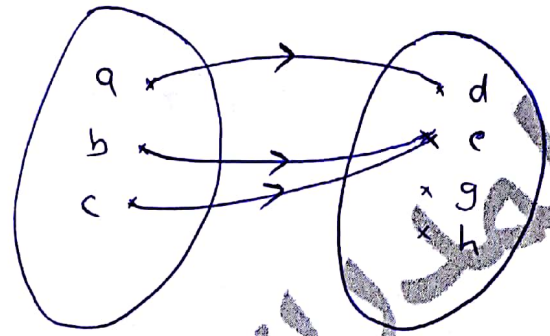
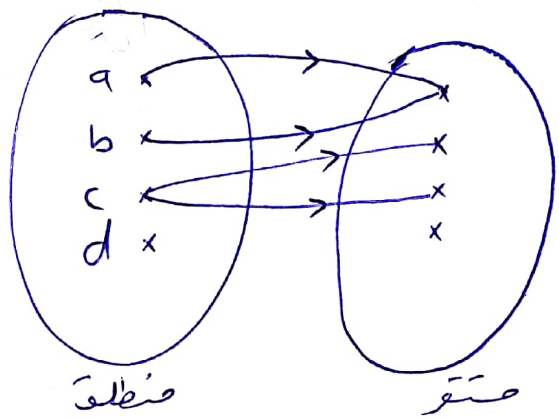


1) التابع هو علاقة تربط بين مجموعتين
سُمي إحداهما بالمنطلق وسُمي
الأخرى بالمستقر.



مستقر منطلق

2) لاحظ أن الأسماء تصف من
المنطلق والمستقر في المستقر.
يجب أن يصف فقط واحد فقط
من كل عنصر من المنطلق. فمثلاً
لا يمكن العلاقة التالية تابع:



مستقر منطلق

وذلك ليس كذلك!

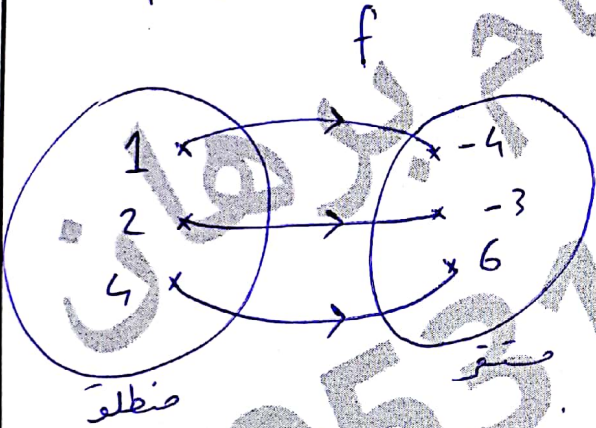
السبب الأول أنه يوجد عنصران المنطلق
وهو لا يربط بأي عنصرين

المستقر. السبب الثاني أن العنصر
c مرتبط بعنصرين من المستقر فلهذا
لا يعد أيضاً.

3) خلاصة: سُمي المنطلق أيضاً
بمجموعة التعريف أو المجموعة
المحدد. في حين أن المستقر
يسمى أيضاً بمجموعة قيم التابع.

4) خلاصة: نرسم للتابع علاقة بأحد
صغيرة مثل f, g, h, k, \dots

لكن f تابع صواب على النحو التالي:



منطلق

مستقر

- سُمي -4 صورة 1 وفق f .
ونكتب: $f(1) = -4$

- سُمي -3 صورة 2 وفق f .
ونكتب: $f(2) = -3$

- سُمي 6 صورة 4 وفق f .
ونكتب: $f(4) = 6$

إذاً فالمستقر هو صور عناصر
المنطلق

مثال: أُرِجْ صَدْرَ الْعَامِرِ:

6 6 -3 6 -2

وضع الناجح f المعرف بالعلاقة:

$$f(x) = 3 - x$$

اکو:

$$f(-2) = 3 - (-2) = 5$$

$$f(-3) = 3 - (-3) = 6$$

$$f(6) = 3 - (6) = -3$$

ملاحظة: تأخذ عناصر المطلق

الرمز λ ، يحفز أن λ يحل
أي عفو نأقده من المطلق.
أما عناصر المستقر صاغة
الشكل $f(x)$ كما هو واضح.

حلا فطنة : ممکن دوطاً اسبب ال

$f(x)$ بـ y أو العكس.

محرمه الشريف للسابع

ہی منطلق التاج کما ذکرنا سابقاً

ويمكن استنتاجها من \hat{e} من

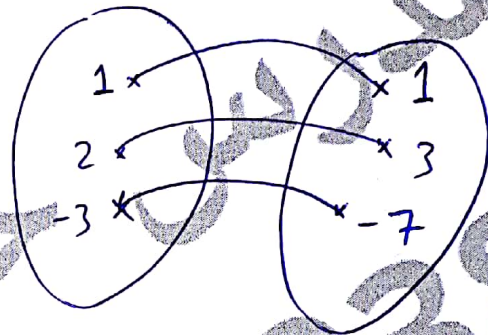
خاصہ کر کے .

حَايَة رَجَا السَّاحِ :

لَطَّاعِبِ قَاعَةِ رَجَاءٍ وَهِيَ
الَّتِي تَدَّكَ كَيْفَ تَرْتَبِطُ عَنَامُ
الْمُفْلَتِ بِعَنَامِ الْمُسْقَرِّ .

فمقدّمنا انظر الى الآج f, الآب :

f



اسی قاعدہ پر ربط کھدایا ہے :

$$f(x) = 2x - 1$$

ويعني ذلك أن أي عفو لا

المسألة سيتم طرحه بالعدد 2

تم سيتم طرح 1 من البائع .

ای :

$$f(1) = 2(1) - 1 = 1$$

مُطْلَقًا

$$f(2) = 2(2) - 1 = 3$$

$$f(-3) = 2(-3) - 1 = -7$$

مقر

الوحدة الخامسة	رياضيات YÖS	الفصل الثاني
	السؤال	3 من 7

مثال: أوجد مجموعة تعريف دالة f المكونة بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

الحل: يمكن د x أن تأخذ أي قيمة ما عدا $x=1$ لأنها لا يمكن أن تكون المقام.

مجموعة تعريف هي $\mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow$

مثال: أوجد مجموعة تعريف دالة f المعرف بالعلاقة:

$$f(x) = \sqrt{x+3}$$

الحل: يكون تابع الجذر التربيعي صورياً عندما يكون ما تحت الجذر التربيعي أكبر من أو يساوي الصفر أي:

$$x+3 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq -3$$

مجموعة التوزيع $[-3, +\infty)$

مثال: أوجد مجموعة تعريف دالة f المعرف بالعلاقة:

$$f(x) = x^2 + x - 1$$

الحل: مجموعة التوزيع هي \mathbb{R}

لأن سبب أي مشكلة في قاعدة ارتباط التبع.

العلاقة على التبع

1- الجمع: $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

2- الطرح: $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

3- الضرب: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

4- القسمة: $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ $g(x) \neq 0$

هذه العمليات قائمة على تركيب تابعين مستقرين عنها لافقاً.

بعض أنواع التبع:

(*) التبع الثابت: $f(x) = c$

عدد ثابت

هو تابع يرتبط بجميع عناصر المطلق مع عدد ثابت واحد فقط من المستقر.

(*) تابع المطابقة:

$$f(x) = x$$

وهو تابع يرتبط كل عنصر من المطلق بنفس العنصر من المستقر.

ويُرمز له عادة بالرمز $I(x)$

الوحدة الخامسة	رياضيات YÖS	الفصل الثاني
	التابع	4 من 7
<p>(*) التّابع الخطّي :</p> $f(x) = ax + b$ <p>(*) التّابع التربيعي :</p> $f(x) = ax^2 + bx + c$ <p><u>مثال :</u></p> <p>إذا كان :</p> $f(x) = (8-a)x + 4b + 12$ <p>هو تابع مطابق : فأوجد a, b :</p> <p>الحل : بما أن : $f(x) = x$</p> $\Rightarrow (8-a)x + 4b + 12 = x$ $8x - ax + 4b + 12 = x$ $7x + 4b = ax - 12$ $\Rightarrow a = 7, 4b = -12$ $b = -3$ $\Rightarrow a \cdot b = -21$ <p><u>مثال :</u></p> $f(x) = \frac{12x^2 - 6x + b}{ax^2 + 18x - 9}$ <p>التابع f هو تابع ثابت</p> $\Rightarrow f(7) = ?$ <p>الحل : بما أن f هو تابع ثابت</p> $\Rightarrow \frac{12x^2 - 6x + b}{ax^2 + 18x - 9} = \frac{12x^2}{ax^2} = \frac{-6x}{18x} = \frac{b}{-9}$ <p>بفرض التناسب</p>	<p>(7)</p>	<p>$\Rightarrow \frac{12}{a} = \frac{-1}{3} = \frac{b}{-9}$</p> <p>$\Rightarrow a = -36, b = 3$</p> <p>$\Rightarrow f(x) = \frac{12x^2 - 6x + 3}{-36x^2 + 18x - 9}$</p> <p>بفرض التناسب</p> <p>$\Rightarrow f(x) = \frac{-1}{3}$</p> <p>$\Rightarrow f(7) = \frac{-1}{3}$</p> <p>بما أن f تابع ثابت.</p> <p><u>التابع العكسي</u></p> <p>لكن f تابع . منطلقه المحررة</p> <p>A وصورة B.</p> <p>من الممكن وجود تابع عكسي ومنطلقه</p> <p>B وصورة A بحيث أنه إذا</p> <p>كان</p> $f(a) = b$ <p>فإن</p> $g(b) = a$ <p>ندعو g بالتابع العكسي للتابع</p> <p>f ونرمز للتابع g بالرمز f^{-1}</p> <p>استنتاج قاعدة ربط تابع عكسي</p> <p>أحياناً نضع قاعدة ربط تابع ما.</p> <p>لكن f تابع عكسي :</p> $f(x) = 3x + 1$

المستقر. في الحقيقة نوجد أكثر من تقنية لإيجاد المستقر مستقار الآن إنها.

بإيجاد التابع العكسي تابع ما وبمعرفة مطلق التابع العكسي نكون قد أوجدنا تلقائياً مستقر التابع الأساسي.

مثال: إذا كان:

$$f: \underbrace{\mathbb{R} - \{a\}}_{\text{منطلق}} \rightarrow \underbrace{\mathbb{R} - \{a\}}_{\text{مستقر}}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

$$a+b=1$$

أكد: مجموعة تعريف f هي $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\Rightarrow a=2$$

نوجد مستقر f يجب ألا يوجد التابع العكسي f^{-1} :

$$f^{-1}(x) = \frac{+2x+3}{x-1}$$

منطلق f^{-1} هو $\mathbb{R} - \{1\}$ وهو نفسه

$$b=1$$

$$\Rightarrow a+b=3$$

أوجد قاعدة ربط f^{-1} :

$$f(x) = 3x+1$$

$$y = 3x+1$$

ببديل كل x بـ y ، وكل y بـ x :

$$x = 3y+1$$

$$x-1 = 3y$$

$$y = \frac{x-1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$$

قانونان لإيجاد قاعدة ربط تابع

عكسي بسرعة

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x) = ax+b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$$

توظيف التابع العكسي في إيجاد

المستقر لتابع ما.

كما قد رأينا كيفية إيجاد

مجموعة تعريف (منطلق) تابع

ما بالبحث عن قيم x التي لا تحدث

مما أكد لنا قاعدة ربط تابع.

ولكننا لم نتحدث عن كيفية إيجاد

9

10

الوحدة الخامسة	رياضيات YÖS	الفصل الثاني
	التابع	6 من 7

١١

العملية الخامسة .. تركيب تابعين

f g

لكن f و g تابعين حيث أن مستر f هو منطلق g من الواضح أن:

$$g(f(a)) = c$$

لأن $f(a) = b$ و $g(b) = c$ أي أننا حصلنا على نتائج جيدة

نرسله بالبرز $g \circ f$ ونقرأه

g يلي f . يربط أي عنون A بعنون C :

$g \circ f$

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

١٢

مثال: لكن:

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = 1 - x$$

المراد $f \circ g$ و $g \circ f$ اكل:

⊗ $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(1 - x)$

$$= 2(1 - x) - 1 = 2 - 2x - 1 = 1 - 2x$$

⊗ $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$= g(2x - 1)$$

$$= 1 - (2x - 1)$$

$$= -2x + 2$$

لاحظ أن: $f \circ g \neq g \circ f$ خواص تركيب تابعين:

- $g \circ f \neq f \circ g$
- $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
- $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- $(f^{-1} \circ f)(x) = (f \circ f^{-1})(x) = I(x)$
- $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$
- $(f \circ g)(x) = h(x) \Rightarrow g(x) = f^{-1}(h(x))$ نأخذ f^{-1} للطرفين
- $(f \circ g)(x) = h(x) \Rightarrow$

$$f(x) = h(g^{-1}(x))$$

الوحدة الخامسة	رياضيات YÖS	الفصل الثالث
	التابع	7 من 7

مثال:

 $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $g(n) = n - 1$
 $f(n+1) = 2g(n-1)$
 $\Rightarrow (g \circ f^{-1})(n) = ?$
الحل: لتوجد $f(n)$:
 نستبدل كل x بـ $x-1$:
 $f((n-1)+1) = 2g((n-1)-1)$
 $\Rightarrow f(n) = 2g(n-2)$
 $f(n) = 2(n-2-1)$
 $f(n) = 2n - 6$
 $\Rightarrow f^{-1}(n) = \frac{n+6}{2}$
 $(g \circ f^{-1})(n) = g(f^{-1}(n))$
 $= g\left(\frac{n+6}{2}\right)$
 $= \frac{n+6}{2} - 1 = \frac{n+4}{2}$
مثال:
 $f(n) = 3^{2n+1}$
 $f(2n) = m(f(n))^2 \Rightarrow m = ?$
الحل:
 $f(2n) = 3^{4n+1} = \frac{3^{4n+2}}{3}$
 $f(2n) = (3^{2n+1})^2 = 3^{4n+2}$

13

 $f(2x) = \frac{1}{3}(f(x))^2 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$
 تابع الباديد
 هو تابع يكون منطقتة نفس مستواه
 مثال:
 $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$
 حيث أن اسطر الأول هو المنطوق
 واسطر الثاني هو المستتر
داخ أن:
 $f(a) = d \Rightarrow f^{-1}(d) = a$
 $f(b) = c \Rightarrow f^{-1}(c) = b$
 $f(c) = b \Rightarrow f^{-1}(b) = c$
 $f(d) = a \Rightarrow f^{-1}(a) = d$
مثال:
 $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
 $f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
 $\Rightarrow g = ?$
الحل: داخ أن:
 $f^{-1} \circ (f \circ g) = g$
 ↓
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
 لاحظ أنك منطبق