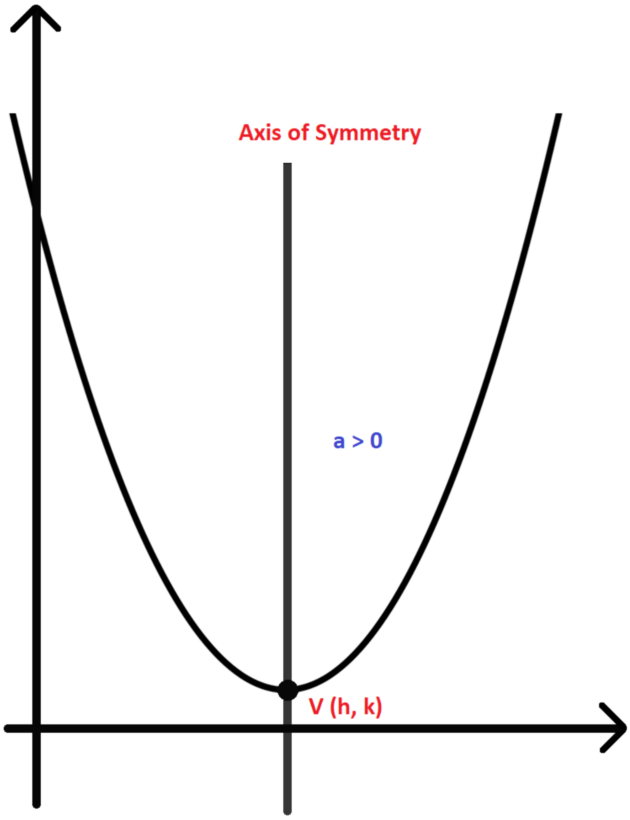
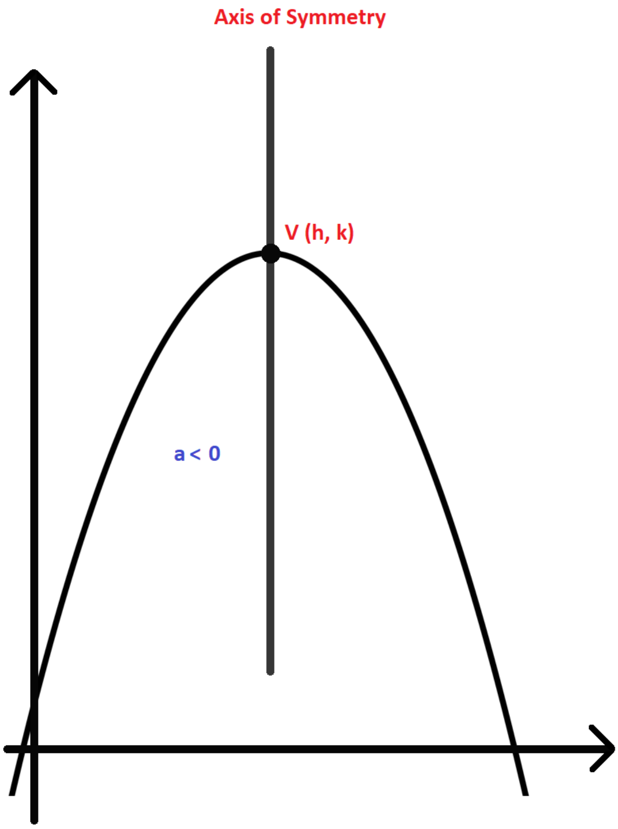
القطع المكافئ **Parabola** هو من الموضوعات المهمة في امتحان **SAT**.

<u>أولًا: الشكل العام (الشكل الأول)</u>

$$y = ax^2 + bx + c$$

حيث **a** و **b** و **c** هي أعداد حقيقية و العدد **a** لا يساوي الصفر.





لاحظ أنّ قيمة **a** هي التي تتحكم بجهة الفتحة. فإذا كان **a** موجب فإنّ الفتحة نحو الأعلى، وإذا كان **a** سالب فإنّ الفتحة نحو الأسفل.

بالنسبة للذروة **vertex** فهي النقطة التي تكون موجودة في الأعلى أو في الأسفل بحسب إشارة **a**، أي أنّ تراتيب الذروة وهي **k** قد تكون أعظم قيمة أو أقل قيمة بحسب إشارة **a** . فإذا كانت **a** موجبة فإنّ **k** هي أصغر قيمة، أمّا إذا كانت **a** سالبة فإنّ **k** هي أعظم قيمة.

يمكن حساب قيمة فاصلة الذروة بسهولة من خلال القانون:

$$h = -\frac{b}{2a}$$

بالنسبة للمستقيم المار بالذروة **V** والذي يوازي محور **oy** نسميه بمحور التناظر **axis of symmetry**

من الواضح أنّ محور التناظر معادلته هي:

$$x = h = -\frac{b}{2a}$$

أما **c** من معادلة القطع، فهي تمثّل الجزء المقتطع من محور **oy** أو **y-intercept**. ونحصل عليها دومًا بتعويض **0 = x** في معادلة القطع.

<u>مثال</u>

ليكن لدينا القطع المكافئ التالي:

$$y = 3x^2 + 6x - 1$$

أوجد إحداثيي الذروة.

الحل

فاصلة الذروة هي: $h = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(3)} = -1$

نعوض فاصلة الذروة في معادلة القطع فنحصل على التراتيب:

$$y = 3(-1)^2 + 6(-1) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

إذًا **V(-1, -4)**.

<u>ثانيًا: الشكل الثاني (شكل الذروة)</u>

يمكن الانتقال من الشكل العام (الشكل الأول) إلى شكل الذروة بسهولة من خلال تقنية الإتمام إلى مربع كامل. شكل الذروة:

$$y = a(x - h)^2 + k$$

حيث **h** و **k** هما إحداثيا الذروة كما هو واضح.

مثال

ليكن لدينا القطع المكافئ التالي:

$$y = x^2 + 6x - 5$$

أوجد معادلة القطع بالشكل الثاني (شكل الذروة).

الحل:

نستخدم طريقة الإتمام إلى مربّع كامل (مع ملاحظة إلى أنّه لا يجوز استخدام طريقة الإتمام إلى مربّع كامل إلّا إذا كان أمثال x^2 يساوي الواحد).

نضيف ونطرح مربع نصف أمثال x

$$y = x^2 + 6x + 9 - 9 - 5$$

نأخذ أول ثلاثة حدود من اليسار إلى اليمين: جذر الأول ثم إشارة الأوسط ثم جذر الثالث، ونضعهم ضمن قوس، ونرفع القوس إلى التربيع.

$$y = (x + 3)^2 - 9 - 5$$

$$y = (x + 3)^2 - 14$$

واضح أنّ الذروة V(-3, -14) مع ملاحظة أنّنا أخذنا عكس إشارة الفاصلة (الإكسات) ونفس إشارة التراتيب (الوايات).

ملاحظة

يمكن حساب تراتيب الذروة دومًا باستخدام القانون التالي:

$$k = -\frac{\Delta}{4a}$$

حيث Δ هي المميز وتُعطى بالقانون المعروف:

$$\Delta = \mathrm{b}^2 - 4ac$$

ثالثًا: الشكل الثالث (الشكل المحلّل إلى جداء عوامل)

وهو شكل مهم أيضًا، وفيه يمكن ملاحظة نقاط تقاطع القطع مع محور ox مباشرةً.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

في حال كنّا نريد إيجاد نقط التقاطع مع محور ox فإنّنا نعدم y كما هو معلوم:

$$0 = a(x - x_1)(x - x_2)$$

هذا يعطينا مباشرةً:

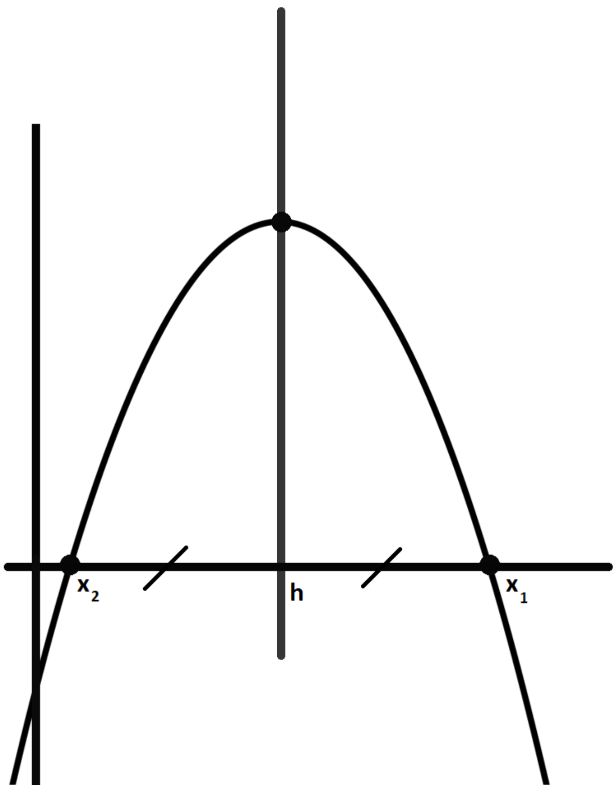
$$x = x_1 \;\&\; x = x_2$$

القيمتين الأخيرتين لهما عدة أسماء: جذور المعادلة، حلول المعادلة، أصفار التابع، roots ، solutions ، zeros ، x-intercepts.

ملاحظة مهمة

من الواضح أنّ فاصلة الذروة h يجب أن تقع في منتصف المسافة بين الجذرين x-intercepts

$$h = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



ملاحظة مهمة

بصورة عامة، ومن أجل أي نقطتين A(a, y) و B(b, y) لهما نفس التراتيب، يجب أن تقع فاصلة الذروة h في منتصف المسافة بين فاصلتي هاتين النقطتين.

$$h = \frac{a+b}{2}$$