

第8回 演習問題

問題 1

日本人男性 100 人をランダムに選んで身長を測定したところ、平均値は 172cm であった。日本人男性の平均身長の 95%信頼区間を求めよ。ただし、日本人男性の身長の母分散は $\sigma^2 = 5.5^2$ であるとし、日本人男性の身長は正規分布に従うものとする。

問題 2

日本人女性 100 人をランダムに選んで体重を測定したところ、平均値は 49kg であった。日本人女性の平均体重の 99%信頼区間を求めよ。ただし、日本人女性の体重の母分散は $\sigma = 6$ であるとし、日本人女性の体重は正規分布に従うものとする。

問題 3

区間推定について述べられた文章のうち、正しいものを選べ。

1. 信頼区間は自由に設定してよい
2. 標本から推定された母平均の 95%信頼区間の中には、95%の確率で母平均が含まれている
3. 信頼区間が小さいほど、信頼区間の幅は広くなる
4. サンプルサイズと信頼区間には全く関係がない

問題 4

ある 30 人のクラスからランダムに 5 人選んだときの化学のテストの結果は次のとおりであった。このとき、クラス全体の平均点の 95%信頼区間を求めよ。ただし、化学のテストの点数は正規分布に従うとする。

データ：80 95 60 70 100

問題 5

ある芸能人の認知度を調べるため街頭アンケートを行ったところ、通行人 300 人のうち 30 人がこの芸能人のことを知っていた。信頼区間 90%でこの芸能人の認知度の信頼区間を求めよ。

問題 6 【2015 年 6 月 統計検定 2 級より】

Aさんは日常生活の風景をデジタルカメラで写真に収め、パソコンに保存するという趣味を持っている。Aさんが先週一週間に撮影した写真 31 枚について、それらのファイルサイズ（単位はメガバイト）の標本平均および不偏分散を計算したところ、次のようになった。

標本平均 = 3.24, 不偏分散 = 0.04

一枚の写真のファイルサイズは独立に平均 μ 、未知の分散 σ^2 の正規分布に従うと仮定して、母平均 μ の 95% 信頼区間を求める式はどれか。次の①～⑤のうちから最も適切なものを一つ選べ。

- ① $[3.24 - 1.697\sqrt{0.04/30}, 3.24 + 1.697\sqrt{0.04/30}]$
- ② $[3.24 - 1.96\sqrt{0.04/31}, 3.24 + 1.96\sqrt{0.04/31}]$
- ③ $[3.24 - 1.96\sqrt{0.04/30}, 3.24 + 1.96\sqrt{0.04/30}]$
- ④ $[3.24 - 2.042\sqrt{0.04/31}, 3.24 + 2.042\sqrt{0.04/31}]$
- ⑤ $[3.24 - 2.042\sqrt{0.04^2/30}, 3.24 + 2.042\sqrt{0.04^2/30}]$

解答

第8回 演習問題 解答

問題 1

$$172 - 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} < \mu < 172 + 1.96 \times \frac{5.5}{\sqrt{100}} \\ 170.9 < \mu < 173.1$$

問題 2

$$49 - 2.58 \times \frac{6}{\sqrt{100}} < \mu < 49 + 2.58 \times \frac{6}{\sqrt{100}} \\ 47.5 < \mu < 50.5$$

問題 3

1. ○：正しいです。信頼区間は自由に設定することができます。一般的には90%、95%、99%が使われます。
2. ×：母平均の95%信頼区間は「母集団から標本を取ってきて、その平均から95%信頼区間を求める、という作業を100回やったときに、95回はその区間の中に母平均が含まれる」と解釈できます。
3. ×：信頼係数が小さいほど、信頼区間の幅は狭くなります。
4. ×：サンプルサイズが大きいほど、信頼区間の幅は狭くなります。

問題 4

$$\bar{x} - t_{2.5\%} \times \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{2.5\%} \times \frac{s}{\sqrt{n}} \\ \bar{x} = 81, s = \sqrt{280} \\ 81 - 2.776 \times \frac{16.73}{\sqrt{5}} < \mu < 81 + 2.776 \times \frac{16.73}{\sqrt{5}} \\ 60.2 < \mu < 101.8$$

問題 5

母比率の推定値は $\hat{p} = \frac{10}{300} = 0.1$ です。これを用いて90%信頼区間を計算すると次のようになります。

$$0.1 - 1.645 \times \sqrt{\frac{0.1 \times (1 - 0.1)}{300}} < p < 0.1 + 1.645 \times \sqrt{\frac{0.1 \times (1 - 0.1)}{300}}$$

$$0.0715 < p < 0.1285$$

問題 6 【2015 年 6 月 統計検定 2 級より】

正解：④

母分散は未知であり、標本の大きさが 31 なので、母平均の 95%信頼区間は t 分布を用いて、

$$\bar{x} \pm t_{0.025}(30) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 3.24 \pm 2.042 \sqrt{\frac{0.04}{31}}$$

となる。よって正解は④である。