1- المبدأ الأساسي في العد

في حال كان لدينا عمل ما يتضمن عدة مهام لإنجازه، وكنا نحتاج إلى m_1 طريقة لإنجاز المهمة الأولى و m_2 طريقة لإنجاز المهمة الثانية و m_3 طريقة لإنجاز الثالثة وهكذا

فإنه يمكن إنجاز هذا العمل ب

$m_1 \times m_2 \times m_3 \times \cdots$ طريقة مختلفة.

مثال 1: بكم طريقة يمكن اختيار قميص من مجموعة من 4 قمصان مختلفة؟

الحل: 4 طرق مختلفة.

مثال 2: بكم طريقة يمكن اختيار قميصان من مجموعة من 4 قمصان مختلفة؟

الحل: $4 \times 3 = 12$

يمكن اختيار القميص الأول ب 4 طرق مختلفة

يمكن اختيار القميص الثاني ب 3 طرق مختلفة

مثال 3: لدينا 4 بنطال مختلف و 3 قمصان مختلفة. بكم طريقة نستطيع اختيار قميص واحد أو بنطالان؟

$$\overset{\text{و}}{4 \times 3} \;\overset{\text{أو}}{+}\; 3 = 15$$

اختيار البنطال الأول — اختيار البنطال الثاني — اختيار قميص واحد

مثال 4: نفس المعطيات في المثال السابق ولكن نريد اختيار قميص واحد و بنطالان

$$4 \overset{\text{و}}{\times} 3 \times 3$$

اختيار البنطال الأول — اختيار البنطال الثاني — اختيار قميص واحد

مثال 5:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

1) بكم طريقة نستطيع تشكيل رقم مكون من 3 خانات؟

$$\underbrace{7}_{\text{مئات}} \times \underbrace{7}_{\text{عشرات}} \times \underbrace{7}_{\text{آحاد}} = 7^3$$

7 طرق مختلفة للمئات

2) بكم طريقة نستطيع تشكيل رقم مكون من 4 خانات؟

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$$

(3) بكم طريقة نستطيع تشكيل رقم زوجي مكون من 3 خانات

$\underline{7} \times \underline{7} \times \underline{3}$

3 أعداد زوجية فقط

(4) بكم طريقة نستطيع تشكيل رقم مكون من 3 خانات مختلفة.

$7 \times 6 \times 5$

أضع 6 لأننا استخدمنا رقم للمئات.

أضع 5 لأننا استخدمنا رقمين للمئات والعشرات.

(5) بكم طريقة يمكن تشكيل رقم زوجي مكون من 3 خانات مختلفة

هنا من الأفضل أن نبدأ بالآحاد

$\underline{5} \times \underline{6} \times \underline{3}$

تم اختيار زوجي ورقم آخر للعشرات

افترضنا رقم زوجي

3 أرقام زوجية

(6) بكم طريقة يمكن كتابة عدد زوجي أكبر من 300 بحيث تكون خاناته مختلفة.

يُنصح في مثل هذه الحالات أن نقوم بتجزئة الحل على مراحل :

	المئات		العشرات
الآحاد : 2 ←	5	×	5
الآحاد : 4 ←	4	×	5
الآحاد : 6 ←	4	×	5

∴ 65 طريقة مختلفة

مثال (6) : بكم طريقة نستطيع اختيار المركز الأول والمركز الثاني لمتسابقين عددهم 9 ؟

الحل : يمكن اختيار الأول بـ 9 طرق والثاني بـ 8 ~ ~

∴ $9 \times 8 = 72$

مثال (7) بكم طريقة نستطيع ترتيب 5 كتب مختلفة على الرف ؟

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$

5 طرق مختلفة لترتيب كتاب الأول

وهكذا

التباديل هي تقنية مشتقة من المبدأ الأساسي للعد ومنها يمكن حساب عدد تباديل (ترتيب) r عنصر مأخوذة من n عنصر.

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال (1) : على أحد الرفوف في مكتبة يوجد 3 كتب رياضيات مختلفة و 4 كتب فيزياء مختلفة و 2 كتاب كيمياء مختلف

$\boxed{2}$

3

بكم طريقة يمكن ترتيب هذه الكتب بحيث تكون الكتب لنفس المقرر بجانب بعضها؟

الحل:

$P(3,3)$ تباديل كتب الرياضيات مع بعضها

$P(4,4)$ - - الفيزياء مع بعضها.

$P(2,2)$ - - الكيمياء مع بعضها

الآن إذا اعتبرنا كتب الرياضيات ككتلة واحدة

- - الفيزياء - -

- - الكيمياء - -

فيكون تباديل هذه الكتل مع بعضها هو

$P(3,3)$

$\Rightarrow P(3,3) \cdot P(3,3)P(4,4)P(2,2)$

$= 3!\,(3!\ 4!\ 2!)$

طريقة مختلفة للترتيب.

4

مثال (2): نفس المعطيات في المثال السابق أوجد الآن بكم طريقة يمكن وضع كتب الفيزياء بجوار بعضها بغض النظر عن باقي الكتب.

$$P(4,4) \cdot P(\overset{5+1}{6},6)$$

تباديل الفيزياء

تباديل باقي الكتب مع كتب الفيزياء

على اعتبارها أصبحت ككتلة واحدة.

التباديل التكرارية تفيد هذه التقنية بمعرفة تباديل أحرف الكلمات أو أرقام الأعداد في حال كانت تحوي على حروف أو أعداد مكررة.

مثال: بكم طريقة يمكن تشكيل كلمات من أحرف كلمة: HATAY ؟

عدد أحرف كلمة HATAY

$$\frac{5!}{1!\ 2!\ 1!\ 1!}$$

حرف H ورد مرة واحدة

حرفا A ورد مرتين.

حرف T ورد مرة واحدة

حرف Y ورد مرة واحدة

$$\Rightarrow \frac{5!}{2!} = 5\times4\times3 = 60$$

التباديل الدائرية تفيد هذه التقنية في ترتيب الأشياء حول طاولة مستديرة على فرض أن أحدها سيكون ثابتاً عند الترتيب.

مثال: بكم طريقة يمكن ترتيب عائلة مكونة من 7 أشخاص حول طاولة؟

$(n-1)! = (7-1)!$

$= 720$

الفصل الأول	رياضيات YÖS	الوحدة الخامسة
4 من 4	طرائق العد	

5 التباديل الحلقية عند الترتيب بشكل حلقي

حلقي (ليس على طاولة) أي لا يوجد عنصر مثبت عند الترتيب نستخدم القانون:

$$\frac{(n-1)!}{2}$$

مثال: كم طريقة يمكن ترتيب 6 مفاتيح حول حلقة؟

$$\frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2}$$

6 التوفيق

هو تقنية مهمة من طرائق العد وفيه يمكن حساب تراتيب r من العناصر المأخوذة من n عنصر دون النظر إلى ترتيبها

لتوضيح الفرق بشكل جيد

الثلاثيات التي يمكن تشكيلها من ABC

التباديل	التوفيق
ABC ACB BCA BAC CAB CBA 6 تباديل	هناك شكل واحد فقط هو ABC

القانون:

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!}$$

7 قوانين خاصة متعلقة بالتباديل والتوفيق

$C(n,n)=1$

1. $C(n,0) = \binom{n}{0} = 1$
2. $C(n,1) = \binom{n}{1} = n$
3. $C(n,n-1) = \binom{n}{n-1} = n$
4. $C(n,0) + C(n,1) - - - + C(n,n) = 2^n$
5. $C(n,r) = C(n,k) \Rightarrow \begin{cases} n = r+k \\ r = k \end{cases}$
6. $P(n,0) = 1$
7. $P(n,n) = n!$
8. $P(n,1) = n$