24. $X = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N,1} & \cdots & x_{N,p} \end{pmatrix}$, $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}$

が与えられたとき、

$$\frac{1}{2N}\|y - X\beta\|_2^2 + \lambda\|\beta\|_1$$

を最小化する β が 0 になるような λ の最小値

を求める。

β_j で微分して 0 とおくと、

$$-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_{i,j}(y_i - \hat{\beta}_j x_{i,j}) + \lambda\,\mathrm{sign}(\hat{\beta}_j) = 0.$$

15. の結果から、$\hat{\beta}_j = 0$ となる条件は

$$\lambda \geq \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{i,j} y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{i,j}^2}$$ なので、

すべての j に対して、$\hat{\beta}_j = 0$ となる λ の最小値は、

$$\lambda = \max_{1\leq j\leq p} \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{i,j} y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{i,j}^2}$$ で与えられる。