Chương 1: Logic cơ sở

Bài 1, Chứng minh các công thức mệnh đề sau là các hằng đúng (không dùng bảng chân lý):

a, $p \to (p \vee q)$

b, $(p \wedge q) \to (p \to q)$

c, $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$

d, $((p \to q) \wedge p) \to q$

e, $((p \vee q) \to (q \to \overline{u})) \vee u$

f, $\neg(p \to q) \to \neg q$

g, $\neg((p \oplus r) \to (q \vee \neg r)) \to \neg(p \leftrightarrow r)$

h, $(\neg p \wedge (p \vee q)) \to q$

i, $((p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)) \to r$

j, $(((p \vee q) \to (q \to \overline{u})) \wedge (q \wedge u)) \to (\overline{p} \wedge \overline{q})$

k, $((r \leftrightarrow u) \wedge \overline{r}) \to (\overline{u} \vee \overline{q})$

Bài 2, Xác định xem các công thức sau là hằng đúng, hằng sai, hay thỏa được(không dùng bảng chân lý):

a, $(p \to q) \to (u \to \neg q)$

b, $(p \vee q \vee u) \to (p \wedge q \wedge u)$

c, $((p \to q) \wedge u) \to (q \to t)$

d, $(p \wedge q \wedge u) \to (q \vee t)$

Bài 3, Chứng minh các công thức sau tương đương (không dùng bảng chân lý):

a, $A1 = (p \to q) \to u$ và $A2 = (p \wedge \neg q) \vee u$

b, $B1 = ((p \to q) \to u) \to (\neg q \to u) = T$ và $B2 = ((\neg p \vee q) \wedge \neg u) \vee q \vee u$

c, $C1 = (p \vee q) \to p$ và $C2 = q \to p$

d, $D1 = ((p \oplus q) \to r) \to (\neg p \vee r)$ và $D2 = (p \wedge \neg r) \to ((p \oplus q) \wedge \neg r)$

e, $E1 = p \leftrightarrow q$ và $E2 = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

f, $F1 = \neg(p \leftrightarrow q)$ và $F2 = \neg p \leftrightarrow q$

g, $G1 = (((p \oplus q) \to \overline{u}) \wedge \overline{q \leftrightarrow p}) \vee u$ và $G2 = (u \vee (p \wedge \overline{q})) \vee (q \wedge \overline{p})$

Bài 4, Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề, hãy biểu diễn nó thành công thức

loogic tương ứng.
a) Hà Nội là thủ đô của Mỹ
b) Hãy biết tận dụng tài nguyên thời gian của bạn
c) Linh học toán có giỏi không?
d) Nếu bạn đi học bằng xe máy thì hãy mang theo bằng lái.
e) Bạn sẽ đến lớp đúng giờ khi và chỉ khi bạn đi bằng xe máy.
f) Mọi học sinh khoa Công nghệ thông tin đều học môn Toán rời rạc
g) Số nguyên x là số dương.
h) Số nguyên lẻ không chia hết cho 2.
i) Mọi số nguyên đều chia hết cho số nguyên y
j) Tồn tại số nguyên chia hết cho số y
k) Có những sinh viên khoa Công nghệ thông tin không học môn Xử lý ảnh.
l) Điều kiện cần để Nam được chọn đi học là Nam phải biết tiếng Anh hoặc tiếng Nhật.
m) $\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \exists z Q(z)$
n) $\forall x \exists y (Q(x, y, z) \wedge P(x))$

Bài 5, Tìm dạng chuẩn tắc tuyển hoàn toàn của các công thức sau:
a, $(p \oplus (\neg p \rightarrow q)) \vee u$
b, $((p \rightarrow q) \rightarrow u) \rightarrow ((q \vee \neg u) \rightarrow u)$
c, $(p \wedge q \rightarrow u) \rightarrow ((q \vee \neg p) \rightarrow u \wedge p)$
d, $((p \rightarrow \neg q) \vee (u \vee \neg p \oplus q)) \leftrightarrow p$

Bài 6, Chứng minh các tương đương sau (không dùng bảng chân lý):
1.$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$
2. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
3. $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$
4. $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$
5. $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q})$

Bài 7, Cho P(x) là vị từ "x học trêm lớp nhiều hơn 6 giờ một ngày". Hãy diễn đạt các lượng từ sau thành những câu thông thường:
a) $\exists$ x P(x)
c) $\forall$ x P(x)
b) $\exists$ x $\neg$P(x)
d) $\forall$ x $\neg$P(x)

Bài 8, Cho P(x) là vị từ "x nói được tiếng Nga" và Q(x) là vị từ "x biết ngôn ngữ C++". Hãy diễn đạt
các câu sau bằng cách dùng P(x), Q(x), các lượng từ và các phép toán logic. Cho không

gian của
các lượng từ là tập tất cả các sinh viên trong trường.
a, Có một sinh viên trong trường nói được tiếng Nga và biết ngôn ngữ C++
b, Có một sinh viên trong trường nói được tiếng Nga nhưng không biết ngôn ngữ C++
c, Mọi sinh viên trong trường đều nói được tiếng Nga hoặc biết ngôn ngữ C++
d, Không có sinh viên nào trong trường nói được tiếng Nga hoặc biết C++

Bài 9, Cho Q(x,y) là vị từ “x+y = x-y” .Nếu không gian của hai biến là tập các số nguyên. Hãy xác định
giá trị chân lí của các mệnh đề sau

a, Q(1,1) b, Q(2,0) c, $\forall$ y Q(1,y)
d, $\exists$ x Q(x,2) e, $\exists$ y$\forall$ x Q(x,y) f, $\forall$ x$\forall$ y Q(x,y)

Bài 10, Cho Q(x,y,z) là câu: “x+y=z” trên vũ trụ khẳng định là tập số nguyên. Xác định giá trị chân lý của $\forall x \forall y \exists z Q(x, y, z)$ và $\exists z \forall x \forall y Q(x, y, z)$.

Bài 11, Cho P(x), Q(x), R(x) lần lượt là các vị từ “ x là giáo sư”, “x là kẻ ngu dốt” , “x là kẻ vô tích sự”. Bằng cách dùng các lượng từ và các phép toán logic cùng với P(x), Q(x), R(x) diễn đạt các câu sau, biết không gian là tập thể loài người:
a) Không có giáo sư nào là kẻ ngu dốt
b) Mọi kẻ ngu dốt đều vô tích sự
c) Không có giáo sư nào là vô tích sự

Bài 12, Cho L(x,y) là vị từ “x yêu y”, với không gian là tập hợp mọi người trên thế giới. Hãy dùng các
lượng từ để diễn đạt các câu sau:
a) Mọi người đều yêu Hoa.
b) Có một người mà Hạnh không yêu.
c) Không có ai yêu tất cả mọi người.
d) Tồn tại một người yêu tất cả mọi người nhưng không yêu chính mình.

Bài 13, Giả sử không gian của hàm vị từ P(x,y) là AxA với A={1,2,3}. Dùng các phép toán hội và tuyển viết các mệnh đề sau:

a, $\exists x P(x,3)$ b, $\forall y P(1, y)$

c, $\exists x \forall y P(x, y)$ d, $\forall x \forall y P(x, y)$

Bài 14, Hãy tối thiểu hóa các hàm Boole sau bằng phương pháp Quine-McCluskey.
a, $x\bar{y}zt + \bar{x}y\bar{z}t + x\,\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{y}zt + x\,y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\,yzt + xyzt + \bar{x}\,y\bar{z}\bar{t} + xyz\bar{t} + \bar{x}\,yz\bar{t} + x\,\bar{y}z\bar{t}$

b, $x\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
c, $x\bar{y}zt + \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t} + x\,\bar{y}\bar{z}\mathrm{t} + \bar{x}\bar{y}zt + x\,\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \mathrm{x}\,yzt + \bar{x}yz\bar{t} + \bar{x}\,y\bar{z}\bar{t} + xyz\bar{t} + \bar{x}\,\bar{y}z\bar{t} + x\,\bar{y}z\bar{t}$

Bài 15, Dùng logic vị từ để biểu diễn các câu sau:
a, Tất cả các sinh viên tin học đều cần phải học môn toán rời rạc
b, Có một sinh viên ở lớp này đã có máy vi tính
c, Tất cả các sinh viên ở lớp này đều đã học ít nhất một môn về tin học
d, Có một sinh viên của lớp này đã học ít nhất một môn về tin học
e, Mỗi sinh viên của lớp này ở một nhà trong ký túc xá
f, Có một sinh viên của lớp này đã ở tất cả các phòng của ít nhất một nhà trong ký túc xá
g, Tất cả sinh viên của lớp này ít nhất đã ở một phòng trong tất cả các nhà của ký túc xá

Bải 16, Các suy luận sau có đúng không? Nêu có thì chỉ ra luật suy diễn được dùng?
a, Hà giỏi môn toán. Do đó Hà giỏi môn toán và môn tin.
b, Nam giỏi môn toán. Do đó Nam giỏi môn toán hoặc môn tin.
c, Nếu hôm nay tuyết rơi thì trường học sẽ đóng cửa. Hôm nay trường học không đóng cửa. Do vậy hôm nay đã không có tuyết rơi.

Bài 17, Trong các suy luận sau, suy luận nào là đúng? vì sao?
a, Nếu bạn giải hết các bài tập trong cuốn sách này thì bạn sẽ nắm vững toán rời rạc. Bạn đã nắm vững toán rời rạc.
Vậy thì bạn đã giải hết mọi bài tập trong cuốn sách này.
b, Nếu bạn giải hết các bài tập trong cuốn sách này thì bạn sẽ nắm vững toán rời rạc. Bạn đã giải hết mọi bài tập trong cuốn sách này.
Vậy thì bạn đã nắm vững toán rời rạc
c, Nếu bạn giải hết các bài tập trong cuốn sách này thì bạn sẽ nắm vững toán rời rạc. Bạn không giải hết bài tập trong cuốn sách này.
Vậy thì bạn không nắm vững toán rời rạc.

Bài 18, Xác định xem mỗi suy luận sau có cơ sở không? Nếu một suy luận có cơ sở thì chỉ ra quy tắc
suy luận mà nó sử dụng, ngược lại chỉ ra vì sao nó không có cơ sở?

a, Nếu n là một số thực lớn hơn 1 thì n2 > 1. Giả sử n2 > 1. Khi đó n>1
b, Nếu n là một số thực lớn hơn 3 khi đó n2 >9. Giả sử n2 ≤ 9. Khi đó n ≤ 3
c, Nếu n là một số thực lớn hơn 2 khi đó n2 > 4. Giả sử n ≤ 2. Khi đó n2 ≤ 4

Bài 19, Hãy tìm dạng chuẩn tắc tuyển hoàn toàn của các hàm Boole dưới đây, sau đó hãy tối thiểu hóa các hàm
Boole đó.

a, $(x \vee (\overline{x} \oplus y)) \to ((\overline{z} \wedge y) \leftrightarrow z)$

b, $((x \vee (\overline{y} \leftrightarrow z)) \wedge (y \oplus \overline{x})) \to (y \vee \overline{x})$