الوحدة الرابعة	رياضيات YÖS	الفصل الثالث
	القيمة المطلقة	1 من 3

1 يعتمد المفهوم الأساسي للقيمة المطلقة على حساب المسافات.

مثلاً:

$|-5| = 5$

يعني ذلك أن بعد -5 عن الصفر يساوي 5.

وبنفس المبدأ نكتب:

$|10| = 10$

أي بعد 10 عن الصفر هو 10 كما هو واضح.

يمكن أيضاً استخدامها لقياس المسافات بين الأعداد. مثلاً بعد العدد -5 عن -7 هو 2:

$|-7 - (-5)| = 2$

نقرأها "عن"

نقرأها "بُعد"

2 تعريف

$$|x| = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

مثال: $|x-5| + |x-2| = ?$

سيكون سالب على المجال المفروض

إذا علمت أن $2 < x < 5$

الحل:

$5 - x + x - 2 = \boxed{3}$

3 $|a^n| \neq a^n$; n فردي

$|a^n| = a^n$; n زوجي

4 $|a-b| = |b-a|$

5 $|a| = 0 \iff a = 0$

$|a| + |b| + |c| = 0$

$\Rightarrow a = b = c = 0$

6 $x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x^2} = |x|$

$\sqrt{x^4} = x^2$

$\sqrt{x^8} = x^4$

هنا لا حاجة للقيمة المطلقة

المدرس حسام برهان 0531826938 9

Scanned by CamScanner

مثال:

$x<0<y$

$\sqrt{9x^2}+\sqrt{4y^2}-|x-y|=?$

الحل:

$3|x|+2y-(y-x)=$

$-3x+2y-y+x=$

$\boxed{y-2x}$

تذكر:

$|x\cdot y|=|x|\cdot|y|$

$\left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}$

$|x\mp y|\neq|x|\mp|y|$

7

$a>0,\ |f(x)|=a \Rightarrow f(x)=a$

$f(x)=-a$

$|f(x)|=|g(x)|$

$\Rightarrow f(x)=g(x)$

$f(x)=-g(x)$

$|f(x)|=g(x)\Rightarrow \begin{cases} f(x)=g(x) & ; g(x)\geq 0 \\ f(x)=-g(x) & ; g(x)<0 \end{cases}$

ملاحظة: من الواضح من الخاصة (7) أن الحالات الثلاث تُعامل نفس المعاملة.

مثال:

$|2x-1|-x=4 \Rightarrow \Sigma x=?$

الحل:

$|2x-1|=x+4$

$2x-1=x+4$

$x=5$

$2x-1=-x-4$

$3x=-3$

$x=-1$

$\Rightarrow \Sigma x=5+(-1)=4$

انتبه!! في الحالة التي يكون فيها الطرف الأيسر له قيمة مطلقة والطرف الأيمن ليس له قيمة مطلقة ويكون تابع لـ x أي من الشكل:

$|f(x)|=g(x)$

يجب أن نعوض قيم x الناتجة في المعادلة الأساسية لنرى هل تحققها أم لا.

المدرس حسام برهان 0531826389

Scanned by CamScanner

8

$a>0 \ , \ |x| \leq a$

$\Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

مثال:

$|x-3| < 4$

$\Rightarrow ÇK(SS) = ?$

الحل:

$\Rightarrow -4 < x-3 < 4$

$-1 < x < 7$

$\Rightarrow x \in (-1, 7)$

9

$|x| \geq a \ ; \ a>0$

$\Rightarrow x \geq a$ أو $x \leq -a$

مثال:

$x \in \mathbb{Z} \ , \ |3x-5| \geq 4 \Rightarrow \Sigma x = ?$

$\Rightarrow$

$3x-5 \geq 4 \Rightarrow 3x \geq 9 \Rightarrow x \geq 3$

$3x-5 \leq -4 \Rightarrow 3x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$

$\Sigma x = (-1)+(-2) = -3$

الأعداد الموجبة والسالبة ستنفي بعضها باستثناء 1- و 2-

10

$a, b > 0 \ , \ a < b$

$a < |x| < b$

$a < x < b$ ، $-b < x < -a$

11

$a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$|a| < |b| \Rightarrow a^2 < b^2$

نتيجة سابقة من درس المتراجحات

مثال:

$|x-2| + |x-3| = 7$

$\Rightarrow ÇK(SS) = ?$

الحل: يجب هنا دراسة الإشارة:

	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	

$x \in (-\infty, 2) \Rightarrow -x+2-x+3 = 7 \Rightarrow x = -1 \in (-\infty, 2)$ يحقق

$x \in [2, 3] \Rightarrow x-2-x+3 = 7 \Rightarrow 1 = 7$ مرفوض

$x \in (3, +\infty) \Rightarrow x-2+x-3 = 7 \Rightarrow x = 6 \in (3, +\infty)$ يحقق

$\Rightarrow ÇK(SS) = \{6, -1\}$

لاحظ أننا في كل إجابة لـ x نتأكد أن هذه الإجابة تنتمي للمجال الموافق.

المدرس حسام برهان 0531826938

Scanned by CamScanner