

金融经济学基础复习

张配天-2018202180

目录

1 债券	2
1.1 发行商 (issuer)	2
1.2 定价	3
1.3 收益率 (yeild)	3
1.4 久期 (duration)	4
1.5 Fannie Mae	5
1.6 远期利率 (Forward)	6
1.7 利率互换	6
2 股票 (stock)	7
2.1 指数	7
2.2 融资 Trade on margin	7
2.3 融券	7
2.4 风险资产投资	8
2.5 资本资产定价模型	9
3 股票期权	10
3.1 看涨期权 call option	10
3.2 看跌期权 put option	10
3.3 期权交易策略	10
3.4 看跌期权和看涨期权的计算	13
3.5 二叉树定价模型	13
3.6 多重二叉树	14

1 债券

1.1 发行商 (issuer)

Theory 1.1. 贴现收益率 (*discount yeild*): $dy = 100 * \frac{FV-PP}{FV} * \frac{360}{t}$, 其中 dy 为贴现收益率, FV 为债券面值 (默认 100), PP 为购买时债券价格, t 为债券到期时间 (天)

Theory 1.2. 投资收益率 (*investment rate*): $ir = 100 * \frac{FV-PP}{PP} * \frac{365}{t}$, 其中 ir 为投资收益率, 一般略高于贴现收益率

Theory 1.3. 贴现收益率越高, 则债券价格越低

1. 国债 (Treasury bonds): 国家财政部发行, 以国家税收为保障, 没有违约风险, 只有利率风险 (利率突然增高降低等等), yeild 在 5 左右
2. 国家部门债券 (Federal agencies bonds): 国家别的部门发行, 以未来收益为保障, 违约风险高于国债, 同样 yeild 在 6 左右
3. 地方债 (Municipal bonds): 地方发行的债, 免除国家级别的税收, 违约风险更高, 因此, 地方债的价格有可能高于国债
4. 公司债 (Corporate bonds): 公司发行的债, 公司经营状况越好则违约风险越小, 违约风险更高, 但 yeild 在 7 左右; 有些垃圾债即信用差的公司发行的, yeild 能达到 10 以上
5. 住宅抵押债 (Mortgage backed securities, 简称 MBS): 都是把房贷当做债券卖给投资人
 - 过手型 MBS(Pass-through): 投资人平摊损失
 - 结构型 MBS(CMO): 分多层 (0,1,2,...), 其中利率和风险逐层升高。收上来的房贷首先还所有投资人的利息, 之后优先还高层 (数字小) 的投资人的本金, 之后按顺序还本金
6. 评级的时候有 Interest coverage ratios, 其值越高风险越小
7. Credit default swaps(CDS): 相当于保险, 一般由大的保险公司、大投行发行; 一旦债券违约, 则发行公司需要偿付投资人应得的本金; 可以和垃圾债组合
8. Collateralized debt obligation(CDO): 在 CMO 的基础上打包处理, 以 CMO 的底层 (垃圾层) 为资产池, 进行再一次分层并卖给投资人
9. 读报纸, 冒号后面是 $\frac{1}{32}$

GOV'T. BONDS & NOTES									
Rate	Maturity	Bid	Asked	Chg.	Yld.	Rate	Maturity	Bid	Asked
4 1/2	Sep 00n	99:26	99:28	6.46	11 3/4	Nov 09-14	139:14	139:20
6 1/8	Sep 00n	99:30	100:00	5.96	11 1/4	Feb 15	149:24	149:30
4	Oct 00n	99:20	99:22	+ 1	6.10	10 5/8	Aug 15	144:23	144:29
5 3/4	Oct 00n	99:28	99:30	6.06	9 7/8	Nov 15	137:27	138:01
5 1/2	Nov 00n	99:27	99:29	6.15	9 1/4	Feb 16	132:05	132:11
8 1/2	Nov 00n	100:11	100:13	6.11	7 1/4	May 16	112:13	112:17
4 5/8	Nov 00n	99:18	99:20	6.22	7 1/2	Nov 16	115:04	115:08
5 5/8	Nov 00n	99:26	99:28	+ 1	6.09	8 3/4	May 17	128:13	128:19
4 5/8	Dec 00n	99:13	99:15	6.32	8 7/8	Aug 17	129:30	130:04
5 1/2	Dec 00n	99:21	99:23	6.36	9 1/8	May 18	133:13	133:19
4 1/2	Jan 01n	99:08	99:10	6.26	9	Nov 18	132:18	132:24
5 1/4	Jan 01n	99:17	99:19	6.27	8 7/8	Feb 19	131:14	131:20
5 3/8	Feb 01n	99:18	99:20	6.24	8 1/2	Aug 19	123:19	123:25
7 3/4	Feb 01n	100:18	100:20	6.24	8 1/2	Feb 20	128:07	128:13
11 3/4	Feb 01	102:09	102:11	-1	6.17	8 3/4	May 20	131:08	131:14
5	Feb 01n	99:12	99:14	6.21	8 3/4	Aug 20	131:16	131:22
5 5/8	Feb 01n	99:21	99:23	6.22	7 7/8	Feb 21	121:27	122:01
4 7/8	Mar 01n	99:05	99:07	6.31	8 1/8	May 21	124:29	125:03
6 3/8	Mar 01n	99:31	100:01	6.31	8 1/8	Aug 21	125:03	125:09
						8	Nov 21	123:27	124:01

Bond price: 128:13 = 128 13/32; actually paid price includes "accrued interest": the proportion of the semi-annual coupon that has "accrued" between payment dates

Spread: 125 3/32 - 124 29/32 = 6/32 = 3/16

Yield much lower than coupon rate because the current price higher than face value (100:00) and very little time to maturity.

1.2 定价

Theory 1.4. $Price = \sum_{n=1}^N \frac{C}{(1+r_n)^n} + \frac{M}{(1+r_N)^N}$, 其中 M 为债券面值, 默认为 100, r_n 为第 n 年的即期利率, $C = r_0 * M$, r_0 为票率 (coupon rate)

Theory 1.5. 即期利率 (Spot rate): $r_N = (\frac{M}{z_N})^{\frac{1}{N}} - 1$, 其中 r_N 为 N 年的即期利率, M 为债券面值, z_N 为零息债券的价格

Theory 1.6. 套息交易 (Carry trade): 由于短期的利率低于长期未来的利率。因此重复借短期的债, 用后借的钱还上一次借的钱, 每一次都进行长期的投资

1. 现有零息债券, 才有即期利率。交易最频繁的零息债券被认为是正确定价的, 可以根据其价格计算对应的即期利率
2. 债券价格的决定:
 - 如果债券的票率 (Coupon rate) 高于即期利率 (Spot rate), 则债券价格高于面值: 溢价卖
 - 如果债券的票率低于即期利率, 则债券价格低于面值: 折价卖
 - 如果债券的票率等于即期利率, 则债券价格等于面值, 平价卖

1.3 收益率 (yeild)

Theory 1.7. 若债券价格 = 面值, 则收益率 (Yeild) 和票率 (Coupon rate) 相等

Theory 1.8. 零息债券的到期收益率 (Yeild) 等于其对应期限的即期利率 (Spot rate 即 r_N)

Theory 1.9. $Price = \sum_{n=1}^N \frac{C}{(1+yield)^n} + \frac{M}{(1+yield)^N}$, 其中 $yield$ 为到期收益率 (yeild to maturity)

Theory 1.10. $y_c = \frac{C}{P_N}$, 其中 y_c 为当期收益率 (current yeild), C 为债券利息 (期票), P_N 为债券价格

Theory 1.11. $y_r = \frac{C+(P_1-P_0)}{P_0}$, 其中 y_r 为 realized yeild, P_1 为卖债券的价格, P_0 为买债券的价格, C 为债券利息 (期票)

1. 到期收益率相当于债券到期前各年的即期利率的一种平均
2. 由 Theory.1.9 :
 - 固定债券收益率 (yeild), 债券票率 (coupon rate) 越高, 债券价格 (price) 越高
 - 固定债券票率, 债券收益率越高, 则债券价格越低
3. 到期收益率 (yeild) 和票率 (coupon rate) 之间的关系:
 - 债券溢价, 则到期收益率低于票率
 - 债券折价, 则到期收益率高于票率
 - 债券平价, 则债券收益率等于票率
4. 两种收益率 (当期收益率 current yeild 和到期收益率 yeild to maturity) 之间的关系:
 - 债券溢价, 则票率 > 当期收益率 > 到期收益率
 - 债券折价, 则到期收益率 > 当期收益率 > 票率

1.4 久期 (duration)

Theory 1.12. 麦考利久期 $D_{mac} = \frac{1}{P_N} \left[\sum_{n=1}^N \frac{C}{(1+y_n)^n} * n + \frac{M}{(1+y_N)^N} * N \right] \Rightarrow -\frac{1+y_N}{P_N} \frac{dP_N}{dy_N}$, 其中 P_N 为债券价格, C 为票息, N 为到期时间, M 为债券面值, y_n, y_N 为到期收益率, 默认情况下 $y_n = y_N$

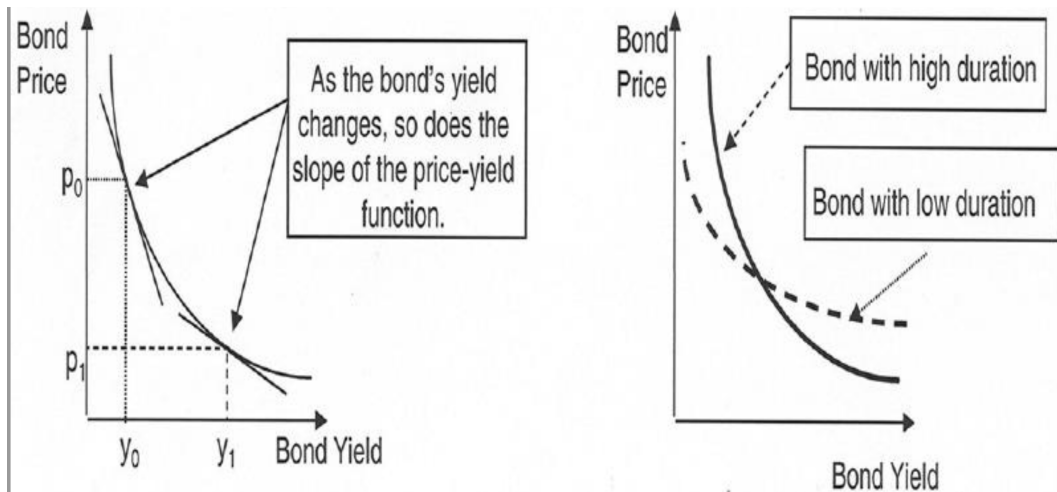
Theory 1.13. 修正久期 $D_{mod} = \frac{1}{(1+y_N)P_N} \left[\sum_{n=1}^N \frac{C}{(1+y_n)^n} * n + \frac{M}{(1+y_N)^N} * N \right] \Rightarrow -\frac{1}{P_N} \frac{dP_N}{dy_N}$

Theory 1.14. $DV01 = \frac{1}{10000} \frac{1}{1+y_N} \left[\sum_{n=1}^N \frac{C}{(1+y_n)^n} * n + \frac{M}{(1+y_N)^N} * N \right] \Rightarrow -\frac{1}{10000} \frac{dP_N}{dy_N}$

Theory 1.15. $d_g = d_a - d_l$, 其中 d_g 为久期缺口, d_a 为资产部分的久期, d_l 为负债部分的久期

Theory 1.16. 久期对冲: 让资产部分的久期等于负债部分的久期, 使得久期缺口为 0

1. 久期越高的债券对于即期利率 (或 yeild) 变动的的影响越敏感, 其价格越会受到影响, 主要衡量利率 (或 yeild) 变动带来的风险, 如下图中, 切线斜率即为久期



2. D_{mac} 为未来付款时间的加权平均, 单位为年
3. 零息债券的 $D_{mac} = N$, 即其到期时间 (maturity date)
4. 设 y_0 为原始债券收益率, y_1 为新的债券收益率, p_0 为原始债券价格, p_1 为新的债券价格
 - 当 $y_1 = (1 + y_0) * (1 \pm 1\%) - 1$ 时, 有 $p_1 = (1 \mp D_{mac}) * p_0$; 即债券收益率上升 (下降) 为原来的 1%, 则债券价格下降 (上升) $D_{mac}\%$
 - 当 $y_1 = y_0 + 1\%$ 时, 有 $p_1 = (1 \mp D_{mod}) * p_0$; 即债券收益率上升 (下降) 1%, 则债券价格下降 (上升) $D_{mod}\%$
 - 当 $y_1 = y_0 + 1\delta$ 时, 有 $p_1 = p_0 \mp DV01$; 即债券收益率上升 (下降) 1 个基点 (0.01%), 则每 100(\$) 的债券价格下降 (上升) $DV01(\$)$
5. 由上图可以看出, 用直线估计凸函数的变化情况, 导致久期会高估损失、低估收益

6. Bullet Hedging: 点对点对冲, 默认即期利率平行移动

- Suppose you own a 10Y bond with face value \$1 million and DV01 is \$0.05 per \$100 par.
- How to hedge parallel shifts in the yield curve with a 5Y bonds (Assume DV01 is 0.0465 per \$100 par)?
- Sell short the 5Y bonds. How many?
 - Duration of 10Y bond is higher than the 5y bonds, so you need to sell more face value of 5Y bonds.
 - Easy calculation: $0.05 / 0.0465 = 1.075$.

7. Barbell Hedging: 即期利率斜向上, 用两边的点对冲中间点

- Again, suppose that the yield curve is flat (5% for all maturities) and you want to hedge the D_{mac} of 9-year zero coupon bond.
- You can do it in a number of ways.
- E.g. hedge the duration with 2-year and 30-year zeros.
- What are the Macaulay durations of the zeroes? -- Equal to time to maturity: 2 and 30.
- What combination matches duration of the 9-year bond?

$$9 = 2\alpha + 30(1 - \alpha) \Rightarrow \alpha = 0.75$$
- For every \$1 price of the 9-year bond, you need to sell \$.75 of the 2-year and \$.25 of the 30 year zero.

8. Portfolio Hedging: 使总资产久期缺口为 0

9. 久期对冲策略:

- 如果想要增加久期: 买长期债券, 签订收固定、付浮动的利率互换合约
- 如果想要减少久期: 卖长期债权, 签订付固定、收浮动的利率互换合约

1.5 Fannie Mae

当地小银行无法跨州经营, 因此只能将风险放在房贷的利率上, 造成很高的利率, 人们买不起房, 无法实现美国梦

1. Fannie Mae 负责跨州对冲风险

2. 地方银行把房贷提交给 Fannie Mae, FM 把房贷评级, 批准后直接从银行买下对应房贷, 之后卖给各州投资人

3. 避免了银行的违约风险

4. 恶性循环: 利率下降 \Rightarrow 人们 refinance 还旧房贷 \Rightarrow FM 的久期缺口为负 \Rightarrow FM 买国债增加 $D_a \Rightarrow$ 债券价格上升 \Rightarrow 债券收益率下降 \Rightarrow 人们更多地 refinance

5. 美联储在低价买债券, 高价卖债券, 而大金融公司的久期对冲都是逆周期的, 会造成恶性循环

- $\text{rate} \downarrow \rightarrow \text{duration} \downarrow \rightarrow \text{buy Treasury} \rightarrow \text{Treasury price} \uparrow \rightarrow \text{rate} \downarrow \text{ further}$
- 反过来

1.6 远期利率 (Forward)

Theory 1.17. $(1 + r_m)^m * (1 + {}_m f_n)^n = (1 + r_{m+n})^{m+n}$, 其中 ${}_m f_n$ 为第 m 年开始, 持续 n 年的远期利率, r_m 为 m 年的即期利率, r_{m+n} 为 $m+n$ 年的即期利率

1.7 利率互换

主要考虑固定利率债换浮动利率债

Theory 1.18. $M_f = M * s$, M_f 为浮动利率的负债方给固定利率负债方支付的钱, M 为本金 (*nominal amount*), s 为 *swap rate*

Theory 1.19. $M_s = M * LIBOR$, M_s 为固定利率负债方给浮动利率负债方支付的钱, $LIBOR$ 为前一年的浮动利率

Theory 1.20. $1 = \sum_{n=1}^N \frac{s}{(1+L_n)^n} + \frac{1}{(1+L_N)^N}$, s 为 *swap rate*

1. 贴现的利率考虑风险, 使用 LIBOR rate 而非国债使用的即期利率
 - 每个货币有自己的 LIBOR rate
 - 使用调查问卷的形式采集世界各大银行意见, 每个货币报价方超过 8 家, 去掉前 25% 的报价并去掉后 25%, 算出平均值, 得到最后的 LIBOR
 - 每家银行有一次机会修改自己的报价, 短期更新
 - 大银行操纵 LIBOR rate, 赚小银行的钱, 被发现过丑闻
2. 浮动利率付款方付的钱现值永远是 M (假设交换 *nominal amount*), 其久期为 0
3. 固定利率付款方付的钱相当于一个债券, 其久期大于 0
4. 久期对冲
 - 收固定利率债、付浮动利率债的利率互换合约带来正的久期
 - 付固定利率债、收浮动利率债的利率互换合约带来负的久期

2 股票 (stock)

Theory 2.1. 股票持有的越久，获得的分红越高，收益 (*capital gain*) = $\frac{\text{sold} - \text{buy} + \text{dividend}}{\text{buy}}$

2.1 指数

Theory 2.2. 投资指数回报率 = $\frac{\text{index_init} - \text{index_present}}{\text{index_init}}$

Theory 2.3. 市场上没有交易，指数不应该有任何变化，拆股 (*split*) 和换股都不会影响指数，仅影响除数 *divisor*

1. 价格加权型指数：道琼斯
2. 价值加权型指数：标普 500(初始指数值 10)，纳斯达克，沪深 300，上综指，深综指
3. 价格加权型计算：所有股票价格相加除以股数
 - 无拆股时， $\text{index} = \frac{\text{price_total}}{\text{stock_number}}$ ，stock_number 是股票数，price_total 是指数中所有股价总和
 - 拆股 (split) 后， $\frac{\text{price_total_new}}{\text{divisor_new}} = \frac{\text{price_total}}{\text{divisor}}$ ，由此计算出新的除数，指数不变
4. 价值加权型计算：
 - 无拆股时， $\text{index_define} = \frac{\text{value_total}}{\text{divisor}}$ ，以此 divisor 为基准，index 是自己定义的
 - 拆股 (split) 不影响价值加权型指数的除数
 - 指数包含的股票被替换时，价值加权型指数会变化， $\frac{\text{value_new}}{\text{divisor_new}} = \frac{\text{value}}{\text{divisor}}$ ，由此计算出新的除数，指数还不变

2.2 融资 Trade on margin

借钱买股票，但要还利息。

Theory 2.4. 保证金比率 (*Margin*) = $\frac{\text{money_own}}{\text{money_total}}$ ，money_own 是自己的钱，money_total 是总共的钱，包括借的和自己的

Theory 2.5. 维持担保比例 (中国使用) = $\frac{\text{money_total}}{\text{money_lend}}$ ，money_lend 是借来的钱

1. 初始的保证金比率不得低于 50%，如果保证金比率小于 25% 且超过一定时限，则券商可以在不通知户主的情况下清仓；同样的，如果维持担保比例低于 130%，也会有同样的后果
2. 用 m_0 以 50% 的保证金比率投资股票，则借了 m_0 元，盈利后资产达到 m_1 ，则 $\text{Margin_new} = \frac{m_1 - m_0}{m_0}$
3. 如果保证金比率高于 50%，则户主可以抽钱出来，但保证金比率不能低于 50%
4. 亏损全都由户主承担

2.3 融券

借股票，赚差价。

Theory 2.6. 保证金比率 (*Margin*) = $\frac{\text{money_own}}{\text{money_sold}}$ ，money_own 是自己账户里的钱，money_sold 是卖空股票的钱

Theory 2.7. $\text{money_deposit} = \text{money_sold} + \text{money_own}$ ，deposit 为保证金，户主不能动，因为要保证在股市出现变动时把股票买回来还给券商

1. 步骤: A 想卖空股票, 向 B(券商) 借股票, 之后和市场上的 C 做交易卖给 C, 过了一段时间后股价下跌, A 再买 D 的股票, 买回来后还给 B
2. 如果分红, B 和 C 都应该得到红利, 此时就由 A 补一份红利给 B
3. 只有 C 有投票权, B 放弃投票权
4. 借出股票的人群: 模拟股指且不关心公司运营情况的投资者
5. 用 m_0 以 50% 的保证金比率融券, 则股票市值 $2m_0$, 若股票现价 m_1 , 则户主资金变为 $m_2 = m_0 + (2m_0 - m_1)$, 保证金比率变成 $\frac{m_2}{m_1}$, 股价降低才能盈利, 而若要抽钱, 则需保证 $\frac{m_2 - x}{m_1} = 50\%$, 计算得 x 为最多可抽取的钱
6. deposit 是保证金, 这个钱一直户主账户中, 一旦 margin 降低到 25% 以下且户主没有及时添加保证金, 则券商会用户主账户中的钱以当前股价买回借出的股票数
7. 许多券商要平仓同一只股票, 而市场上没有足够多的股票时会导致股价不合理上涨

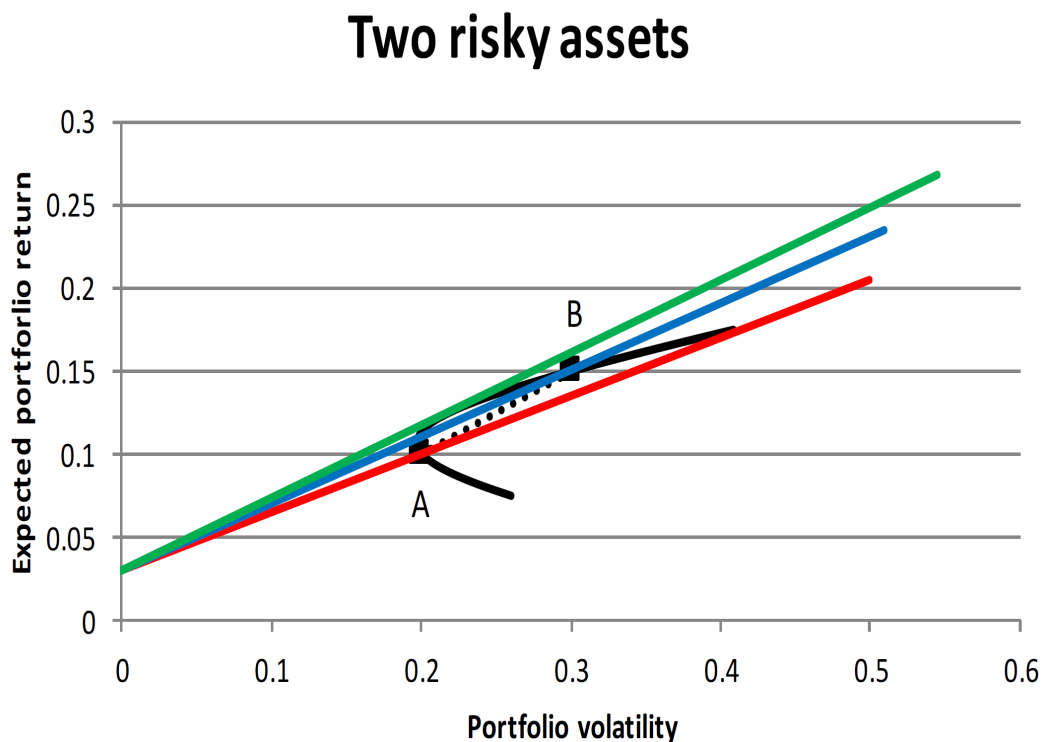
2.4 风险资产投资

Theory 2.8. 资本配置线: 横轴为风险, 纵轴为回报, 线上所有点可以通过配置投资策略达到, 线外的点则不行

Theory 2.9. 下浮比率 (sharpe ratio): 资本配置线的斜率, 代表每承担一单位的风险可以获得的收益 (与无风险投资的差)

Theory 2.10. $E(\omega_1 x + \omega_2 y) = \omega_1 E(x) + \omega_2 E(y)$, $E(u)$ 为预期的回报

Theory 2.11. $\sigma(\omega_1 x + \omega_2 y)^2 = \omega_1^2 \sigma(x)^2 + \omega_2^2 \sigma(y)^2 + 2\omega_1 \omega_2 \sigma(x)\sigma(y)$, $\sigma(u)$ 为标准差, 即风险



1. 投资多个风险资产的总风险要小于单个的风险资产的风险之算术平均, 投资的风险资产越多, efficiency frontier 越靠左上, 能达到的最大下浮比率越高

2. 如果有无风险资产和风险资产的组合，则让无风险资产和风险资产的曲线相切，得到最大的下浮比率，这条直线即为最优的资本配置线，这条线上的所有点以及线下的所有点都是可以通过无风险资产和风险资产的组合达到的
3. 有效配置线 (EM 线) 为曲线最左端点开始向上的所有部分

2.5 资本资产定价模型

Theory 2.12. 系统性风险：和经济的好坏相关联；个体风险 (非系统性风险)：公司个体级别风险。

Theory 2.13. $E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_m) - r_f]$ ，其中 $E(r_i)$ 为资产 i 的收益期望， r_f 为无风险资产的收益期望， β_i 为承担 1 单位的系统性风险能带来的收益， $E(r_m)$ 为市场的预期收益期望

Theory 2.14. $\beta_i = \frac{cov(r_i, r_m)}{D(r_m)} = \frac{\sigma_i \rho_{i,m}}{\sigma_m}$ ，其中 cov 为协方差， D 为方差， σ_i 为风险资产的波动率 (volatility)， σ_m 为市场波动率， $\rho_{i,m}$ 为相关系数

Theory 2.15. $\beta_p = \sum_{k=1}^n \omega_k \beta_k$ ， β_i 为每一个风险资产的 β ， ω_i 为对每一个风险资产的投资权重， β_p 为最终的资产组合的值

Theory 2.16. $cov(r_i, r_j) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$

1. 个体风险可以用多样化投不同的风险资产资将其对冲，只有系统性风险可以使回报上升，非系统性风险不会提供收益
2. β 是一个数，意为该资产和 market 的相关程度，可以理解为该资产承担的系统性风险，其值越大代表每一单位风险能收获的回报越大，market 的 $\beta_M = 1$
3. $\beta = 1$ 时，可以当做购买所有 a 股； $\beta = 0$ 时，相当于直接投资指数基金
4. σ_i^2 可以分为两部分即为系统性风险 $\beta_i^2 \sigma_m^2$ 和非系统性风险 $\sigma_{\epsilon_m}^2$
5. 要对比两个基金，则自己计算 r_i ，之后计算 $\Delta = r_{given} - r_i$ ，如果 $\Delta > 0$ ，则该基金被低估，在 SML 上方，应该多投资，可以获得更多回报；否则在 SML 下方，应该卖空
6. Security Market Line 即为之前引入风险投资的那条直线

3 股票期权

在未来有权以一定的价格买或卖股票。

Theory 3.1. 一个期权合约默认对应 1 股股票

1. 美股的期权是 100 股，中国的一个期权合约代表 1000 股
2. 欧式期权仅能在到期日当天行权，美式期权则可以在到期日前任何一天行权
3. 一旦期权被行权，则一定是对期权买方有利，但市场上大部分期权最终都会作废
4. 期权是零和游戏，买方赚的钱 = 卖方亏的钱，反之亦然

3.1 看涨期权 call option

如果到期日时期权约定的价格低于市场价时，则可以使用约定的价格购买股票。若高于市场价，可以选择不行使期权，则期权作废。

Theory 3.2. $\gamma = \max\{p_1 - p_0, 0\}$ ，其中 γ 为期权的收益， p_1 为股票在到期日时的市场价， p_0 为期权合约约定的股价

1. 作为期权的买方：
 - in the money: 股价大于行权价
 - out of the money: 股价小于行权价
 - at the money: 股价等于行权价

3.2 看跌期权 put option

同上，如果高于市场价，可以使用约定的价格卖出股票。

Theory 3.3. $\gamma = \max\{p_0 - p_1, 0\}$ ，其中 γ 为期权的收益， p_1 为股票在到期日时的市场价， p_0 为期权合约约定的股价

1. 作为期权的买方：
 - in the money: 股价小于行权价
 - out of the money: 股价大于行权价
 - at the money: 股价等于行权价

3.3 期权交易策略

1. X 股票，现价 100，即将涨到 110，现在有 100，at-the-money 的看涨期权价 4(一个 contract 对应 1 股)，几种方法：
 - 买股票：可以买 1 股，赚 10，收益率 10%
 - 买期权：可以买 25 个，每个赚 $10 - 4 = 6$ ，一共赚 $6 * 25 = 150$ ，收益率 150%

2. **protective put**: 假设有 104 本金, 买 1 股, 和 1 个 at-the-money 的看跌期权, 则最多亏 4 块 (因为看跌期权把卖股的最低价限制在买入价上)

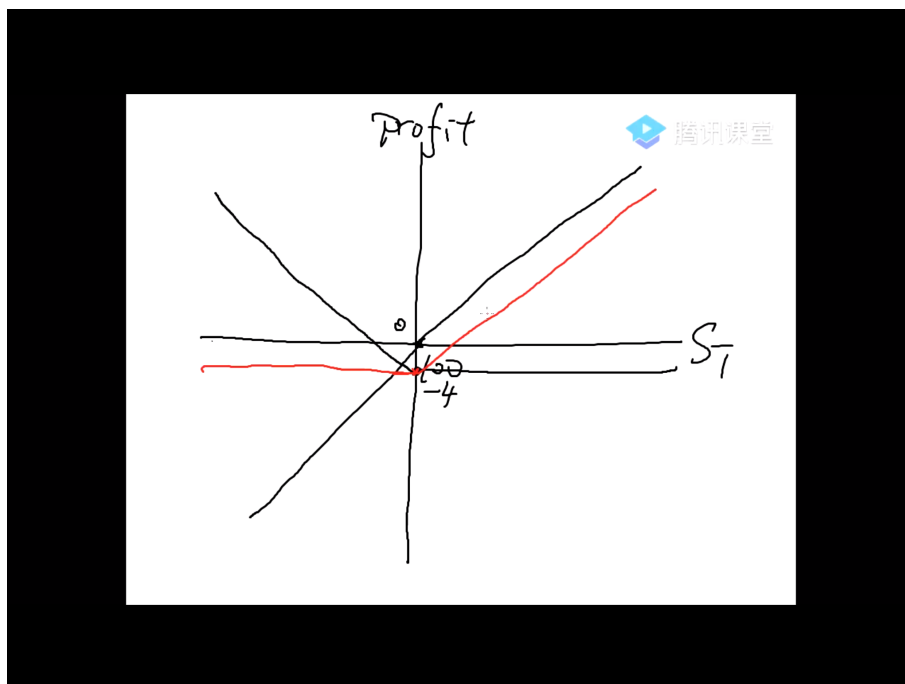


图 1: protective put

3. **covered call**: 使用者认为一段时间内不会出现较大涨幅, 也不会大跌。假设持有 1 支股票, 可以选择卖一个 at-the-money-call 期权, 则若股价低于行权价, 则可以多获一部分收益 (即期权价格); 若高于行权价, 则收益被限制在期权价格带来的收益 (看涨期权要求你给买方付钱, 而股票在涨, 两者抵消)

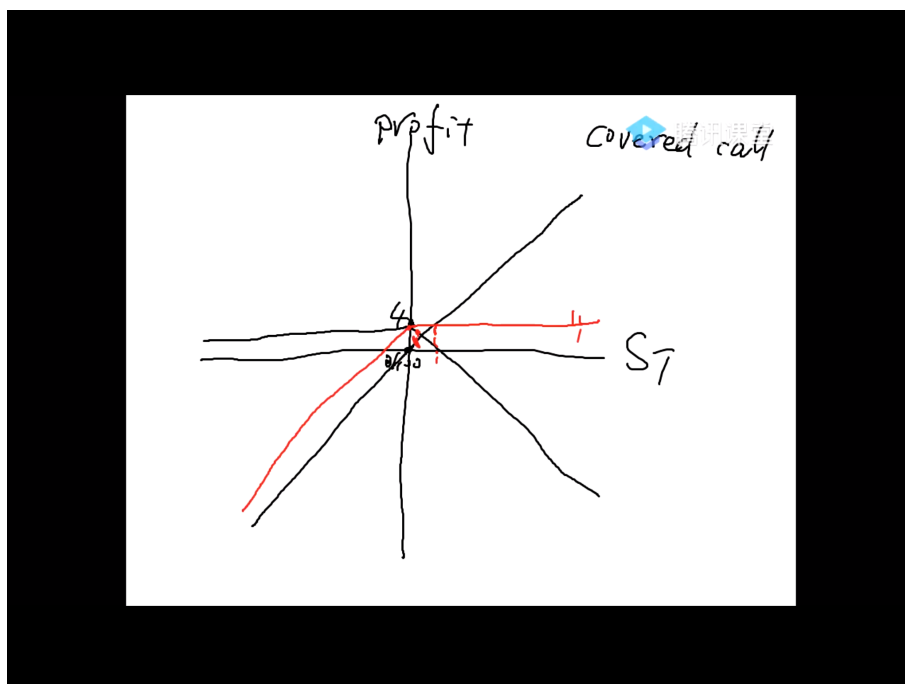


图 2: covered call

6. **straddle combination**: 使用者认为股市会十分动荡。买一个 at-the-money-call, 再买一个 at-the-money-put

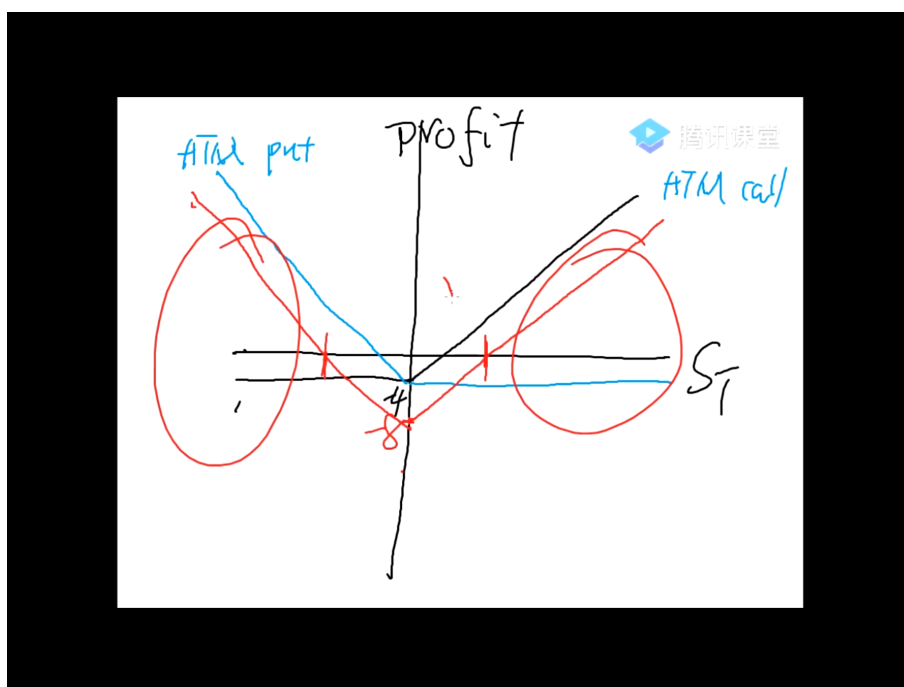


图 5: straddle combination

3.4 看跌期权和看涨期权的计算

Theory 3.4. $P_0 + S_0 = C_0 + PV(k)$, 其中 P_0 为看跌期权价格, S_0 为股票现价, C_0 为看涨期权价格, k 为行权价的贴现值, 即 $PV(k) = \frac{k}{1+r_1}$, r_1 为即期利率

3.5 二叉树定价模型

Theory 3.5. r 为即期利率, S_0 为股票现价, K 为行权价, C_0 为看涨期权现价, 假设下一个时刻其只有两种变化可能: $S_1 = \begin{cases} u * S_0 & u > 1 \\ d * S_0 & 0 < d < 1 \end{cases}$, 则 $C_0 = \frac{1}{1+r} (\frac{1+r-d}{u-d})(uS_0 - K)$

Theory 3.6. 用持有一定数量的现金和股票模拟看涨期权获得的收益, 记持有 Δ 的股票和 δ 的现金, 则根据计算结果, $\Delta > 0$, 即必须持有股票; $\delta < 0$, 借钱买股票, 但不能全是借的

Theory 3.7. 同 *Theory.3.5* 关于 u 和 d 的假设, 另设 Z_u 为股价上涨, 衍生品的价格 (收益); Z_d 为股价下跌, 衍生品的价格; Z_0 为衍生品现价, 则 $Z_0 = \frac{Z_u - Z_d}{u - d} + \frac{1}{1+r} (\frac{uZ_d - dZ_u}{u - d})$,

1. 可以利用 *Theory.3.7* 给看涨期权定价, 其 $Z_u = uS_0 - K, Z_d = 0$
2. 同样可以给看跌期权定价, 有 $Z_u = 0, Z_d = K - dS_0$, 则根据计算结果 $\Delta < 0, \delta > 0$, 即可以卖空股票并持有一定数量的现金
3. 对期权来说, 可以进一步化简 *Theory.3.7*, 则 $Z_0 = \frac{1}{1+r} [qZ_u + (1-q)Z_d]$, 其中 $q = \frac{1+r-d}{u-d}$, q 为 risk neutral probability, 不是 probability

3.6 多重二叉树

从后往前算，先算叶节点对应价格下期权的收益/损失，之后层层递推

1. 美式看跌期权价格高于欧式看跌期权价格，因为其可以在下节点提前行权，差为 exercise premium
2. 美式看涨期权价格与欧式看涨期权相等