

$$20. \quad \hat{y} = X \hat{\beta} \quad \hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$\hat{y} = X (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$X^T \hat{y} = X^T X (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$X^T (y - \hat{y}) = 0.$$

$$\|y - X\beta\|^2 = C$$

$$(y - X\beta)^T (y - X\beta) = C$$

$$y^T X = \hat{\beta}^T (X^T X)$$

$$y^T y - 2 y^T X \beta + \beta^T X^T X \beta = C$$

$$y^T y - 2 \hat{\beta}^T (X^T X) \beta + \beta^T X^T X \beta = C$$

$$(\beta - \hat{\beta})^T X^T X (\beta - \hat{\beta}) = C - y^T y + \hat{\beta}^T X^T X \hat{\beta}$$

よって、

$\hat{\beta}$ は中心とする楕円を表す。