

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/354599449>

ANALISA GERAKAN OSILATOR HARMONIK TEREDAM MENGGUNAKAN METODE NUMERIK

Article · September 2019

CITATIONS

0

READS

76

2 authors:



Akhmad Nurdin

Politeknik Manufaktur Ceper

20 PUBLICATIONS 14 CITATIONS

SEE PROFILE



Sri Hastuti

Universitas Tidar

4 PUBLICATIONS 2 CITATIONS

SEE PROFILE

ANALISA GERAKAN OSILATOR HARMONIK TEREDAM MENGGUNAKAN METODE NUMERIK

Akhmad Nurdin¹, Sri Hastuti²

^aProgram Studi Magister Teknik Mesin, Universitas Sebelas Maret

email: akhmadnurdin.89@student.uns.ac.id

^bJurusan Teknik Mesin, Universitas Tidar

email: hastutisrimesin@untidar.ac.id

Abstrak

Gerakan osilasi harmonik atau getaran dari suatu konstruksi harus diperhatikan untuk meminimalisir kegagalan. Untuk menganalisa studi kasus getaran konstruksi dapat menggunakan pemodelan pegas osilasi harmonik teredam. Persamaan eksak kasus osilator harmonik menggunakan persamaan diferensial yang tidak mudah. Untuk mengatasi hal tersebut diambil langkah menggunakan pendekatan numerik. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan perbedaan tingkat kesalahan antara metode *Euler*, *Heun*, dan *Runge-Kutta Orde 4* terhadap perhitungan analitik. Hasil dari penelitian ini menunjukkan metode *Runge-Kutta Orde 4* menunjukkan tingkat kesalahan terkecil dibandingkan dengan metode yang lain.

Kata kunci: Osilasi, Numerik, Euler, Heun, Runge-Kutta

Abstract

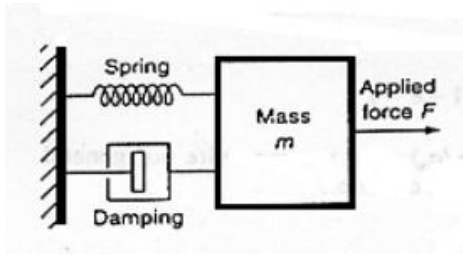
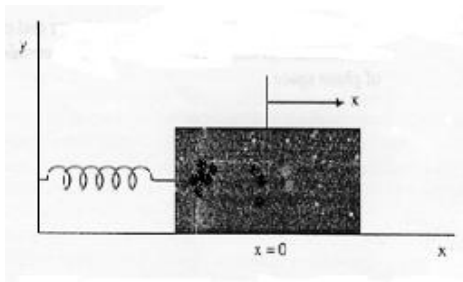
Harmonic oscillation or vibration movement of construction must be considered to minimize failure. To analyze case studies of construction vibrations, we can use damped harmonic oscillation spring modeling. The exact equation of the harmonic oscillator case uses a differential comparison that is not easy. To overcome this, steps were taken using a numerical approach. This study aims to compare the differences in error rates between the Euler, Heun, and Runge-Kutta Order 4 methods against analytical calculations. The results of this study indicate that the method Runge-Kutta Orde 4 shows the lowest error rate compared to other methods.

Keywords: Oscillation, Numeric, Euler, Heun Runge-Kutta

PENDAHULUAN

Getaran adalah gerakan suatu benda secara bolak balik atau osilasi yang terjadi secara berkala. Suatu konstruksi yang memiliki massa dan elastisitas pada dasarnya akan mengalami getaran, sehingga harus memperhatikan sifat osilasi getaran tersebut (Huzaimah, 2016). Getaran yang berlebih akan menimbulkan suatu kegagalan fungsi pada konstruksi, sehingga diperlukan suatu pemodelan untuk mengetahui karakteristik getaran dari konstruksi tersebut (Nazrul Effendy

et al., 2008). Getaran dapat diredam osilasinya dengan gaya redaman atau damping dan dalam waktu tertentu osilasi akan berhenti, sehingga tersebut disebut gerakan harmonik teredam (*damped harmonic*). Salah satu fenomena getaran berosilasi harmonik teredam ini adalah gerakan pada pegas (Pramudya, 2014). Sebagai ilustrasi pemodelan pegas ditunjukkan Gambar 1, dimana sebelah kiri merupakan pegas osilasi tak teredam, sedangkan sebelah kanan pegas osilasi teredam (Widodo, 2007).



Gambar 1. Pemodelan pegas osilasi harmonik tak teredam dan teredam

Apabila m merupakan notasi dari massa, b notasi dari gaya redam, dan k notasi dari konstanta pegas, maka persamaan umum diferensial pegas berosilasi teredam diturunkan pada persamaan (1).

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (1)$$

Berdasarkan persamaan 1, gerak teredam dapat dibagi menjadi tiga kasus, karena b berada dalam selang interval nol sampai tak hingga, sehingga nilai $b^2 - 4km$ dapat bernilai positif, negatif, dan nol. Menurut Halliday *et al.* (1997) Tiga kasus tersebut sebagai berikut:

- a. $b^2 - 4km > 0$, sistem mengalami *overdamped*, atau redaman super kritis
- b. $b^2 - 4km < 0$, sistem mengalami *underdamped*, atau redaman sub kritis
- c. $b^2 - 4km = 0$, sistem mengalami *critical damped*, atau redaman kritis

Persamaan eksak dalam kasus osilator harmonik pada umumnya menggunakan

persamaan diferensial yang tidak mudah. Kesulitan dalam mendapatkan solusi perhitungan analitik disebabkan persamaan yang tidak teratur dan nilai batasan yang muncul. Untuk mengatasi hal tersebut diambil langkah menggunakan pendekatan numerik (Sartika, Surungan and Juarlin, 2013).

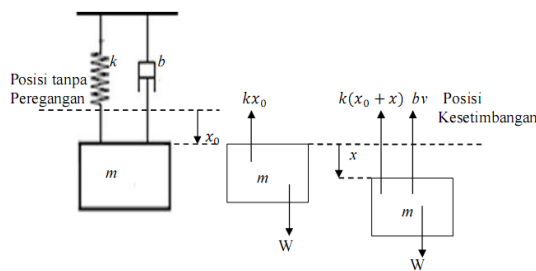
Beberapa penelitian sebelumnya telah membandingkan perhitungan analitik kasus osilator dengan pendekatan numerik, elemen hingga, dan kendali logika *fuzzy* menggunakan perangkat lunak *Microsoft Excel* maupun *Simulink Matlab*. Terdapat beberapa metode yang digunakan dalam pendekatan numerik, diantaranya metode *Newton-Raphson* (Adam, 2017) metode *Euler* (Widodo, 2007) (Adam, 2017), dan metode *Runge-Kutta* (Huzaimah, 2016) (Hanifah, 2013). Dari penelitian tersebut, didapat hasil nilai perhitungan analitik dan nilai perhitungan numerik tidak jauh berbeda.

Karakteristik gerakan osilasi harmonik dari suatu konstruksi harus diperhatikan untuk meminimalisir kegagalan. Untuk meredam suatu kasus getaran pada konstruksi dapat menggunakan pemodelan pegas osilasi harmonik teredam. Pendekatan numerik dalam penyelesaian kasus ini dapat digunakan untuk menggantikan penyelesaian analitik dengan nilai *error* tertentu. Pendekatan numerik dapat menggunakan beberapa metode, diantaranya *Euler*, *Heun*, *Runge Kutta Orde 4*. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat perbedaan *error* antara masing-masing metode pendekatan numerik dengan perhitungan analitik.

METODE PENELITIAN

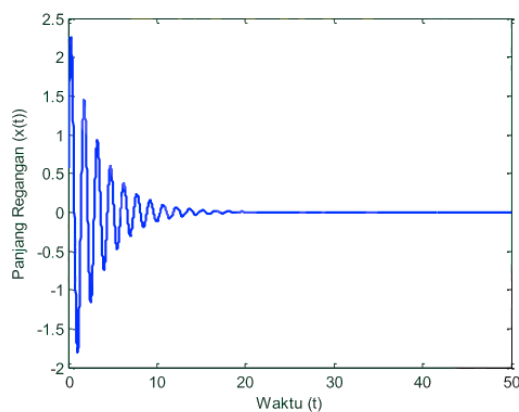
Kasus osilasi harmonik yang akan diteliti mengacu pada penelitian Huzaimah, (2016) dengan pemodelan yang

ditunjukkan Gambar 2, dimana sebuah pegas dengan konstanta kekakuan (k) 26,8 N/m dengan beban massa (m) 5 kg diberi sebuah simpangan, sehingga menyebabkan pegas akan berosilasi, selanjutnya nilai koefisien redaman (b) 0.9, serta simpangan (x) dan kecepatan (x') gerak pada detik ke-0 adalah 0.56 m dan 10 m/s.



Gambar 2. Sistem Pegas Massa Teredam dan Diagram Benda Bebas

Berdasarkan perhitungan analitik yang dilakukan oleh Huzaimah, (2016), sistem mengalami *underdamped*, atau redaman sub kritis, dan akan berhenti berosilasi sekitar detik ke 20, seperti yang ditunjukkan Gambar 3



Gambar 3. Grafik perhitungan analitik persamaan getaran pegas teredam

Sedangkan penyelesaian numerik pada penelitian ini menggunakan metode *Euler*, *Heun*, dan *Runge Kutta Orde 4*. Menurut

Bambang Triatmodjo, (2002) persamaan umum dari metode-metode tersebut sebagai berikut :

1. Persamaan umum *Euler*

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i; y_i) \cdot \Delta x \quad (2)$$

dimana Δx adalah panjang langkah

2. Persamaan umum *Heun*

$$y_{i+1} = y_i + (0.5 k_1 + 0.5 k_2) \cdot \Delta x \quad (3)$$

dimana :

$$k_1 = f(x_i; y_i) \quad (4)$$

$$k_2 = f(x_i + \Delta x; y_i + k_1 \Delta x) \quad (5)$$

Δx adalah panjang langkah

k_1 adalah kemiringan fungsi awal interval

k_2 adalah kemiringan fungsi pada akhir interval.

3. Persamaan umum Runge-Kutta Orde 4

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta x \quad (6)$$

dimana :

$$k_1 = f(x_i; y_i) \quad (7)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2} \Delta x; y_i + \frac{1}{2} \Delta x k_1) \quad (8)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2} \Delta x; y_i + \frac{1}{2} \Delta x k_2) \quad (9)$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta x; y_i + \Delta x k_1) \quad (10)$$

Δx adalah panjang langkah

HASIL DAN PEMBAHASAN

Menggunakan bantuan perangkat lunak Microsoft Excel, perhitungan jarak persimpangan dapat dihitung pada periode waktu tertentu dengan sampai persimpangan tersebut bernilai nol atau mendekati nol.

Tabel 1. menunjukkan hasil perhitungan persimpangan dan nilai galat atau *error* dengan perhitungan analitik, metode *Euler*, *Heun*, dan *Runge Kutta Orde 4* setiap detik.

Tabel 1. Perbandingan hasil perhitungan dan *error*

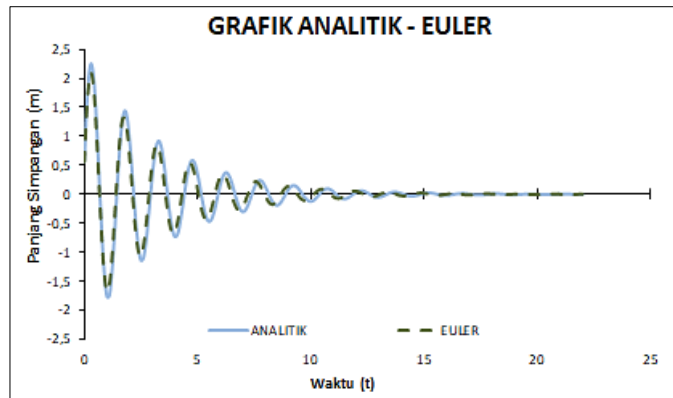
t (Detik)	PERSIMPANGAN (x)				ERROR		
	EKSAK	EULER	HEUN	RK ORDE 4	EULER	HEUN	RK ORDE 4
0,0	0,560	0,560	0,560	0,560	-	-	-
1,0	-1,769	-1,672	-1,842	-1,768	5,445	-4,135	0,031
2,0	0,940	0,648	0,681	0,942	31,048	27,534	-0,232
3,0	0,307	0,532	0,671	0,304	-73,200	-118,142	1,040
4,0	-0,733	-0,652	-0,748	-0,732	11,081	-2,040	0,084
5,0	0,348	0,083	0,026	0,351	76,065	92,415	-0,684
6,0	0,157	0,304	0,408	0,154	-93,922	-160,455	1,612
7,0	-0,302	-0,217	-0,236	-0,301	27,916	21,812	0,082
8,0	0,127	-0,040	-0,103	0,128	131,614	180,872	-1,300
9,0	0,076	0,140	0,189	0,075	-83,828	-147,941	1,949
10,0	-0,123	-0,058	-0,044	-0,123	53,059	64,072	0,027
11,0	0,045	-0,042	-0,082	0,046	193,993	282,601	-2,145
12,0	0,036	0,055	0,070	0,035	-54,553	-94,790	2,148
13,0	-0,050	-0,009	0,009	-0,050	82,952	117,664	-0,082
14,0	0,016	-0,025	-0,044	0,016	259,239	381,772	-3,341
15,0	0,016	0,019	0,019	0,016	-14,284	-15,188	2,253
16,0	-0,020	0,003	0,015	-0,020	113,759	172,713	-0,246
17,0	0,005	-0,012	-0,019	0,005	323,732	456,593	-5,120
18,0	0,007	0,005	0,002	0,007	30,433	75,605	2,289
19,0	-0,008	0,003	0,010	-0,008	141,746	218,028	-0,469
20,0	0,002	-0,005	-0,006	0,002	385,183	476,303	-7,995

Gambar 4.a. menunjukkan perbandingan hasil perhitungan analitik dengan metode *Euler* yang menunjukkan menggunakan metode *Euler* nilai puncak ada persimpangan sedikit di bawah dengan nilai analitik. Sama seperti pada perhitungan analitik osilasi akan berhenti sekitar detik ke 20.

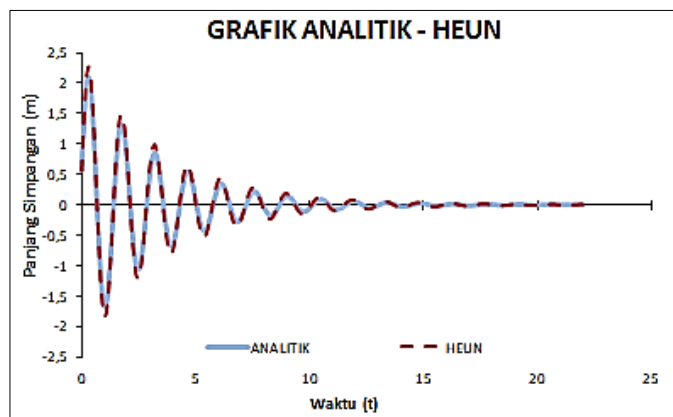
Gambar 4.b. menunjukkan perbandingan hasil perhitungan analitik dengan metode *Huen* yang menunjukkan menggunakan metode *Heun* nilai puncak ada persimpangan sedikit di atas dengan nilai analitik. Sama seperti perhitungan analitik dan metode *Euler* osilasi akan berhenti sekitar detik ke 20.

Hasil yang sedikit berbeda ditunjukkan pada perhitungan menggunakan metode *Runge-Kutta Orde 4*, seperti yang ditunjukkan Gambar 4.c., dimana nilai titik puncak cenderung sama dengan hasil analitik. Sama seperti perhitungan analitik, metode *Euler*, dan metode *Heun* osilasi akan berhenti sekitar detik ke 20.

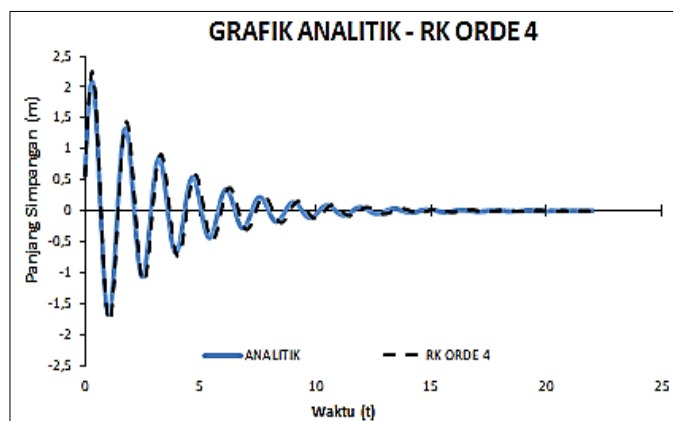
Tingkat kesalahan atau error pada metode *Euler*, *Heun*, dan *Runge-Kutta Ordo 4* terhadap perhitungan analitik ditunjukkan Gambar 5, dimana tingkat *error* pada metode *Runge-Kutta Orde 4* lebih kecil dibandingkan dengan metode *Euler* dan *Heun*. Sedangkan tingkat *error* antara *Euler* dengan *Heun* tidak stabil.



(a) Metode *Euler*

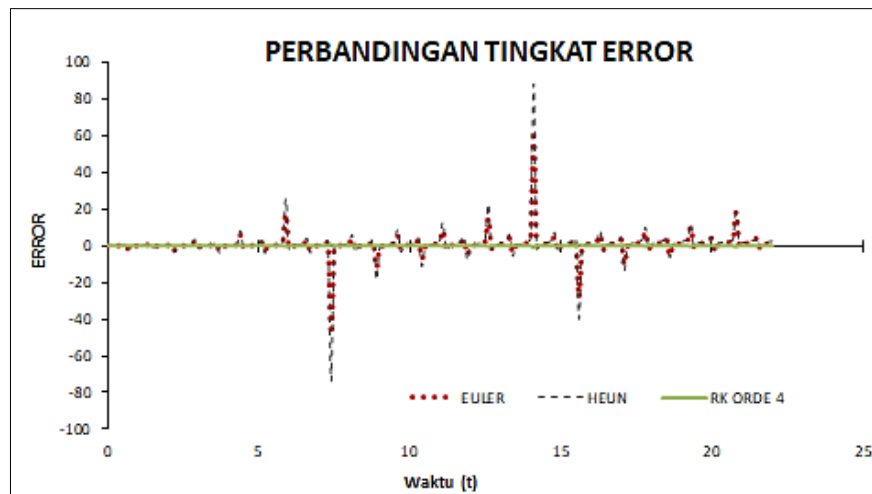


(b) Metode *Heun*



(c) Metode *RK Orde 4*

Gambar 4. Grafik perbandingan perhitungan analitik dengan (a) Metode *Euler* (b) Metode *Heun* (c) Metode *RK Orde 4*



Gambar 5. Grafik perbandingan tingkat *error* metode *Euler*, *Heun*, dan *Runge-Kutta Orde*

Tingkat *error* metode *Runge-Kutta Orde 4* terhadap perhitungan analitik lebih kecil dibandingkan dengan metode lainnya, sehingga dapat digunakan sebagai solusi penyelesaian pada kasus osilasi harmonik teredam. Hal ini sesuai dengan penelitian Huzaimah, (2016) yang menyatakan metode *Runge-Kutta Orde 4* merupakan metode pendekatan yang baik menyelesaikan kasus osilasi harmonik teredam, dan Hanifah, (2013) yang menyatakan metode *Runge-Kutta Orde 4* memiliki tingkat *error* yang lebih kecil dibandingkan dengan metode *adams-basforth-moulton*.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa pendekatan numerik dapat digunakan sebagai penyelesaian kasus osilasi harmonik teredam.

Berdasarkan tingkat *error* terhadap perhitungan analitik dengan pendekatan numerik, metode *Runge-Kutta Orde 4* memiliki tingkat *error* yang lebih kecil dibandingkan dengan metode *Euler* dan *Heun*.

DAFTAR PUSTAKA

- Adam, R. I. (2017) '*Perpaduan Metode Newton-Raphson Dan Metode Euler Untuk Menyelesaikan Persamaan Gerak Pada Osilator Magnetik*', Jurnal Pendidikan Fisika dan Keilmuan.
- Bambang Triatmodjo (2002) *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.
- Halliday, D, Resnick, R, dan Walker, J. (1997) *Fisika Dasar*. Ketujuh Ji. Jakarta: Erlangga.
- Hanifah, I. N. (2013) *Analisis model getaran pegas teredam dengan metode adams-basforth-moulton dan runge-kutta skripsi*. UNIVERSITAS JEMBER.
- Huzaimah (2016) *Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Inrahim.
- Nazrul Effendy *et al.* (2008) '*PEREDAMAN OSILASI GETARAN PADA SUATU SISTEM DENGAN PEMODELAN PEGAS-DAMPER*',

- Seminar Nasional Informatika, 2008(semnasIF), pp. 255–264.
- Pramudya, Y. (2014) '*Analisis Gerak Harmonik Teredam pada Rangkaian RLC dengan Spreadsheet Excel*', (April), pp. 348–351.
- Sartika, D., Surungan, T. and Juarlin, E. (no date) '*Analisis Gerak Osilator Harmonik Dengan Gaya pemaksa Bebas Menggunakan Metode Elemen Hingga*', 2013.
- Widodo, C. E. (2007) '*Simulasi Numerik Osilator Harmonis*', 10(3), pp. 123–125.