

---

# Phụ thuộc hàm

TS. Nguyễn Quốc Tuấn  
Bm. Mạng & HTTT

# Nội dung

---

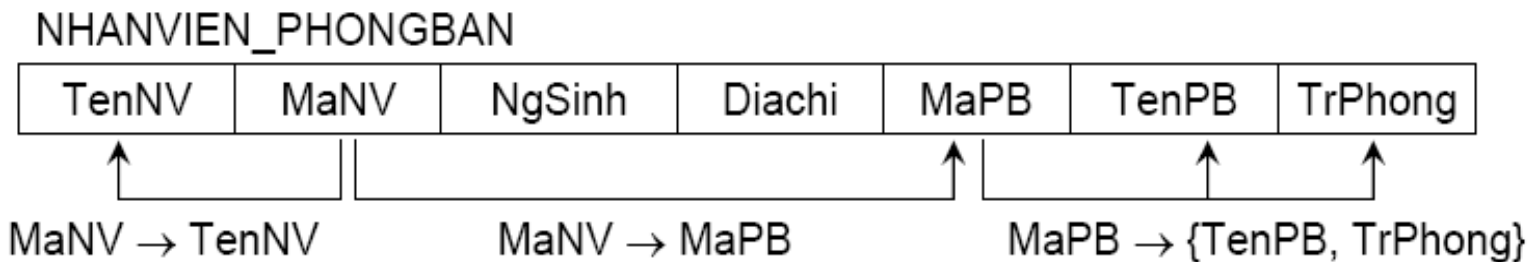
- Giới thiệu phụ thuộc hàm.
- Luật suy diễn Armstrong
- Tìm khóa lược đồ

# Phụ thuộc hàm (1)

---

- Phụ thuộc hàm(PTH) - Functional Dependencies
- Xét lược đồ quan hệ gồm  $n$  thuộc tính
  - $R(U)$ ,  $U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
- PTH giữa hai tập thuộc tính  $X, Y \subseteq U$ 
  - Ký hiệu:  $X \rightarrow Y$ .
  - $\forall r \in R, \forall t_1, t_2 \in r$  nếu  $t_1[X] = t_2[X]$  thì  $t_1[Y] = t_2[Y]$ .
- $X$  là vế trái và  $Y$  là vế phải của PTH.
- $X \rightarrow Y$  được gọi là PTH hiển nhiên nếu  $Y \subseteq X$
- $X \rightarrow Y$  được gọi là PTH nguyên tố ( $Y$  PTH đầy đủ vào  $X$ ) nếu  $\forall X' \subset X$  thì  $X'$  không  $\rightarrow Y$

# Phụ thuộc hàm (2)



- $r \in R$  thỏa mãn các PTH gọi là trạng thái hợp lệ của R
- Nhận xét:
  - Các PTH xuất phát từ các ràng buộc trong thế giới thực.
  - $\forall r \in R, \forall t \in r, t[X]$  là duy nhất thì X là một siêu khóa của R.
  - Nếu K là một khóa của R thì K xác định hàm tất cả các tập thuộc tính của R.
  - PTH dùng để đánh giá một thiết kế CSDL

# Bao đóng của tập PTH

---

- F là tập PTH trên R
  - $F = \{ \text{MaNV} \rightarrow \text{TenNV}, \text{MaPB} \rightarrow \{ \text{TenPB}, \text{TrPhong} \}, \text{MaNV} \rightarrow \text{MaPB} \}.$
  - $\forall r \in R$  thỏa F và  $\text{MaNV} \rightarrow \{ \text{TenPB}, \text{TrPhong} \}$  cũng đúng với r thì  $\text{MaNV} \rightarrow \{ \text{TenPB}, \text{TrPhong} \}$  gọi là được suy diễn từ F.
- Bao đóng của F, ký hiệu  $F^+$ , gồm
  - F
  - Tất cả các PTH được suy diễn từ F.
- F gọi là đầy đủ nếu  $F = F^+$ .

# Luật suy diễn (1)

- Luật suy diễn dùng để suy diễn một PTH mới từ một tập PTH cho trước.
- Hệ luật suy diễn Armstrong
  - Phản xạ:  $Y \subseteq X \Rightarrow X \rightarrow Y$ .
  - Tăng trưởng:  $X \rightarrow Y \Rightarrow XZ \rightarrow YZ$ , với  $XZ = X \cup Z$ .
  - bắc cầu:  $X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$ .
- - Phân rã:  $X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow Y, X \rightarrow Z$ .
  - Hợp:  $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow YZ$ .
  - bắc cầu giả:  $X \rightarrow Y, WY \rightarrow Z \Rightarrow WX \rightarrow Z$ .

# Luật suy diễn (2)

---

- Ví dụ 1:
  - Cho  $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$
  - Hãy chứng tỏ PTH  $A \rightarrow CD$  suy diễn từ  $F$  nhờ luật dẫn Armstrong
  - Cách giải:
    - $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$  (luật bắc cầu)
    - $A \rightarrow C, A \rightarrow D \Rightarrow A \rightarrow CD$  (luật hợp).
- Ví dụ 2: Cho  $F = \{AB \rightarrow E, AG \rightarrow I, BE \rightarrow I, E \rightarrow G, GI \rightarrow H\}$ 
  - Hãy chứng tỏ PTH  $AB \rightarrow GH$  suy diễn từ  $F$  nhờ luật dẫn Armstrong?

# Bao đóng của tập thuộc tính

---

- Làm thế nào để biết một PTH  $X \rightarrow Y$  được suy diễn từ tập PTH  $F$  cho trước?
- Bao đóng của tập thuộc tính  $X$  đối với  $F$ , ký hiệu  $X^+$  là
  - Tập các thuộc tính PTH vào  $X$ .
  - $X^+ = \{A \in U \mid X \rightarrow A \in F^+\}$
- Nhận xét:
  - $X \rightarrow Y \in F^+ \Leftrightarrow Y \subseteq X^+$ .
  - Nếu  $K$  là khóa của  $R$  thì  $K^+ = U$ .



# Thuật toán tìm $X^+$

---

- Input:  $U, F$  và  $X \subseteq U$
- Output:  $X^+$
- Thuật toán
  - $B1: X^+ = X;$
  - $B2:$  Nếu tồn tại  $Y \rightarrow Z \in F$  và  $Y \subseteq X^+$  thì
    - $X^+ = X^+ \cup Z;$
    - tiếp tục  $B2.$
  - Ngược lại qua  $B3.$
  - $B3:$  output  $X^+$

# Ví dụ tìm $X^+$

---

- Input:
  - $F = \{AB \rightarrow C, BC \rightarrow D, D \rightarrow EG\}$
  - $X = BD$
- Output:  $X^+$
- Thuật toán
  - $X^+ = BD$ .
  - Lặp 1:
    - Tìm các PTH có vế trái là tập con của  $X^+ = BD$ 
      - $D \rightarrow EG$ , thêm EG vào  $X^+$  ta được  $X^+ = BDEG$ .
  - Lặp 2:
    - Tìm các PTH có vế trái là tập con của  $X^+ = BDEG$ 
      - Không có PTH nào.
  - Vậy  $X^+ = BDEG$ .

# Ví dụ tìm $X^+$

---

- VD2: Cho lược đồ quan hệ  $Q(ABCDEFGH)$  và tập PTH  $F$ 
  - $F = \{ B \rightarrow A, DA \rightarrow CE, D \rightarrow H, GH \rightarrow C, AC \rightarrow D \}$
  - Tìm bao đóng của tập  $X = \{AC\}$  dựa trên  $F$
  
- VD3: Cho lược đồ quan hệ  $Q(ABCDEFGH)$  và tập PTH  $F$ 
  - $F = \{ A \rightarrow C, A \rightarrow EG, B \rightarrow D, G \rightarrow E \}$
  - Xác định  $X^+$ 
    - $X = \{AB\}$
    - $X = \{CGD\}$

# Kiểm tra PTH suy diễn

---

- Cho  $F = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow E, AC \rightarrow B\}$ 
  - Hai PTH  $AB \rightarrow E$  và  $D \rightarrow C$  có được suy diễn từ  $F$  hay không?

# Các tập PTH tương đương

---

- Tập PTH  $F$  được nói là phủ tập PTH  $G$  nếu  $G \subseteq F^+$
- Hai tập PTH  $F$  và  $G$  là tương đương nếu
  - $F$  phủ  $G$  và
  - $G$  phủ  $F$
- Nhận xét
  - $\forall X \rightarrow Y \in G$ , nếu  $Y \subseteq X^+_F$  thì  $F$  phủ  $G$ .
  - $F$  và  $G$  tương đương nếu và chỉ nếu  $F^+ = G^+$

# Tập PTH tối thiểu (1)

---

## □ Thừa PTH

- $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C\}$ , vì  $A \rightarrow C$  được suy diễn từ  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$
- $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$  (luật bắc cầu).

## □ Thừa thuộc tính

- $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow CD\}$ , vì  $A \rightarrow CD$  được suy diễn từ  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$ 
  - $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$  (luật bắc cầu)
  - $A \rightarrow C, A \rightarrow D \Rightarrow A \rightarrow CD$  (luật hợp).
- $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$ , vì  $AC \rightarrow D$  được suy diễn từ  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$ 
  - $A \rightarrow B, A \rightarrow D \Rightarrow A \rightarrow BD$  (luật hợp)
  - $A \rightarrow BD \Rightarrow AC \rightarrow BCD$  (luật tăng trưởng)
  - $AC \rightarrow BCD \Rightarrow AC \rightarrow D$  (luật phân rã).

# Tập PTH tối thiểu

---

- Tập PTH  $F$  là tối thiểu nếu thỏa các điều kiện sau:
  - Mọi PTH của  $F$  chỉ có một thuộc tính ở vế phải.
  - Không thể thay  $X \rightarrow A$  thuộc  $F$  bằng  $Y \rightarrow A$  với  $Y \subset X$  mà tập mới tương đương với  $F$ .
  - Nếu bỏ đi một PTH bất kỳ trong  $F$  thì tập PTH còn lại không tương đương với  $F$ .
- Phủ tối thiểu của tập PTH  $E$  là tập PTH tối thiểu  $F$  tương đương với  $E$ .
- Nhận xét
  - Mọi tập PTH có ít nhất một phủ tối thiểu.

# Thuật toán tìm tập PTH tối thiểu

---

- Input: tập PTH E.
- Output: phủ tối thiểu F của E.
- Thuật toán:
  - B1:  $F = \emptyset$
  - B2: Với mọi  $X \rightarrow Y \in E$ ,  $Y = \{A_1, \dots, A_k\}$ ,  $A_i \in U$ 
    - $F = F \cup \{X \rightarrow \{A_i\}\}$
  - B3: Với mỗi  $X \rightarrow \{A\} \in F$ ,  $X = \{B_1, \dots, B_m\}$ ,  $B_i \in U$ 
    - Với mỗi  $B_i$ , nếu  $B_i \in (X - \{B_i\})_F^+$  thì
      - $F = (F - \{X \rightarrow \{A\}\}) \cup \{(X - \{B_i\}) \rightarrow \{A\}\}$
  - B4: Với mỗi  $X \rightarrow \{A\} \in F$ 
    - $G = F - \{X \rightarrow \{A\}\}$
    - Nếu  $A \in X_G^+$  thì  $F = F - \{X \rightarrow \{A\}\}$ .



# Ví dụ tìm tập PTH tối thiểu

---

- Tìm phủ tối thiểu của

$$E = \{A \rightarrow BC, A \rightarrow B, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}$$

- $B1: F = \emptyset.$

- $B2: F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}.$

- $B3: \text{Xét } AB \rightarrow C$

- $(A)_F^+ = ABC \text{ chứa } B \Rightarrow B \text{ dư thừa}$

- $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow C\}.$

- $B4:$

- $A \rightarrow C \text{ thừa do } A_{F-\{A \rightarrow C\}}^+ = ABC \text{ chứa } C$

- $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}.$

# Ví dụ tìm tập PTH tối thiểu

---

- Tìm phủ tối thiểu của  
 $F1 = \{A \rightarrow C, AB \rightarrow C, B \rightarrow EG, BE \rightarrow D, C \rightarrow H, A \rightarrow H\}$

# Ví dụ tìm tập PTH tối thiểu

---

- Tìm phủ tối thiểu của  
 $F1 = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow DE, B \rightarrow M, M \rightarrow GH, D \rightarrow IJ\}$

# Siêu khóa và Khóa

---

## □ Cho $R(U)$

- $S \subseteq U$  là siêu khóa nếu  $\forall r \in R, \forall t_1, t_2 \in r, t_1 \neq t_2$  thì  $t_1[S] \neq t_2[S]$ .
- $K \subseteq U$  là khóa nếu  $K$  là siêu khóa nhỏ nhất.
  - $A \in K$  được gọi là thuộc tính khóa.

## □ Nhận xét

- $S$  xác định hàm tất cả các thuộc tính của  $R$ .
- $R$  có thể có nhiều khóa.

# Xác định khóa của lược đồ

---

- Input: tập PTH  $F$  xác định trên lược đồ  $R(U)$ .
- Output : khóa  $K$  của  $R$ .
- Thuật toán
  - $B1$ :
    - $K = U = \{A_1, \dots, A_n\}$
    - $i = 1$ ;
  - $B2$ :
    - Nếu  $U \subseteq (K - \{A_i\})_F^+$  thì  $K = K - \{A_i\}$ .
    - $i = i + 1$ ;
    - Nếu  $i > n$  thì sang  $B3$ . Ngược lại, tiếp tục  $B2$ .
  - $B3$ :
    - Output  $K$ .

# Ví dụ tìm khóa của lược đồ

---

- Cho  $R(U)$ ,  $U = \{A, B, C, D, E, F, G\}$ .
  - $F = \{B \rightarrow A, D \rightarrow C, D \rightarrow BE, DF \rightarrow G\}$ .
- Tìm khóa của  $R$ 
  - B1:
    - $K = ABCDEFG$ .
  - B2:
    - Lặp 1:  $(BCDEFG)_F^+ = BCDEFGA \Rightarrow K = BCDEFG$ .
    - Lặp 2:  $(CDEFG)_F^+ = CDEFGBA \Rightarrow K = CDEFG$ .
    - Lặp 3:  $(DEFG)_F^+ = DEFGCBA \Rightarrow K = DEFG$ .
    - Lặp 4:  $(EFG)_F^+ = EFG$ .
    - Lặp 5:  $(DFG)_F^+ = DFGCBEA \Rightarrow K = DFG$ .
    - Lặp 6:  $(DG)_F^+ = DGCBEA$ .
    - Lặp 7:  $(DF)_F^+ = DFCBEAG \Rightarrow K = DF$ .
  - B3:
    - Khóa là  $K = DF$ .

# Ví dụ tìm tất cả khóa của lược đồ

---

- Cho  $R(U)$ ,  $U = \{A, B, C, D, E, F\}$ .
  - $F = \{AE \rightarrow C, CF \rightarrow A, BD \rightarrow F, AF \rightarrow E\}$ .
- Tìm 1 khóa của lược đồ trên?

# Ví dụ tìm tất cả khóa của lược đồ

---

- Cho  $R(U)$ ,  $U = \{A, B, C, D, E, F\}$ .
  - $F = \{AE \rightarrow C, CF \rightarrow A, BD \rightarrow F, AF \rightarrow E\}$ .
- Hỏi ABD có phải là 1 khóa của lược đồ hay không? Vì sao?



# Xác định tất cả khóa của lược đồ

---

- Input: tập PTH  $F$  xác định trên lược đồ  $R(U)$ .
- Output: tất cả khóa của  $R$ .
- Thuật toán
  - **B1:**
    - Xây dựng  $2^n$  tập con của  $U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
    - $S = \{\}$ ;
  - **B2:**
    - Với mỗi tập con  $X \subseteq U$
    - Nếu  $U \subseteq X_F^+$  thì  $S = S \cup \{X\}$
  - **B3:**
    - $\forall X, Y \in S$ , nếu  $X \subset Y$  thì  $S = S - \{Y\}$
  - **B4:**
    - $S$  là tập các khóa của  $R$

# Ví dụ tìm tất cả khóa của lược đồ

- Cho  $R(U)$ ,  $U = \{A, B, C, D, E, F\}$ .
  - $F = \{AE \rightarrow C, CF \rightarrow A, BD \rightarrow F, AF \rightarrow E\}$ .
- Tìm tất cả khóa của  $R$ 
  - Tập siêu khóa
    - $S = \{ABD, BCD, ABCD, ABDE, BCDE, ABCDE, ABDF, BCDF, ABCDF, ABDEF, BCDEF, ABCDEF\}$ .

