

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10
“ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО
ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ”
Вариант - 1

Выполнил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"__" _____ 20__г. Санкт-Петербург, 20__г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты "__" _____ 20__г.

Задание

Цель работы - изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Необходимо по известной модели электромеханического объекта (ЭМО) построить схему и провести математическое моделирование при различных параметрах системы. Функциональная схема исследуемого объекта представлена на рисунке 1.

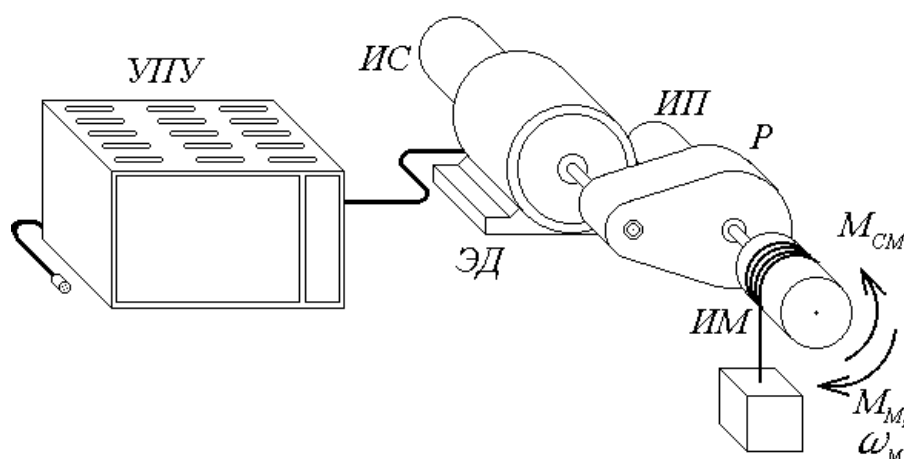


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Усилительно-преобразовательное устройство (УПУ) описывается следующим уравнением:

$$T_y \dot{U}_y + U_y = K_y U \quad (1)$$

УПУ подключается к электродвигателю (ЭД) - двигателю постоянного тока (ДПТ), к которому подключен исполнительный механизм (ИМ) через редуктор (Р) с целью снизить момент на роторе двигателя. Описанную систему можно описать следующими уравнениями.

$$T_{\text{я}} \dot{I} + I = K_{\text{д}}(U_y + K_e \omega_M i_p) \quad K_{\text{м}} - \frac{M_{\text{сМ}}}{i_p} = J_{\Sigma} \dot{\omega}_M i \quad J_{\Sigma} = J_{\text{д}} + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} \quad (2)$$

Изменяя параметры $M_{\text{сМ}}$, i_p , J_M , $T_{\text{я}}$ и T_y необходимо получить графики переходных процессов и сравнить их.

В таблице 1 представлены исходные данные для моделирования ДПТ.

Таблица 1 – Исходные данные.

$U_{\text{н}}$	n_0	$I_{\text{н}}$	$M_{\text{н}}$	R	$T_{\text{я}}$	$J_{\text{д}}$	T_y	i_p	J_M
В	об/мин	А	Н·м	Ом	мс	кг·м ²	мс		кг·м ²
27	600	1.4	0.6	6.6	6	$1.5 \cdot 10^{-3}$	4	15	0.05

1 Расчет параметров моделирования

По исходным данным можно рассчитать некоторые параметры моделирования.

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{27}{10} = 2.7$$

$$w_0 = n_0 \frac{\pi}{30} = 62.8$$

$$K_e = \frac{U_H}{w_0} = 0.43$$

$$K_d = \frac{1}{R} = 0.15$$

$$K_M = \frac{M_H}{I_H} = 0.43$$

$$J_\Sigma = 1.2J_d + \frac{J_M}{i_p^2} = 2 \cdot 10^{-3}$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств можно найти предварительно промоделировав систему и выбрав максимальное время моделирования. В итоге получим следующие значения коэффициентов:

$$K_U = \frac{\hat{U}_{y_{max}}}{U_H} = \frac{10}{27} = 0.37$$

$$K_I = \frac{\hat{I}_{max}}{I_{max}} = \frac{10}{1.1} = 9.09$$

$$K_\omega = \frac{\hat{\omega}_0}{\omega_{max}} = \frac{10}{62.8} = 0.16$$

$$K_\alpha = \frac{\hat{\alpha}_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{10}{0.94} = 21.3$$

2 Вывод моделей ВСВ

2.1 Модель ВСВ полной модели ЭМО

Для начала запишем все уравнения, описывающие работу ЭМО. Их возьмем из теории.

$$\begin{cases} k_m I - M_c = J_\Sigma \dot{\omega} \\ T_\pi \dot{I} + I = k_d U_y - k_d k_e \omega \\ T_y \dot{U}_y + U_y = k_y U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_m}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \\ \dot{I} = -\frac{k_d k_e}{T_\pi} \omega - \frac{1}{T_\pi} I + \frac{k_d}{T_\pi} U_y \\ \dot{U}_y = -\frac{1}{T_y} U_y + \frac{k_y}{T_y} U \end{cases} \quad (3)$$

Теперь, приняв за вектор состояния $X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_y]^T$ и $\dot{\alpha} = \omega$, получим следующую модель вход состояние выход (ВСВ).

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{k_d k_e}{T_\pi} & -\frac{1}{T_\pi} & \frac{k_d}{T_\pi} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.2 Модель ВСВ упрощенной модели ЭМО

Приравнявая в выражениях (3) T_π и T_y к 0. Получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{k_m k_d k_e}{J_\Sigma} \omega + \frac{k_m k_d k_y}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \end{cases} \quad (6)$$

И соответственно модель ВСВ:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_m k_d k_e}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_m k_d k_y}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

3 Моделирование полной модели ЭМО

На рисунке 2 представлна полная модель ДПТ.

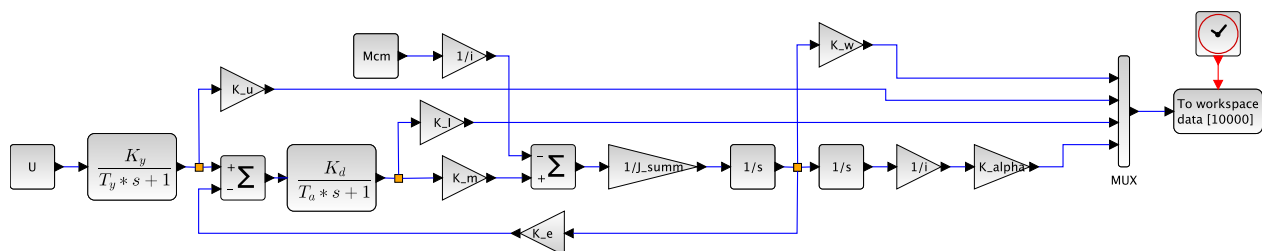


Рисунок 2 – Полная модель ЭМО

После построения модели и определения параметров моделирования можно получить графики и подсчитать соответственно время переходного процесса t_n , установившиеся угловую скорость ω_y и ток I_y .

$$t_{\text{II}} = 0.35$$

$$\omega_y = 10$$

$$I_y = 0.0031$$

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при $T_y = 6 \cdot 10^{-3}$ с и $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-3}$ с.

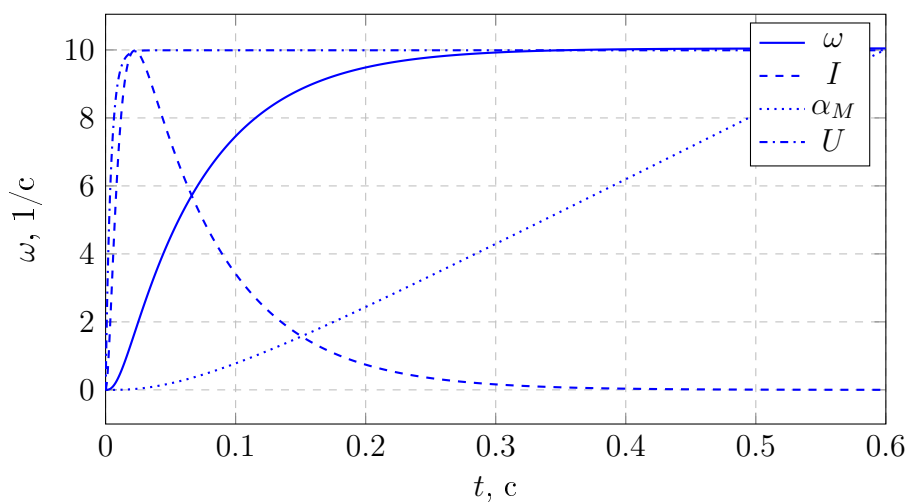


Рисунок 3 – Переходные процессы в ДПТ

4 Исследование влияния момента сопротивления M_{CM}

Ниже представлены графики переходных процессов ДПТ при различных значениях нагрузочного момента M_{CM} .

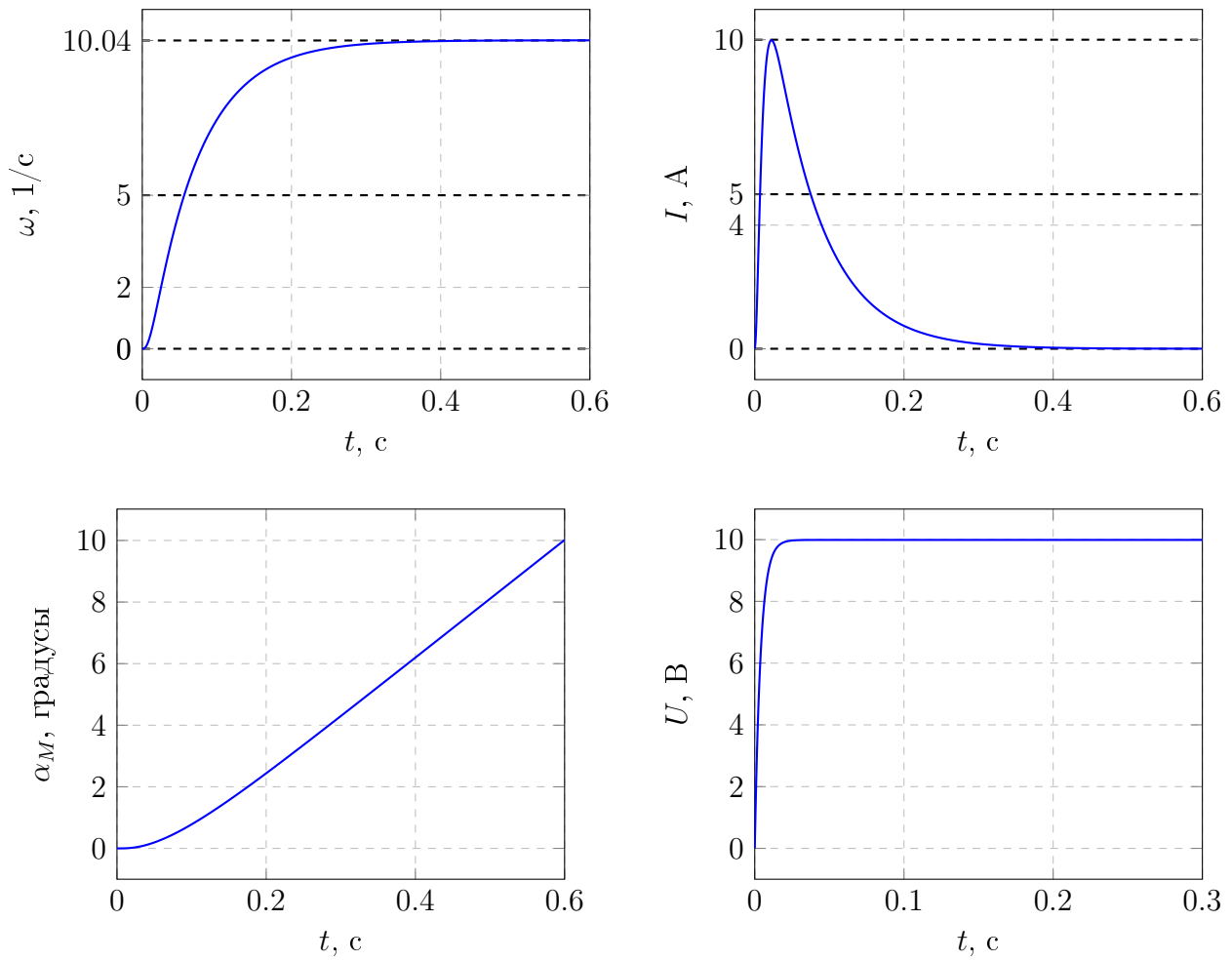


Рисунок 4 – Графики прехеходных процессов при $M_{CM} = 0$

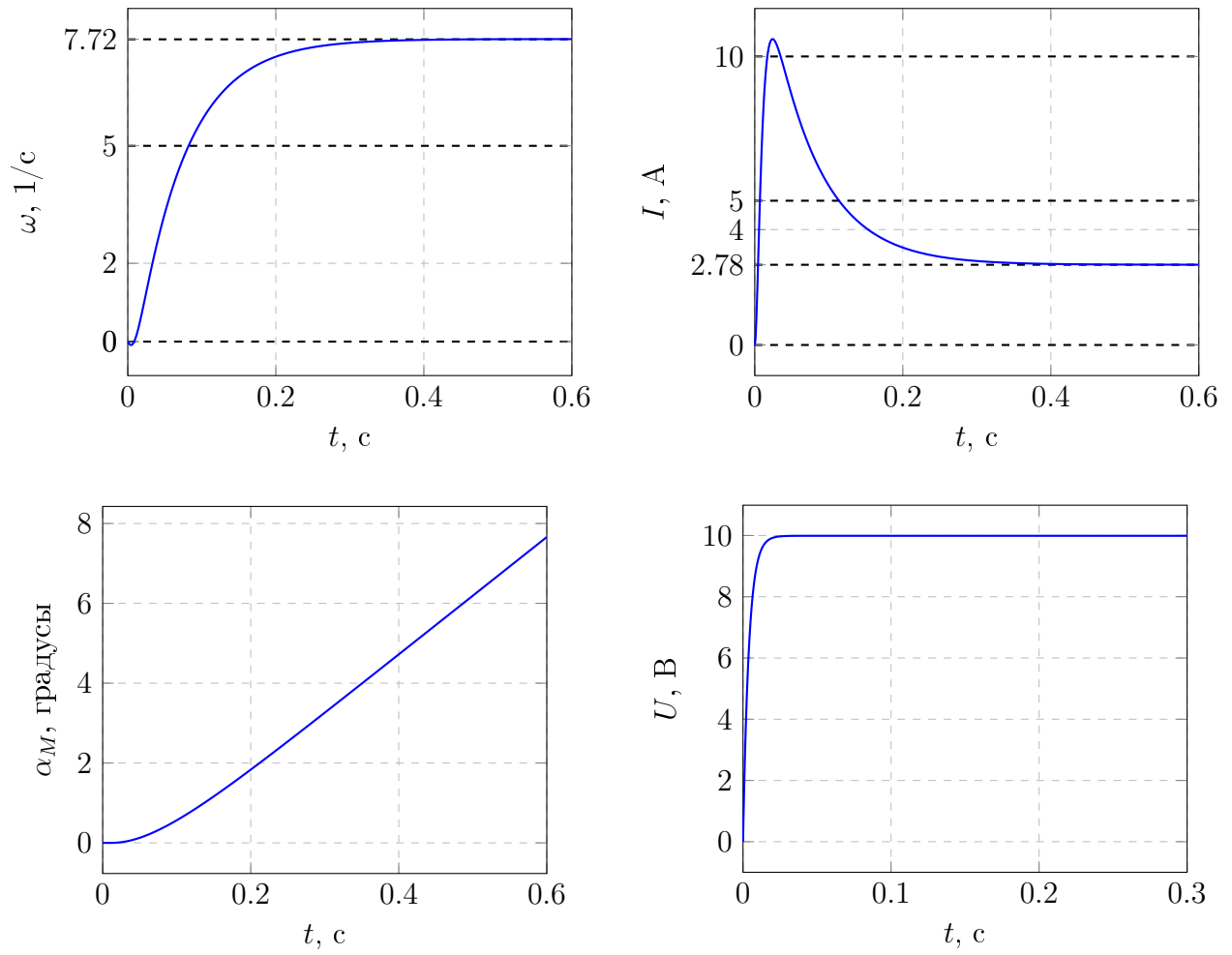


Рисунок 5 – Графики прехеходных процессов при различных $M_{CM} = 3[\text{Нм}]$

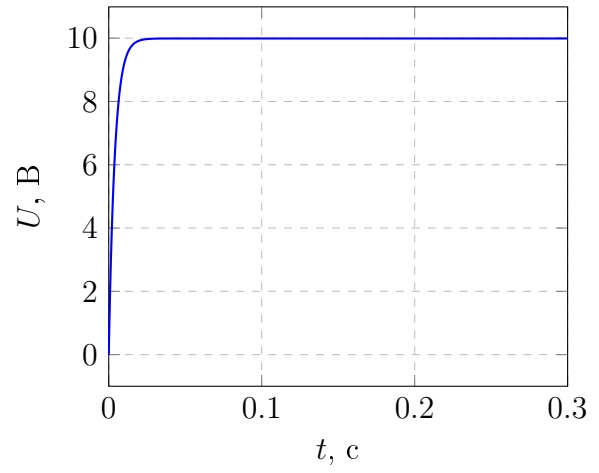
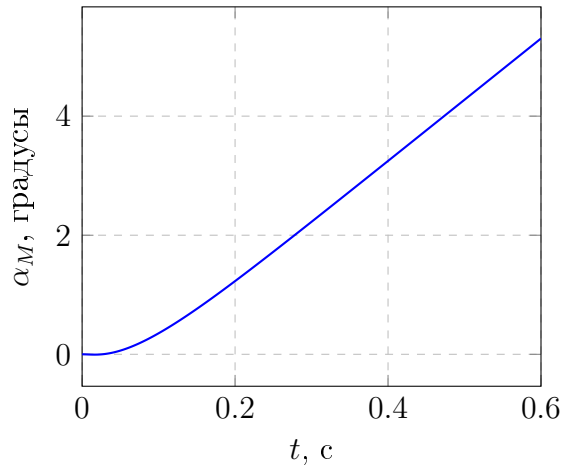
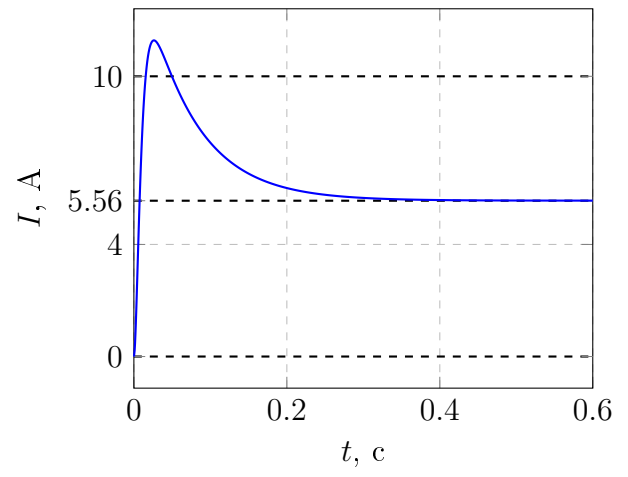
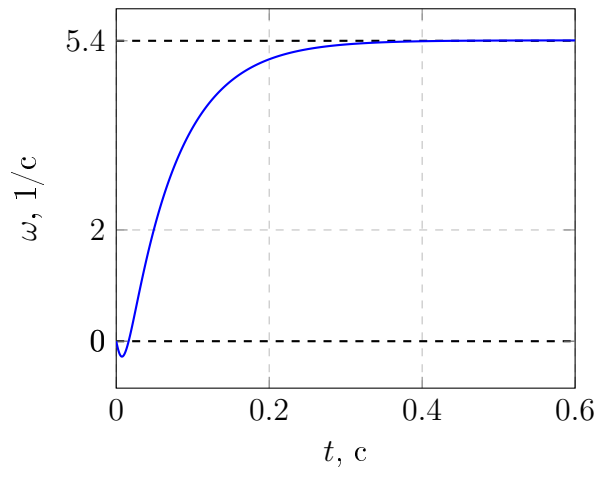


Рисунок 6 – Графики прехеходных процессов при различных $M_{CM} = 6[\text{Нм}]$

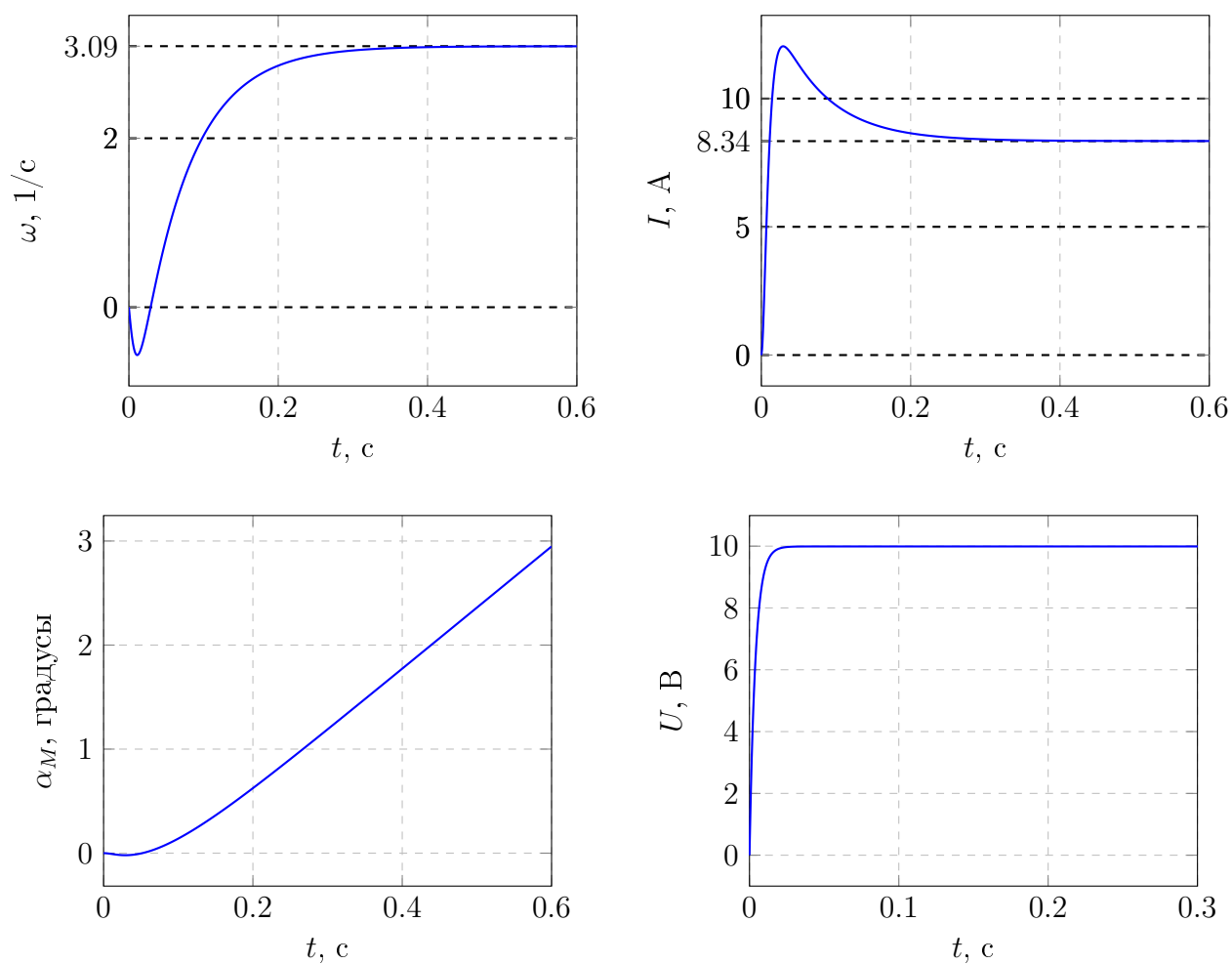


Рисунок 7 – Графики преходных процессов при различных $M_{CM} = 9[\text{Нм}]$

В ходе эксперимента, изменяя нагрузочный момент, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 2 – Данные о переходных процессах

M_{CM}	ω_y	t_n	I_y	t_n
0	10.04	0.46	$1.6 \cdot 10^{-3}$	0.48
3	7.72	0.47	2.78	0.48
6	5.4	0.47	5.56	0.5
9	3.09	0.48	8.34	0.51

5 Исследование влечения момента инерции нагрузки J_M

Ниже представлены графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки J_M .

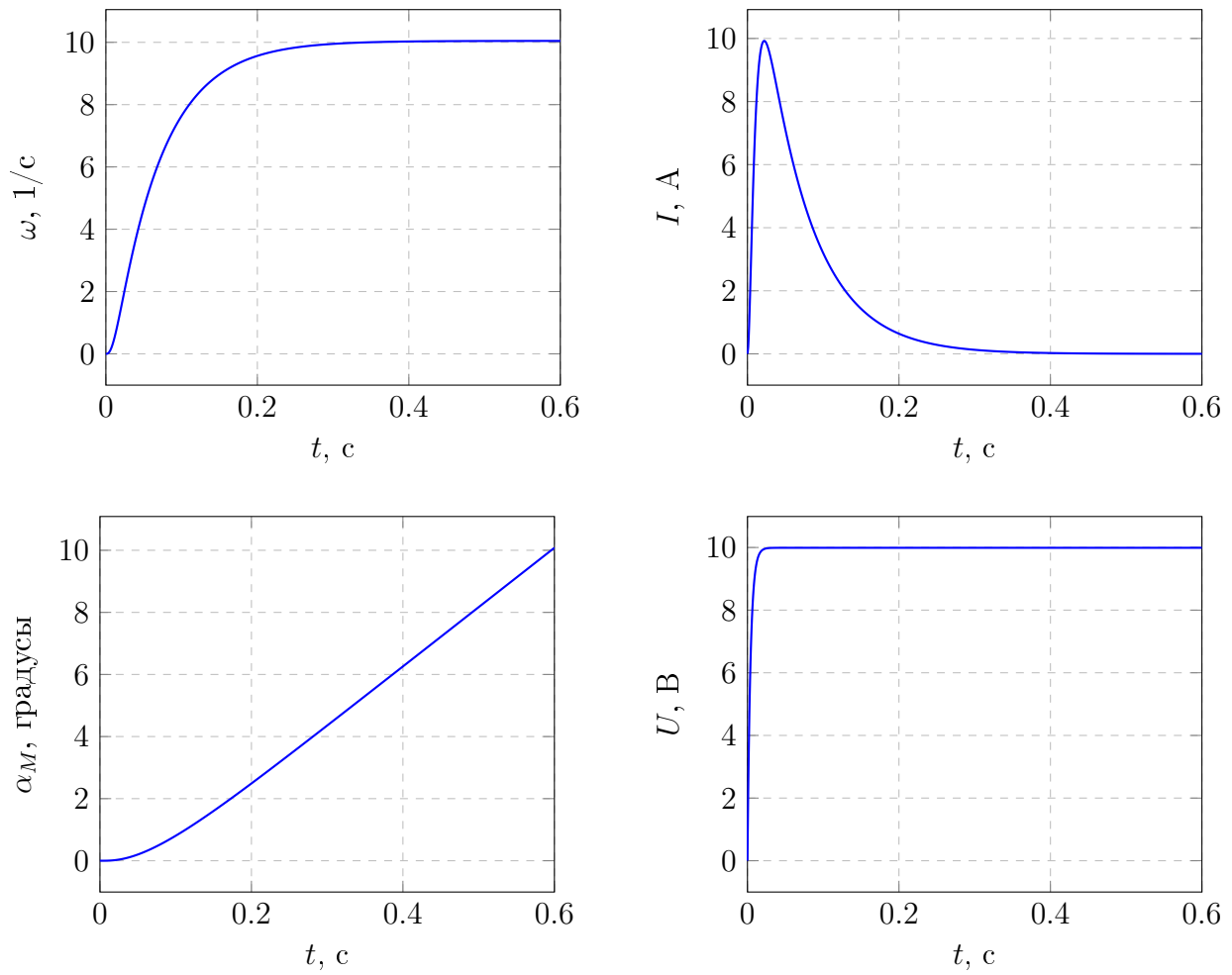


Рисунок 8 – Графики прехеходных процессов при $J_M = 0.025[\text{кгм}^2]$

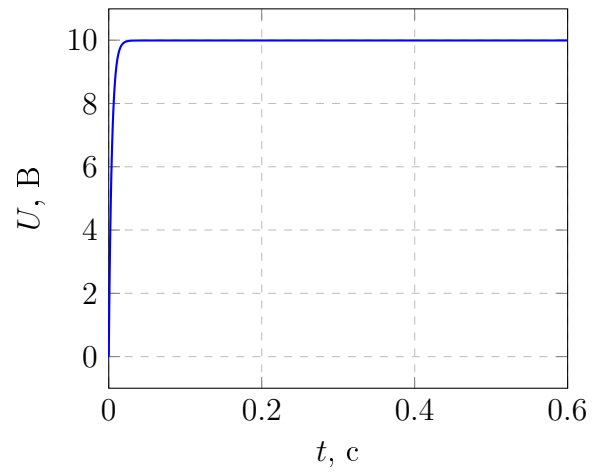
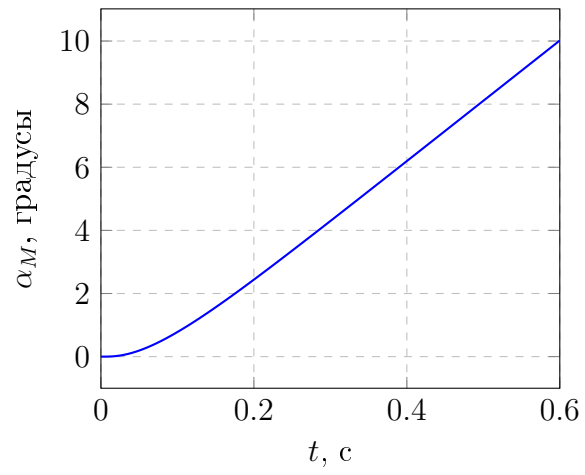
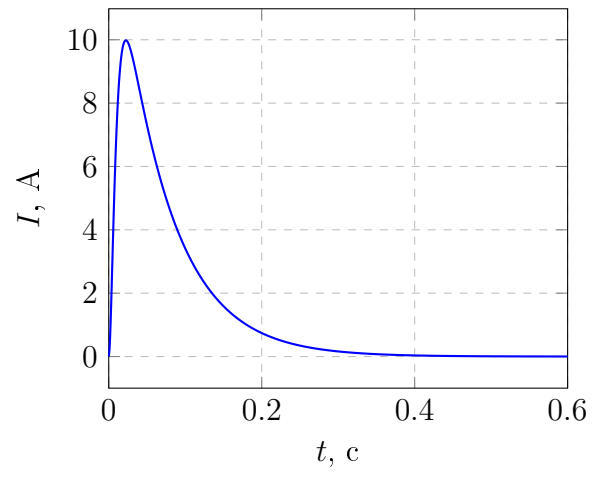
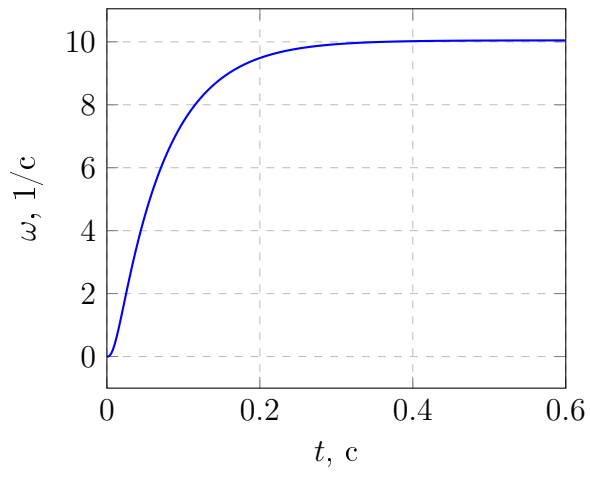


Рисунок 9 – Графики прехеходных процессов при $J_M = 0.05[\text{кг}\cdot\text{м}^2]$

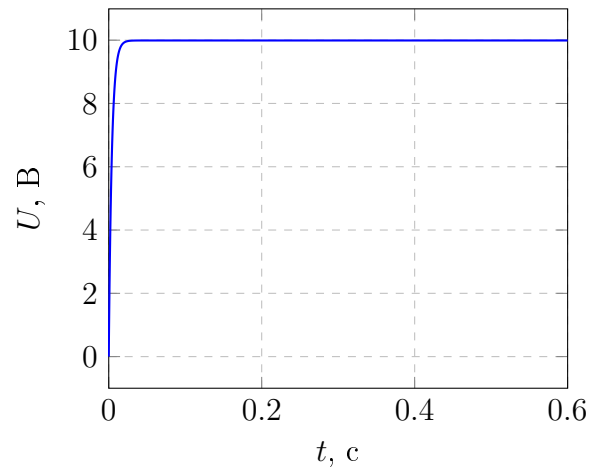
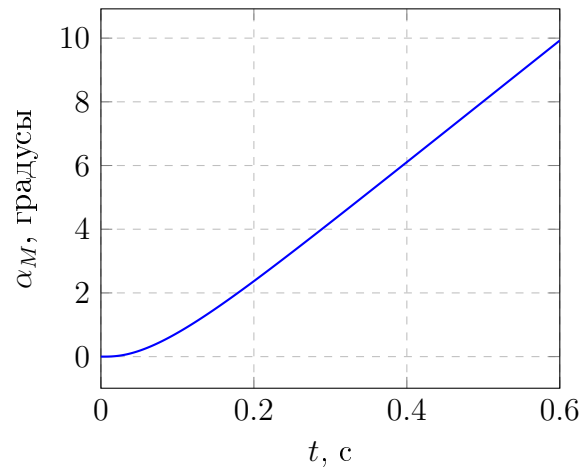
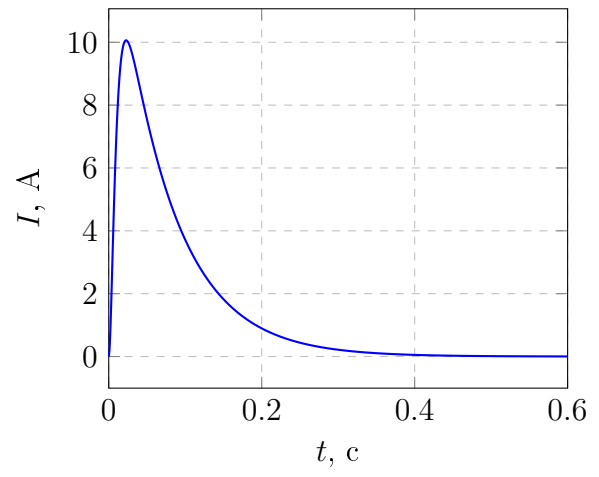
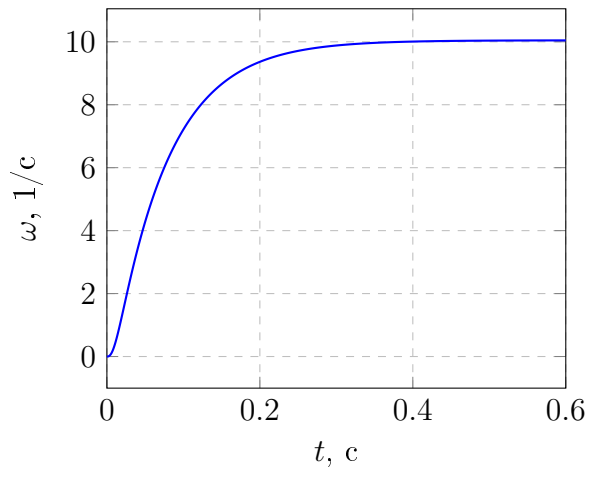


Рисунок 10 – Графики прехеходных процессов при $J_M = 0.075[\text{кг} \cdot \text{м}^2]$

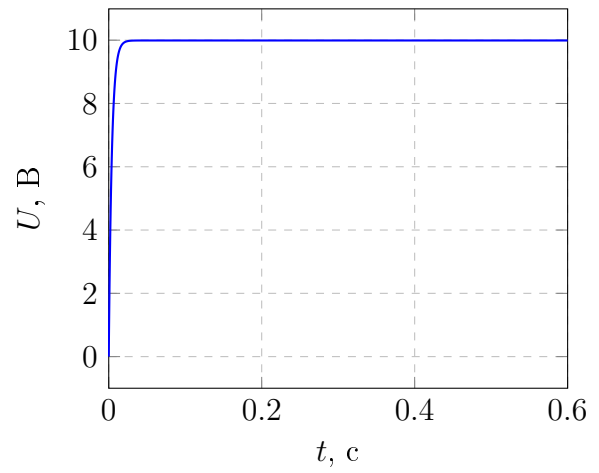
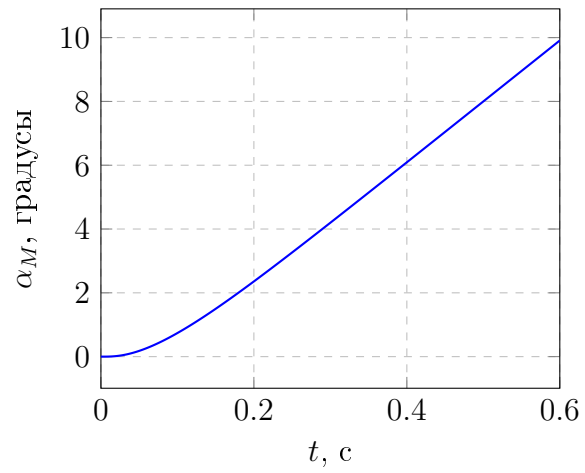
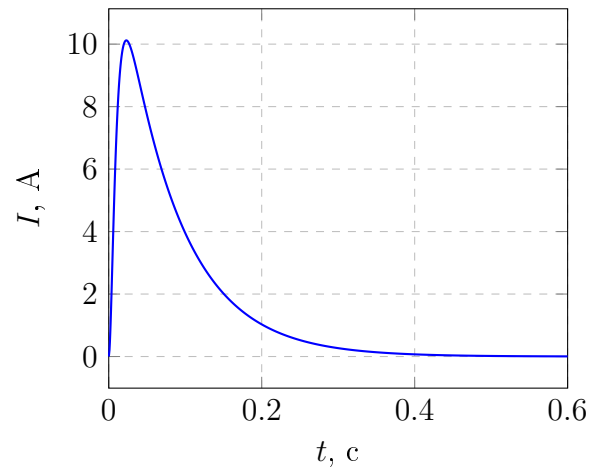
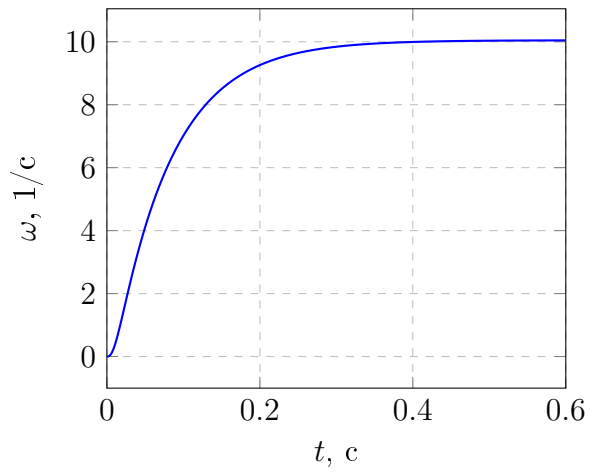


Рисунок 11 – Графики прехеходных процессов при $J_M = 0.1[\text{кг}\cdot\text{м}^2]$

В ходе эксперимента, изменяя момент инерции нагрузки, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 3 – Данные о переходных процессах

J_M	ω_y	t_{π}	I_y	t_{π}
$2.5 \cdot 10^{-2}$	10	0.35	$1 \cdot 10^{-3}$	0.42
$5 \cdot 10^{-2}$	10	0.36	$2 \cdot 10^{-3}$	0.44
$7.5 \cdot 10^{-2}$	10	0.39	$3 \cdot 10^{-3}$	0.45
0.1	10	0.41	$5 \cdot 10^{-3}$	0.46

6 Исследование влияния передаточного отношения i_p редуктора

Ниже представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = 0$.

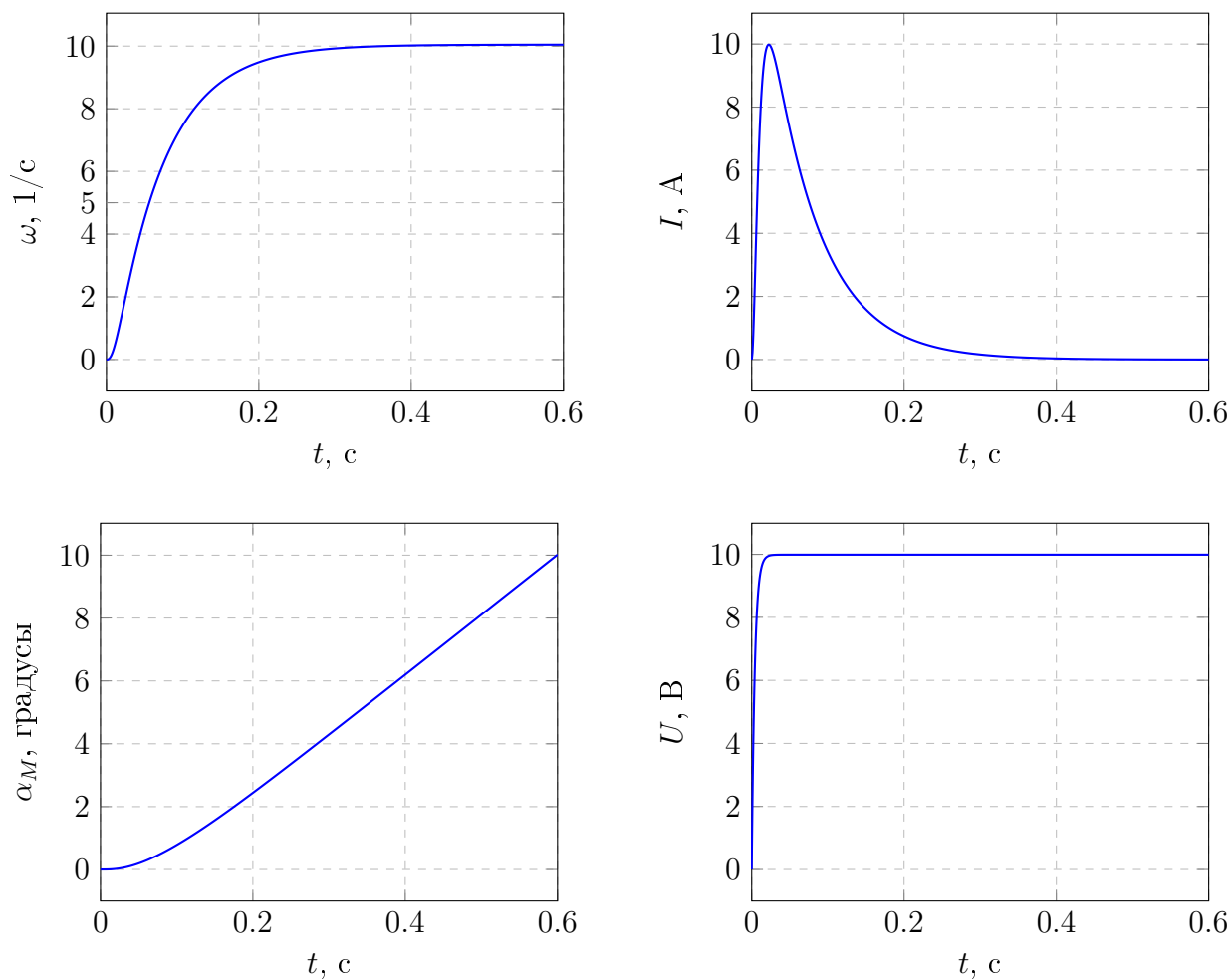


Рисунок 12 – Графики преходных процессов при $i_p = 15$

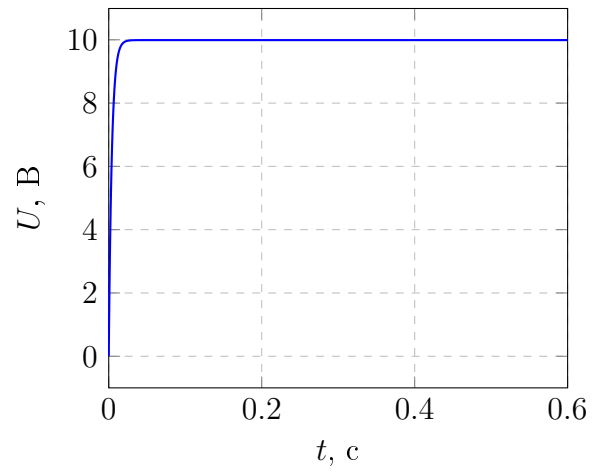
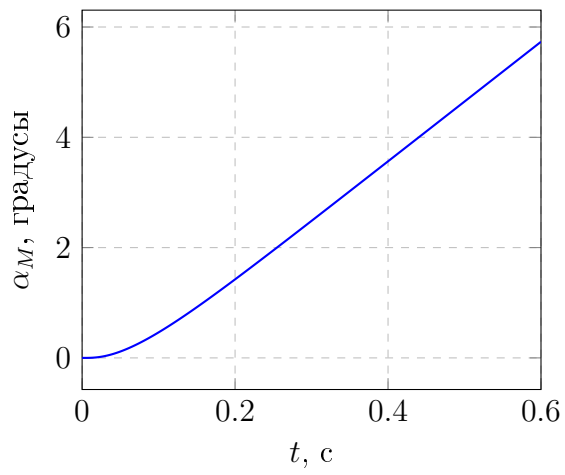
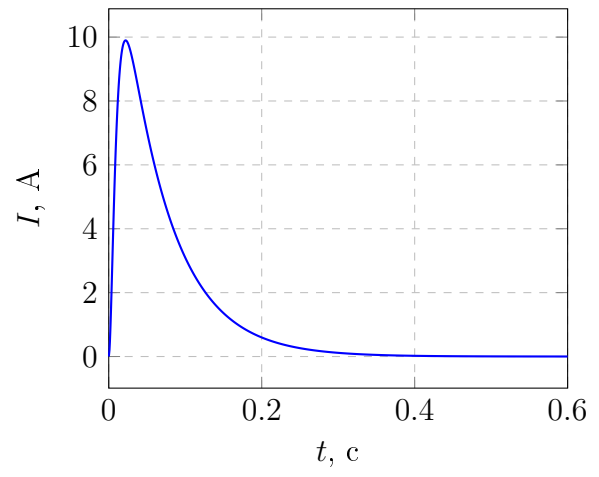
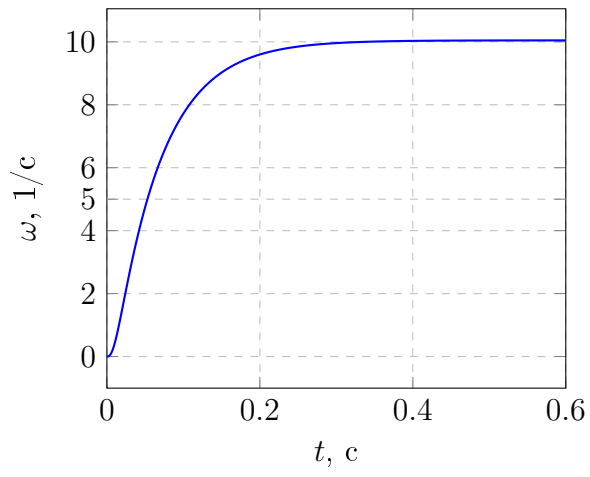


Рисунок 13 – Графики прехеходных процессов при $i_p = 26.25$

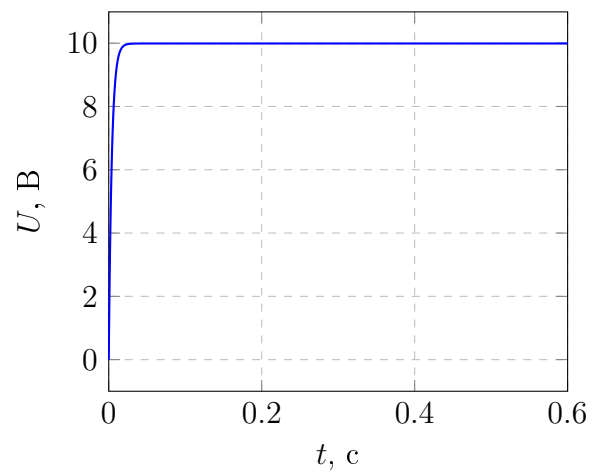
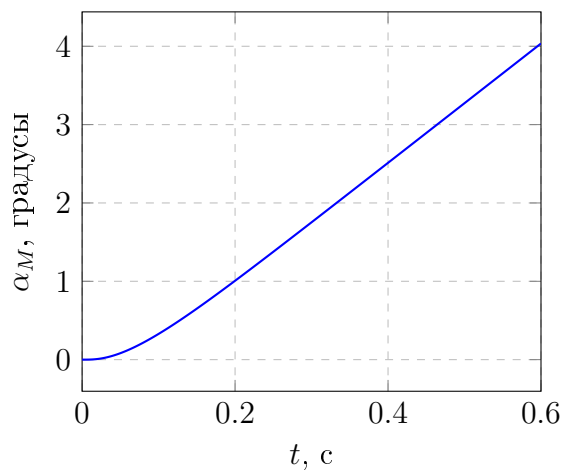
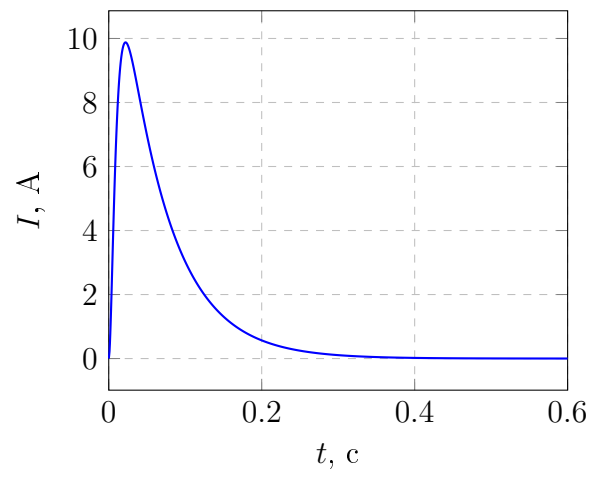
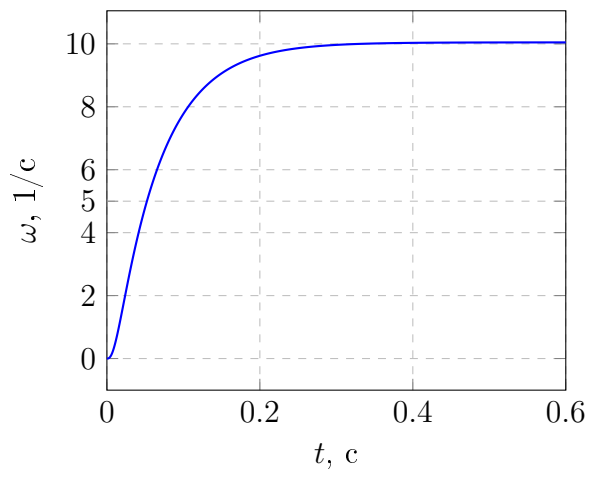


Рисунок 14 – Графики преходных процессов при $i_p = 37.5$

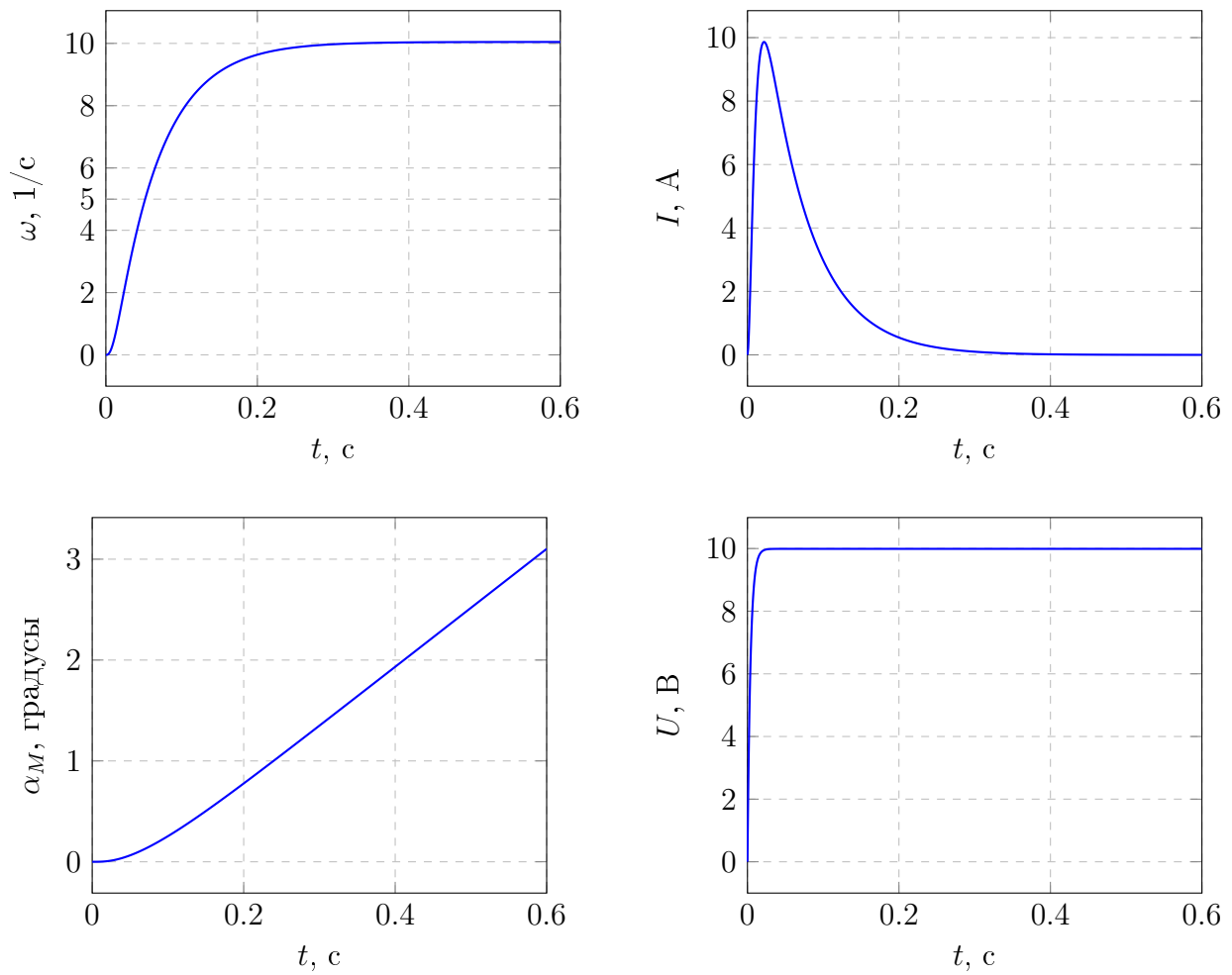


Рисунок 15 – Графики прехеходных процессов при $i_p = 48.75$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 4 – Данные о переходных процессах

i_p	ω_y	t_{π}	I_y	t_{π}
15	10	0.36	$1.7 \cdot 10^{-3}$	0.57
26.25	10	0.34	$8 \cdot 10^{-4}$	0.55
37.5	10	0.33	$7 \cdot 10^{-4}$	0.53
48.75	10	0.33	$6 \cdot 10^{-4}$	0.51

Ниже представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и не нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = M_H i_p / 2$, при $i_p = 15$.

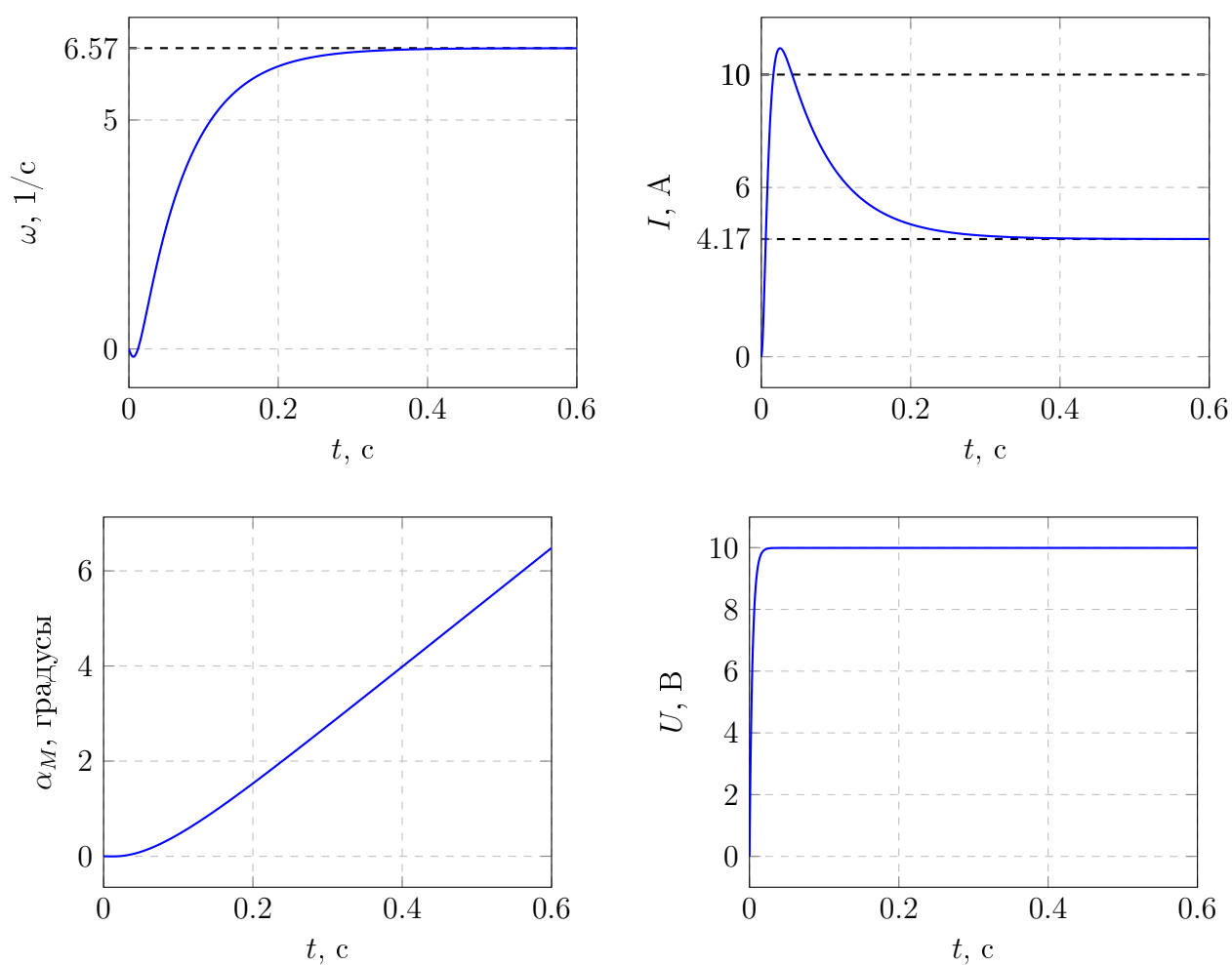


Рисунок 16 – Графики преходных процессов при $i_p = 15$

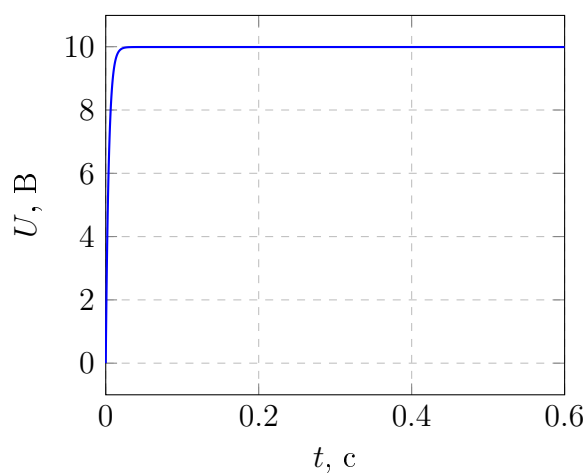
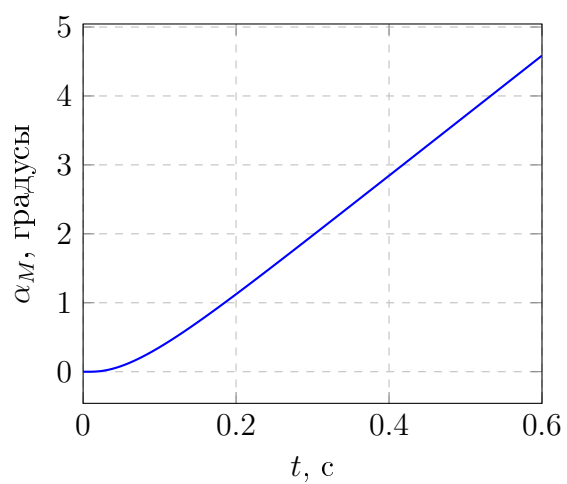
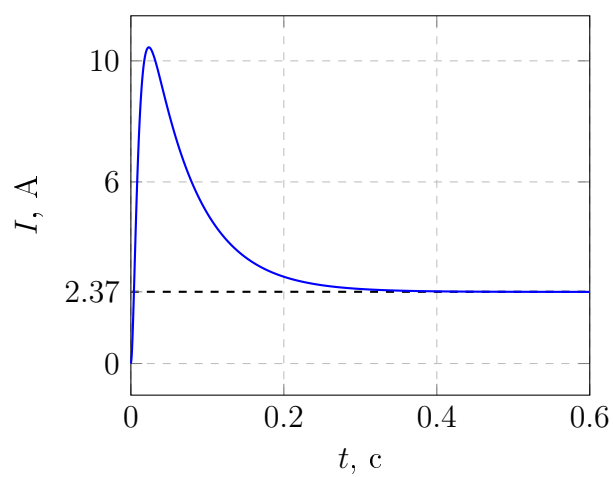
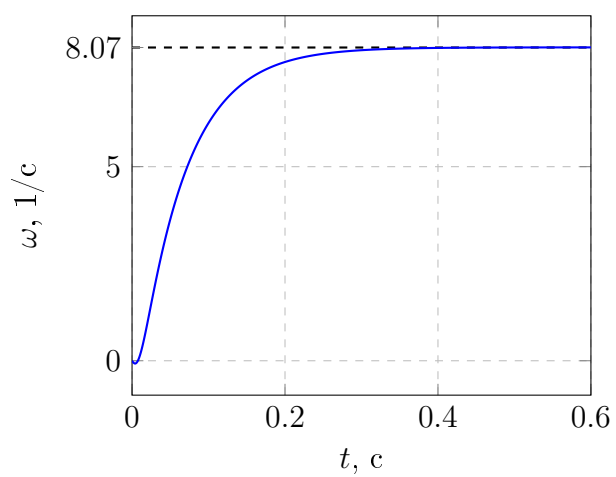


Рисунок 17 – Графики преходных процессов при $i_p = 26.25$

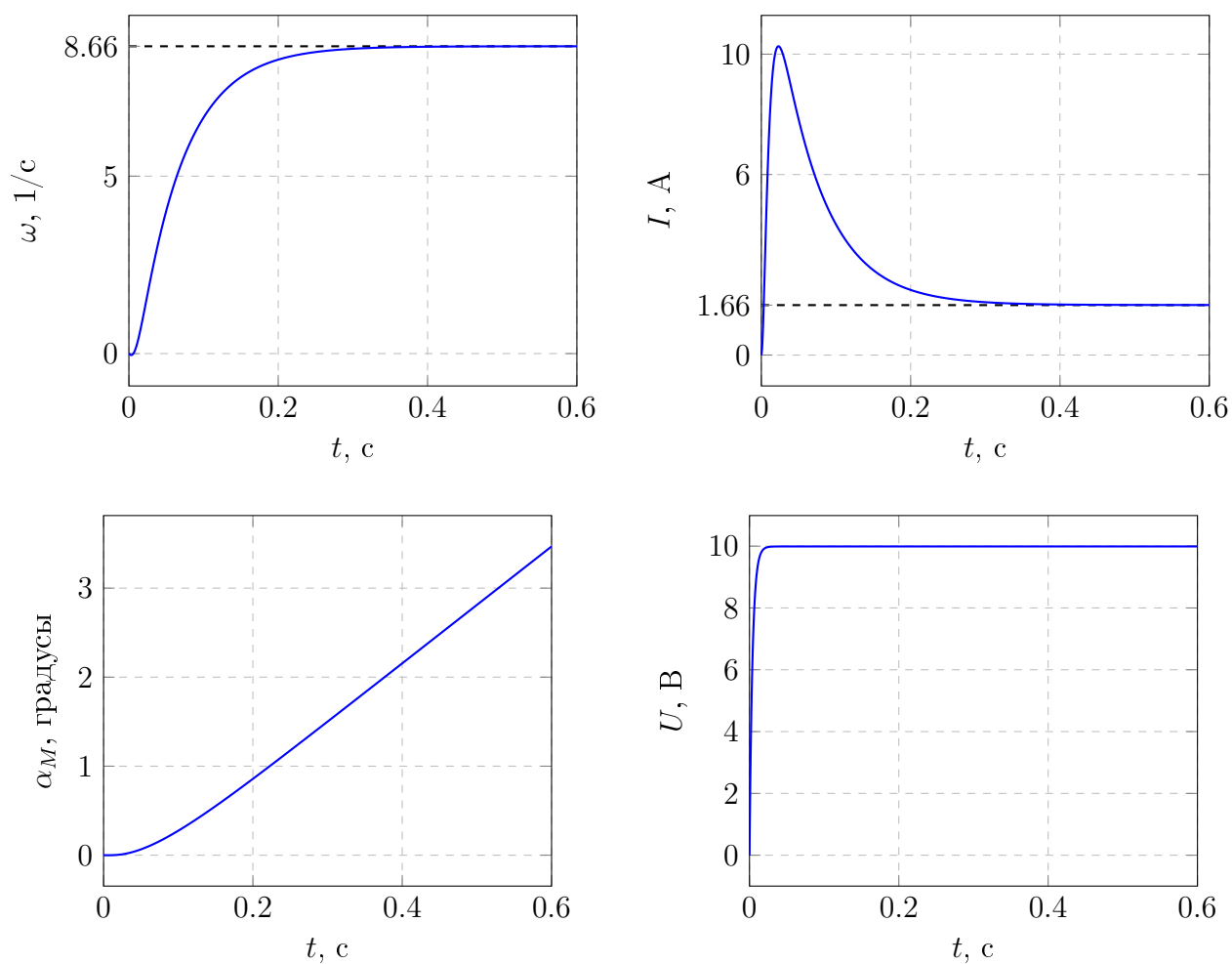


Рисунок 18 – Графики прехеходных процессов при $i_p = 37.5$

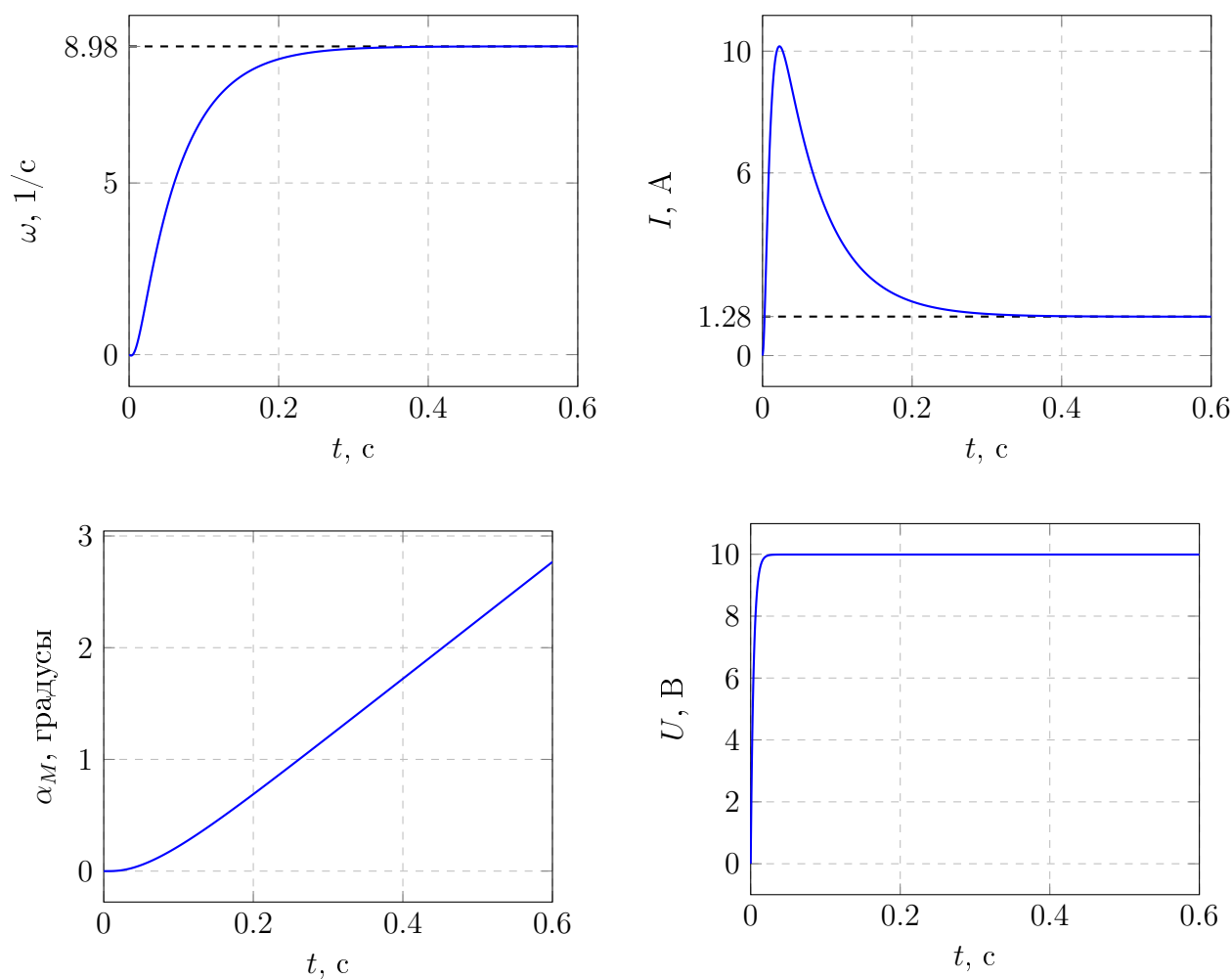


Рисунок 19 – Графики прехеходных процессов при $i_p = 48.75$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 5 – Данные о переходных процессах

i_p	ω_y	t_{π}	I_y	t_{π}
15	6.57	0.44	4.17	0.47
26.25	8.07	0.44	2.37	0.45
37.5	8.66	0.43	1.66	0.43
48.75	8.98	0.43	1.28	0.41

7 Сравнение полной и упрощенной модели ЭМО

Моделируемая система изображена на рисунке ниже.

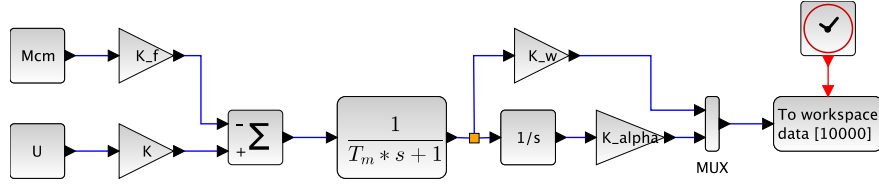


Рисунок 20 – Упрощенная модель ЭМО

$$K = \frac{K_y}{k_e i_p} = \frac{(2.7)}{0.43.15} = 0.42 \quad (9)$$

$$K_f = \frac{R}{k_M k_e i_p^2} = 0.16 \quad (10)$$

$$T_M = \frac{RJ}{k_M k_e} = 0.071 \quad (11)$$

7.1 Сравнение моделей при $T_{\alpha} = 6 \cdot 10^{-3}$ и $T_y = 4 \cdot 10^{-3}$

Ниже указаны характеристики переходного процесса упрощенной модели ЭМО. А также представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

$$t_{\pi} = 0.35$$

$$\omega_y = 10$$

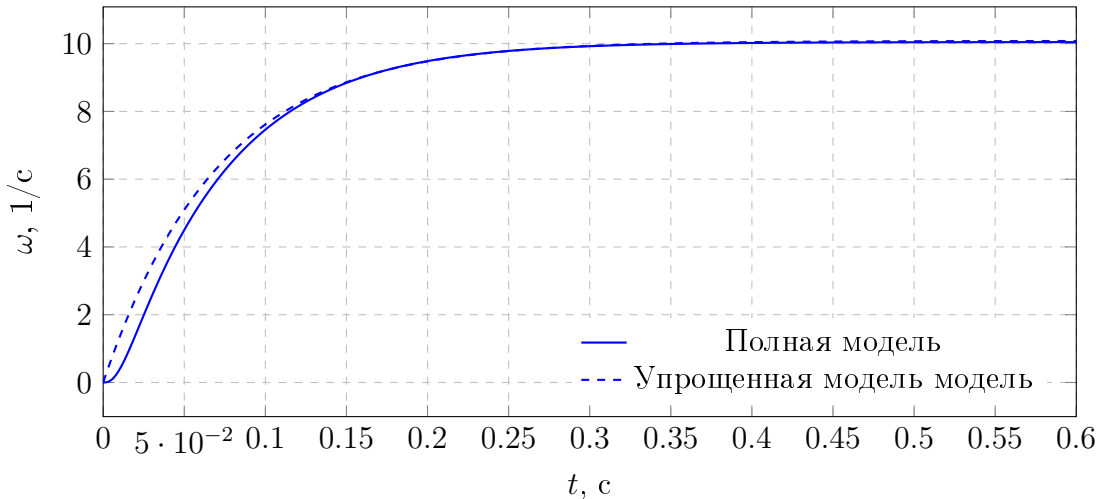


Рисунок 21 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.05 \quad (12)$$

7.2 Сравнение моделей при $T_{\text{я}} = 6 \cdot 10^{-4}$ и $T_y = 4 \cdot 10^{-4}$

Ниже представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

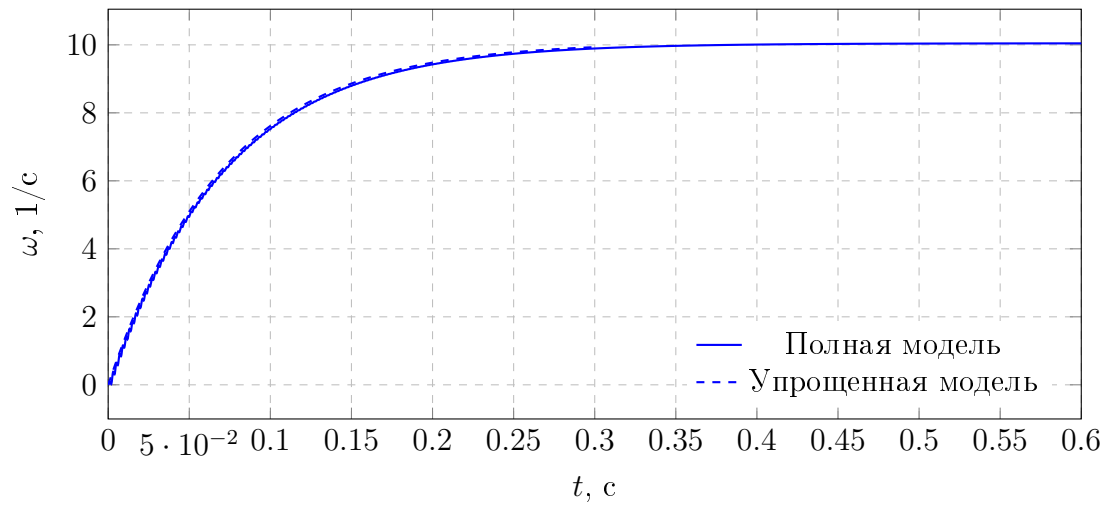


Рисунок 22 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.001 \quad (13)$$

Выводы

В данной работе мы исследовали модель ДПТ. При увеличении момента нагрузки M_{CM} : уменьшается установившаяся угловая скорость двигателя и время переходного процесса, при этом увеличивается установившийся ток. При увеличении момента инерции нагрузки: увеличивается время переходного процесса и максимальный ток.

При увеличении передаточного числа редуктора, уменьшается влияние момента инерции нагрузки и соответственно уменьшается время переходного процесса. Также уменьшается угловая скорость на выходе редуктора.

При увеличении передаточного числа редуктора увеличивается установившаяся угловая скорость (уменьшается ошибка) двигателя и уменьшается на выходе редуктора. Также уменьшается установившийся ток.

При сравнении графиков полной и упрощенной модели ЭМО, при уменьшении T_y и T_y уменьшается ошибка и график переходная характеристика полной модели стремится к упрощенной.