

## حل المعادلات من الدرجة الثانية

للمعادلة من الدرجة الثانية الشكل العام التالي:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بحيث أن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية وأيضًا  $a$  غير معدوم.

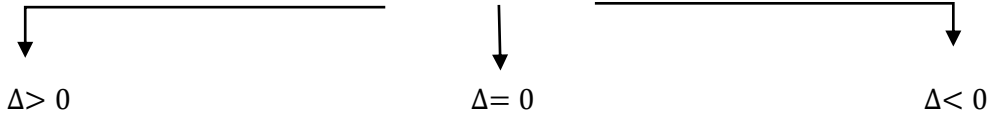
### أولاً: الطريقة العامة لحل معادلة من الدرجة الثانية

يمكن استخدام المميز في حل أي معادلة من الدرجة الثانية. فإذا كان لدينا المعادلة التالية:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

يمكن حساب المميز باستخدام العلاقة التالية ثم نميز 3 حالات:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$



$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

جذرين مختلفين (حلين مختلفين)

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

جذر مضاعف (حلين متطابقين)

المعادلة مستحيلة الحل في  $R$

مثال

حل المعادلة التالية:

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

الحل:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(3)(-2) = 1 + 24 = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 5}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 5}{6} = \frac{-2}{3}$$

### ثانياً: التحليل المباشر

نستخدم هذه الطريقة في حال كان أمثال  $x^2$  يساوي الواحد. أي  $a=1$ .

في هذه الحالة نبحث عن عددين مجموعهما  $b$  وجداؤهما  $c$ ، وليكن هذين العددين  $x_1$  و  $x_2$  ثم نكتب المعادلة على الشكل التالي:

$$(x + x_1)(x + x_2) = 0$$

من الواضح أنَّ لهذه المعادلة حلَّين مختلفين هما:  $x = -x_1, x = -x_2$

مثال

حل المعادلة التالية:

$$x^2 - x - 6 = 0$$

الحل:

نلاحظ أنَّ  $a = 1$ . نبحث عن عددين مجموعهما 1- وجداؤهما -6. العدان هما: 3- و 2.

فالحلول هي:  $x = -2$  و  $x = 3$ .

ملاحظة مهمة

من طريقة التحليل المباشر بحثنا عن عددين مجموعهما  $b$  وجداؤهما  $c$ . من الواضح أنَّ هذين العددين سيكونان معكوسا الحلول الناتجة كما رأينا قبل قليل. هذا يعني أنَّ:

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 \times x_2 = c$$

وبصورة عامة، وعندما تكون  $a$  مختلفة عن الواحد يمكن التعميم على النحو التالي:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

**ثالثًا: طريقة ضرب الأمثال**

هذه الطريقة ليست طريقة متسلسلة رياضيًا، لكن نتائجها النهائية صحيحة. تم وضعها لتبسيط حل معادلة من الدرجة الثانية في حال كانت  $a$  لا تساوي الواحد، وفي حال لم نرغب باستخدام طريقة المميز. لفهمها بشكل جيّد سنأخذ المثال النموذجي التالي.

مثال نموذجي

حل المعادلة التالية:

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

- 1- نأخذ أمثال  $x^2$  (وهي 3) ونضربها بالعدد الثابت -4، فنحصل على المعادلة:  $x^2 - 4x - 12 = 0$
- 2- نستخدم طريقة التحليل المباشر طالما أن أمثال  $x^2$  أصبحت تساوي 1.
- 3- بعد التحليل المباشر نصل للشكل التالي:  $(x - 6)(x + 2) = 0$
- 4- في الخطوة الأولى ضربنا بـ 3. لذلك سنقسم الأعداد الثابتة في القوسين السابقين على 3 فنحصل على الشكل:  
$$\left(x - \frac{6}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0$$
- 5- نختصر ما يمكن اختصاره. والذي لا يمكن اختصاره نضعه أمثال لـ  $x$ .
- 6- في النتيجة نحصل على الشكل:  $(x - 2)(3x + 2) = 0$ .
- 7- بمتابعة الحل نحصل على الحلين:  $x = 2$  و  $x = -\frac{2}{3}$ .

ملاحظة مهمة حول الطريقة السابقة

لا يجوز استخدام هذه الطريقة قبل إخراج أكبر عامل مشترك ممكن من جميع حدود المعادلة من الدرجة الثانية. فمثلاً المعادلة

$$6x^2 - 8x - 8 = 0$$

قبل استخدام الطريقة السابقة، يجب إخراج العدد 2 عامل مشترك من جميع الحدود.