検証するための**実験**を計画する



例：薬Aと薬Bのどちらが有効であるか？

# 実験結果の検証

仮説を検証するための**実験**を計画する



例：薬Aと薬Bのどちらが有効であるか？

## 方法

対象となる患者に“無作為”に薬を割り振る



集計結果から結論を導く事が可能

# 実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50

# 実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50

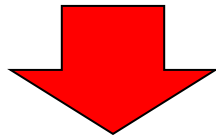
単純な  
比較が可能

# 実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50



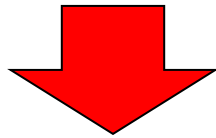
治療法Aが優れている

# 実験の事例

2つの治療法のうち、どちらが有効か？

データ：被験者72名を無作為に

治療法	患者数	有効率
A	40	0.75
B	32	0.50



治療法Aが優れている



# 観察研究の事例 1

---

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13



# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

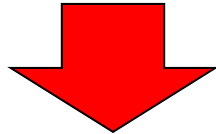
システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

単純に比較から結論を導けるか？

# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

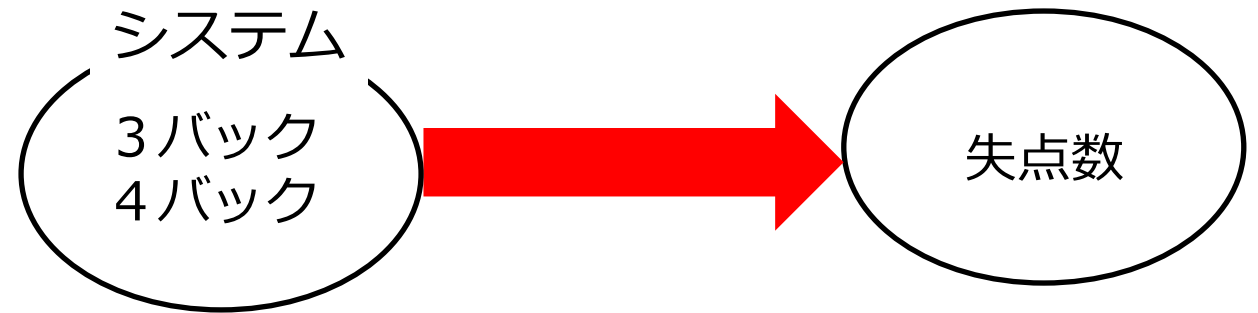


結論を導くことはできない

# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13

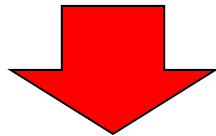


結論を導くことはできない

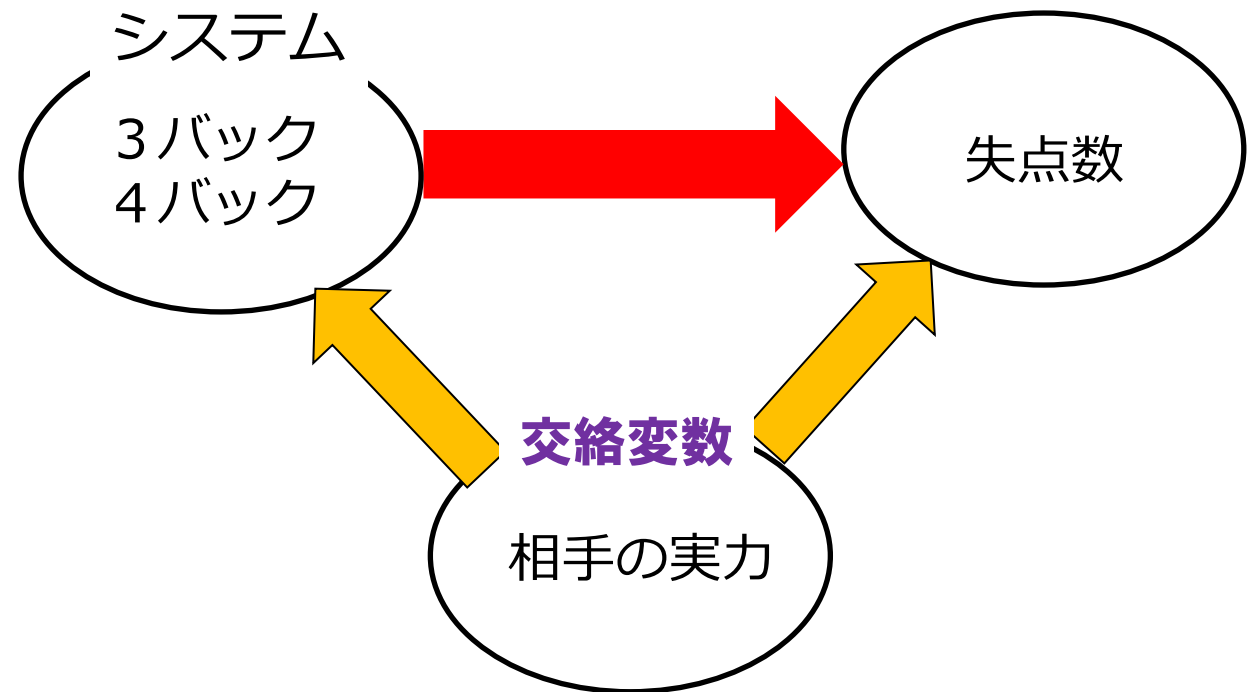
# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

システム	試合数	平均失点数
3バック	40	0.85
4バック	32	1.13



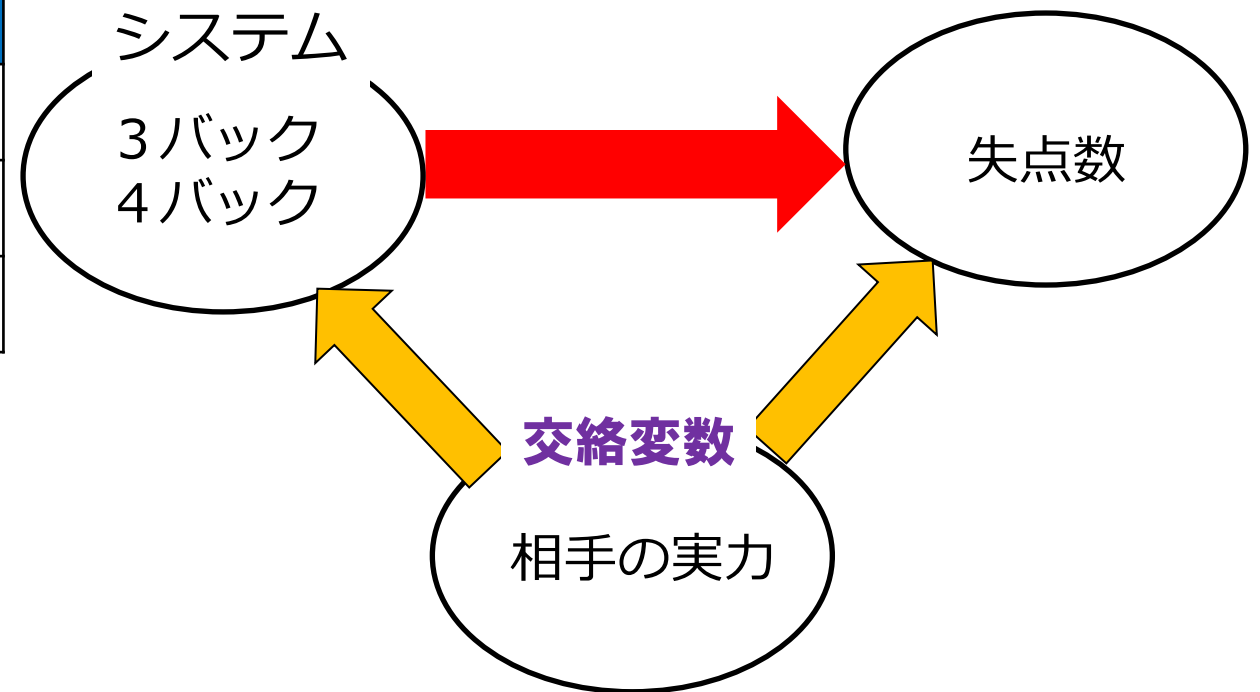
結論を導くことはできない



# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

ランク	3バック	4バック
下	31	13
同じ	4	12
上	5	6

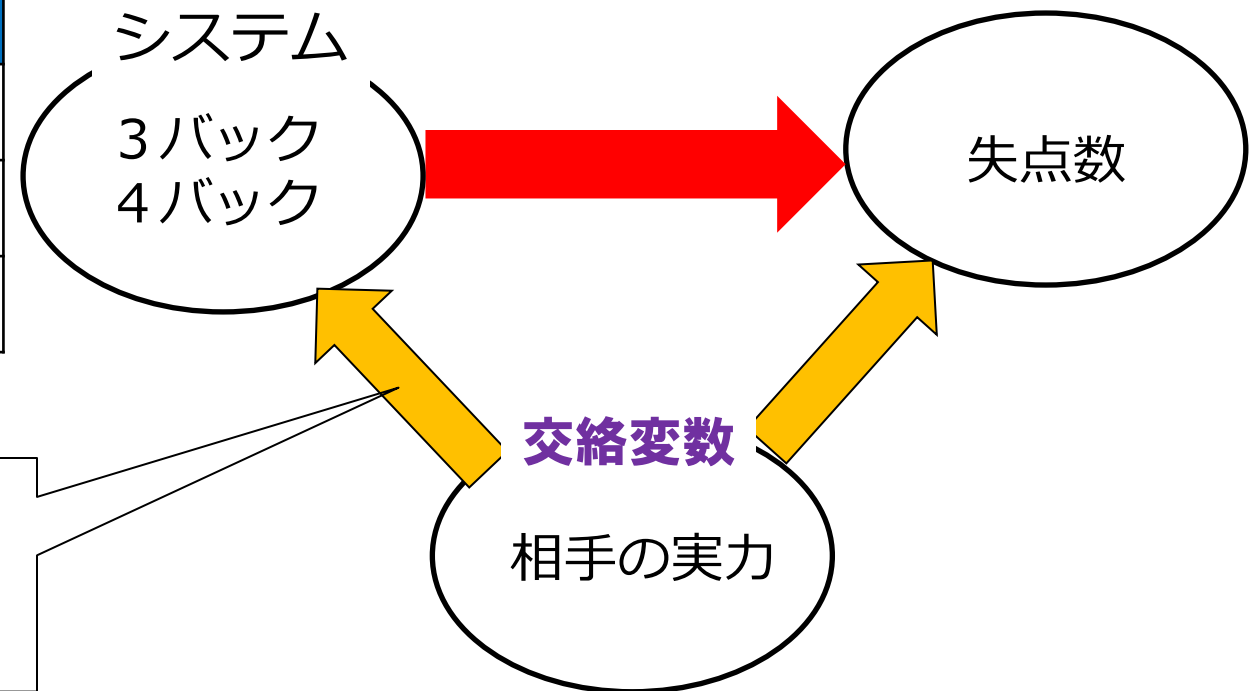


# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

ランク	3バック	4バック
下	31	13
同じ	4	12
上	5	6

相手の実力による影響を取り除いて  
分析する必要がある

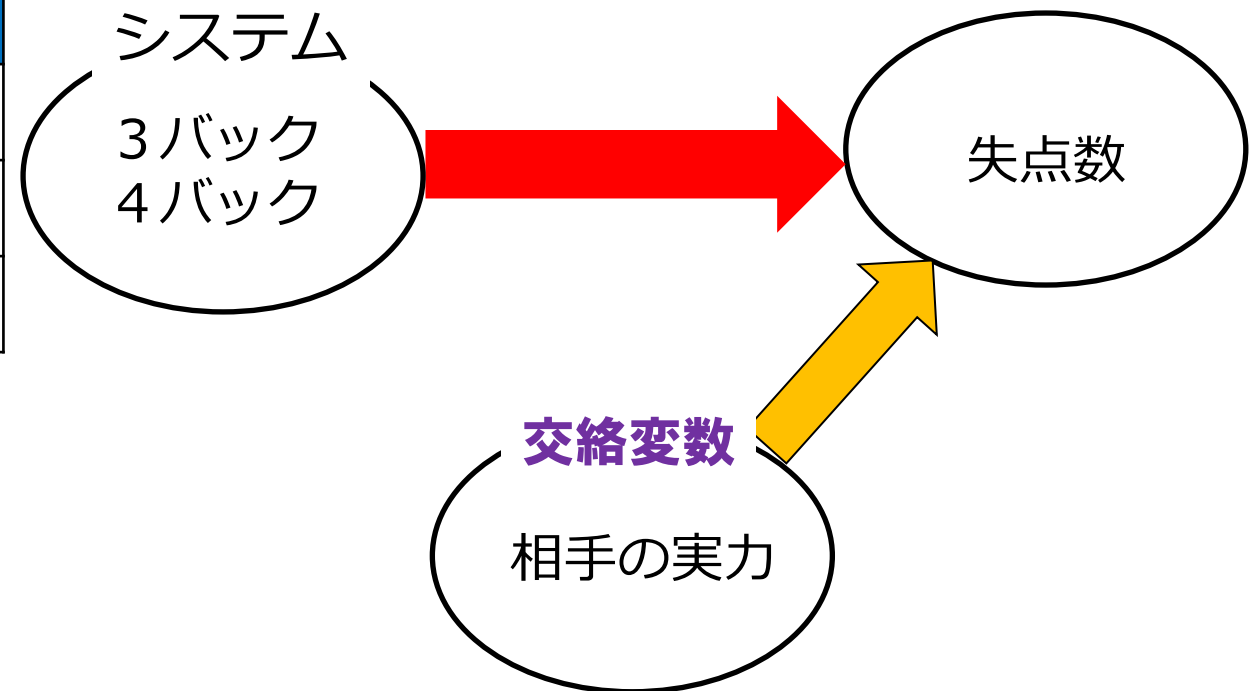


# 観察研究の事例 1

サッカーの4バックと3バック、どちらのシステムがいいか？

ランク	3バック	4バック
下	31	13
同じ	4	12
上	5	6

無作為化により交絡の影響を取り除く必要がある



# 交絡 (Confound)

---

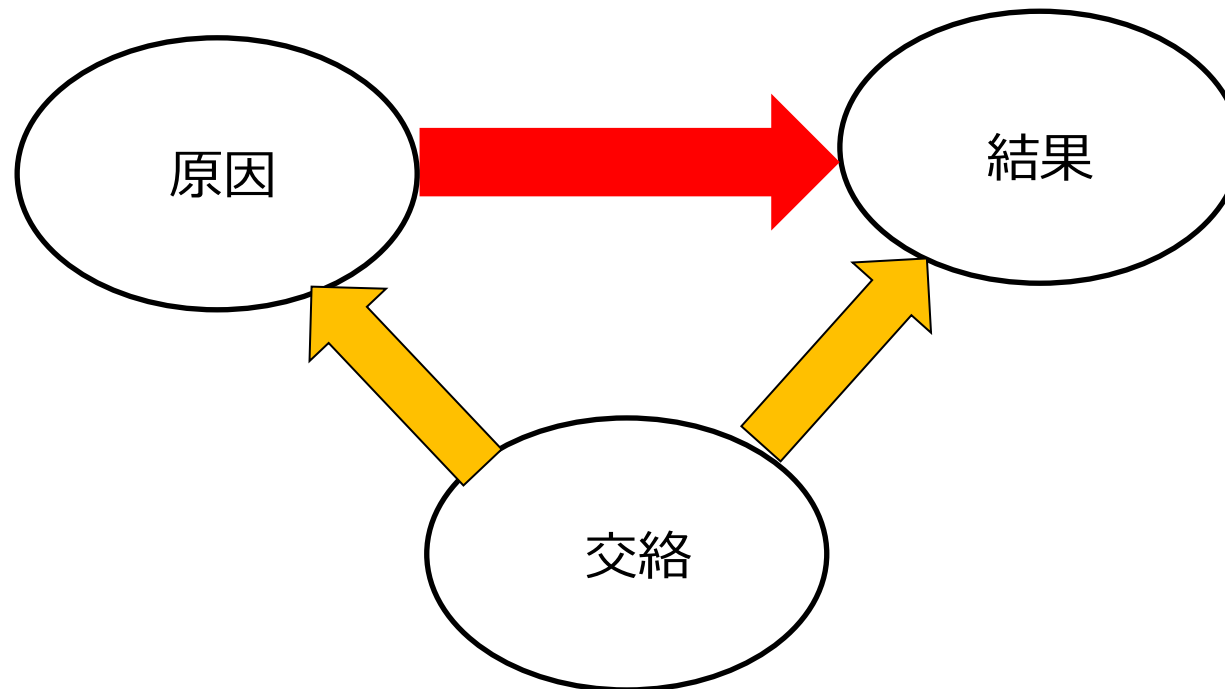
- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う





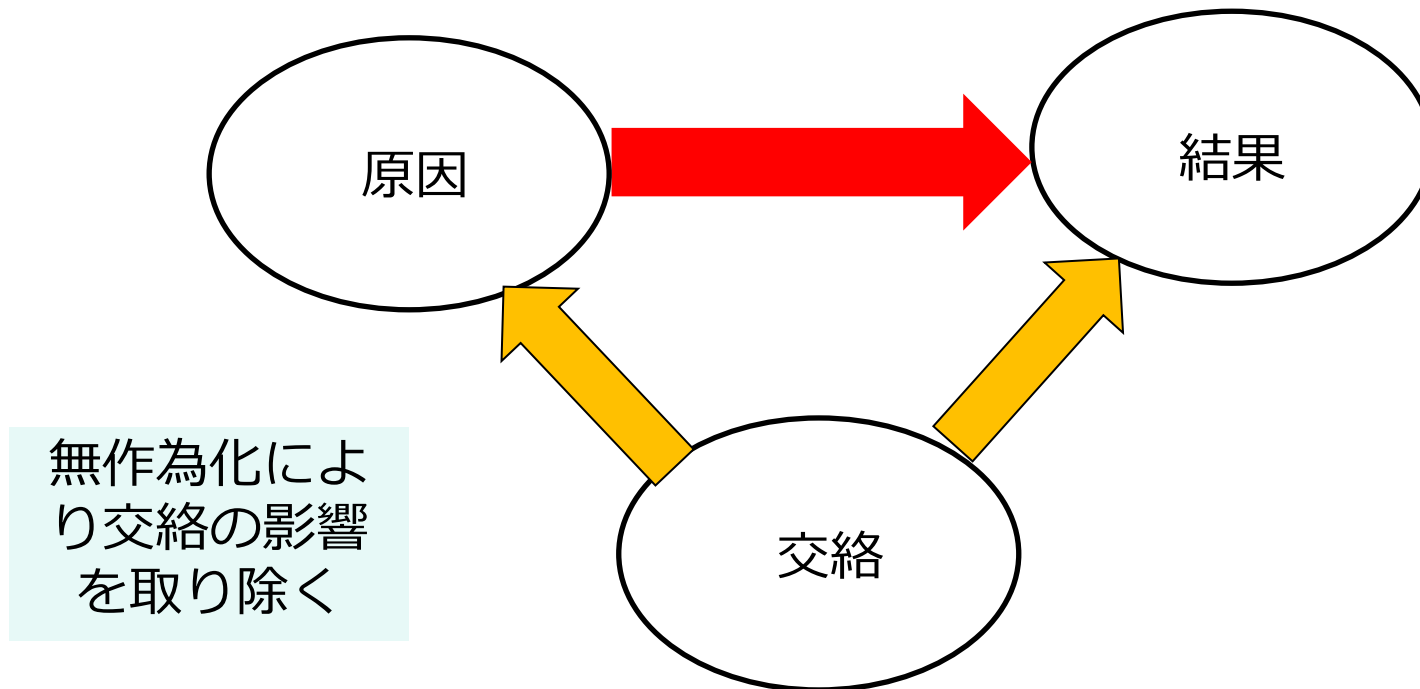
# 交絡 (Confound)

- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



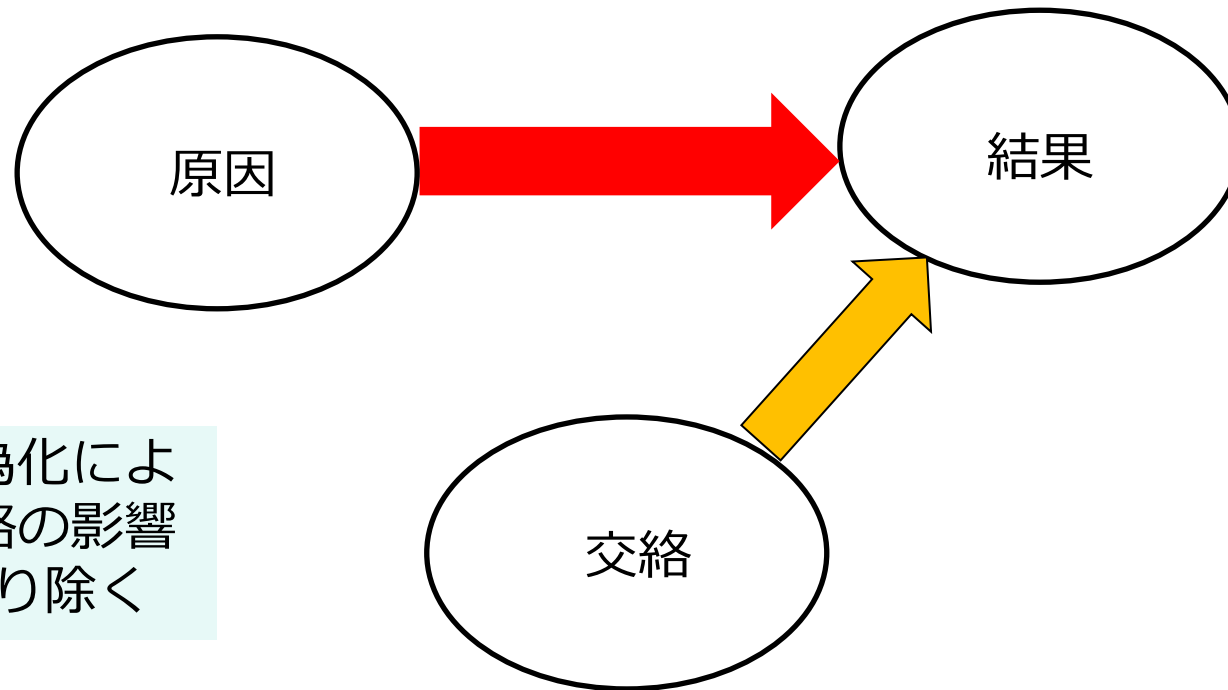
# 交絡 (Confound)

- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



# 交絡 (Confound)

- 「原因」と「結果」、双方に影響を与える「**第3の変数**」
- 「交絡」の考慮なしに、結論は出せない
- 実験では、あらかじめ「交絡」が発生しないよう「無作為化」を行う



無作為化により  
交絡の影響  
を取り除く

# 「交絡」要因の例

---

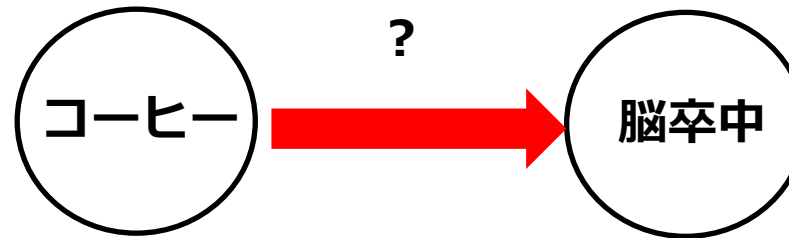
## 「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こしやすい傾向にあることが分かった。コーヒーを飲むことと、脳卒中になることは因果関係にあるといえるでしょうか。

# 「交絡」要因の例

## 「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こしやすい傾向にあることが分かった。コーヒーを飲むことと、脳卒中になることは因果関係にあるといえるでしょうか。

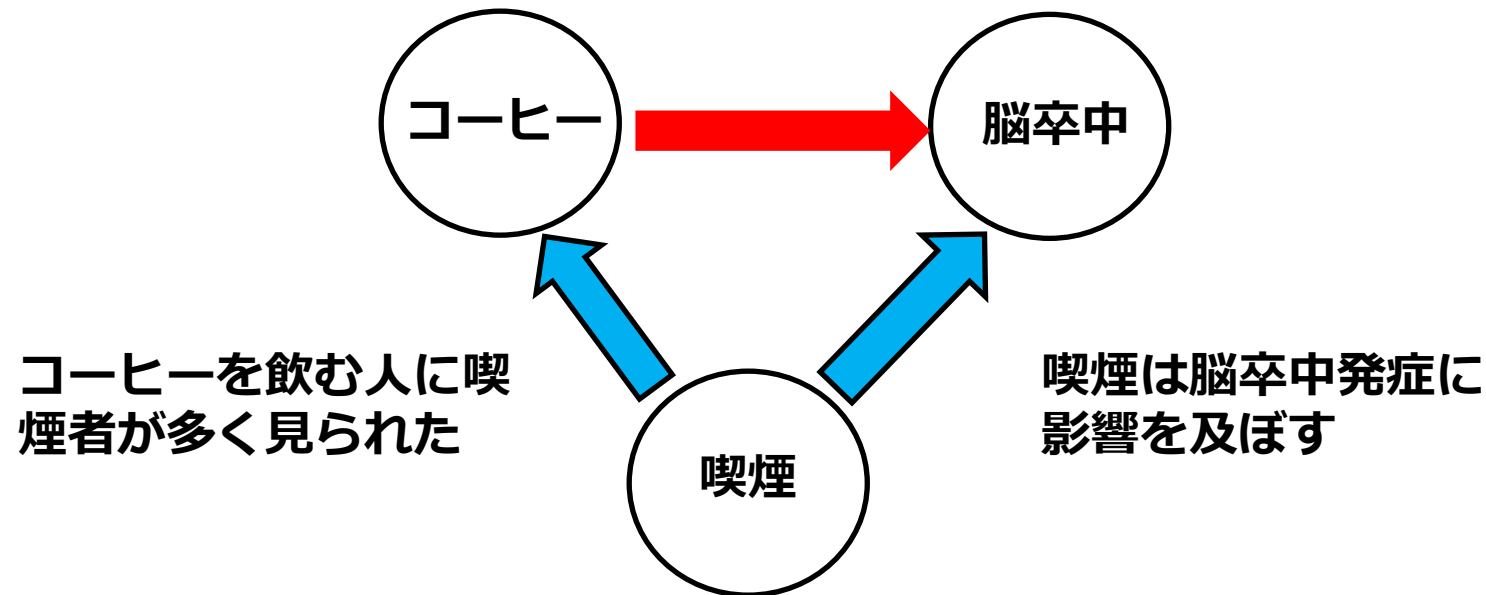


何か交絡因子がないか考える

# 「交絡」要因の例

## 「コーヒー」と「脳卒中」の関係

コーヒーには血栓を小さくする効果があることが知られている。しかし、調査を行うとコーヒーをよく飲む人は脳卒中を起こしやすい傾向にあることが分かった。コーヒーを飲むことと、脳卒中になることは因果関係にあるといえるでしょうか。



# 「交絡」要因の例

---

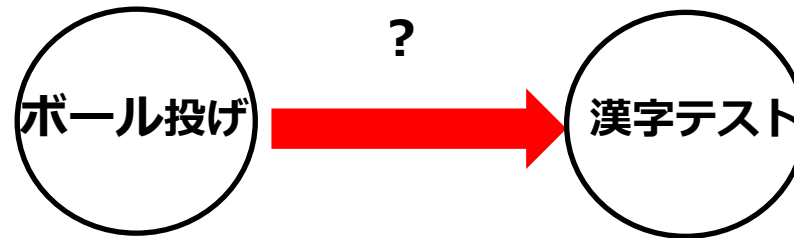
## 「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を比較した。すると、遠くへボールを飛ばした児童ほど、漢字テストの点数も高い傾向があった。ボール投げの結果と漢字テストの結果に因果関係があるといえるでしょうか。

# 「交絡」要因の例

## 「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を比較した。すると、遠くへボールを飛ばした児童ほど、漢字テストの点数も高い傾向があった。ボール投げの結果と漢字テストの結果に因果関係があるといえるでしょうか。



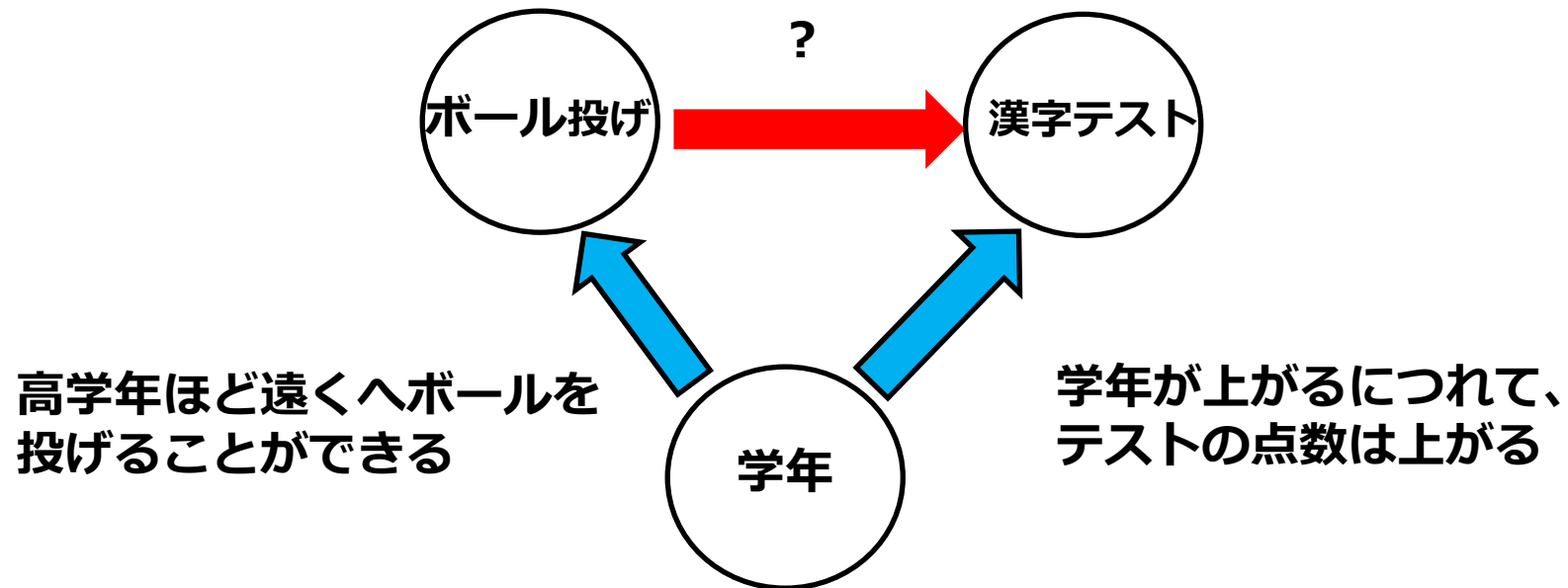
何か交絡因子がないか考える



# 「交絡」要因の例

## 「ボール投げ」と「漢字テスト」の関係

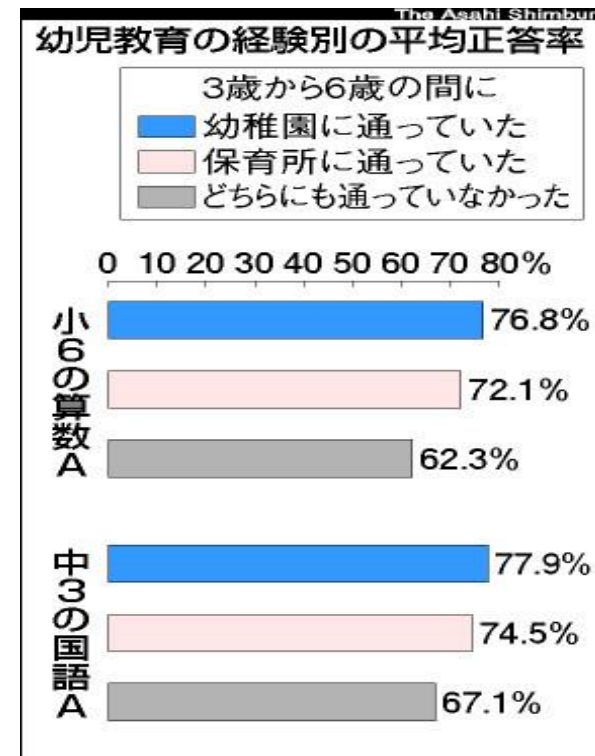
小学生100人の「ボール投げ」の結果と「漢字テスト」の結果を比較した。すると、遠くへボールを飛ばした児童ほど、漢字テストの点数も高い傾向があった。ボール投げの結果と漢字テストの結果に因果関係があるといえるでしょうか。



# 全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

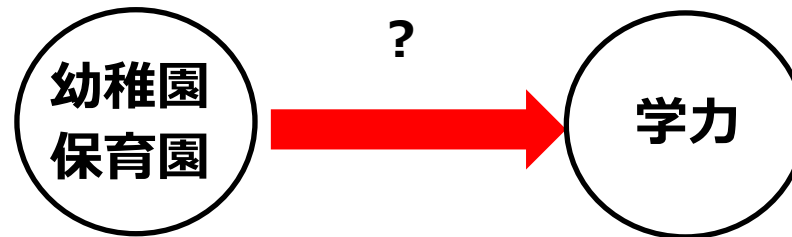
今春実施された全国学力調査では、3歳から6歳の間の幼児教育の経験を児童生徒に聞き、学力調査の正答率との関係を見た。調査開始以来初めての試みで、幼稚園に通っていた子の正答率は、小6、中3とも全教科で保育所に通っていた子より高かった。（Asahi.comより引用）



# 全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

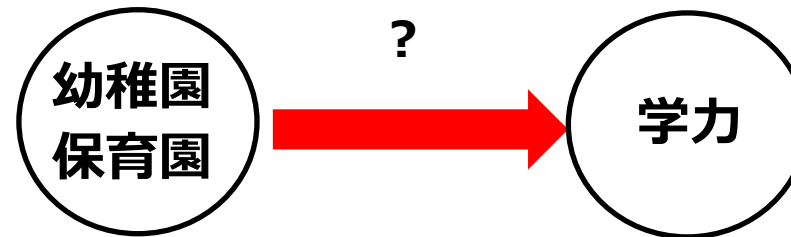
パス図の例



# 全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

パス図の例

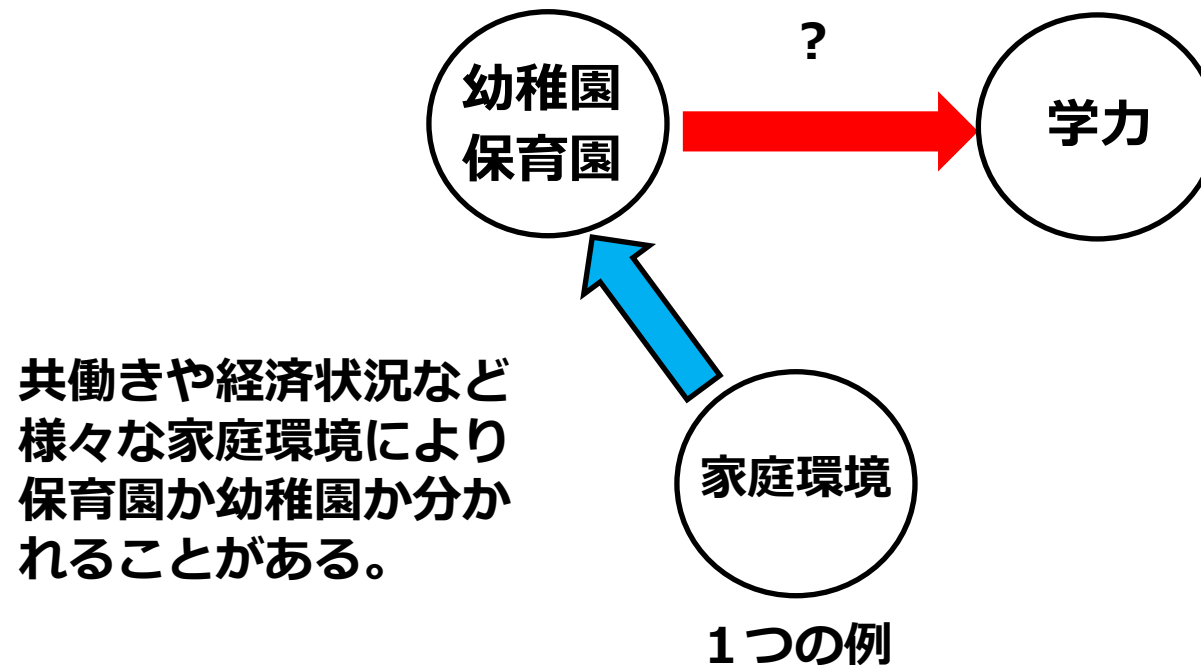


1つの例

# 全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

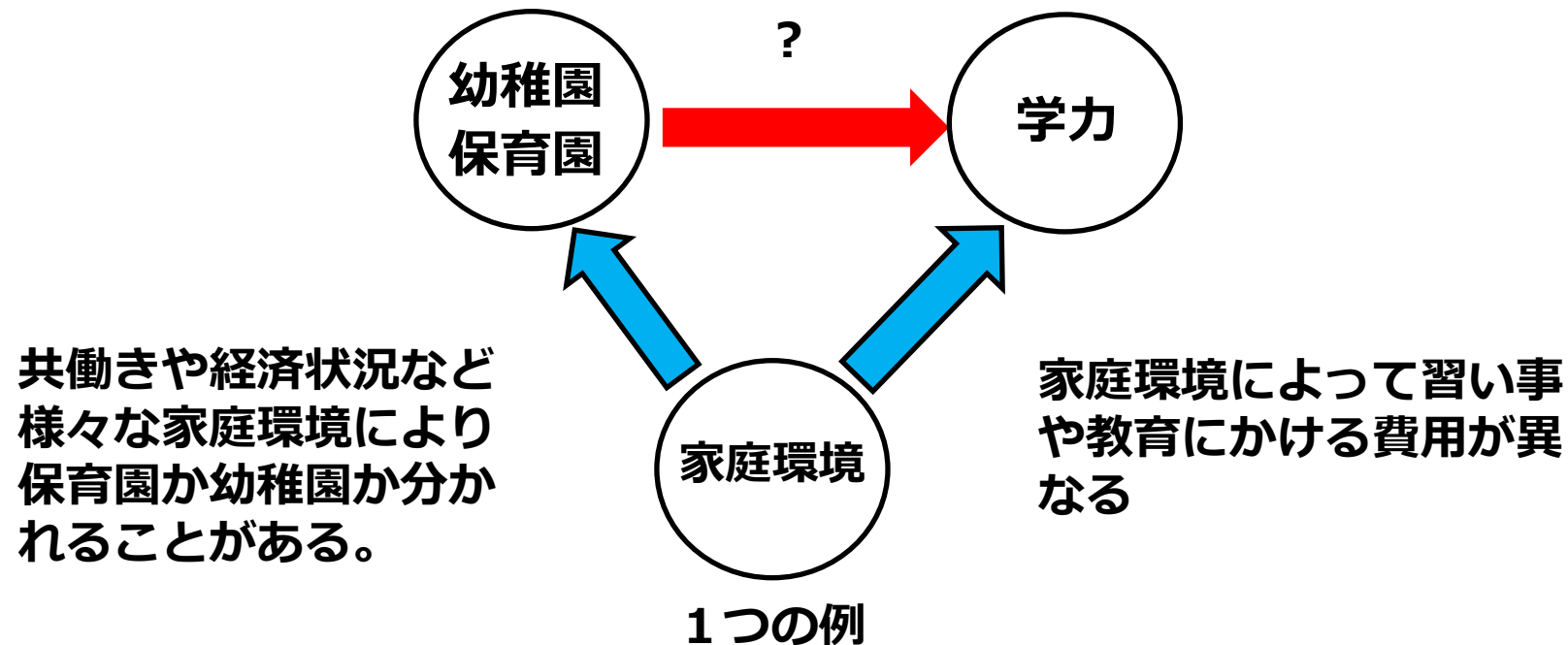
## パス図の例



# 全国学力調査の分析から

学力調査の結果を、幼稚園が保育所より教育効果があるという説の根拠とすることについて、その妥当性を論ぜよ。

## パス図の例



# 5. サンプルングと中心極限定理

---

今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理

# 5. サンプルングと中心極限定理

---

今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理



# 中心極限定理

---

## 中心極限定理

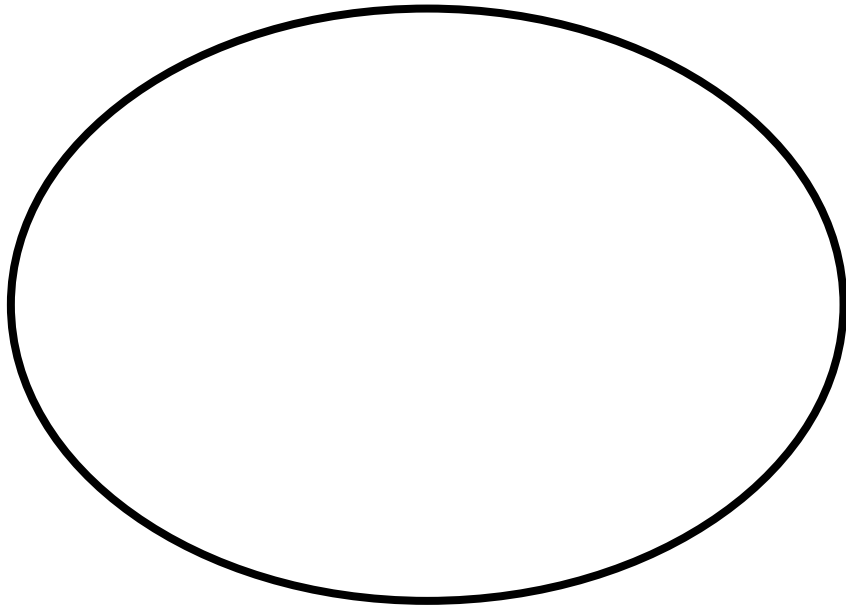
平均  $\mu$ 、標準偏差  $\sigma$  の分布に従う母集団から、 $n$  個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$  が十分に大きい時、平均が  $\mu$ 、標準偏差  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  の正規分布に従う。

[http://onlinestatbook.com/stat\\_sim/sampling\\_dist/](http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/)

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

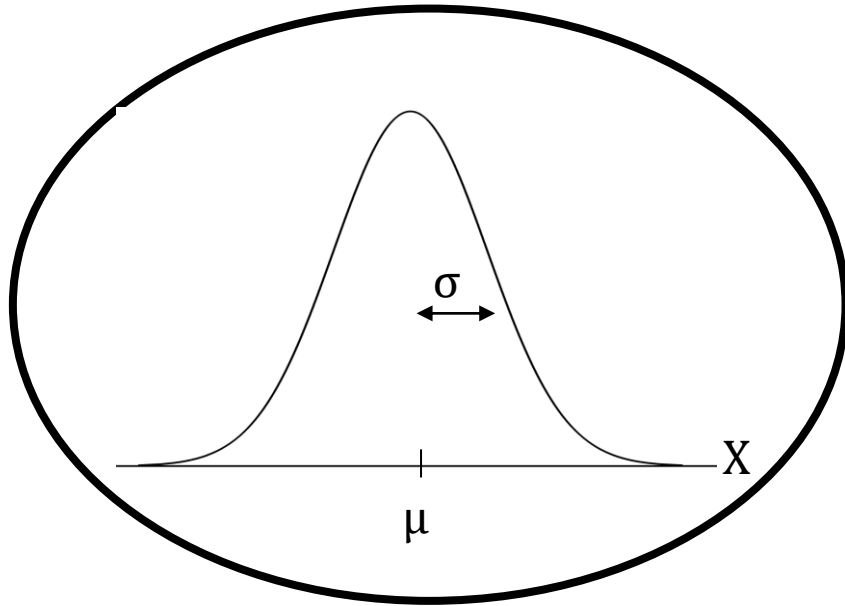
母集団



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

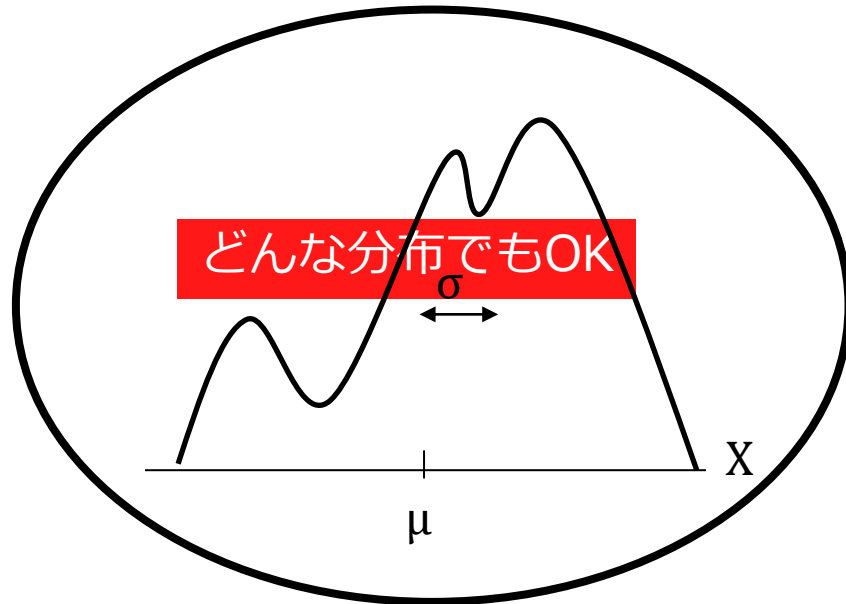
母集団



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

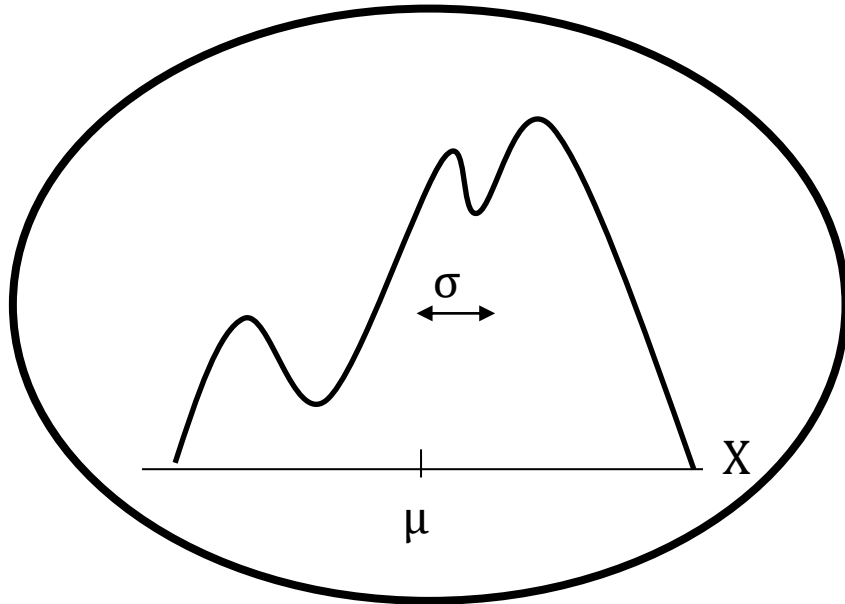
母集団



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 **$n$ 個のデータを無作為抽出した時**の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

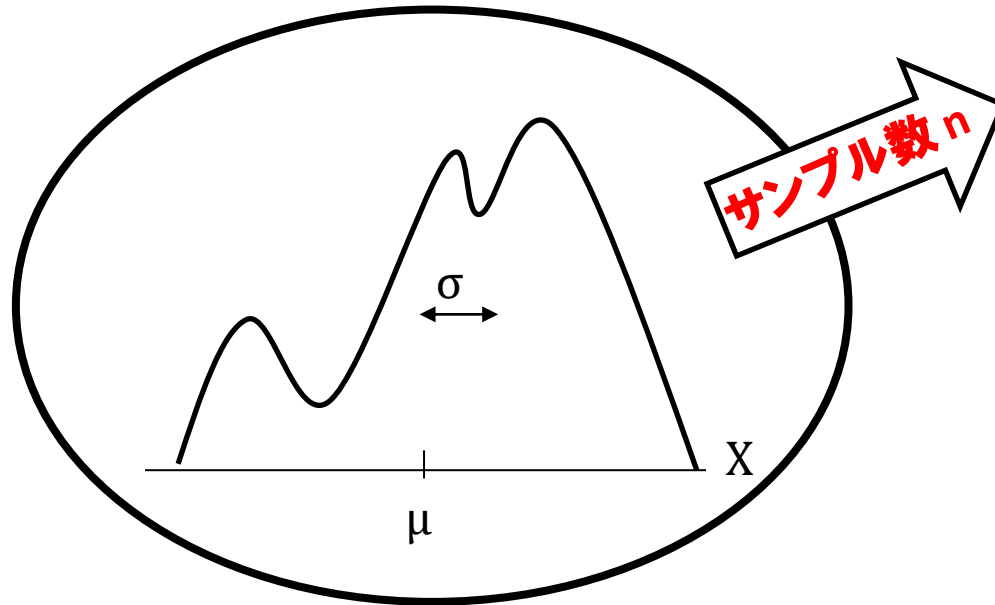
**母集団**



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 **$n$ 個のデータを無作為抽出した時**の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

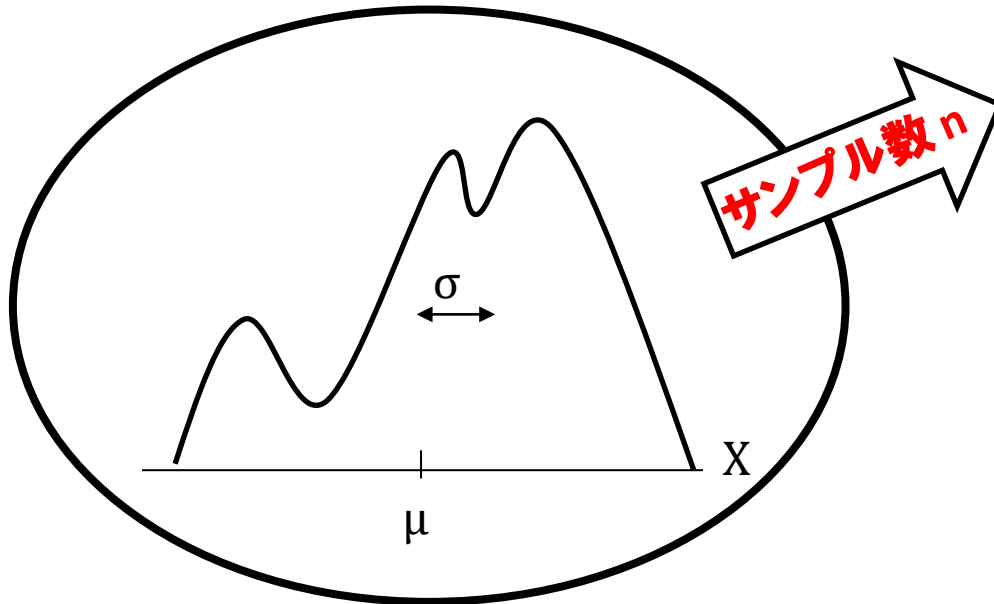
**母集団**



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 **$n$ 個のデータを無作為抽出した時**の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



1 回

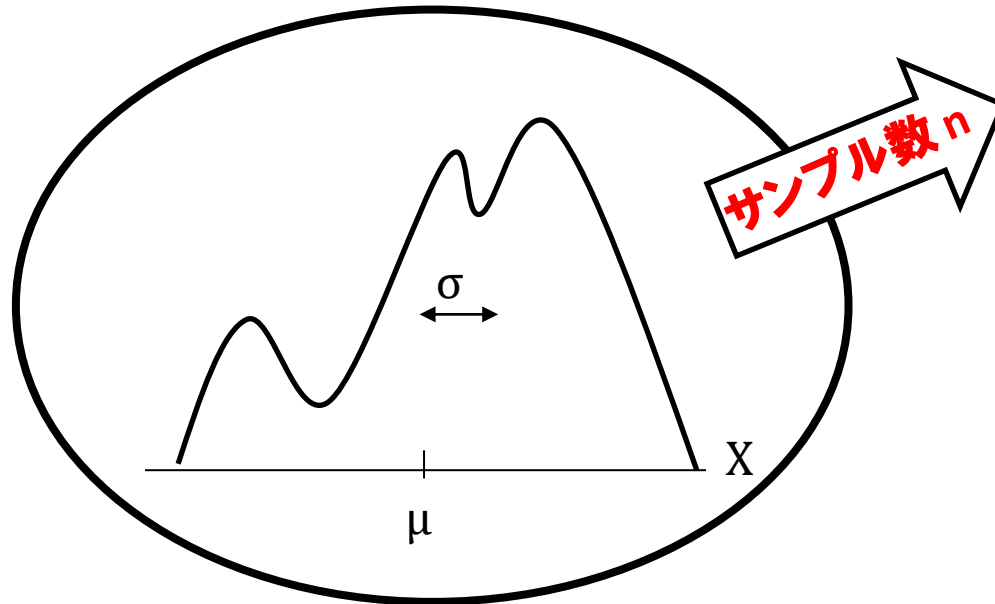
$n$ 個のデータ

$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



1 回

$n$ 個のデータ

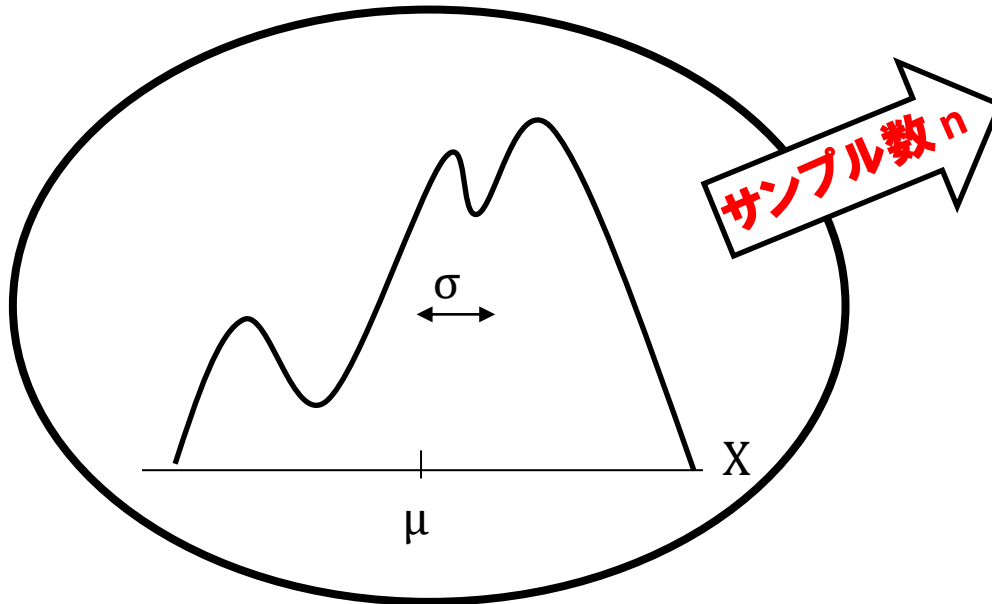
$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}$



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**

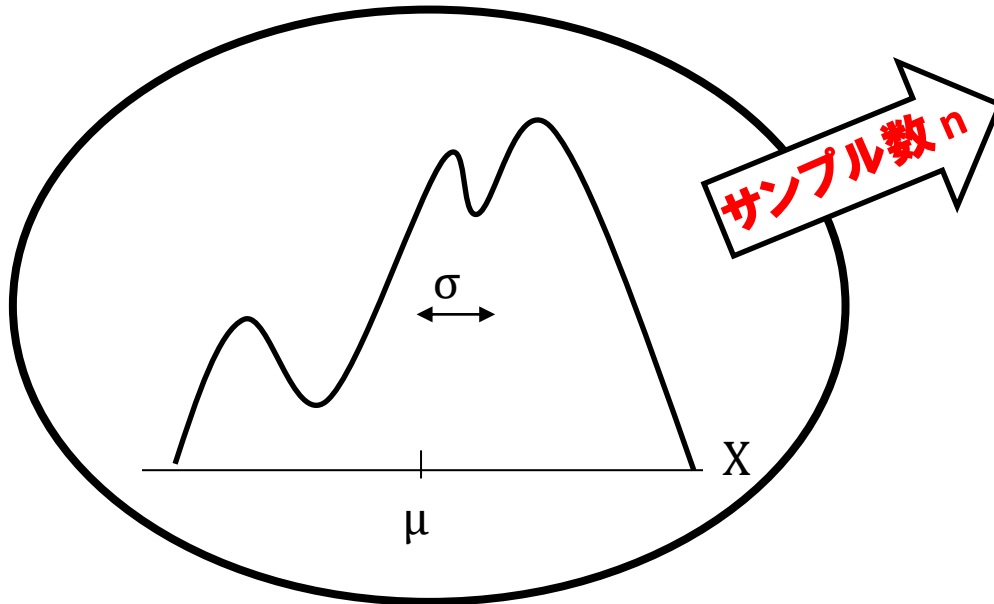


1 回  $\overbrace{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}}^{n\text{個のデータ}} \longrightarrow \bar{x}_1$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



$n$ 個のデータ

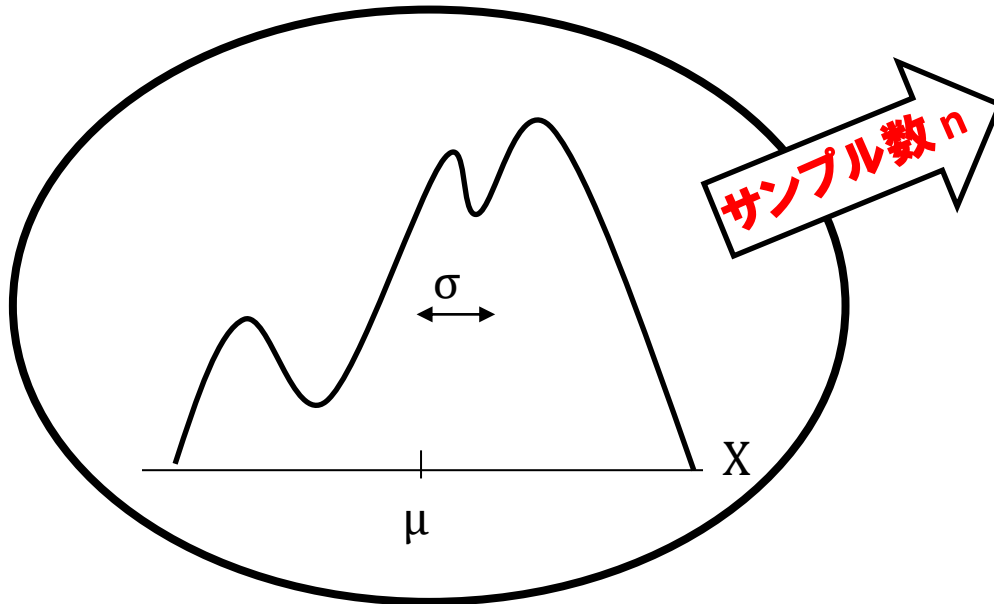
1回  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \rightarrow \bar{x}_1$

2回  $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



$n$ 個のデータ

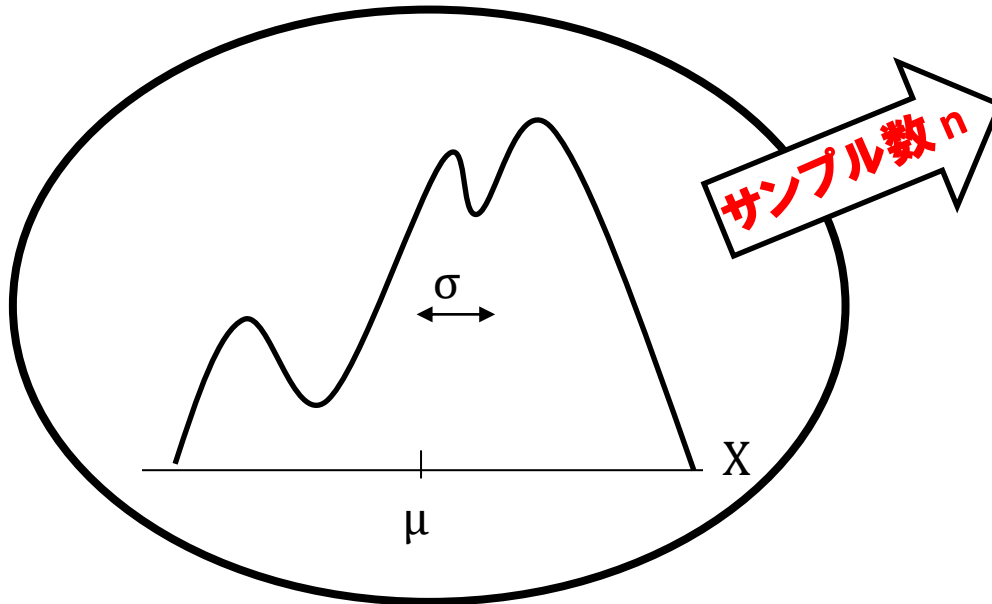
1回  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \rightarrow \bar{x}_1$

2回  $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \rightarrow \bar{x}_2$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



$n$ 個のデータ

1回

$$\overbrace{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}}^{n \text{ 個のデータ}} \longrightarrow \bar{x}_1$$

2回

$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \longrightarrow \bar{x}_2$$

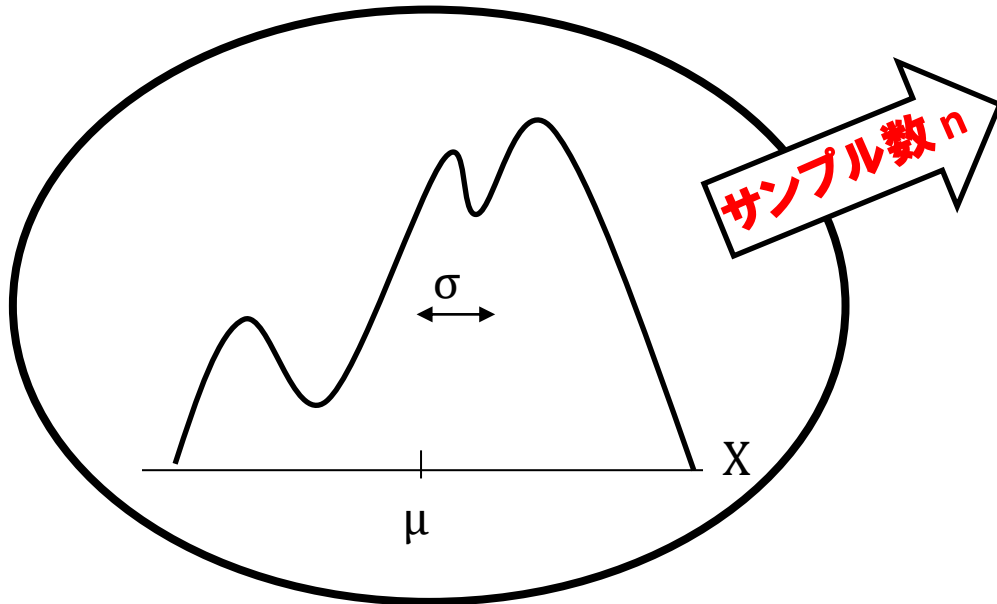
3回

$$x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n}$$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



$n$ 個のデータ

1回

$$\overbrace{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}}^{n \text{ 個のデータ}} \longrightarrow \bar{x}_1$$

2回

$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \longrightarrow \bar{x}_2$$

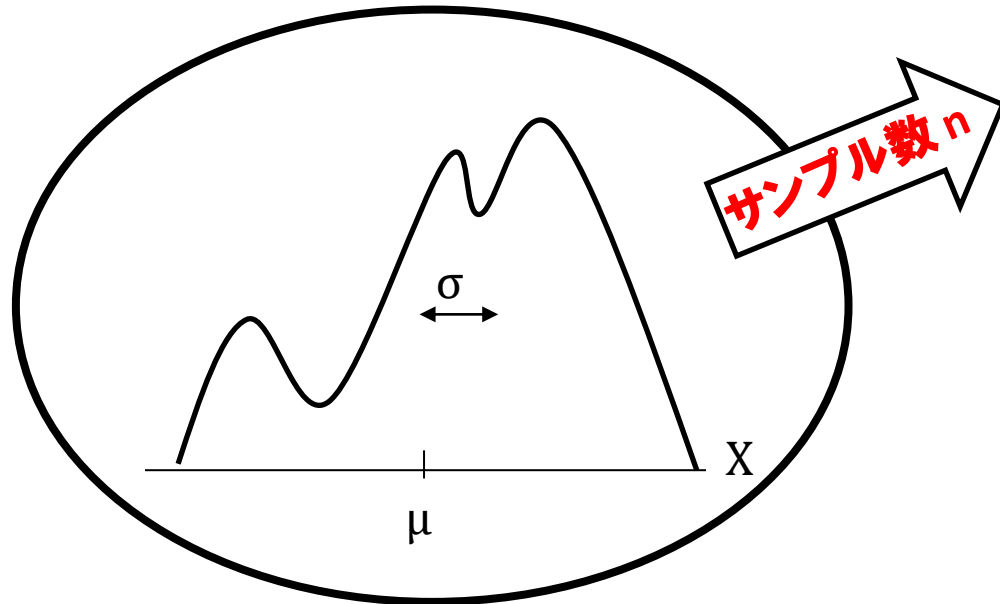
3回

$$x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} \longrightarrow \bar{x}_3$$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



$n$ 個のデータ

1回

$$\overbrace{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}}^{n \text{ 個のデータ}} \longrightarrow \bar{x}_1$$

2回

$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \longrightarrow \bar{x}_2$$

3回

$$x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} \longrightarrow \bar{x}_3$$

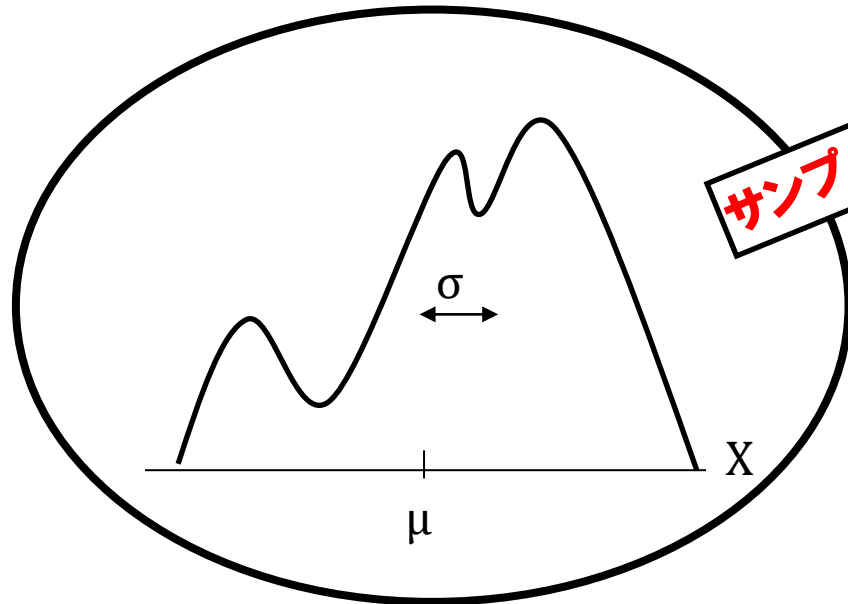
$\vdots$

$\vdots$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



サンプル数  $n$

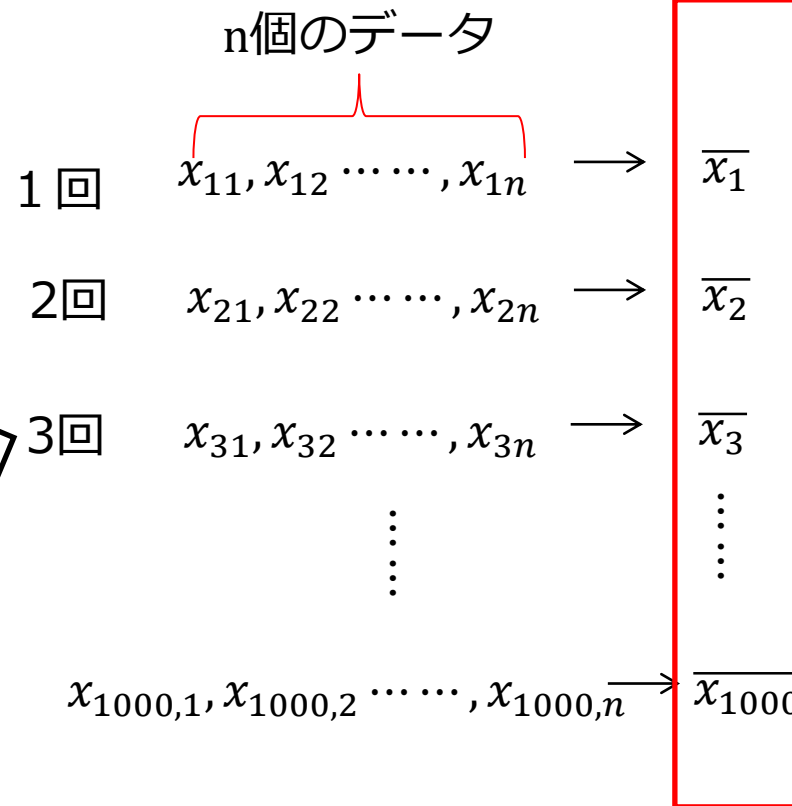
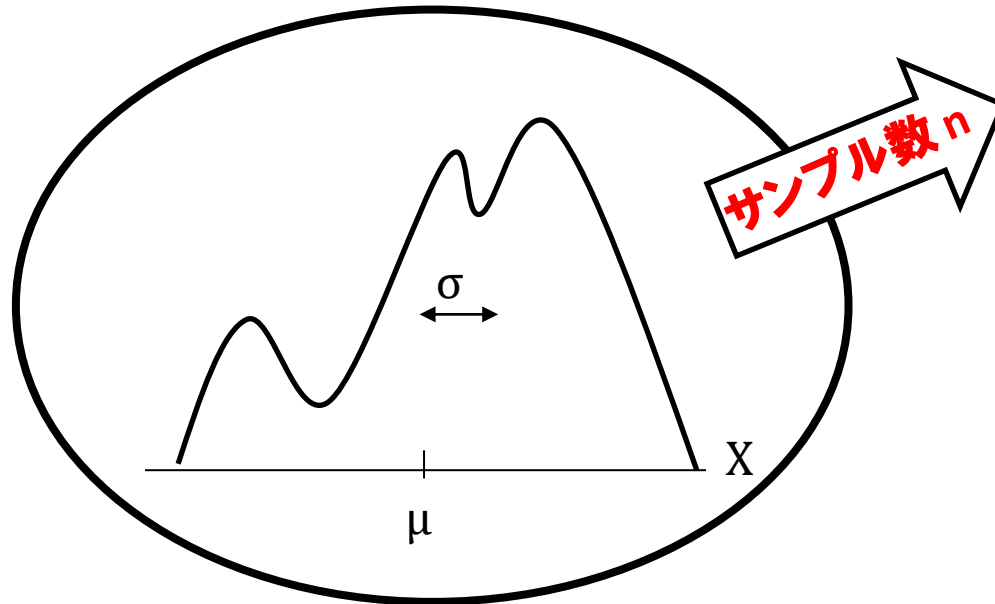
$n$ 個のデータ

$$\begin{array}{lll} \text{1回} & x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} & \longrightarrow \bar{x}_1 \\ \text{2回} & x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} & \longrightarrow \bar{x}_2 \\ \text{3回} & x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} & \longrightarrow \bar{x}_3 \\ & \vdots & \vdots \\ & x_{1000,1}, x_{1000,2}, \dots, x_{1000,n} & \longrightarrow \bar{x}_{1000} \end{array}$$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



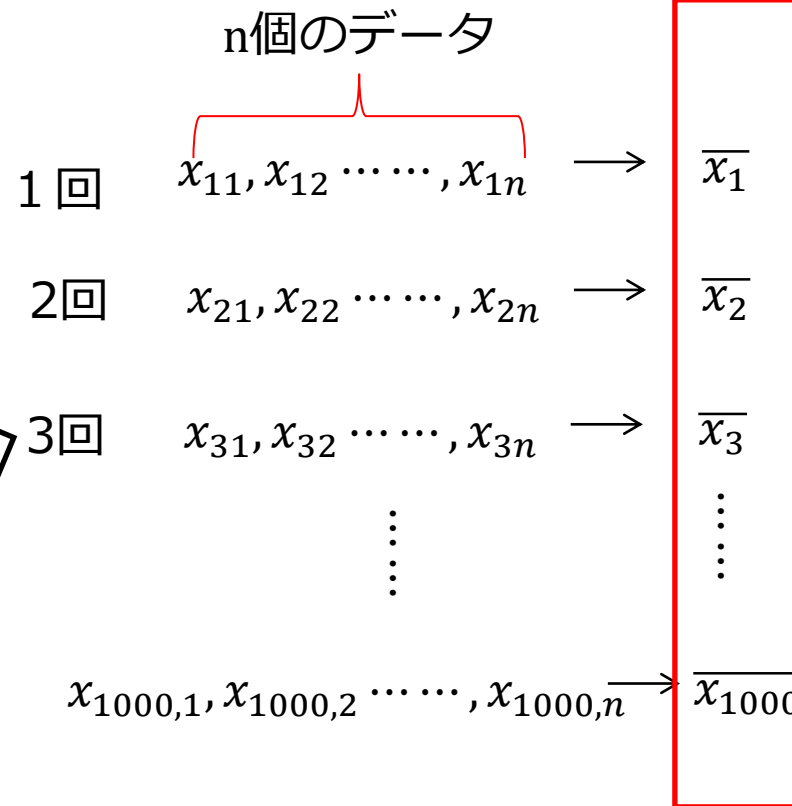
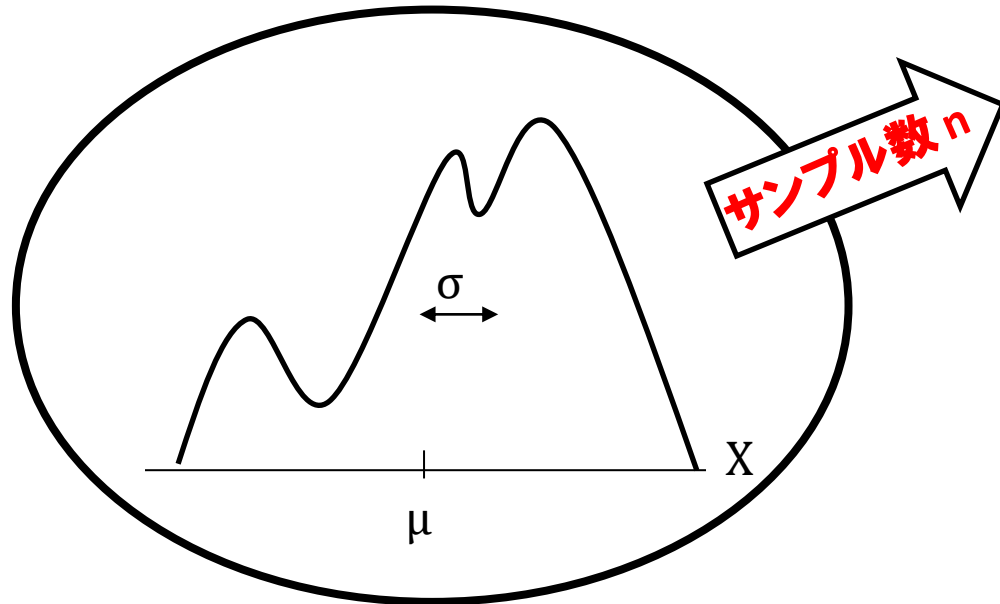
もしこのヒストグラムを作ると  
どんな分布をしているのか？



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の**標本平均の分布**は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団

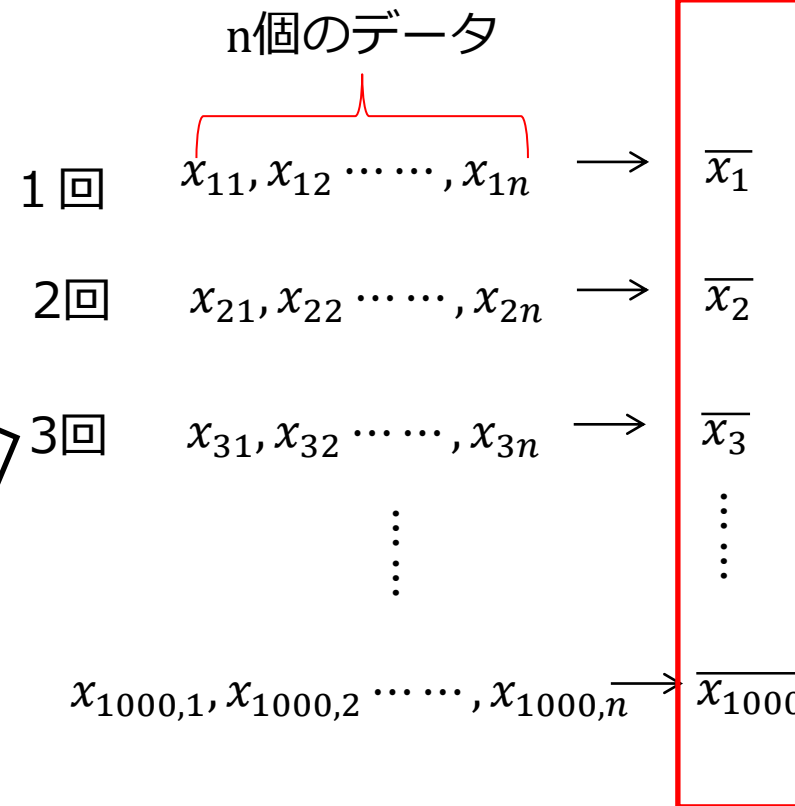
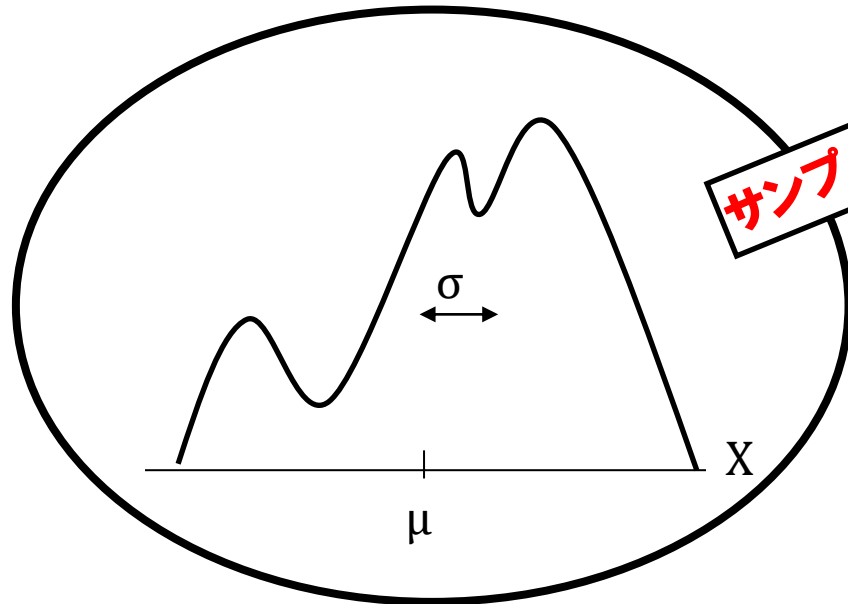


標本平均の分布

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 **$n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。**

母集団

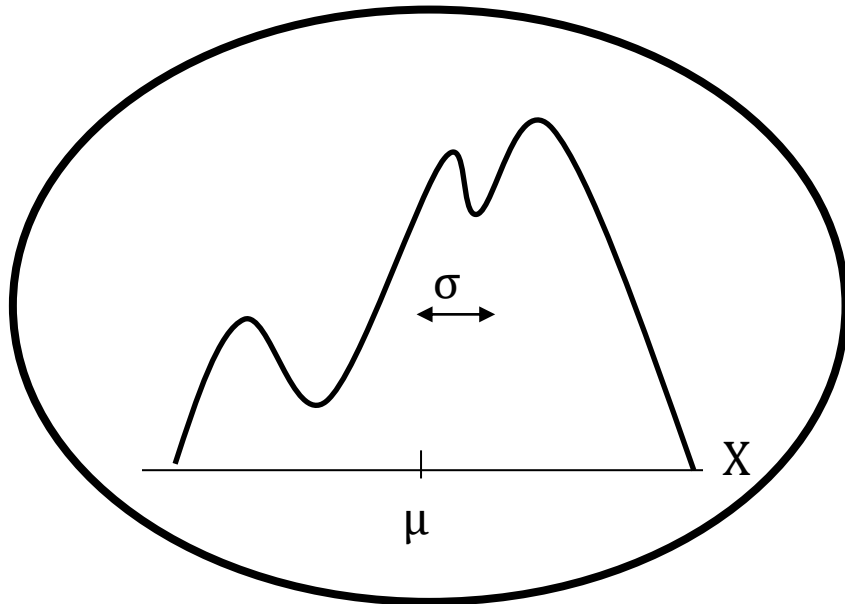


標本平均の分布

# 中心極限定理

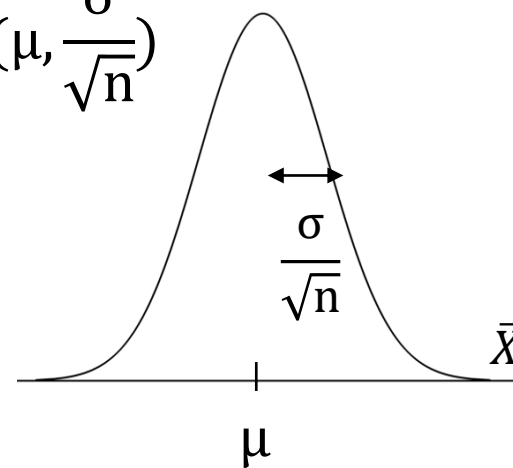
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 **$n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。**

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

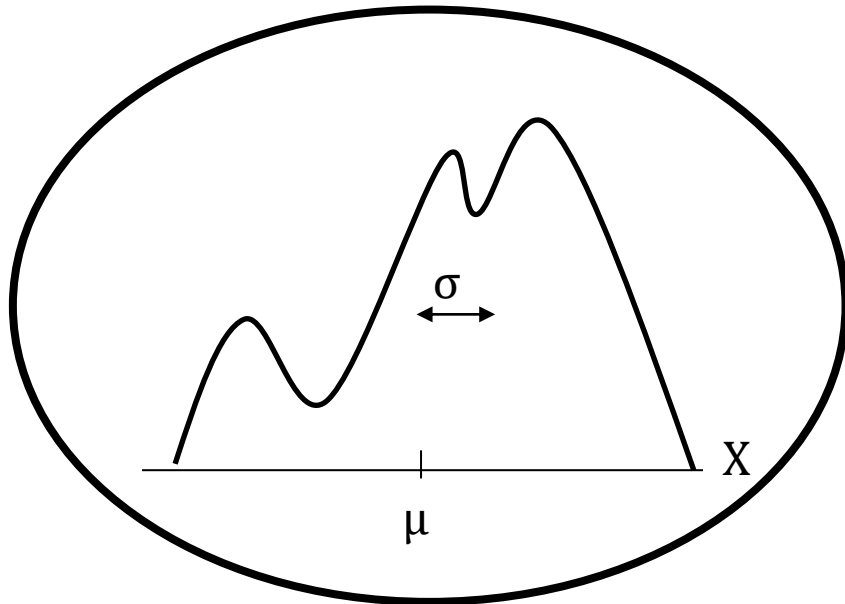


$\bar{x}_1$   
 $\bar{x}_2$   
 $\bar{x}_3$   
 $\vdots$   
 $\bar{x}_{1000}$

# 中心極限定理

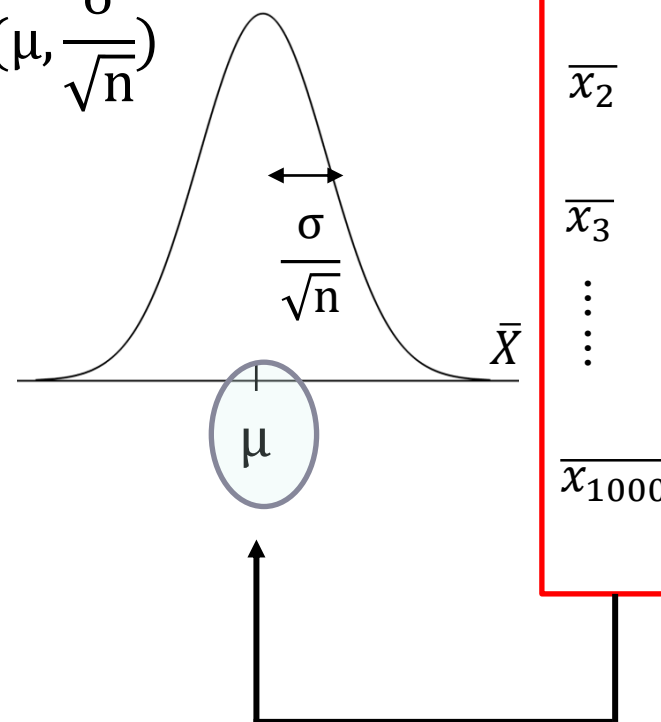
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 **$n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。**

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

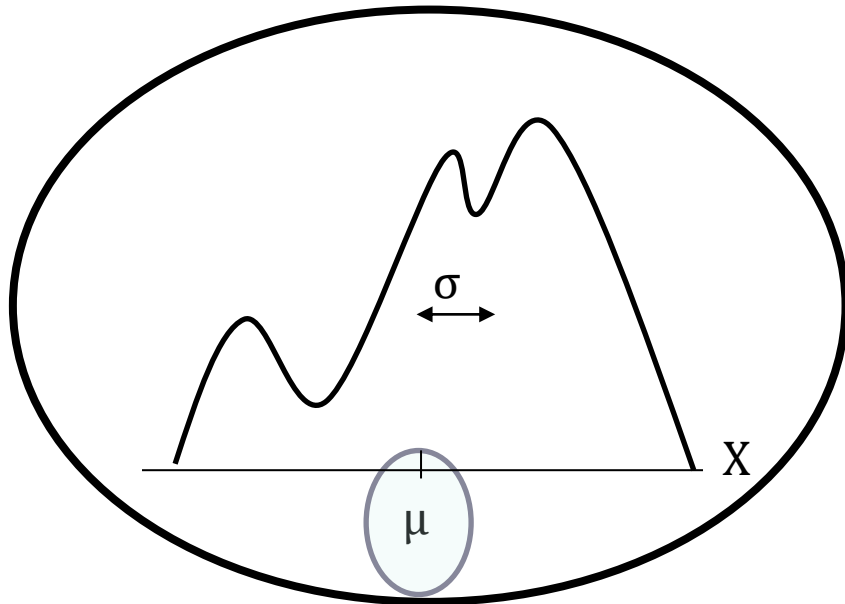


このデータの平均値

# 中心極限定理

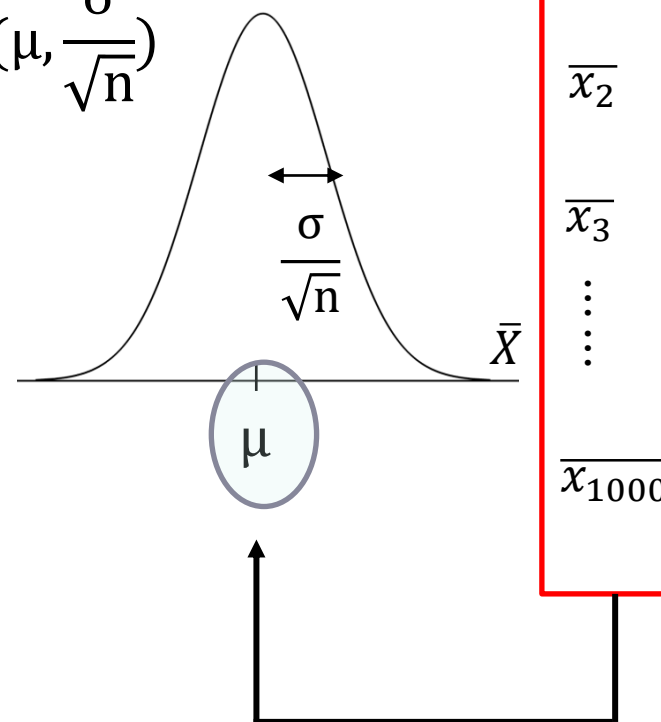
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 **$n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。**

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

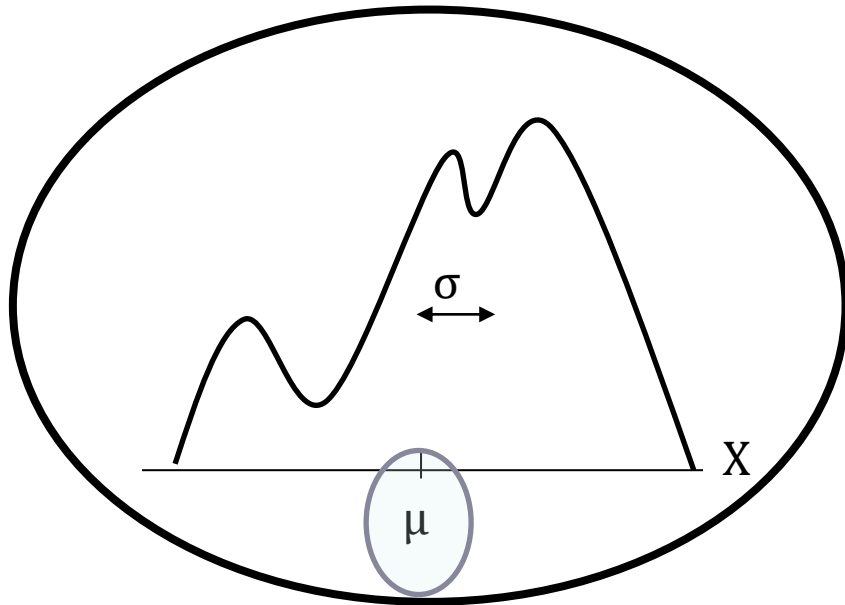


このデータの平均値

# 中心極限定理

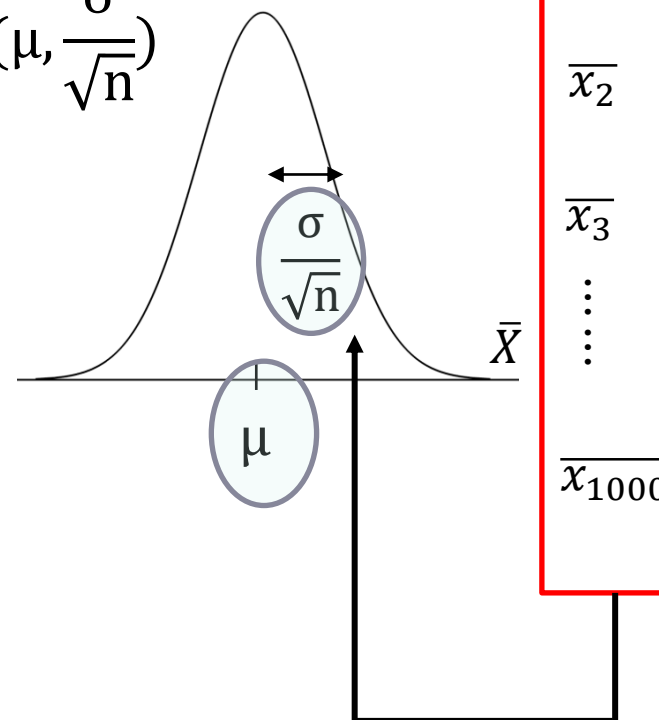
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 **$n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。**

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

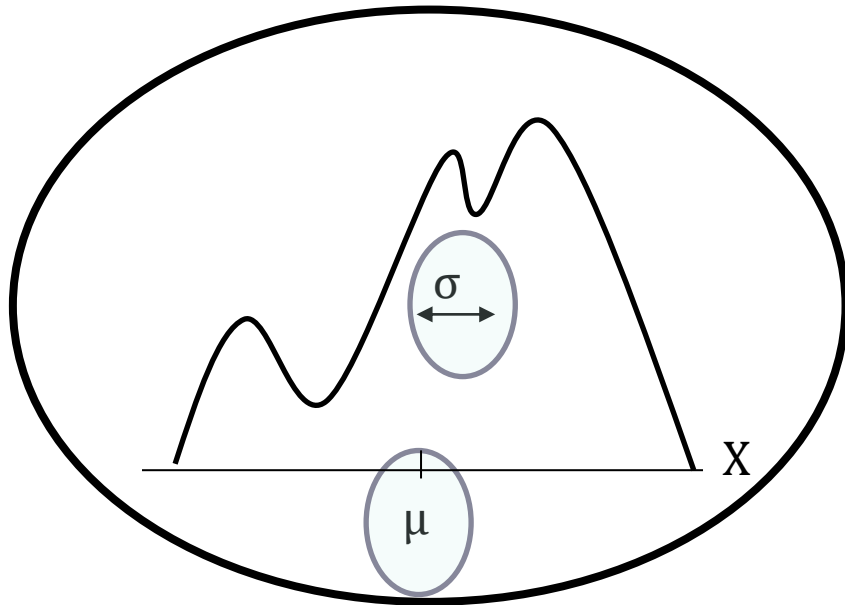


このデータの標準偏差

# 中心極限定理

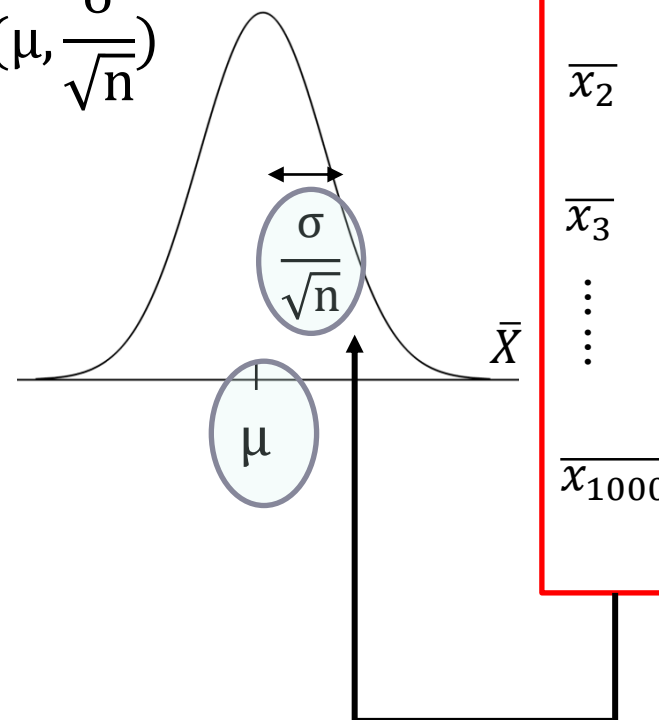
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 **$n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。**

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

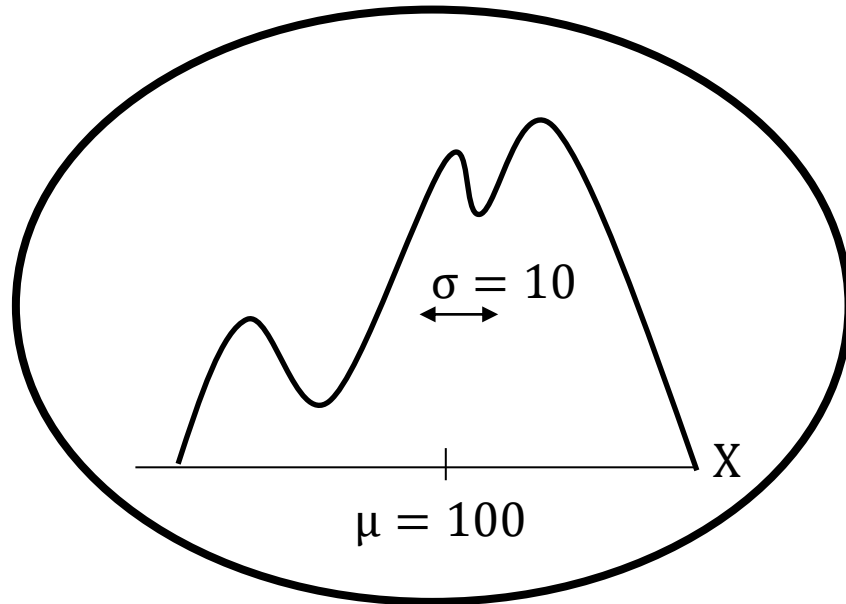


このデータの標準偏差

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**

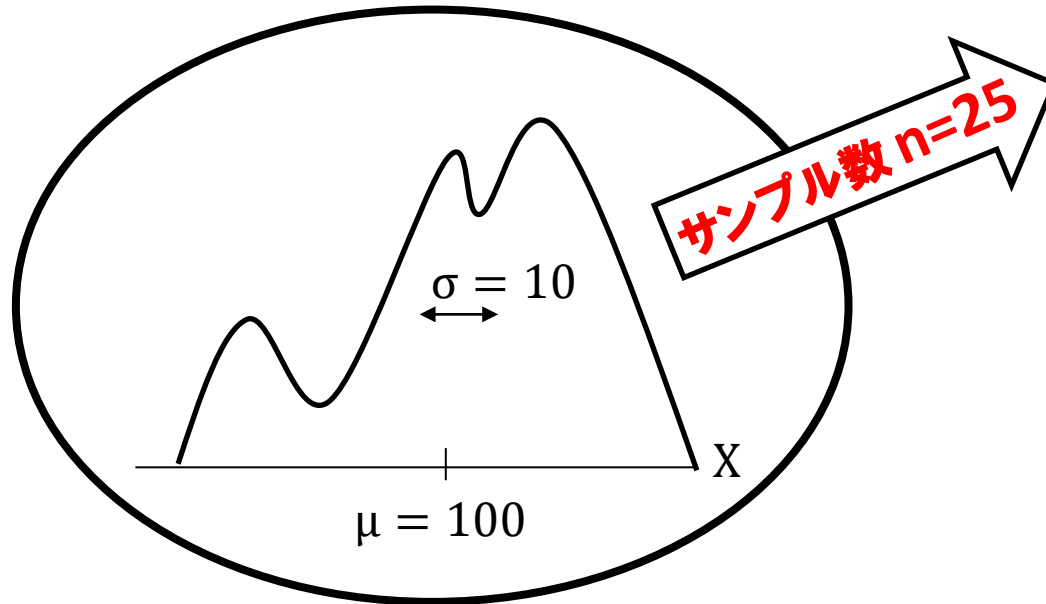




# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

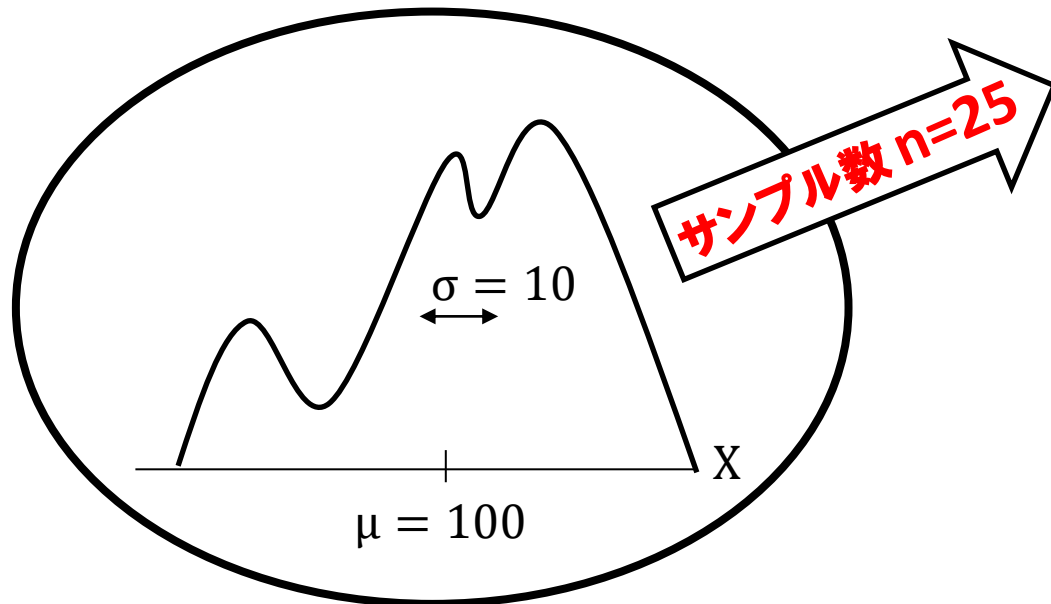
**母集団**



# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



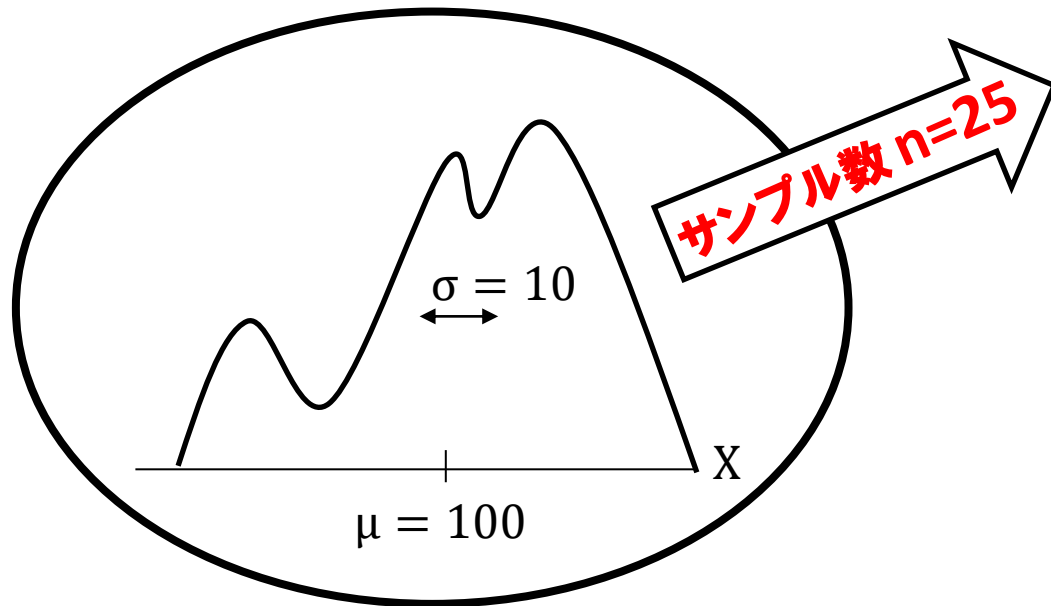
25個のデータ

$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1,25}$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



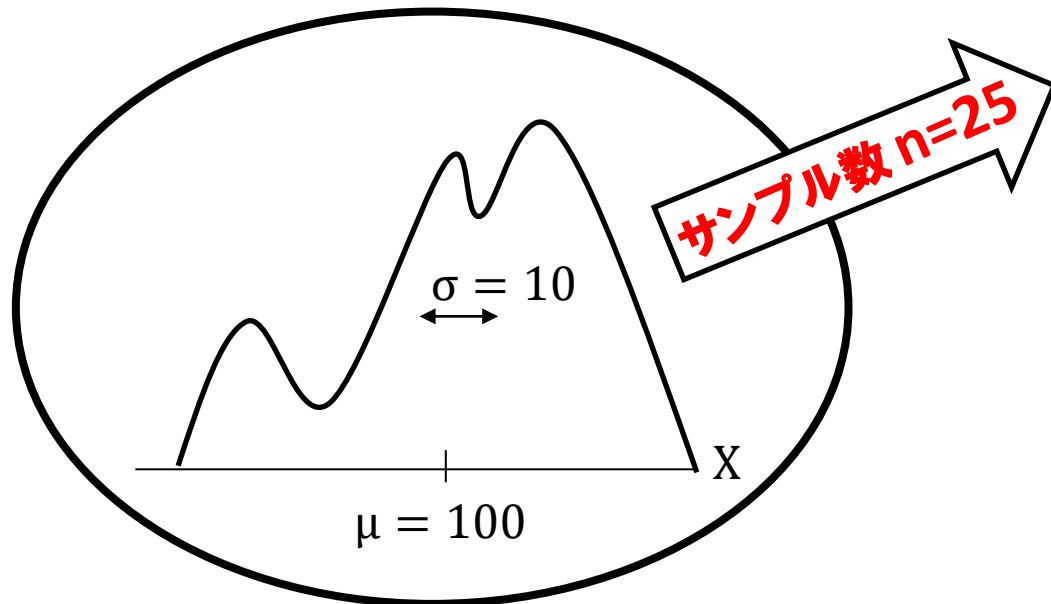
25個のデータ

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1,25} \longrightarrow \bar{x}_1$$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



25個のデータ

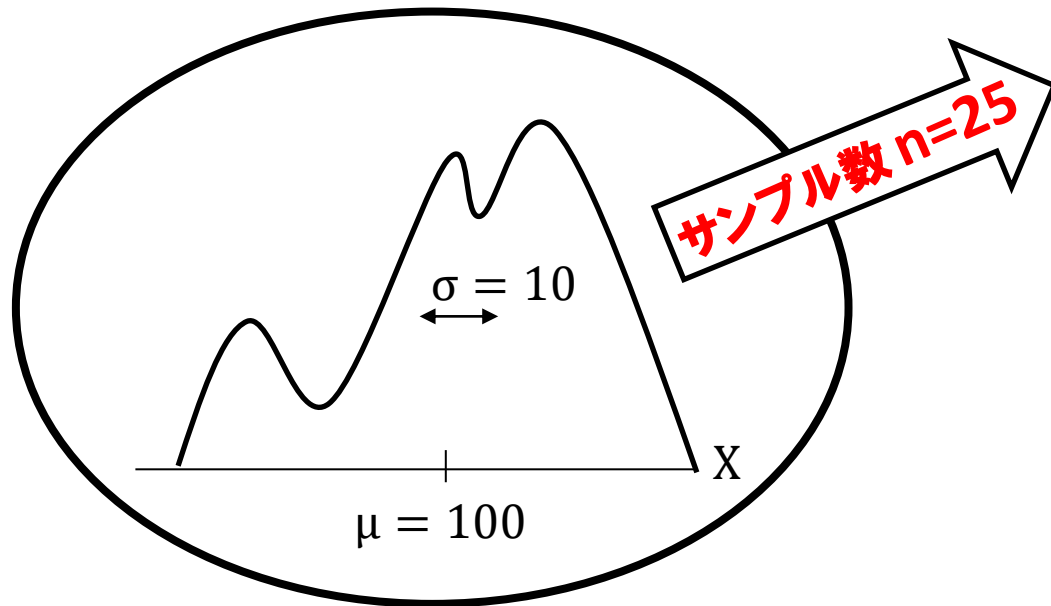
$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1,25} \longrightarrow \bar{x}_1$$

$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \longrightarrow \bar{x}_2$$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



25個のデータ

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1,25} \longrightarrow \bar{x}_1$$

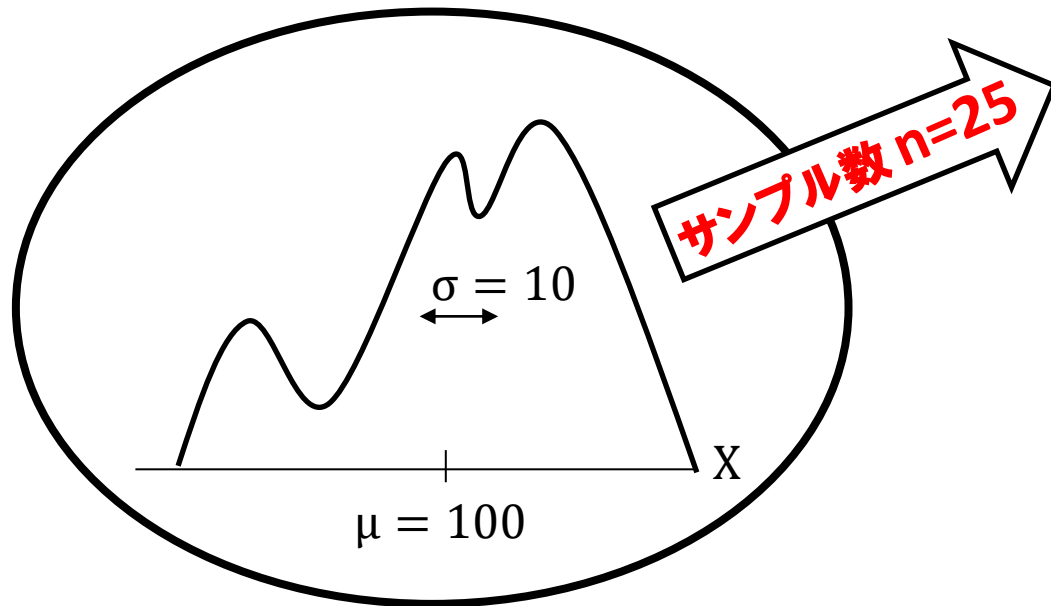
$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \longrightarrow \bar{x}_2$$

$$x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} \longrightarrow \bar{x}_3$$

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

**母集団**



25個のデータ

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1,25} \longrightarrow \bar{x}_1$$

$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \longrightarrow \bar{x}_2$$

$$x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} \longrightarrow \bar{x}_3$$

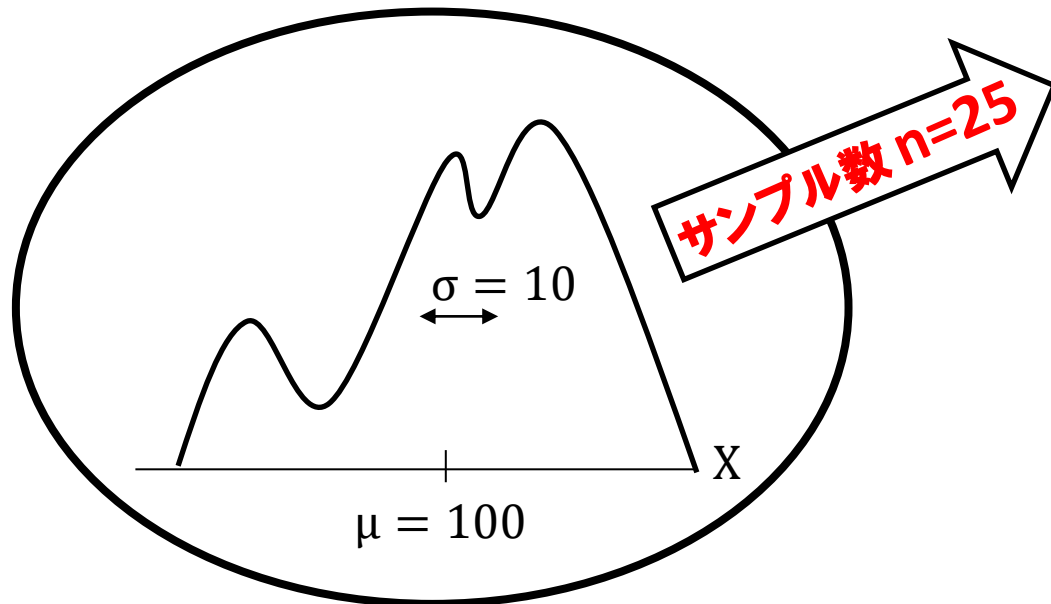
⋮

⋮

# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



25個のデータ

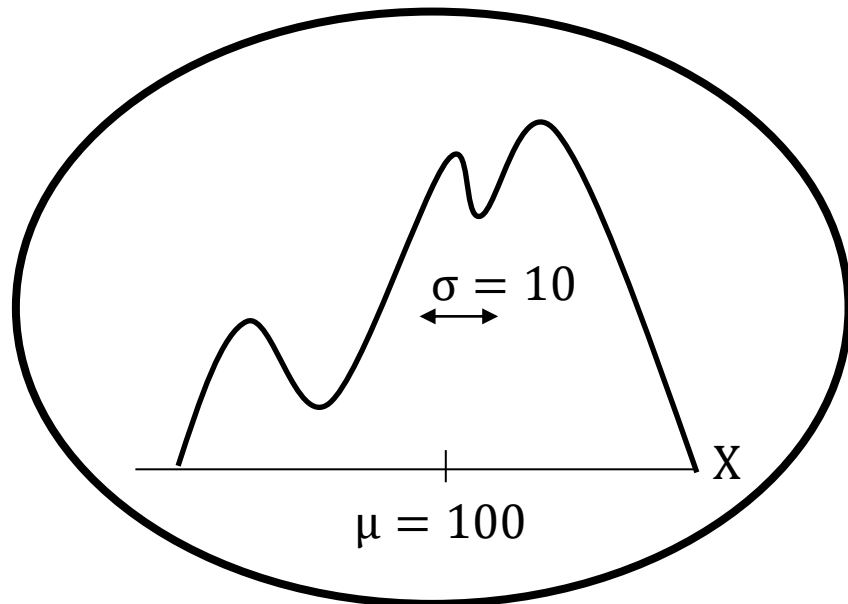
$$\begin{array}{lcl} x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1,25} & \longrightarrow & \bar{x}_1 \\ x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} & \longrightarrow & \bar{x}_2 \\ x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n} & \longrightarrow & \bar{x}_3 \\ & & \vdots \end{array}$$

標本平均の分布？

# 中心極限定理

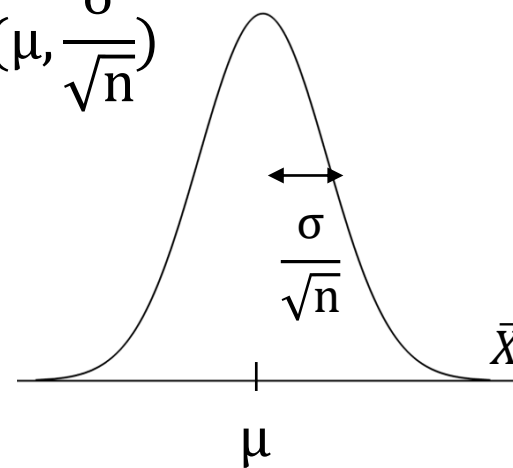
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$



$\bar{x}_1$   
 $\bar{x}_2$   
 $\bar{x}_3$   
 $\vdots$   
 $\vdots$

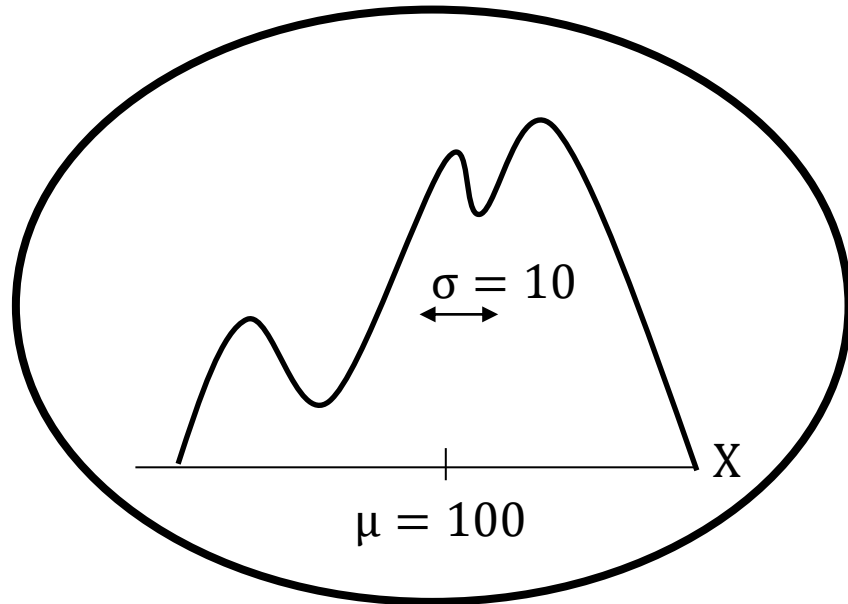
標本平均の分布？



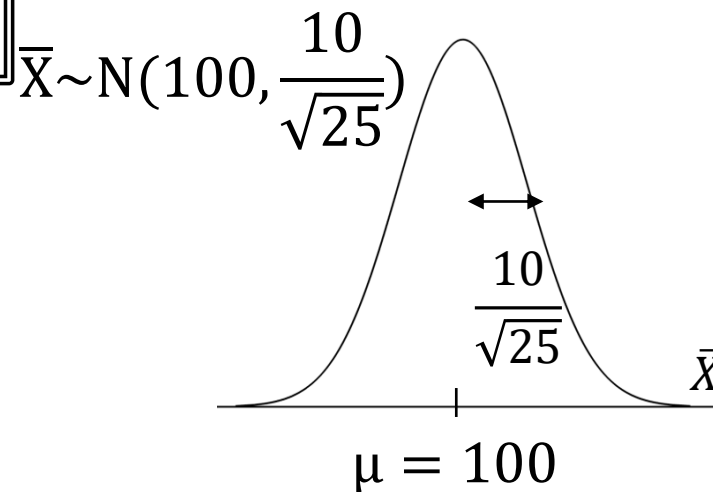
# 中心極限定理

平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



標本平均の分布



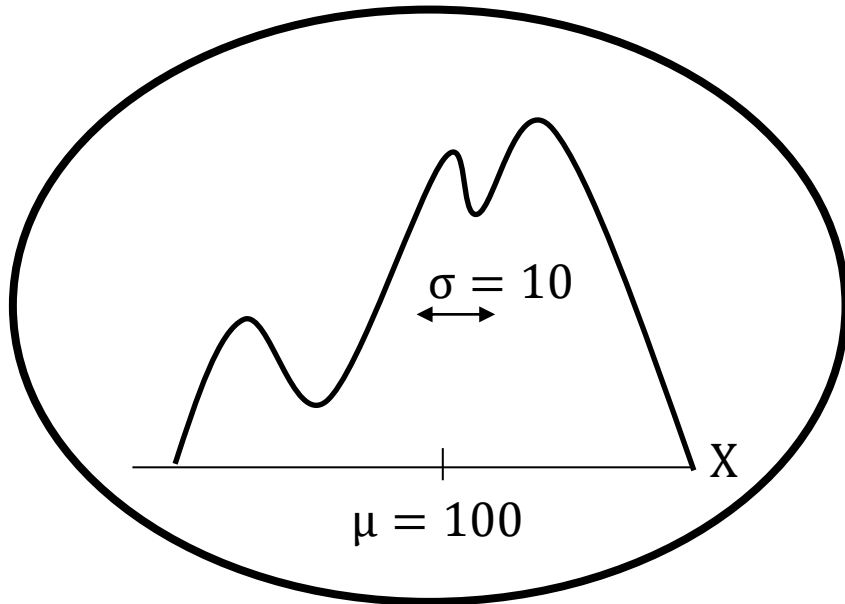
$\bar{x}_1$   
 $\bar{x}_2$   
 $\bar{x}_3$   
 $\vdots$   
 $\vdots$

標本平均の分布？

# 中心極限定理

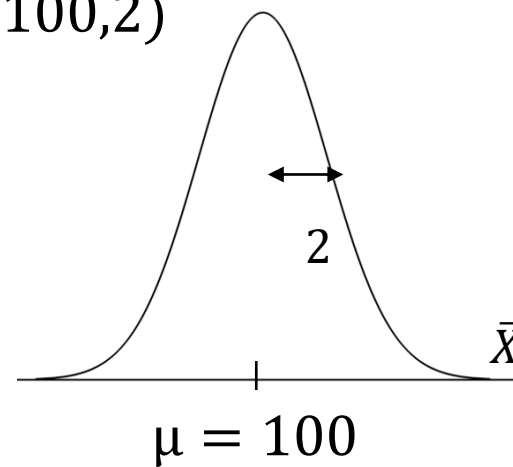
平均 $\mu$ 、標準偏差 $\sigma$ の分布に従う母集団から、 $n$ 個のデータを無作為抽出した時の標本平均の分布は、 $n$ が十分に大きい時、平均が $\mu$ 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従う。

母集団



標本平均の分布

$$\bar{X} \sim N(100, 2)$$



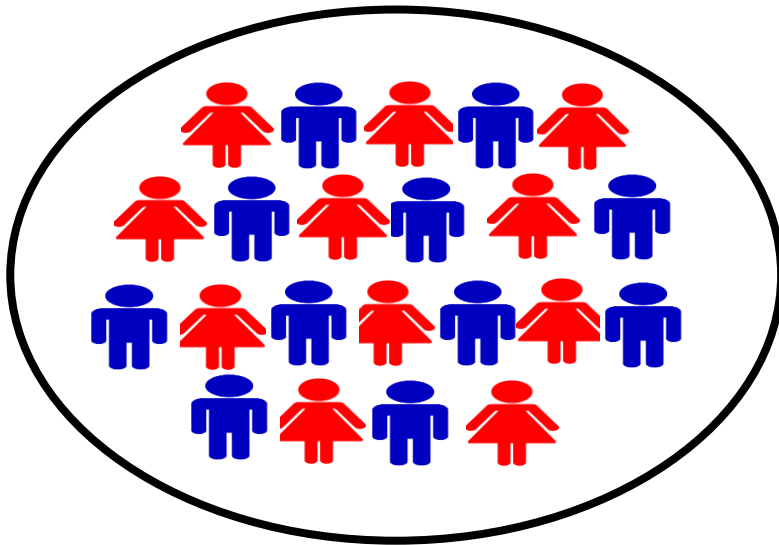
$\bar{x}_1$   
 $\bar{x}_2$   
 $\bar{x}_3$   
 $\vdots$   
 $\vdots$

標本平均の分布？

# 中心極限定理の例

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

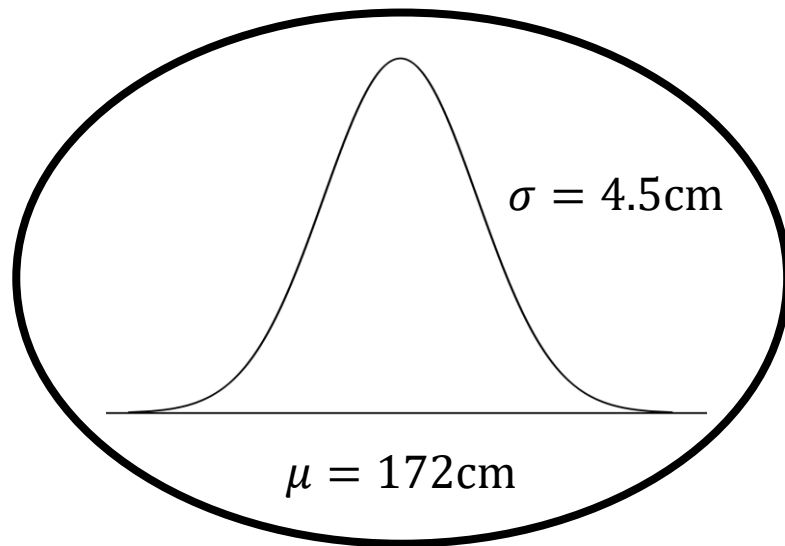
母集団



# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

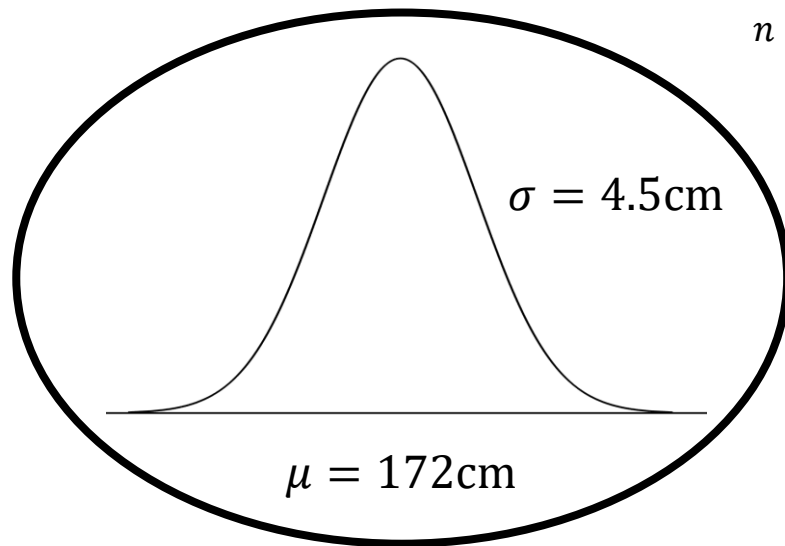
**母集団**



# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100個のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

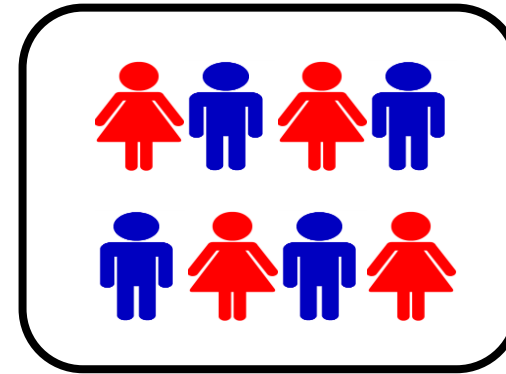
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



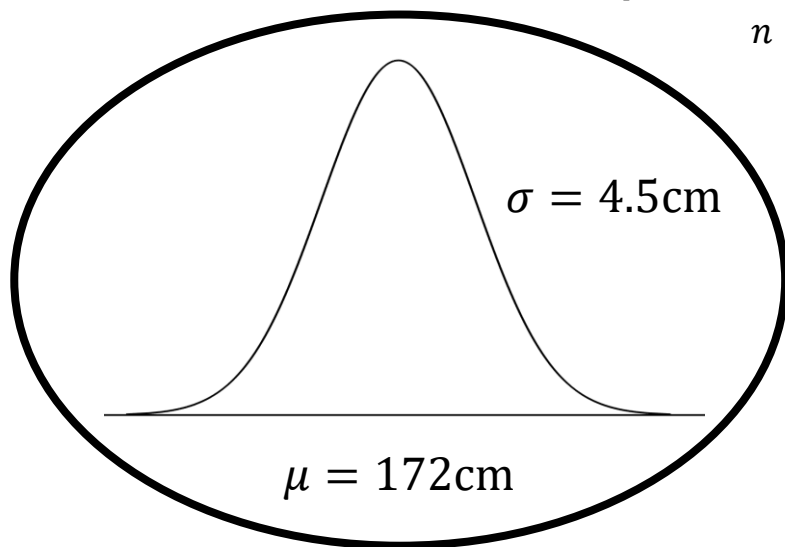
1回目

サンプリング	標本平均

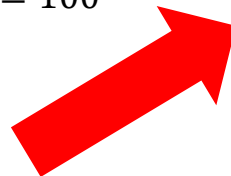
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

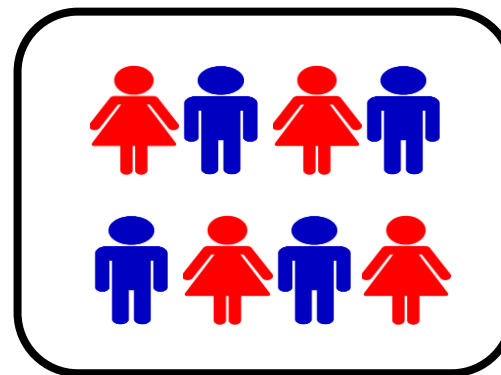
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



1回目

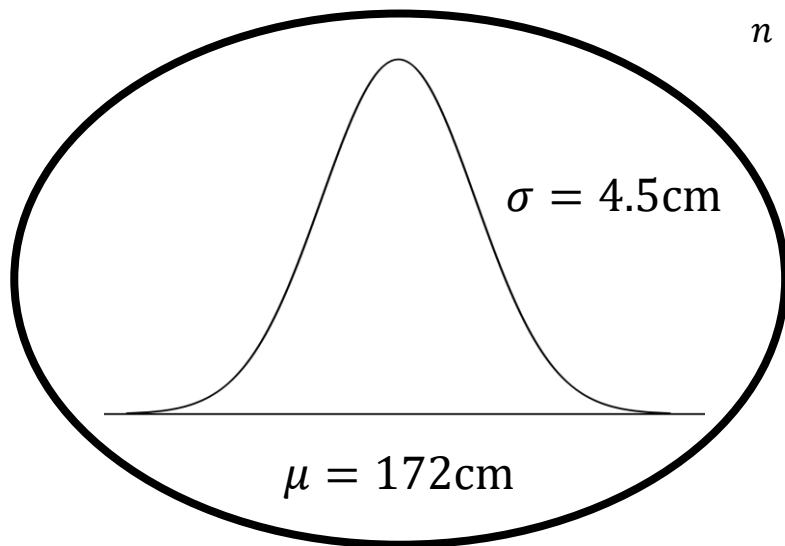
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm

# 中心極限定理

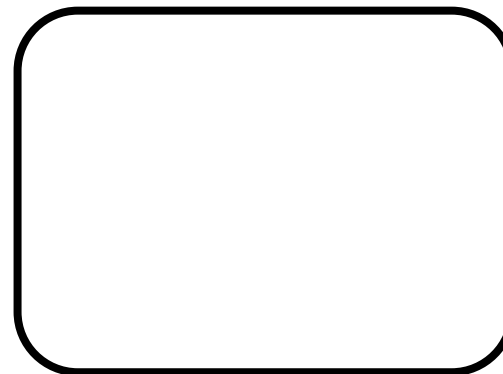
身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

母集団

(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本

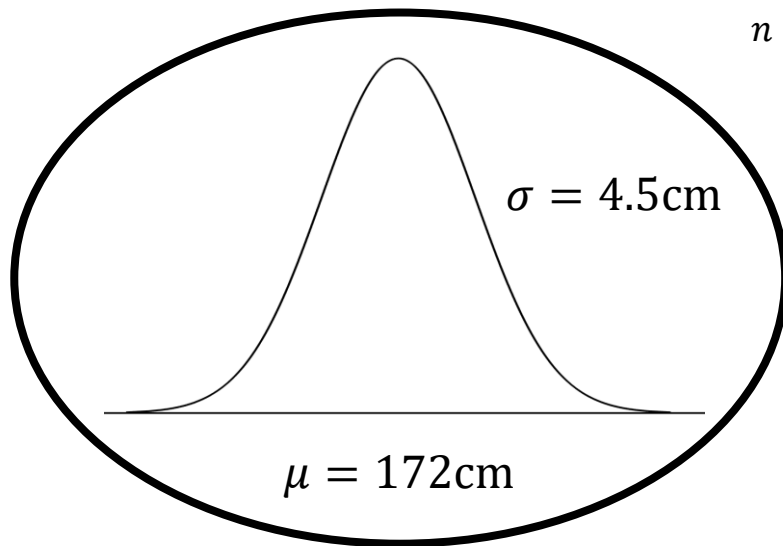


サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm

# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

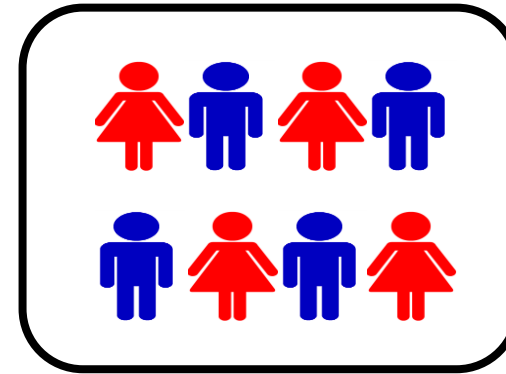
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



2回目

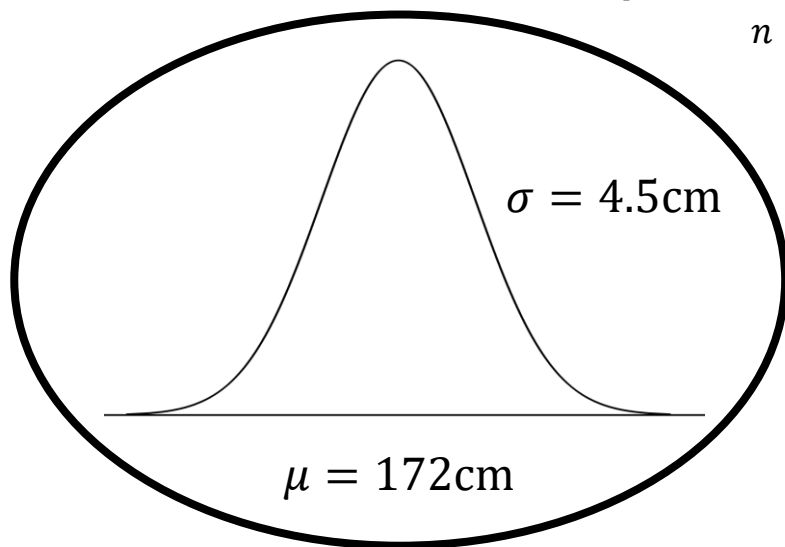
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm



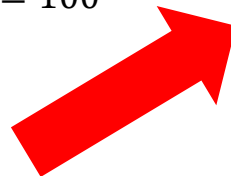
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

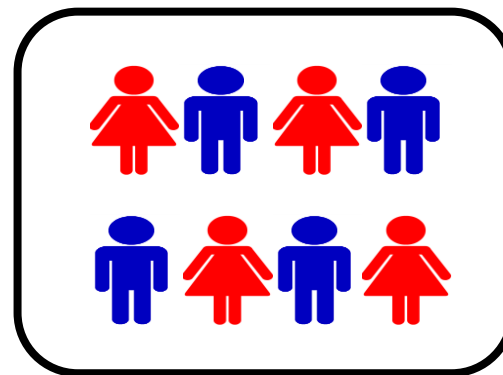
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



2回目

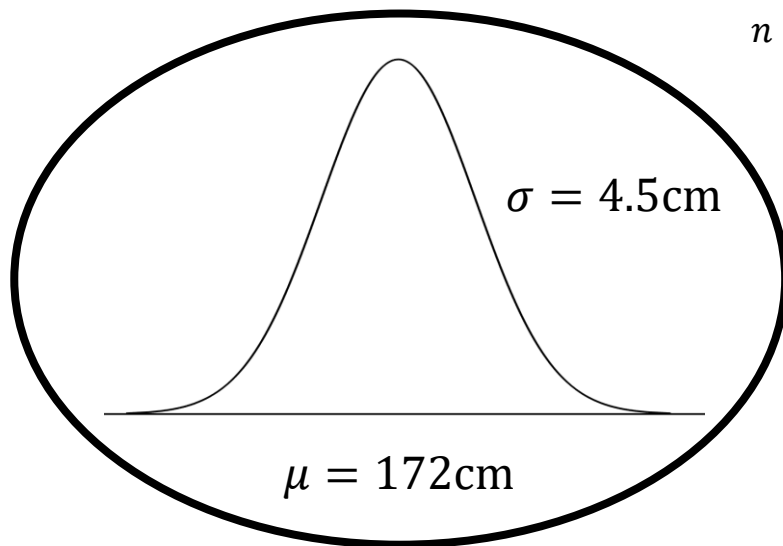
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

# 中心極限定理

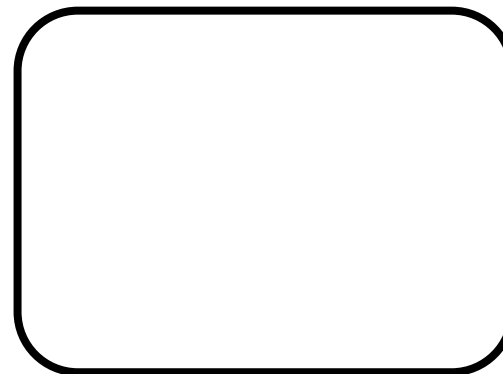
身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

母集団

(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本

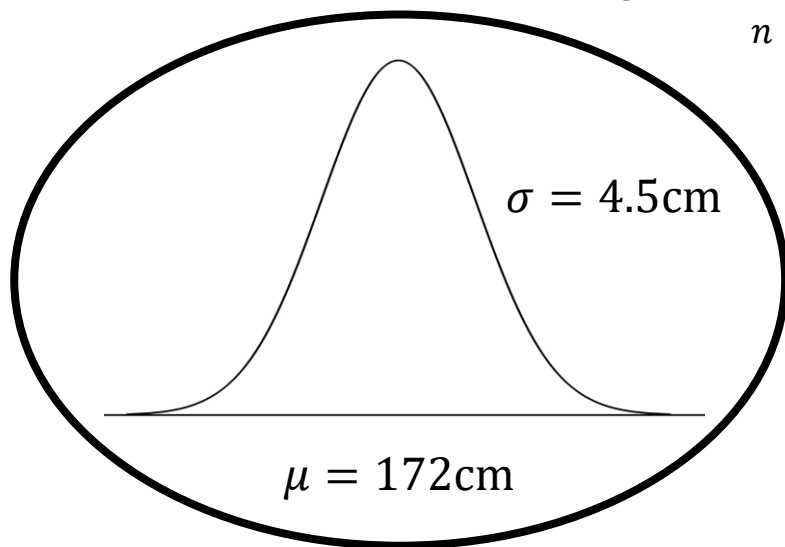


サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm

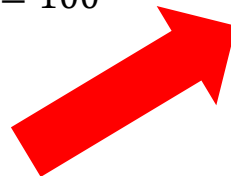
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

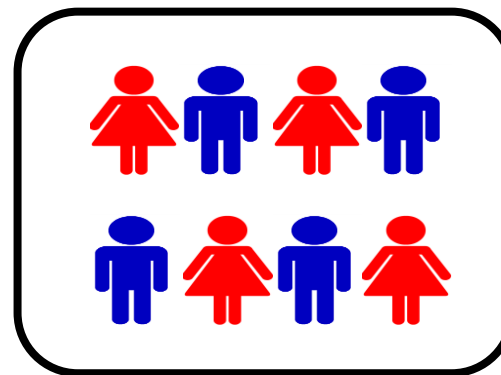
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



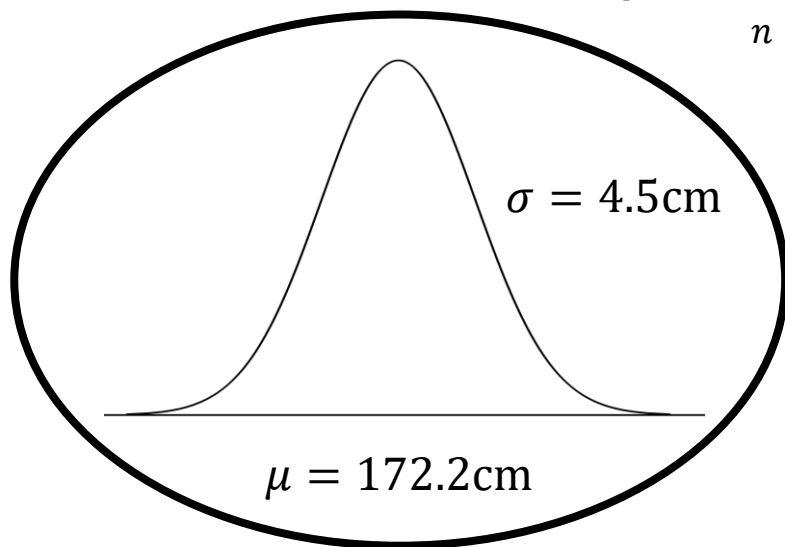
3回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm

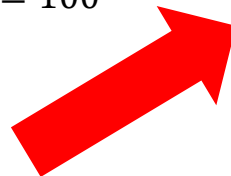
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

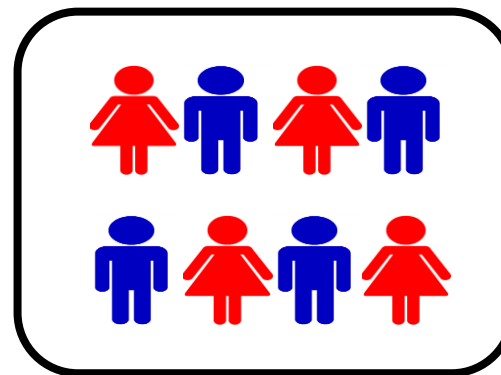
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



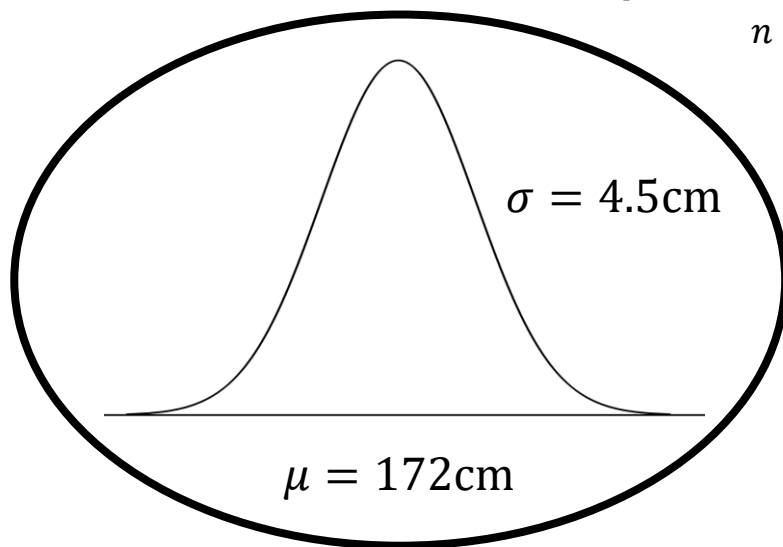
3回目

サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm

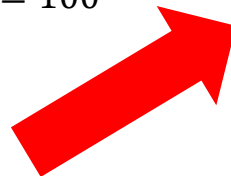
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

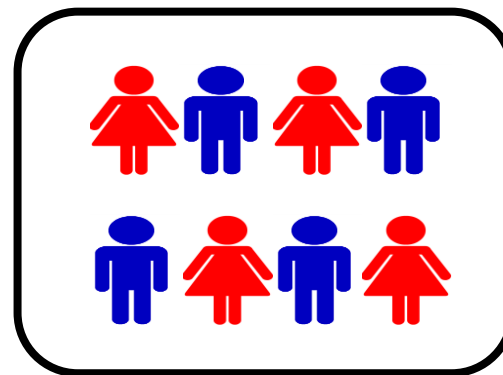
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



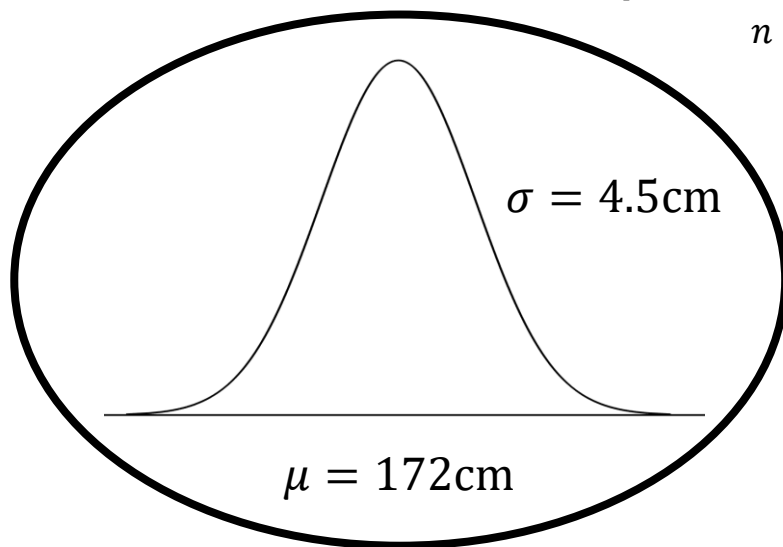
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
⋮	⋮

何回も繰り返す

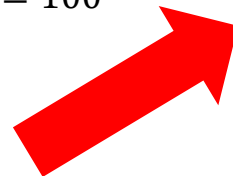
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

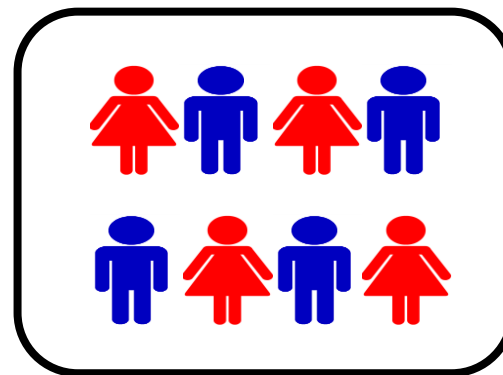
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



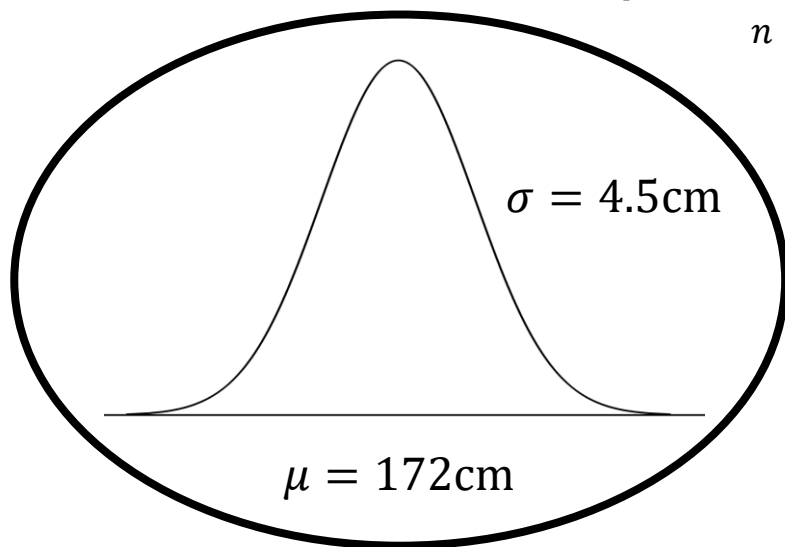
サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
⋮	⋮

この分布は？

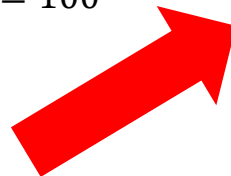
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

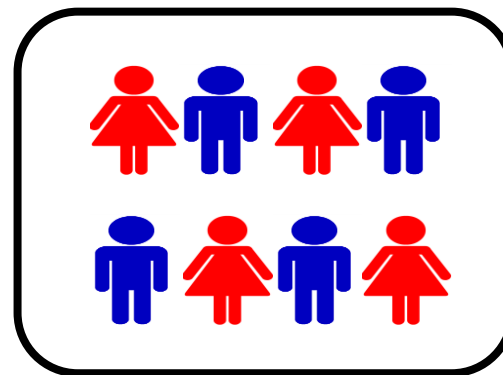
母集団



(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本



サンプリング	標本平均
1回目	172.4cm
2回目	166.3cm
3回目	171.2cm
⋮	⋮

この分布は？

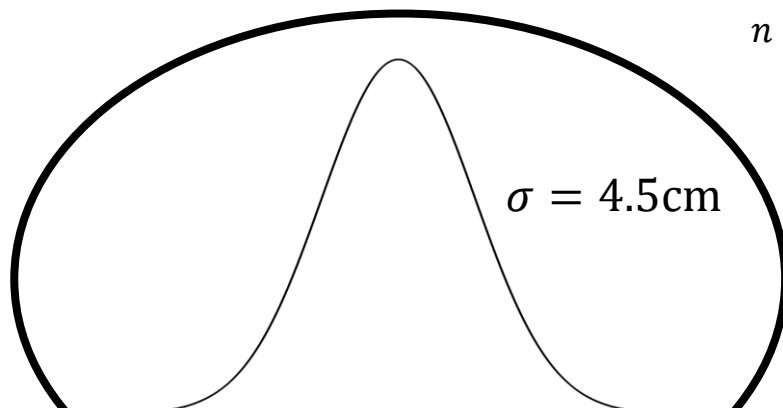
標本平均  $\bar{X}$  の分布

# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が  $173\text{cm}$  を超える確率は？

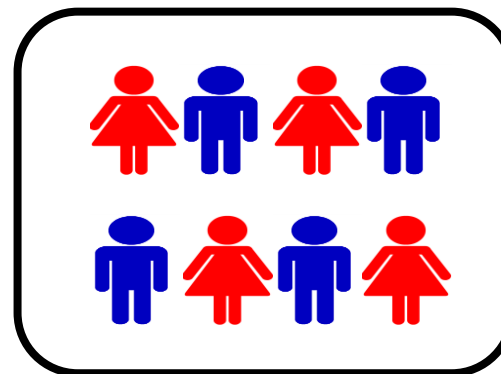
母集団

(大きいサンプル数  $n$ )  
 $n = 100$



標本平均  $\bar{X}$  は  
平均が  $\mu$ 、標準偏差  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  の正規分布に従う

標本



サンプリング	標本平均
1 回目	172.4cm
2 回目	166.3cm
3 回目	171.2cm
⋮	⋮

この分布は？

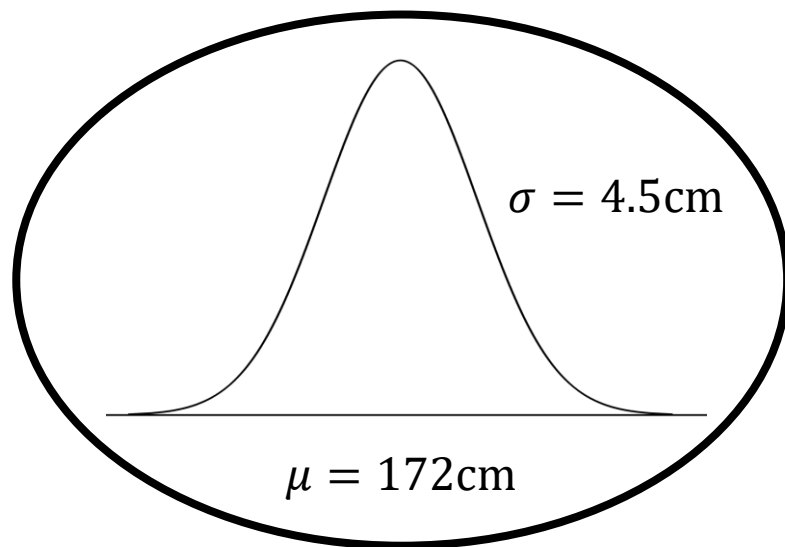
標本平均  $\bar{X}$  の分布



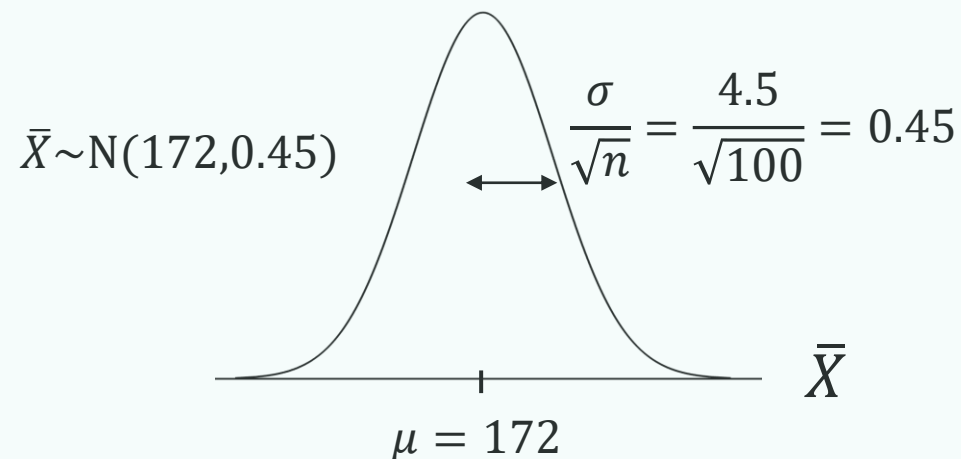
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から100人のサンプリングが行われた。このとき標本平均が173cmを超える確率は？

母集団



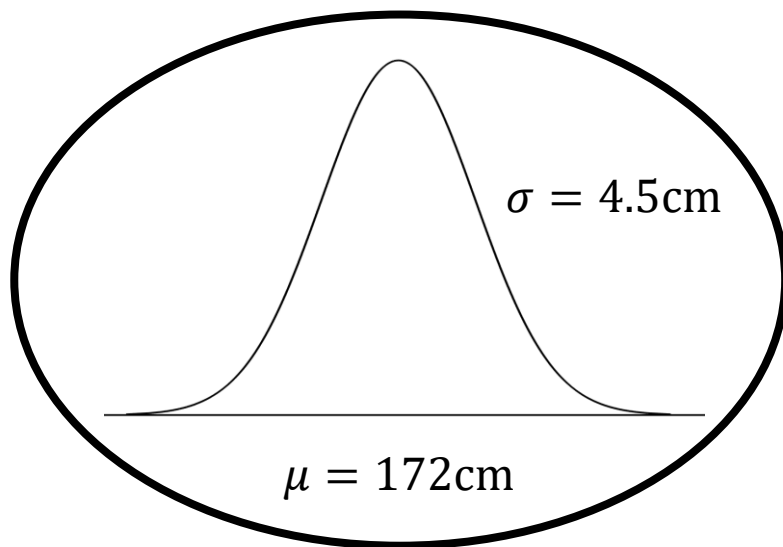
標本平均  $\bar{X}$  の分布



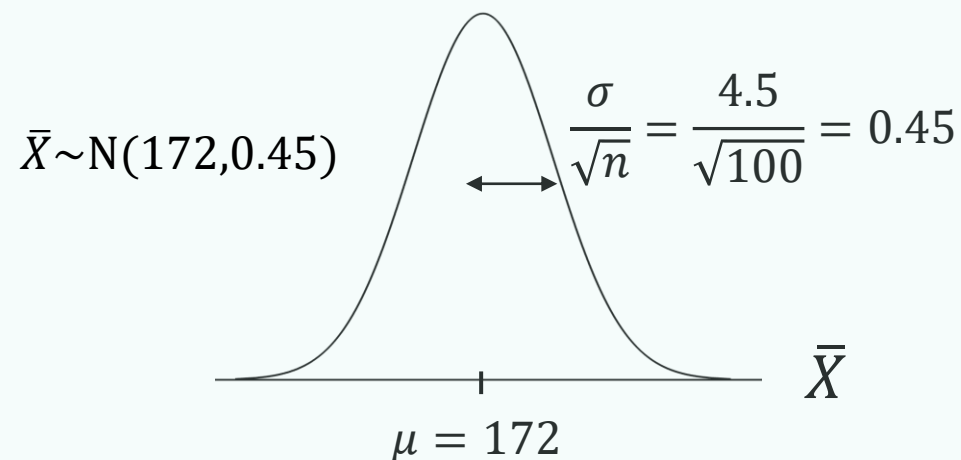
# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から **100人のサンプリング** が行われた。このとき標本平均が **173cmを超える確率は？**

母集団



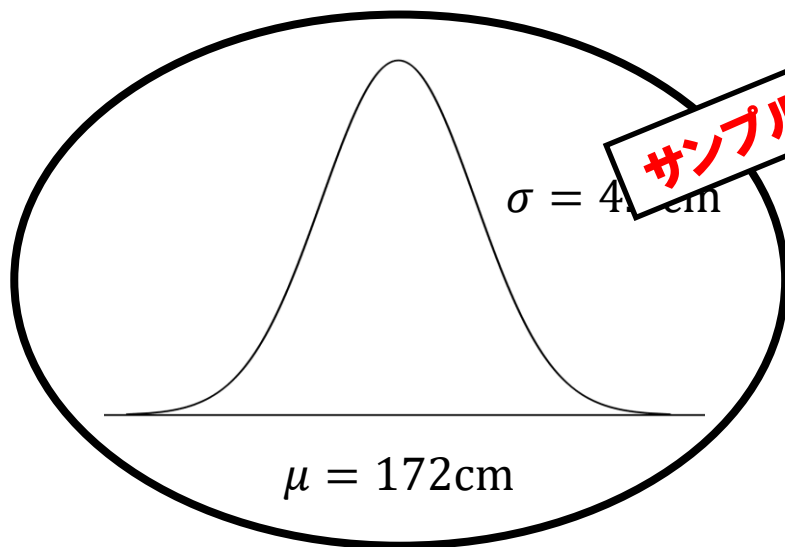
標本平均  $\bar{X}$  の分布



# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から **100人のサンプリング** が行われた。このとき標本平均が **173cmを超える確率は？**

母集団

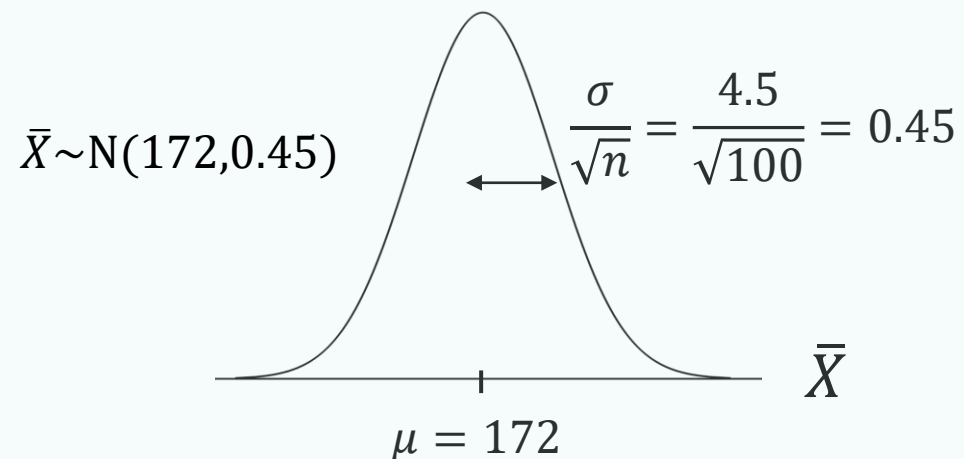


サンプル数  $n=100$

100個のデータ

$x_1, x_2, \dots, x_{100}$

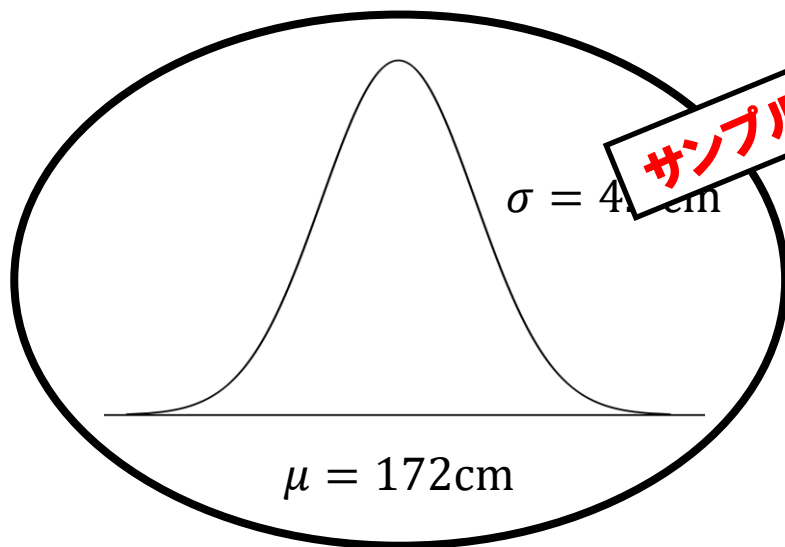
標本平均  $\bar{X}$  の分布



# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から **100人のサンプリング**が行われた。このとき標本平均が **173cmを超える確率は？**

母集団

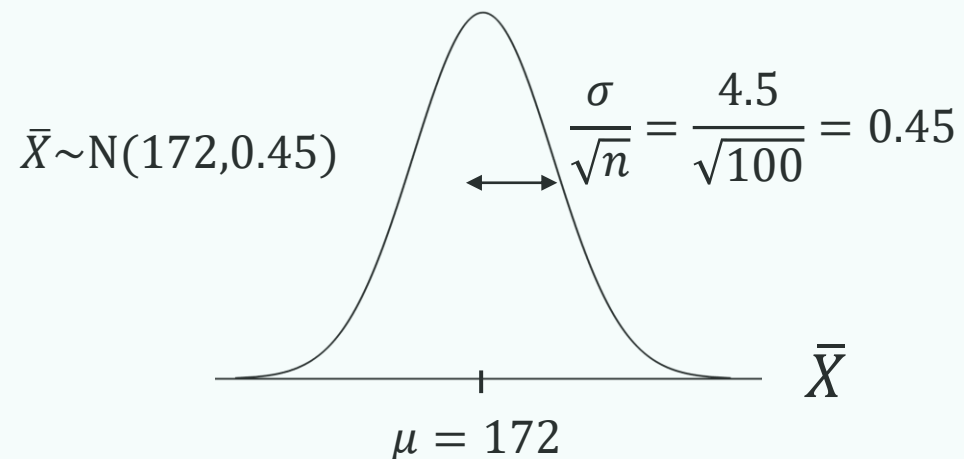


サンプル数  $n=100$

100個のデータ

$x_1, x_2, \dots, x_{100} \rightarrow \bar{x} \geq 173$

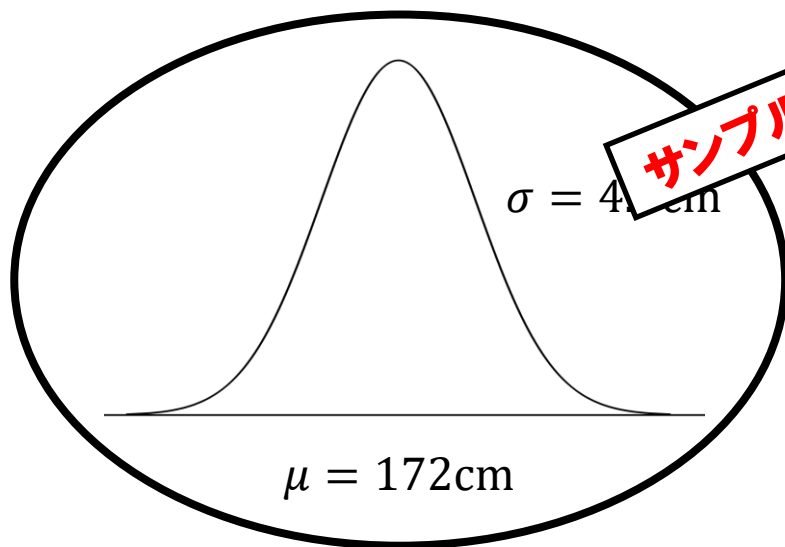
標本平均  $\bar{X}$  の分布



# 中心極限定理

身長が平均  $\mu = 172\text{cm}$ 、標準偏差が  $\sigma = 4.5\text{cm}$  の母集団から **100人のサンプリング** が行われた。このとき標本平均が **173cmを超える確率は？**

母集団



サンプル数  $n=100$

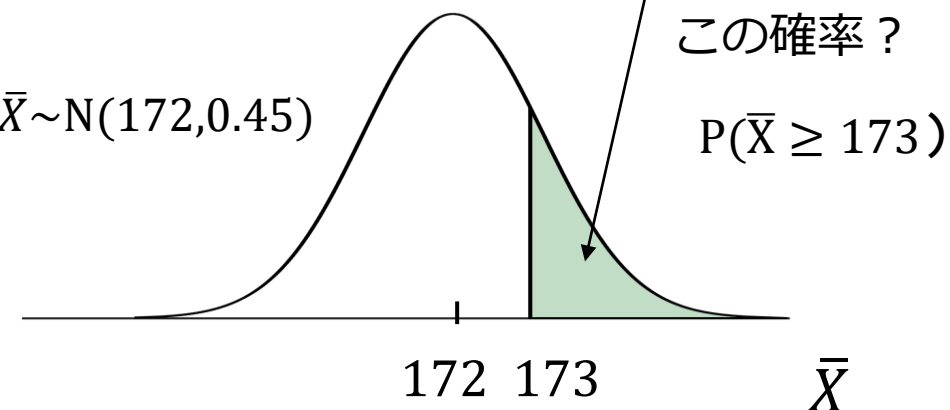
100個のデータ

$x_1, x_2, \dots, x_{100}$

$\rightarrow \bar{x} \geq 173$

標本平均  $\bar{X}$  の分布

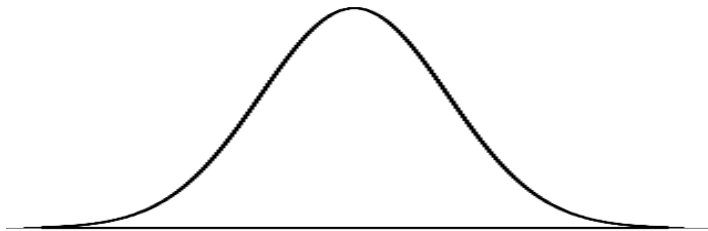
$\bar{X} \sim N(172, 0.45)$



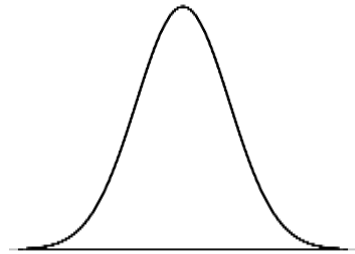
# 一つの正規分布に統一する

---

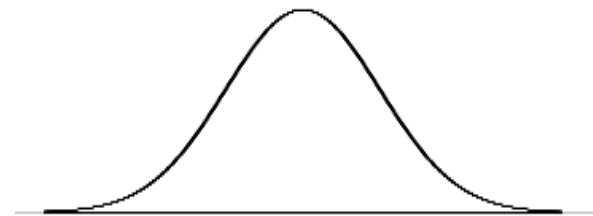
$N(120,30)$



$N(10,1)$

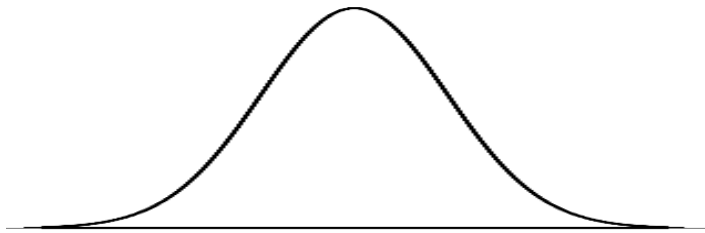


$N(500,10)$

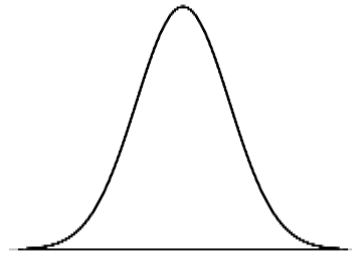


# 一つの正規分布に統一する

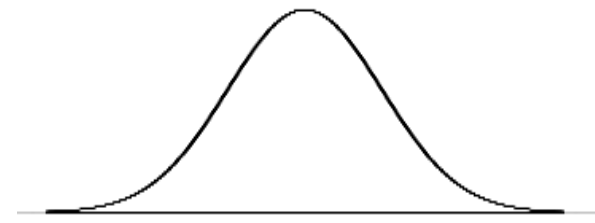
$N(120, 30)$



$N(10, 1)$

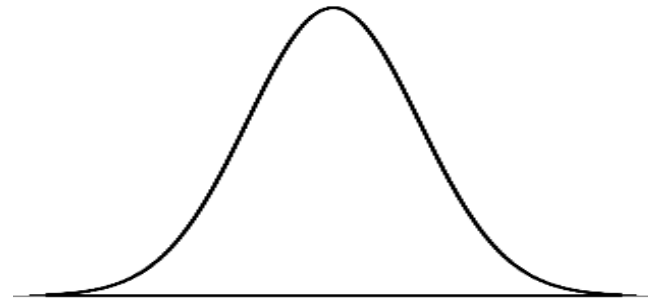


$N(500, 10)$



変換公式

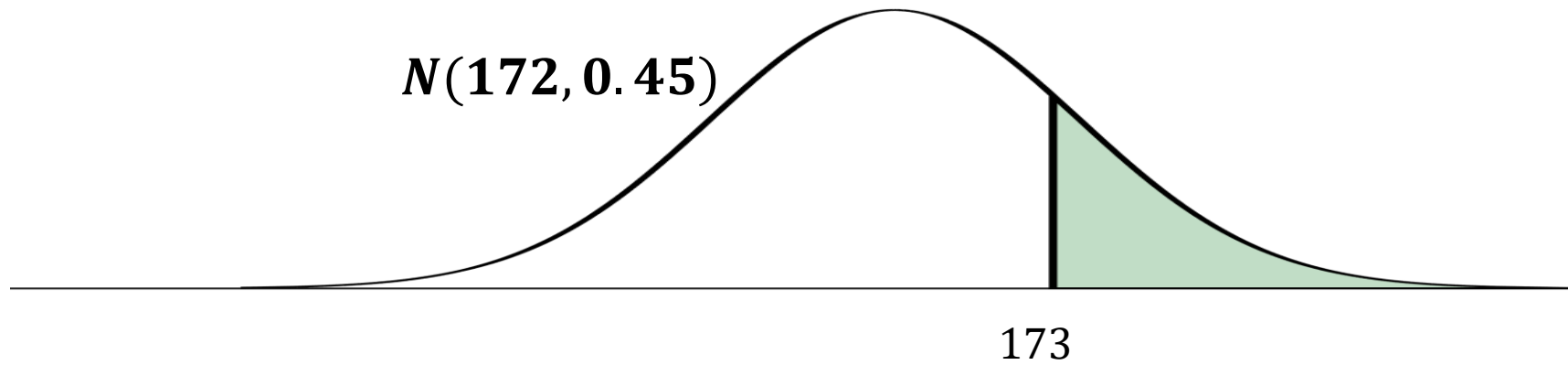
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



標準化正規分布  
 $N(0, 1)$

**$N(172, 0.45)$  において 173 以上の確率を求めよ**

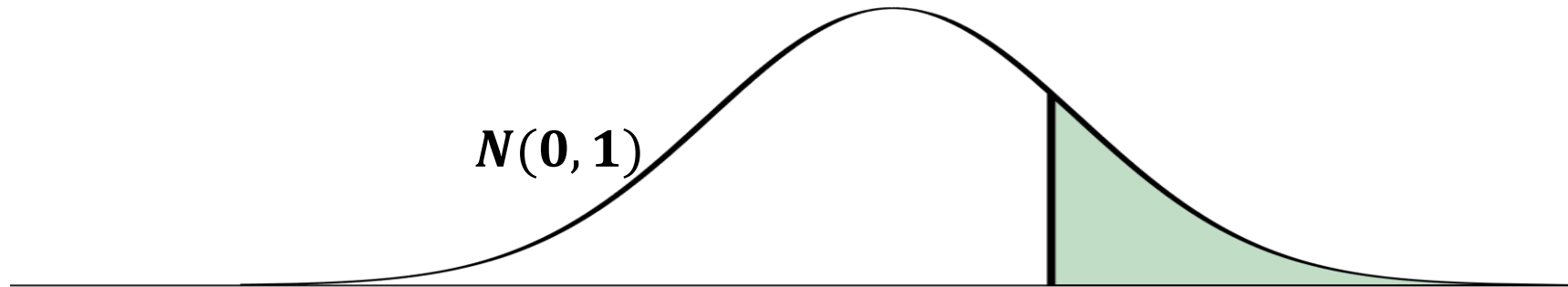
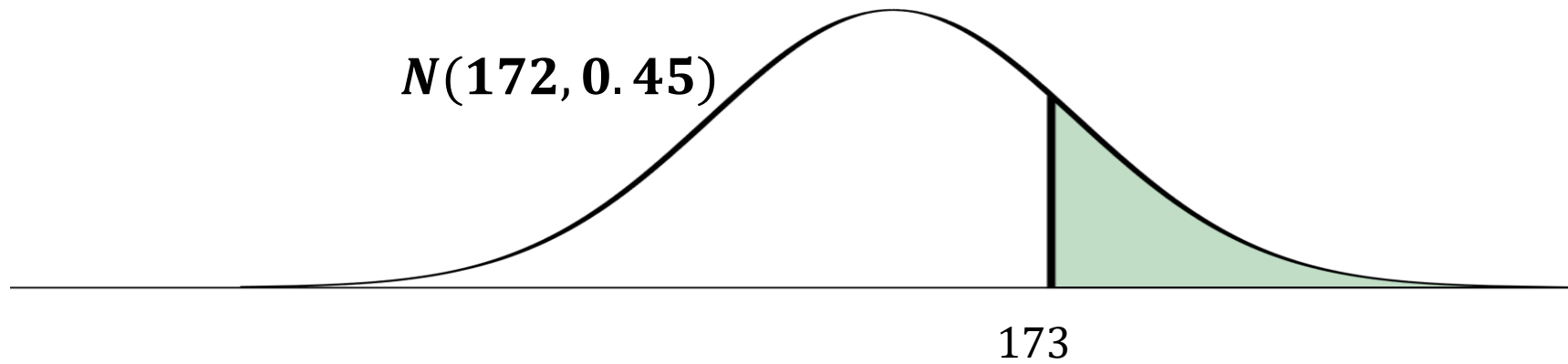
---



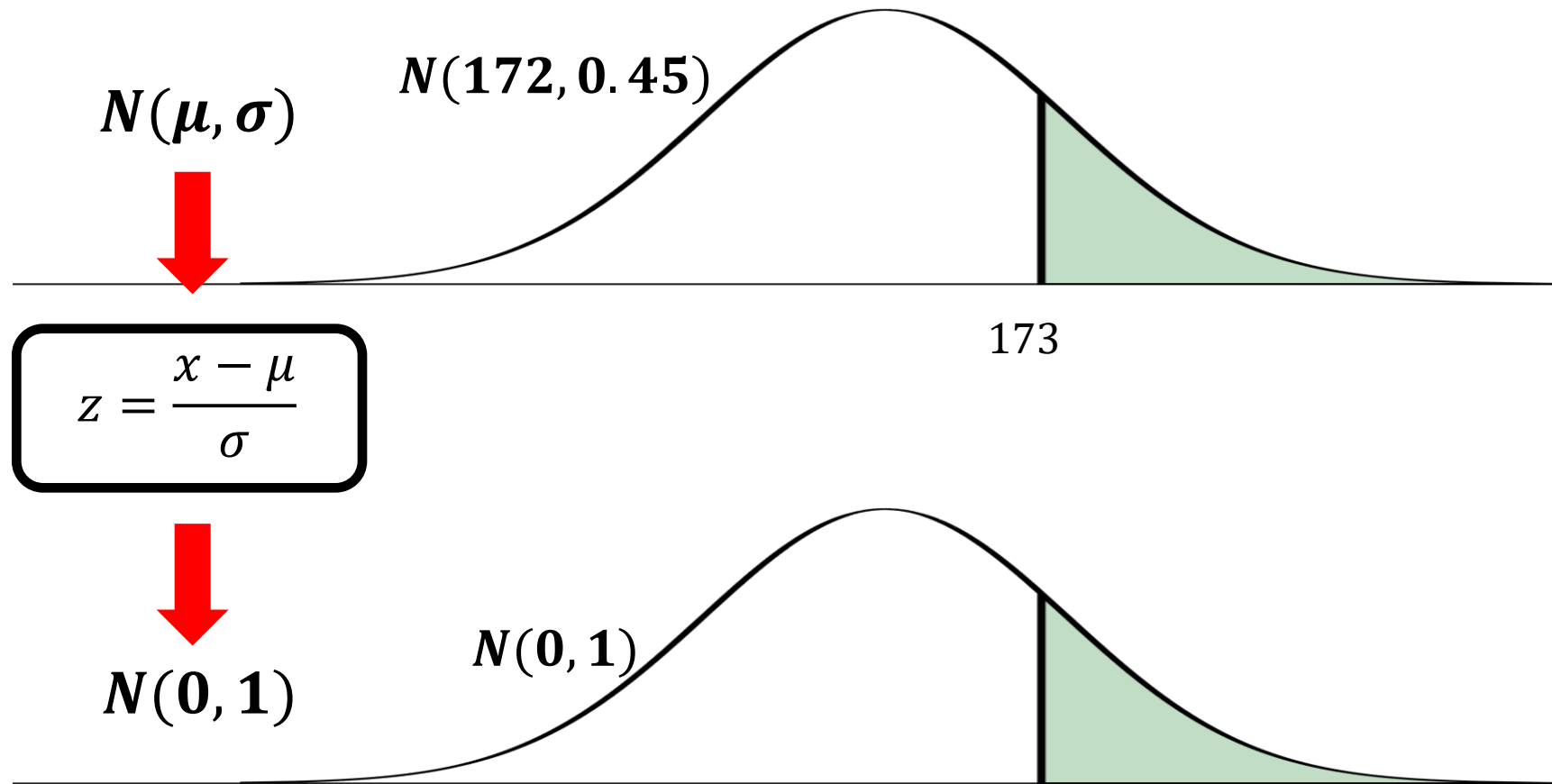


**$N(172, 0.45)$  において 173 以上の確率を求めよ**

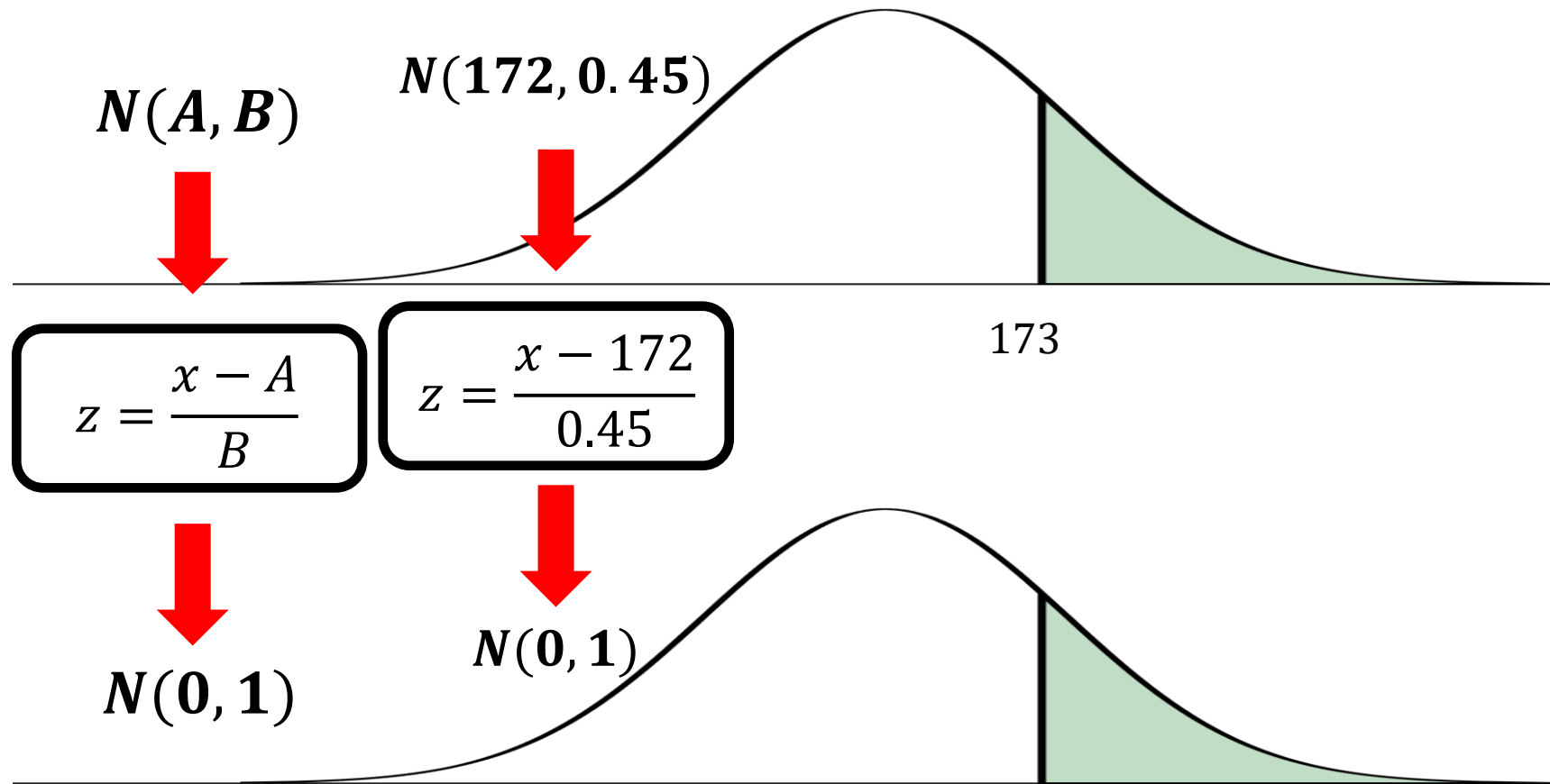
---



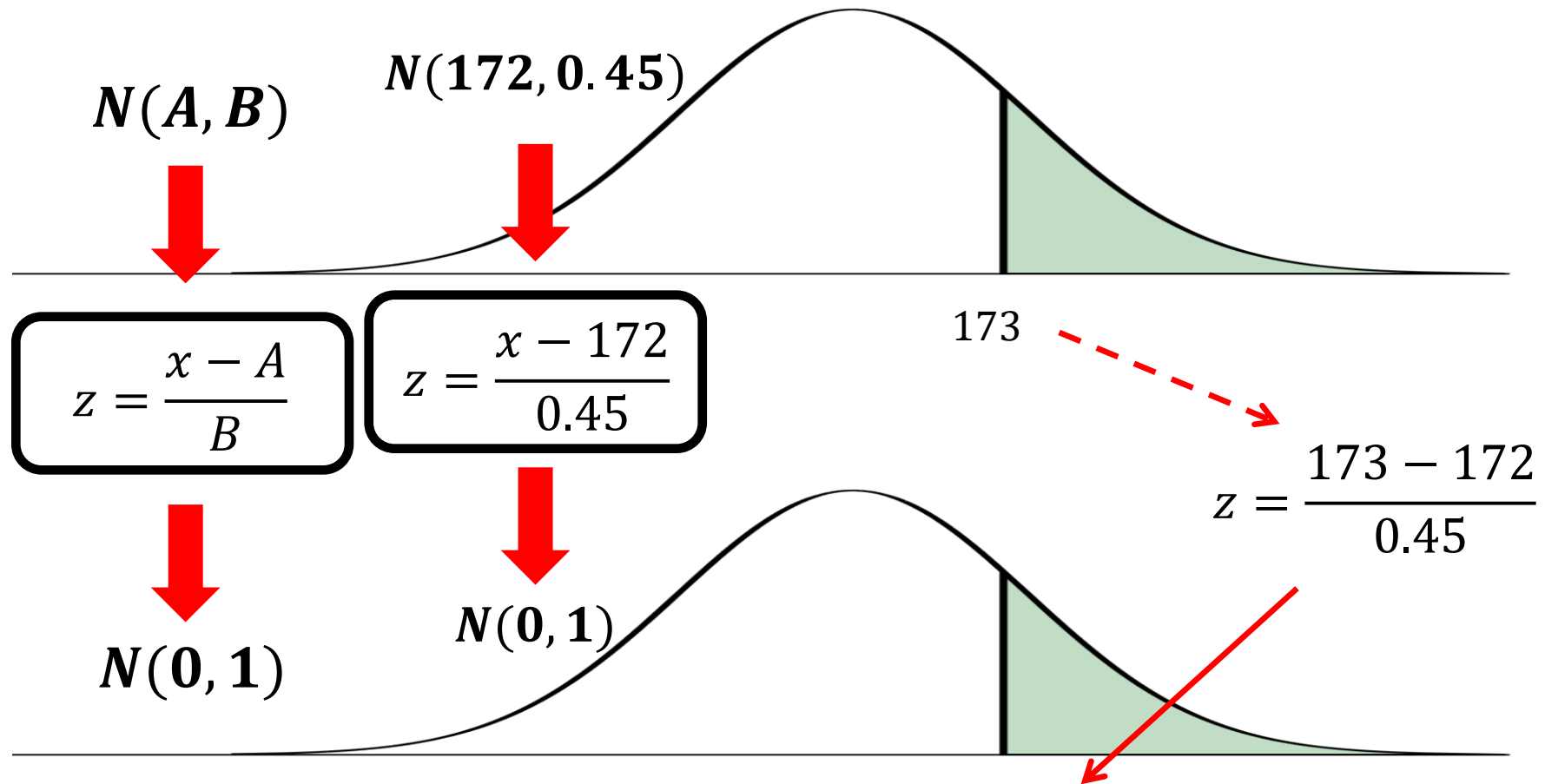
**$N(172, 0.45)$  において 173 以上の確率を求めよ**



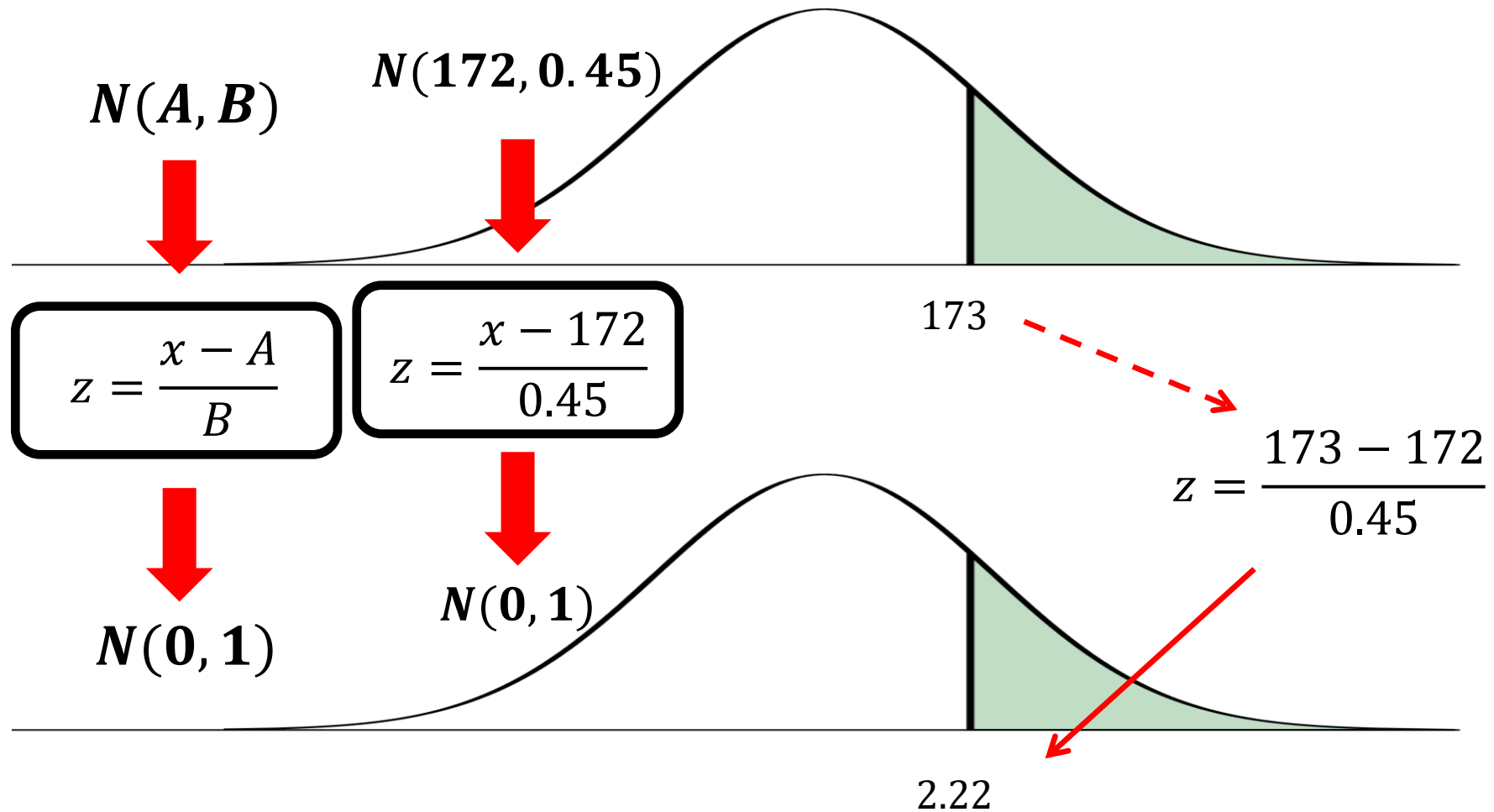
# $N(172, 0.45)$ において 173 以上の確率を求めよ



# $N(172, 0.45)$ において 173 以上の確率を求めよ



# $N(172, 0.45)$ において 173 以上の確率を求めよ



# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities

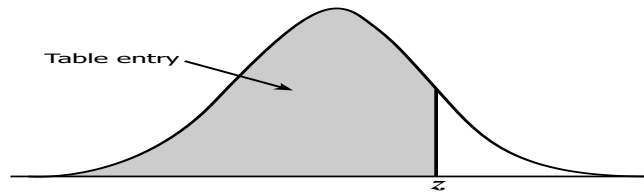
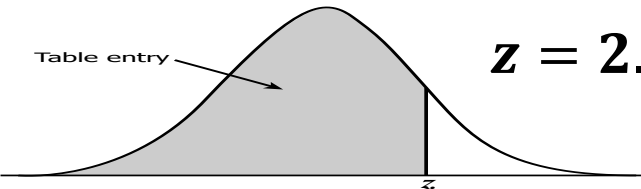


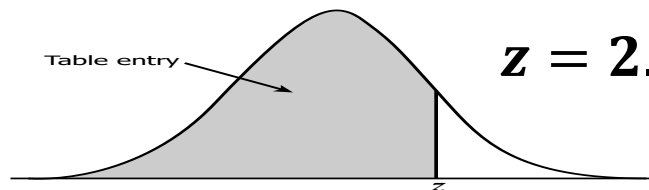
Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ

Standard Normal Probabilities										
										
$z = 2.22$										
Table entry for $z$ is the area under the standard normal curve to the left of $z$ .										
$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ



$$z = 2.22 = 2.2 + 0.02$$

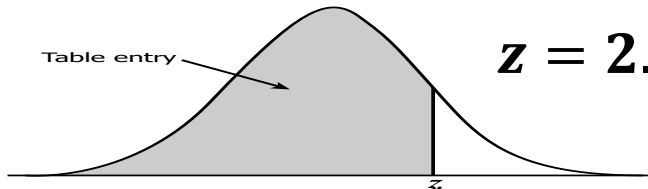
Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ

**Standard Normal Probabilities**

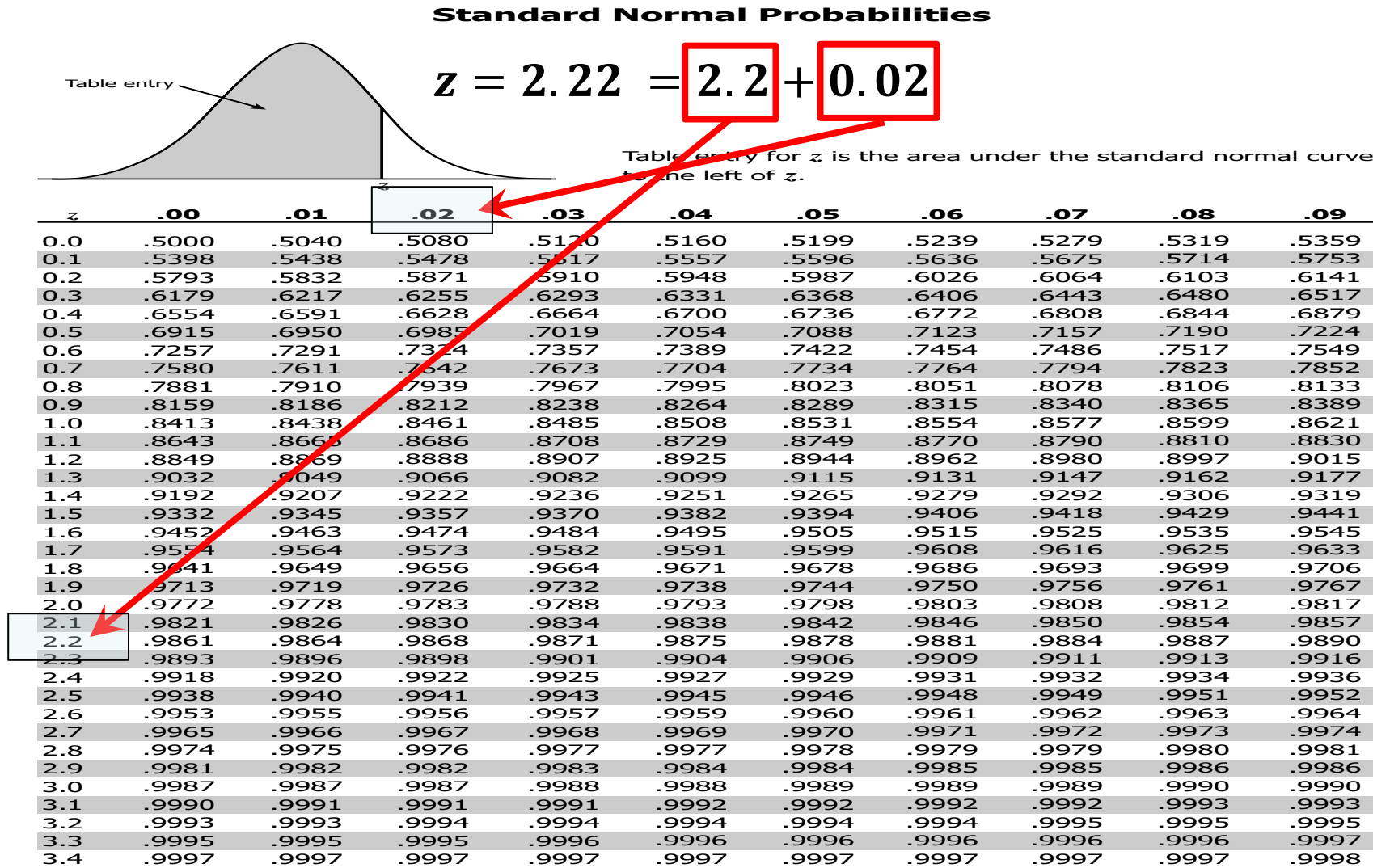


$$z = 2.22 = \boxed{2.2} + \boxed{0.02}$$

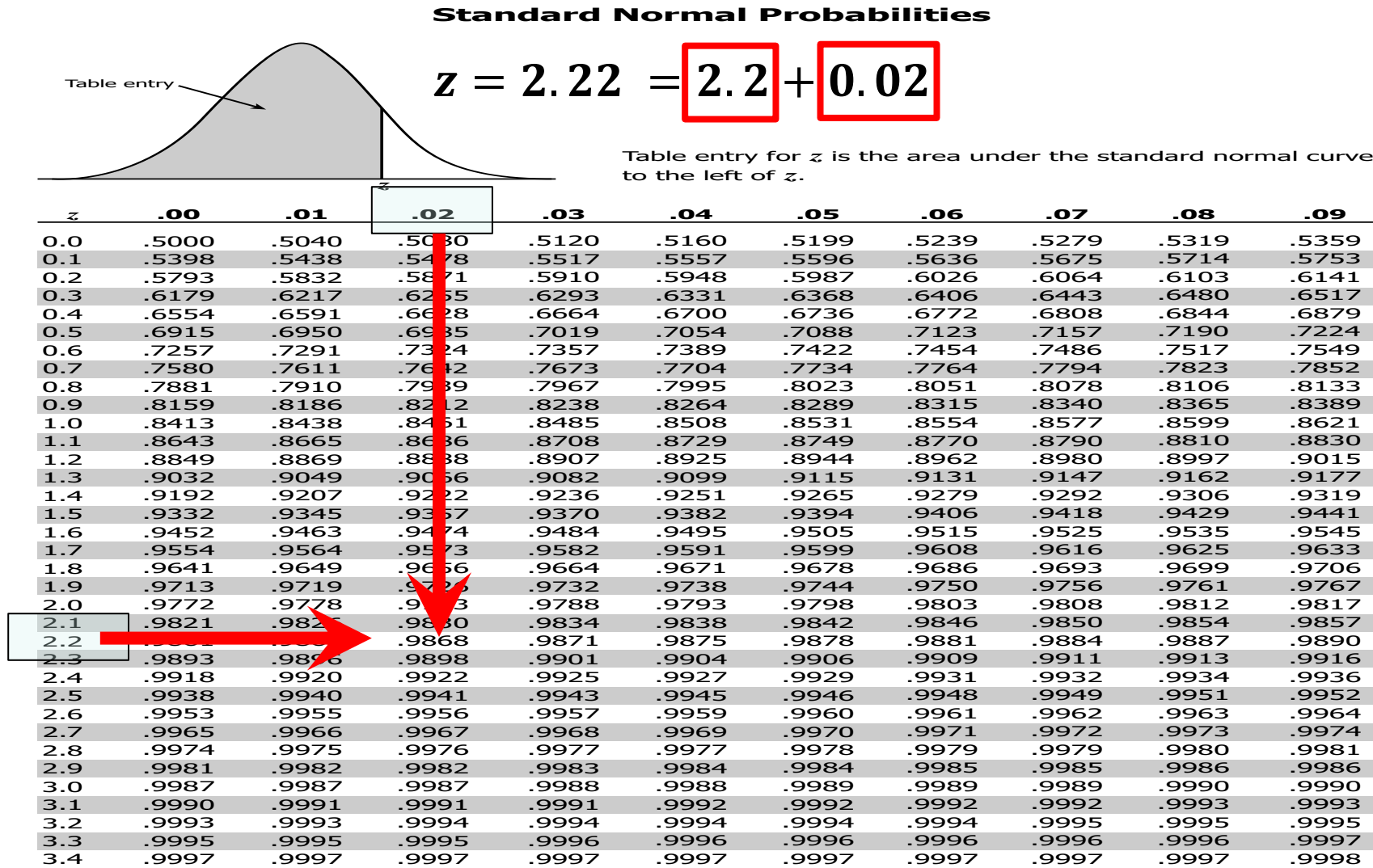
Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

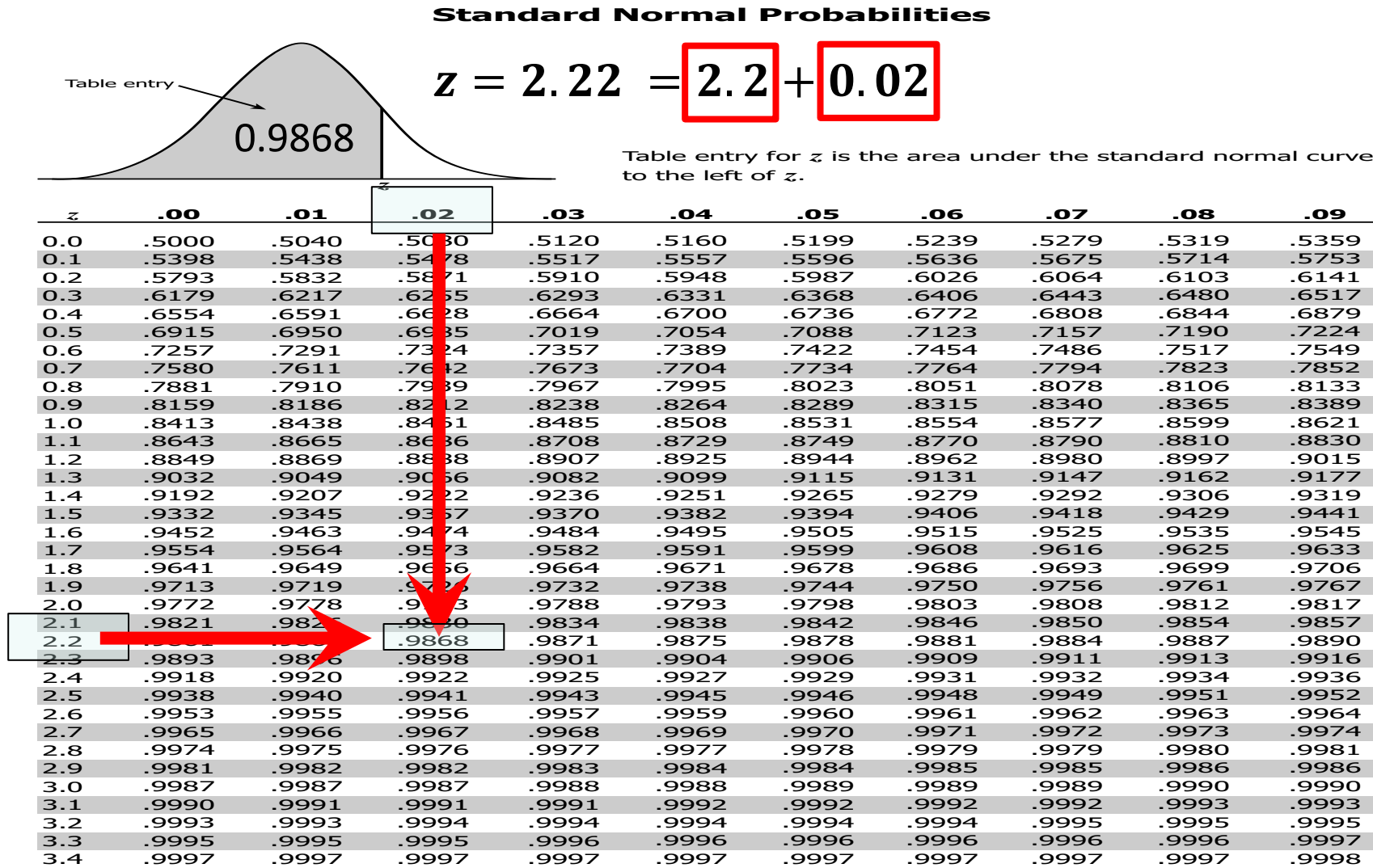
# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ



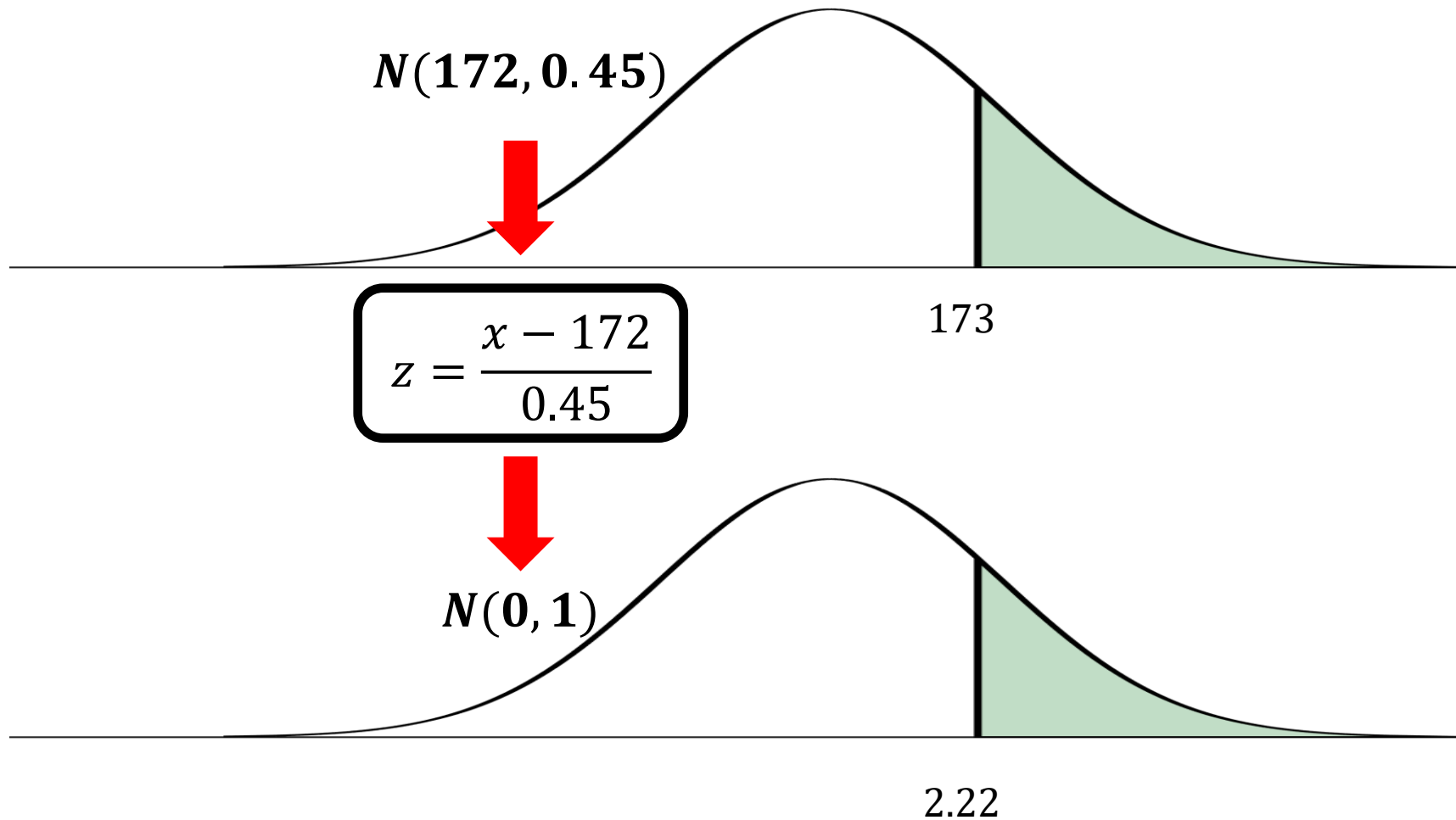
# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ



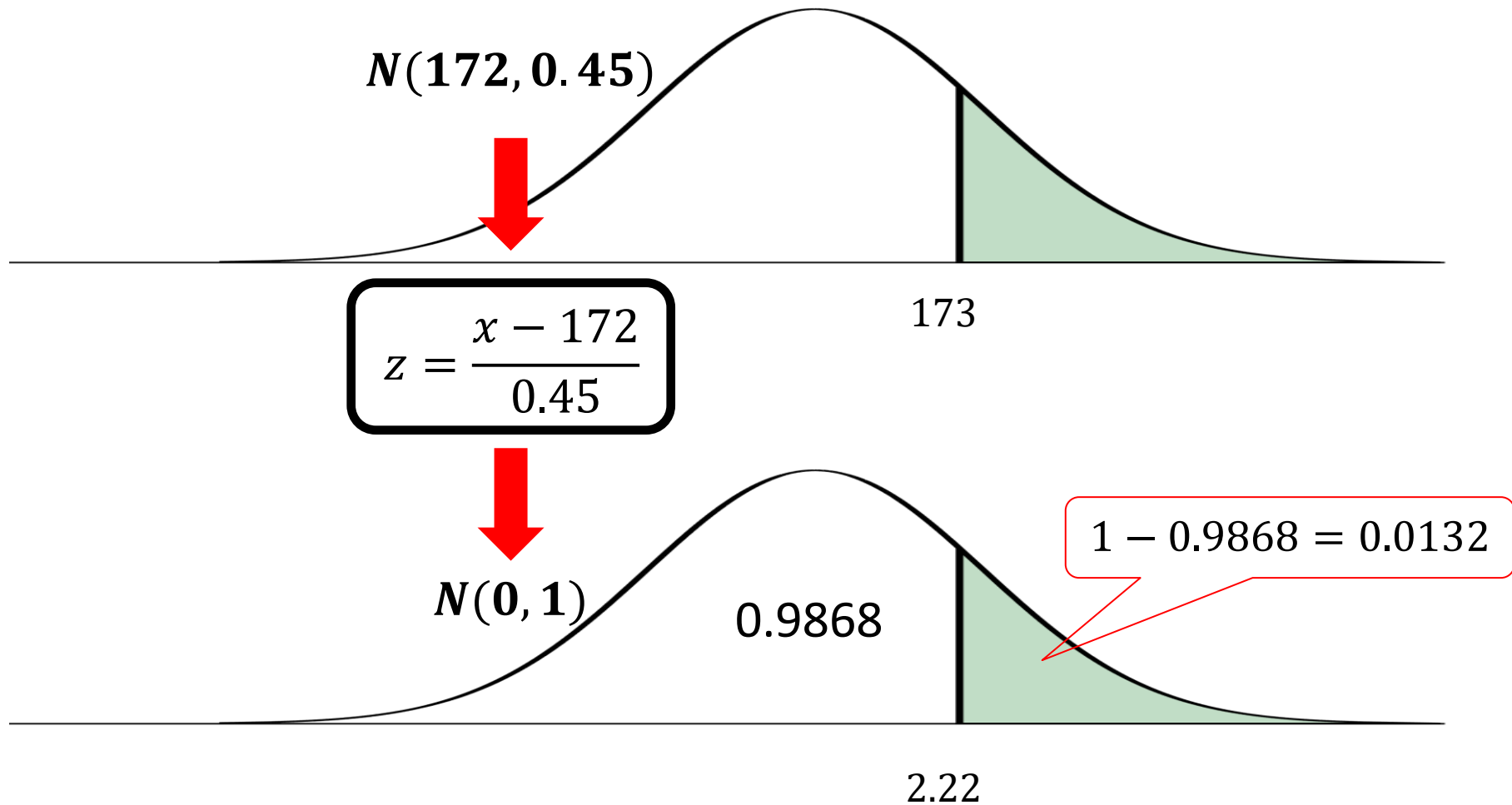
# N(172,0.45) において 173以上の確率を求めよ



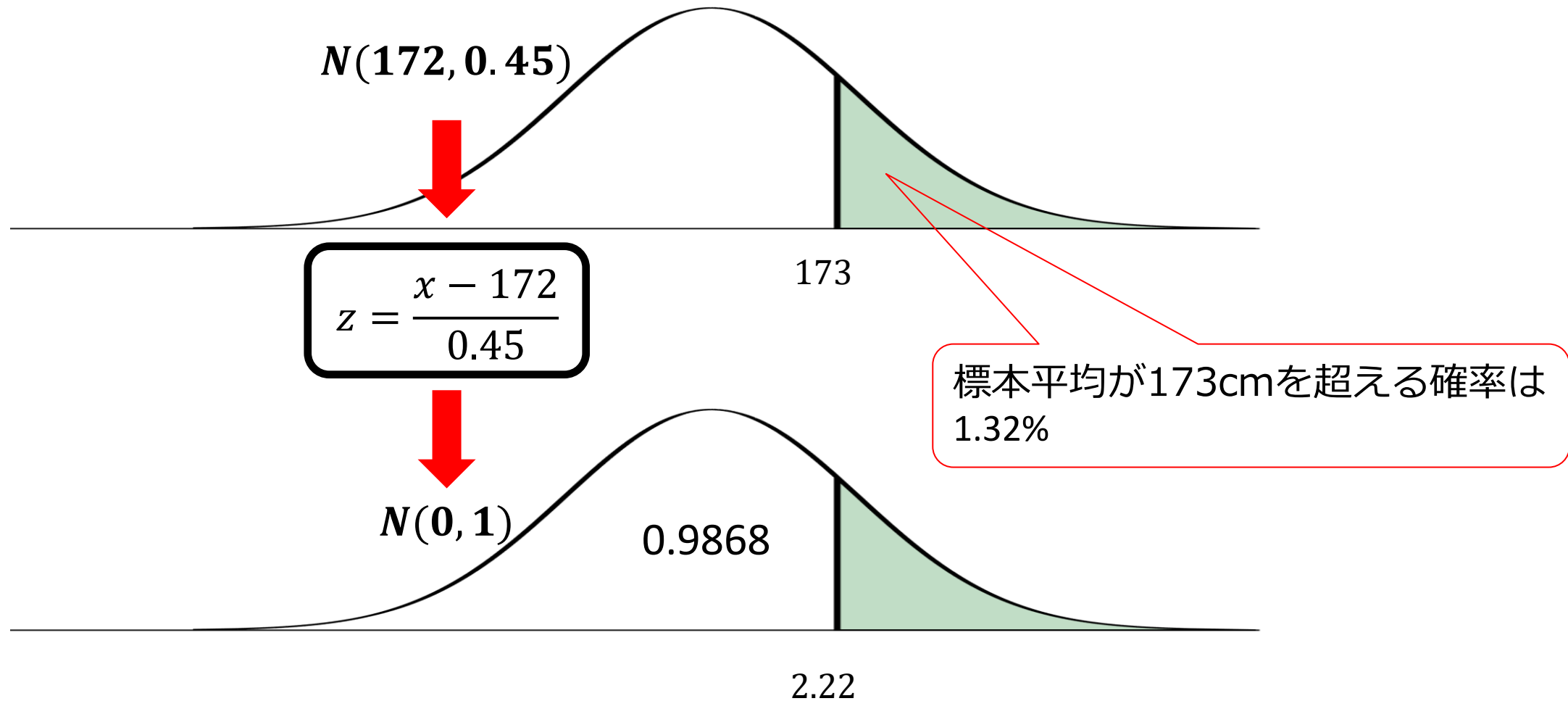
**$N(172, 0.45)$  において 173 以上の確率を求めよ**



# $N(172, 0.45)$ において 173 以上の確率を求めよ



# $N(172, 0.45)$ において 173 以上の確率を求めよ



# 問題

---

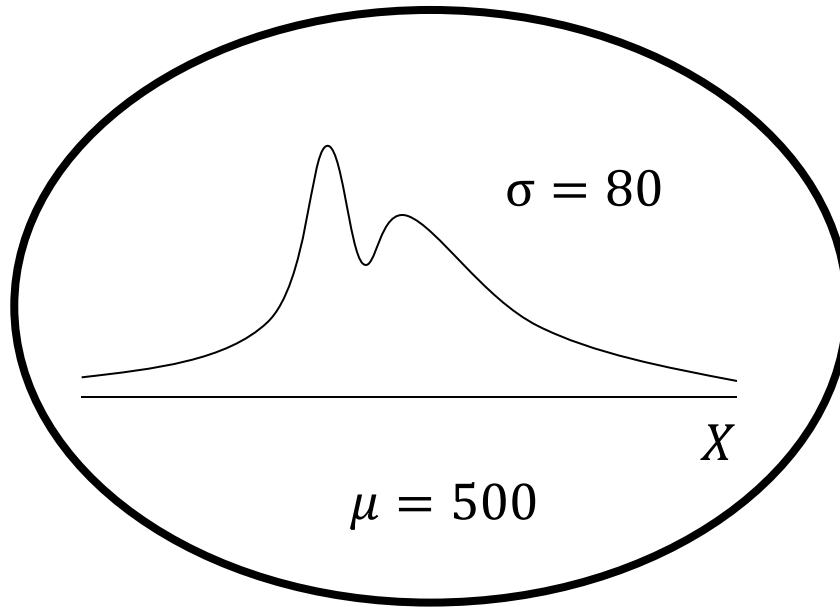
平均  $\mu = 500$ 、標準偏差が  $\sigma = 80$  の母集団から100個のサンプリングが行われた。このとき

- (1) 標本平均が区間  $[490, 510]$  に入る確率は？
- (2) 標本平均分布の中央95%をカバーする区間は？

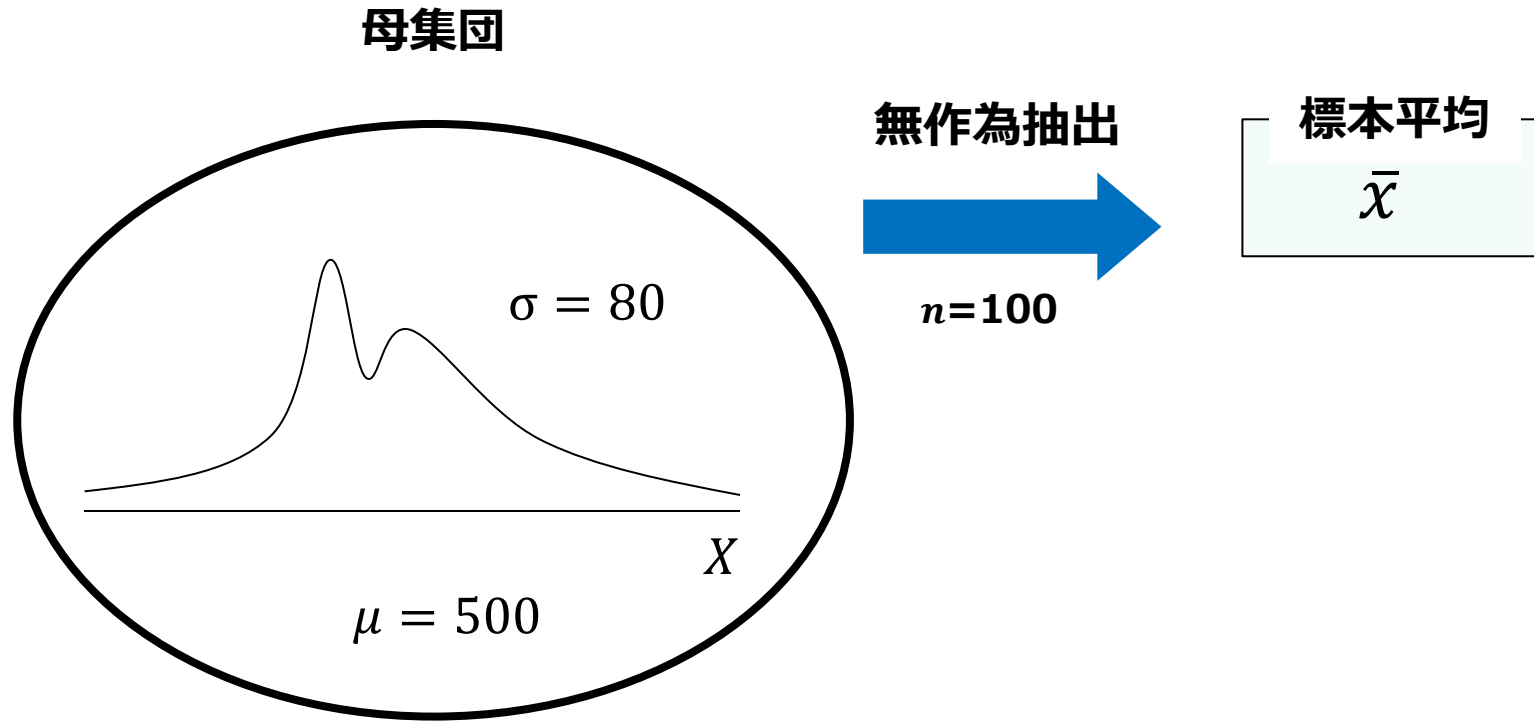


# (1)区間 [490, 510] に入る確率

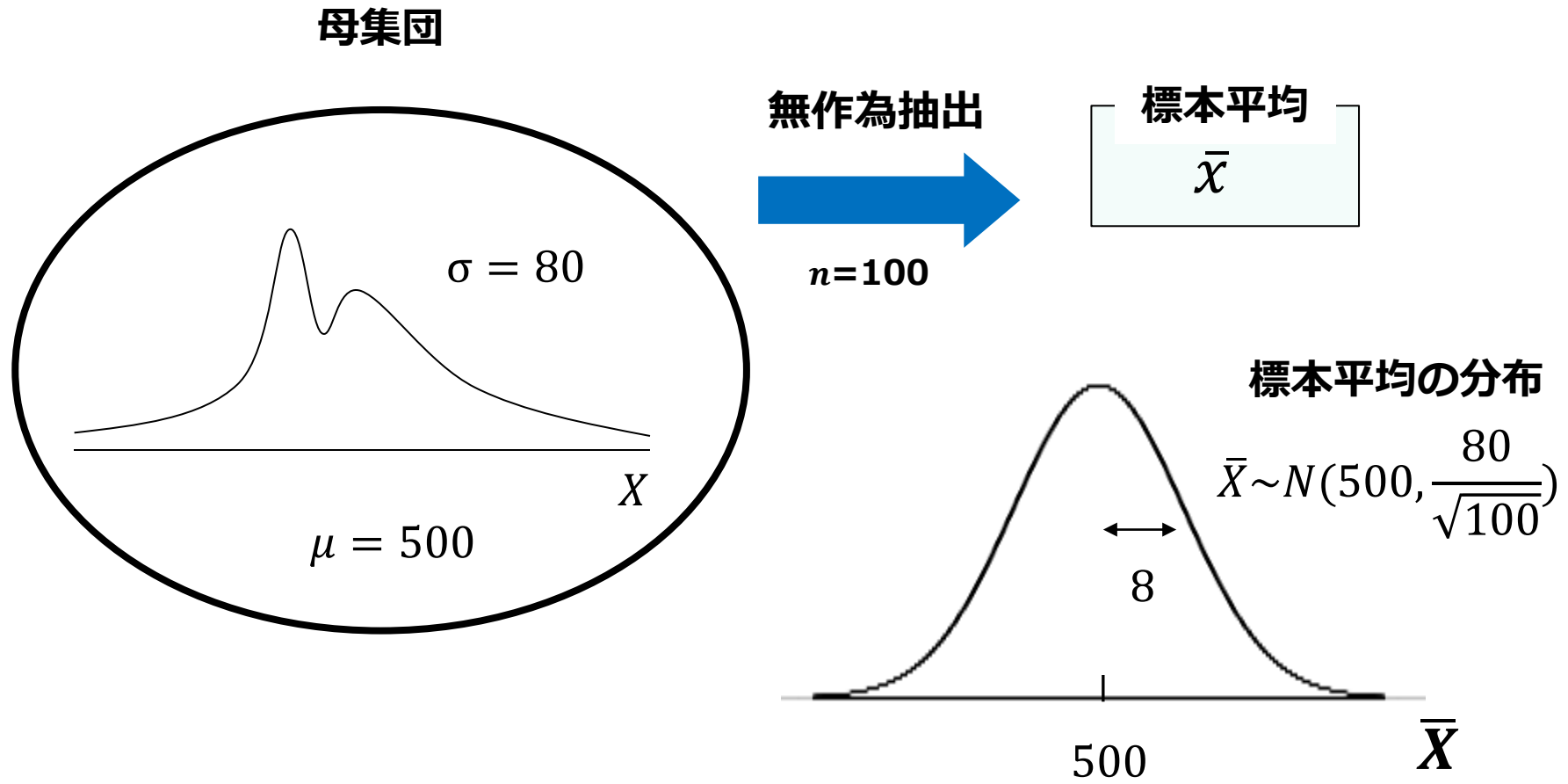
母集団



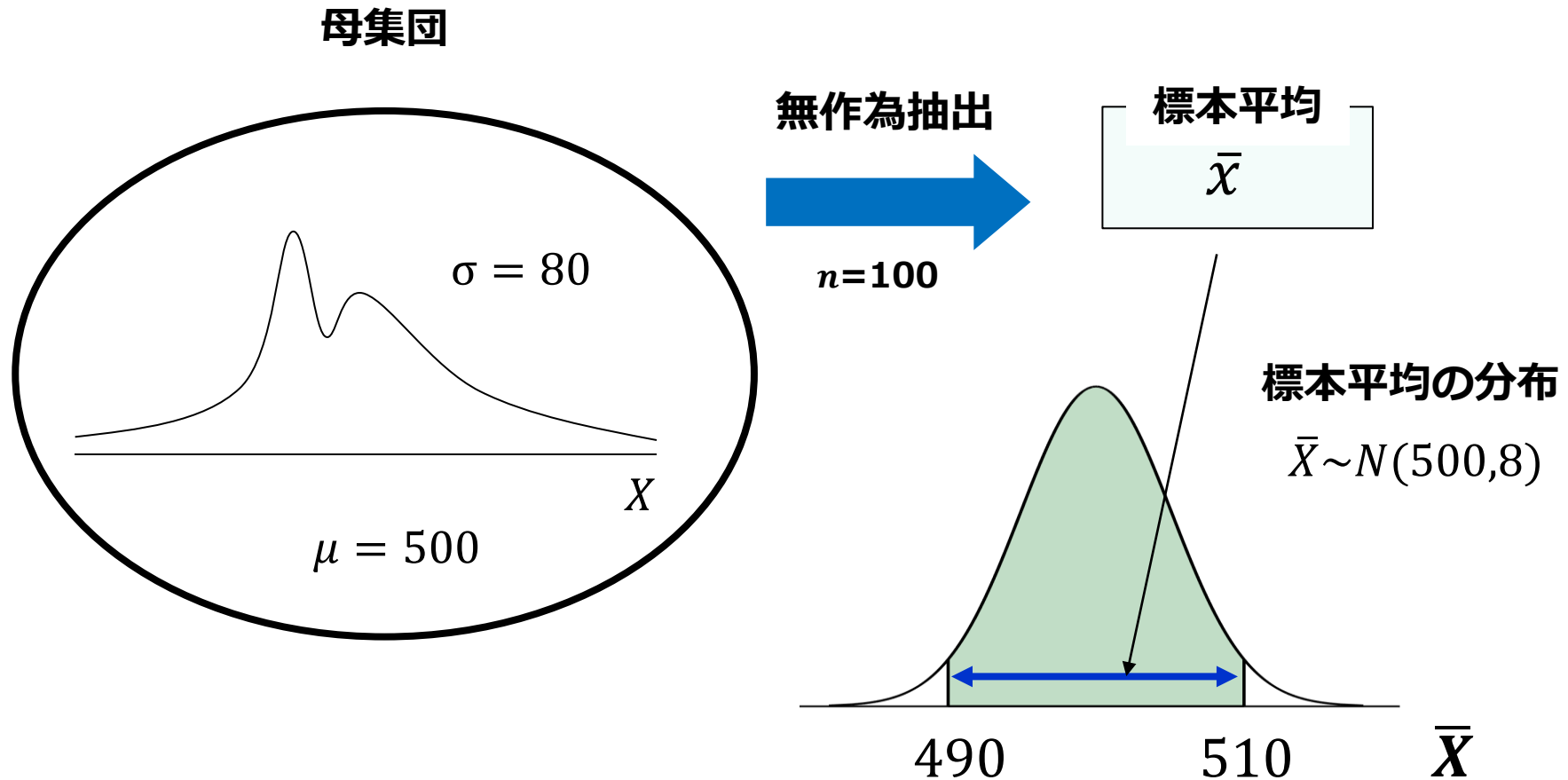
# (1) 区間 [490, 510] に入る確率



# (1) 区間 [490, 510] に入る確率

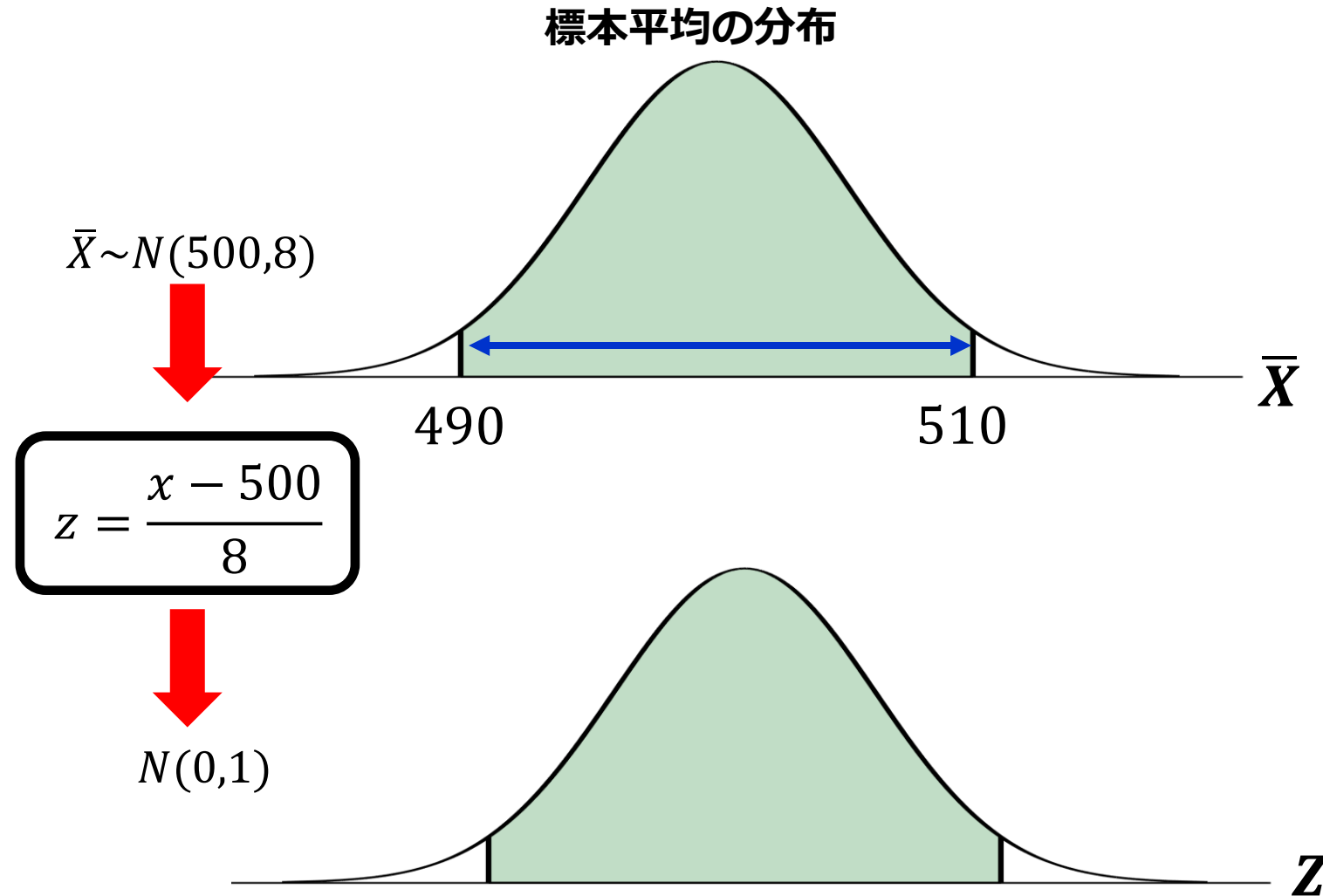


# (1)区間 [490, 510] に入る確率

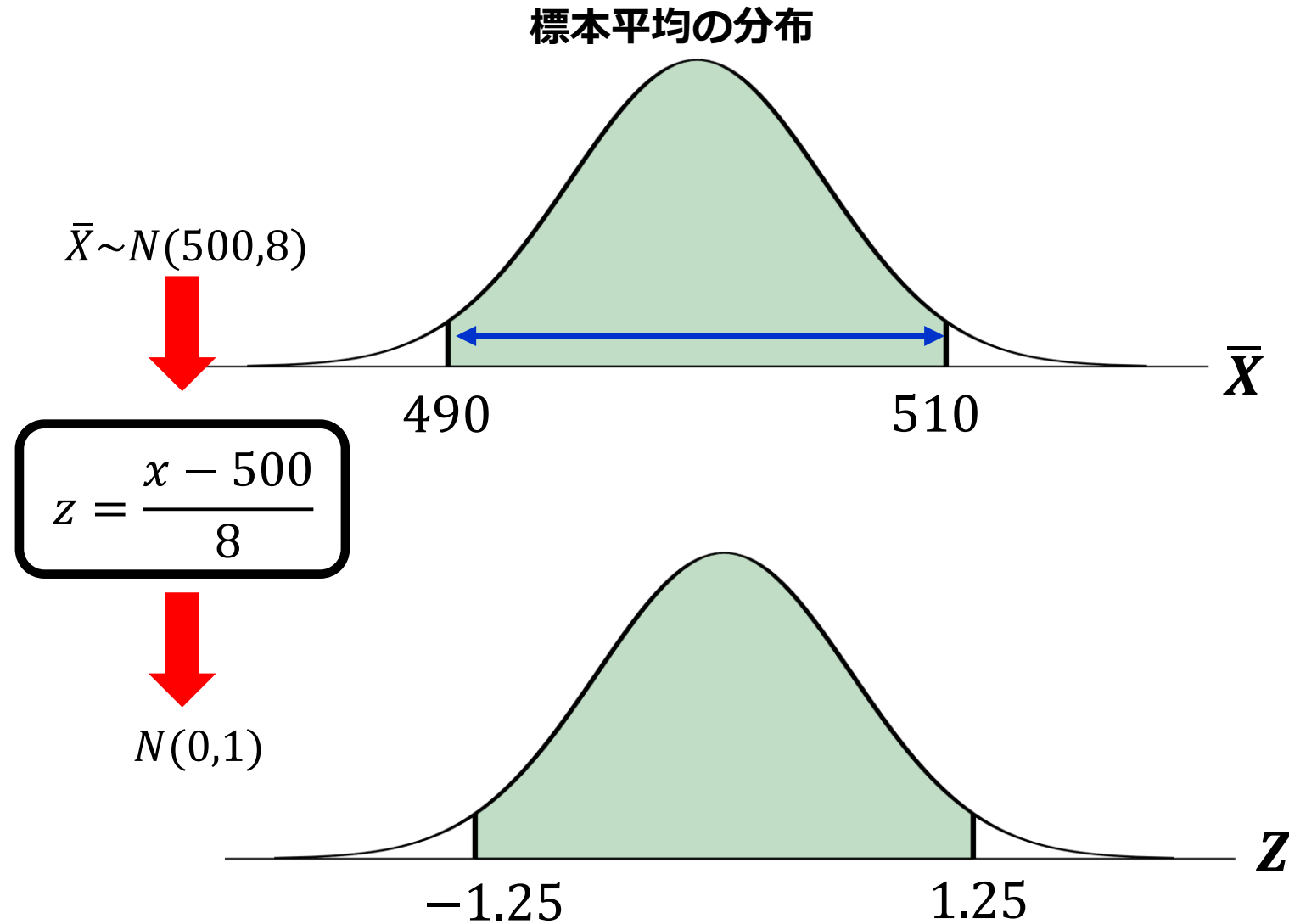


この区間に入る確率は？

# (1) 区間 [490, 510] に入る確率



# (1) 区間 [490, 510] に入る確率



# (1)区間 [490, 510] に入る確率

Standard Normal Probabilities

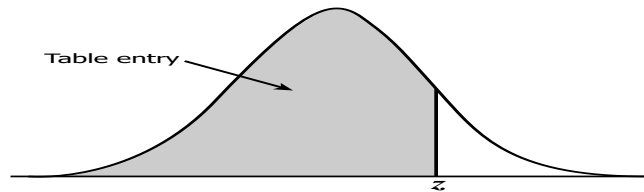
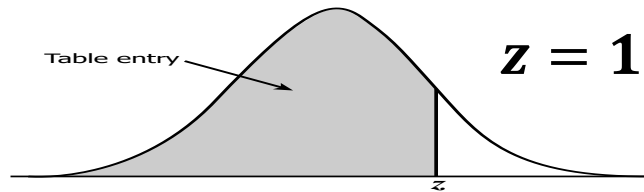


Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

# (1)区間 [490, 510] に入る確率

Standard Normal Probabilities



$$z = 1.25$$

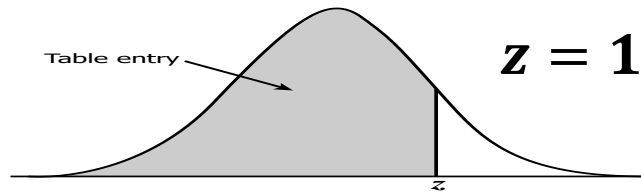
Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



# (1)区間 [490, 510] に入る確率

## Standard Normal Probabilities

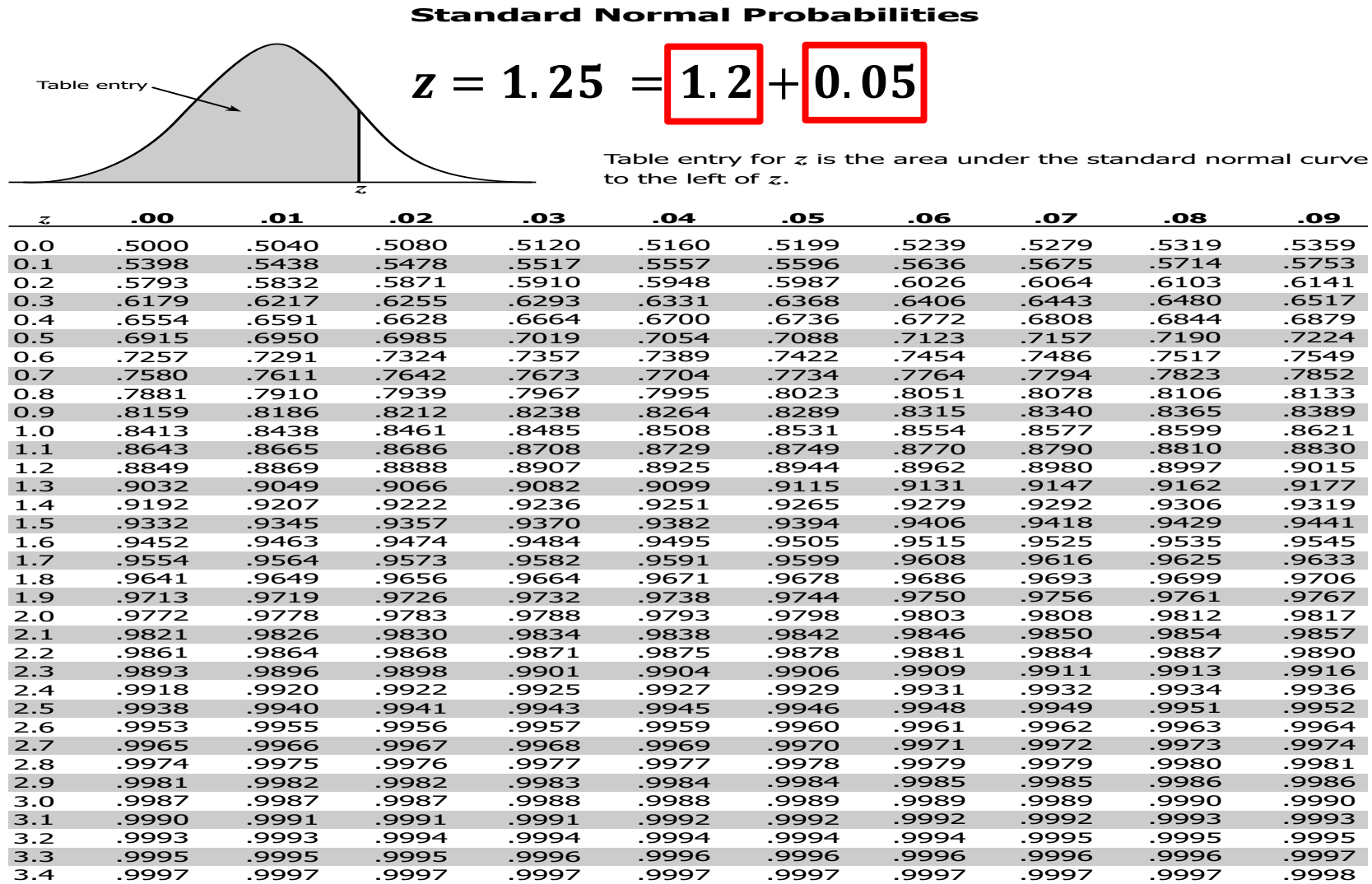


$$z = 1.25 = 1.2 + 0.05$$

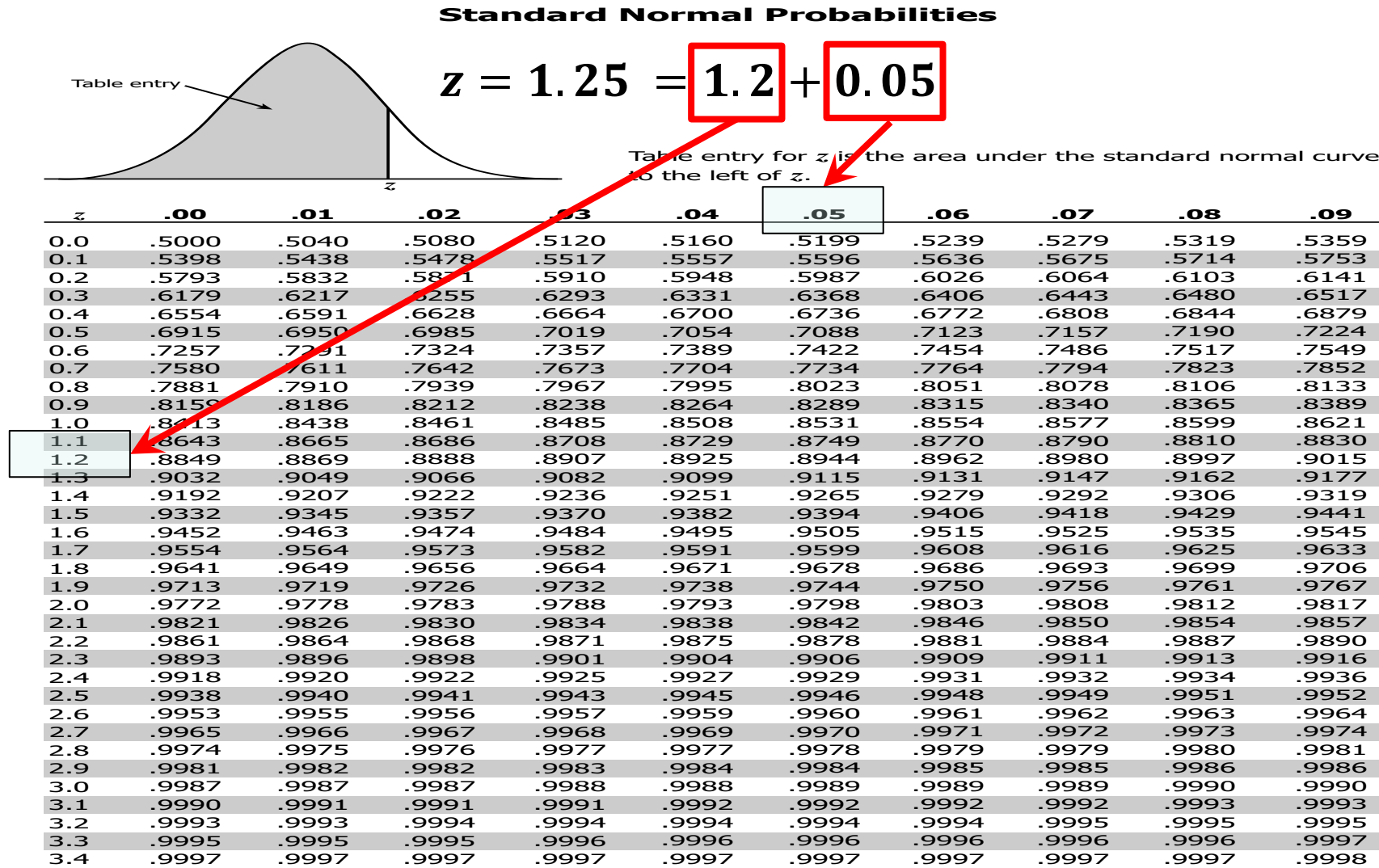
Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

# (1)区間 [490, 510] に入る確率

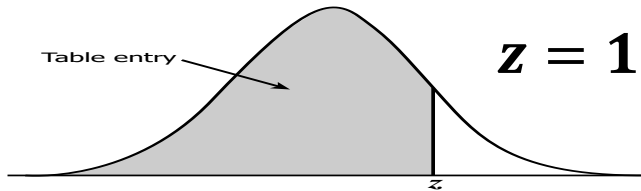


# (1)区間 [490, 510] に入る確率



# (1)区間 [490, 510] に入る確率

Standard Normal Probabilities



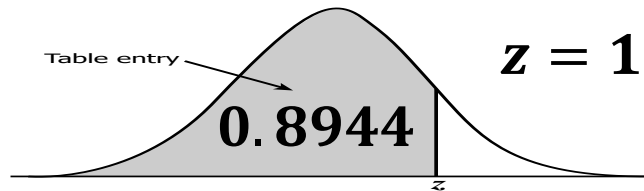
$$z = 1.25 = 1.2 + 0.05$$

Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8906	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

# (1)区間 [490, 510] に入る確率

Standard Normal Probabilities

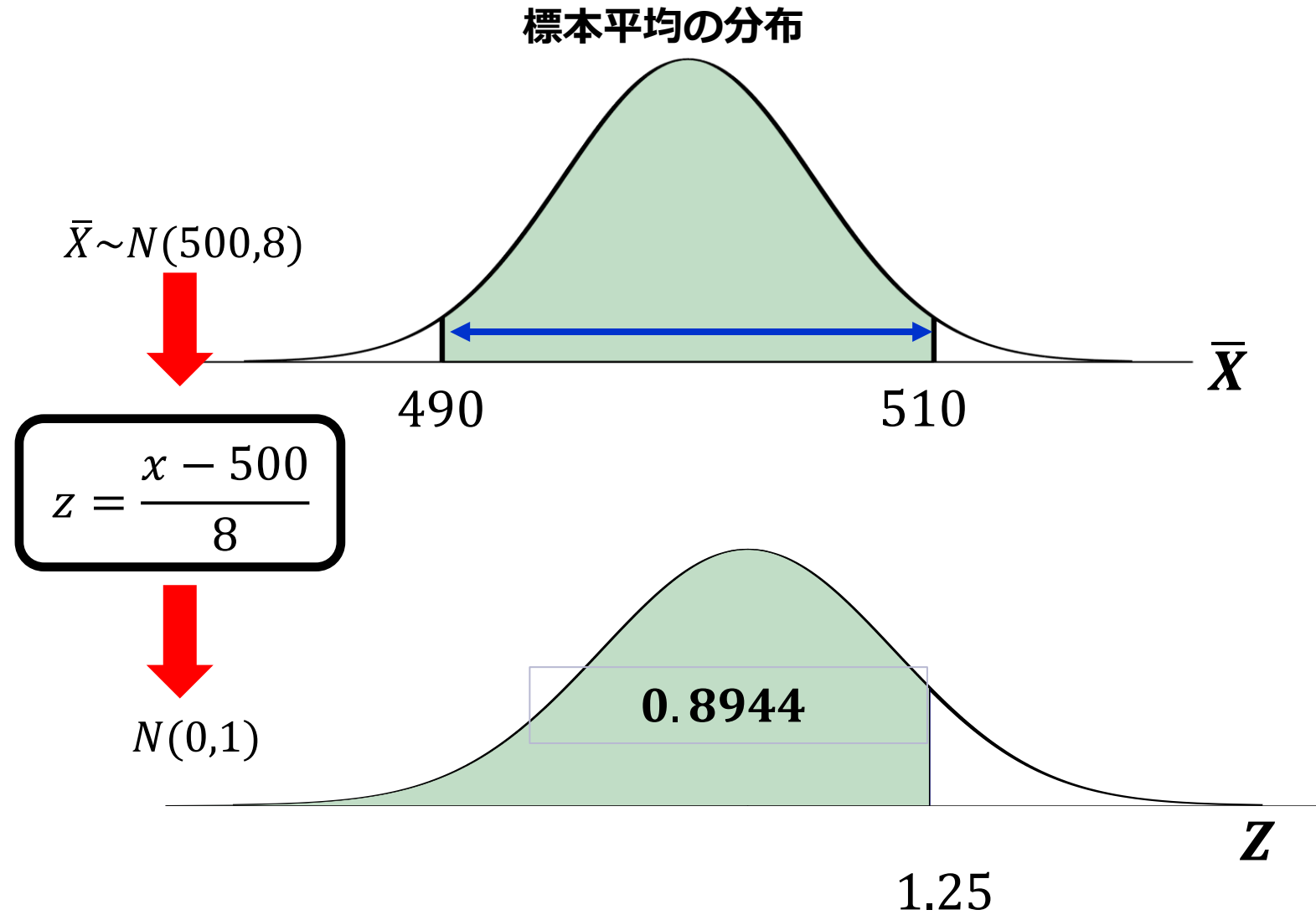


$$z = 1.25 = 1.2 + 0.05$$

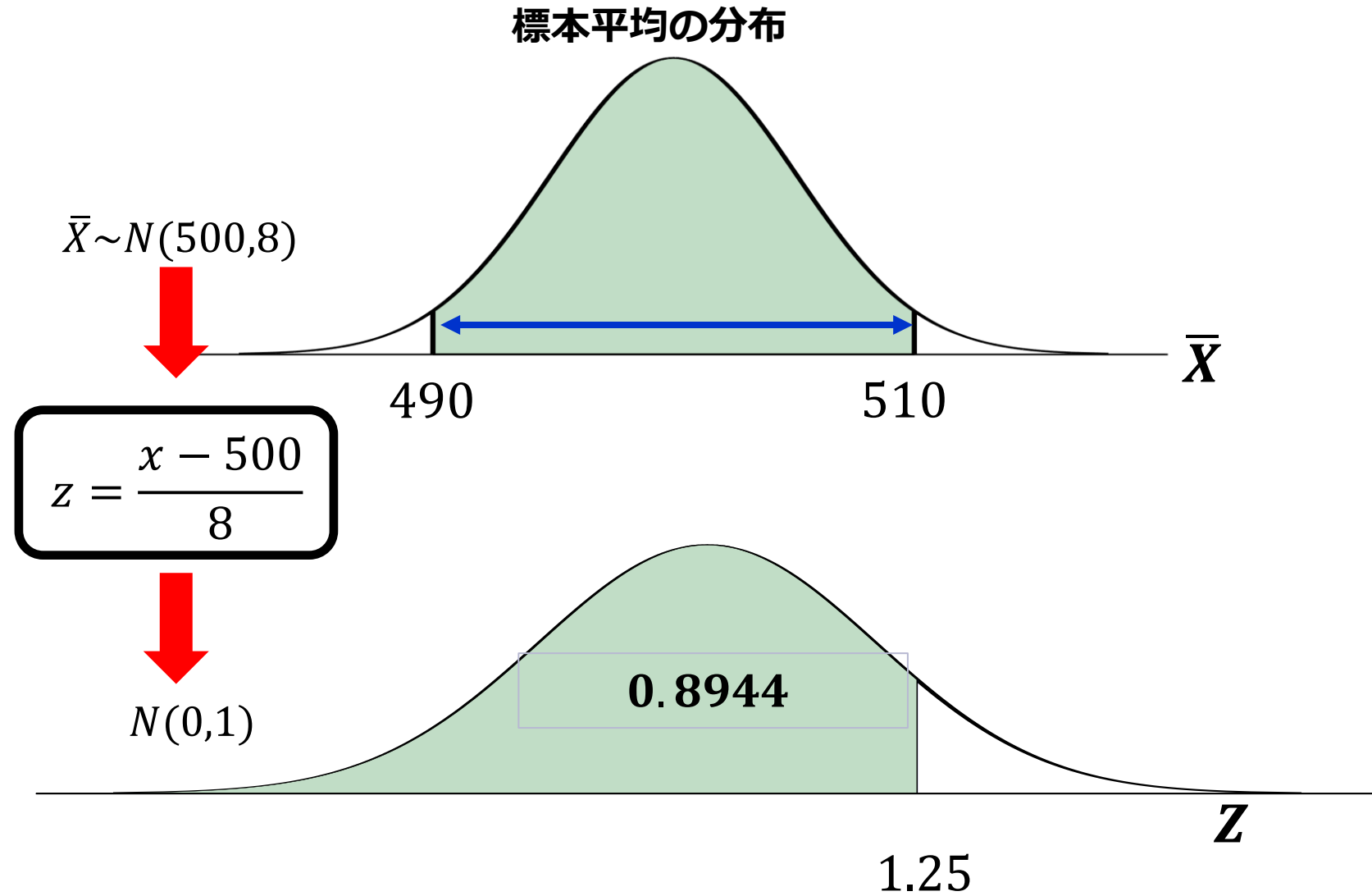
Table entry for  $z$  is the area under the standard normal curve to the left of  $z$ .

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

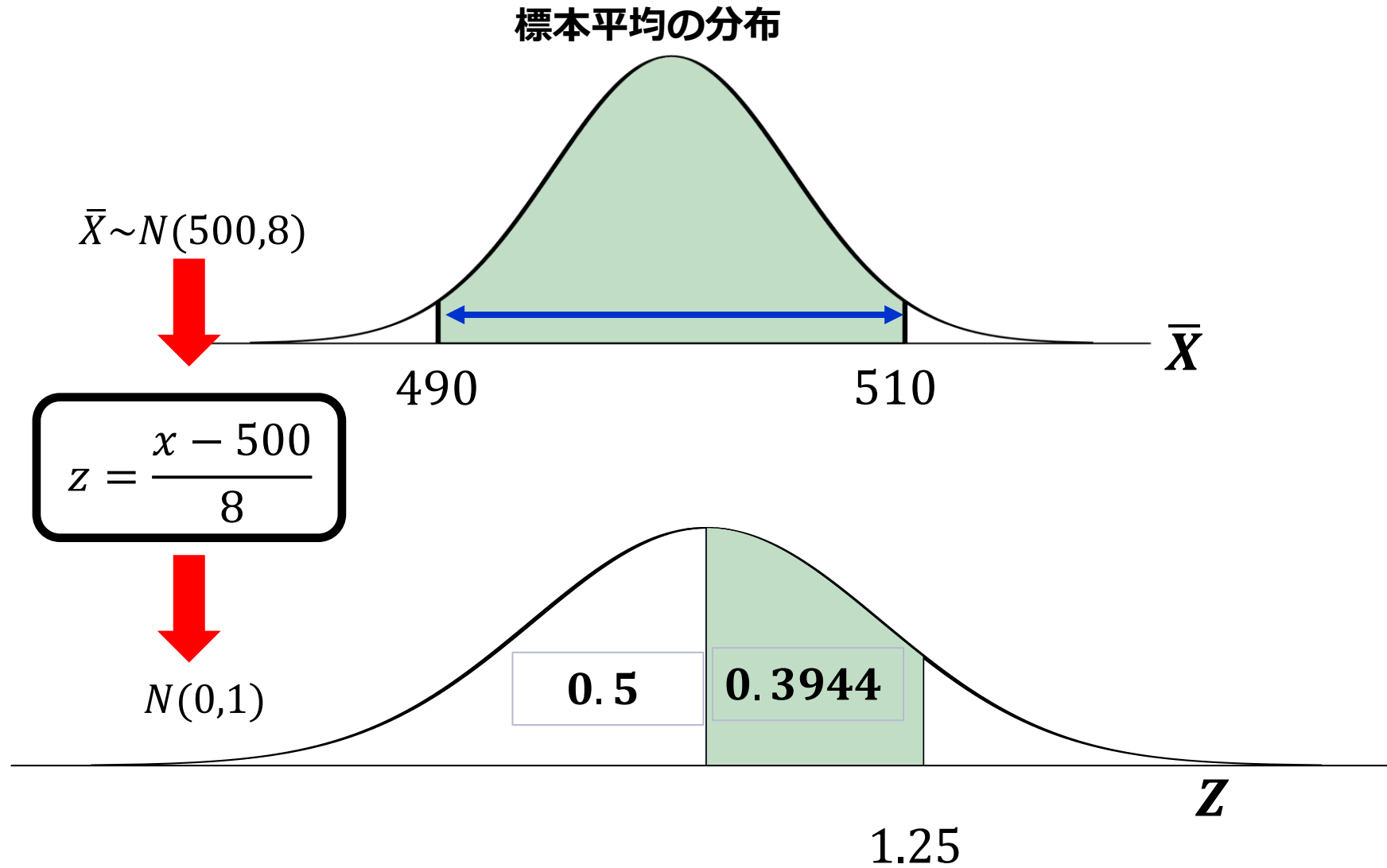
# (1) 区間 [490, 510] に入る確率



# (1) 区間 [490, 510] に入る確率

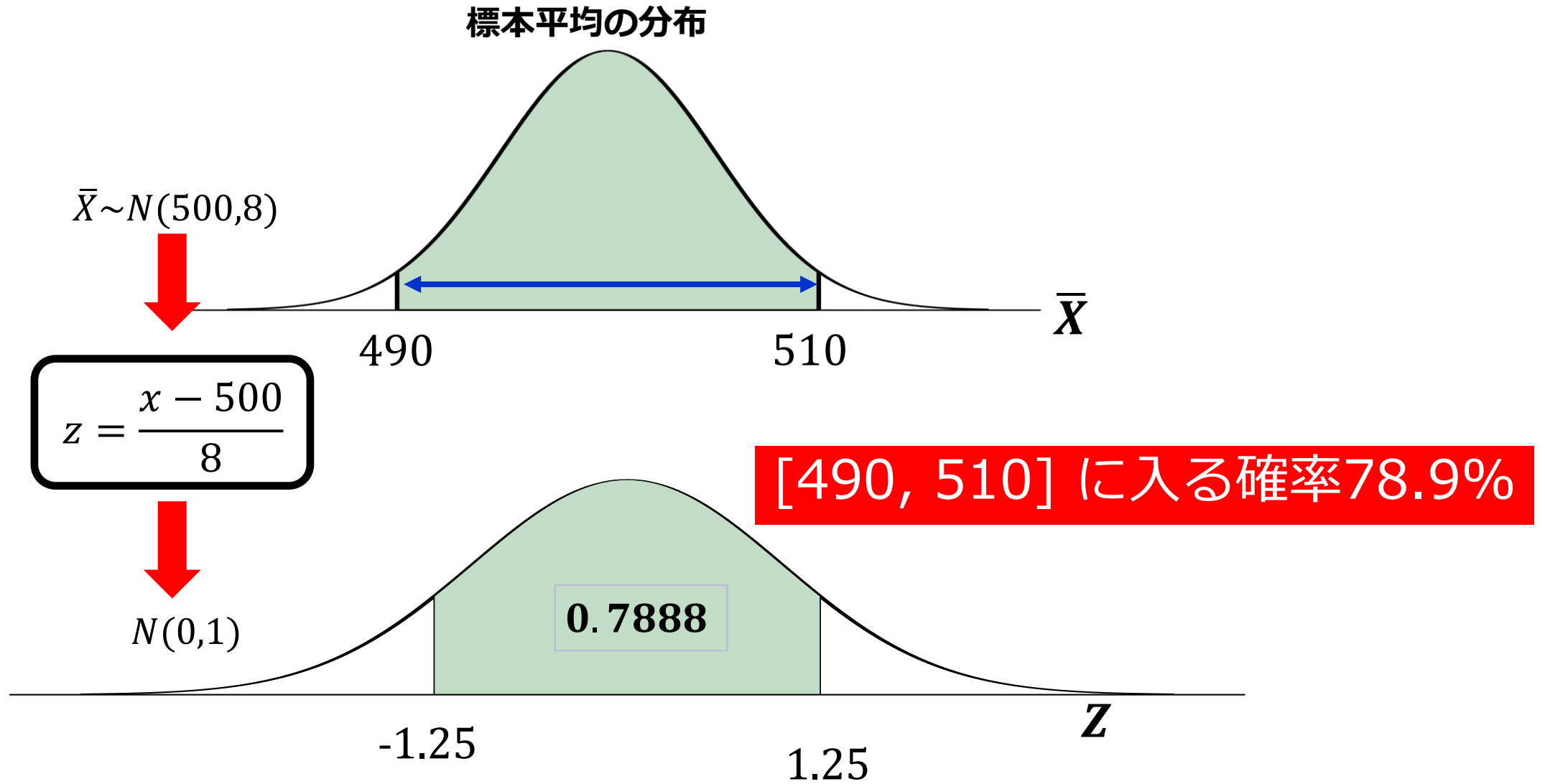


# (1)区間 [490, 510] に入る確率



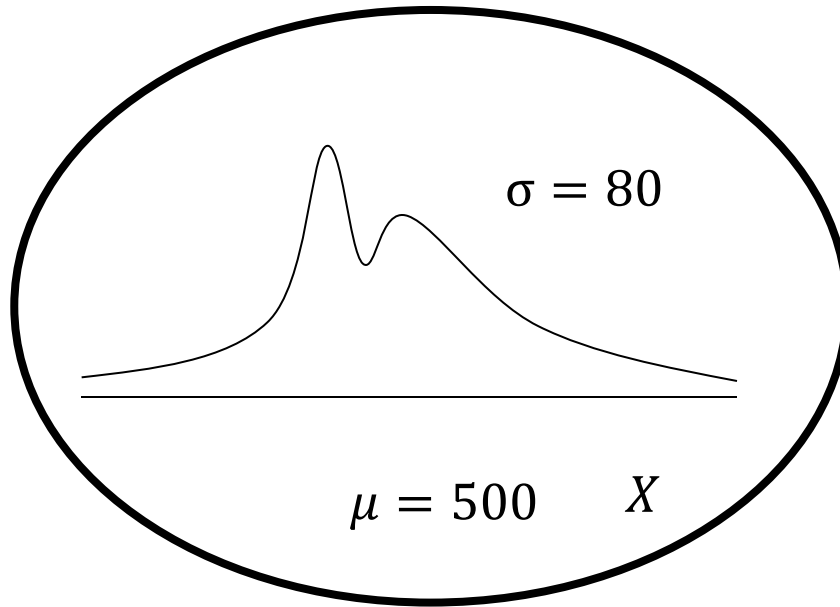


# (1) 区間 [490, 510] に入る確率

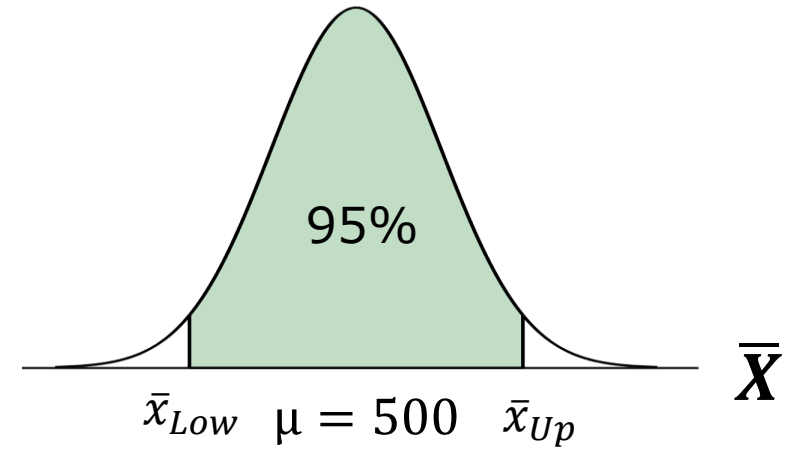


## (2) 95%の中央をカバーする区間

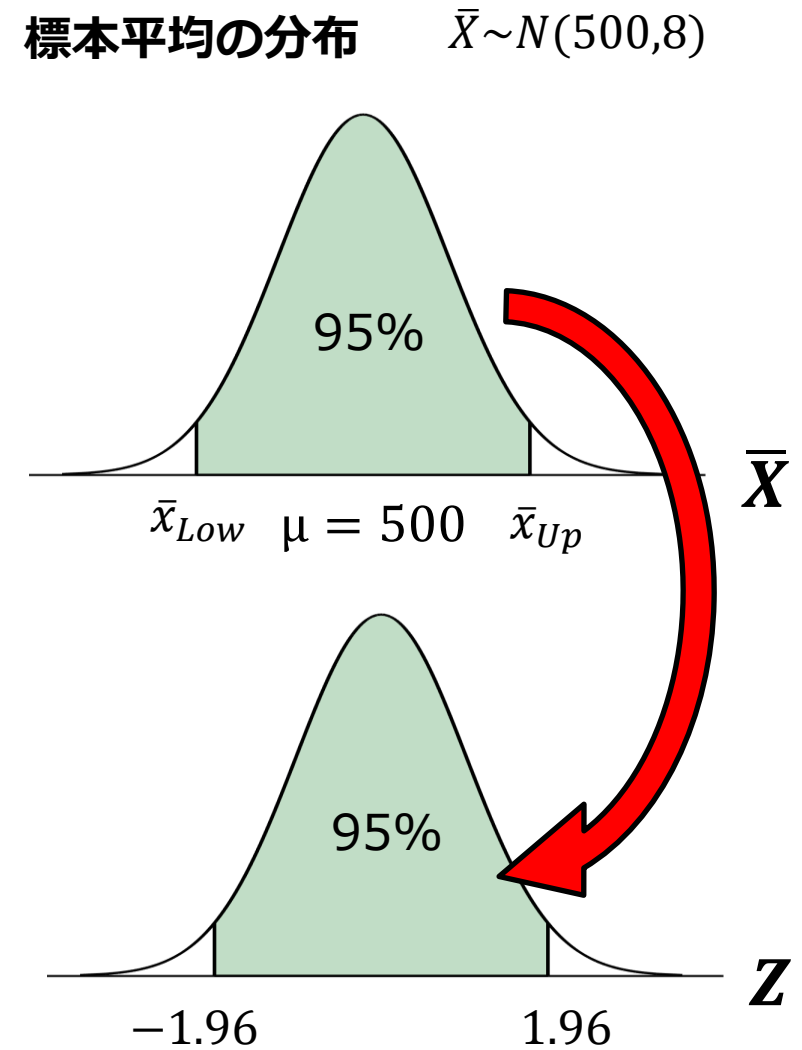
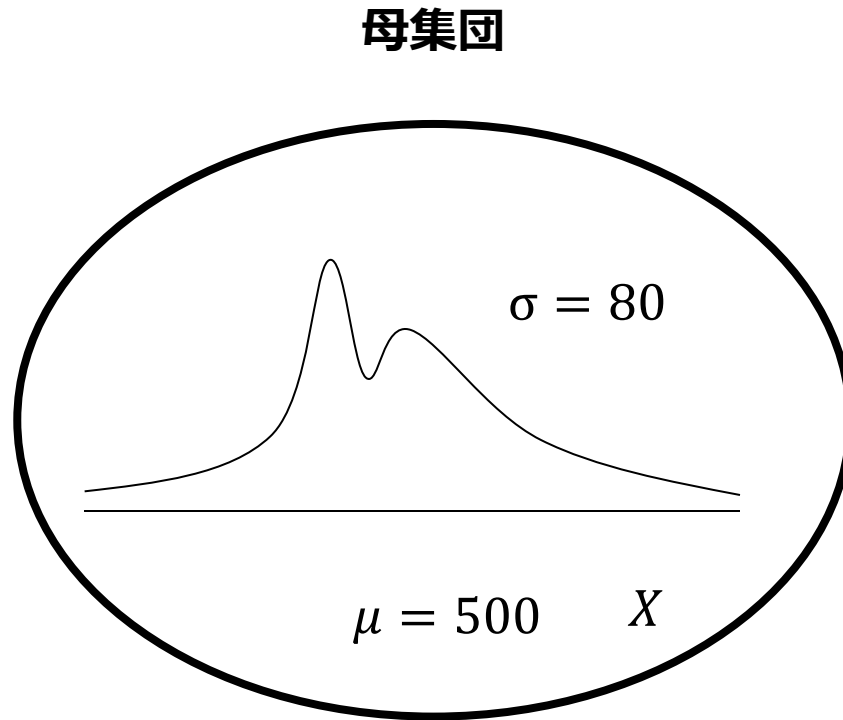
母集団



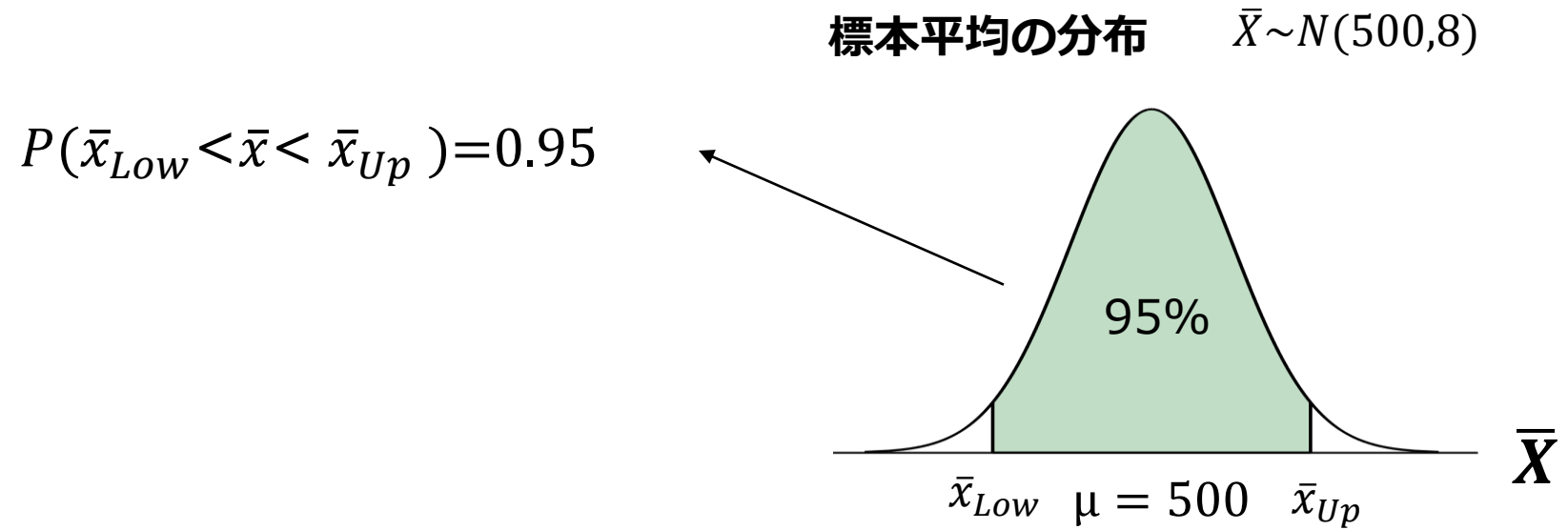
標本平均の分布  $\bar{X} \sim N(500, 8)$



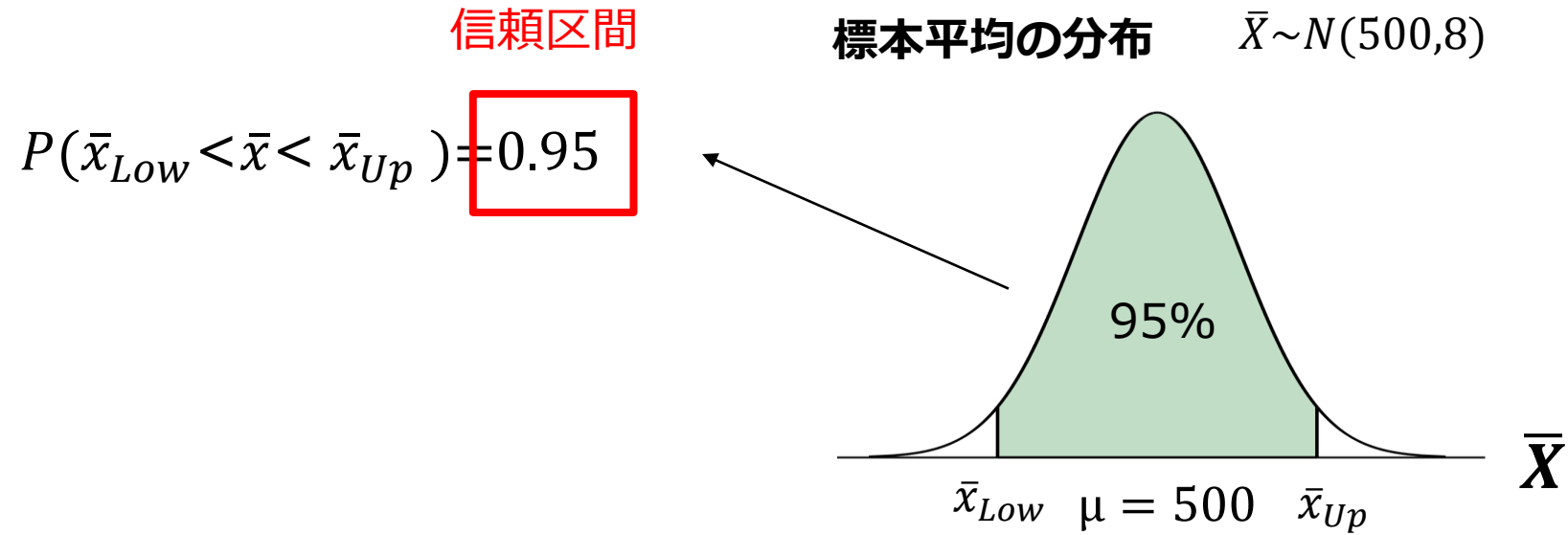
## (2) 95%の中央をカバーする区間



## (2) 95%の中央をカバーする区間



## (2) 95%の中央をカバーする区間



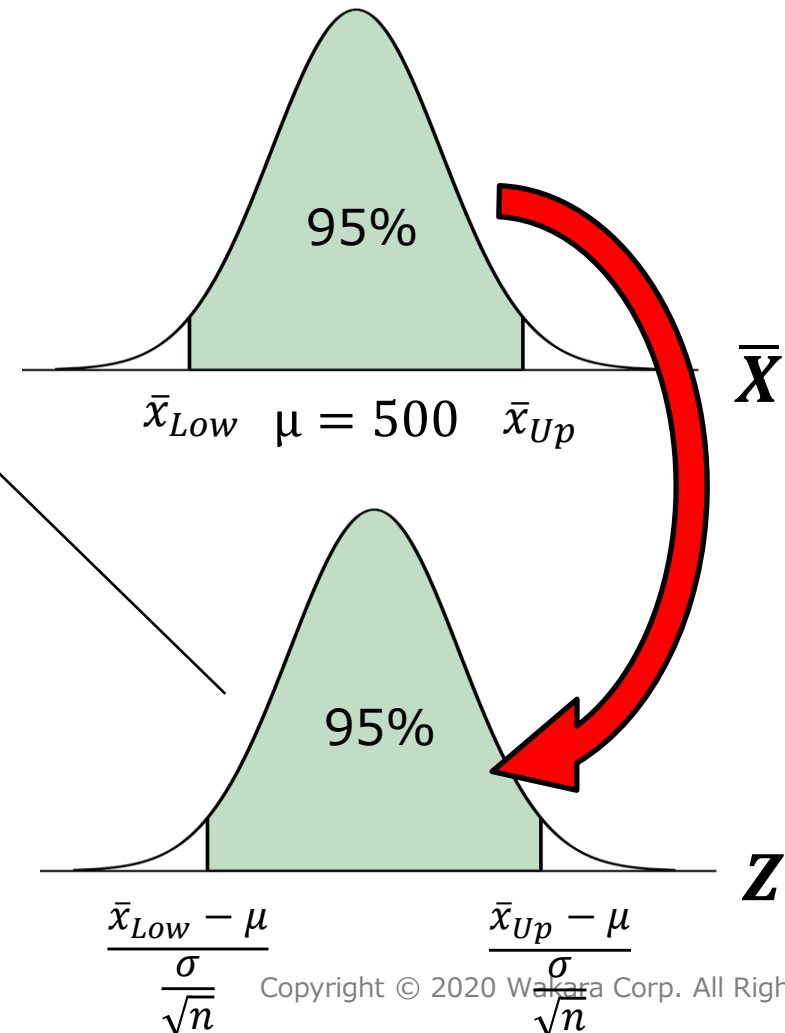
## (2) 95%の中央をカバーする区間

信頼区間

標本平均の分布  $\bar{X} \sim N(500, 8)$

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{x} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$



## (2) 95%の中央をカバーする区間

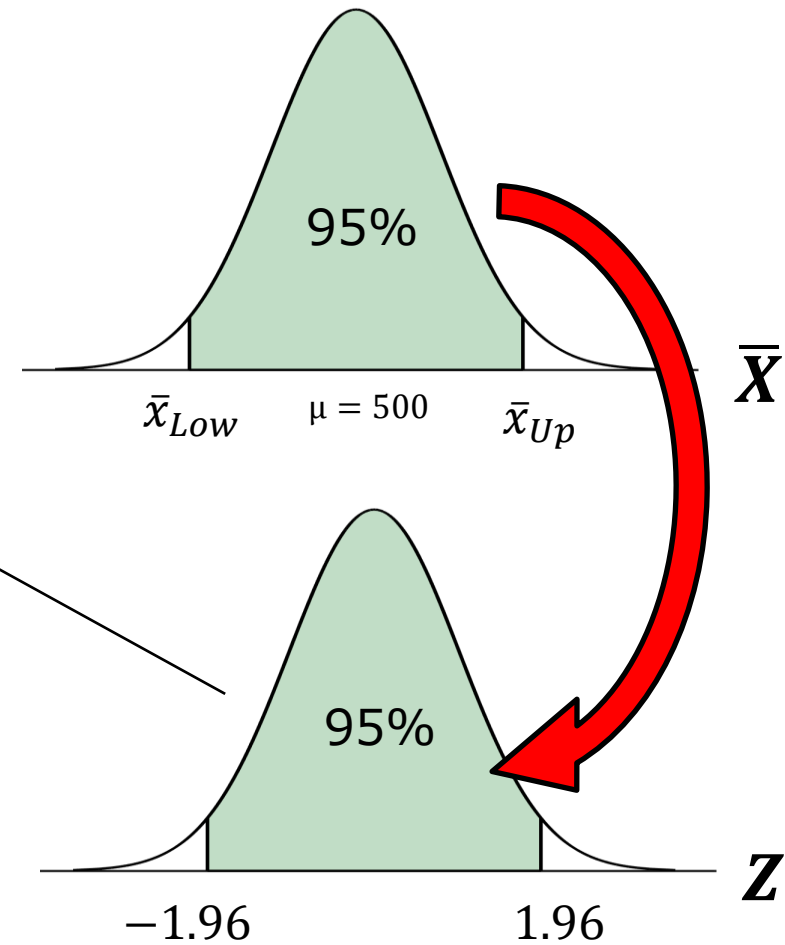
信頼区間

標本平均の分布  $\bar{X} \sim N(500, 8)$

$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{x} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P(-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96) = 0.95$$



## (2) 95%の中央をカバーする区間

信頼区間

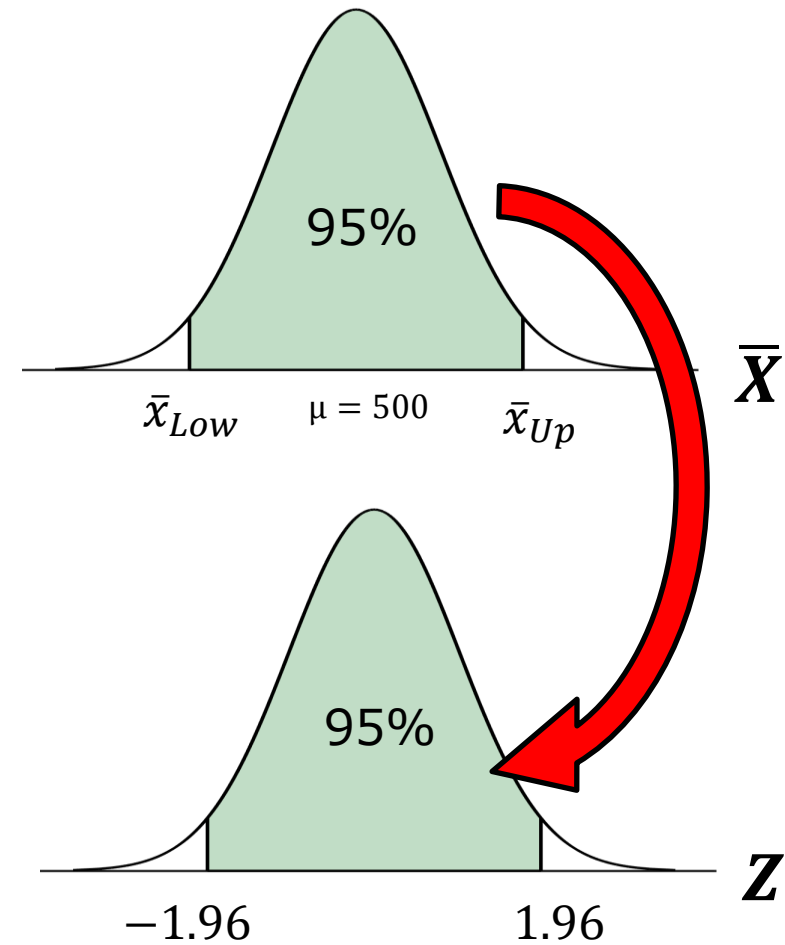
$$P(\bar{x}_{Low} < \bar{x} < \bar{x}_{Up}) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(\frac{\bar{x}_{Low} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\bar{x}_{Up} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.95$$

$$\longleftrightarrow P\left(-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96\right) = 0.95$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

標本平均の分布  $\bar{X} \sim N(500, 8)$





## (2) 95%の中央をカバーする区間

---

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

## (2) 95%の中央をカバーする区間

---

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

## (2) 95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

↔

$$-1.96 < \frac{\bar{X} - 500}{8} < 1.96$$

## (2) 95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$\longleftrightarrow -1.96 < \frac{\bar{x} - 500}{8} < 1.96$$

$$\longleftrightarrow 500 - 1.96 \times 8 < \bar{x} < 500 + 1.96 \times 8$$

## (2) 95%の中央をカバーする区間

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\mu = 500, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$\longleftrightarrow -1.96 < \frac{\bar{x} - 500}{8} < 1.96$$

$$\longleftrightarrow 500 - 1.96 \times 8 < \bar{x} < 500 + 1.96 \times 8$$

$$\longleftrightarrow 484.32 < \bar{x} < 515.68$$

# 平均 $\mu$ の 95%信頼区間

---

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

# 平均 $\mu$ の 95%信頼区間

---

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{x} = 505, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

# 平均 $\mu$ の 95%信頼区間

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{x} = 505, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている



$$-1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$



# 平均 $\mu$ の 95%信頼区間

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{x} = 505, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$\longleftrightarrow -1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

$$\longleftrightarrow 505 - 1.96 \times 8 < \mu < 505 + 1.96 \times 8$$

# 平均 $\mu$ の 95%信頼区間

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96$$

$\bar{x} = 505, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8$  が分かっている

$$\longleftrightarrow -1.96 < \frac{505 - \mu}{8} < 1.96$$

$$\longleftrightarrow 505 - 1.96 \times 8 < \mu < 505 + 1.96 \times 8$$

$$\longleftrightarrow 489.32 < \mu < 520.68$$

**区間推定の考え方**

# 5. サンプルングと中心極限定理

---

今日のコンテンツ

5-1 サンプルング

5-2 無作為化実験と交絡

5-3 中心極限定理