Российский государственный университет нефти и газа (НИУ)

имени И.М. Губкина

ОТЧЕТ

о выполнении домашнего задания № 7

по дисциплине «Методы оптимизации»

Выполнил: Хуснутдинов Эдуард Тимурович

Группа: АМ-17-06

Москва, 2020

**Постановка задачи**

Решить транспортную задачу.

**Исходные данные**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |
| 24 | 22 | 24 | 25 | 23 | 29 |
| 14 | 1 | 21 | 10 | 7 | 19 |
| 19 | 2 | 26 | 19 | 30 | 27 |
| 17 | 22 | 10 | 29 | 26 | 23 |

первым столбцом стоит количество товара на каждом складе ( ), первой строкой – количество товара, требуемое каждым магазином ( ), в углах всех остальных клеток стоит c стоимость перевозки единицы товара со склада в магазин соответственно).

Имеем транспортную задачу линейного программирования:

Алгоритм решения транспортной задачи

• найти начальное опорное решение;

• найти отвечающее ему решение двойственной задачи из системы , составленной только для базисных переменных ;

• подсчитать коэффициенты целевой функции для данного опорного решения по формуле ;

• если все коэффициенты , то найдено оптимальное решение, иначе выбрать наибольший положительный коэффициент , и соответствующую ему переменную ввести в базис;

• новое значение переменной определить как минимальное значение перевозки по четным клеткам цикла для ;

• найти новое опорное решение. Цикл повторить снова с поиска решения двойственной задачи.

**Решение**

1. **Приведение задачи к каноническому виду**

Так как общее количество товаров на складах равно суммарной потребности всех магазинов, т. е.

То задача называется сбалансированной и имеет вид:

1. **Запишем двойственную задачу к транспортной в каноническом виде**

**К сожалению, все равно неверно!!! Я немного сама виновата, что нечетко сформулировала требования. Имела в виду не переход к максимизации, а запись условий тран. задачи в виде системы уравнений.**

Рядом с ограничениями прямой задачи поставим имена отвечающих им переменных двойственной задачи

Расписывая для нашей задачи, получаем:

Тогда двойственная задача имеет вид:

Неверно записана двойственная задача!!! (исправил)

Подставляя наши исходные данные:

|  |  |
| --- | --- |
| ↦ |  |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |

*Задача имеет такой вид, так как мы полагаем, что*

1. **Найдем начальное опорное решение (используем сбалансированный вид задачи)**
2. Методом “северо-западного” угла

Заполнение таблицы начнем с клетки (1,1) – “северо-западного” угла таблицы. По мере получения объемов перевозок будем проставлять их в соответствующие клетки . Дадим переменной максимально возможное значение . магазин полностью удовлетворил свои потребности, и столбец 1 выпадает из рассмотрения. В оставшейся части таблицы найдем “северо-западный” угол. Им будет клетка (1,2). На складе 1 имеется еще единиц товара, а магазину 2 требуется 9 единиц. Тогда объем перевозки . Теперь склад 1 отдал весь свой товар, и строка 1 выпадает из рассмотрения. Таким образом продолжаем вычисления и получаем начальное опорное решение:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |
| 24 | 22 | 2 |  |  |  |
| 14 |  | 7 | 7 |  |  |
| 19 |  |  | 5 | 13 | 1 |
| 17 |  |  |  |  | 17 |

Найдем значение функции цели с данными значениям

1. Методом “минимального элемента”

Находим в таблице клетки с наименьшим коэффициентом затрат. Такой клеткой является клетка с коэффициентом затрат 1. Положим . При этом склад 2 отдал весь свой товар, и строка 2 выпадает из рассмотрения. Отметим этот факт в таблице тем, что забьем оставшиеся пустые клетки этой строки крестами. В оставшейся таблице клеткой с наименьшим коэффициентом затрат будет Значение перевозки через эту клетку будет равно. При этом магазин 1 полностью удовлетворил потребность в товарах, и столбец 1 выпадает из рассмотрения. Отмечаем это в таблице, забивая крестами оставшиеся пустые клетки первого столбца. Таким образом продолжаем алгоритм до заполнения всех клеток и получения начального опорного решения. (если минимальный коэффициент затрат в нескольких клетках будет одинаковый, то выбирать будем ту ячейку, в которой перевозка больше)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |
| 24 | Х | Х | 1 | 13 | 10 |
| 14 | 14 | Х | Х | Х | Х |
| 19 | 8 | Х | 11 | Х | Х |
| 17 | Х | 9 | Х | Х | 8 |

1. **Решение задачи**

В качестве начального опорного решения возьмем решение полученное методом “минимального элемента”, так как оно дает лучшее значение функции цели, чем метод “северо-западного угла”.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |
| 24 | Х | Х | 1 | 13 | 10 |
| 14 | 14 | Х | Х | Х | Х |
| 19 | 8 | Х | 11 | Х | Х |
| 17 | Х | 9 | Х | Х | 8 |

Запишем модель этой транспортной задачи, проставляя рядом с каждым уравнением системы имя соответствующей двойственной переменной так, как было предложено выше.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |
| 24 | 22 | 24 | 25 | 23 | 29 |
| 14 | 1 | 21 | 10 | 7 | 19 |
| 19 | 2 | 26 | 19 | 30 | 27 |
| 17 | 22 | 10 | 29 | 26 | 23 |

Теперь запишем модель соответствующей двойственной задачи, в которой так же рядом с каждым ограничением поставим имя отвечающей ему переменной прямой задачи.

Двойственная задача будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
| ↦ |  |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |
| ↦ |

Коэффициенты в строке целевой функции для двойственной задачи будут вычисляться по формулам:

Для их подсчета надо знать решение двойственной задачи, отвечающее текущему базису прямой задачи. Определить его можно, решив систему линейных уравнений:

,

в которой используются только те ограничения двойственной задачи, которые отвечают базисным переменным текущего опорного решения.

Базисными переменными опорного решения являются Тогда системой уравнений для поиска соответствующих двойственных переменных будет:

Посчитаем значения коэффициентов F строки при небазисных переменных:

На каждой итерации будем выписывать две таблицы, в первую будем записывать опорное решение системы на данном шаге, а во вторую – коэффициенты целевой функции, соответствующего опорного решения. Цикл для свободной клетки будем отмечать звездочками. На каждом шаге будем подсчитывать величину транспортных издержек. Значения двойственных переменных , будем помещать рядом с теми строками и столбцами таблицы, дающей опорное решение, которым они поставлены в соответствие.

1-е опорное решение Таблица коэффициентов в F - строке

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 24 |  |  | \*1 | \*13 | 10 |  | -14 | -8 | 0 | 0 | 0 |
|  | 14 | \*14 |  |  | \* |  |  | 0 | -12 | 8 | 9 | 3 |
|  | 19 | \*8 |  | \*11 |  |  |  | 0 | -16 | 0 | -13 | -4 |
|  | 17 |  | 9 |  |  | 8 |  | -20 | 0 | -10 | -9 | 0 |

,

2-е опорное решение Таблица коэффициентов в F - строке

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 22 | 9 | 12 | 13 | 18 |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 24 |  |  | 12 | 2 | 10 |  | -5 | -8 | 0 | -9 | 0 |
|  | 14 | 3 |  |  | 11 |  |  | 0 | -21 | -1 | 0 | -6 |
|  | 19 | 19 |  |  |  |  |  | 0 | -25 | -9 | -22 | -13 |
|  | 17 |  | 9 |  |  | 8 |  | -11 | 0 | -10 | -9 | 0 |

Все коэффициенты неположительны, следовательно мы получили оптимальное решение.

Оптимальное значение функции цели