

$$3. \quad X = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N,1} & \dots & x_{N,p} \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}$$

$X^T X$  は正則である。

$$\begin{aligned} \|y - X\beta\|^2 &= (y - X\beta)^T (y - X\beta) \\ &= \|y\|^2 - 2y^T X\beta + \beta^T X^T X \beta \end{aligned}$$

$\beta$  を最小化する  $\beta$  を求める。

$\beta$  の微分を 0 とする。

$$-2X^T y + 2X^T X \hat{\beta} = 0$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$