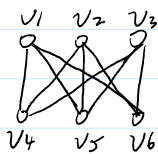


P48.

10.

设 T 为 $K_{3,3}$ 的生成树:① $\Delta(T) = 2 \Rightarrow T$ 为轨 \Rightarrow 共 $C_3^1 \times C_3^1 \times C_2^1 \times C_2^1 \times 1 \times 1 = 36$ 种.② $\Delta(T) = 3$ 且度为3的顶仅一个 \Rightarrow 剩余2个顶分别与第二层的某两个顶相邻.共 $C_6^1 \times A_3^2 = 6 \times 3 \times 2 = 36$ 种.③ $\Delta(T) = 3$ 且度为3的顶有2个 \Rightarrow \therefore 共 $C_6^1 \times C_3^1 = 18$ 种 \therefore 共 $36 + 36 + 18 = 90$ 种

P49.

29. 设 T 是 n 顶树, 对 n 作数学归纳法 $n=3$ 时, 显然成立 (其仅有1种结构)假设 $n=k$ 时成立, 即对于 k 个顶的树 T_k , $d(T) = 2 \Leftrightarrow T$ 仅有1个分枝点, 记该点为 v , $d(v) = k-1$ 则 $n=k+1$ 时, 对于有 $k+1$ 个顶的树 T_{k+1} , 考虑 T_{k+1} 的任一叶 s , 令 $T' = T_{k+1} - s$, 则 $|V(T')| = k$.由归纳假设, 有 T' 为星, 记其分枝点为 u ; 则 T_{k+1} 要满足 $d(T) = 2$, 必有 s 与 u 相邻;否则若 s 与 T' 的任一叶 r 相邻, 由于 T' 连通且无圈, 则考虑 T' 中与 r 不同的叶 m ,和 m 到 r 之间仅存在唯一的路径 $P: m \rightarrow u \rightarrow r$; 则 m 与 s 之间的路径 $P': m \rightarrow u \rightarrow r \rightarrow s$ $\therefore |E(P')| = 3 > 2$ 矛盾 $\therefore s$ 与 u 相邻 $\therefore T_{k+1}$ 也为星, 得证.30. 不妨将 G 分为2部份: 圈 Q 和图 G' , 且 Q 与 G' 之间仅有1个公共顶点 (否则 G 中存在至少2个圈)首先考虑 G' 的最优生成树 $T' \Rightarrow$ ① 若 G' 为树, 则 G' 本身为生成树.② 若 G' 有圈, 则考虑破圈法, 得到唯一的最优树再考虑 G 的最优生成树 $T \Rightarrow$ 有 $T' \subseteq T$; 利用破圈法: 记 Q 的任意一边为 e , 则 $Q - e$ 无圈且为 Q 的最优树, 那么 $(Q - e) \cup T' = T$; 由于 e 的任意性, T 有 m 种不同取法.且在 G' 为②情况且 G' 中含有与 Q 类似的圈时, T 的取法 $> m$; \therefore 得证.