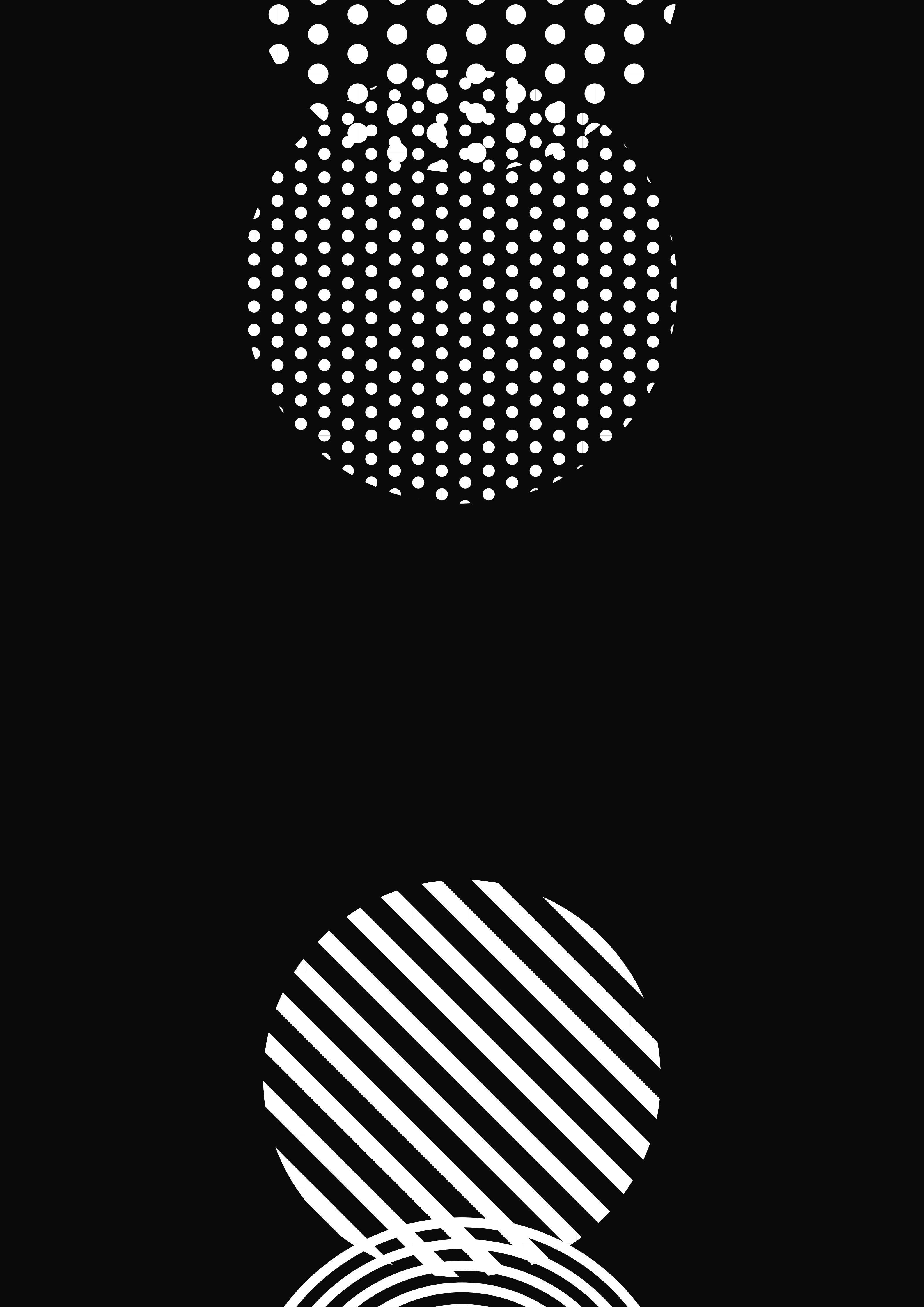


一、问题分析

1. 分类

- 绕圈赛 (criterium)
- 计时赛 (time trial)
  - 个人赛
  - 团队赛

2. 问题

能量曲线 $M(t)$：在时间 t 内能达到的最大能量 一般 $P(t)$ 对 t 的↗而↘

- 超过 $M(t)$ 的部分需要小于 $M(t)$ 的部分补偿
- 当前 Power 取决于之前 Power.

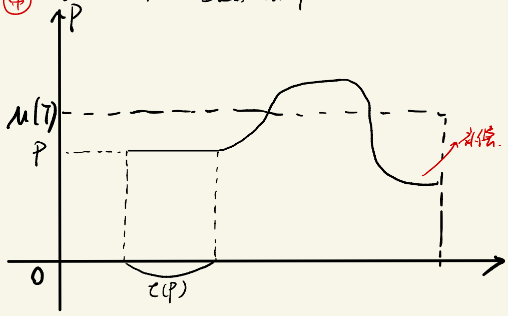
Goal. 最小化时间.

不同运动员
- 专家 (time trial specialist)
- 擅长爬坡长坡 (climber)
- 擅长短陡坡 (puncheur)
- 擅长利用地形 (rouleur)
- 爆发力强 (sprinter)

限制

要做的 Power ⟶ Position (距离)

T_{actual} (s)	实际的比赛时间	# 最后才知道.
T_{exp} (s)	预估的比赛时间	# 可能事与愿违
t (s)	比赛开始后的时间	
$\tau(P)$ (s)	持续功率 $P_{(W)}$ 的时间	
常 $M(T)$ (W)	全程最大功率	
400W 常 M_b (W)	生理最大功率	



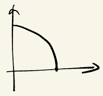
能量来源
- 新陈代谢 E_M = 定值 (W)
- 赛前储存 E_B (J)
- 赛中补充 E_S (J)
- $\tau(E_S)$ 之后的时间 (s)

$f=\frac{1}{2}C_D\,\rho_{air}S_{body}v^2$	空气阻力	N
v	运动员速度.	m/s
0.024 常 C_D (drag coefficient)	空气阻力系数	1
1.293kg/m³ 常 ρ_{air}	空气密度	kg/m³.
0.209m² 常 S_{body}	迎风面积	m²
D (distance)	距离	m.
I	冲力	s
常 E_{total}	赛前总能量	J
41.5 常 σ	新陈代谢速度	

$f=k_{air}v^2$ ⟸ ($k_{air}=0.00324844$ kg/m)

缺：能量减少的方式.

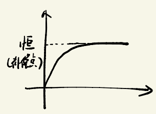
400W



E越小，$\dot{E}$ 变得越大.

假设：① 运动员赛前知道赛道相关的数据.

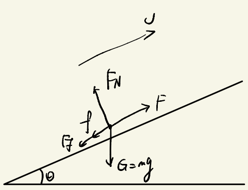
- 激烈程度
- 能量储备.



$$D=\int_0^{T_{actual}}v(t)\,dt$$

$f \longleftarrow \cdot \longrightarrow F$ ($\vec{a}$, $\vec{v}$) $\left(F=\frac{P}{v}\right)$

$$\begin{cases} m\cdot\dot{v}(t)=F-f=\frac{P(t)}{v(t)}-\frac{1}{2}kv(t)^2 \\ \quad \| \\ m\cdot a(t) \\ v(0)=0 \\ 0\le P(t)\le M_b \end{cases}$$



若 $P(t)>M$，$\dot{P}(t)=-\frac{1}{k}P(t)\cdot\frac{1}{E(t)}$

↑ 功率限制系数

$$\begin{cases} \dot{E}(t)=\sigma-\left(f+mg\sin\theta+\mu mg\cos\theta\right)\cdot v(t) \\ E(0)=E_{total} \\ E(t)\ge 0,\ \forall\, 0\le t\le T_{actual} \end{cases}$$

$$E(t)=\left[\sigma-(f+mg\sin\theta+\mu mg\cos\theta)v(t)\right]t+E_{total}$$

$$E(t)=-\frac{P(t)}{k\cdot\dot{P}(t)}=-\frac{m\dot{v}(t)v(t)+\frac{1}{2}kv(t)^3}{m\ddot{v}(t)v(t)+\dot{v}(t)^2+\frac{3}{2}kv(t)^2}$$

P ⟷ E

P ⟷ v

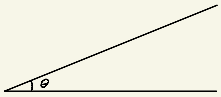
$P(t)=m\dot{v}(t)v(t)+\frac{1}{2}kv(t)^3$.

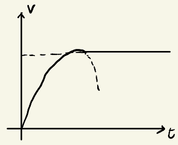
$\dot{P}(t)=m\ddot{v}(t)v(t)+\dot{v}(t)^2+\frac{3}{2}kv(t)^2$

Model B 考虑气象因素

① 温度 定性: $T\nearrow$, $\dot{E}(t)$ 会得越小

返回 T_{min}(选手特征, 赛道特征, 天气特征)





② 风力 $F_{wind} = \rho_{air} S_{body} v_{relative}^2$

$$\frac{-\dfrac{m\dot{v}(t)v(t)+\frac{1}{2}kv(t)^3}{\left[\sigma-(f+mg\sin\theta+\mu mg\cos\theta)v(t)\right]t+E_{total}}-\left(\dot{v}(t)^2+\frac{3}{2}kv(t)^2\right)}{m\cdot v(t)} = \ddot{v}(t)$$

$$\text{选手}x\text{特征}\begin{cases} m(x) & \text{质量} & kg \\ h(x) & \text{身高} & m \\ E_{total}(x) & & J \\ S_{body}(x)\propto h^2_{(x)} & & m^2 \end{cases}$$

$\left.\begin{matrix} m(x) \\ h(x) \end{matrix}\right\} \Longrightarrow BMI(x)=\dfrac{m(x)}{h^2(x)}$

重新计算速度函数:

冲力为定值的情形: (冲力 $=F(t)$)

$$\begin{cases} m\dot{v}(t) = F(t)-f-F_f-mg\sin\theta = F(t)-k_{air}v^2_{(t)}-\dfrac{mg\mu}{r_{wheel}}-mg\sin\theta \\ v(0)=0 \\ 0\leq F(t)\leq F_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{E}(t) = \sigma - F(t)v(t) \\ E(0)=E_{total} \\ E(t)\geq 0 \end{cases}$$

$$v(t)=\frac{\sqrt{F_n-\dfrac{mg\mu}{r_{wheel}}-mg\sin\theta}\ \tanh\left(\dfrac{\sqrt{F_n-\dfrac{mg\mu}{r_{wheel}}-mg\sin\theta}\ C\sqrt{k_{air}}\ m+\sqrt{F_n-\dfrac{mg\mu}{r_{wheel}}-mg\sin\theta}\sqrt{k_{air}}\ x}{m}\right)}{\sqrt{k_{air}}}$$

$$=\frac{\sqrt{A}\tanh\left(\dfrac{(mC_1+x)\sqrt{Ak}}{m}\right)}{\sqrt{k}}$$

$$v(0)=\frac{\sqrt{A}\tanh(C_1\sqrt{Ak})}{\sqrt{k}}=0 \Rightarrow C_1=0$$