Übung 3A: Recursive Least Squares – Identifikation eines ARX-Modells

Gegeben sei folgendes System (ARX-Struktur) C = 1; D = A

$$y(k) = \frac{\mathsf{B}(q^{-1})}{\mathsf{A}(q^{-1})} u(k-d) + \frac{1}{\mathsf{A}(q^{-1})} e(k),$$

$$\mathsf{A}(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} = 1 - 1.6 q^{-1} + 0.64 q^{-2},$$

$$\mathsf{B}(q^{-1}) = b = \begin{cases} 0.15 & \text{für } 0 \le k < 3000 \\ 0.30 & \text{für } k \ge 3000 \end{cases},$$

$$d = 2,$$

wobei e mittelwertfreies Rauschen mit der Standardabweichung $\sigma = 0.1$ ist.

Nehmen Sie nun an, dass Sie die wahren Systemparameter nicht kennen, jedoch die Ordnung der ARX-Modellpolynome und die Totzeit. Implementieren Sie in SIMULINK einen RLS-Schätzer mit exponentiellem Vergessen für die unbekannten Koeffizienten der Polynome A und B. Ein SIMULINK-Modell mit verschiedenen Implementierungen des wahren Systems mit MATLAB-Skript für die Initialisierung ist gegeben. Die Abtastzeit beträgt 1 Sekunde. Die Stellgröße während der Identifikation u ist ein Rechtecksignal mit der Amplitude 1 und der Frequenz 0,01 Hz.

- 1. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten des RLS-Schätzers mit den Anfangsschätzwerter $\hat{a}_1(0) = \hat{a}_2(0) = 0$ und $\hat{b}(0) = 0$ für drei verschiedene Initialwerte der Kovarianzmatrix $\mathbf{P}(0) = p_0 \mathbf{I}$ bei $\lambda = 1$. Stellen Sie die Ergebnisse in einer Abbildung dar.
- 2. Untersuchen Sie nun das Konvergenzverhalten für eine Wahl von $P(0) = p_0 I$ und drei verschiedene λ -Werte. Stellen Sie die Ergebnisse in einer Abbildung dar.
- 3. **Zusatzaufgabe:** Schätzen die Anfangswerte des RLS-Algorithmus aus den ersten Messwerten in der MATLAB Function in SIMULINK mittels Least Squares bevor Sie den RLS-Schätzer aktivieren. Ermitteln Sie eine geeignete Anzahl von initialen Messwerten. Stellen Sie das Ergebnis in einer Abbildung dar.
- 4. Erstellen Sie einen Kurzbericht in LATEX mit den Abbildungen und dem Listing des RLS-Codes aus der MATLAB Function.