Nguyên hàm

Tính chất

- $\int f'(x)\,dx = f(x) + C.$
- $\int k\cdot f(x)\,dx = k\cdot\int f(x)\,dx\ (k \neq 0).$

Bảng nguyên hàm

- $\int 0\,dx = C$
- $\int dx = x + C$
- $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1)$
- $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$
- $\int e^x\,dx = e^x + C$
- $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ (0 < a \neq 1)$
- $\int \cos x\,dx = \sin x + C$
- $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$
- $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \tan x + C$
- $\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\cot x + C$

Tích phân

Định nghĩa

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Quy ước

- $\int_a^a f(x)\,dx = 0$
- $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

Tính chất

- $\int_a^b f'(x)\,dx = f(b) - f(a).$
- $\int_a^b k\cdot f(x)\,dx = k\cdot\int_a^b f(x)\,dx.$
- $\int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx.$

Phương pháp tích phân từng phần

$$\int_a^b u\cdot v'\,dx = uv\Big|_a^b - \int_a^b u'\cdot v\,dx$$

Diện tích hình phẳng

$$S = \int_a^b |f(x)|\,dx$$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|\,dx$$

Thể tích khối tròn xoay

$$V = \int_a^b S(x)\,dx$$

$S(x)$ là diện tích thiết diện mặt cắt

$$V = \pi\int_a^b f^2(x)\,dx$$

$$V = \pi\int_a^b \left[f^2(x) - g^2(x)\right]dx$$

Quãng đường

$$s = \int_a^b v(t)\,dt$$

- Lúc bắt đầu tính giờ: $t = 0$
- Lúc vật dừng hẵn: $v(t) = 0$

Hệ tọa độ Oxyz

Hệ trục tọa độ Oxyz

- Gốc tọa độ: $O(0;0;0)$;
- Vectơ đơn vị: $\overrightarrow{i} \in Ox$, $\overrightarrow{j} \in Oy$, $\overrightarrow{k} \in Oz$;
- Trục tọa độ: Ox, Oy, Oz;
- Mặt phẳng tọa độ: (Oxy), (Oyz), (Oxz).

Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nếu

$$\overrightarrow{OM} = x_0\overrightarrow{i} + y_0\overrightarrow{j} + z_0\overrightarrow{k}$$

Cho hai vectơ $\overrightarrow{a} = (a_1;a_2;a_3)$, $\overrightarrow{b} = (b_1;b_2;b_3)$

♡ $\overrightarrow{a} \pm \overrightarrow{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$;

♡ $k \cdot \overrightarrow{a} = (k \cdot a_1; k \cdot a_2; k \cdot a_3)$;

♡ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ cùng phương $\exists k$ sao cho $a_1 = kb_1$, $a_2 = kb_2$, $a_3 = kb_3$.

♡ $\overrightarrow{AB} = B - A = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$;

♡ Trung điểm của đoạn thẳng AB là

$$M = \frac{A+B}{2}$$

♡ Trọng tâm của tam giác ABC là

$$G = \frac{A+B+C}{3}$$

♡ $ABCD$ là hình bình hành: $A + C = B + D$

Tích vô hướng

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Độ dài vectơ

$$\left|\overrightarrow{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Góc giữa hai vectơ

$$\cos\left(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\right) = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b}\right|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

Lưu ý: $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$.

Phương trình mặt cầu

Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có phương trình

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

- Tâm $I(a;b;c)$;
- Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$
  Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

Phương trình mặt phẳng

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là vectơ có **giá** vuông góc với mặt phẳng.

- Mỗi mặt phẳng có vô số vectơ pháp tuyến;
- Nếu $\overrightarrow{n} = (a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì $k\overrightarrow{n} = (ka;kb;kc)$ cũng là vectơ pháp tuyến của (α).

Phương trình tổng quát của mặt phẳng

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

- $\overrightarrow{n} = (a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến;
- $M(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng.

Phương trình đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (α) cắt Ox tại $A(a;0;0)$, cắt Oy tại $B(0;b;0)$ cắt Oz tại $C(0;0;c)$ thì

$$(\alpha)\colon \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

Góc và khoảng cách

Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

$$d(M,(\alpha)) = \frac{\left|ax_0 + by_0 + cz_0 + d\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Góc giữa hai mặt phẳng

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \frac{\left|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$