

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10
“ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО
ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ”
Вариант - 1

Выполнил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"__" _____ 20__г. Санкт-Петербург, 20__г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты "__" _____ 20__г.

Задание

Цель работы - изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Необходимо по известной модели электромеханического объекта (ЭМО) построить схему и провести математическое моделирование при различных параметрах системы. Функциональная схема исследуемого объекта представлена на рисунке 1.

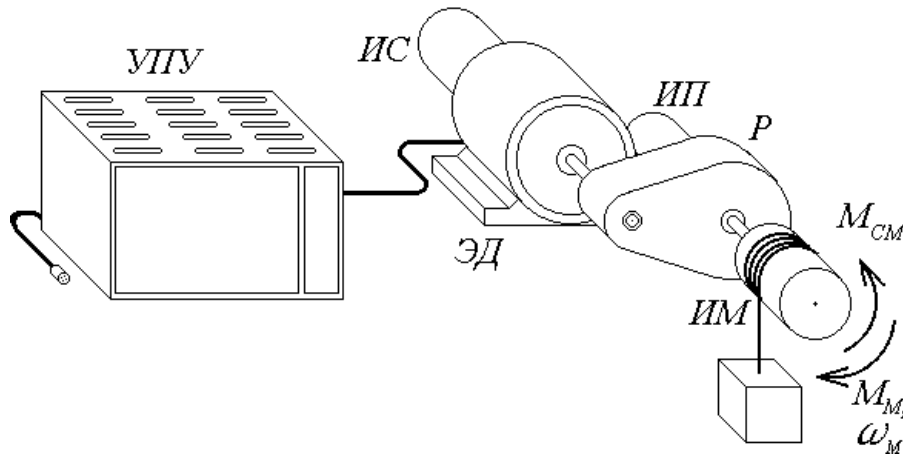


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Усилительно-преобразовательное устройство (УПУ) описывается следующим уравнением:

$$T_y \dot{U}_y + U_y = K_y U \quad (1)$$

УПУ подключается к электродвигателю (ЭД) - двигателю постоянного тока (ДПТ), к которому подключен исполнительный механизм (ИМ) через редуктор (Р) с целью снизить момент на роторе двигателя. Описанную систему можно описать следующими уравнениями.

$$T_{\text{я}} \dot{I} + I = K_{\text{д}}(U_y + K_e \omega_M i_p) \quad K_{\text{м}} - \frac{M_{\text{сМ}}}{i_p} = J_{\Sigma} \dot{\omega}_M i \quad J_{\Sigma} = J_{\text{д}} + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} \quad (2)$$

Изменяя параметры $M_{\text{сМ}}$, i_p , J_M , $T_{\text{я}}$ и T_y необходимо получить графики переходных процессов и сравнить их.

В таблице 1 представлены исходные данные для моделирования ДПТ.

Таблица 1 – Исходные данные.

| $U_{\text{Н}}$ | n_0 | $I_{\text{Н}}$ | $M_{\text{Н}}$ | R | $T_{\text{я}}$ | $J_{\text{д}}$ | T_y | i_p | J_M |
|----------------|--------|----------------|----------------|-----|----------------|---------------------|-------|-------|-------------------|
| В | об/мин | А | Н·м | Ом | мс | кг·м ² | мс | | кг·м ² |
| 27 | 600 | 1.4 | 0.6 | 6.6 | 6 | $1.5 \cdot 10^{-3}$ | 4 | 15 | 0.05 |

1 Расчет параметров моделирования

По исходным данным можно рассчитать некоторые параметры моделирования.

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{27}{10} = 2.7$$

$$w_0 = n_0 \frac{\pi}{30} = 62.8$$

$$K_e = \frac{U_H}{w_0} = 0.43$$

$$K_d = \frac{1}{R} = 0.15$$

$$K_M = \frac{M_H}{I_H} = 0.43$$

$$J_\Sigma = 1.2J_d + \frac{J_M}{i_p^2} = 2 \cdot 10^{-3}$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств можно найти предварительно промоделировав систему и выбрав максимальное время моделирования. В итоге получим следующие значения коэффициентов:

$$K_U = \frac{\hat{U}_{y_{max}}}{U_H} = \frac{10}{27} = 0.37$$

$$K_I = \frac{\hat{I}_{max}}{I_{max}} = \frac{10}{1.1} = 9.09$$

$$K_\omega = \frac{\hat{\omega}_0}{\omega_{max}} = \frac{10}{62.8} = 0.16$$

$$K_\alpha = \frac{\hat{\alpha}_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{10}{0.94} = 21.3$$

2 Вывод моделей ВСВ

2.1 Модель ВСВ полной модели ЭМО

Для начала запишем все уравнения, описывающие работу ЭМО. Их возьмем из теории.

$$\begin{cases} k_m I - M_c = J_\Sigma \dot{\omega} \\ T_\pi \dot{I} + I = k_d U_y - k_d k_e \omega \\ T_y \dot{U}_y + U_y = k_y U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_m}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \\ \dot{I} = -\frac{k_d k_e}{T_\pi} \omega - \frac{1}{T_\pi} I + \frac{k_d}{T_\pi} U_y \\ \dot{U}_y = -\frac{1}{T_y} U_y + \frac{k_y}{T_y} U \end{cases} \quad (3)$$

Теперь, приняв за вектор состояния $X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_y]^T$ и $\dot{\alpha} = \omega$, получим следующую модель вход состояние выход (ВСВ).

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{k_d k_e}{T_\pi} & -\frac{1}{T_\pi} & \frac{k_d}{T_\pi} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.2 Модель ВСВ упрощенной модели ЭМО

Приравнявая в выражениях (3) T_π и T_y к 0. Получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{k_m k_d k_e}{J_\Sigma} \omega + \frac{k_m k_d k_y}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \end{cases} \quad (6)$$

И соответственно модель ВСВ:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_m k_d k_e}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_m k_d k_y}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

3 Моделирование полной модели ЭМО

На рисунке 2 представлна полная модель ДПТ.

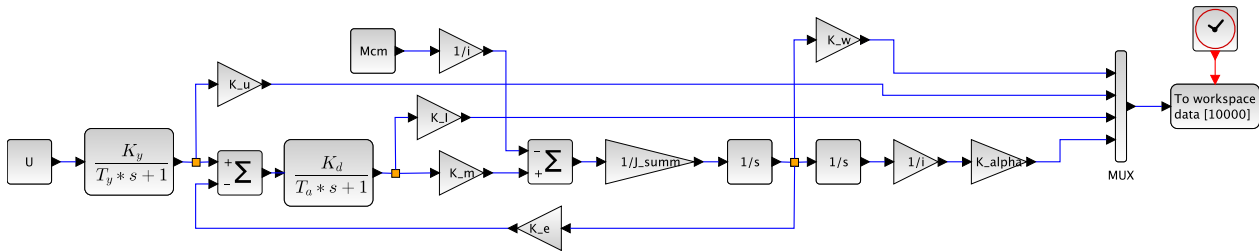


Рисунок 2 – Полная модель ЭМО

После построения модели и определения параметров моделирования можно получить графики и подсчитать соответственно время переходного процесса $t_{\text{п}}$, установившейся угловую скорость ω_y и ток I_y .

$$t_{\text{II}} = 0.35$$

$$\omega_y = 10$$

$$I_y = 0.0031$$

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при $T_y = 6 \cdot 10^{-3}$ с и $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-3}$ с.

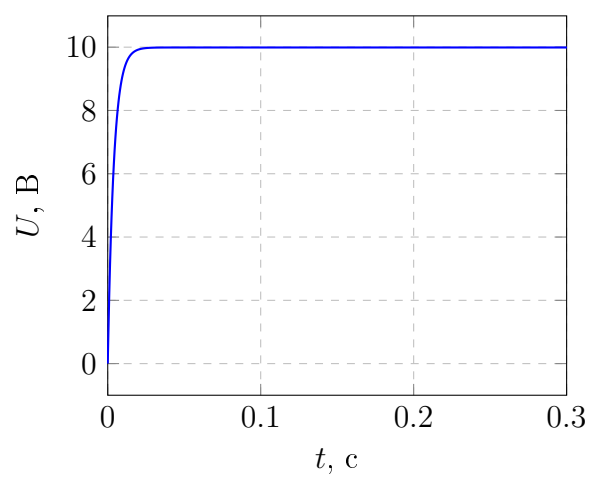
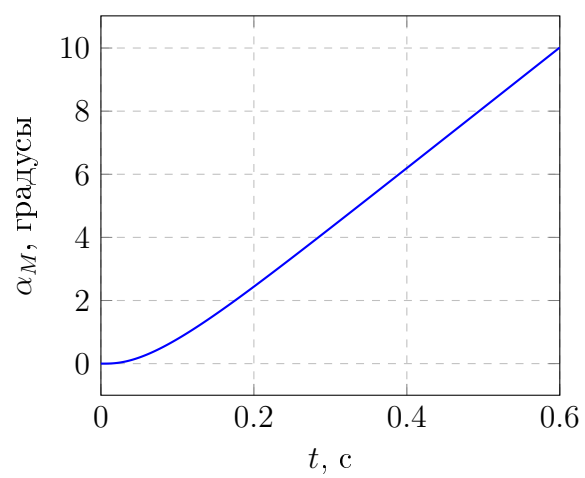
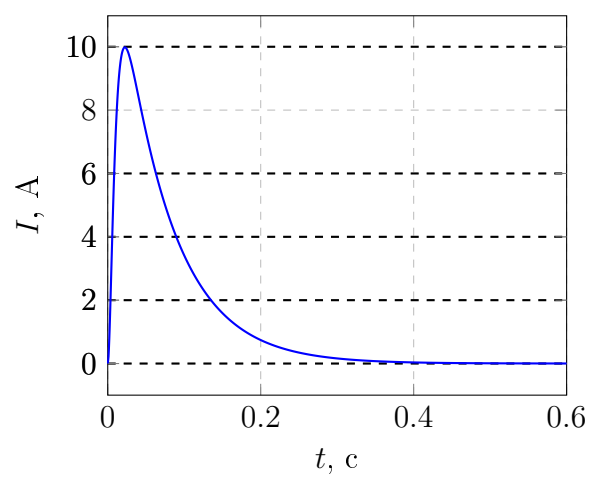
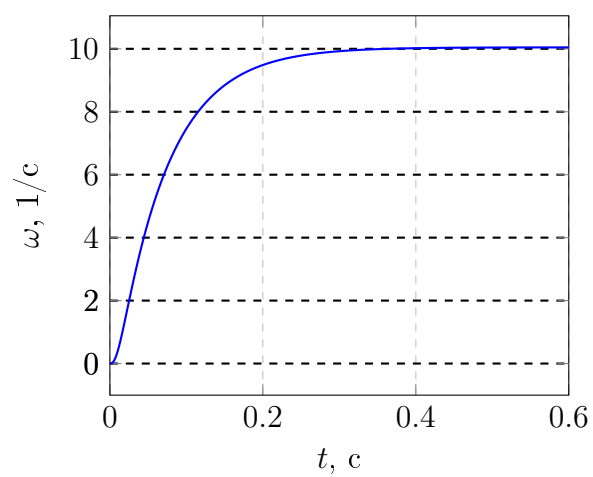


Рисунок 3 – Графики преходных процессов ПД

4 Исследование влияния момента сопротивления M_{CM}

На рисунке 4 представлены переходные процессы ДПТ при различных значениях нагрузочного момента M_{CM} .

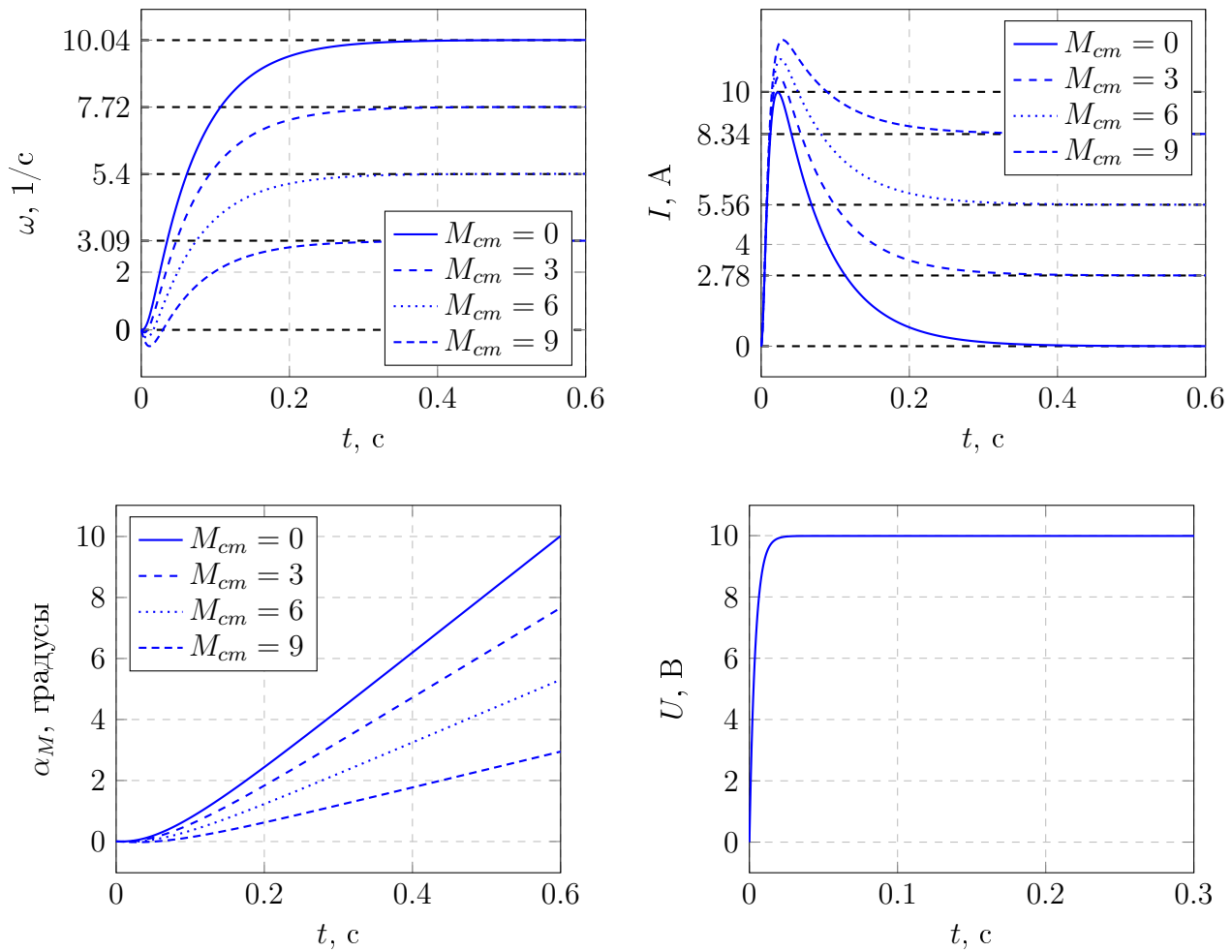


Рисунок 4 – Графики прехеходных процессов при различных M_{CM}

В ходе эксперимента, изменяя нагрузочный момент, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 2 – Данные о перехоных процессах

| M_{CM} | ω_y | t_{π} | I_y | t_{π} |
|----------|------------|-----------|---------------------|-----------|
| 0 | 10.04 | 0.46 | $1.6 \cdot 10^{-3}$ | 0.48 |
| 3 | 7.72 | 0.47 | 2.78 | 0.48 |
| 6 | 5.4 | 0.47 | 5.56 | 0.5 |
| 9 | 3.09 | 0.48 | 8.34 | 0.51 |

5 Исследование влияния момента инерции нагрузки J_M

На рисунке 5 представлены графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки J_M .

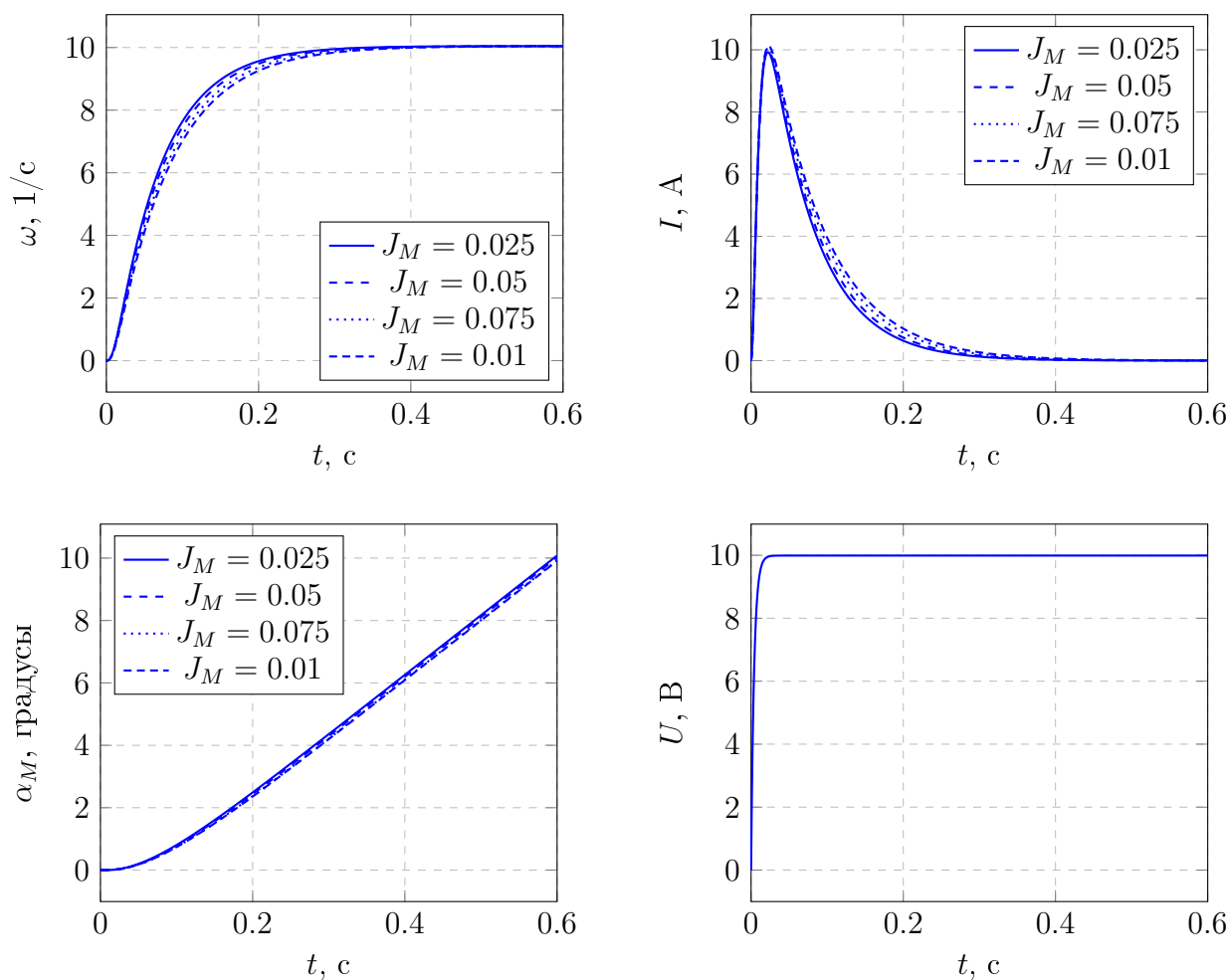


Рисунок 5 – Графики прехеходных процессов при различных J_M

В ходе эксперимента, изменяя момент инерции нагрузки, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 3 – Данные о перехоных процессах

| J_M | ω_y | t_{Π} | I_y | t_{Π} |
|---------------------|------------|-----------|-------------------|-----------|
| $2.5 \cdot 10^{-2}$ | 10 | 0.35 | $1 \cdot 10^{-3}$ | 0.42 |
| $5 \cdot 10^{-2}$ | 10 | 0.36 | $2 \cdot 10^{-3}$ | 0.44 |
| $7.5 \cdot 10^{-2}$ | 10 | 0.39 | $3 \cdot 10^{-3}$ | 0.45 |
| 0.1 | 10 | 0.41 | $5 \cdot 10^{-3}$ | 0.46 |

6 Исследование влияния передаточного отношения i_p редуктора

На рисунке 6 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = 0$.

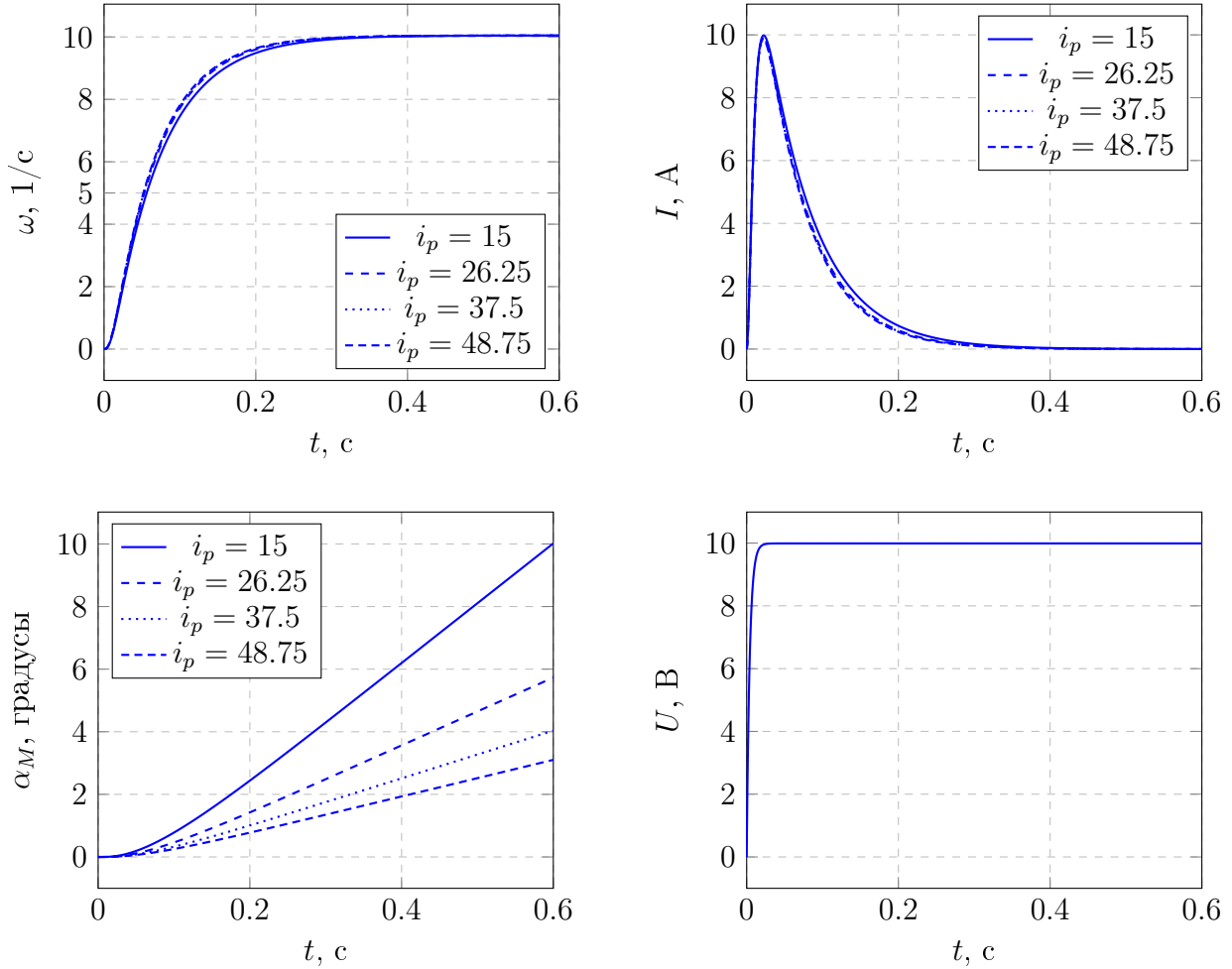


Рисунок 6 – Графики прехеходных процессов при различных i_p и $M_{CM} = 0$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 4 – Данные о переходных процессах

| i_p | ω_y | t_{π} | I_y | t_{π} |
|-------|------------|-----------|---------------------|-----------|
| 15 | 10 | 0.36 | $1.7 \cdot 10^{-3}$ | 0.57 |
| 26.25 | 10 | 0.34 | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0.55 |
| 37.5 | 10 | 0.33 | $7 \cdot 10^{-4}$ | 0.53 |
| 48.75 | 10 | 0.33 | $6 \cdot 10^{-4}$ | 0.51 |

На рисунке 7 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и не нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = M_H i_p / 2$, при $i_p = 15$.

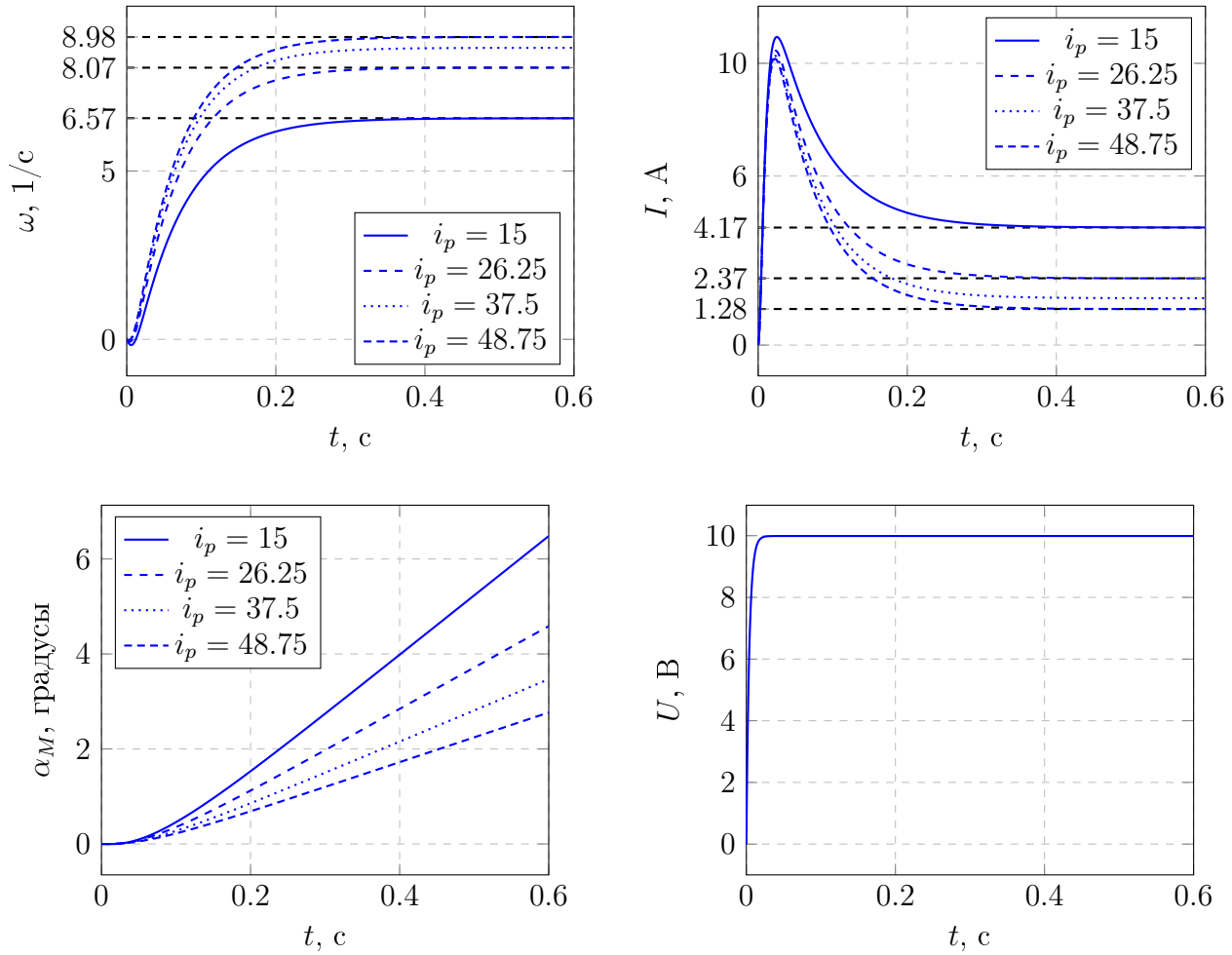


Рисунок 7 – Графики преходных процессов при различных i_p и $M_{CM} = M_H i_p / 2$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 5 – Данные о переходных процессах

| i_p | ω_y | t_{π} | I_y | t_{π} |
|-------|------------|-----------|-------|-----------|
| 15 | 6.57 | 0.44 | 4.17 | 0.47 |
| 26.25 | 8.07 | 0.44 | 2.37 | 0.45 |
| 37.5 | 8.66 | 0.43 | 1.66 | 0.43 |
| 48.75 | 8.98 | 0.43 | 1.28 | 0.41 |

7 Сравнение полной и упрощенной модели ЭМО

Моделируемая система изображена на рисунке ниже.

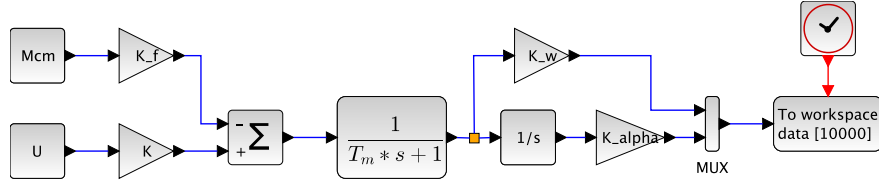


Рисунок 8 – Упрощенная модель ЭМО

$$K = \frac{K_y}{k_e i_p} = \frac{(2.7)}{0.43.15} = 0.42 \quad (9)$$

$$K_f = \frac{R}{k_M k_e i_p^2} = 0.16 \quad (10)$$

$$T_M = \frac{RJ}{k_M k_e} = 0.071 \quad (11)$$

7.1 Сравнение моделей при $T_{\alpha} = 6 \cdot 10^{-3}$ и $T_y = 4 \cdot 10^{-3}$

Ниже указаны характеристики переходного процесса упрощенной модели ЭМО. А также представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

$$t_{\pi} = 0.35$$

$$\omega_y = 10$$

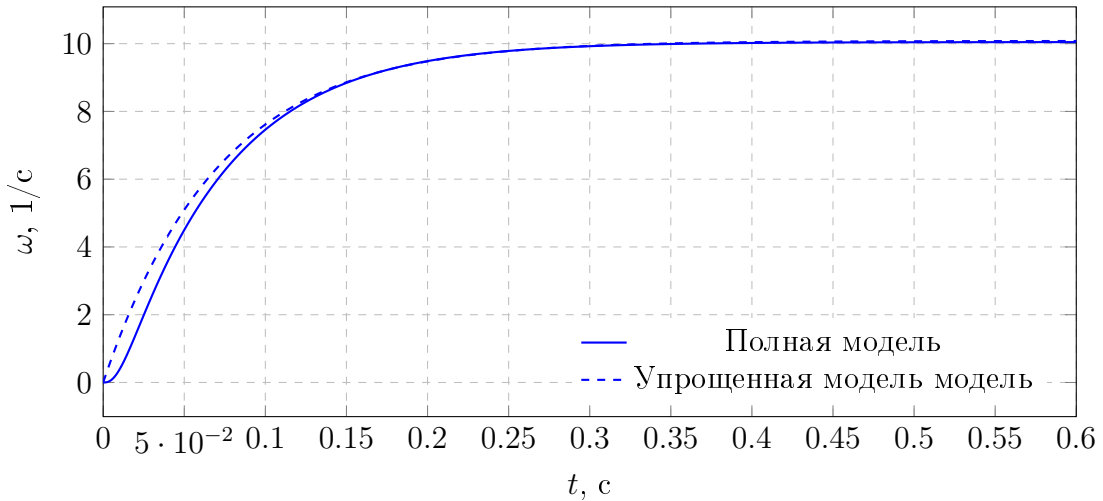


Рисунок 9 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.05 \quad (12)$$

7.2 Сравнение моделей при $T_{\text{я}} = 6 \cdot 10^{-4}$ и $T_y = 4 \cdot 10^{-4}$

Ниже представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

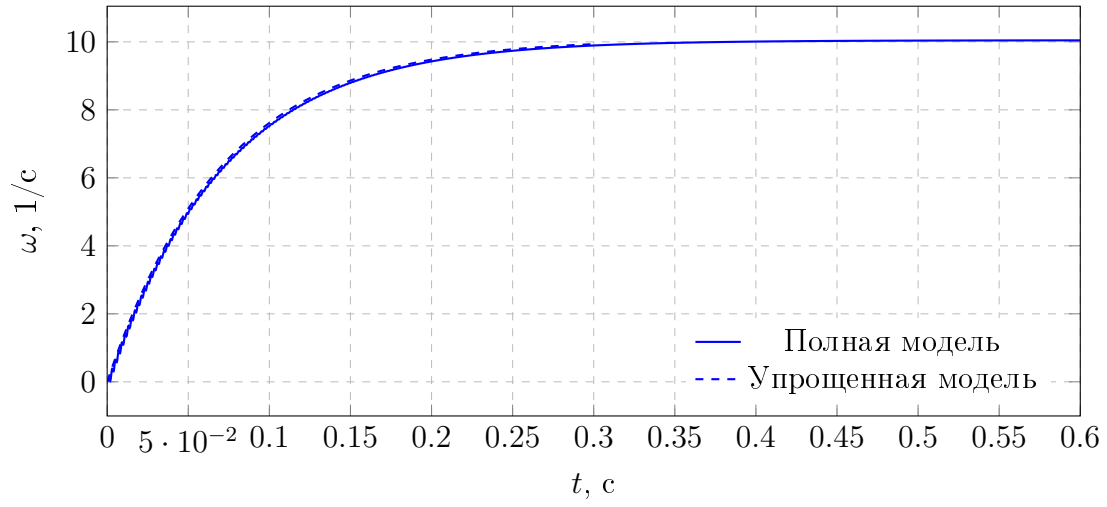


Рисунок 10 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.001 \quad (13)$$

Выводы

В данной работе мы исследовали модель ДПТ. При увеличении момента нагрузки $M_{\text{СМ}}$: уменьшается установившаяся угловая скорость двигателя и время переходного процесса, при этом увеличивается установившийся ток. При увеличении момента инерции нагрузки: увеличивается время переходного процесса и максимальный ток.

При увеличении передаточного числа редуктора, уменьшается влияние момента инерции нагрузки и соответственно уменьшается время переходного процесса. Также уменьшается угловая скорость на выходе редуктора.

При увеличении передаточного числа редуктора увеличивается установившаяся угловая скорость (уменьшается ошибка) двигателя и уменьшается на выходе редуктора. Также уменьшается установившийся ток.

При сравнении графиков полной и упрощенной модели ЭМО, при уменьшении $T_{\text{я}}$ и $T_{\text{у}}$ уменьшается ошибка и график переходная характеристика полной модели стремится к упрощенной.