

ICS Datalab Report

胡译文 2021201719

Results

Quick Takeaways

- `int sign = x >> 31;` 符号位填充满整个变量，可用于有条件取反
- `(~x) == (-x-1)` 一定程度上起到负号（减法）的作用（除 0 和 Tmin）
- `!(x | y)` 连等于一个常数（如零）
- `!(x ^ y)` 判断两数是否相等
- 补码 = `[(int x) { return (~x) + 1; }]`
- 超出位数的位移运算是未定义行为，在某些编译器上位移运算会取模处理（不要在其他地方使用该性质）
- 熟练运用德摩根律

Solutions

bitXor

重点在于利用&和~表示|。 $x^y = \sim(x \& y) \& \sim(\sim x \& \sim y)$

thirdBits

一开始做的时候有一个歧义，每三位一个1的1从哪里开始。解决完歧义后剩下的就是定义变量，指数级复制。（在 `logicalNeg` 证明了以 2 为底是最优解）

fitsShort

最暴力思路：判断除符号位、低15位以外有没有1（负数是判断有没有0）（op数太多orz）

优化：判断有没有 1（或 0）就是其实在判断有没有非符号位。利用右移填充符号位的性质+高位应与符号位相同的性质，判断填充前和填充后是否相等即可。

```
int trunc = x >> 15;
return !((x >> 31) ^ trunc);
```

isTmax

本题关键在于探索 Tmax 的性质：1. `Tmax+1==Tmin` 2. `~Tmax==Tmin`。但同时拥有这个性质的还有 -1（观察可以发现两者仅符号位不同）。令 `y=x+1`：

一开始利用同时利用两个性质再排除 `x+1==0` 情况： `!((x ^ y ^ ~(!x)) & (!!y)` 同时还实验了好几个思路： `!((y+x)^(~(!y)))`， `!(~(y+x+!y))`

优化思路时发现 `Tmax+1` 的性质： `(Tmax+1) * 2 == 0`，遂变成： `!((y+y) | (!y))`。

fitsBits

直接将 `fitsShort` 第一种解法中的 15 更换为 `~0 + n`，结果操作符超标尝试德摩根律优化（位运算不符合）。而若将第二种解法的 16 直接更换为 `n`，则报错:-)。

同学提示“位移会取模”，遂优化第二种解法的减法：

```
int trunc = x >> (n + 31);
return !((x >> 31) ^ trunc);
```

upperBits

构造掩码即可，一开始将 `~0` 左移 `32 - n`，其中 `n == 0 || n == 32` 时返回都是 `~0`，特判 0 的情况 +1 即可。最后运算符太多。本题灵活度很高，尝试各种姿势的构造：

```
int nn = !n;
return ret = ((~nn) << (~n + !nn));
```

但可能左移操作已经到顶，尝试上一题的优化，改用减法和右移：

```
int tmin = 1 << 31;
return (tmin >> (n + 31)) + !n;
```

anyOddBit

构造掩码即可，返回 `!!(odd & x)` 即可。

byteSwap

模拟思路：（一开始蠢蠢的连 `*8` 都不会写了，写子二次加法）把对应位数用掩码取下来，交换，再放回去。`int get_n = ((x & mask_n) >> octuple_n);`

同学提示“异或”，遂想起来无临时变量交换int值的方法，可以不需要把原数“挖洞”，简化操作：

```
int octuple_n = n << 3;
int octuple_m = m << 3;
int mask_n = 0xff << octuple_n;
int mask_m = 0xff << octuple_m;
int get_n = ((x & mask_n) >> octuple_n);
int get_m = ((x & mask_m) >> octuple_m);
int mix = (get_n ^ get_m) & 0xff;
return x ^ (mix << octuple_m) ^ (mix << octuple_n);
```

最后发现其实没必要获得掩码 `mask_n`

```
int octuple_n = n << 3;
int octuple_m = m << 3;
int get_n = (x >> octuple_n);
int get_m = (x >> octuple_m);
int mix = (get_n ^ get_m) & 0xff;
return x ^ (mix << octuple_m) ^ (mix << octuple_n);
```

absVal

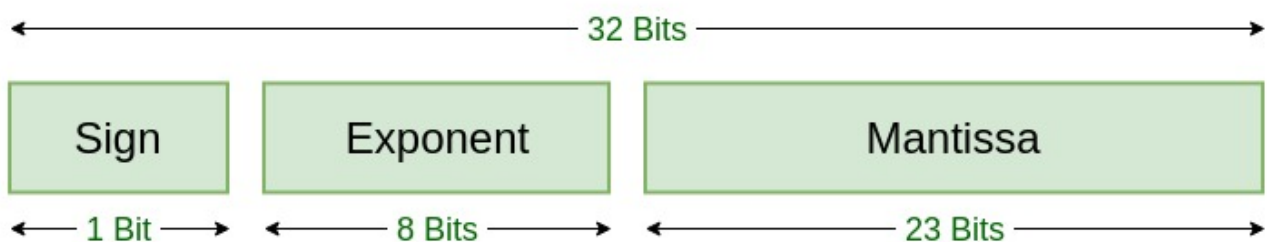
简单版: $(x \oplus \text{sign}) + (\text{sign} \& 1)$

压缩版: $(x + \text{sign}) \oplus \text{sign}$ (分析发现除加一部分 $\text{sign} \& 1$ 都不能省略, 遂考虑更换运算顺序。 x 取反之前减一即取反之后加一, 遂得。)

divpwr2

(蠢蠢的不会算除法) 右移是向下取整, 题目要求是向零取整, 区别在于负数。解决方法就是把负数增加一个小量 (这里说的是字面值, 不是绝对值), 强制“退位”。小量试过直接 2^{n-1} , 但运算符太多。遂将 -1 利用取反简化: $(\text{sign} \ll n) \oplus \text{sign}$ 。

float_neg



Single Precision IEEE 754 Floating-Point Standard

logicalNeg

暴力思路: 判断每一位有没有值。 $\log_m(32) \times 2(m-1)$ 次运算有点多, 其中 m 表示以多少为底数 (2 时取得最小值 10)。

聪明思路: 与 `isTmax` 类似, 本题找 0 的特征: $(\sim 0) == T_{\min}, T_{\min} + 1 == T_{\max}$ 。其中最重要的特征是 $\text{补码}(0) == 0 \&\& \text{补码}(T_{\min}) == T_{\min}$, 不改变符号位。 $((x \mid ((\sim x) + 1)) \gg 31) + 1$

bitMask

isGreater

logicalShift

第一思路就是构造符号位的mask，抵消填充符号位带来的影响：

```
int msk_sign = ((x >> 31) << (~n)) << 1;
return msk_sign ^ (x >> n);
```

这里 $n == 31$ 左移 32 的情况需要拆分成左移 31+1 位。考虑优化：

trueThreeFourths

损失量的主要规律是 3→2, 2→1, 1→0。需要一点一点磨细节：

- $(\sim(x \gg 31))$ 是正负的特判
- $!two$ 是0的特判

```
int y = x >> 2;
int two = x & 0x3;
int min = two + (~(x >> 31)) + !two;
return (y << 1) + y + min;
```

References