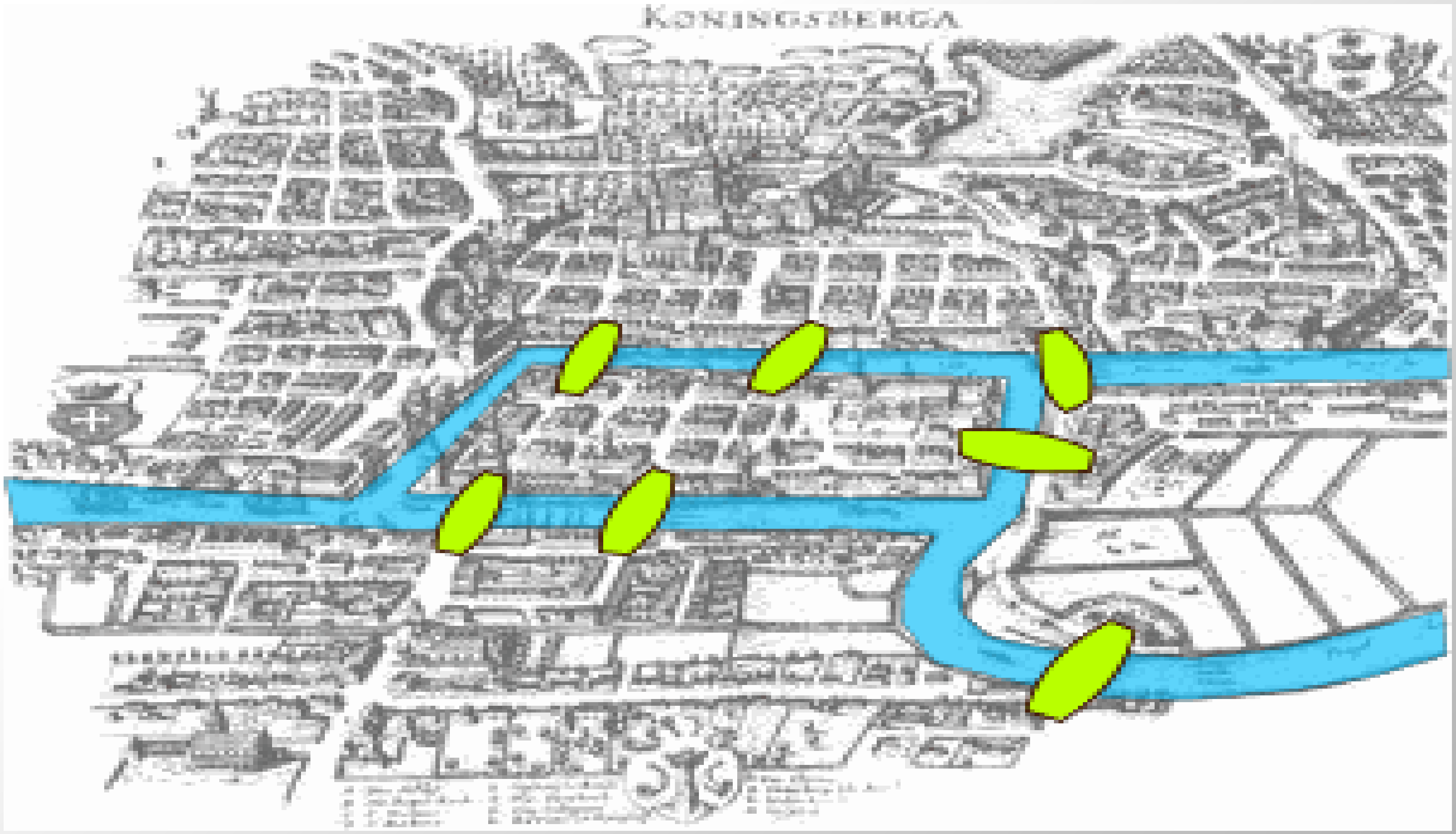
4- Đồ thị Euler

a. Bài toán “Bảy cầu ở Königsberg”



4- Đồ thị Euler và Hamilton

a. Đồ thị Euler:

Đường đi Euler: Đường đi đơn, đi qua tất cả các cạnh của đồ thị, mỗi cạnh đúng một lần

Chu trình Euler:

Chu trình đơn, đi qua tất cả các cạnh của đồ thị, mỗi cạnh đúng một lần

Đồ thị Euler:

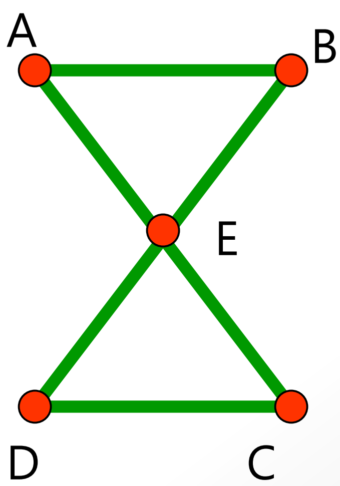
Là đồ thị có chu trình Euler

Đồ thị nửa Euler:

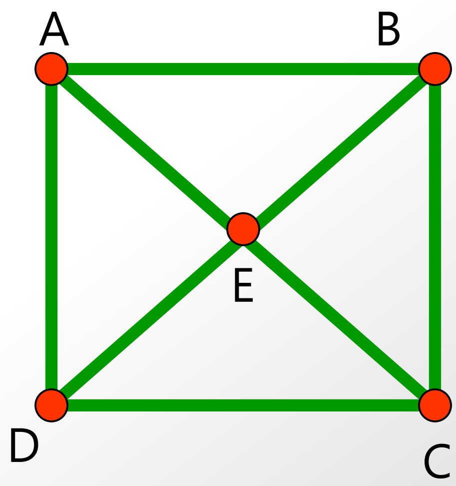
Là đồ thị không có chu trình Euler nhưng có đường đi Euler

4- Đồ thị Euler

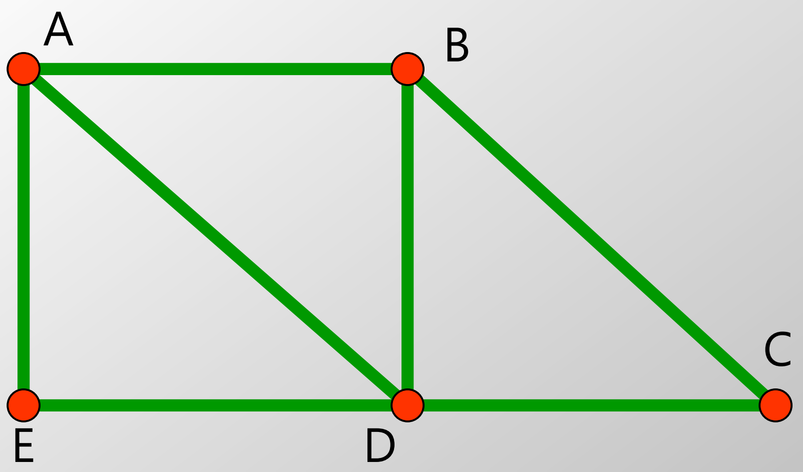
Đồ thị nào có chu trình, đường đi Euler?



G1



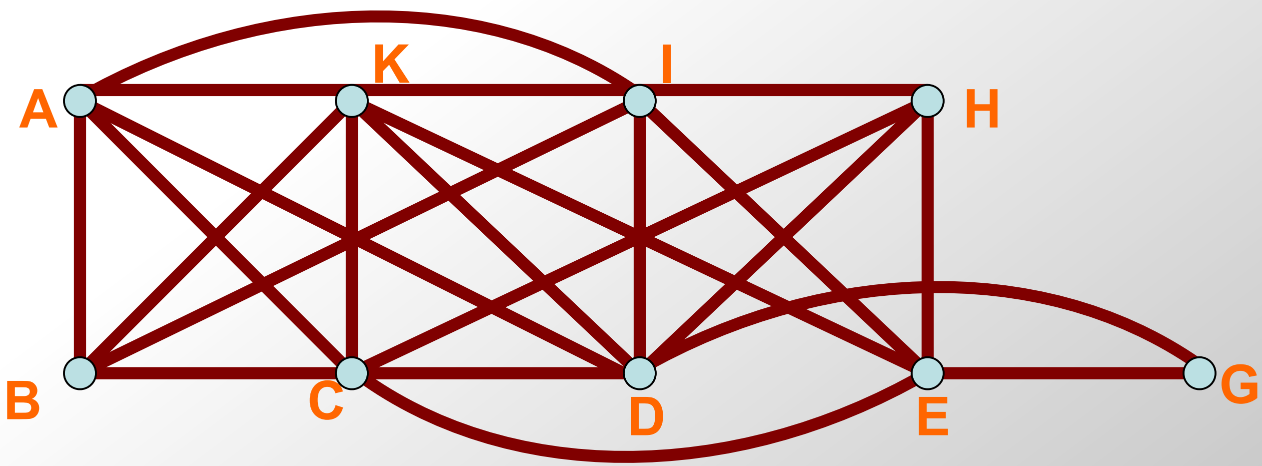
G2



G3

4- Đồ thị Euler

Đồ thị nào có chu trình, đường đi Euler?



G4

4- Đồ thị Euler

Định lý 1 (định lý về điều kiện cần và đủ để một đồ thị là **đồ thị Euler**):

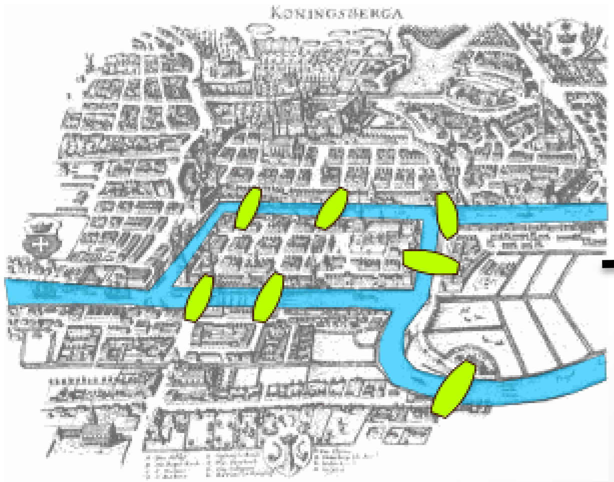
Một đồ thị liên thông là đồ thị Euler khi và chỉ khi tất cả các đỉnh của nó đều có bậc chẵn.

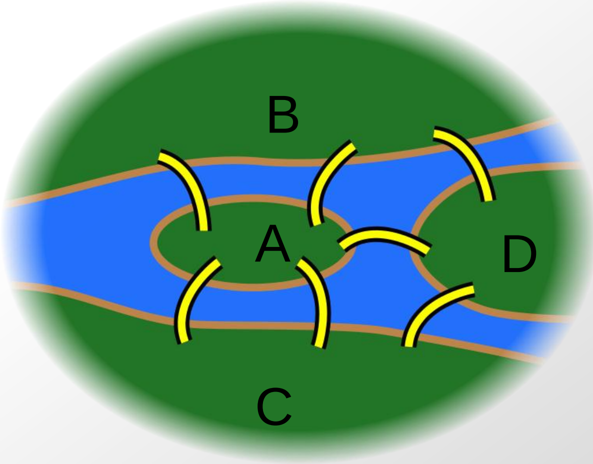
Định lý 2:(định lý về điều kiện cần và đủ để một đồ thị là **đồ thị nửa Euler**):

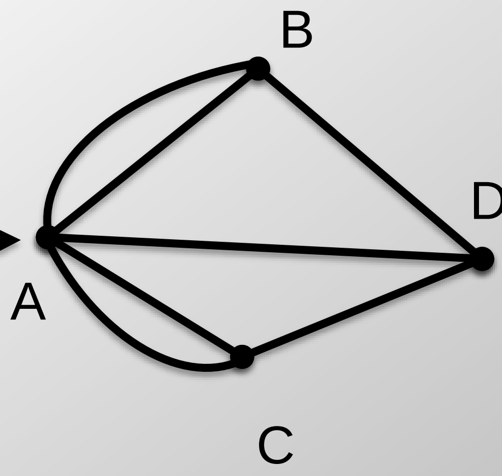
Một đồ thị liên thông là đồ thị nửa Euler khi và chỉ khi nó có đúng 2 đỉnh bậc lẻ

Chương 4: Đồ thị và cây

Quay lại bài toán 7 cây cầu







Đồ thị có 4 đỉnh bậc lẻ nên không có chu trình và cũng không có đường đi Euler.

b. Đồ thị Hamilton

Định nghĩa:

- Đường đi Hamilton: là đường đi đi qua mọi đỉnh, mỗi đỉnh 1 lần

- Chu trình Hamil ton: là chu trình đi qua mọi đỉnh, mỗi đỉnh 1 lần.

- Đồ thị Hamilton: đồ thị có chu trình Hamilton

- Đồ thị nửa Hamilton: đồ thị có đường đi Hamilton

Định lý Dirak1952:

G là một đơn đồ thị liên thông với n≥3 đỉnh. Khi đó G có chu trình Hamilton nếu bậc của mỗi đỉnh it nhất bằng n/2

5. Đồ thị phẳng và công thức Euler

Đồ thị phẳng:

Là đồ thị có thể biểu diễn được trên mặt phẳng mà các cạnh không cắt nhau (chỉ cắt nhau tại đỉnh chung)

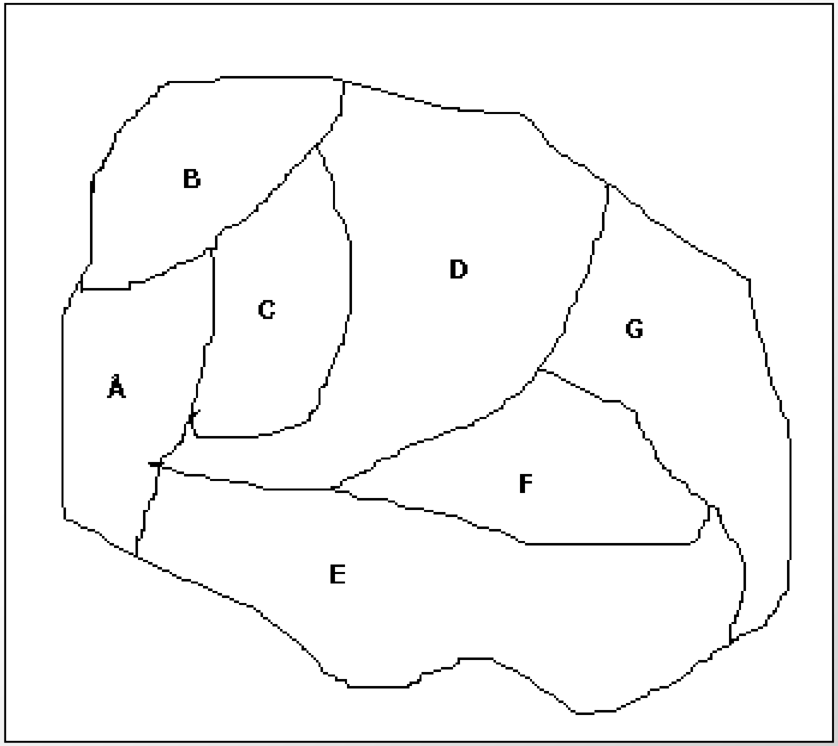
Công thức Euler:

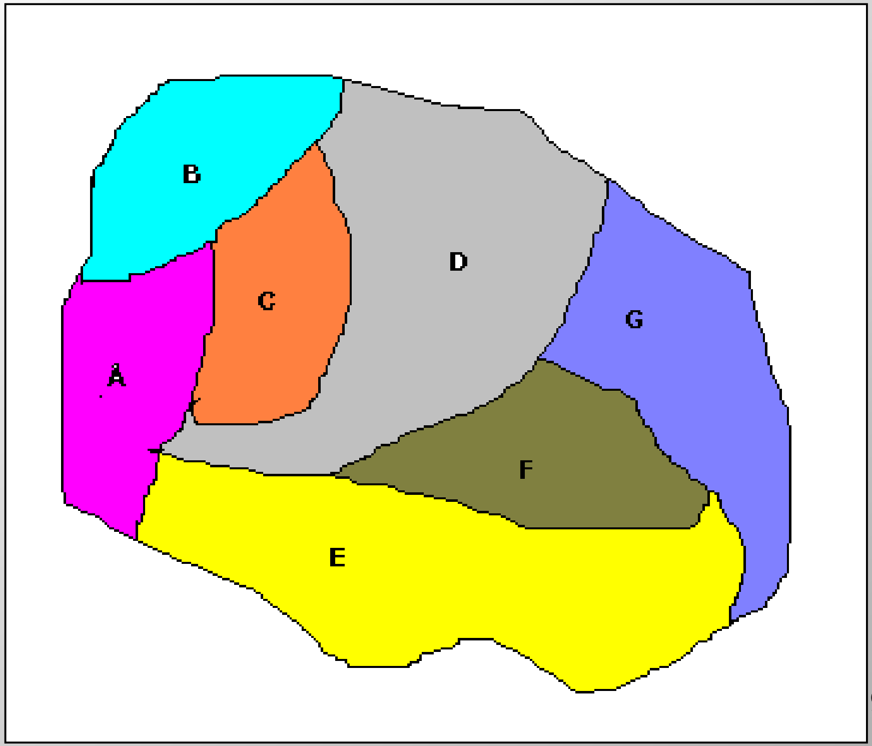
Cho G là đơn đồ thị phẳng liên thông có v đỉnh, e cạnh r là số miền trong biểu diễn phẳng của G. Khi đó **r = e-v+2**

6. Tô màu đồ thị

Bài toán thực tế: Cho một bản đồ, hãy tô màu bản đồ sao cho:

- Mỗi một miền là một màu
- 2 miền chung biên giới có màu khác nhau

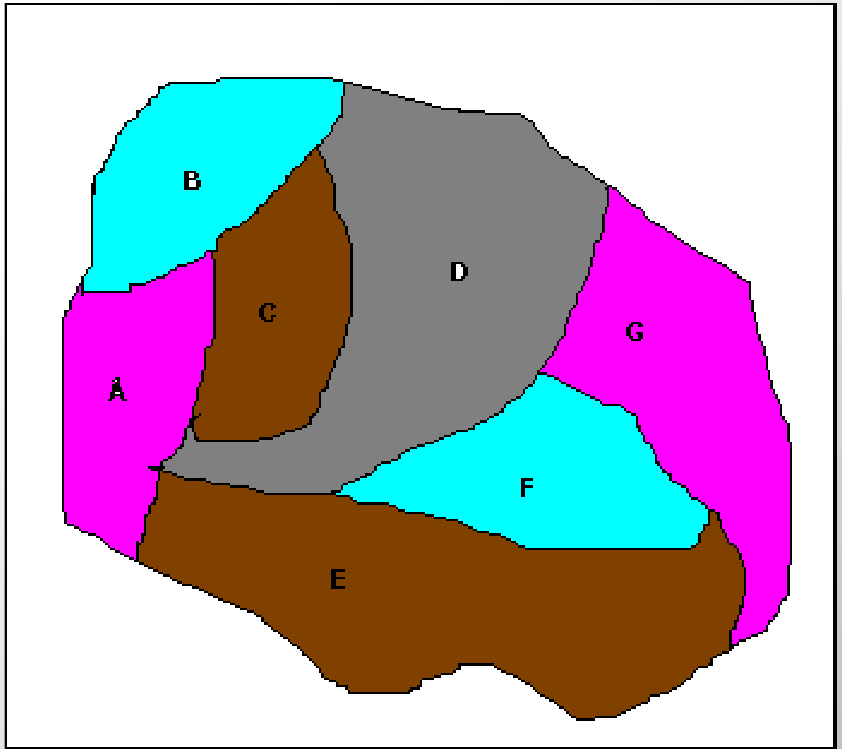




6. Tô màu đồ thị

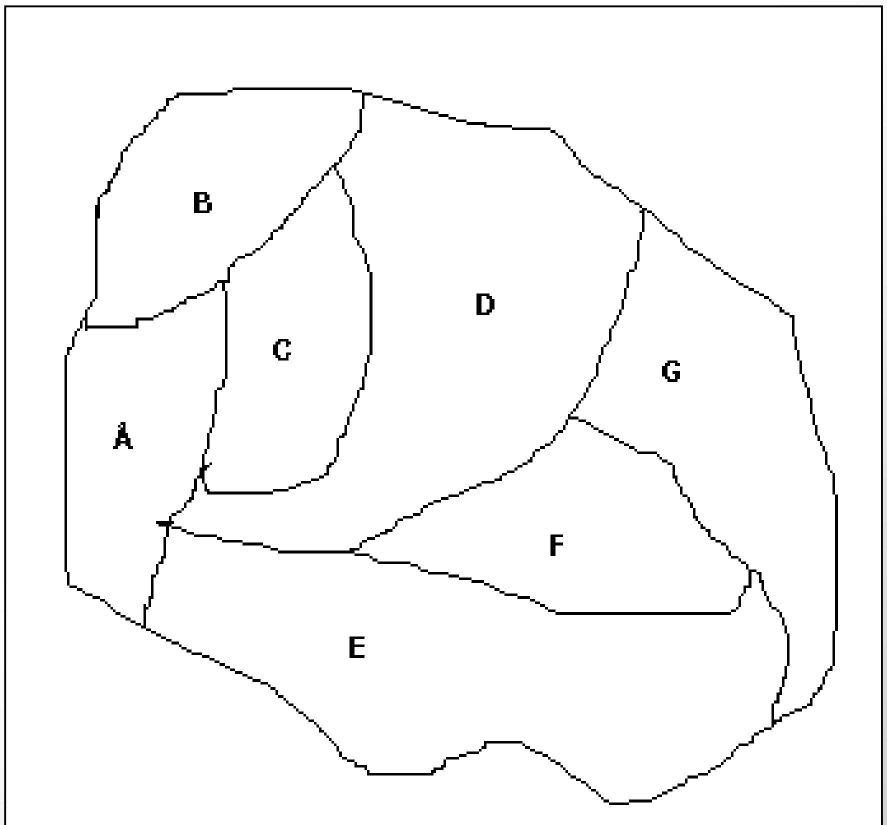
Ví dụ:

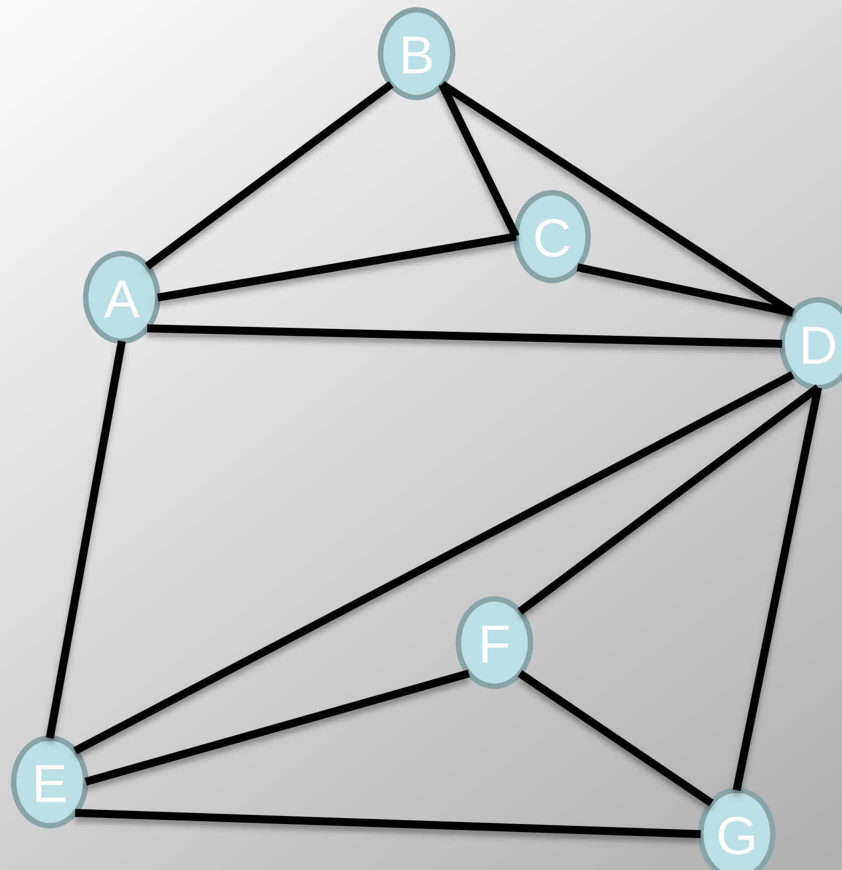
Xác định số màu tối thiểu cần có để tô màu một bản đồ sao cho các miền chung biên giới màu khác màu.



6. Tô màu đồ thị

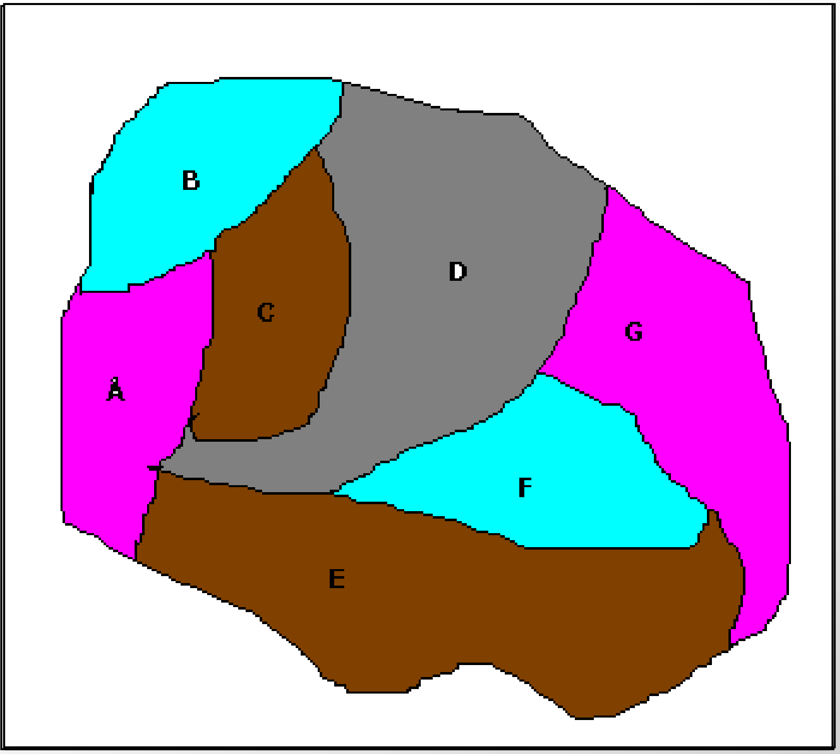
"**Đồ thị hoá**" bản đồ: Đồ thị đối ngẫu

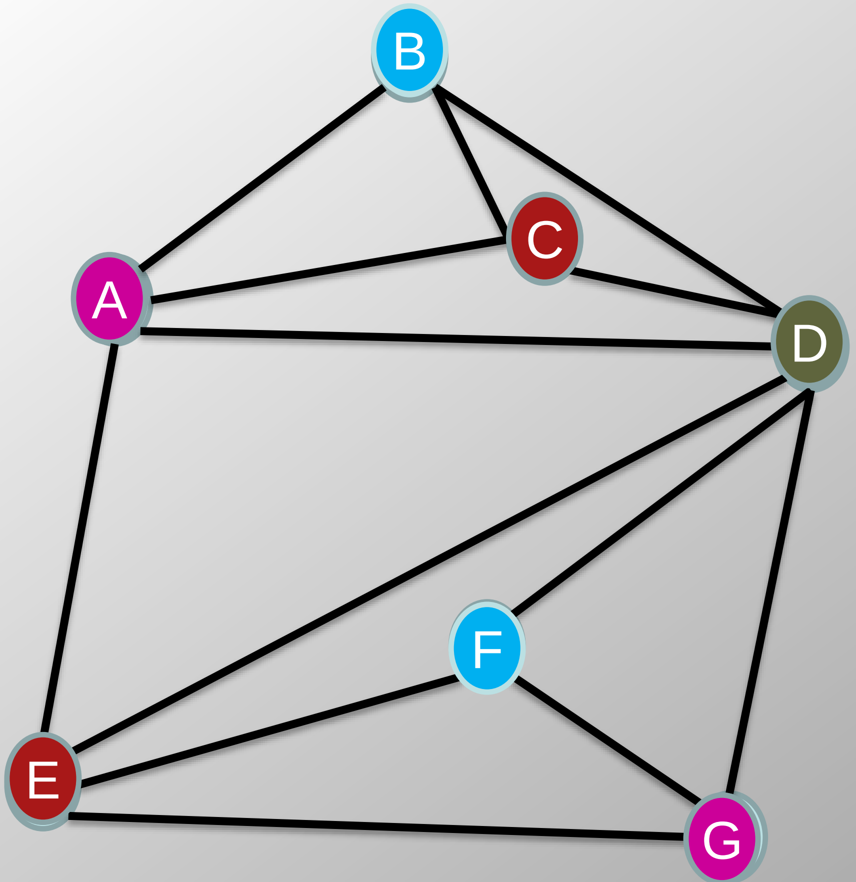




6. Tô màu đồ thị

Tô màu các đỉnh đồ thị, sao cho 2 đình kề nhau có màu khác nhau





6. Tô màu đồ thị

Định nghĩa 1 (tô màu đồ thị):

Tô màu một đơn đồ thị là sự gán màu cho các đỉnh của nó sao cho không có hai đỉnh kề nhau được gán bởi một màu

Định lý 4 màu: sắc số của một **đồ thị phẳng** không lớn hơn 4

Định nghĩa 2 (sắc số của đồ thị)

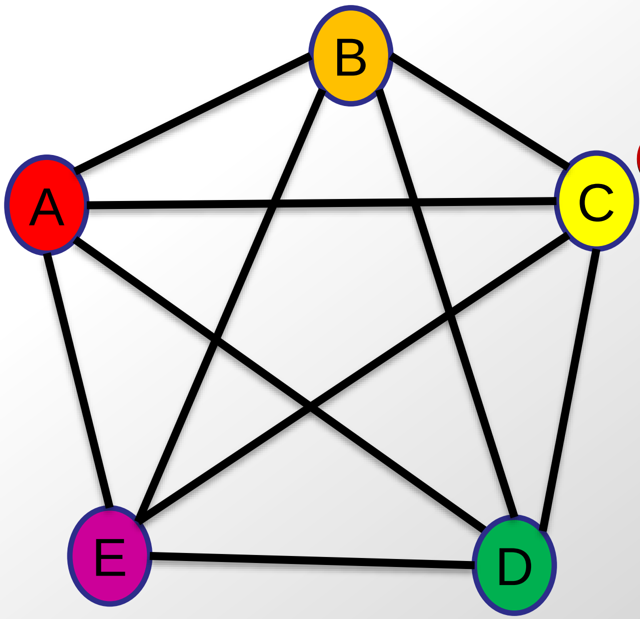
Số màu của một đồ thị là số tối thiểu các màu cần thiết để tô màu đồ thị

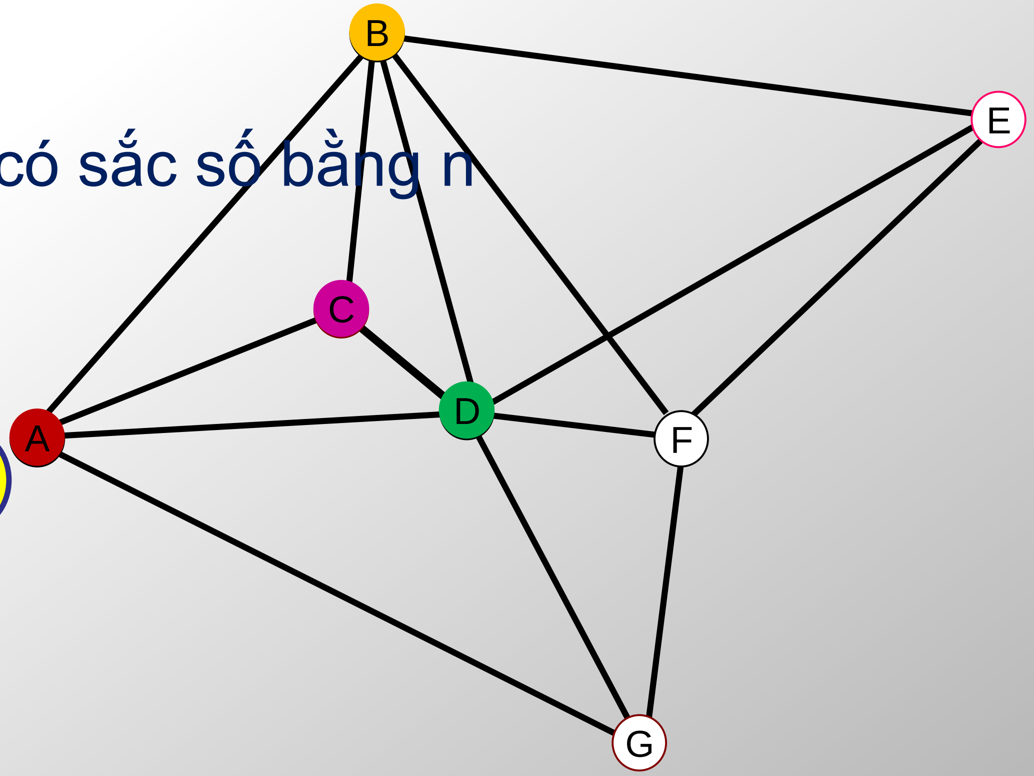
Định lý được chứng minh bởi 2 nhà toán học Mĩ là Kenneth Appel và Wolfgang Haken năm 1976.

6. Tô màu đồ thị

Tìm sắc số của đồ thị sau

Nhận xét: Đồ thị đầy đủ Kn có sắc số bằng n





Thuật toán GREEDY tô màu đồ thị.

Bước 1: Sắp xếp các đỉnh theo thứ tự giảm dần của bậc.

Bước 2: SM=0 (SM là số màu)

Bước 3: Tìm lần lượt theo thứ tự sắp xếp (từ trái qua phải) , đỉnh X đầu tiên chưa được tô. Nếu không tìm được → Kết thúc.

Bước 4: SM=SM+1, và tô đỉnh X bằng màu SM.

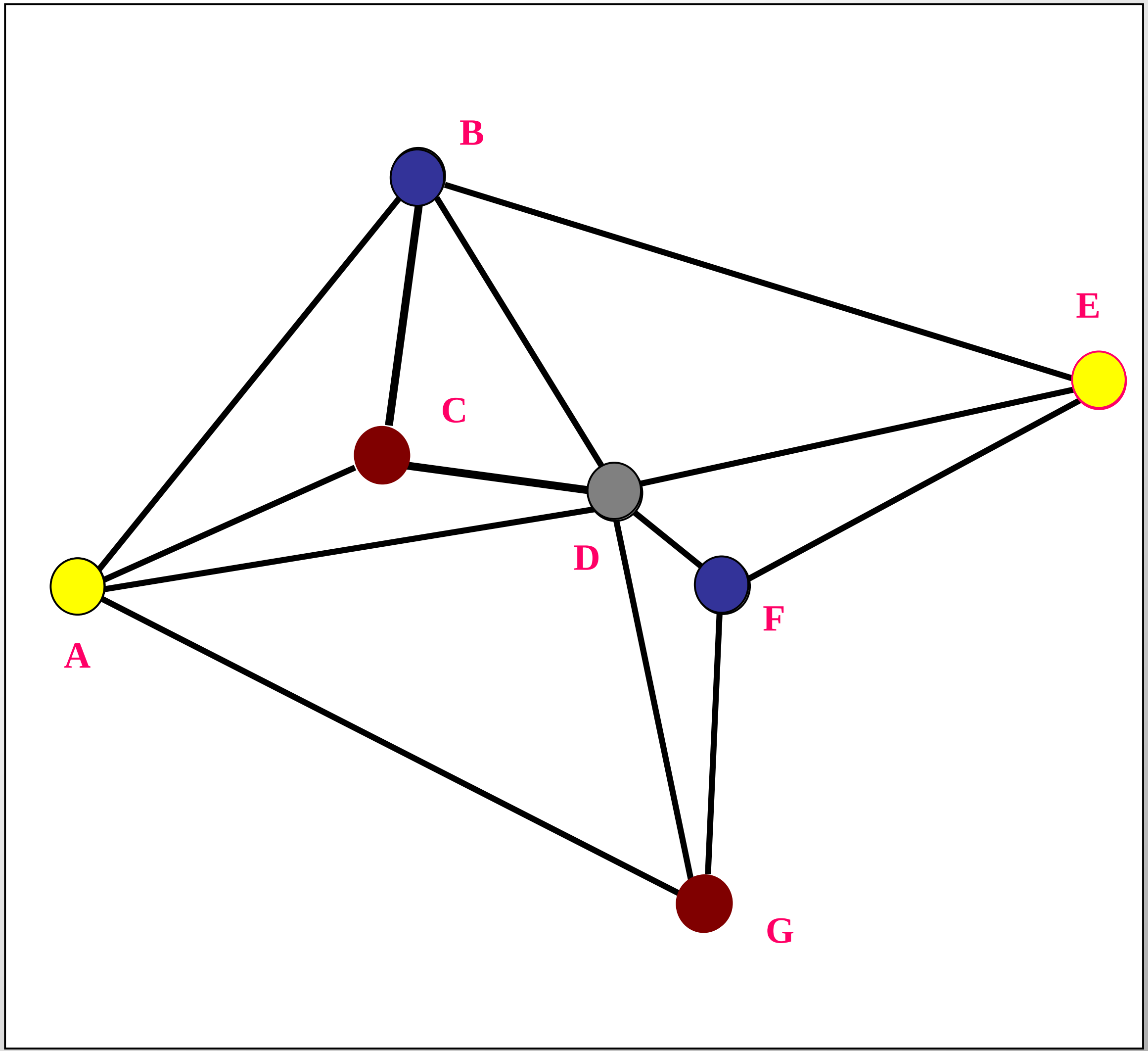
Bước 5: Tìm lần lượt từ X sang phải (theo thứ tự sắp xếp) các đỉnh chưa tô mà không kề với những đỉnh đã có màu SM, tô màu những đỉnh như vậy bằng màu SM.

Quay lại bước 3

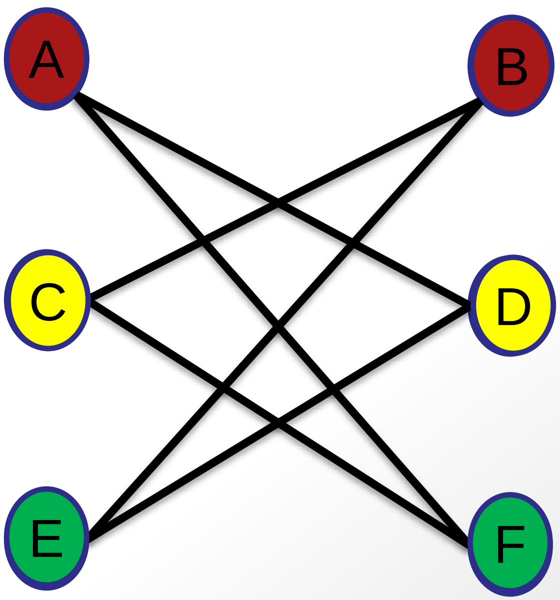
Thuật toán GREEDY tô màu đồ thị.

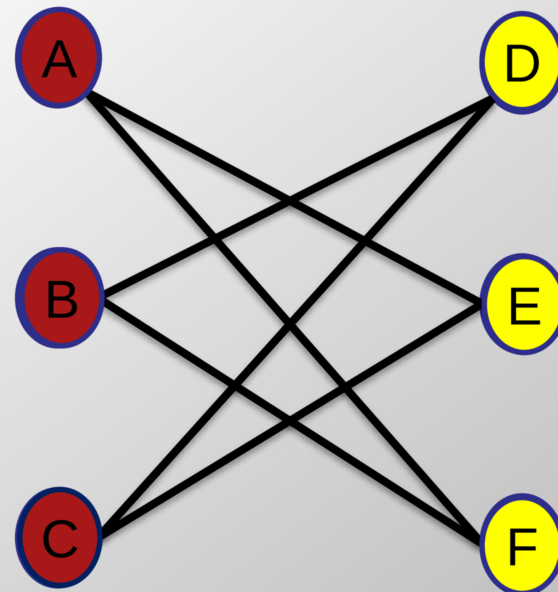
Bậc các đỉnh:

Đỉnh	Bậc	Màu
D	6	
A	4	
B	4	
C	3	
E	3	
F	3	
G	3	



Hãy tô màu đồ thị sau bằng thuật toán Greedy:





ĐỈNH	A	B	C	D	E	F
BẬC	2	2	2	2	2	2
MÀU						

ĐỈNH	A	B	C	D	E	F
BẬC	2	2	2	2	2	2
MÀU						

Ứng dụng bài toán tô màu đồ thị

Bài 1: Bài toán lập lịch thi.

Hãy lập lịch các ca thi cho một khoa sao cho không có sinh viên nào thi 2 môn trở lên cùng một thời điểm.

Học kỳ có 7 môn học: CSDL, TRR, LTC, HĐH, ĐHMT, CTMT, Chính trị.

Các cặp môn thi sau có chung sinh viên thi:

1 và 2	2 và 3	3 và 4	4 và 5	5 và 7
1 và 3	2 và 4	3 và 6	4 và 6	5 và 6
1 và 4	2 và 5	3 và 7		6 và 7
1 và 7	2 và 7			

Cách xây dựng mô hình đồ thị :

- Mỗi đỉnh là 1 môn thi (Đánh số 1 đến 7)

- 2 đỉnh nối với nhau, khi tương ứng 2 môn được biểu diễn bởi hai đỉnh này có sinh viên chung.

- Các ca thi sẽ biểu diễn bởi màu của đỉnh

* Bài toán lập lịch thi →Bài toán tô màu đồ thị

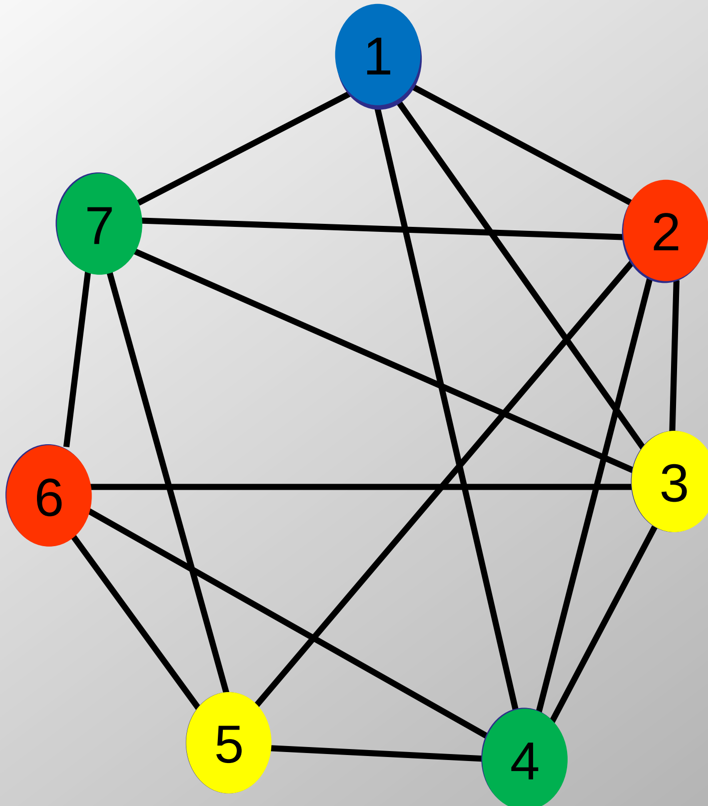
Mô hình đồ thị như sau:

- Số môn thi: **7**

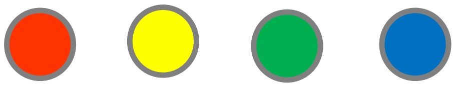
- Những cặp môn có chung thí sinh thi:

1 ,2	2, 3	3, 4	4, 5	5, 7
1, 3	2, 4	3, 6	4, 6	5, 6
1, 4	2, 5	3, 7		6, 7
1, 7	2, 7			

ĐỈNH	2	3	4	7	1	5	6
BẬC	5	5	5	5	4	4	4
MÀU							

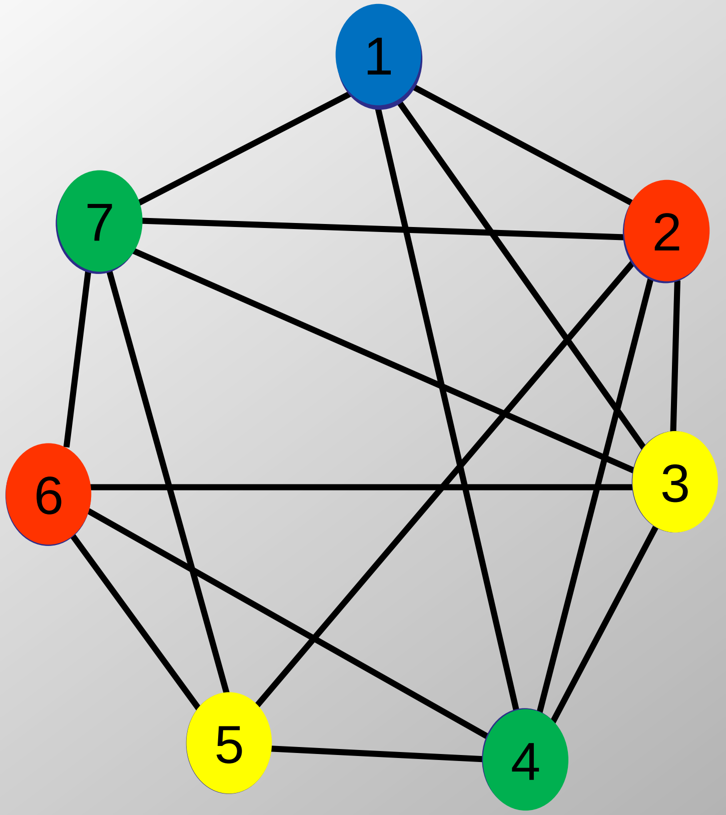


- Số màu dùng để tô đồ thị: 4



- Sắc số của đồ thị? **4**

- Vậy có 4 ca thi với các môn:
    - Ca 1 (đỏ): 2,6
    - Ca 2 (vàng): 3,5
    - Ca 3 (xanh): 4,7
    - Ca 4 (blue): 1



Bài 2. Một người nuôi các loại con vật: A, B, C, D, E, F. Vì mối quan hệ giữa vật ăn thịt và con mồi, mà một số loại con vật có thể sống trong cùng hoặc không thể sống trong cùng một chuồng.

Bảng những loài vật không thể sống cùng chuồng.

Loài vật	A	B	C	D	E	F
Không sống được với loài vật	B,C	A,C,E	A,B,D,E	C,F	B,C,F	D,E

Xác định số lượng chuồng ít nhất mà người nuôi cần dùng để có thể nuôi tất cả các loại con vật trên?

Bài 3. Phân luồng giao thông.

Tại một "ngã tư", các con đường đi từ A,B,C,D có thể đi sang các địa điểm khác thông qua ngã tư. Biết rằng các đường đi có thể đi theo 2 chiều. Cần tối thiểu bao nhiêu pha đèn để điều khiển việc di chuyển không bị xung đột?