P25.

35. (a) 7, 6, 5, 4, 3, 3, 2 ⇒ 7个顶点. ∴ $\Delta(G)=7>n-1=6$ ∴不是单图

6, 6, 5, 4, 3, 3, 1 ⇒ 取度为1的顶点为v_0，则v_0为孤立点，将v_0和与其关联的边从图中去除，得新图G_0，若原序列为单图序列，则新得序列 6, 6, 5, 4, 3, 3 也为单图序列。

∵ G_0有6个顶点，又∵ $\Delta(G_0)=6>n-1=5$ ∴矛盾，则原序列非单图序列。

36 (a) 必要性：∵ $d_1, d_2, \cdots, d_n$ 为单图序列，则有其对应的一单图 $G=\langle V, E\rangle$，其中$V=\{v_1, \cdots, v_n\}$

先证明新序列为图序列：记 $r_1=d_2-1$, $r_2=d_3-1$, $\cdots$, $r_{d_1}=d_{d_1+1}-1$, $r_{d_1+1}=d_{d_1+2}$ $\cdots$, $r_{n-1}=d_n$.

则 $\sum_{i=1}^{n-1} r_i=\sum_{i=1}^{n} d_i-d_1-(d_1+1-2+1)=\sum_{i=1}^{n} d_i-2d_1$ ∴ $\sum_{i=1}^{n-1} r_i \bmod 2=0$ 得证.

再证$\{r_n\}$为简单图序列：考虑2种情况：$V=\{v_1, V-v_1\}$，则

① 若v_1与v_2、v_3、$\cdots$、v_{d_1+1} 都相邻，则此时将G删去v_1及与v_1相关联的边得图G'
那么G'的度序列即为$\{r_n\}$，显然，G'是简单图。

② 若v_1与$v_{d_1+2}, \cdots, v_n$中某些点相邻，则取 $j_0=\max\{j \mid (v_1, v_j)\in E\}$，$i_0=\min\{i \mid (v_1, v_i)\notin E\}$
考虑与v_{i_0}相邻的d_{i_0}个点，由于$v_{i_0}>v_{j_0}$，则有v_m与v_{i_0}相邻但不与v_{j_0}相邻。

??? 不懂

在G中删去(v_{i_0}, v_m)、(v_1, v_{j_0})，加上(v_1, v_{i_0})，(v_{j_0}, v_m) 则度序列不变。

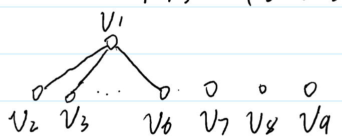
重复上述过程，则②转化为①

充分性：若$\{r_n\}$为简单图序列，设其对应图为G_0，则在G_0中加入v_1并将v_1与$v_2 \cdots v_{d_1+1}$相连
其中d_1取值取决于最大的无环情况，得G，那么G为简单图且度序列为$d_1, \cdots, d_n$.

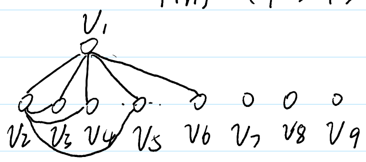
(b) 1. 将度序列排成非增序列$\{r_n\}$
2. 设$\{r_n\}$第一项$r_1=k$，则令$r_1=0$，$r_2, \cdots, r_{k+1}$分别减1，其余不变；
将新得到的序列再次排为非增序列，记为$\{r_n\}$
3. 若$\{r_n\}$中有负数，则非简单图.
4. 若$\{r_n\}$全为0，则结束，否则回到第2步.

补充：利用上题的方法，共9个顶点

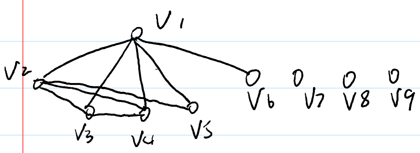
$\{r_n\}=(3,2,2,1,1,1,1,1,0)$



3 4 6 7 8 9 1 2 5
$\{r_n\}=(1,1,1,1,1,1,0,0,0)$

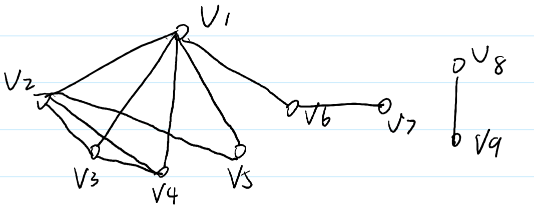


6 7 8 9 1 2 3 4 5
$\{r_n\}=(1,1,1,1,0,0,0,0,0)$ ...



$$\Downarrow$$

$\{r_n\} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$



为最终图