Cấu trúc dữ liệu và giải thuật

TS. Phạm Tuấn Minh

Khoa Công nghệ Thông tin, Đại học Phenikaa

minh.phamtuan@phenikaa-uni.edu.vn

https://sites.google.com/site/phamtuanminh/

Chương 3: Cây và bảng băm

- Các khái niệm cây
- Cây tìm kiếm nhị phân
- Cây AVL
- Bảng băm

Cây tìm kiếm nhị phân

- **Tìm kiếm một phần tử**
- Cây tìm kiếm nhị phân
- Thao tác trên cây tìm kiếm nhị phân
  - Duyệt
  - Chèn nút
  - Xóa nút

Tìm kiếm phần tử trên danh sách liên kết

- Cho một danh sách liên kết các tên, kiểm tra xem một tên có trong danh sách không?

cur = cur->next;

```
while (cur!=NULL) {
    if cur->item == “Irit”
        found and stop searching;
    else
        cur = cur->next;
}
```

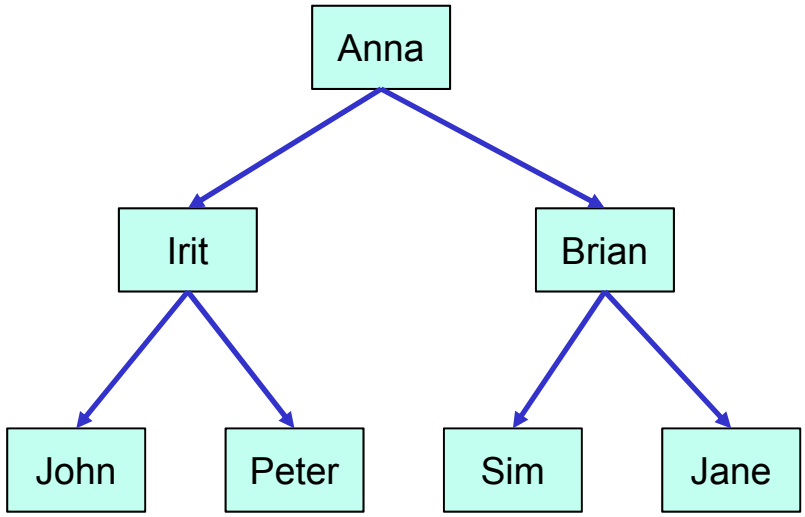
- Số nút phải duyệt qua khi thực hiện tìm kiếm:
  - Tốt nhất: 1 nút (John)
  - Tồi nhất: 7 nút (Sim)
  - Trung bình: (1+2+...+7)/7 = 4 nút
- **Không hiệu quả!**

Tìm kiếm phần tử trên cây nhị phân tìm kiếm

- Cho một cây nhị phân các tên, kiểm tra xem một tên có trong cây không?

Sử dụng TreeTraversal((Pre-order) để kiểmtra mọi nút

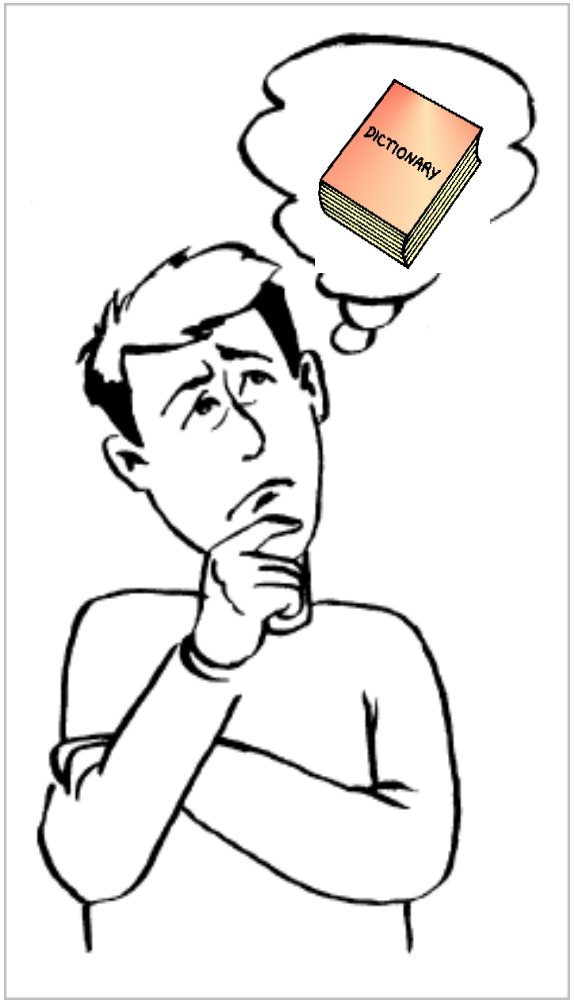
```
TreeTraversal(Node N)
    If N==NULL return;
    if N.item=given_name return;
    TreeTraversal(LeftChild);
    TreeTraversal(RightChild);
    Return;
```



- Số nút phải duyệt qua khi thực hiện tìm kiếm:
  - Tốt nhất: 1 nút (Anna)
  - Tồi nhất: 7 nút (Jane)
  - Trung bình: (1+2+...+7)/7 = 4 nút
- **Không hiệu quả!**

Có cách tổ chức dữ liệu để tìm kiếm nhanh hơn?

- Có cách nào để sắp xếp dữ liệu trên cây để có thể lưu trữ và xác định phần tử hiệu quả?
- Làm thế nào để tìm nhanh một phần tử trên cây nhị phân?

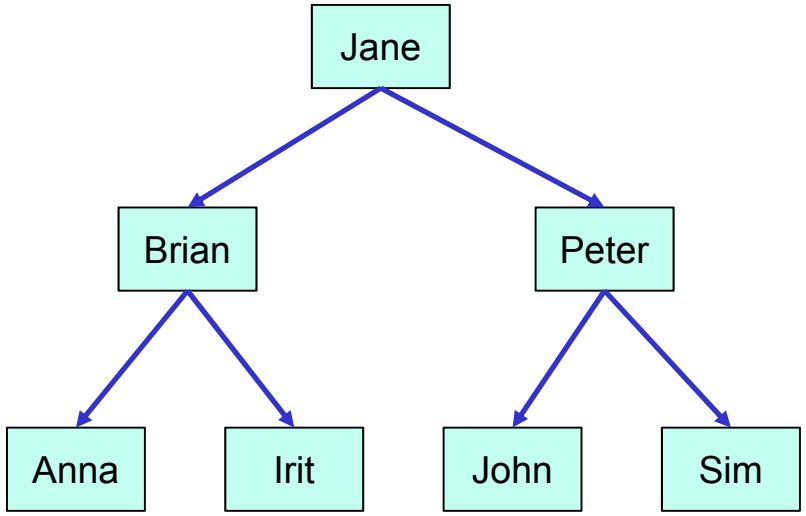


Có cách tổ chức dữ liệu để tìm kiếm nhanh hơn?

- Đối với danh sách: Sắp xếp theo thứ tự alphabet
- Chia thành nhóm
- Chọn một phần tử ở giữa, "Jane", nếu X!="Jane"
  - Với tên trước "Jane", tìm bên nhóm trái, bỏ qua nhóm phải
    - Chọn một phần tử ở giữa trong nhóm con, "Brian", nếu X!="Brian":
      - Với tên trước "Brian", tìm bên nhóm trái
      - Với tên sau "Brian", tìm bên nhóm phải
  - Với tên sau "Jane", tìm bên nhóm phải, bỏ qua nhóm trái
    - Chọn một phần tử ở giữa trong nhóm con, "Peter", nếu X!="Peter":
      - Với tên trước "Peter", tìm bên nhóm trái
      - Với tên sau "Peter", tìm bên nhóm phải

Có cách tổ chức dữ liệu để tìm kiếm nhanh hơn?

- Đối với danh sách: Sắp xếp theo thứ tự alphabet
- Chia thành nhóm
- Chọn một phần tử ở giữa, "Jane", nếu X!="Jane"
  - Với tên trước "Jane", tìm bên nhóm trái, bỏ qua nhóm phải
    - Chọn một phần tử ở giữa trong nhóm con, "Brian", nếu X!="Brian":
      - Với tên trước "Brian", tìm bên nhóm trái
      - Với tên sau "Brian", tìm bên nhóm phải
  - Với tên sau "Jane", tìm bên nhóm phải, bỏ qua nhóm trái
    - Chọn một phần tử ở giữa trong nhóm con, "Peter", nếu X!="Peter":
      - Với tên trước "Peter", tìm bên nhóm trái
      - Với tên sau "Peter", tìm bên nhóm phải
- **Tạo thành một cây nhị phân tìm kiếm (BST - Binary Search Tree)**

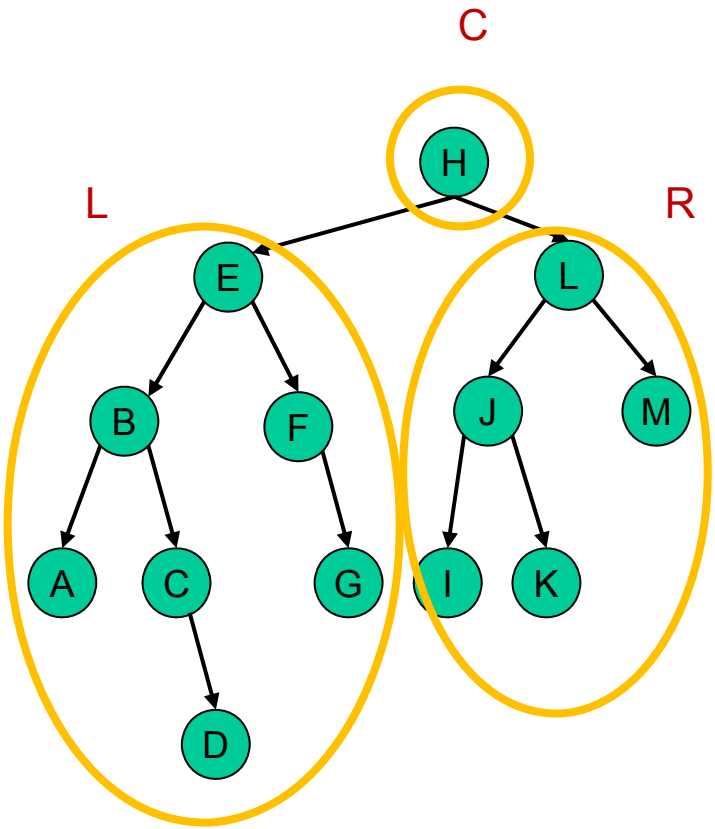


Cây tìm kiếm nhị phân

- Tìm kiếm một phần tử
- **Cây tìm kiếm nhị phân**
- Thao tác trên cây tìm kiếm nhị phân
  - Duyệt
  - Chèn nút
  - Xóa nút

Cây tìm kiếm nhị phân

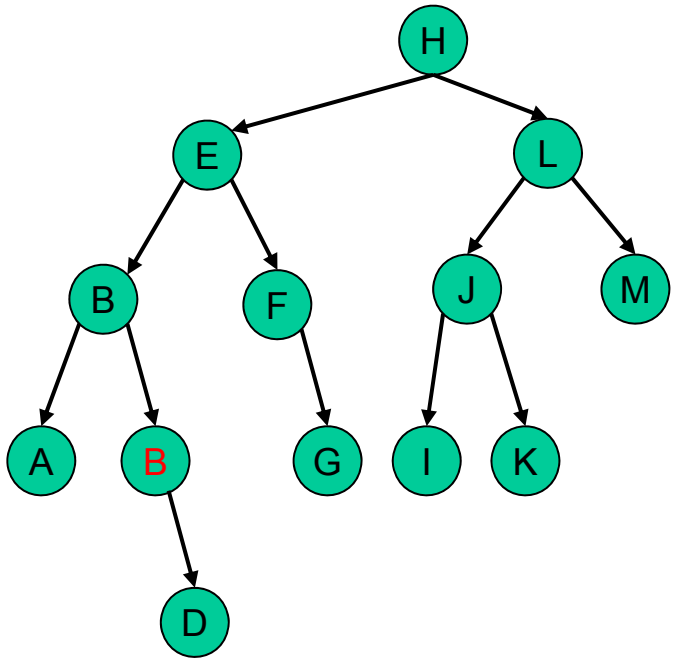
- Cây tìm kiếm nhị phân (BST - Binary Search Tree) là một dạng đặc biệt của cây nhị phân (BT)
- **Luật trên BST:** Tại mỗi nút C, L < C < R, trong đó
  - C là dữ liệu tại nút hiện tại
  - L là dữ liệu của bất kì nút nào từ cây con trái của C
  - R là dữ liệu của bất kì nút nào từ cây con phải của C



Cây tìm kiếm nhị phân

- Cây tìm kiếm nhị phân (BST - Binary Search Tree) là một dạng đặc biệt của cây nhị phân (BT)
- **Luật trên BST:** Tại mỗi nút C, L <= C <= R, trong đó
  - C là dữ liệu tại nút hiện tại
  - L là dữ liệu của bất kì nút nào từ cây con trái của C
  - R là dữ liệu của bất kì nút nào từ cây con phải của C

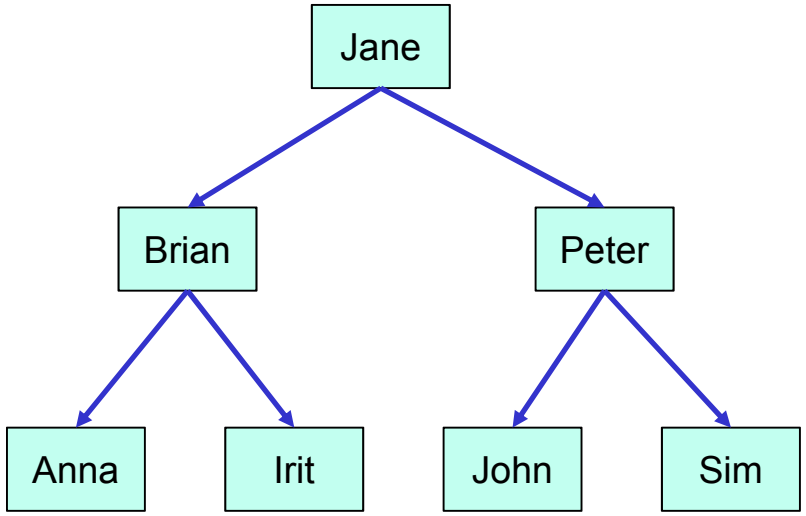
- Không được phép có dấu bằng "=" trên BST! Không được phép có nút lặp trên BST!



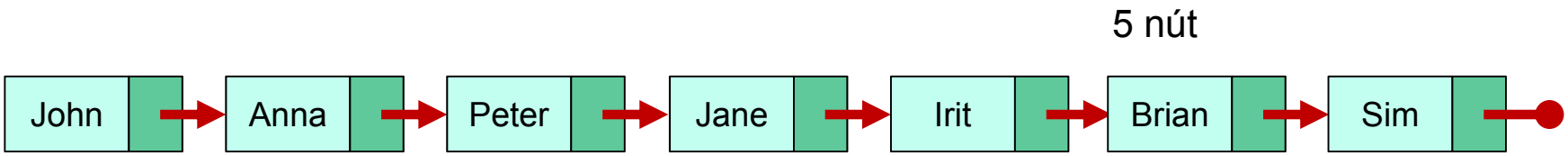
Đây không phải là BST

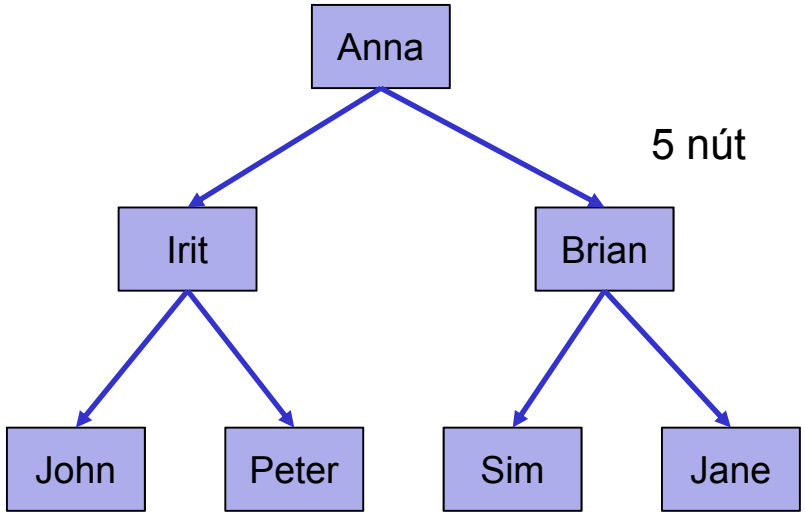
Việc tìm kiếm phần tử sẽ hiệu quả với BST

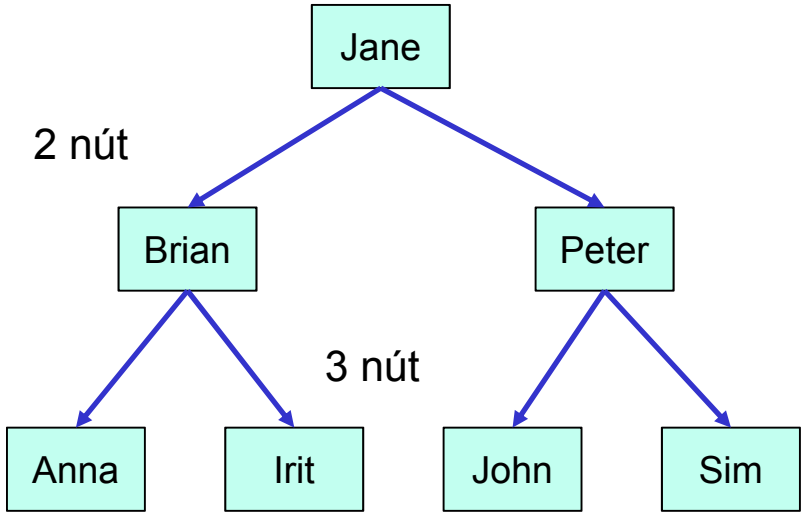
- Đây là BST, thỏa mãn L < C < R



Việc tìm kiếm phần tử sẽ hiệu quả với BST



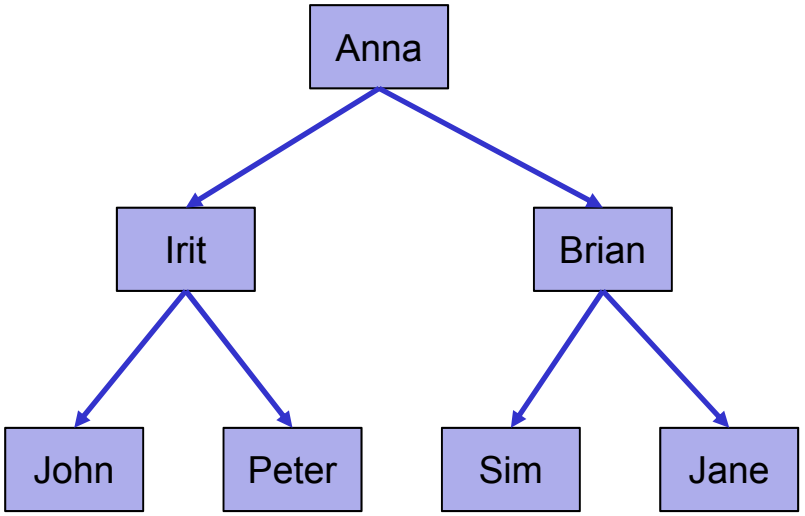




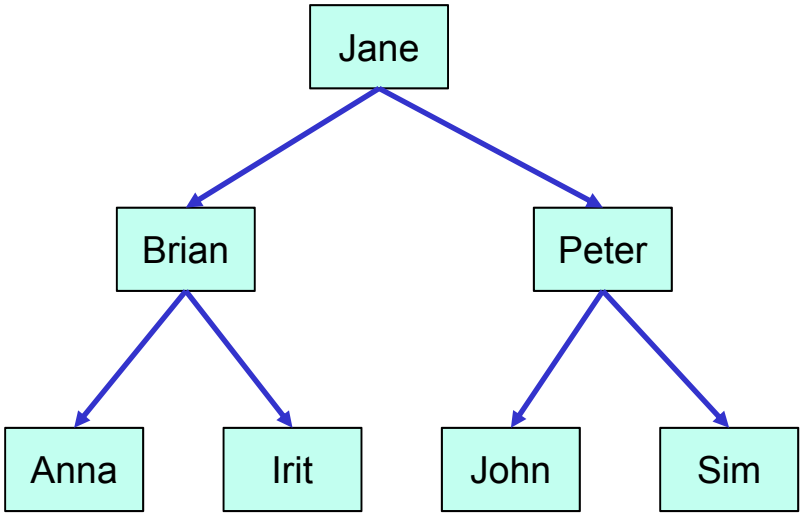
- Cần thăm bao nhiêu nút khi tìm kiếm?
  - Tốt nhất: 1 node (Anna)
  - Tồi nhất: **7** nút (Jane)
  - Trung bình: (1+2+...+7)/7 = **4** nút

- Cần thăm bao nhiêu nút khi tìm kiếm?
  - Tốt nhất: 1 node (Jane)
  - Tồi nhất: **3** nút (Anna)
  - Trung bình: (1+2*2+3*4)/7 = **2,43** nút

Việc tìm kiếm phần tử sẽ hiệu quả với BST



Không hiệu quả



Hiệu quả

- Cần thăm bao nhiêu nút khi tìm kiếm? Tổng quát, với cây nhị phân n nút
  - Tốt nhất: Nút đầu tiên khi duyệt cây
  - Tồi nhất: **Nút cuối cùng** khi duyệt cây, **n**

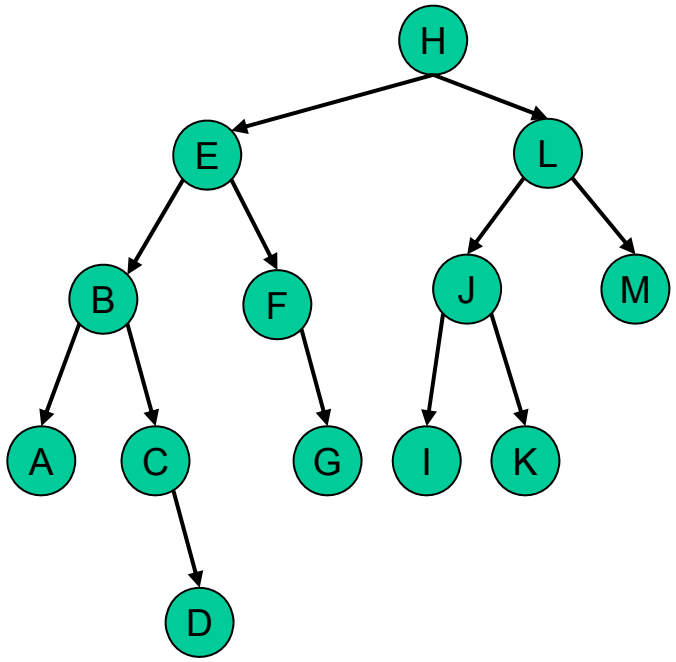
- Cần thăm bao nhiêu nút khi tìm kiếm? Tổng quát với BST n nút
  - Tốt nhất: Nút đầu tiên khi duyệt cây
  - Tồi nhất: **nút lá, h = chiều cao của nút gốc + 1. Giá trị nhỏ nhất h = $\log_2 n + 1$**

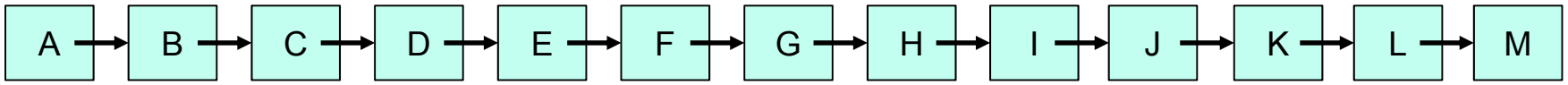
Khi n lớn, sự khác biệt về hiệu quả càng lớn

Ví dụ tìm kiếm trên BST

Hiệu quả

- Để tìm D, cần thăm H-E-B-C-D: 5 nút
- Để tìm bất kì nút nào trên cây, cần thăm nhiều nhất 5 nút

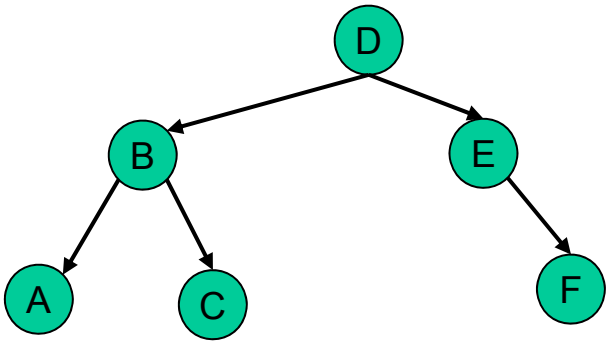




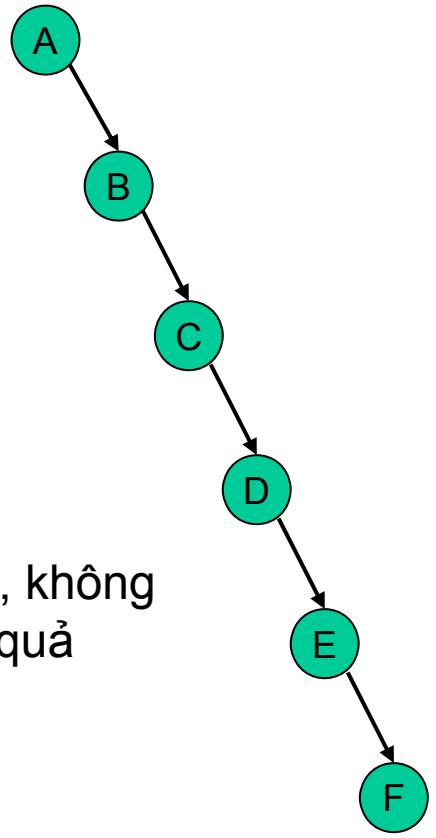
Không hiệu quả

- Với danh sách liên kết, trường hợp tồi nhất là cần thăm tất cả các nút 13 nút

Chú ý: Việc tìm kiếm là hiệu quả không phải với tất cả BST

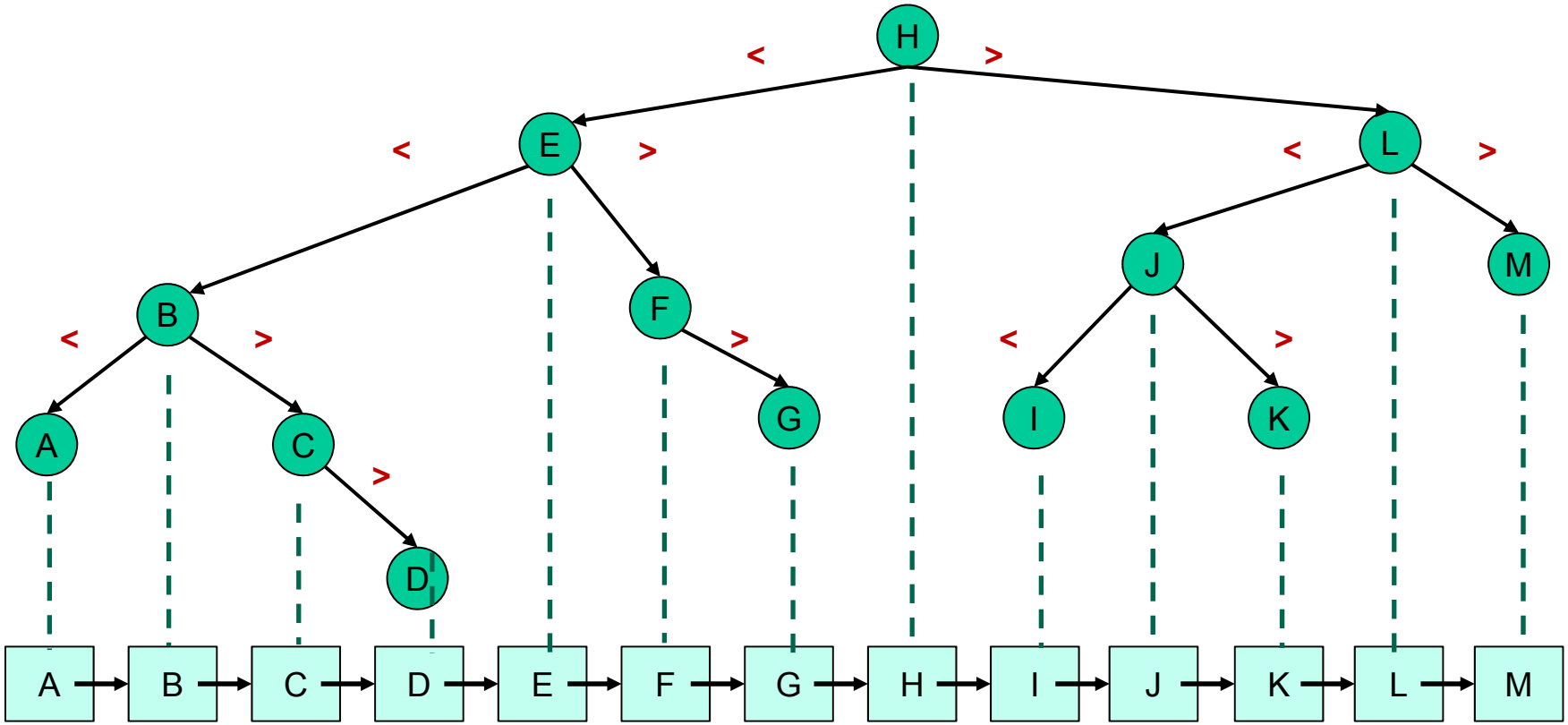


- Số nút tối đa cần kiểm tra: h = 3



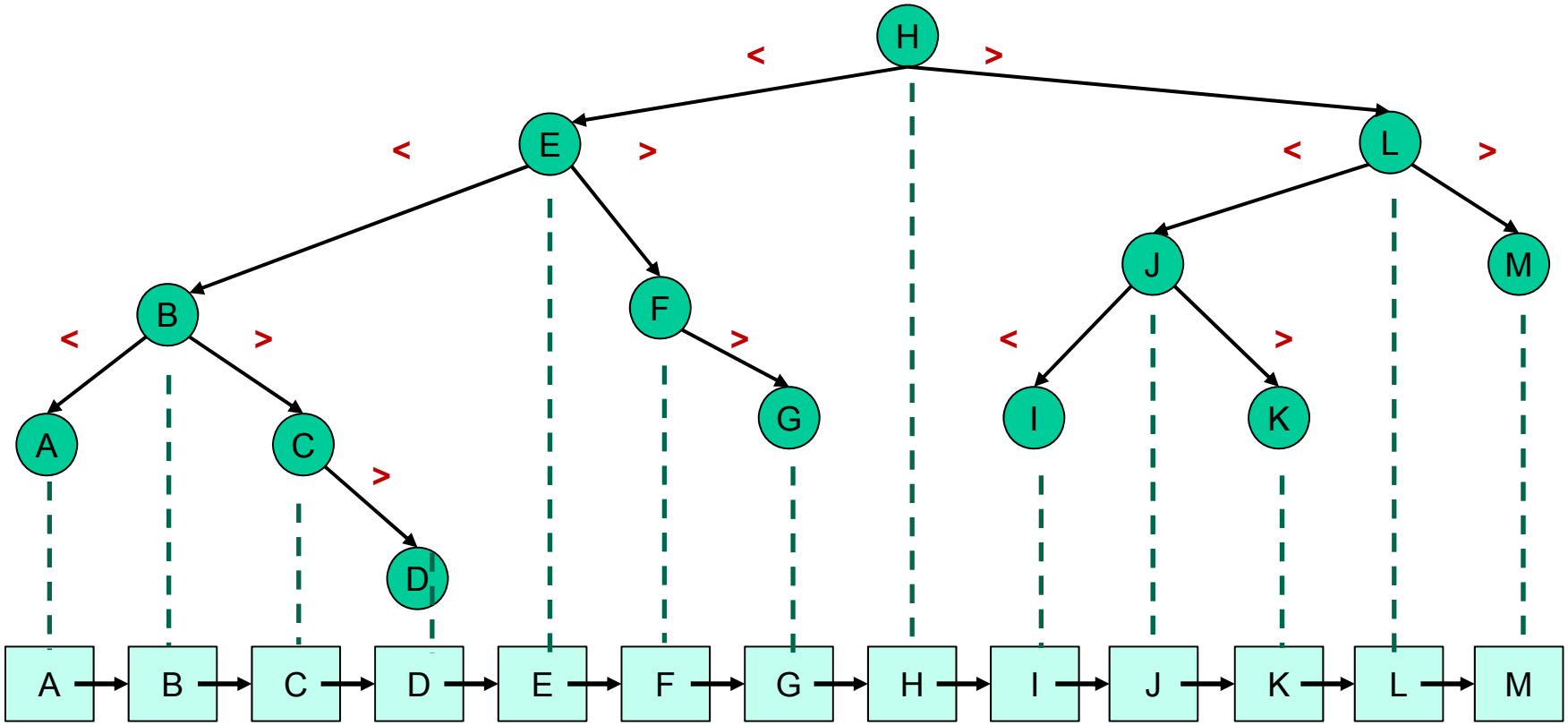
- h = 6, không hiệu quả

Ánh xạ: BST (thứ tự giữa) thành danh sách



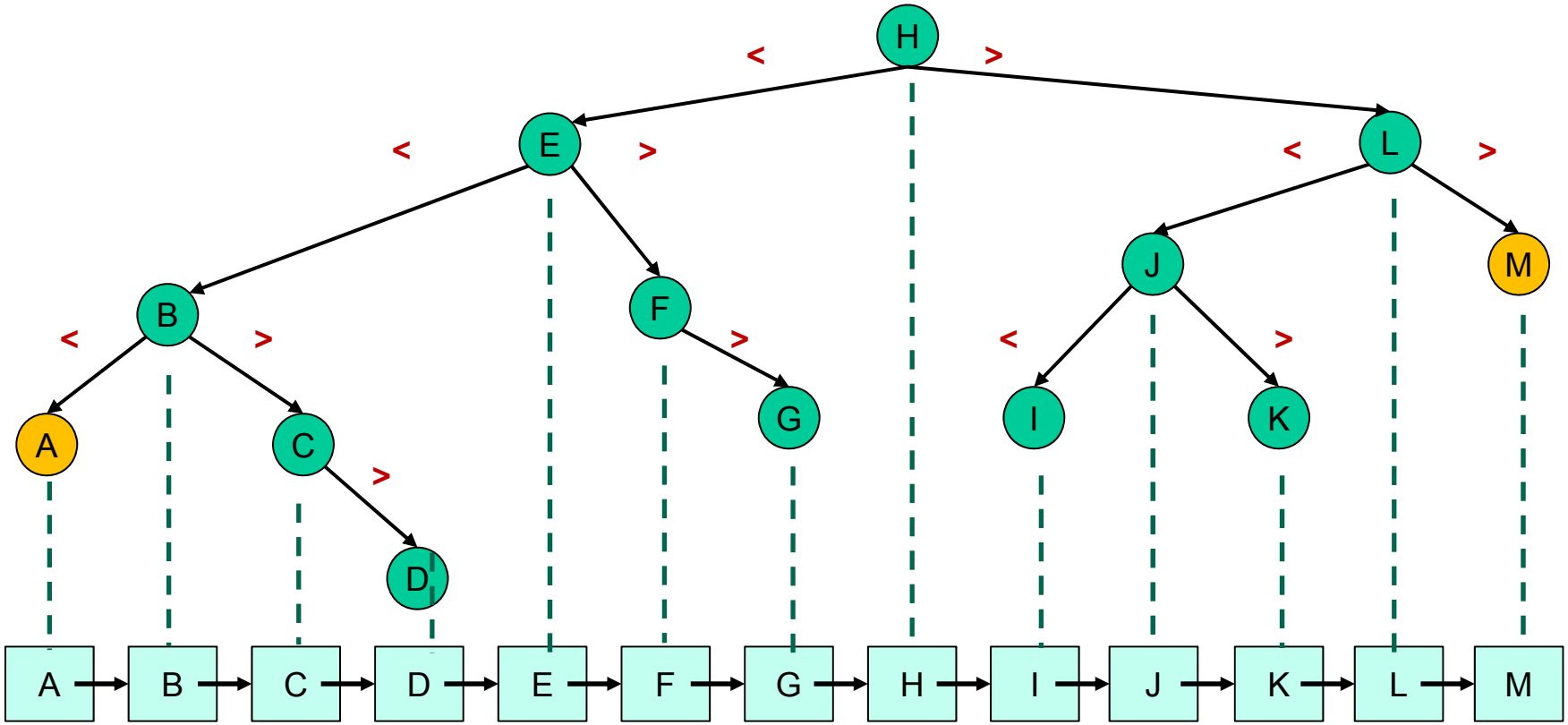
- Nếu vẽ BST:
  - Cây con trái ở bên trái của nút hiện tại
  - Cây con phải ở bên phải của nút hiện tại
- Ánh xạ xuống trục x sẽ thu được danh sách sắp thứ tự

BST và duyệt thứ tự giữa



- Luật **L < C < R** đảm bảo thứ tự sắp xếp
- Duyệt thứ tự giữa trên BST cho kết quả một danh sách được sắp thứ tự

Đặc điểm của BST



- Cây tìm kiếm nhị phân đảm bảo rằng
  - Giá trị nhỏ nhất nằm ở nút trái nhất
  - Giá trị lớn nhất nằm ở nút phải nhất

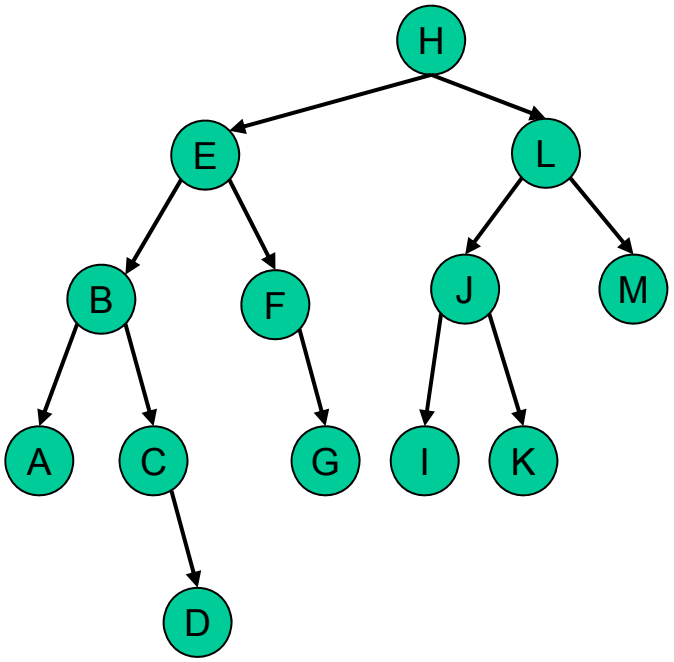
Cây tìm kiếm nhị phân

- Tìm kiếm một phần tử
- Cây tìm kiếm nhị phân
- **Thao tác trên cây tìm kiếm nhị phân**
  - **Duyệt**
  - Chèn nút
  - Xóa nút

Duyệt BST

- Duyệt BST (BSTT - BST Traversal) thăm BST để tìm kiếm một nút có giá trị nào đó
- Bắt đầu với mẫu TreeTraversal

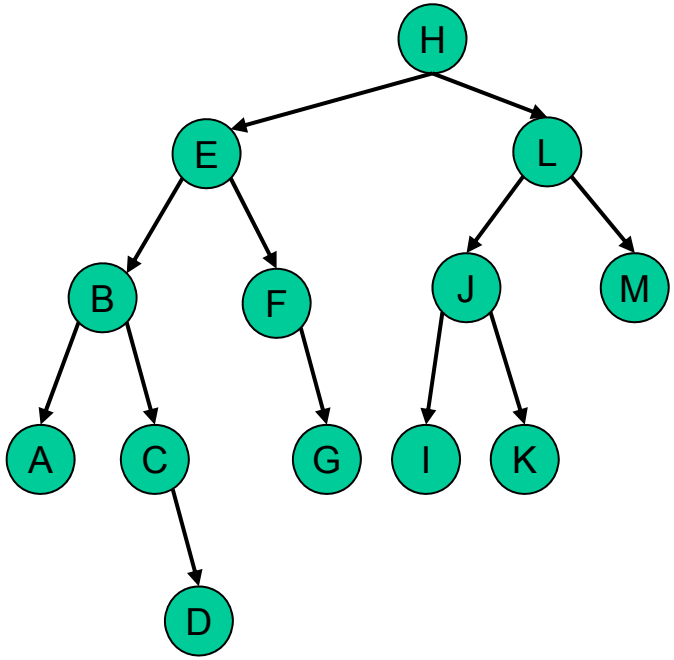
```
void BSTT(btnode *cur) {
      if (cur == NULL)
            return;
      // printf(cur->item);
      BSTT(cur->left);
      BSTT(cur->right);
}
```



Duyệt BST

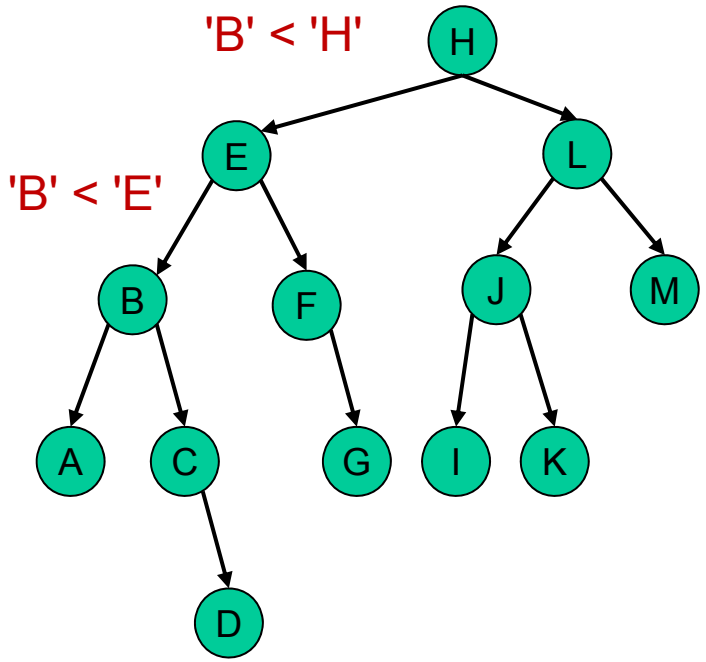
- Duyệt BST (BSTT - BST Traversal) thăm BST để tìm kiếm một nút có giá trị nào đó
- Bắt đầu với mẫu TreeTraversal

```
void BSTT(btnode *cur, char c) {
    if (cur == NULL)
        return;
    if (c==cur->item) { printf("found!\n"); return;}
    if (c < cur->item)
        BSTT(cur->left,c);
    else
        BSTT(cur->right,c);
}
```



Duyệt BST

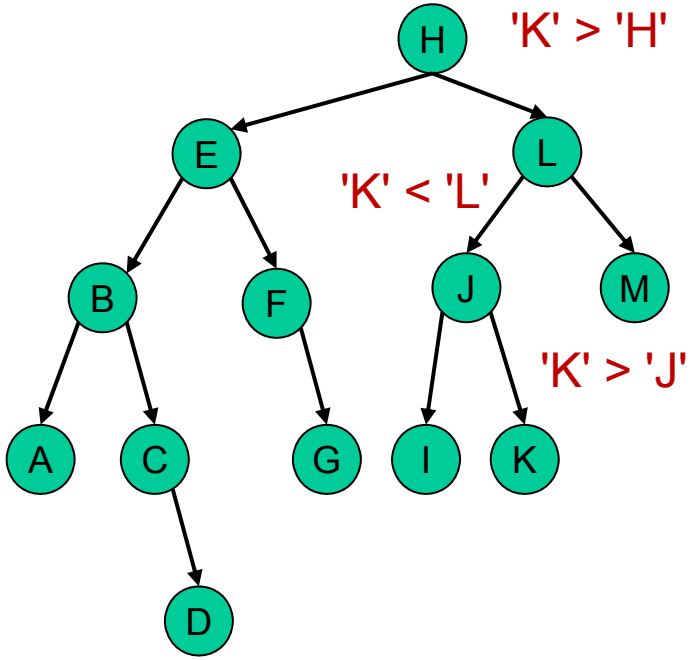
- BSTT(root, 'B')




```
void BSTT(btnode *cur, char c) {
      if (cur == NULL)
            return;
      if (c==cur->item) { printf("found!\n"); return;}
      if (c < cur->item)
            BSTT(cur->left,c);
      else
            BSTT(cur->right,c);
}
```

Duyệt BST

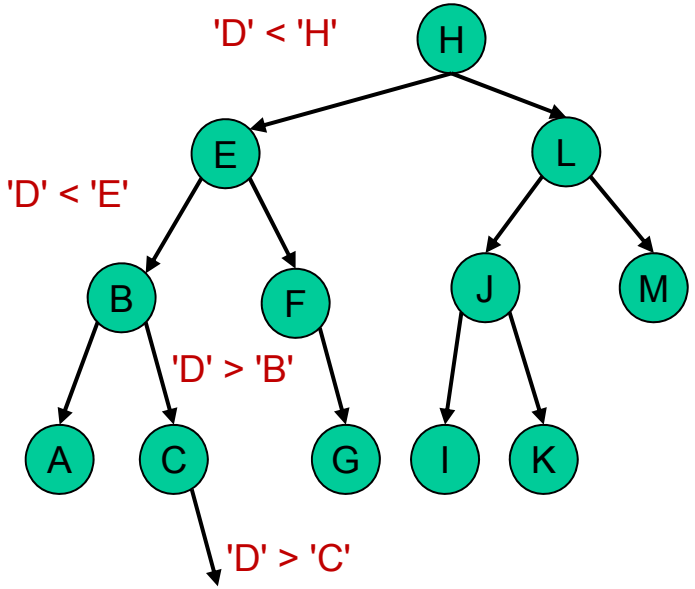
- BSTT(root, 'K')




```
void BSTT(btnode *cur, char c) {
      if (cur == NULL)
            return;
      if (c==cur->item) { printf("found!\n"); return;}
      if (c < cur->item)
            BSTT(cur->left,c);
      else
            BSTT(cur->right,c);
}
```

Duyệt BST

- Nếu phần tử cần tìm không có trên cây thì sao?
- Ví dụ bỏ nút 'D', và gọi BSTT(root, 'D')



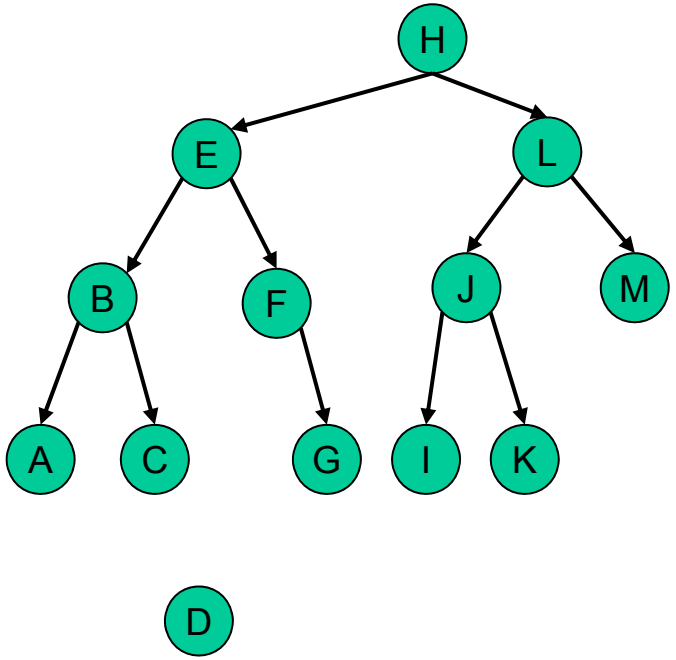

```
void BSTT(btnode *cur, char c) {
      if (cur == NULL)
            { printf("can't find!"); return; }
      if (c==cur->item) { printf("found!\n"); return;}
      if (c < cur->item)
            BSTT(cur->left,c);
      else
            BSTT(cur->right,c);
}
```

Cây nhị phân tìm kiếm

- Tìm kiếm một phần tử
- Cây nhị phân tìm kiếm
- **Thao tác trên cây nhị phân tìm kiếm**
  - Duyệt
  - **Chèn nút**
  - Xóa nút

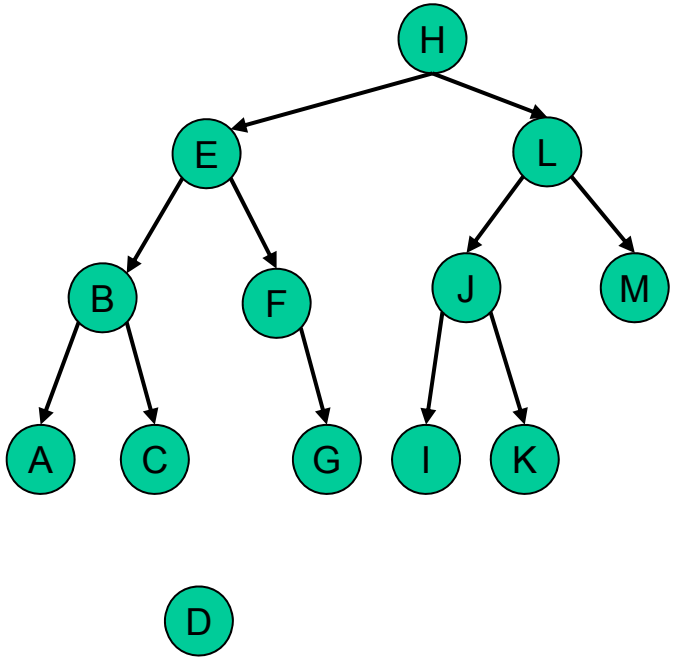
Chèn một nút vào BST

- Cho BST, thao tác chèn phải có kết quả là BST
- Làm sao biết vị trí đặt nút 'D'?



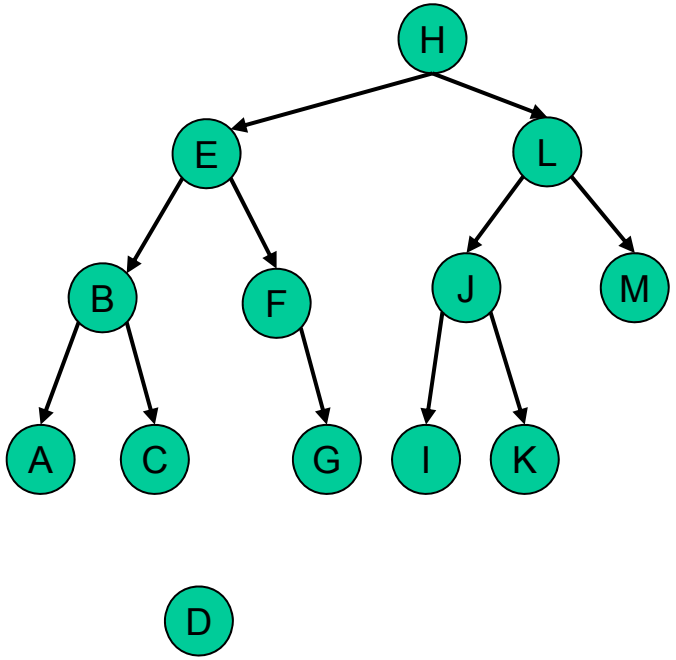
Chèn một nút vào BST

- Điểm then chốt: Cho BST và một giá trị cần chèn, có một vị trí duy nhất cho giá trị mới này trên BST



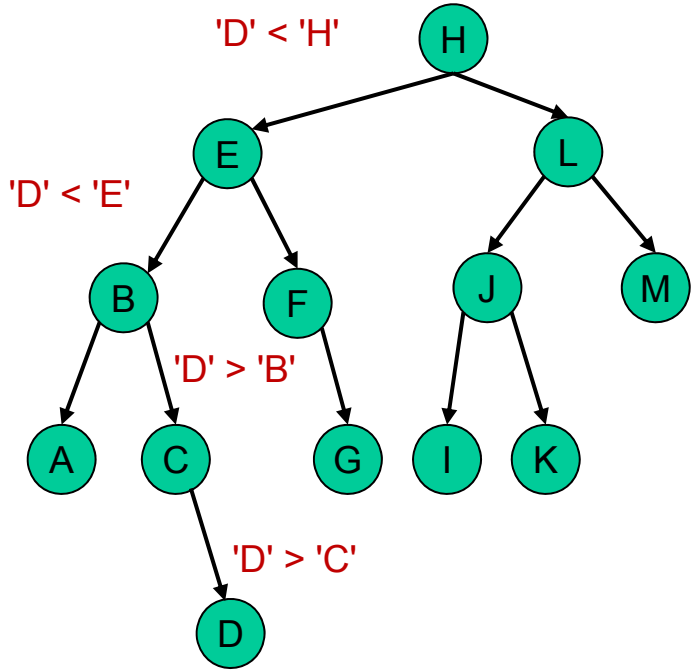
Chèn một nút vào BST

- Sử dụng BSTT() để tìm vị trí trống
- Chèn nút mới vào vị trí trống này



Chèn một nút vào BST

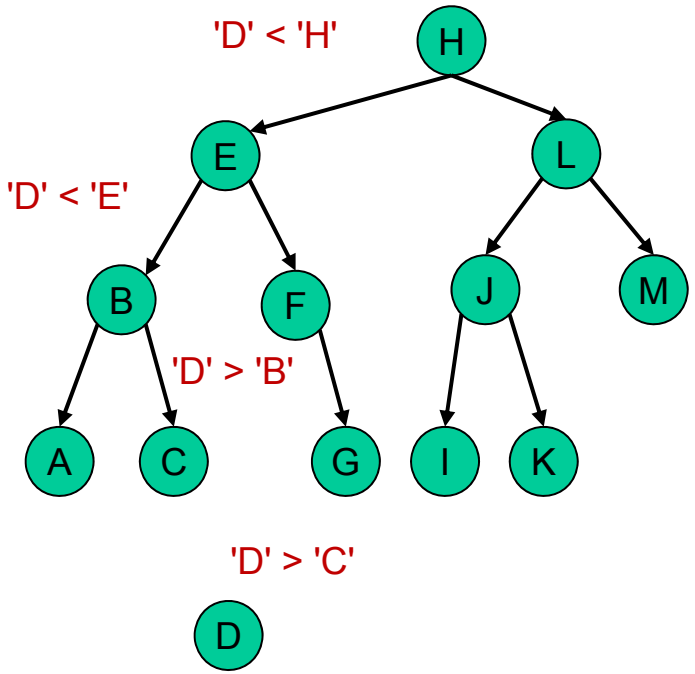
- Sử dụng BSTT(root, 'D') để **xác định vị trí trống sẽ chèn** 'D'
- **Chèn nút mới** 'D'



Xác định vị trí sẽ chèn

- Sử dụng BSTT(root, 'D') để xác định vị trí trống sẽ chèn 'D'

```
BTNode* BSTT2(btnode *cur, char c) {
    if (cur == NULL)
        { printf("can't find!"); return; }
    if (c==cur->item) { printf("found!\n"); return NULL;}
    if (c < cur->item) {
        if (cur->left == NULL)
            return cur;
        else BSTT2(cur->left,c);
    } else {
        if (cur->right == NULL)
            return cur;
        BSTT2(cur->right,c);
    }
}
```



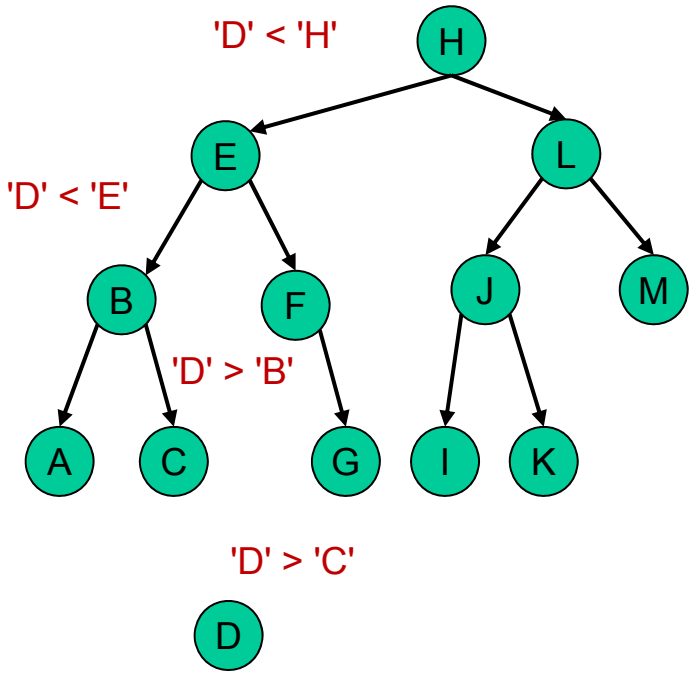
Chèn nút mới

- Sử dụng BSTT(root, 'D') để xác định vị trí trống sẽ chèn 'D'
- **Chèn nút mới 'D'**

```
BTNode* posNode = BSTT2(&btnodeH,c);

BTNode *btNewNode = malloc(sizeof(BTNode));
btNewNode->item = c;
btNewNode->left = NULL;
btNewNode->right = NULL;

if (posNode == NULL) {
      printf("Phan tu da ton tai");
      return 0;
}
if (c < posNode->item)
      posNode->left = btNewNode;
else posNode->right = btNewNode;
```



Cây nhị phân tìm kiếm

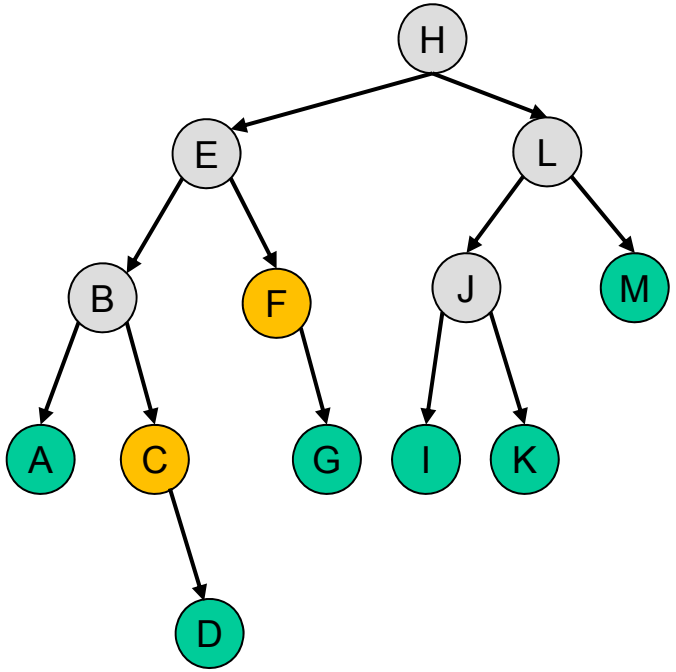
- Tìm kiếm một phần tử
- Cây nhị phân tìm kiếm
- **Thao tác trên cây nhị phân tìm kiếm**
  - Duyệt
  - Chèn nút
  - **Xóa nút**

Xóa nút

- Xóa nút phức tạp hơn chèn nút
- Kết quả BST sau khi xóa nút vẫn phải là BST
- Tuân theo luật: L < C < R

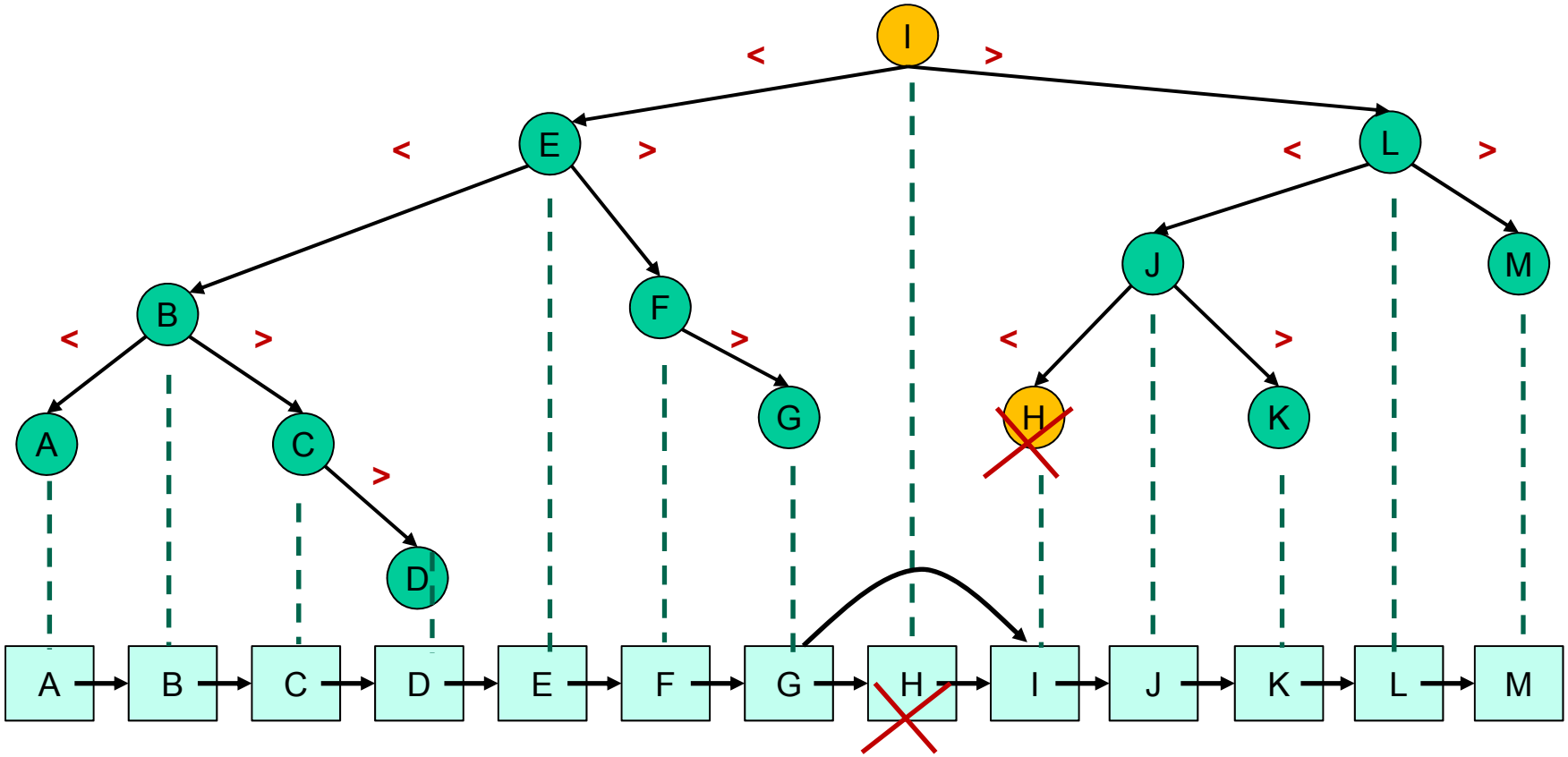
Xóa nút

- Xóa một nút x, có ba trường hợp
  1) x không có nút con:
     - Xóa x
  2) x chỉ có một con y:
     - Thay x bởi y
  3) x có hai con:
     - Hoán đổi x với nút sau nó, rồi thực hiện 1) hoặc 2)



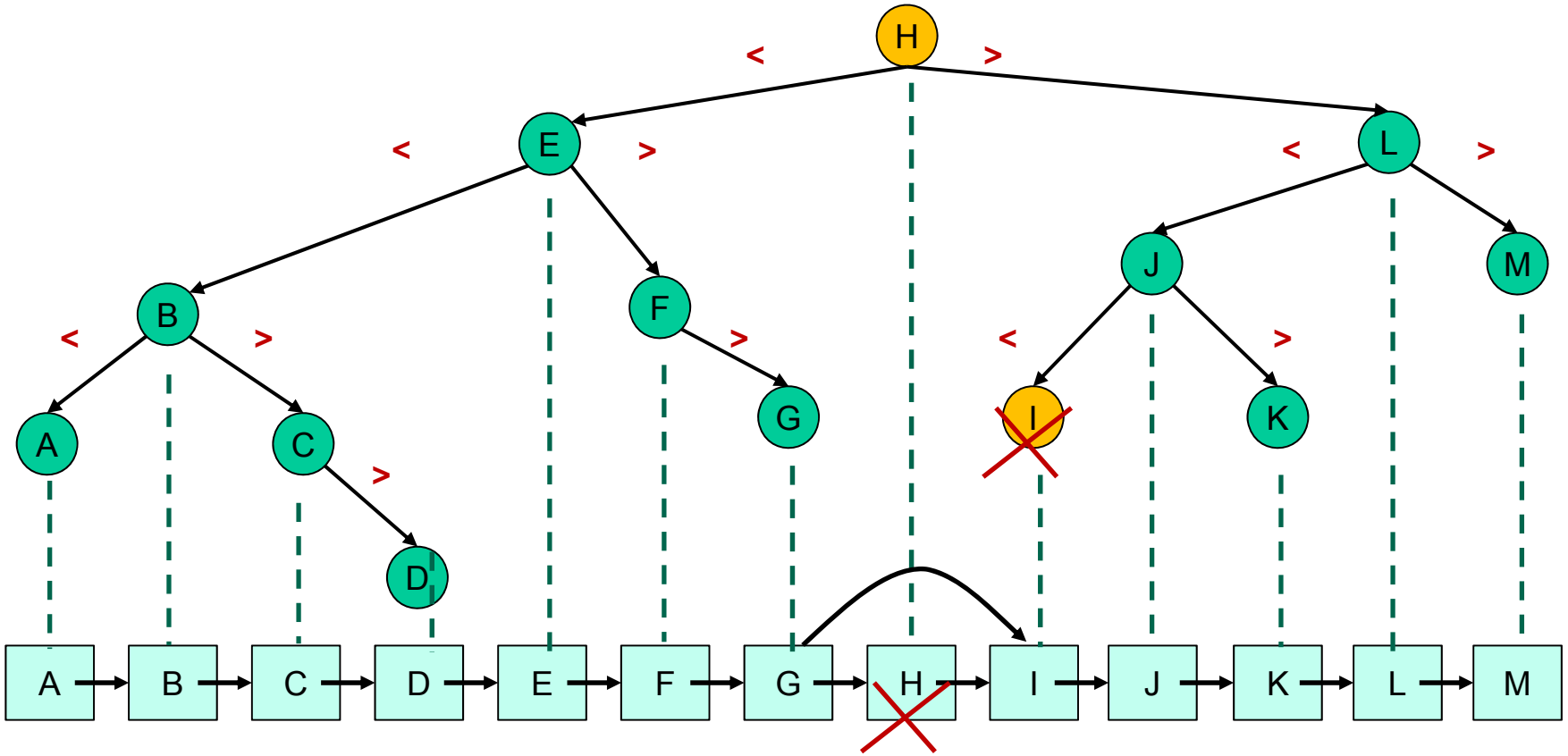
Xóa nút

- Thay thế một nút bởi nút sau nó (duyệt theo thứ tự giữa) đảm bảo duy trì luật BST (L<C<R)
- Duyệt theo thứ tự giữa cho kết quả là một danh sách sắp xếp theo thứ tự tăng dần.
- Nút sau là nút ngay sau trong danh sách đã sắp xếp, hay là nút tiếp theo sẽ được thăm khi duyệt theo thứ tự giữa
- X có hai con, vì vậy nút sau của X là nút có giá trị nhỏ nhất trên cây con phải của X
- Ví du: Nút sau của H là I, nút sau của E là F, nút sau của J là K



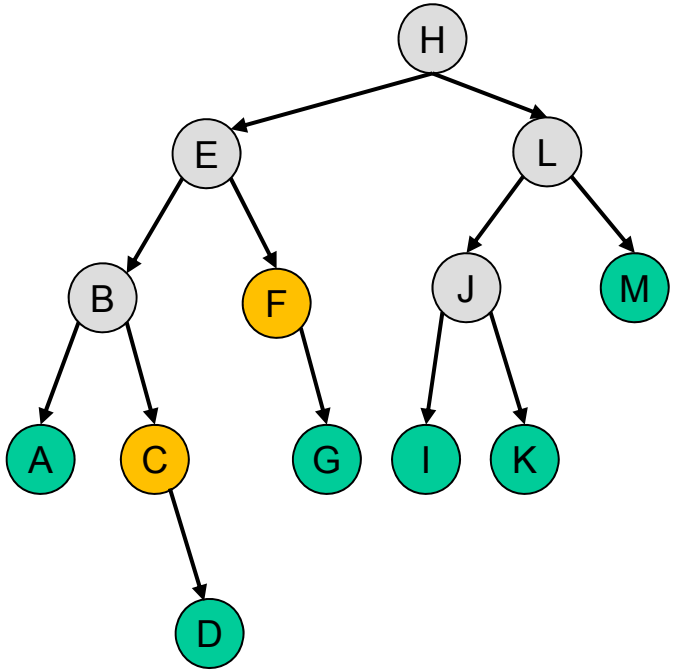
Xóa nút

- Xóa nút H



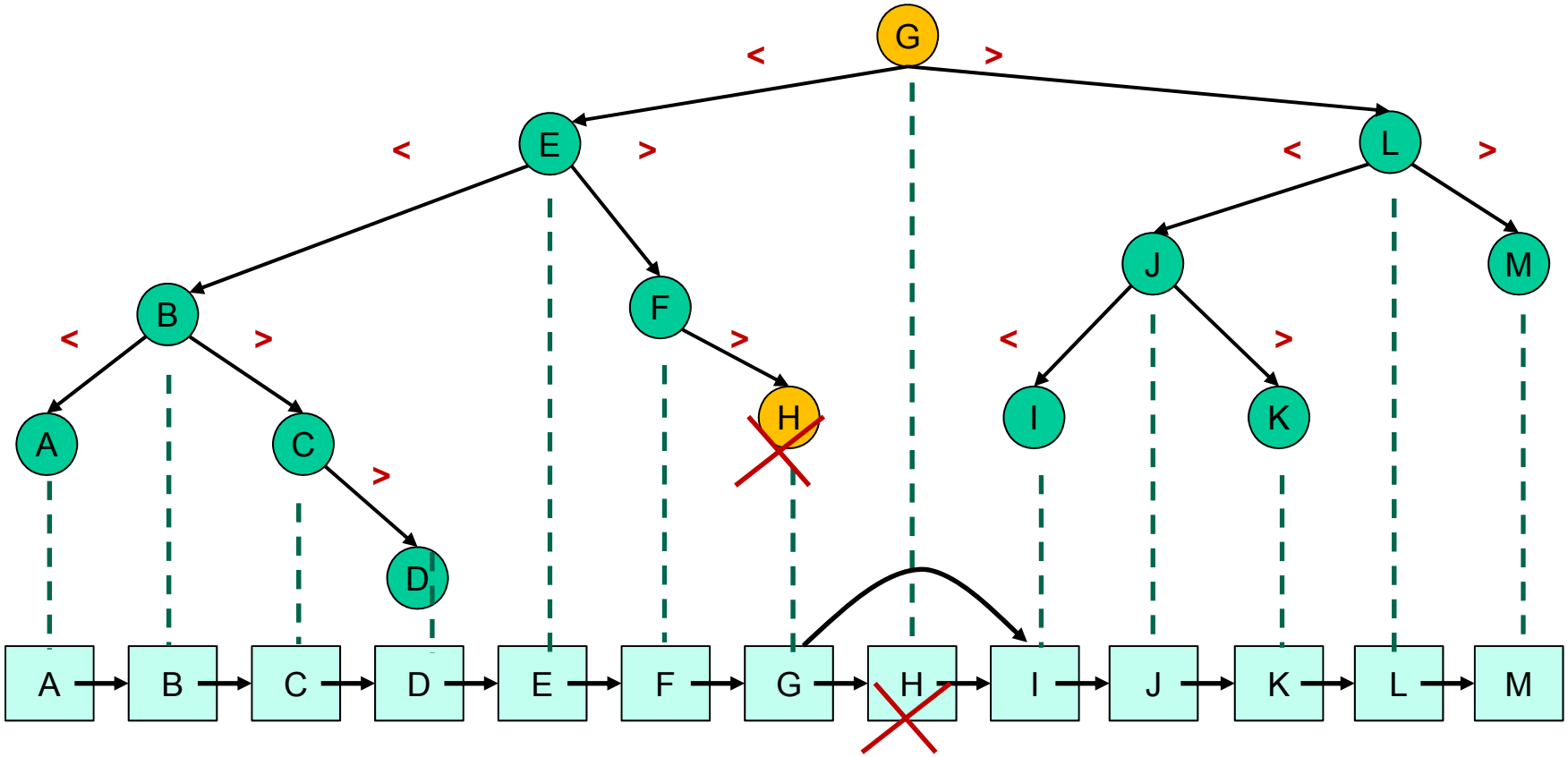
Câu hỏi

- Tại sao trường hợp 3 luôn dẫn tới trường hợp 1 hoặc trường hợp 2
  - Khi x có 2 con, nút sau của nó là nút có giá trị nhỏ nhất trên cây con phải. Vì vậy, nút sau không có nút con trái => Nút sau có thể không có nút con (trường hợp 1) hoặc có một nút con phải (trường hợp 2)
- Có thể hoán đổi x với nút trước thay vì nút sau
  - Được

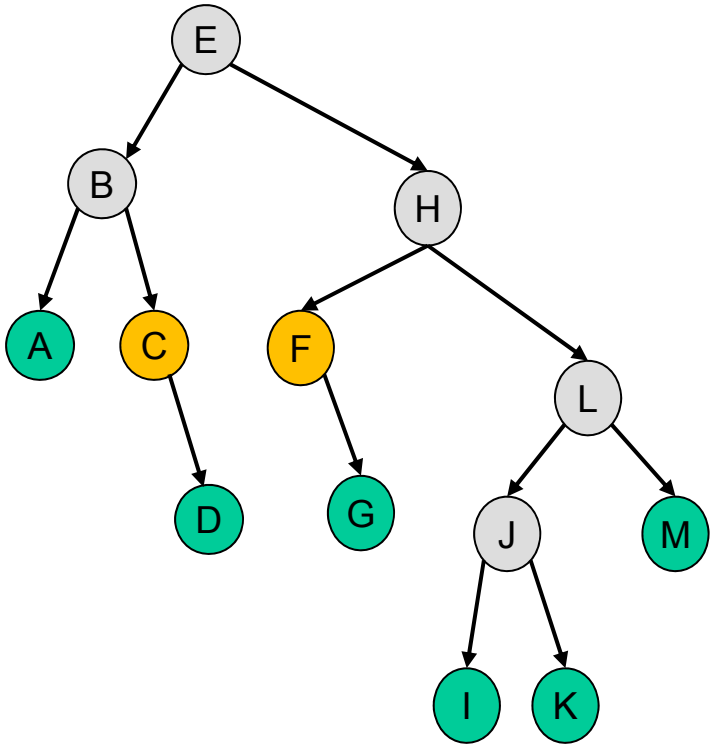


Xóa nút

- Thay thế một nút bởi **nút trước** nó (duyệt theo thứ tự giữa) đảm bảo duy trì luật BST (L<C<R)
- Duyệt theo thứ tự giữa cho kết quả là một danh sách sắp xếp theo thứ tự tăng dần.
- Nút sau/**nút trước** là nút ngay sau/**trước** trong danh sách đã sắp xếp, hay là nút tiếp theo sẽ được thăm/ **nút ngay trước đã thăm** khi duyệt theo thứ tự giữa
- X có hai con, vì vậy nút trước của X là nút có giá trị lớn nhất trên cây con trái của X
- Ví dụ: Nút trước của H là G, nút trước của E là D, nút trước của J là I



Xóa nút



Tóm tắt

- Tìm kiếm một phần tử
- Cây nhị phân tìm kiếm
- **Thao tác trên cây nhị phân tìm kiếm**
  - Duyệt
  - Chèn nút
  - **Xóa nút**

Cấu trúc dữ liệu và giải thuật