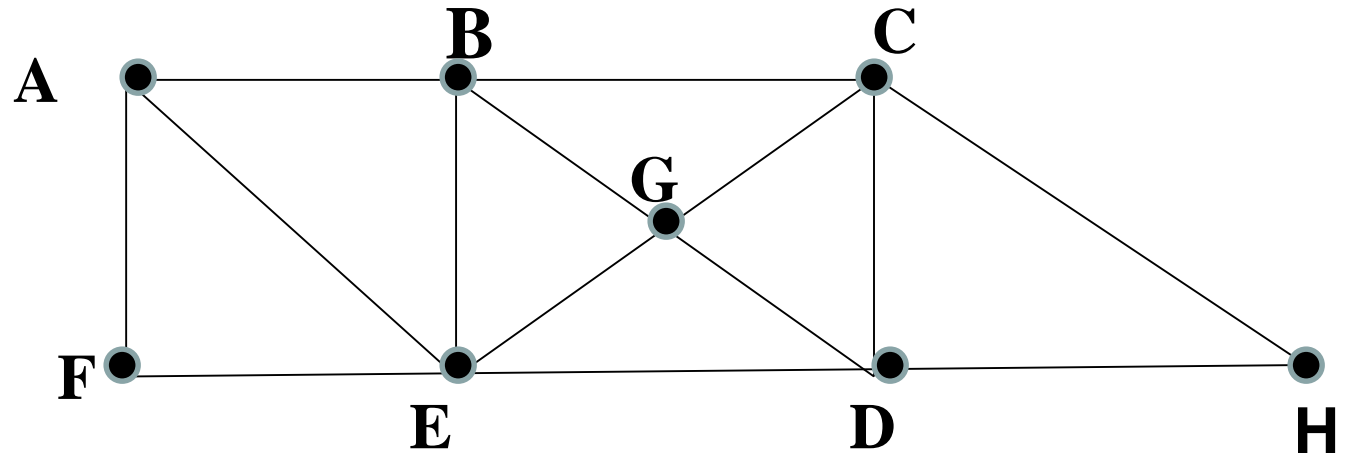


7. Bài toán đường đi ngắn nhất

a. Đồ thị không trọng số

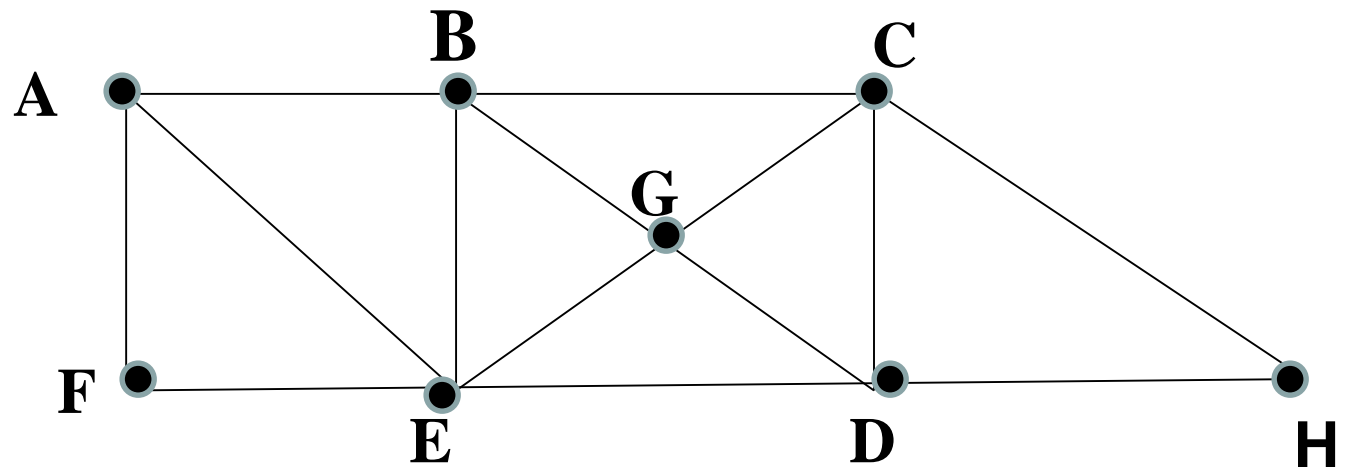
Đồ thị không trọng số là đồ thị mà các cạnh không được gán trọng số, (ta coi mỗi cạnh của nó là một đơn vị dài)



Tìm đường đi từ A đến H ?

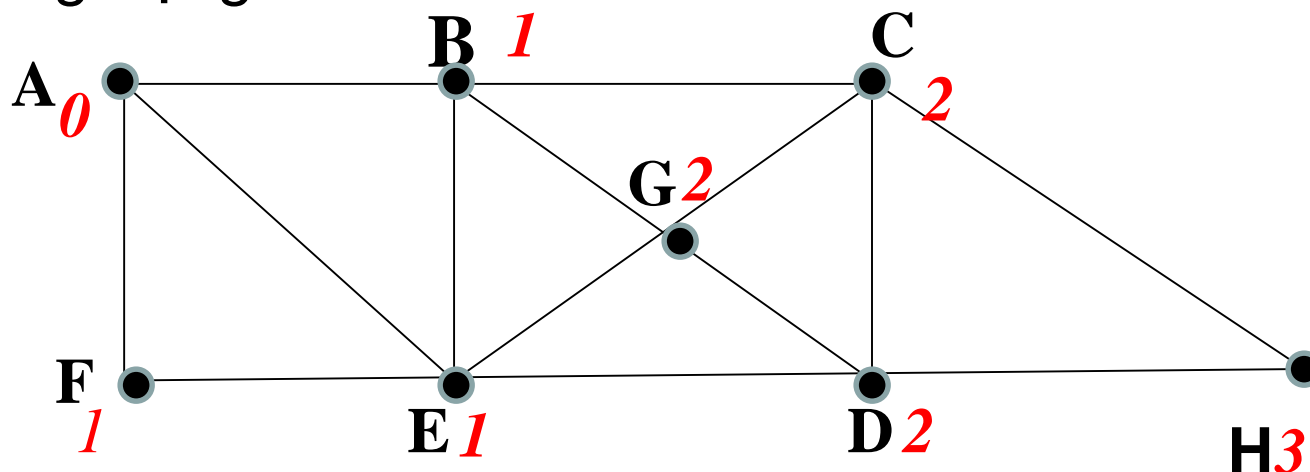
a. Đồ thị không trọng số

Ví dụ 1:



Đường đi **ngắn nhất** từ A đến H là đường đi có **số cạnh ít nhất**

a. Đồ thị không trọng số



Đường đi ngắn nhất từ A đến H

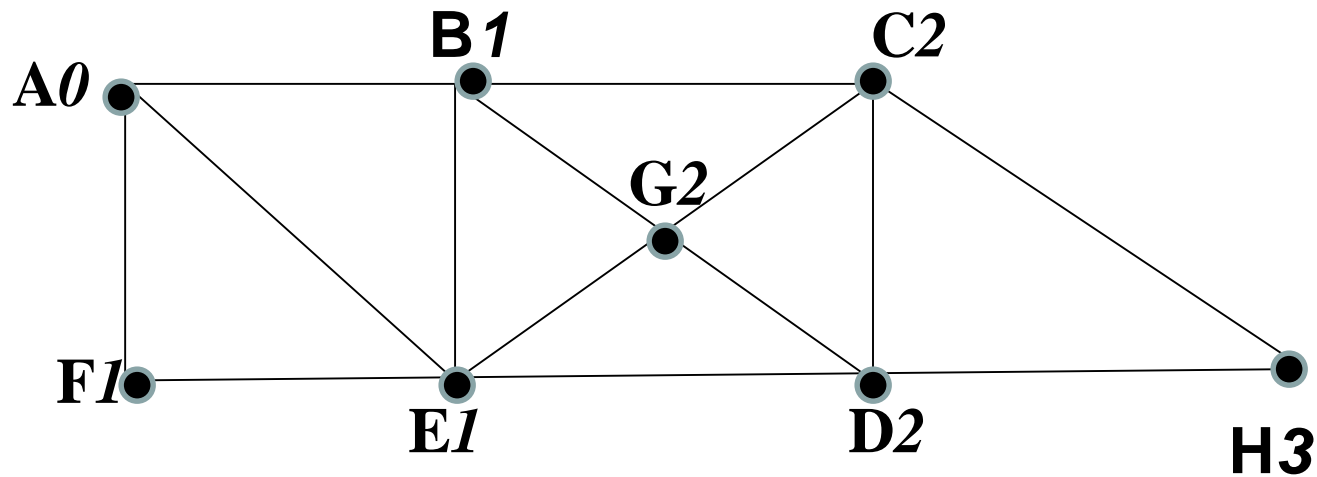
Xuất phát nhãn 0: Đỉnh A

Kề 0 nhãn 1: Đỉnh B, E, F

Kề 1 nhãn 2: Đỉnh C, G, D

Kề 2 nhãn 3: Đỉnh H.

Dừng khi đỉnh đích H có nhãn

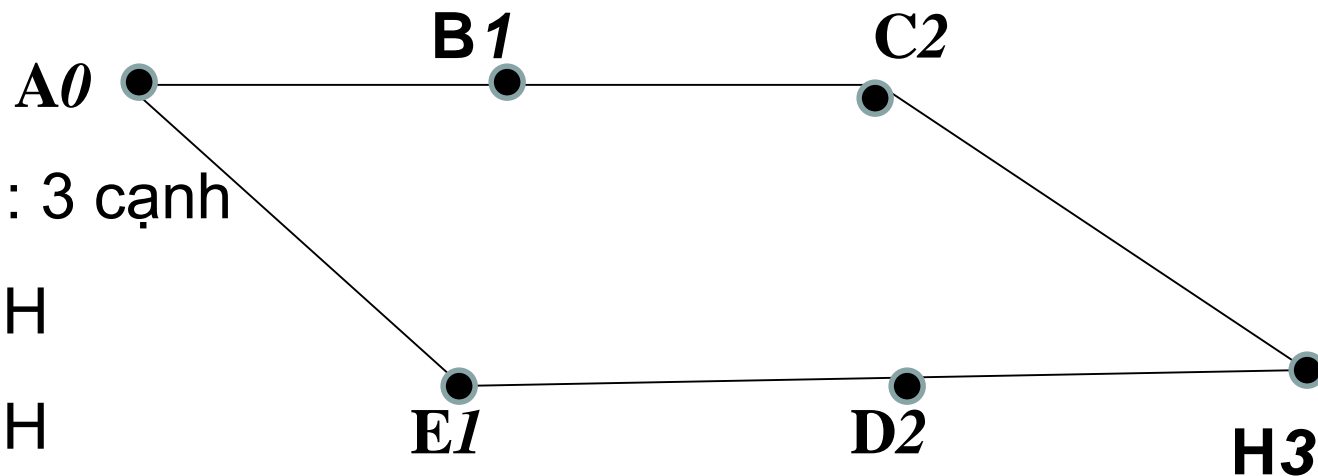


Kết quả:

Đường đi A → H: 3 cạnh

1: A, B, C, H

2: A, E, D, H



Thuật toán

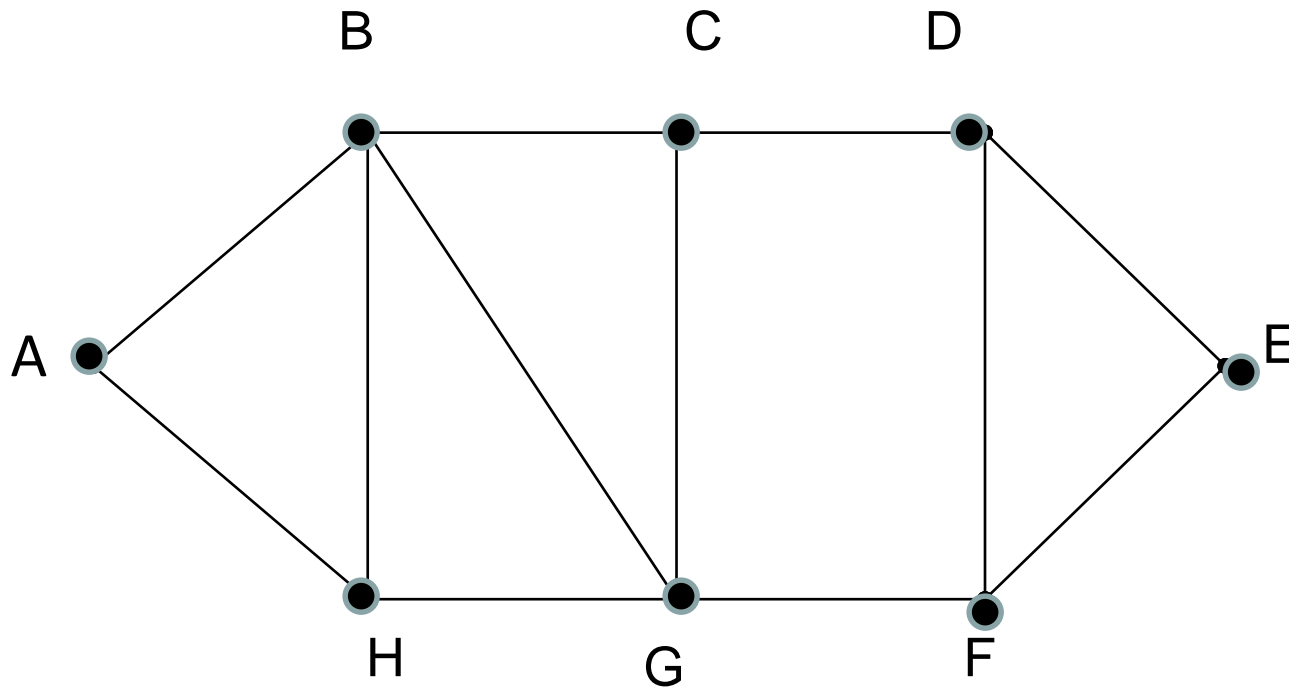
Bước 1: gán nhãn

- Gán nhãn $i = 0$ cho đỉnh xuất phát
- Kề đỉnh nhãn i gán nhãn $i+1$
- Dừng khi đỉnh kết thúc có nhãn

Bước 2: hiển thị kết quả

- Vẽ đường đi: từ kết thúc ngược về xuất phát theo sự giảm dần của nhãn
- Liệt kê tất cả đường đi theo thứ tự tăng dần của nhãn từ xuất phát đến kết thúc $(0, 1, 2, \dots)$

Ví dụ 2: Cho đồ thị

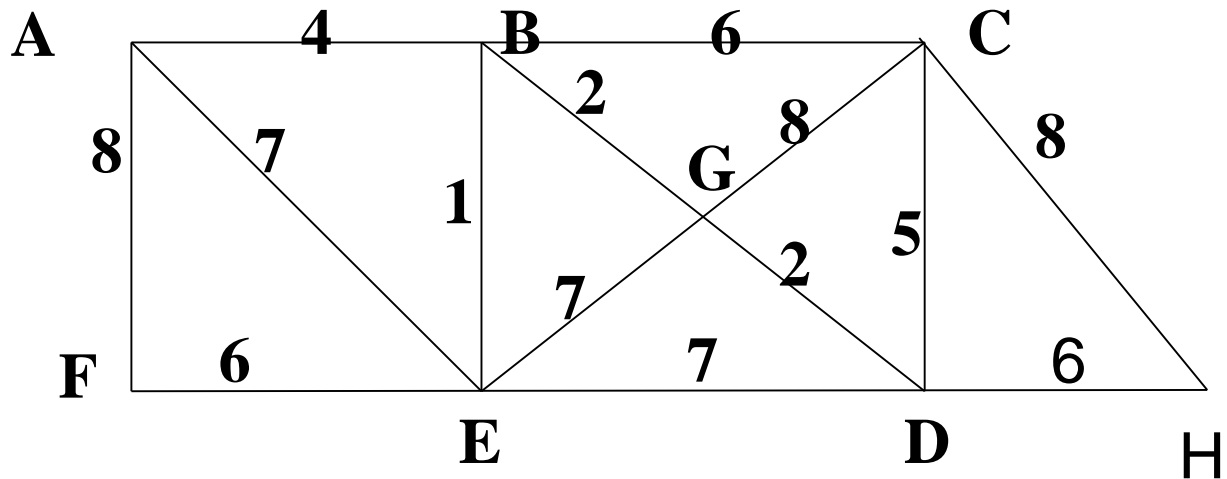


Tìm tất cả các đường đi ngắn nhất từ A đến E ?

b. Đồ thị có trọng số

Đồ thị có trọng số là đồ thị mà mỗi cạnh của nó được gán một số gọi là trọng số tương ứng với cạnh đó

Ví dụ 1:



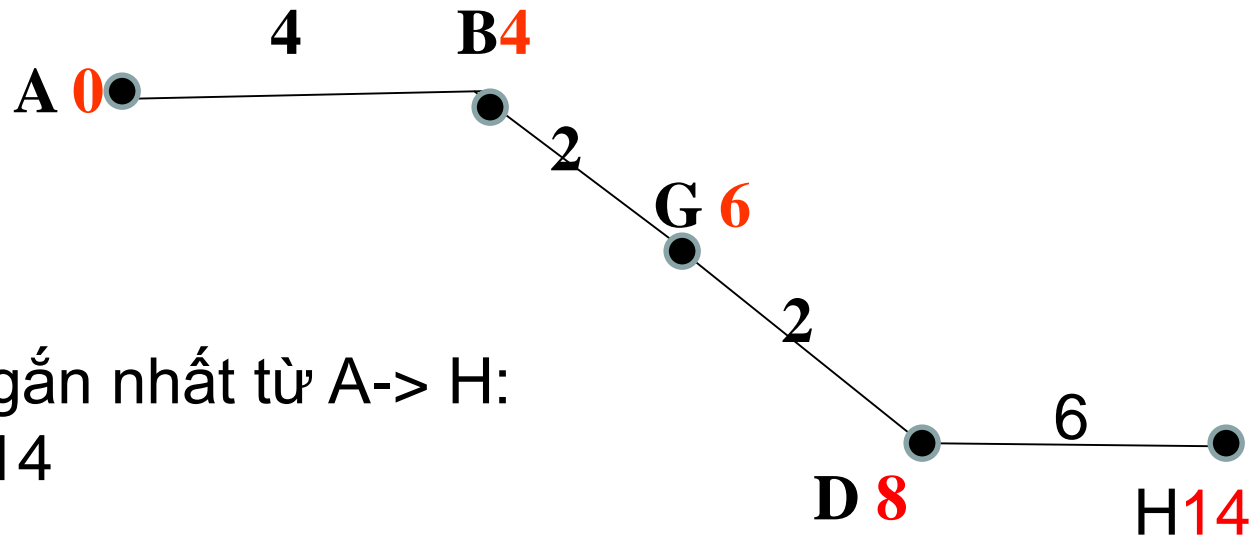
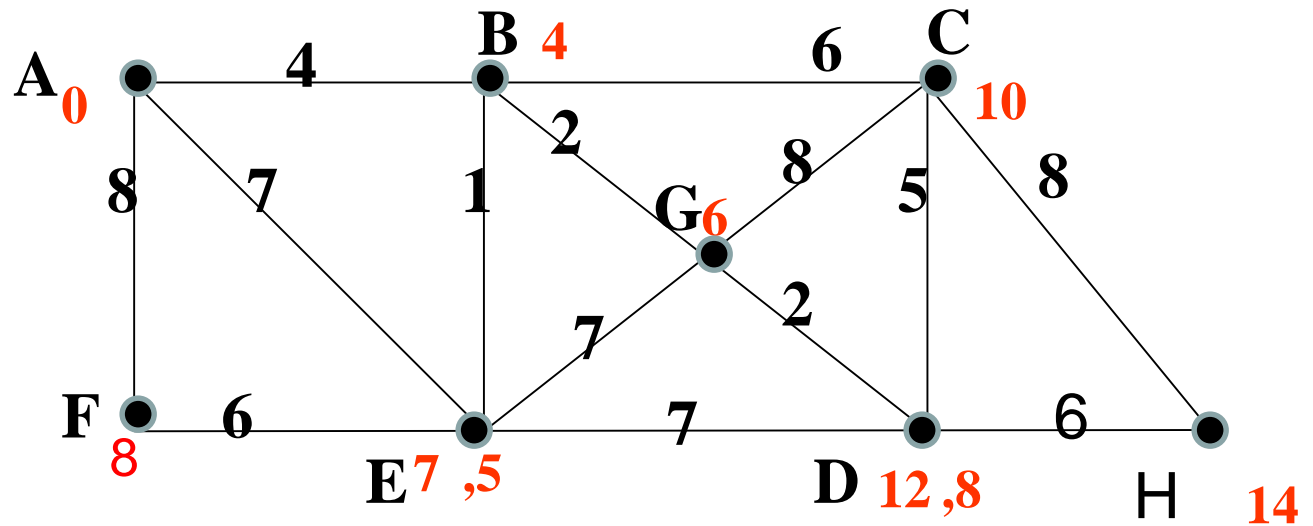
Đường đi ngắn nhất từ A đến H là đường đi có tổng trọng số nhỏ nhất

Thuật toán Dijkstra :

Cho đơn đồ thị (vô hướng hoặc có hướng) có trọng số dương $G=\langle V;E\rangle$, ma trận trọng số W . Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh s đến **tất cả các đỉnh còn lại**.

- Bước 0: Gán nhãn $L(s)=0$, $L(v)=\infty$, $\forall v\neq s$. $S=\{s\}$
- Bước 1: Nếu $S=V$ thì dừng.
- Bước 2: Tính lại các $L(v)$ với **v kề với s** và **$v\notin S$** :
Nếu $L(v)>L(s)+w(s,v)$ thì thay $L(v)$ bởi $L(s)+w(s,v)$
- Bước 3: Tìm đỉnh **$s\notin S$** thoả mãn: **$L(s)$ nhỏ nhất**.
- Bước 4: kết nạp s vào S : $S=S\cup\{s\}$, quay lại Bước 1.

b. Đồ thị có trọng số



Lập bảng tìm đường đi ngắn nhất

Quy ước viết bảng:

∞ : không có cạnh nối 2 đỉnh, giữa hai đỉnh độ dài vô cùng

Tại mỗi ô của bảng có 2 tham số ($L(v)$, trước (V))

$L(v)$: nhãn của đỉnh v

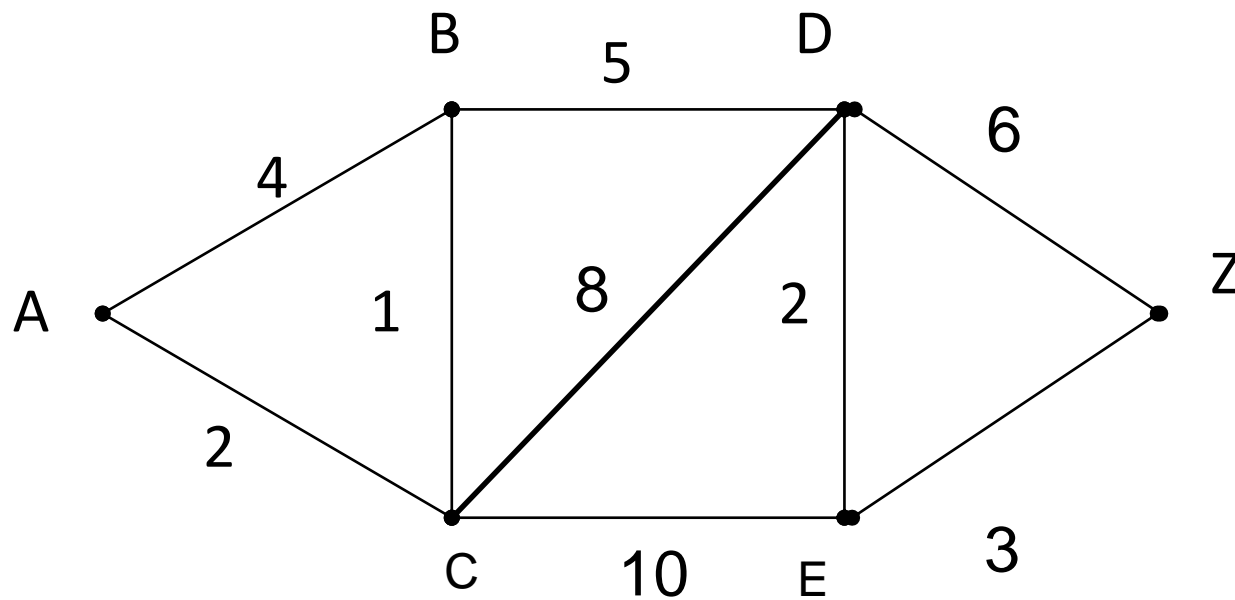
Trước (v): tên của đỉnh đứng trước đỉnh v để đi đến v có nhãn $L(v)$

*: Cố định nhãn nhỏ nhất

-: Không xét giảm nhãn nữa

Bước	A	B	C	D	E	F	G	H
0	0*,A	∞, A	∞, A	∞, A	∞, A	∞, A	∞, A	∞, A
1	-	4 *, A	∞, A	∞, A	7, A	8, A	∞, A	∞, A
2	-	-	10, B	∞, A	5 *, B	8, A	6, B	∞, A
3	-	-	10, B	12,E	-	8, A	6 *, B	∞, A
4	-	-	10, B	8, G	-	8 *, A	-	∞, A
5	-	-	10, B	8 *, G	-	-	-	∞, A
6	-	-	10 *, B	-	-	-	-	14, D
7	-	-	-	-	-	-	-	14 *,D

Ví dụ 2: Tìm đường đi ngắn nhất từ A đến các đỉnh khác

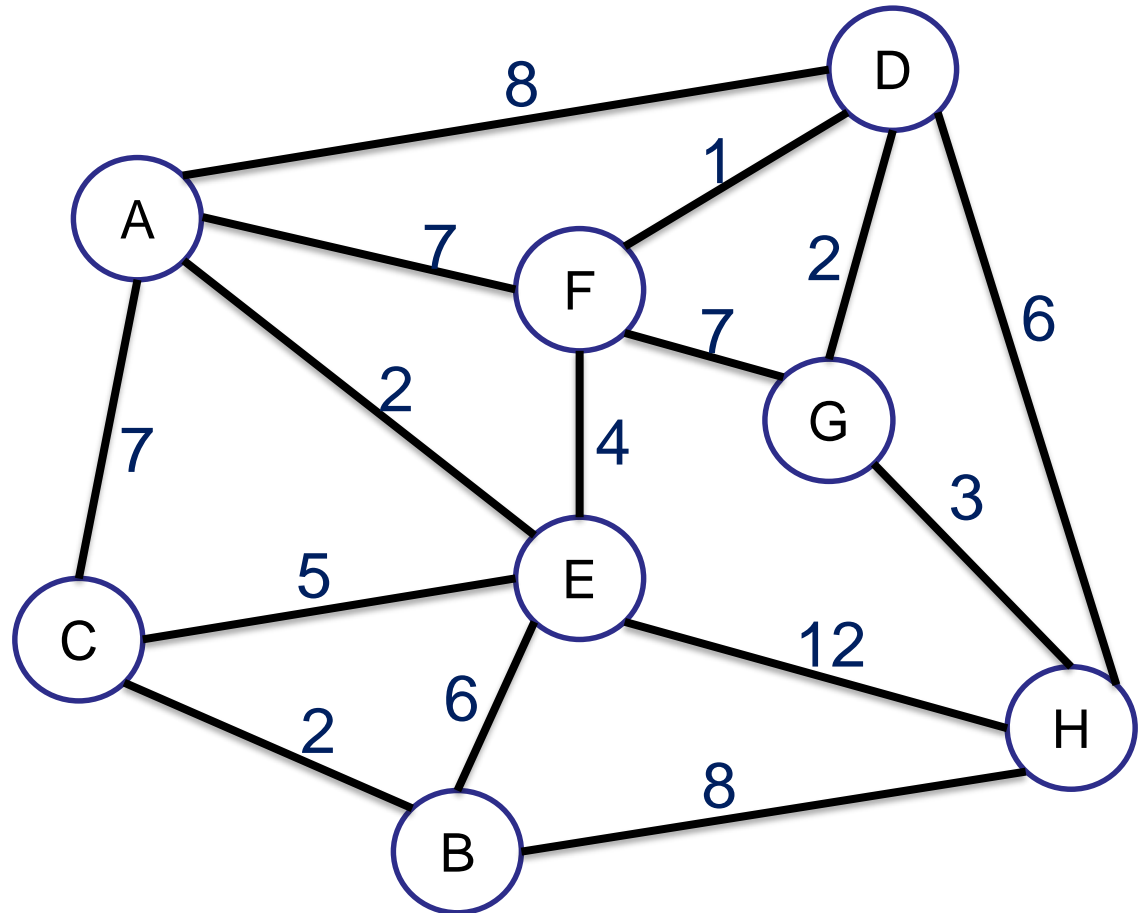


Bảng tìm đường đi ngắn nhất

Bước	A	B	C	D	E	Z
0	0*, A	∞ , A	∞ , A	∞ , A	∞ , A	∞ , A
1	-	4, A	2*, A	∞ , A	∞ , A	∞ , A
2	-	3*, C	-	10, C	12, C	∞ , A
3	-	-	-	8*, B	12, C	∞ , A
4	-	-	-	-	10*, D	14, D
5					-	13*, E

Ví dụ 3

Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến **tất cả** các đỉnh còn lại



Ví dụ 4

Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến **tất cả** các đỉnh còn lại

