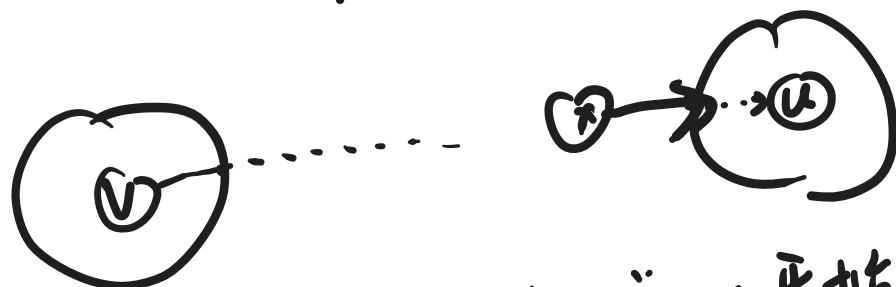


证明 SCC 算法的小问题.

① 需证: $\text{finish}[u]$ 最大的点是 head SCC.

- 原证明方法: 反证. 假设存在另一个 SCC 中的点 v , v 能到 u .
- 问题: 如果 v 是通过一段路到达 x , 再通过 x 和 u 的 SCC 相连, 最后通过内部到 u .



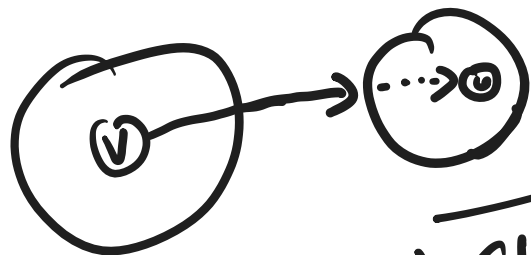
Claim 1

此时我们并不能说 v 开始得早, u 就在 v 的子树中。因为存在一种情况, x 能到 v , x 开始得更早.

P.S. 此时 x 和 v 应在同一 SCC 内.

我们先 $\text{explore}(x)$ 再 $\text{explore}(v)$. 此时我们不能再走到 x , 进而无法把 u 放入 v 的子树. (其实此时 u 应在 x 的子树)

fix: 我们直接假设存在另一个 SCC 和 u 的 SCC 直接相连. ($\exists v$ 通过一条边到 u 的 SCC, 再从内部到 v).



那么 Claim 1 直接成立.

我们讨论直接相连的点 v !

另外, 课上没讲的 Generalized Lemma. (PPT p129)

对应修改为: if SCC1 has an edge to SCC2 in G^R ,

then the largest finished time in SCC1 is larger

than all finish time in SCC2.