1 عند إجراء عمليات القسمة نهتم عادةً بالناتج. إلا أننا في هذه المرة سنهتم بباقي القسمة.
فعند قسمة 9 على 2 يكون باقي القسمة 1.
وعند قسمة 11 على 4 يكون باقي القسمة 3.

2 بصورة عامة، وعند قسمة a على b يكون الباقي r فنكتب:

$$\underbrace{a}_{\text{المقسوم}} \underbrace{\equiv}_{\text{يطابق}} \underbrace{r}_{\text{باقي القسمة}} \pmod{\underbrace{b}_{\text{المقسوم عليه}}}$$

لاحظ أننا لم نهتم أبداً بناتج القسمة.

3 يقبل العدد القسمة على 2 إذا كانت آحاده زوجية.

4 يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع خاناته يقبل القسمة على 3.
في حال لم يقبل العدد القسمة على 3 فإن باقي القسمة من القسمة على 3 هو نفسه باقي القسمة الناتج عن مجموع خانات العدد عند قسمته على 3.

5 يقبل العدد القسمة على 4 إذا كانت آحاده وعشراته تقبل القسمة على 4.
مثال: 932 يقبل القسمة على 4 لأن 32 تقبل القسمة على 4.
في حال لم يقبل العدد القسمة على 4 فإن باقي القسمة هو نفسه باقي القسمة الناتج عن قسمة الآحاد والعشرات على 4.

6 يقبل العدد القسمة على 5 إذا كانت آحاده 0 أو 5.

7 يقبل العدد القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 و 3 بنفس الوقت.

8 يقبل العدد القسمة على 9 إذا كان مجموع خاناته يقبل القسمة على 9.
في حال لم يقبل العدد القسمة على 9 فإن باقي القسمة هو نفسه باقي قسمة مجموع خانات العدد على 9.

9 لاختبار قابلية القسمة على 11

نأخذ المثال النموذجي التالي:

نريد اختبار قابلية قسمة العدد 1067 على 11.

الحل: $1 \quad 0 \quad 6 \quad 7$

بدءاً من الآحاد نرقم خانات العدد:

$$\overset{4}{1} \quad \overset{3}{0} \quad \overset{2}{6} \quad \overset{1}{7}$$

نأخذ مجموع الخانات الفردية

ناقص مجموع الخانات الزوجية:

$$(7+0) - (6+1) = 0$$

إذا كان الناتج صفر أو من مضاعفات العدد 11 يكون العدد يقبل القسمة على 11.

في حال كان العدد لا يقبل القسمة على 11 فإن الناتج من العملية الأخيرة سيمثل الباقي. فمثلاً إذا كان الناتج 24 فسيكون باقي القسمة هو 2.

لأن: $24 = \overset{\text{يقبل القسمة على 11}}{22} + 2$

10 في حال كان المقسوم عليه عدداً سالباً مثل: 15- وأردنا إيجاد باقي قسمته على 4:

$$-15 \equiv x \pmod 4$$

نبحث عن أكبر مضاعف لـ 4 يكون أصغر من 15-.

في مثالنا السابق سيكون هذا المضاعف هو 16-.

$$\Rightarrow -15 - (-16) = 1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

11 نمط يكون فيه مجهول مثل x في طرفي المقسوم والباقي.

مثال:

$$4x - 3 \equiv x + 3 \pmod 6$$
$$\Rightarrow x = ?$$

الحل

نعتبر الطرفين كأنهما طرفي معادلة:

$$4x - 3 - x - 3 \equiv 0 \pmod 6$$

$$3x - 6 \equiv 0 \pmod 6$$

من الواضح أنه يجب أن يكون $3x - 6$ من مضاعفات الـ 6 $\Leftarrow$

$$x = 2 \,,\ x = 4 \,,\ x = \dots$$

كلها قيم مقبولة لـ x.

12 نمط العاملي

مثال:

$$10! \equiv x \pmod 7$$

$$\Rightarrow x = ?$$

الحل: بما أن

$$10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!$$

فهو حتماً يقبل القسمة على 7

$$\Rightarrow x = 0$$

13 نمط المقسوم يكون على شكل قوة.

مثال:

$$2^{25} \equiv x \pmod 7$$

$$\Rightarrow x = ?$$

الحل:

$$2^1 \equiv 2 \pmod 7$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod 7$$

$$2^3 \equiv 1 \pmod 7$$

$$2^4 \equiv 2 \pmod 7$$

بدأت الأرقام تتكرر..

دور الأسطر المتكررة

$$\begin{array}{r|l} 25 & 3 \\ \hline -24 & 8 \\ 1 & \end{array}$$

1 ← ترتيب السطر

$$\Rightarrow 2^1 \equiv 2 \pmod 7$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2}$$

14 نمط السلسلة بوجود العاملي

مثال:

$$1! + 3! + \dots + 81! \equiv x \pmod{15}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

الحل:

سنأخذ الباقي من الحدين التاليين:

$$1! + 3!$$

فقط.

لأنه اعتباراً من الحدود $5!$ وصاعداً ستقبل جميعها القسمة على 15.

$$\Rightarrow \underset{1}{\underset{\downarrow}{1!}} + \underset{6}{\underset{\downarrow}{3!}}$$

$$\Rightarrow x = 1 + 6 = 7 < 15$$

15 إذا كان: $y \equiv x \pmod n$

$$\Rightarrow x = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

أو نكتب:

$$x \in \mathbb{Z}_n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$$

وتسمى $\mathbb{Z}_n$ بحلقة بواقي القسمة على n.

مثال: $y \equiv x \pmod 5$

$$\Rightarrow \mathbb{Z}_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$