Übung 1: Least Squares

Die Parameter Θ_i , $i=1,\ldots,4$ einer statischen nichtlinearen Kennlinie sollen mittels experimenteller Systemidentifikation bestimmt werden. Es wird angenommen, dass sowohl das wahre System \mathcal{N} als auch das Modell \mathcal{M} folgende Form haben:

$$y(k) = \Theta_1 u(k)^2 + \Theta_2 \sin(3u(k)) + \Theta_3 u(k) + \Theta_4 + \zeta(k). \tag{1}$$

Hierbei sind y(k) der Ausgang, u(k) der Eingang und $\zeta(k)$ mittelwertfreies Messrauschen. Für die Parameterschätzung wurden zwei Datensätze mit verrauschten Messwerten aufgezeichnet. Der erste Datensatz DS1 hat 900 Messwerte, wobei die Eingangsgröße u zufällig uniform im Intervall [0, 9] verteilt ist. Der zweite Datensatz DS2 beinhaltet 300 Messwerte, wobei die Eingangsgröße u zufällig uniform im Intervall [0, 6] verteilt ist. Die Datensätze sind in den ASCII-Dateien data_0_9.txt (DS1) und data_0_6.txt (DS2) gespeichert (1. Spalte: u, 2. Spalte: y). Die Daten können in MATLAB mit dem Befehl load eingelesen werden.

- 1. Schätzen Sie den Parametervektor $\boldsymbol{\Theta} = \begin{pmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 & \Theta_3 & \Theta_4 \end{pmatrix}^T$ für die beiden Datensätze separat. Stellen Sie hierfür zunächst ein lineares Regressionsmodell auf. Geben Sie die Parameter mit 95% Konfidenzintervall an!
- 2. Plotten Sie folgendes für jeden Datensatz nach der Identifikation in ein Bild: die Originalkennlinie¹ ohne Rauschen (wahres System), die Messpunkte als Kreuze sowie die geschätzte Kurve (Ausgangsprädiktion, Modell) im Eingangsgrößenintervall [-3,15] mit 95% Konfidenzintervallen. Diskutieren Sie das Ergebnis der Schätzung.
- 3. Erstellen Sie einen Kurzbericht in LATEX bis 4. Mai, der die Tabelle der geschätzten Parameter für beide Datensätze (mit Konfidenzintervallen), das Programm-Listing und die beiden erstellten Abbildungen (als Vektorgrafiken einbinden!) enthält.

 $[\]frac{1}{2}y(k) = 0.3u(k)^2 + 2\sin(3u(k)) + 0.5u(k) + 2 + \zeta(k)$