

QUY HOẠCH ĐỘNG

toannv@uit.edu.vn

Bài toán Fibonacci

Khi tính $F(5)$:

Giải thuật đệ quy tính

$$F(5) = F(3) + F(4)$$

Tính $F(3)$

$$F(3) = F(2) + F(1)$$

$$F(2) = F(1) + F(0) = 1$$

$$F(3) = 1 + 1 = 2$$

Tính $F(4)$

$$F(4) = F(2) + F(3)$$

$$F(2) = F(0) + F(1) = 1$$

$$F(3) = F(1) + F(2) = 1 + F(2)$$

$$F(2) = F(0) + F(1) = 2$$

$$F(3) = 1 + 2 = 3$$

$$F(4) = 2 + 3 = 5$$

Tổng hợp

$$F(5) = 3 + 5 = 8$$

Để tính $F(5)$:

- 2 lần tính $F(3)$
- 3 lần tính $F(2)$

Suy nghĩ

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

$$F(n-1) = F(n-2) + F(n-3)$$

Khi chạy đệ qui thì $F(n-2)$ sẽ được tính 2 lần?

→ Lãnh phí

→ Cải tiến?

→ Ghi nhận bài toán con (Dùng mảng lưu lại)

→ Qui hoạch động (dynamic programming)

Qui hoạch động

Quy hoạch động là một kỹ thuật thiết kế thuật toán:

- Bài toán được chia thành những bài toán con kích thước nhỏ hơn và giải chúng một cách độc lập, ghi lại các kết quả, để tổng hợp thành lời giải của bài toán ban đầu

Khác với chia để trị:

Trong giải thuật chia để trị:

- Các bài toán con độc lập, sau đó các bài toán con này được giải một cách đệ quy.

Trong giải thuật quy hoạch động:

- Các bài toán con là không độc lập với nhau, nghĩa là các bài toán con cùng có chung các bài toán con nhỏ hơn.

Các công đoạn

Phân rã: Chia bài toán cần giải thành những bài toán con nhỏ hơn có cùng dạng với bài toán ban đầu sao cho bài toán con kích thước nhỏ nhất có thể giải một cách trực tiếp. Bài toán xuất phát có thể coi là bài toán con có kích thước lớn nhất

Giải các bài toán con và ghi nhận lời giải: Lưu trữ lời giải của các bài toán con vào một bảng để sử dụng lại nhiều lần do đó không phải giải lặp lại cùng một bài toán.

Tổng hợp lời giải: Lần lượt từ lời giải của các bài toán con kích thước nhỏ hơn xây dựng lời giải của bài toán kích thước lớn hơn, cho đến khi thu được lời giải của bài toán xuất phát (là bài toán con có kích thước lớn nhất).

Bottom – up ?

- Kỹ thuật giải các bài toán con của quy hoạch động là quá trình đi từ dưới lên (bottom – up) là điểm khác quan trọng với phương pháp chia để trị, trong đó các bài toán con được trị một cách đệ quy (top – down).

Khi nào dùng Quy hoạch động?

- Khi có các bài toán con lồng nhau, phương pháp chia để trị sẽ tỏ ra không hiệu quả, khi nó phải lặp đi lặp lại việc giải các bài toán con chung đó.
- Quy hoạch động sẽ giải mỗi bài toán con một lần và lời giải của các bài toán con sẽ được ghi nhận, để thoát khỏi việc giải lại bài toán con mỗi khi ta đòi hỏi lời giải của nó.
- Quy hoạch động thường được áp dụng để giải các bài toán tối ưu. Trong các bài toán tối ưu, ta có một tập các lời giải, và một hàm mục tiêu nhận giá trị số. Ta cần tìm một lời giải để hàm mục tiêu đạt giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất.

Ví dụ: Bài toán ba lô

Một tên trộm tìm thấy n gói đồ vật, gói thứ i có khối lượng là $w[i]$, có giá trị là $v[i]$, nhưng cái túi của anh ta chỉ có thể mang được khối lượng tối đa là M . Vậy tên trộm chọn mang những gói nào?

Trong bài toán cái túi dạng $(0,1)$ tên trộm với mỗi gói đồ vật chỉ có thể lấy nguyên vẹn từng gói hoặc không lấy.

Các công đoạn (nhắc lại)

Phân rã

Giải các bài toán con và ghi nhận lời giải

Tổng hợp lời giải

Ví dụ: Bài toán ba lô – Phân rã

Gọi $\text{MaxV}(i, L)$ là tổng giá trị lớn nhất có thể chọn trong i đồ vật $(1, \dots, i)$ với trọng lượng tối đa L .

Như thế:

- Nếu có chọn vật thứ i (nếu $w[i] \leq L$), khi đó giá trị lớn nhất có thể là: $\text{MaxV}(i-1, L - w[i]) + v[i]$;
- Nếu không chọn vật thứ i , khi đó giá trị lớn nhất là : $\text{MaxV}(i-1, L)$

Tổng hợp

$$\text{MaxV}(i, L) = \max\{\text{MaxV}(i-1, L - w[i]) + v[i], \text{MaxV}(i-1, L)\}$$

Ví dụ: Bài toán ba lô – giải bài toán con

Nếu $L = 0$ thì $\text{Max}V(i, L) = 0$ với mọi $i=1, \dots, n$

Ví dụ: Chuỗi chung dài nhất

Cho hai dãy $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ và $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.
Cần tìm dãy con chung dài nhất của hai dãy X và Y .

Ví dụ: chuỗi chung dài nhất – phân rã

Với mỗi $0 \leq i \leq m$ và $0 \leq j \leq n$ xét bài toán con :

Tính $C[i, j]$ là độ dài của dãy con chung dài nhất của hai dãy.

Ví dụ: chuỗi chung dài nhất – giải bài toán con

$$C[0, j] = 0$$

$$C[i, 0] = 0$$

(là độ dài dãy con chung lớn nhất của dãy rỗng với một dãy khác).

Ví dụ: chuỗi chung dài nhất – tổng hợp

Với $i > 0, j > 0$. Tính $C[i, j]$.

Có hai tình huống:

- Nếu $x_i = y_j$ thì dãy con chung dài nhất của X_i và Y_j sẽ thu được bằng việc bổ sung x_i vào dãy con chung dài nhất của hai dãy X_{i-1} và Y_{j-1}
- Nếu $x_i \neq y_j$ thì dãy con chung dài nhất của X_i và Y_j sẽ là dãy con dài hơn trong hai dãy con chung dài nhất của $(X_{i-1}$ và $Y_j)$ và của $(X_i$ và $Y_{j-1})$.

Tổng hợp

- $C[i,j] = 0$ nếu $i = 0$ hoặc $j = 0$
- $C[i,j] = C[i-1,j-1] + 1$ nếu $x_i = y_j$
- $C[i,j] = \text{Max}\{ C[i-1,j], C[i,j-1] \}$ nếu $x_i \neq y_j$

Ví dụ

$X = \text{"A B C B A C D A C B"}$

$Y = "A C D B A B"$

C[i,j]