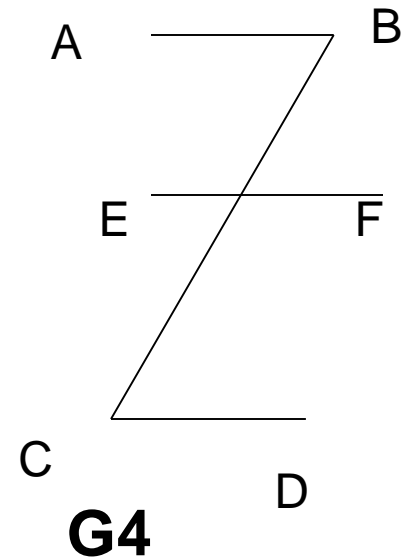
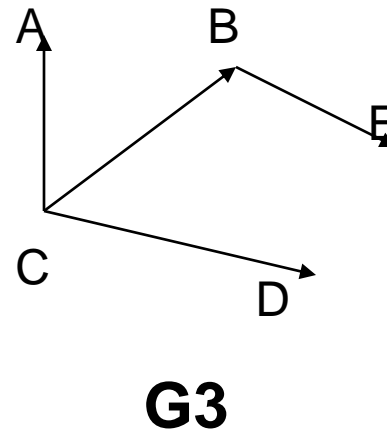
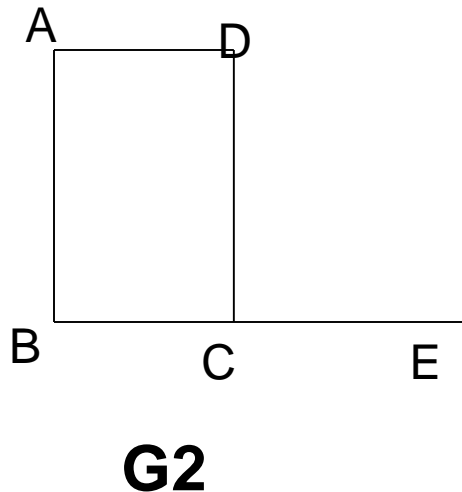
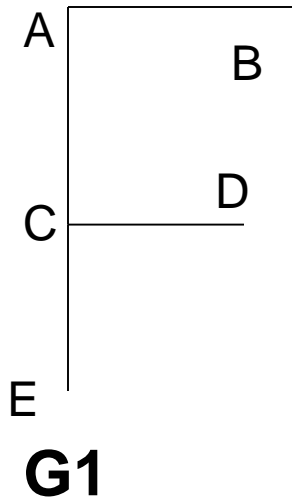


4.2 Cây

1. Khái niệm cây

Cây là đồ thị vô hướng, liên thông, không có chu trình

Ví dụ:



Đồ thị nào là cây? G1: Cây,

G2, G3, G4: không là cây

- Cấu trúc cây

Gốc A

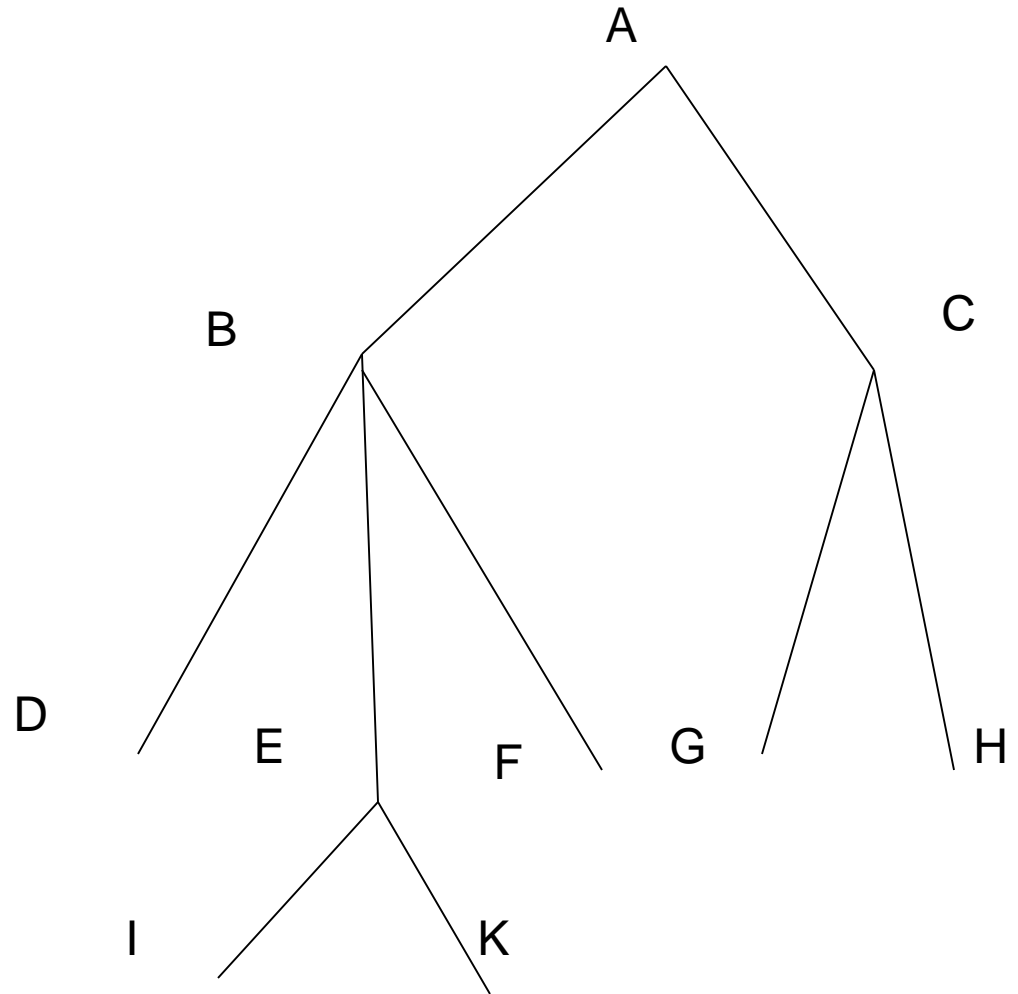
Con A: B,C

Cha(mẹ) B: A

Lá: D,F,G,H,I,K

Đỉnh trong: B, C, E

Anh, Em: B,C

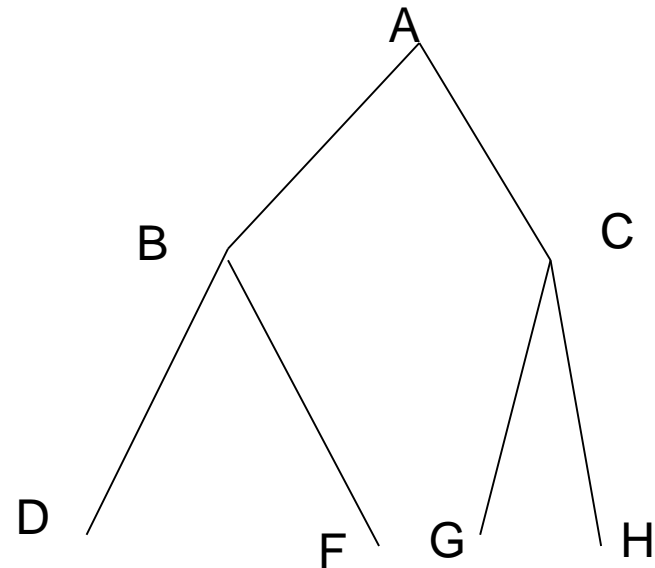
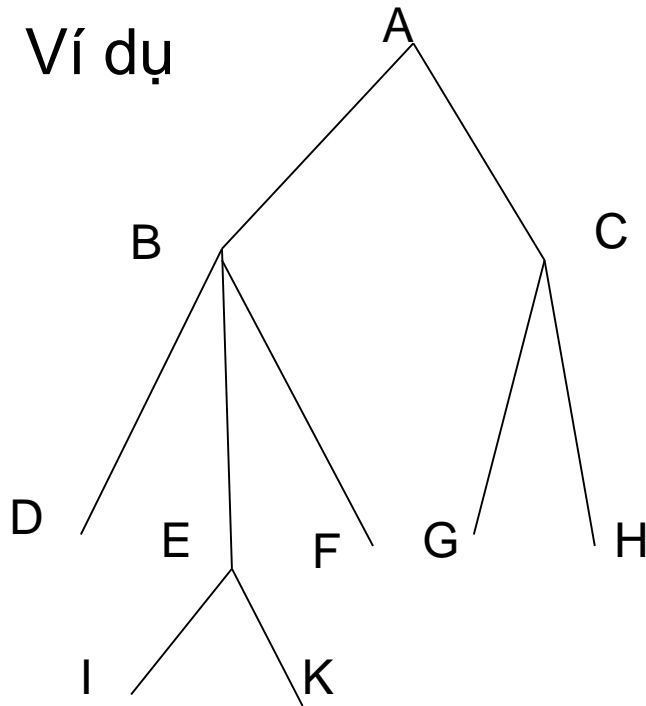


Định nghĩa

Cây gọi là m – phân nếu các đỉnh (trừ lá) của cây không có quá m con

Cây gọi là m phân đầy đủ nếu các đỉnh (trừ lá) có đúng m con
 $m=2$ gọi là cây nhị phân, $m=3$ cây tam phân...

Ví dụ



- Mức của gốc = 0
- Các đỉnh con của mức 0 là 1, con mức 1 là 2, con mức i là $i+1$
- Độ cao của cây là mức cao nhất của tất cả các đỉnh

Ví dụ:

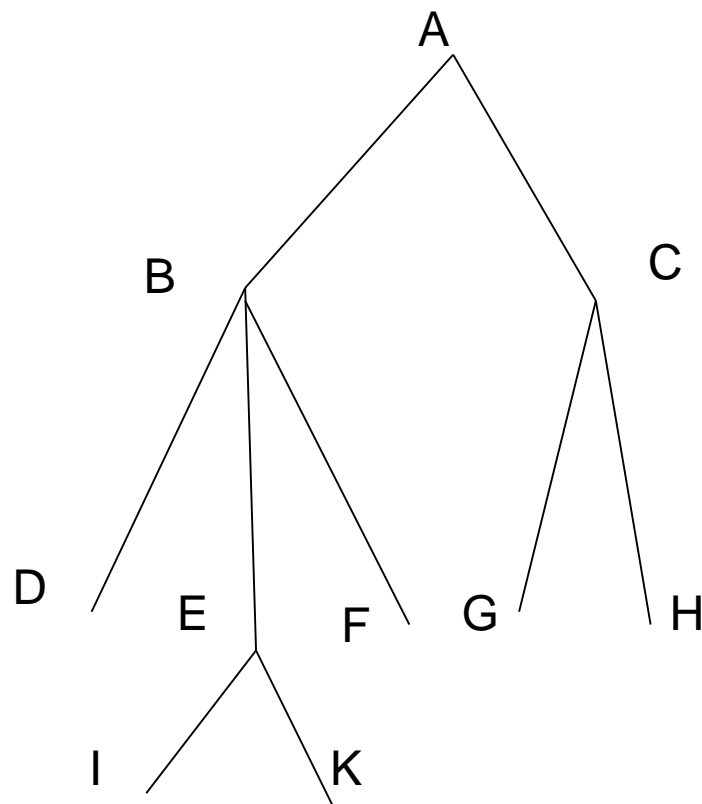
Mức A: 0

Mức B,C: 1

Mức D,E,F,G,H: 2

Mức I, K: 3

Độ cao của cây: 3



2. Ứng dụng cây

a. cây tìm kiếm nhị phân

Mỗi đỉnh gán bằng một khóa (mỗi giá trị khóa chỉ xác định một phần tử).

Khóa của đỉnh lớn hơn tất cả khóa của các đỉnh thuộc cây con trái và nhỏ hơn khóa của tất cả các đỉnh thuộc cây con phải

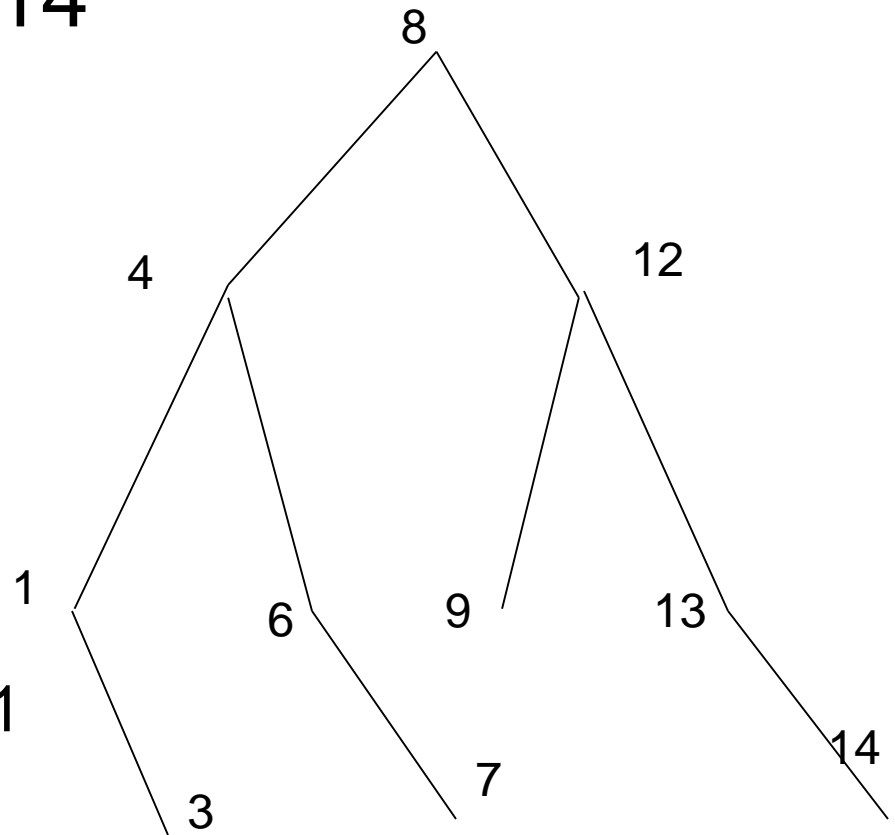
Ví dụ cho dãy đã sắp xếp

1,3,4,6,7,8,9,12,13,14

Biểu diễn cây nhị phân

Tìm kiếm xem giá trị
 $x=9$ có xuất hiện trong
dãy không?

Tìm kiếm xem giá trị $x=11$
có xuất hiện trong dãy
không?



b Cây quyết định

Cây có gốc trong đó mỗi đỉnh tương ứng với một quyết định và mỗi cây con tại đỉnh này ứng với mỗi một kết cục của quyết định được gọi là cây quyết định

Lời giải của bài toán tương ứng với các đường đi từ gốc đến lá

c. Mã tiền tố

Ví dụ:

e: 0

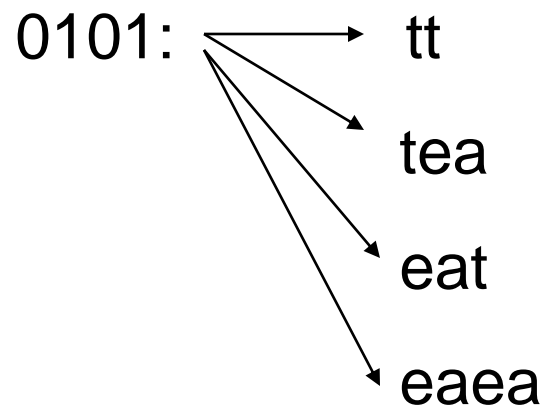
a: 1

t: 01

Cho xâu nhị phân

0101

Mã hóa cho xâu chữ cái nào?



Không đảm bảo nguyên
tắc mã hóa

(ánh xạ 1-1)

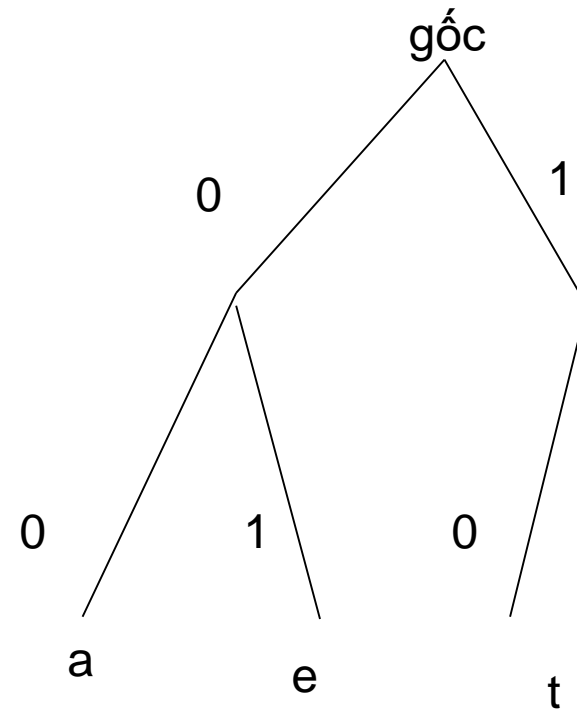
Định nghĩa mã tiền tố:

Xâu nhị phân ứng với một chữ không bao giờ xuất hiện như là phần đầu của xâu ứng với chữ khác

Các ký tự là các nhãn của lá trên cây nhị phân

Các cạnh của cây được gán nhãn: cạnh dẫn đến con trái gán nhãn 0, dẫn đến con phải gán nhãn 1

Xâu nhị phân ứng với một chữ là dãy các nhãn của các cạnh thuộc đường đi từ gốc đến lá



T: 10

A: 00

E: 01

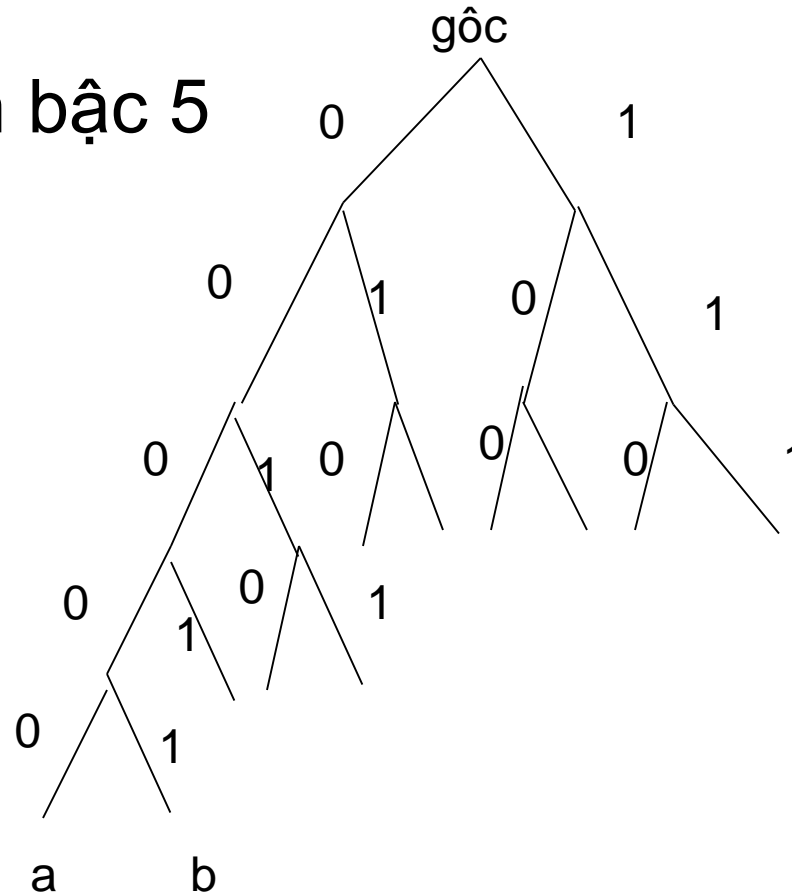
- Ví dụ: xây dựng cây mã hóa 26 chữ cái

Cây nhị phân bậc 5

a:00000

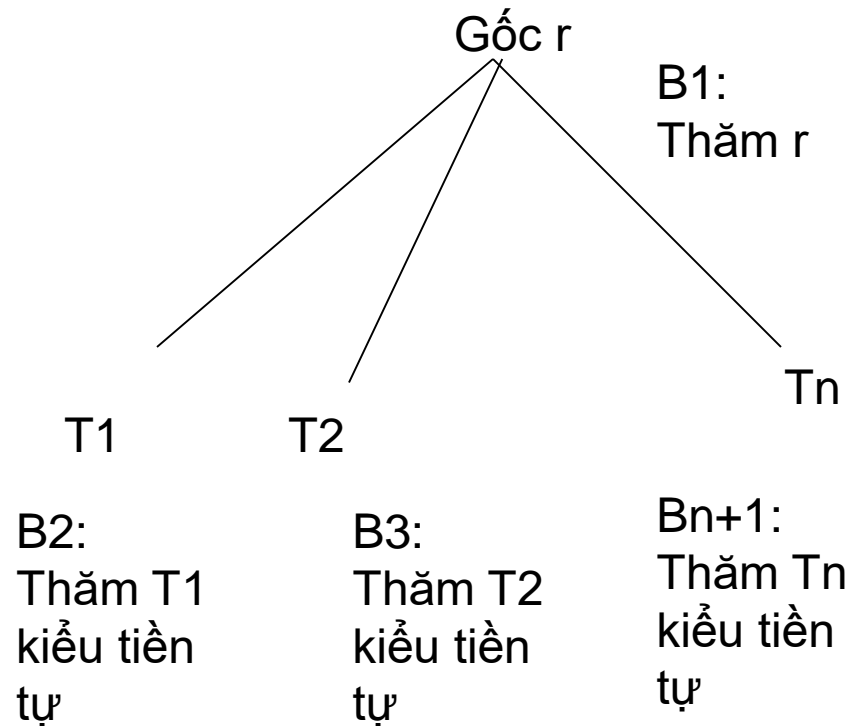
b: 00001

.....

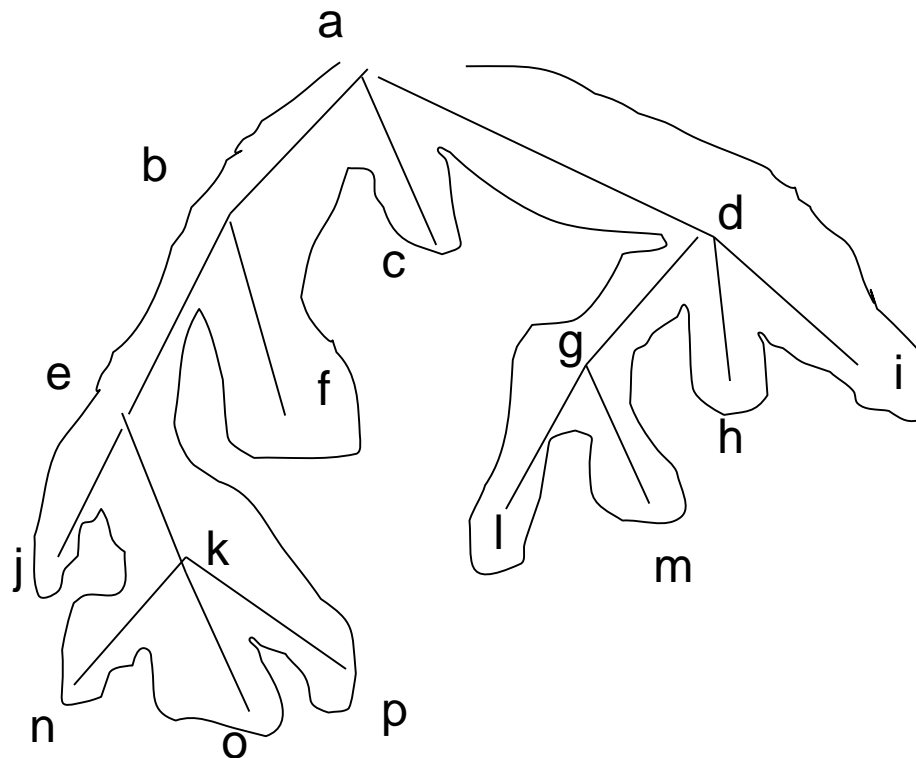
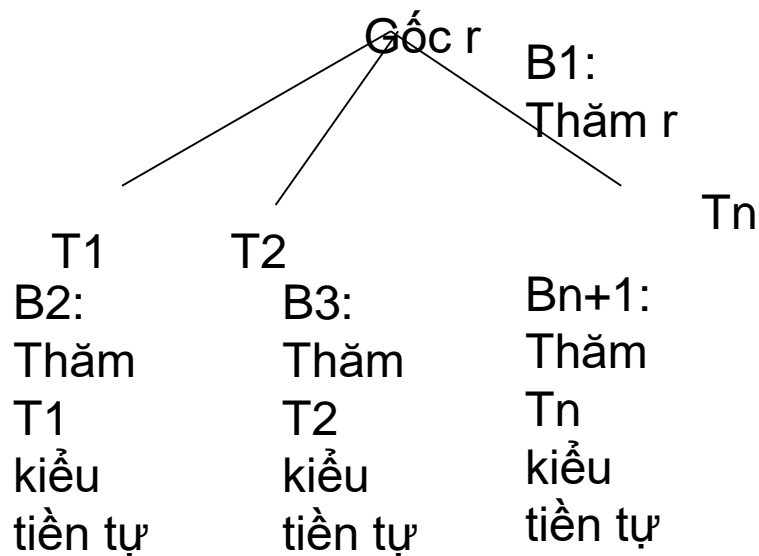


3. Phương pháp duyệt cây

- a. Duyệt tiền thứ tự



• Ví dụ



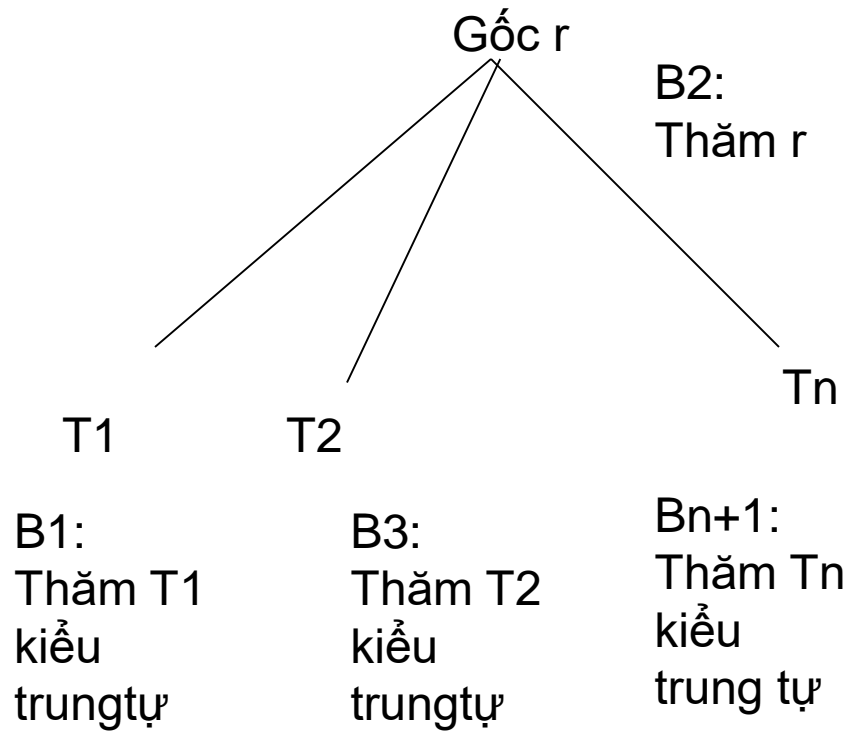
Thứ tự duyệt:

a,b,e,j,k,n,o,p,f,c,d,g,l,m,h,i

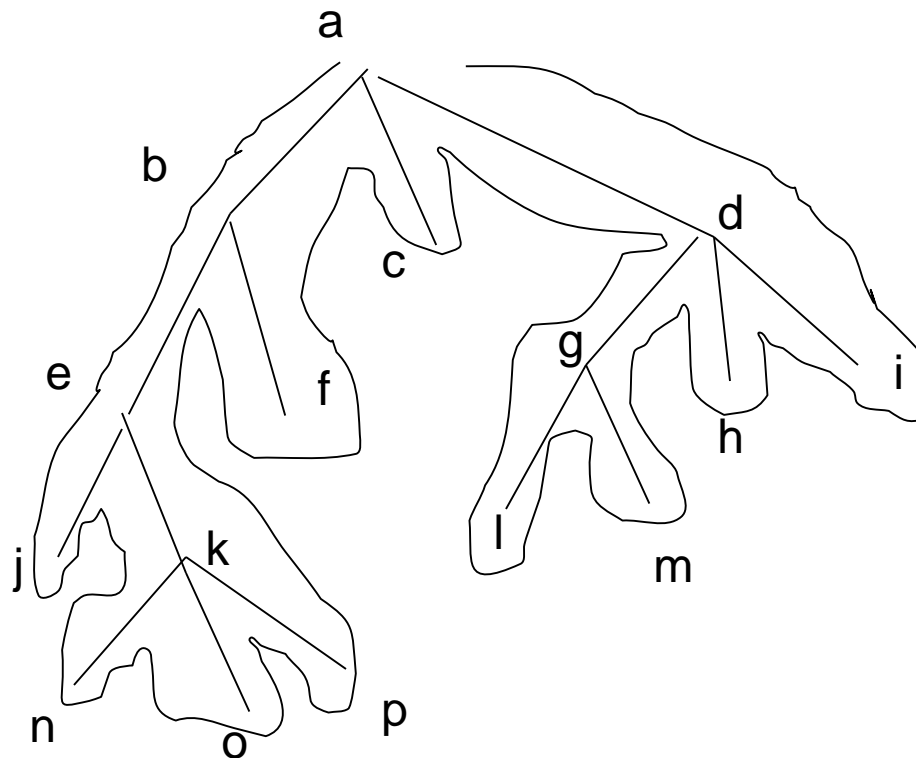
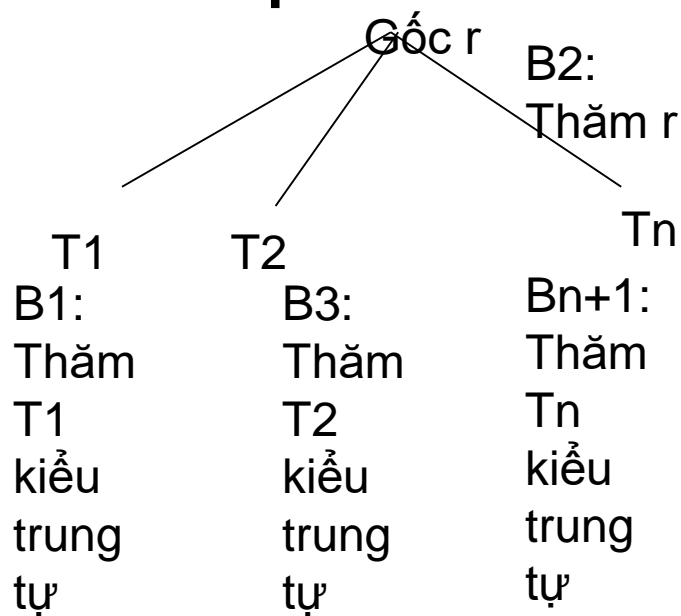
Vẽ đường cong bao quanh cây, xuất phát từ gốc chuyển động dọc theo các cạnh từ trái sang phải

Liệt kê mỗi đỉnh khi đường cong đi qua nó

b. Duyệt trung thứ tự



• Ví dụ



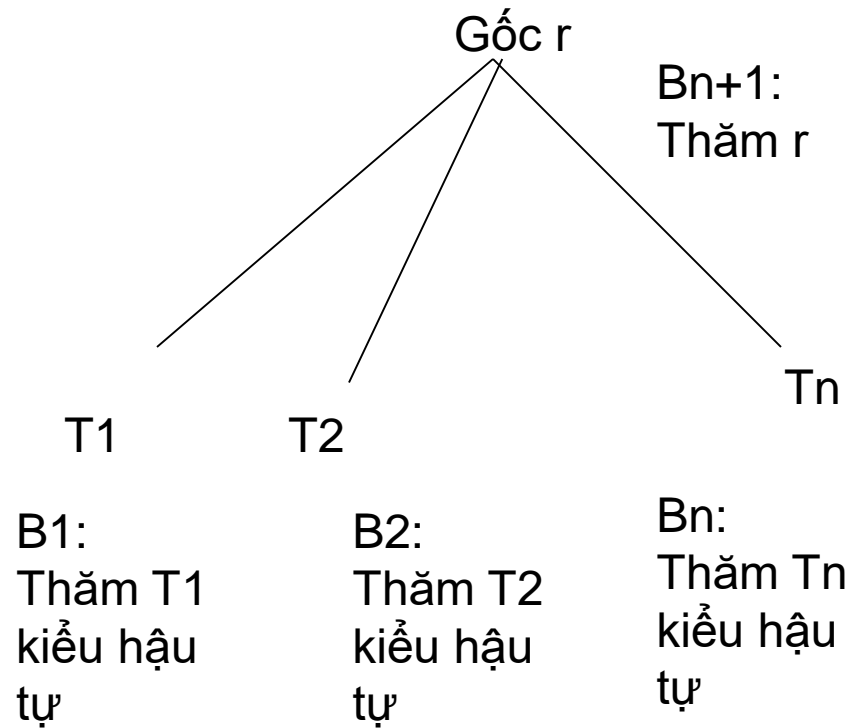
Thứ tự duyệt:

j,e,n,k,o,p,b,f,a,c,l,g,m,d,h,i

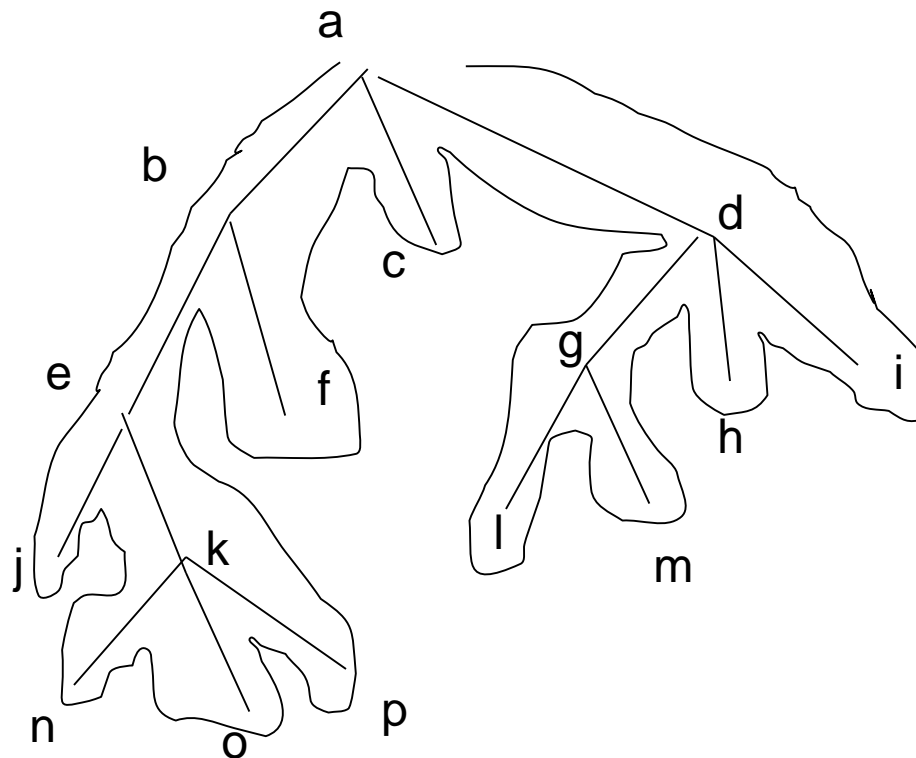
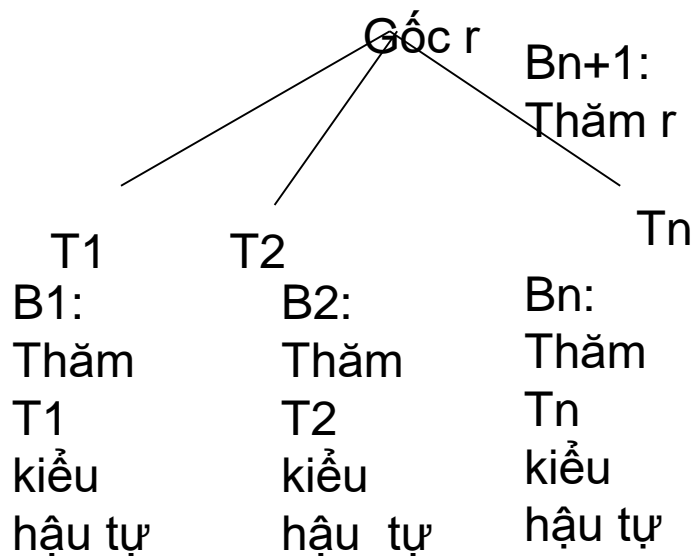
Vẽ đường cong bao quanh cây, xuất phát từ gốc chuyển động dọc theo các cạnh từ trái sang phải

Liệt kê lá khi đường cong đi qua nó lần đầu, liệt kê các đỉnh trong khi đi qua lần 2₄

c. Duyệt hậu thứ tự



• Ví dụ



Thứ tự duyệt:

j,n,o,p,k,e,f,b,c,l,m,g,h,i,d,a,

Vẽ đường cong bao quanh cây, xuất phát từ gốc chuyển động dọc theo các cạnh từ trái sang phải

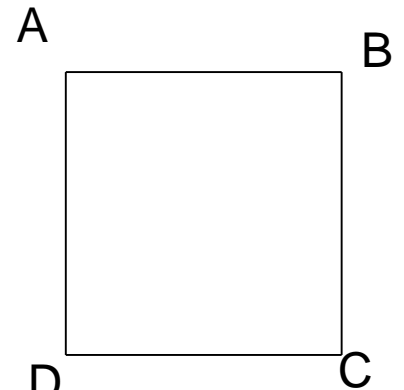
Liệt kê mỗi đỉnh khi đường cong đi qua nó lần thứ 2 để trở về đỉnh cha của nó

4.2.4. Cây khung. Thuật toán tìm cây khung nhỏ nhất

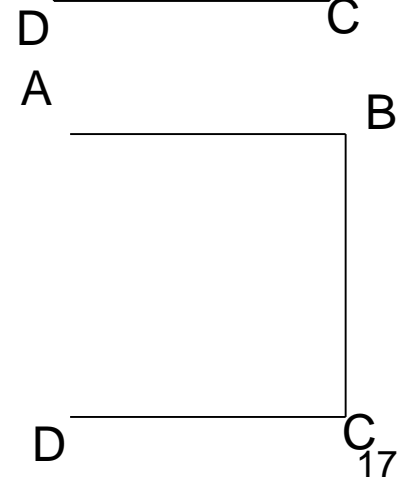
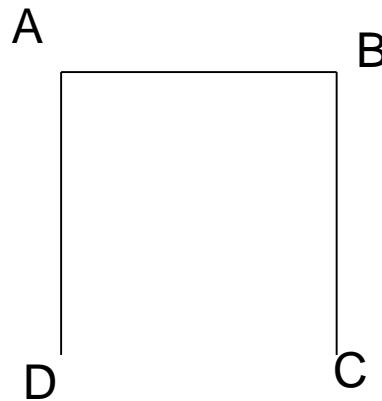
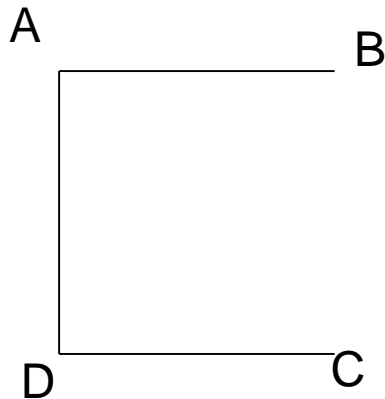
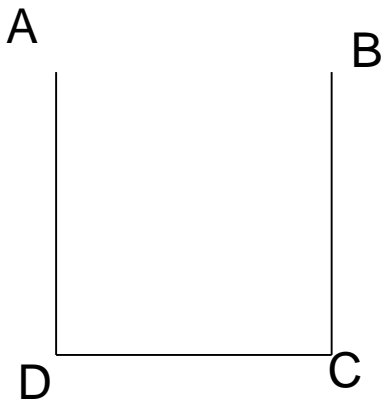
- a. Định nghĩa cây khung

Cho G là một đơn đồ thị. Một cây được gọi là cây khung của G nếu nó là đồ thị con của G và chứa tất cả các đỉnh của đồ thị G

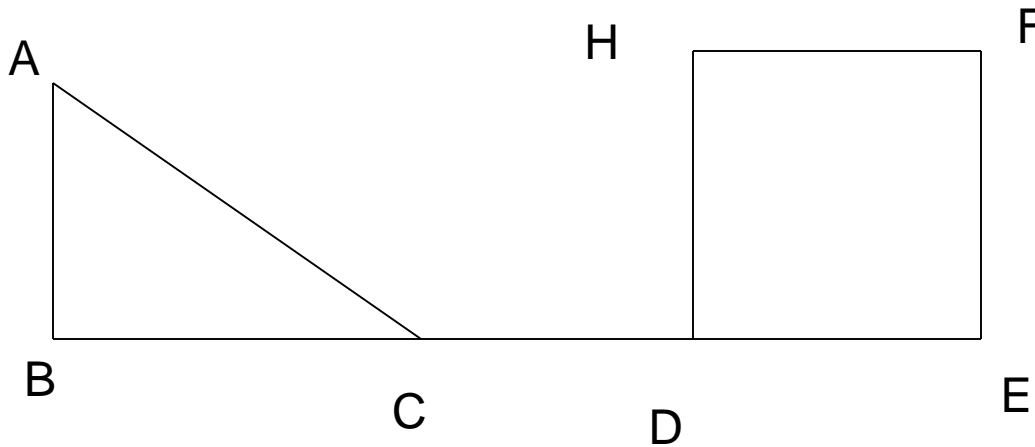
Ví dụ: Tìm các cây khung của đồ thị sau:



Kết quả

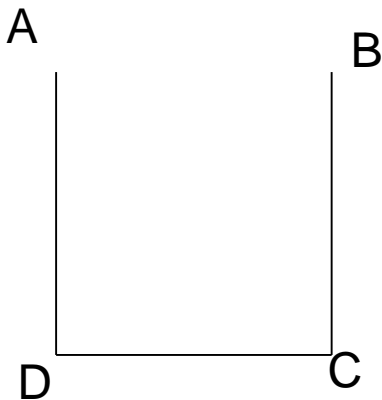


Ví dụ: Có bao nhiêu cây khung nhận được từ đồ thị sau:

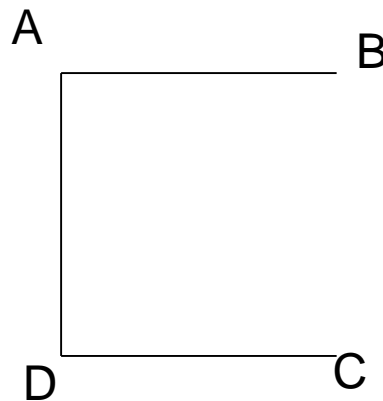


12 cây khung, phá vỡ 2 chu trình, có 3 cách phá vỡ chu trình tam giác, 4 cách với chu trình hình chữ nhật, cạnh CD luôn tồn tại để đảm bảo tính liên thông

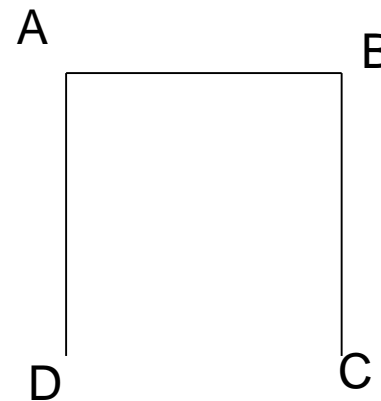
- Cho trọng số các cạnh trong đồ thị. Trong 4 cây khung, cây nào có trọng số min?



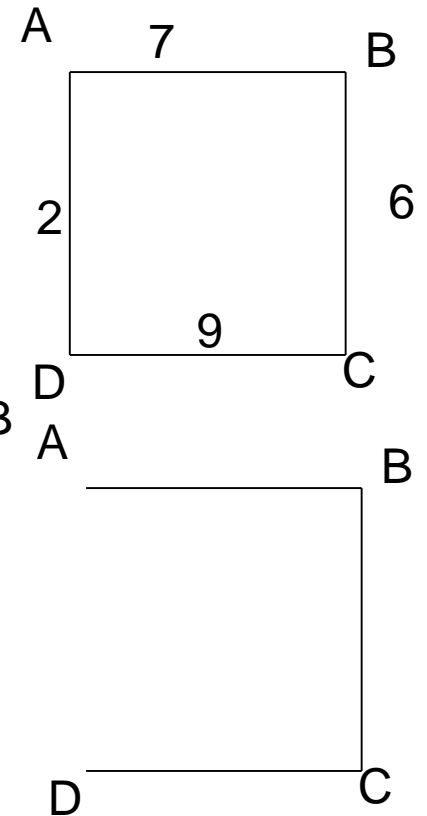
Trọng số
17



Trọng số
18



**Trọng
số 15**



Trọng số
22

19

a. Thuật toán Prim

tìm cây khung nhỏ nhất trong đồ thị liên thông có n đỉnh

- Chọn một cạnh bất kỳ có trọng số nhỏ nhất,
- lần lượt ghép vào cây các cạnh có trọng số tối thiểu, liên thuộc với một đỉnh của cây và không tạo chu trình.
- Thuật toán dừng khi có $n-1$ cạnh

G: đồ thị liên thông có trọng số và n đỉnh

T:= cạnh có trọng số nhỏ nhất

For $i:=1$ to $n-2$ do

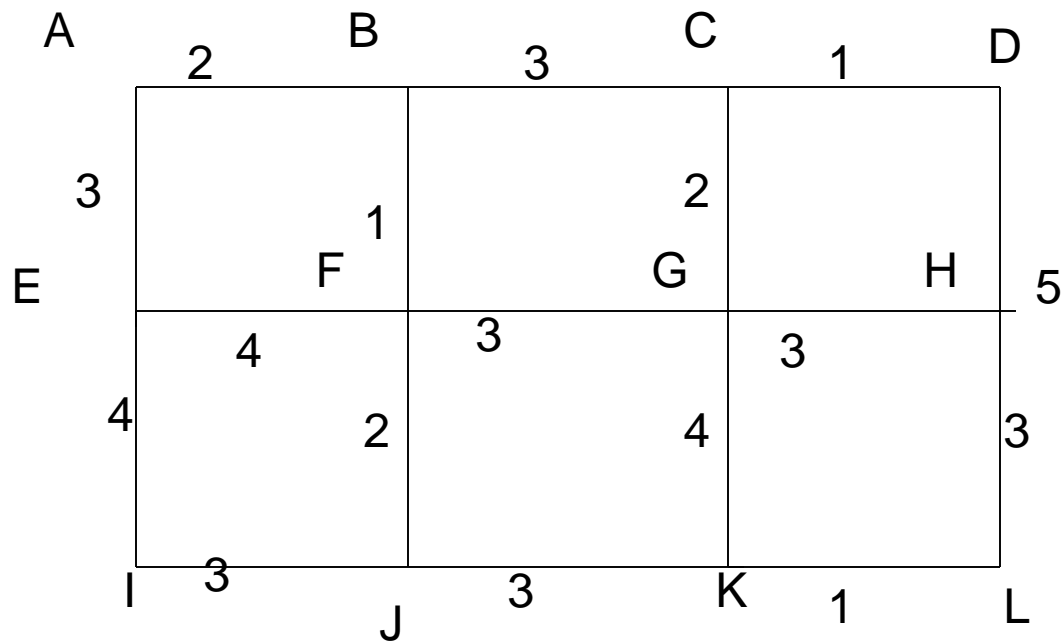
Begin

e := cạnh có trọng số tối thiểu liên thuộc với một đỉnh trong T và không tạo chu trình trong T nếu ghép nó vào T

T:= T với e được ghép thêm vào

End;

Ví dụ:



Ví dụ:

Chọn cạnh

1.BF=1

2.AB=2

3.FJ=2

4.AE=3

5.IJ=3

6.FG=3

7.CG=2

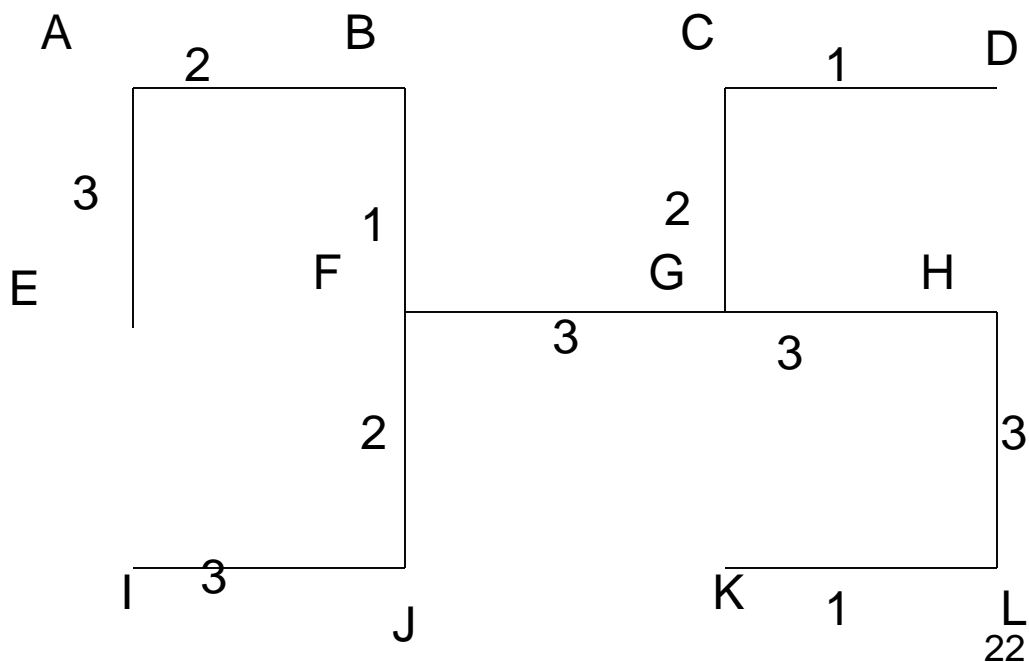
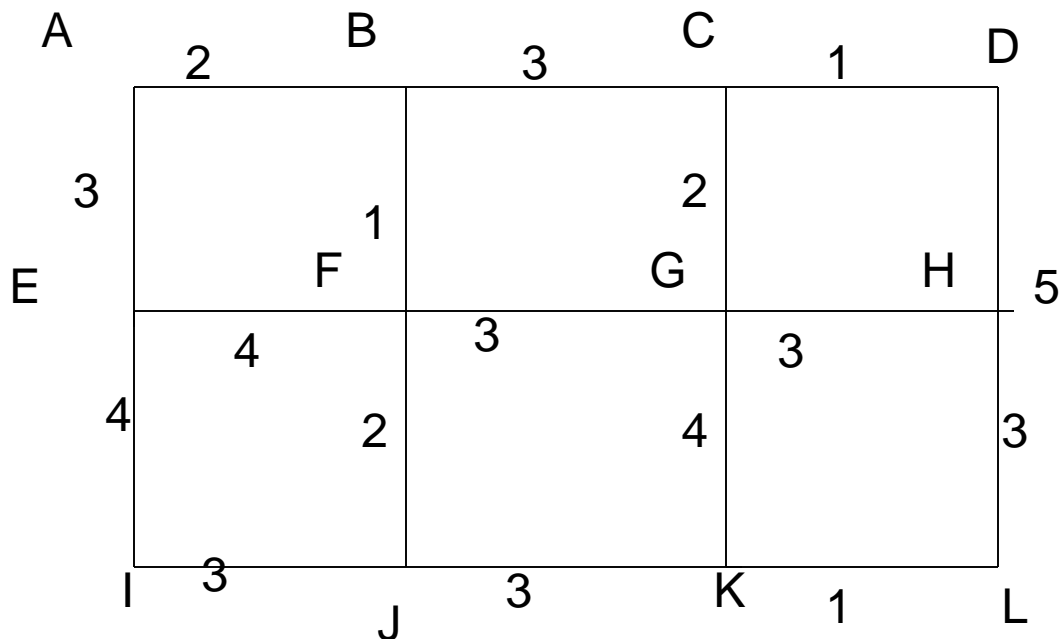
8.CD=1

9.GH=3

10.HL=3

11.KL=1

Tổng= 24



b. Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất trong đồ thị liên thông có n đỉnh

- Chọn một cạnh bất kỳ có trọng số nhỏ nhất,
- lần lượt ghép vào cây các cạnh có trọng số tối thiểu và không tạo chu trình.
- Thuật toán dừng khi có $n-1$ cạnh

G: đồ thị liên thông có trọng số và n đỉnh

T:= cạnh có trọng số nhỏ nhất

For $i:=1$ to $n-2$ do

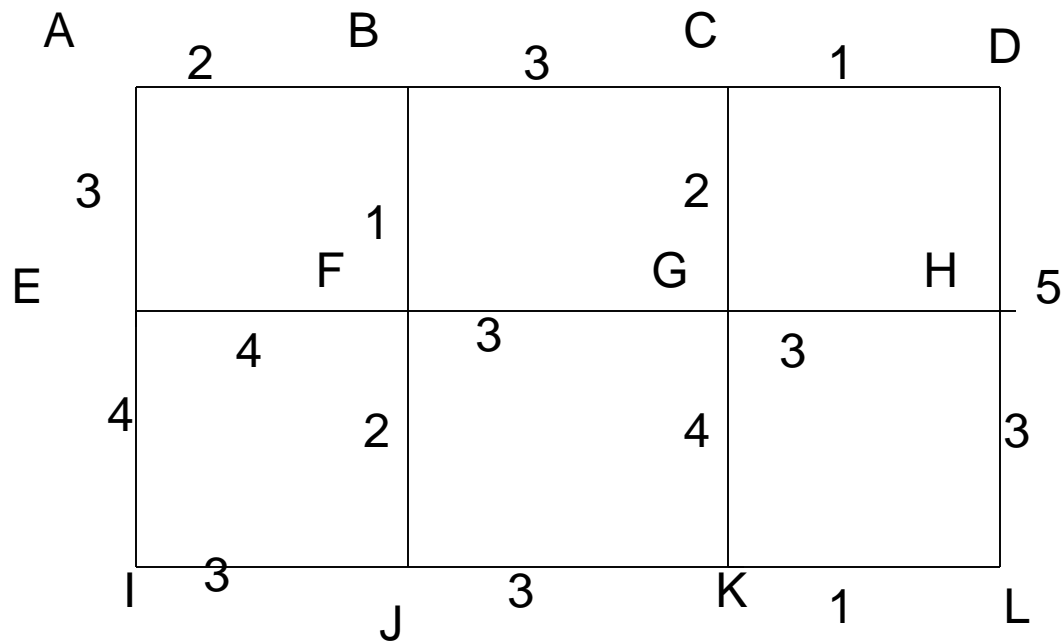
Begin

e := cạnh có trọng số tối thiểu và không tạo chu trình trong T
nếu ghép nó vào T

T:= T với e được ghép thêm vào

End;

Ví dụ:



Ví dụ:

Chọn cạnh

1.CD=1

2.KL=1

3.BF=1

4.CG=2

5.AB=2

6.FJ=2

7.BC=3

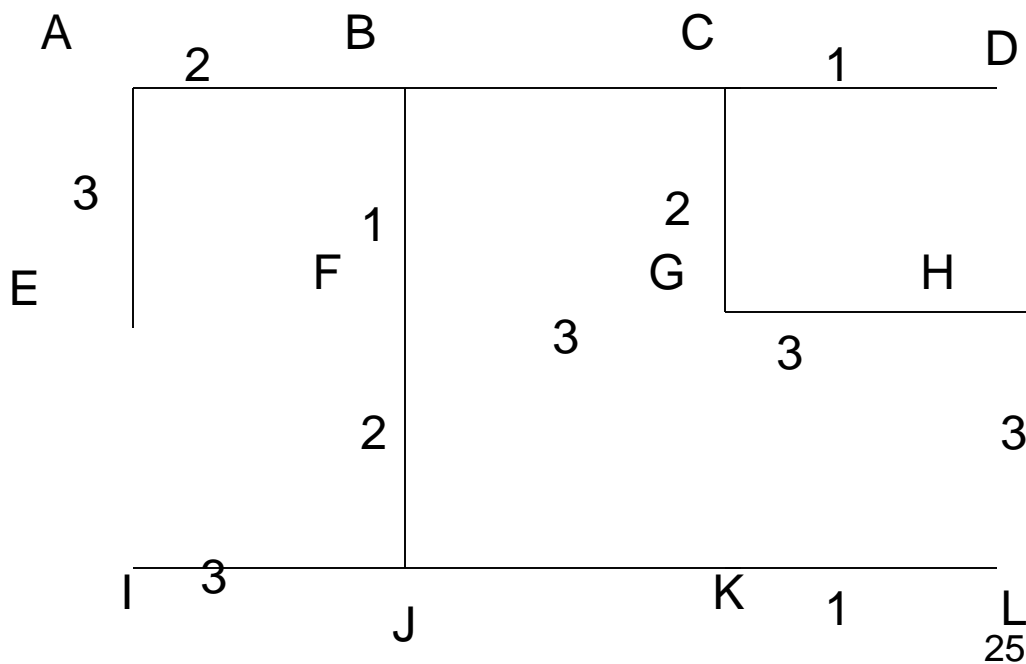
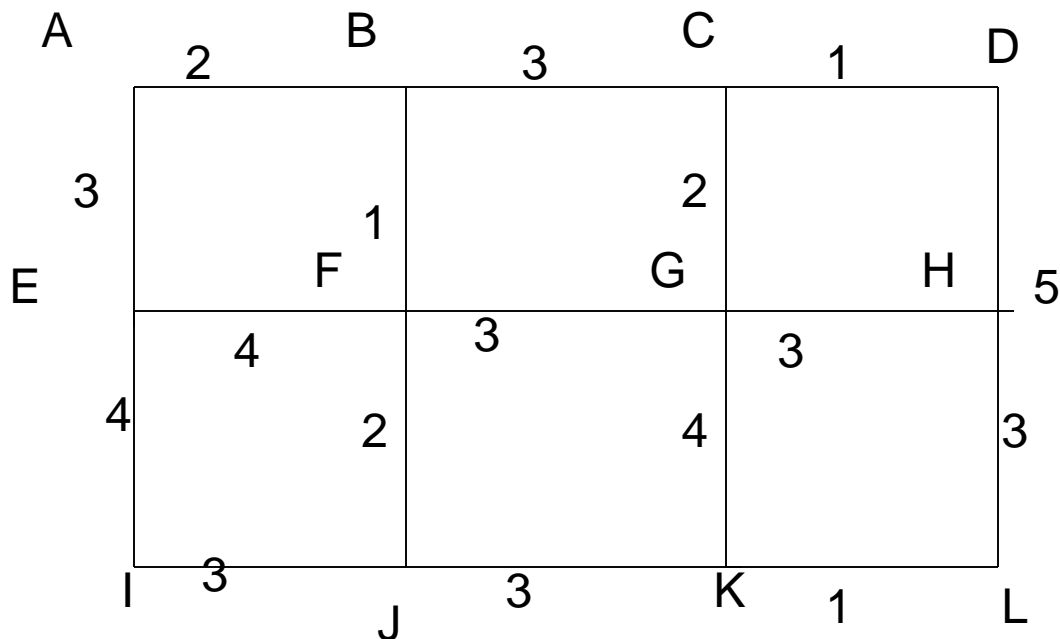
8.JK=3

9.GH=3

10.IJ=3

11.AE=3

Tổng= 24



4.2.5. Kỹ thuật quay lui

- Để tìm nghiệm bài toán bằng kỹ thuật quay lui, trước tiên tạo một dãy các quyết định càng dài càng tốt để tiến tới lời giải, Dãy các quyết định biểu diễn bằng một đường đi trong cây quyết định.
- Khi biết nếu không thể có lời giải từ bất kỳ quyết định tiếp theo nào ta quay lui lại đỉnh cha của đỉnh hiện thời hướng lời giải bằng dãy các quyết định khác nếu có thể
- Thử tục tiếp tục cho đến khi tìm được lời giải hoặc kết luận là không có lời giải

Ví dụ: Bài toán 8 quân hậu trên bàn cờ vua 8×8 , sao cho không có quân hậu nào tấn công lẫn nhau

Một số bài tập cài đặt chương trình

1. Sinh hoán vị, sinh tổ hợp
2. Cho quan hệ trên tập hợp kiểm tra tính chất phản xạ, đối xứng, tìm bao đóng phản xạ đối xứng bắc cầu
3. Kiểm tra tính liên thông của một đồ thị đơn
4. Kiểm tra chu trình Euler
5. Kiểm tra chu trình Hamilton
6. Tìm đường đi ngắn nhất với thuật toán Dijkstra
7. Thuật toán tô màu đồ thị
8. Thuật toán tìm kiếm nhị phân
9. Thuật toán mã hóa
10. Ba phương pháp duyệt cây
11. Thuật toán tìm cây khung nhỏ nhất
12. kỹ thuật quay lui giải bài toán 8 hậu

hết