

# QUAN HỆ

Mối quan hệ giữa những phần tử của các tập hợp xuất hiện trong nhiều bối cảnh:

- Quan hệ giữa ***một nhân viên và lương của người đó***
- Quan hệ giữa ***một người và người thân của họ***
- Quan hệ giữa ***số nguyên dương và một ước của nó***
- Quan hệ giữa ***một công thức và một biến của nó***

Một cách trực tiếp để biểu diễn mối quan hệ giữa các phần tử của hai tập hợp là dùng **các cặp được sắp** tạo bởi hai phần tử từ hai tập hợp

## 1. Định nghĩa

*Định nghĩa 1: Quan hệ*

Cho  $A, B$  là 2 tập hợp. Một quan hệ hai ngôi từ  $A$  đến  $B$  là một tập con của tích Đề các  $A \times B$

Tích đề các của hai tập hợp ?

$$A = \{\text{Lan, Hà, Tú}\}$$

$$B = \{\text{Nam, Nữ}\}$$

$$A \times B =$$

$$\{(\text{Lan, Nam}), (\text{Lan, Nữ}), (\text{Hà, Nam}), (\text{Hà, Nữ}), (\text{Tú, Nam}), (\text{Tú, Nữ})\}$$

Quan hệ  $R$  mô tả tên và giới tính của mỗi sinh viên

$$R = \{(\text{Lan, Nữ}), (\text{Hà, Nữ}), (\text{Tú, Nam})\}$$

$$R \subset A \times B$$

## 1. Định nghĩa

*Định nghĩa 1: Quan hệ*

Cho  $A, B$  là 2 tập hợp. Một quan hệ hai ngôi từ  $A$  đến  $B$  là một tập con của tích Đề các  $A \times B$

Quan hệ hai ngôi từ  $A$  đến  $B$  là tập  $R$  các cặp được sắp trong đó phần tử đầu tiên thuộc tập  $A$ , phần tử thứ hai thuộc tập  $B$

Ký hiệu:  $aRb$  để chỉ  $(a, b)$  thuộc quan hệ  $R$

~~$aRb$~~  để chỉ  $(a, b)$  không thuộc quan hệ  $R$

Khi có  $aRb$  ta nói  $a$  có quan hệ  $R$  với  $b$ .

Ví dụ:  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{a, 2, 5\}$

$\{(1, a), (2, 2), (4, 2)\}$  là những phần tử của một quan hệ  $R$  nào đó từ tập  $A$  đến tập  $B$

## 1. Định nghĩa

*Định nghĩa 2: Quan hệ trên 1 tập*

Một quan hệ trên tập  $A$  là một quan hệ từ tập  $A$  đến tập  $A$   
(Quan hệ trên tập  $A$  là một tập con của tích Đề các  $A \times A$ )

Ví dụ: cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Tìm các phần tử của quan hệ  $R$ , trong đó  $R = \{(a, b) \mid a < b\}$

$R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$

## 2. Tính chất

### a. Tính phản xạ

Quan hệ  $R$  trên tập  $A$  được gọi là có tính chất phản xạ nếu  $(a, a) \in R, \forall a \in A$

**Ví dụ:** Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Xét quan hệ trên tập  $A$  sau đây:  
 $R$  là quan hệ “chia hết cho”

*(có nghĩa là nếu  $(a, b) \in R$  thì  $a$  phải chia hết cho  $b$ ).*

Ta có:  $R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4)\}$

Nhận thấy  $(a, a) \in R, \forall a \in A$ ; tức là  $R$  có tính chất phản xạ.

## 2. Tính chất

### b. Tính đối xứng

Quan hệ  $R$  trên tập  $A$  được gọi là có tính chất đối xứng nếu khi có  $(a, b) \in R$ , thì cũng sẽ có  $(b, a) \in R$

**Ví dụ:** Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .

$R$  là quan hệ “chia hết cho” trên tập  $A$ .

Ta có:  $R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4)\}$

$R$  không có tính chất đối xứng vì  $(2,1) \in R$  nhưng  $(1,2) \notin R$

## 2. Tính chất

### c. Tính phản đối xứng

Quan hệ  $R$  trên tập  $A$  được gọi là có tính chất phản đối xứng nếu  $(a, b) \in R$  và  $(b, a) \in R$  khi và chỉ khi  $a = b$

Ví dụ: Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , các quan hệ trên  $A$  sau đây:

$$R_1 = \{(3, 4)\}$$

$$R_2 = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$$

Quan hệ  $R_1, R_2$  là phản đối xứng vì không có cặp  $(a, b)$  nào với  $a$  khác  $b$  sao cho cả  $(a, b)$  và  $(b, a)$  đều thuộc các quan hệ đó

$$R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2)\}$$

$R_3$  là không phản đối xứng vì có  $(1, 2), (2, 1)$  mà  $1$  khác  $2$

$R_3$  cũng không có tính chất đối xứng vì có  $(3, 1)$  không có  $(1, 3)$



## 2. Tính chất

### d. Tính bắc cầu

Quan hệ  $R$  trên tập  $A$  được gọi là có tính chất bắc cầu nếu  $(a, b) \in R$  và  $(b, c) \in R$  thì  $\rightarrow (a, c) \in R$

Ví dụ: Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , xét các quan hệ trên  $A$  sau đây:

$$R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$$

Vì  $(3, 2), (2, 1) \in R$  ta cũng có  $(3, 1) \in R$

Vì  $(4, 2), (2, 1) \in R$  ta cũng có  $(4, 1) \in R$

Vì  $(4, 3), (3, 1) \in R$  ta cũng có  $(4, 1) \in R$

Vì  $(4, 3), (3, 2) \in R$  ta cũng có  $(4, 2) \in R$

Vậy  $R$  là quan hệ có tính chất bắc cầu

## Ví dụ

Đối với mỗi quan hệ cho dưới đây trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  hãy xác định xem nó có là phản xạ, đối xứng hay bắc cầu không? Tại sao?

$$R_1 = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$$

$R_1$  không phản xạ vì thiếu  $(1, 1)$

$R_1$  không đối xứng vì có  $(2, 4)$  mà không có  $(4, 2)$

$R_1$  bắc cầu vì khi có  $(a, b), (b, c)$  thì luôn có  $(a, c)$

## Ví dụ

Đối với mỗi quan hệ cho dưới đây trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  hãy xác định xem nó có là phản xạ, đối xứng hay bắc cầu không? Tại sao?

$$R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

$R_2$  phản xạ vì đủ các cặp dạng  $(a, a)$ , với mọi phần tử  $a$  thuộc tập  $A$

$R_2$  đối xứng vì thỏa mãn có  $(a, b)$  thì cũng có  $(b, a)$

$R_2$  bắc cầu vì không vi phạm định nghĩa bắc cầu là có  $(a, b), (b, c)$  thuộc  $R$  thì luôn có  $(a, c)$  thuộc  $R$

## 3. Quan hệ tương đương

### Định nghĩa:

Quan hệ  $R$  trên tập  $A$  được gọi tương đương nếu nó có các tính chất phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

Ví dụ: Xét các tính chất phản xạ, đối xứng, bắc cầu, tương đương của các quan hệ sau:

$R_1$  là quan hệ “là ước” có nghĩa là  $(a;b) \in R$  khi  $a$  là ước của  $b$  trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$R_2$  là quan hệ “ $\leq$ ” trên tập  $A = \{1, 2, 3\}$

$R_3$  là quan hệ “ $=$ ” trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$R_4$  là quan hệ “đồng dư modul  $k$ ”, trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$R_5$  là quan hệ “chia hết cho” trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

## 4. Lớp tương đương

*Định nghĩa:*

Cho  $R$  là một quan hệ tương đương trên tập  $A$ . Tập tất cả các phần tử có quan hệ với một phần tử  $a$  của  $A$  được gọi là một lớp tương đương của  $A$

Nói cách khác nếu  $R$  là một quan hệ tương đương trên tập  $A$  thì lớp tương đương của phần tử  $a$  là  $a_R = \{s \mid (a,s) \text{ thuộc } R\}$

*Ví dụ:*

Quan hệ đồng dư theo modul  $m$  trên tập các số nguyên dương. Sẽ có  $m$  lớp  $m_0, m_1, \dots, m_{m-1}$ .

Trong đó  $m_0 = \{(a,0), a \in \mathbb{N}\}$ , tức là  $a$  chia hết cho  $m$

## II. Quan hệ n ngôi

### Quan hệ n ngôi

Cho  $A_1, A_2, \dots, A_n$  là các tập hợp.

Một quan hệ n ngôi trên các tập này là một tập con của tích đề các  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ .

- Các tập  $A_1, A_2, \dots, A_n$  được gọi là miền của quan hệ.
- n gọi là bậc của quan hệ

*Ví dụ:*

Cho R là một quan hệ gồm các bộ ba (a,b,c) trong đó a, b, c là các số nguyên thỏa mãn  $a < b < c$ . Đây là quan hệ bậc 3 trên tập số nguyên

## II. Quan hệ n ngôi

### Cơ sở dữ liệu

- Một cơ sở dữ liệu là một quan hệ n ngôi.
- Các cột (field - trường – thuộc tính)
- Các dòng (record – bản ghi – bộ)
- Các thao tác với một cơ sở dữ liệu: thêm, xóa bản ghi, cập nhật, tìm kiếm...
- Có các phương pháp khác nhau để biểu diễn cơ sở dữ liệu.
- Mô hình quan hệ của dữ liệu là một phương pháp dựa trên khái niệm quan hệ

## II. Quan hệ n ngôi

### Cơ sở dữ liệu

*Ví dụ:*

Một cơ sở dữ liệu gồm các bản ghi về sinh viên được tạo bởi các trường Masv (mã sinh viên), Hoten (họ tên), Ngaysinh (ngày sinh), DTB (điểm trung bình)

MaSV	Hoten	Ngaysinh	DTB
012345678	Nguyễn Văn A	12/10/2000	8.45
012345679	Trần Thị B	21/02/1999	7.38
....	....	....	....