TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

ĐỀ THI VÀ BÀI LÀM

Tên học phần: Toán ứng dụng CNTT
Mã học phần: Hình thức thi: *Tự luận có giám sát*
Đề số: **Đ0002** Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian chép/phát đề)*
Được sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên: Nguyễn Hữu Khoa………**Lớp**:……22T_DT5………**MSSV**:…102220237…...

Sinh viên làm bài trực tiếp trên tệp này, lưu tệp với định dạng MSSV_HọTên.pdf và nộp bài thông qua MS Teams.

<u>Câu 1</u> (*2.0 điểm*): Viết chương trình (có sử dụng hàm) thực hiện công việc sau, biết rằng N=9000:

a) *(1.0 điểm)* Tìm số lượng và liệt kê các số hoàn hảo nhỏ hơn N.

Trả lời: Dán code bên dưới:

```
#include <bits/stdc++.h>
// bai 2
using namespace std;
#define ll long long
bool is_prime(long long n)
{
    if (n <= 1)
    {
        return false;
    }
    for (int i = 2; i * i <= n; i++)
    {
        if (n % i == 0)
        {
            return false;
        }
    }
    return true;
}
struct Element
{
    ll value;
    int count;
};
ll GCD(ll a, ll b)
{
    if (b == 0)
        return a;
    else
        return GCD(b, a % b);
```

```
}
void factorize(vector<Element> *A, ll n)
{
    int count = 0;
    ll temp = n;
    while (!(temp % 2))
    {
        temp = temp / 2;
        count++;
    }

    if (count)
    {
        // cout << 2 << "^" << count;
        struct Element B;
        B.count = count;
        B.value = 2;
        A->push_back(B);
    }
    for (long long i = 3; i <= sqrt(n); i += 2)
    {
        count = 0;
        while (temp % i == 0)
        {
            count++;
            temp = temp / i;
        }
        if (count)
        {
            struct Element B;
            B.count = count;
```

```
            B.value = i;
            A->push_back(B);
            // cout << "*" << i << "^" << count << endl;
        }
    }
}
long long sumOfFactor(ll n)
{
    vector<Element> temp1;
    factorize(&temp1, n);
    long long S = 1;
    for (int i = 0; i < temp1.size(); i++)
    {
        struct Element temp = temp1.at(i);
        S *= (pow(temp.value, temp.count + 1) - 1) / (temp.value - 1);
    }
    return S;
}
bool isPerfect(ll n)
{
    return (n == sumOfFactor(n) - n);
}

void PerfectNumberList(ll n)
{
    cout << "List cac so hoan hao nho hon n: " << n << "\n";
    cout << "a";
    for (ll i = 0; i < n; i++)
    {
        cout << "a";
        if (i == (sumOfFactor(i) - i))
```

```
        {
            cout << i << "\n";
        }
    }
}
ll getMaximumPerfectValue(ll n)
{
    ll max = 0;
    for (ll i = 0; i < n; i++)
    {
        if (isPerfect(i) == true)
            max = i;
    }
    return max;
}

// void ETF(ll number)
// {
//     int S;
//     cout << "list: \n";
//     for (int i = 1; i<number; i++)
//     {
//         ll a = GCD(i,number);
//         if (a == 1){
//             S+=i;
//             cout << i << " ";
//         }
//     }
//     cout << "\n";
//     cout << "sum:  " << S << "\n";
// }
```

```
// void ETFFORMULA(ll n)
// {
//     vector<Element> temp;
//     factorize(&temp, n);
//     // for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
//     // {
//     //     cout << temp.at(i).value << " " << temp.at(i).count;
//     //     // A*= pow(temp.at(i).value, temp.at(i).count-1)*(temp.at(i).value - 1);
//     // }
//     ll A = 1;
//     for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
//     {
//         // cout << temp.at(i).value << " " << temp.at(i).count;
//         A*= pow(temp.at(i).value, temp.at(i).count-1)*(temp.at(i).value - 1);
//     }
//     cout << A;
// }
long long nearest_prime(ll n)
{

    ll lower = n - 1;
    while (!is_prime(lower) && lower % 3 != 0)
    {
        lower -= 1;
    }
    ll upper = n + 1;
    while (!is_prime(upper) && upper % 3 != 0)
    {
        upper += 1;
    }
    return abs(n - lower) < abs(n - upper) ? lower : upper;
```

```
}
int main()
{
    ll n;
    // cout << "input the value of n: ";
    // cin >> n;
    cout << "cau a: \n";
    PerfectNumberList(9000);
    // cout << "cau b: \n";
    // cout << "nearest prime of maximum perfect value of n: ";
    // cout << nearest_prime(getMaximumPerfectValue(9000));
    // cout << "\n the number of coprime number using ETF formula: ";
    // ETFFORMULA(n);
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

b) *(1.0 điểm)* Cho M là số hoàn hảo lớn nhất vừa tìm được. Tìm số nguyên tố gần M nhất.

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới:

```
#include <bits/stdc++.h>
// bai 2
using namespace std;
#define ll long long
bool is_prime(long long n)
{
    if (n <= 1)
    {
        return false;
    }
    for (int i = 2; i * i <= n; i++)
    {
        if (n % i == 0)
```

```
        {
            return false;
        }
    }
    return true;
}
struct Element
{
    ll value;
    int count;
};
ll GCD(ll a, ll b)
{
    if (b == 0)
        return a;
    else
        return GCD(b, a % b);
}
void factorize(vector<Element> *A, ll n)
{
    int count = 0;
    ll temp = n;
    while (!(temp % 2))
    {
        temp = temp / 2;
        count++;
    }

    if (count)
    {
        // cout << 2 << "^" << count;
```

```
        struct Element B;
        B.count = count;
        B.value = 2;
        A->push_back(B);
    }
    for (long long i = 3; i <= sqrt(n); i += 2)
    {
        count = 0;
        while (temp % i == 0)
        {
            count++;
            temp = temp / i;
        }
        if (count)
        {
            struct Element B;
            B.count = count;
            B.value = i;
            A->push_back(B);
            // cout << "*" << i << "^" << count << endl;
        }
    }
}
long long sumOfFactor(ll n)
{
    vector<Element> temp1;
    factorize(&temp1, n);
    long long S = 1;
    for (int i = 0; i < temp1.size(); i++)
    {
        struct Element temp = temp1.at(i);
```

```
        S *= (pow(temp.value, temp.count + 1) - 1) / (temp.value - 1);
    }
    return S;
}
bool isPerfect(ll n)
{
    return (n == sumOfFactor(n) - n);
}

void PerfectNumberList(ll n)
{
    cout << "List cac so hoan hao nho hon n: " << n << "\n";
    cout << "a";
    for (ll i = 0; i < n; i++)
    {
        cout << "a";
        if (i == (sumOfFactor(i) - i))
        {
            cout << i << "\n";
        }
    }
}
ll getMaximumPerfectValue(ll n)
{
    ll max = 0;
    for (ll i = 0; i < n; i++)
    {
        if (isPerfect(i) == true)
            max = i;
    }
    return max;
```

```
}

// void ETF(ll number)
// {
//     int S;
//     cout << "list: \n";
//     for (int i = 1; i<number; i++)
//     {
//         ll a = GCD(i,number);
//         if (a == 1){
//             S+=i;
//             cout << i << " ";
//         }
//     }
//     cout << "\n";
//     cout << "sum:  " << S << "\n";
// }
// void ETFFORMULA(ll n)
// {
//     vector<Element> temp;
//     factorize(&temp, n);
//     // for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
//     // {
//     //     cout << temp.at(i).value << " " << temp.at(i).count;
//     //     // A*= pow(temp.at(i).value, temp.at(i).count-1)*(temp.at(i).value - 1);
//     // }
//     ll A = 1;
//     for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
//     {
//         // cout << temp.at(i).value << " " << temp.at(i).count;
//         A*= pow(temp.at(i).value, temp.at(i).count-1)*(temp.at(i).value - 1);
```

```
//     }
//     cout << A;
// }
long long nearest_prime(ll n)
{

    ll lower = n - 1;
    while (!is_prime(lower) && lower % 3 != 0)
    {
        lower -= 1;
    }
    ll upper = n + 1;
    while (!is_prime(upper) && upper % 3 != 0)
    {
        upper += 1;
    }
    return abs(n - lower) < abs(n - upper) ? lower : upper;
}
int main()
{
    ll n;
    // cout << "input the value of n: ";
    // cin >> n;
    // cout << "cau a: \n";
    // PerfectNumberList(9000);
    cout << "cau b: \n";
    cout << "nearest prime of maximum perfect value of n: ";
    cout << nearest_prime(getMaximumPerfectValue(9000));
    cout << "\n the number of coprime number using ETF formula: ";
    // ETFFORMULA(n);
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

Câu 2 (*2.0 điểm*): Cho ma trận A. Viết chương trình (có sử dụng hàm) thực hiện phân rã ma trận A bằng phương pháp SVD.

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới

```
// g++ -I C:\eigen-3.4.0 tenfile.cpp -o tenfile.exe
// tinh toan 3 ma tran U, sigma, V
#include <bits/stdc++.h>
#include <Eigen/Dense>
using namespace std;
using namespace Eigen;
MatrixXf Transpose_1(MatrixXf A, int row, int column)
{
    MatrixXf A_trans(column, row);
    for (int i = 0; i < row; i++)
    {
        for (int j = 0; j < column; j++)
        {
            A_trans(j, i) = A(i, j);
        }
    }
    return A_trans;
}
MatrixXf Multiple(MatrixXf A, int A_row, int A_col, MatrixXf B, int B_row, int B_col)
{
    MatrixXf result(A_col, B_row);
    for (int i = 0; i < A_col; i++)
    {
        for (int j = 0; j < B_row; j++)
        {
```

```
            result(i, j) = 0;
            for (int k = 0; k < B_col; k++)
            {
                result(i, j) += A(i, k) * B(k, j);
            }
        }
    }
    return result;
}
MatrixXf MatrixDacTrung(MatrixXf A, int row, int column)
{
    MatrixXf At = Transpose_1(A, row, column);
    MatrixXf mtdt = Multiple(At, row, column, A, column, row);
    return mtdt;
    // MatrixXf At = A.transpose();
    // MatrixXf mtdt =  At*A;
    // return mtdt;
}
MatrixXf vtCal(MatrixXf A, int row, int column)
{
    MatrixXf mtdt = MatrixDacTrung(A, row, column);
    EigenSolver<MatrixXf> es(mtdt);
    EigenSolver<MatrixXf>::EigenvectorsType eigenVectors = es.eigenvectors();

    MatrixXf V = eigenVectors.real().matrix();
    return V;
}
MatrixXf sigmaCal(MatrixXf A, int row, int column)
{
    MatrixXf mtdt = MatrixDacTrung(A, row, column);
    EigenSolver<MatrixXf> es(mtdt);
```

```
    EigenSolver<MatrixXf>::EigenvalueType eigenValues = es.eigenvalues();
    EigenSolver<MatrixXf>::EigenvectorsType eigenVectors = es.eigenvectors();
    MatrixXf sigma = MatrixXf::Zero(eigenValues.rows(), eigenValues.rows());
    // cout << "\n";
    for (int i = 0; i < eigenValues.rows(); i++)
    {
        sigma(i, i) = sqrt((eigenValues[i].real()));
    }
    // sigma(eigenValues.rows() - 1, eigenValues.rows() - 1) = 0.000001;
    // cout << sigma;
    return sigma;
    // có được ma trận đường chéo lambda
}
MatrixXf uCal(MatrixXf A, int row, int column) // sửa uCal tùy bài
{
    // MatrixXf mtdt = MatrixDacTrung(A, row, column);
    // EigenSolver<MatrixXf> es(A);
    // EigenSolver<MatrixXf>::EigenvalueType eigenValues = es.eigenvalues();
    // EigenSolver<MatrixXf>::EigenvectorsType eigenVectors = es.eigenvectors();

    MatrixXf V = vtCal(A, row, column);
    // int row1 = V.rows();
    // int col1 = V.cols();

    MatrixXf U = A * V;
    // MatrixXf U = Multiple(A, row, column , V, column, column);
    for (int i = 0; i < U.cols(); ++i)
        U.col(i).normalize();
    return U;
}
void check(MatrixXf U, MatrixXf sigma, MatrixXf Vt)
```

```
{
    cout << "\n"
         << setprecision(5) << (U * sigma * Vt.transpose()).real() << "\n";
}
int main(int argc, char const *argv[])
{
    int row = 3;
    int column = 3;

    MatrixXf A = MatrixXf(row, column);

    A << 1, 2, 3,
        2, 4, 8,
        1, 2, 4;
    // A <<    -3,  1,
    //         6,  -2,
    //         6,  -2;
    //  A << -18, 13,  -4,  4,
    //       2,   19,  -4,  12,
    //       -14, 11,  -12, 8,
    //       -2,  21,  4,   8;
    // A << 1, 0,  1,
    //     -2,  1,  0;
    MatrixXf ATA = MatrixDacTrung(A, row, column);
    // cout << ATA << "\n";
    MatrixXf U = uCal(A, row, column);
    cout << "U: " << "\n";
    cout << setprecision(5) << U << "\n";
    MatrixXf sigma = sigmaCal(A, row, column);
    cout << "sigma: " << "\n";
```

```
    cout << setprecision(2) << sigma << "\n";
    MatrixXf Vt = vtCal(A, row, column);
    cout << "Vt: " << "\n";


    cout << setprecision(5) << Vt << "\n";
    // check(U, sigma, Vt);
    return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới biết rằng $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, sai số $\varepsilon = 10^{-5}$.

```
U:
-0.34101  0.15526  0.94006
-0.84081  0.88358 -0.30501
-0.42041  0.44179 -0.15251
sigma:
     11        0        0
      0  0.00085        0
      0        0     0.46
Vt:
  -0.22415     0.89443     0.38699
   -0.4483    -0.44721     0.77396
  -0.86532  1.4549e-07    -0.50122
```

Câu 3 (*3.0 điểm*): Cho mười điểm trong không gian Oxy như sau: (6, 2); (8, 3); (4, 10); (3, 5); (16, 5); (9, 7); (11, 6); (10, 12); (8, 9); (7, 6)

a) *(1.0 điểm) Mô tả thuật toán xác định bao lồi của tập điểm đã cho*

 # Trả lời: dán sơ đồ khối hoặc mã giả:

1. Chọn điểm **p** là điểm ở bên trái nhất
2. Chạy vòng lặp while cho tới khi gặp lại điểm **p**:
    - chọn **q** là điểm tiếp theo, duyệt qua lại tiếp các điểm
        + với mỗi điểm i, nếu i có khuynh hướng ngược chiều kim đồng hồ hơn, gán i là q
        + gán điểm tiếp theo sau **p** là **q (p.next = q)**
        + gán **p** = **q**
3. Output sẽ là các điểm tạo nên bao lồi

b) *(1.0 điểm)* Viết hàm xác định bao lồi và cạnh nhỏ nhất của đa giác lồi vừa tìm được

 # Trả lời: Dán code bên dưới:

```
// A C++ program to find convex hull of a set of points. Refer
// https://www.geeksforgeeks.org/orientation-3-ordered-points/
// for explanation of orientation()
#include <iostream>
#include <stack>
#include <stdlib.h>
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

struct Point
{
    int x, y;
};

// A global point needed for sorting points with reference
// to the first point Used in compare function of qsort()
Point p0;

// A utility function to find next to top in a stack
Point nextToTop(stack<Point> &S)
{
    Point p = S.top();
    S.pop();
    Point res = S.top();
    S.push(p);
    return res;
}
```

```
// A utility function to swap two points
void swap(Point &p1, Point &p2)
{
    Point temp = p1;
    p1 = p2;
    p2 = temp;
}

// A utility function to return square of distance
// between p1 and p2
int distSq(Point p1, Point p2)
{
    return (p1.x - p2.x) * (p1.x - p2.x) +
           (p1.y - p2.y) * (p1.y - p2.y);
}

// To find orientation of ordered triplet (p, q, r).
// The function returns following values
// 0 --> p, q and r are collinear
// 1 --> Clockwise
// 2 --> Counterclockwise
int orientation(Point p, Point q, Point r)
{
    int val = (q.y - p.y) * (r.x - q.x) -
              (q.x - p.x) * (r.y - q.y);

    if (val == 0)
        return 0;            // collinear
    return (val > 0) ? 1 : 2; // clock or counterclock wise
}
```

```
// A function used by library function qsort() to sort an array of
// points with respect to the first point
int compare(const void *vp1, const void *vp2)
{
   Point *p1 = (Point *)vp1;
   Point *p2 = (Point *)vp2;

   // Find orientation
   int o = orientation(p0, *p1, *p2);
   if (o == 0)
      return (distSq(p0, *p2) >= distSq(p0, *p1)) ? -1 : 1;

   return (o == 2) ? -1 : 1;
}

// Prints convex hull of a set of n points.
void convexHull(Point points[], int n)
{
   // Find the bottommost point
   int ymin = points[0].y, min = 0;
   for (int i = 1; i < n; i++)
   {
      int y = points[i].y;

      // Pick the bottom-most or choose the left
      // most point in case of tie
      if ((y < ymin) || (ymin == y &&
                      points[i].x < points[min].x))
         ymin = points[i].y, min = i;
   }
```

```
// Place the bottom-most point at first position
swap(points[0], points[min]);

// Sort n-1 points with respect to the first point.
// A point p1 comes before p2 in sorted output if p2
// has larger polar angle (in counterclockwise
// direction) than p1
p0 = points[0];
qsort(&points[1], n - 1, sizeof(Point), compare);

// If two or more points make same angle with p0,
// Remove all but the one that is farthest from p0
// Remember that, in above sorting, our criteria was
// to keep the farthest point at the end when more than
// one points have same angle.
int m = 1; // Initialize size of modified array
for (int i = 1; i < n; i++)
{
   // Keep removing i while angle of i and i+1 is same
   // with respect to p0
   while (i < n - 1 && orientation(p0, points[i],
                                    points[i + 1]) == 0)
      i++;

   points[m] = points[i];
   m++; // Update size of modified array
}

// If modified array of points has less than 3 points,
// convex hull is not possible
```

```
    if (m < 3)
        return;

    // Create an empty stack and push first three points
    // to it.
    stack<Point> S;
    S.push(points[0]);
    S.push(points[1]);
    S.push(points[2]);

    // Process remaining n-3 points
    for (int i = 3; i < m; i++)
    {
        // Keep removing top while the angle formed by
        // points next-to-top, top, and points[i] makes
        // a non-left turn
        while (S.size() > 1 && orientation(nextToTop(S), S.top(), points[i]) != 2)
            S.pop();
        S.push(points[i]);
    }

    // Now stack has the output points, print contents of stack
    while (!S.empty())
    {
        Point p = S.top();
        cout << "(" << p.x << ", " << p.y << ")" << endl;
        S.pop();
    }
}

int compareX(const void *a, const void *b)
```

```
{
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->x - p2->x);
}

// Needed to sort array of points according to Y coordinate
int compareY(const void *a, const void *b)
{
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->y - p2->y);
}

// A utility function to find the
// distance between two points
float dist(Point p1, Point p2)
{
    return sqrt((p1.x - p2.x) * (p1.x - p2.x) +
                (p1.y - p2.y) * (p1.y - p2.y));
}

// A Brute Force method to return the
// smallest distance between two points
// in P[] of size n
float bruteForce(Point P[], int n)
{
    float min = FLT_MAX;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = i + 1; j < n; ++j)
            if (dist(P[i], P[j]) < min)
                min = dist(P[i], P[j]);
    return min;
```

```
}


// A utility function to find
// minimum of two float values
float min(float x, float y)
{
    return (x < y) ? x : y;
}


// A utility function to find the
// distance between the closest points of
// strip of given size. All points in
// strip[] are sorted according to
// y coordinate. They all have an upper
// bound on minimum distance as d.
// Note that this method seems to be
// a O(n^2) method, but it's a O(n)
// method as the inner loop runs at most 6 times
float stripClosest(Point strip[], int size, float d)
{
    float min = d; // Initialize the minimum distance as d


    qsort(strip, size, sizeof(Point), compareY);


    // Pick all points one by one and try the next points till the difference
    // between y coordinates is smaller than d.
    // This is a proven fact that this loop runs at most 6 times
    for (int i = 0; i < size; ++i)
        for (int j = i + 1; j < size && (strip[j].y - strip[i].y) < min; ++j)
            if (dist(strip[i], strip[j]) < min)
                min = dist(strip[i], strip[j]);
```

```
    return min;
}

// A recursive function to find the
// smallest distance. The array P contains
// all points sorted according to x coordinate
float closestUtil(Point P[], int n)
{
    // If there are 2 or 3 points, then use brute force
    if (n <= 3)
        return bruteForce(P, n);

    // Find the middle point
    int mid = n / 2;
    Point midPoint = P[mid];

    // Consider the vertical line passing
    // through the middle point calculate
    // the smallest distance dl on left
    // of middle point and dr on right side
    float dl = closestUtil(P, mid);
    float dr = closestUtil(P + mid, n - mid);

    // Find the smaller of two distances
    float d = min(dl, dr);

    // Build an array strip[] that contains
    // points close (closer than d)
    // to the line passing through the middle point
    Point strip[n];
```

```
    int j = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        if (abs(P[i].x - midPoint.x) < d)
            strip[j] = P[i], j++;

    // Find the closest points in strip.
    // Return the minimum of d and closest
    // distance is strip[]
    return min(d, stripClosest(strip, j, d));
}

// The main function that finds the smallest distance
// This method mainly uses closestUtil()
float closest(Point P[], int n)
{
    qsort(P, n, sizeof(Point), compareX);

    // Use recursive function closestUtil()
    // to find the smallest distance
    return closestUtil(P, n);
}

int main()
{
    // Point points[] = {{0, 3}, {1, 1}, {2, 2}, {4, 4},
    //                                  {0, 0}, {1, 2}, {3, 1}, {3, 3}};0
    Point points[] = {{6, 2}, {8, 3}, {4, 10}, {3, 5}, {16, 5}, {9, 7}, {11, 6}, {10, 12}, {8, 9},
{7, 6}};
    int T = sizeof(points) / sizeof(points[0]);
    // int T = 0, x = 0, y = 0;
    // cout << "enter number of points: ";
```

```
    // cin>>T;
    // if(T<=0)
    // return -1;
    // Point points[T];
    // for(int i=0;i<T;++i){
    //     cout << "Enter x cor of " << i << " point: ";
    //     cin >> x;
    //     points[i].x=x;
    //     cout << "Enter y cor of " << i << " point: ";
    //     cin >> y;
    //     points[i].y=y;
    // }
    cout << "\n---------After Using Graham Scan Algorithm---------------\n";
    cout << "\n***************** CONVEX HULL **********************\n";
    convexHull(points, T);
    cout << "The smallest distance is " << closest(points, T);

    return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

```
---------After Using Graham Scan Algorithm---------------

***************** CONVEX HULL **********************
(3, 5)
(4, 10)
(10, 12)
(16, 5)
(6, 2)
The smallest distance is 2.23607
```

c) *(1.0 điểm)* Xác định số lượng các điểm nằm bên trong bao lồi và liệt kê chúng

 # Trả lời: Dán code bên dưới:

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

Câu 4 (*2.0 điểm*): Cho hàm số $f(x) = \dfrac{e^{2x} + 3x^2 + 8x}{35 - x} - 5x$.

a) *(1.0 điểm) Trình bày thuật toán tối ưu hàm số đã cho* sử dụng phương pháp *gradient descent với momentum*, biết rằng tham số học (learning rate) γ, hệ số động lượng là α.

 # Trả lời: dán sơ đồ khối hoặc mã giả:

B1: nhập n và giá trị ban đầu x0, khởi tạo biến tên temp, gán x = x_0
B2: lặp từ 0 -> n {
    temp = temp * $\alpha + \gamma$ * f(x)'

    X = x - temp

}
B3: In kết quả x

b) *(1.0 điểm)* Viết chương trình (có dùng hàm) tính giá trị bé nhất của f(x) sử dụng phương pháp *gradient descent với momentum* với số bước lặp *N* và sai số ε.

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới:

```
#include <bits/stdc++.h>
#define EPSILON 0.00001
#define E_VAL 2.71828
#define ALPHA 0.1
#define GAMMA 0.001
using namespace std;


// An example function whose solution is determined using
// Bisection Method. The function is x^3 - x^2  + 2
double func(double x)
{
   // return x*x*x - x*x + 2;
   // return 3*exp((pow(x,5)- pow(x,4))) + pow(x, 2) - 20*x + log(x+25) - 10;
   double term1 = exp(2 * x) + 3 * 2 * x * x + 8 * x;
   double term2 = 35 - x;
   double term3 = 5 * x;
   return (term1 / term2) - term3;
}
```

```
// Derivative of the above function which is 3*x^x - 2*x
double derivFunc(double x)
{
   // return 3*exp((x+1)*pow(x, 4))*(5*x - 4)*pow(x,3) + 2*x + 1/(x+25) - 20;
   double term1 = 71 * exp(2 * x) - 3 * x * x + 210 * x - 2 * x * exp(2 * x) + 280;
   double term2 = 35 * 35 - 2 * 35 * x + x * x;
   double term3 = -5;
   return (term1 / term2) - term3;
}
void GDwithMomentum(double x, int n)
{
   double velocity = 0;
   double theta = x;
   for (int i = 0; i < n; i++)
   {
      velocity = velocity * ALPHA + GAMMA * derivFunc(theta);
      theta -= velocity;
   }
   cout << "x = " << theta;
}
int main(int argc, char const *argv[])
{
   double x0 = 0;
   int n = 5000;
   GDwithMomentum(x0, n);
   return 0;
}
```

\# **Trả lời**: **Dán kết quả thực thi** với điểm khởi $x = 0$, tham số học học (*learning rate*) $\gamma = 0.001$, hệ số động lượng (*momentum coefficient*) là $\alpha = 0.1$, số bước lặp $N \geq 1000$ và sai số $\varepsilon = 10^{-5}$:

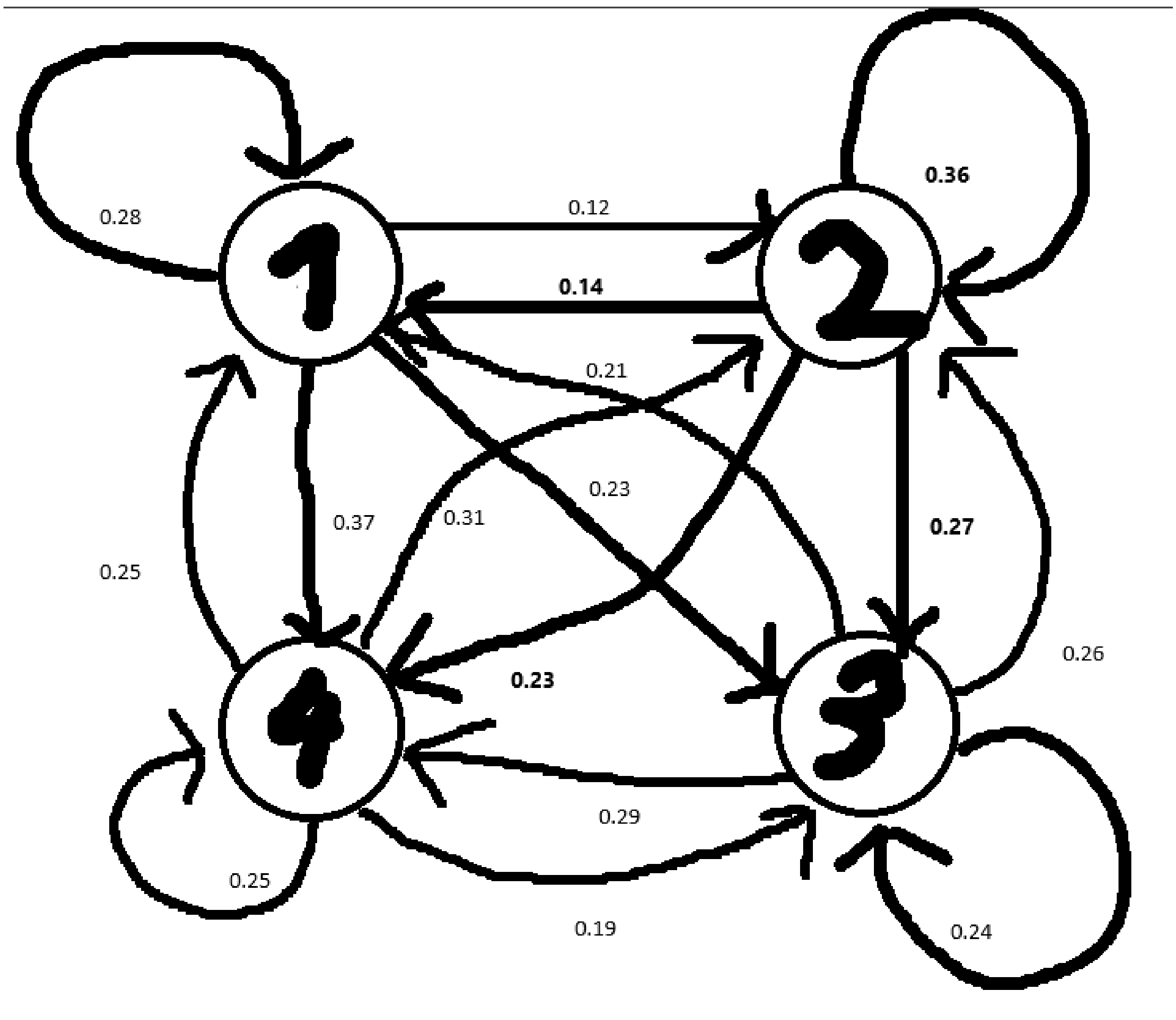
```
PS D:\Huukhoa\NAM 2\KI 2\Toan cntt\THI_CUOI_KI> ./bai4
x = -21.7608
```

<u>Câu 5</u> (*1.0 điểm*): Một hệ thống có chế độ làm việc ở mỗi giai đoạn vận hành chỉ với các trạng thái từ 1 đến 4. Chế độ làm việc của hệ thống này được mô tả bằng ma trận chuyển như sau:

$$P = \begin{bmatrix} 0.28 & 0.12 & 0.23 & 0.37 \\ 0.14 & 0.36 & 0.27 & 0.23 \\ 0.21 & 0.26 & 0.24 & 0.29 \\ 0.25 & 0.31 & 0.19 & 0.25 \end{bmatrix}$$

a) (*0.5 điểm*) Vẽ đồ thị biểu diễn chuỗi Markov tương ứng đã cho

 # Trả lời: Dán kết quả vào bên dưới



b) (*0.5 điểm*) Giả sử rằng hệ thống bắt đầu học ở trạng thái 1. Tính xác xuất hệ thống làm việc ở trạng thái 4 *sau ba và bốn bước thời gian vận hành*.

 # Trả lời: Dán kết quả tính toán vào bên dưới:

```
Nhap trang thai muon tham chieu: 4
Nhap trang thai bat dau:  1
Nhap so lan tham chieu: 3
Probability of reaching state: 4 In time: 3 Starting from s
tate: 1 is 0.217567
```

```
Nhap trang thai muon tham chieu: 4
Nhap trang thai bat dau:  1
Nhap so lan tham chieu: 4
Probability of reaching state: 4 In time: 4 Starting from s
tate: 1 is 0.217476
```