## دراسة الإشارات

### أولًا: دراسة إشارة كثير حدود خطي ax + b

مثال نموذجي: أوجد حلول المتراجحة التالية: $2x - 1 > 0$

الحل:

رغم أنّ حل هذه المتراجحة سهل، إلّا أننا سنستخدم تقنية دراسة إشارة كثير حدود خطي لتوضيح الفكرة.

تتم دراسة الإشارة على مرحلتين:

الأولى: نعدم المقدار: $2x - 1 = 0$ وهذا يعطي $x = \frac{1}{2}$

الثانية: جدول الإشارات:

| x | | $\frac{1}{2}$ | |
|---|---|---|---|
| 2x - 1 | - | 0 | + |
| | قبل يوافق إشارة أمثال x | | بعد يوافق إشارة أمثال x |

بما أنّنا نريد أن يكون المقدار موجبًا، فهذا يعني أنّ حل هذه المتراجحة هو $x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$

### ثانيًا: دراسة إشارة كثير حدود تربيعي $ax^2 + bx + c$

مثال نموذجي 1: أوجد حلول المتراجحة التالية: $x^2 + x - 6 < 0$

الحل:

نعدم المقدار في الطرف الأيسر: $x^2 + x - 6 = 0$ هذا يعطينا جذران مختلفان هما: $x = -3, x = 2$

لنشكّل جدول الإشارات:

| x | | - 3 | | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^2 + x - 6$ | + | 0 | - | 0 | + |
| | خارجهما يوافق إشارة أمثال $x^2$ | | بينهما يخالف إشارة أمثال $x^2$ | | خارجهما يوافق إشارة أمثال $x^2$ |

فتكون مجموعة الحلول حسب المتراجحة المعطاة هي: $x \in (-3, 2)$

**<u>مثال نموذجي 2:</u> أوجد حلول المتراجحة التالية: $x^2 - 4x + 4 > 0$**

**الحل:**

**نعدم المقدار في الطرف الأيسر: $x^2 - 4x + 4 = 0$ هذا يعطينا جذر مضاعف هو: $x = 2$**

**لنشكّل جدول الإشارات:**

| x | | 2 | |
|---|---|---|---|
| $x^2 - 4x + 4$ | + | 0 | + |

**يوافق دومًا إشارة أمثال $x^2$**

**في هذا المثال تكون مجموعة الحلول هي $\mathbb{R} - \{2\}$ لأنّنا نريد القيم الموجبة فقط للمقدار، وليس القيمة الصفرية كما هو واضح من الجدول.**

**<u>مثال نموذجي 3:</u> أوجد حلول المتراجحة التالية: $x^2 - 2x + 4 > 0$**

**الحل:**

**نعدم المقدار في الطرف الأيسر: $x^2 - 2x + 4 = 0$ هذه المعادلة مستحيلة الحل، أي لا يوجد لها جذور.**

**لنشكّل جدول الإشارات:**

| x | | |
|---|---|---|
| $x^2 - 2x + 4$ | + | + |

**يوافق دومًا إشارة أمثال $x^2$**

**في هذا المثال تكون مجموعة الحلول هي $\mathbb{R}$ لأنّنا نريد القيم الموجبة للمقدار، وهذا المقدار موجب بطبيعة الحال، أيًا كانت x تنتمي إلى $\mathbb{R}$.**

## ثالثًا: دراسة إشارة كسر من الشكل $\frac{ax+b}{cx+d}$

في هذه الحالة ندرس إشارة البسط على حدة، وإشارة المقام على حدة، ثم ندرس إشارة الكسر كاملًا كتابع لإشارتي البسط والمقام.

**مثال نموذجي**

حل المتراجحة التالية $\frac{1-2x}{x+3} < 0$

الحل:

نعدم البسط $1 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

نعدم المقام $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

جدول الإشارات:

| x | | - 3 | | $\frac{1}{2}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $1-2x$ | + | | + | 0 | - |
| $x+3$ | - | 0 | + | | + |
| الكسر | - | \| | + | 0 | - |

بما أنّنا نريد أن يكون الكسر سالبًا، لذلك فإنّ قيم x المناسبة هي:

$$x \in (-\infty, -3) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$$

## رابعًا: دراسة إشارة كسر من الشكل $\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$

في هذه الحالة أيضًا، ندرس إشارة البسط على حدة، وإشارة المقام على حدة، ثم ندرس إشارة الكسر كاملًا كتابع لإشارتي البسط والمقام.

## مثال نموذجي

حل المتراجحة التالية $\frac{x^2-9}{2x+8} \geq 0$

الحل:

نعدم البسط $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -3$

نعدم المقام $2x + 8 = 0 \Rightarrow x = -4$

جدول الإشارات:

| x | | -4 | | - 3 | | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2 - 9$ | + | | + | 0 | - | 0 | + |
| $2x + 8$ | - | 0 | + | | + | | + |
| الكسر | - | \| | + | 0 | - | 0 | + |

بما أنّنا نريد أن يكون الكسر موجبًا أو صفرًا، لذلك فإنّ قيم x المناسبة هي:

$x \in (-4, -3] \cup [3, +\infty)$

المدرس حسام برهان – 0531 826 9389