

CHỦ ĐỀ: BIỂU THỨC, PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

BÀI 1: ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

I- TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1) Đơn thức

1. Khái niệm

- Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến hoặc một tích giữa các số và các biến. VD: $-0,25$; b^4 ; $2x^2y$; ...

2. Đơn thức thu gọn

- Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.
- Trong đơn thức thu gọn có hai phần: phần hệ số và phần biến.

3. Đơn thức đồng dạng

- Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

4. Cộng trừ đơn thức đồng dạng

- Để cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến

II) Đa thức nhiều biến

1. Định nghĩa

- Đa thức là tổng của những đơn thức, mỗi đơn thức trong tổng gọi là hạng tử của đa thức đó.

2. Đa thức thu gọn

- Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai đơn thức nào đồng dạng.

3. Giá trị của đa thức

- Để tính giá trị của một đa thức tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay những giá trị cho trước đó vào biểu thức xác định đa thức rồi thực hiện các phép tính.

II- CÁC DẠNG BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH ĐƠN THỨC, ĐA THỨC

Bài 1: Cho các biểu thức sau:

- | | | | |
|------------------|--------------------|--|----------------------------|
| a) $-3x$; | b) $2xy + x - 1$; | c) $\frac{1}{2}x^2yz$; | d) $-xy + \frac{1}{4}xz$; |
| e) $-\sqrt{2}$; | f) \sqrt{x} ; | g) $3xy\left(-\frac{1}{4}\right)y^2$; | h) $\frac{x}{y}$. |

Trong số các biểu thức trên, hãy chỉ ra

- Các đơn thức
- Các đa thức và số hạng tử của chúng

Bài 2: Cho các biểu thức sau:

- a) $ab - \pi r^2$; b) $\frac{4\pi r^3}{3}$; c) $\frac{p}{2\pi}$; d) $x - \frac{1}{y}$;
 e) 0; f) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; g) $x^3 - x + 1$; h) $0,25a^2b$

Trong các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

- a) Các đơn thức.
 b) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

Bài 3: Chỉ ra các đơn thức, đa thức trong các biểu thức sau:

- a) -3 ; b) $2z$; c) $\frac{1}{3}xy + 1$; d) $-10x^2yz$;
 e) $\frac{4}{xy}$; f) $5x - \frac{z}{2}$; g) $1 + \frac{1}{y}$; h) $x^2 + 2y$

DẠNG 2: ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG. THU GỌN ĐƠN THỨC

Phương pháp:

1. Đơn thức đồng dạng: Có hệ số khác 0 và cùng phần biến.

2. Thu gọn đơn thức:

- Cộng (trừ) đơn thức đồng dạng: Ta cộng (trừ) các hệ số, giữ nguyên phần biến.
- Nhân hai đơn thức: Ta nhân hệ số với hệ số, phần biến nhân với phần biến theo quy tắc nhân hai lũy thừa.

3. Quy tắc nhân hai lũy thừa cùng cơ số: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

Bài 4: Cho biết phần hệ số, phần biến của mỗi đơn thức sau

- a) $2x^2y$ b) $-\frac{1}{2}xy^3$

Bài 5: Đơn thức nào sau đây là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của mỗi đơn thức đó. Hãy thu gọn các đơn thức còn lại.

- a) $3xyz$ b) $-x^3y^2z$ c) $-2x \cdot 3yz^2$ d) $-\frac{1}{3}xyx^2$

Bài 6: Thu gọn các đơn thức sau. Chỉ ra hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức:

- a) $5xyx$ b) $-xyz \frac{2}{3}y$ c) $-2x^2 \left(-\frac{1}{6} \right) x$

Bài 7: Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng

$$\frac{3}{2}xy; -\frac{1}{3}x^2z; \frac{3}{4}xyz; \frac{5}{6}xy; 7xyz; \frac{5}{6}x^2z; -3xy.$$

Bài 8: Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

- a) $4xy^3$ và $7xy^3$; b) yx và $-3x^2y$; c) $2xy$ và xyz^2 .

Bài 9: Thu gọn mỗi đơn thức sau:

- a) $2x^2y \cdot 3xy^2$ b) $2xy \cdot \frac{4}{5}x^2y^3 \cdot 10xyz$
 c) $-10y^2 \cdot (2xy)^3 \cdot (-x)^2$ d) $2xy^2 \cdot \frac{4}{3}x^2y^3 \cdot 6x$
 e) $\frac{4}{3}x^2y^2z^2 \cdot \frac{3}{4}xyz$ f) $-4x \cdot (-2xy)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2y^3 \right)$

Bài 10: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

a) $2 + xy$; $3xy^2z$; $3\frac{1}{2}$; $\left(1 - \frac{3}{2}\right)x^2y^2$; $\frac{10x}{3y}$.

b) $\frac{4}{3}x^2yz$; 2018 ; $\frac{xy^2}{3}$; $\frac{2xy}{z}$; $x + y$.

Bài 11: Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng

$$-8x^2yz; 3xy^2z; \frac{1}{3}x^2yz; 5x^2y^2z; -\frac{2}{3}xy^2z; -\frac{5}{7}x^2y^2z.$$

Bài 12: Thu gọn các đơn thức sau đây. Chỉ ra hệ số và bậc của chúng.

a) $12xy^2x$; b) $-y(2z)y$; c) x^3yx ; d) $5x^2y^3z^4y$.

Bài 13: Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

a) xy và $-6xy$; b) $2xy$ và xy^2 ; c) $-4yzx^2$ và $4x^2yz$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

A. $12x^2y$ B. $x(y+1)$ C. $1-2x$ D. $18+x$

Câu 2. Biểu thức nào dưới đây **không** phải là đa thức?

A. $x^2 - y^2$ B. $x - y + xy$ C. $\frac{2x^2y}{z}$ D. $x(y+1)$

Câu 3. Biểu thức nào là đơn thức trong các biểu thức sau?

A. $x^2y - 2 + 3xy^2$ B. $\frac{x}{y} - 2x^2$ C. 2018 D. $x(x+y)$

Câu 4. Biểu thức nào **không** phải là đa thức trong các biểu thức sau?

A. $x - 2$ B. $xy - 2x^2$ C. $x^2 - 4$ D. $\frac{x^2 + 1}{xy}$

Câu 5. Biểu thức nào là đa thức trong các biểu thức sau?

A. $2x^2y + 3 + xy$ B. $\frac{2}{x+y}$ C. \sqrt{x} D. $2 - \frac{x+1}{x-1}$

Câu 6. Trong các đơn thức sau, đơn thức nào đồng dạng với đơn thức $-3x^2yz$?

A. $-3xyz$ B. $\frac{2}{3}x^2yz$ C. $\frac{3}{2}zx^2$ D. $4x^2y$

DẠNG 3: THU GỌN ĐA THỨC

Phương pháp:

- **Thu gọn đa thức:** Cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng.
- **Bậc của đa thức sau thu gọn:** Là bậc cao nhất của đơn thức (hạng tử).

Bài 1: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $A = 2a - 3b + 1 - a - 5 - 2b$; b) $B = x^2y + 3x - xy^2 + xy - 2x^2y - x$.

Bài 2: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $A = x - 2y + xy - 3x + y^2$;

b) $B = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$

Bài 3: Thu gọn các đa thức sau :

a) $A = 2x^2yz + xy - x^2yz + 4xy + 6$

b) $B = 4xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + \frac{3}{2}x^2y$

c) $D = 2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz$

d) $E = 2x^2y^3 + 3x^4 - 7x^2 + 6x^4 - x^2y^3$

Bài 4: Thu gọn các đa thức sau

a) $A = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy$

b) $B = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$

c) $C = 4x^2y^3 + x^4 - 2x^2 + 6x^4 - x^2y^3$

d) $D = \frac{3}{4}xy^2 - 2xy - \frac{1}{2}xy^2 + 3xy$

e) $E = 2x^2 - 3y^3 - z^4 - 4x^2 + 2y^3 + 3z^4$

f) $F = 3xy^2z + xy^2z - xyz + 2xy^2z - 3xyz$

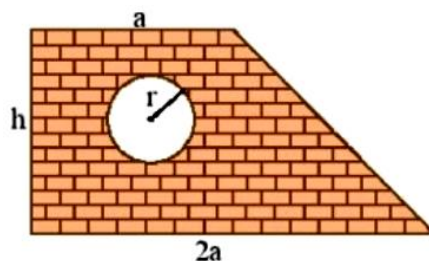
DẠNG 4: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC**Phương pháp:**➤ **Tính giá trị biểu thức:****Bước 1:** Thu gọn đa thức (nếu có)**Bước 2:** Thay giá trị của phần biến vào đa thức sau khi thu gọn, rồi tính kết quả.➤ **Quy tắc làm tròn:****Bước 1:** Gạch dưới chữ số của hàng quy tròn**Bước 2:** Nhìn sang chữ số ngay bên phải:+ Nếu chữ số đó lớn hơn hoặc bằng 5 thì tăng chữ số gạch dưới lên một đơn vị.+ Nếu chữ số đó nhỏ hơn 5 thì giữ nguyên chữ số gạch dưới lên một đơn vị.**Bài 5:** Tính giá trị của các đơn thức, đa thức sau tại $x = 3$, $y = -\frac{1}{2}$.

a) $6x^2y$

b) $x^2 - 4xy + 4y^2$

Bài 6: Một bức tường hình thang có cửa sổ hình tròn với các kích thước như Hình (tính bằng m).

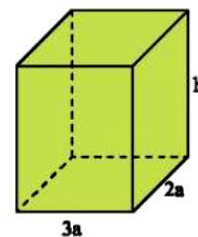
a) Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).

b) Tính giá trị diện tích trên khi $a = 2$ m; $h = 3$ m; $r = 0,5$ m (lấy $\pi = 3,14$; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).**Bài 7:** Tính giá trị của đa thức $A = 3x^2y - 5xy - 2x^2y - 3xy$ tại $x = 3$; $y = -\frac{1}{2}$.

Bài 8: Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như Hình (tính theo cm).

a) Viết các biểu thức tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

b) Tính giá trị của các đại lượng trên khi $a = 2$ cm; $h = 5$ cm.



Bài 9: Tính giá trị của các đa thức sau:

a) $P = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 3$ khi $x = -2$.

b) $Q = 2y^3 - y^4 + 5y^2 - y$ khi $y = 3$.

c) $M = a^2 - 5b + 1$ khi $a = 4$ và $b = 2$.

d) $E = 3x^2 - 4x + 2$ khi $x = 2$.

Bài 10: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $M = x - 3 - 4y + 2x - y$

b) $N = -x^2t + 13t^3 + xt^2 + 5t^3 - 4$

Bài 11: Thu gọn các đa thức sau

a) $A = -x^2y - 2xy + 2x^2y + 5xy + 2$

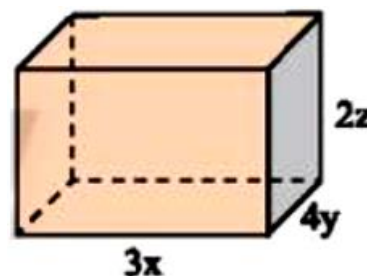
b) $B = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy$

c) $C = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$

d) $D = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$

Bài 12: Tính giá trị của đa thức $P = 3xy^2 - 6xy + 8xz + xy^2 - 10xz$ tại $x = -3$; $y = -\frac{1}{2}$; $z = 3$.

Bài 13: Viết biểu thức biểu thị thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp chữ nhật trong Hình 5. Tính giá trị của V , S khi $x = 4$ cm, $y = 2$ cm và $z = 1$ cm.



Hình 5

2. Nhân đơn thức với đa thức: $A(B + C) = A.B + A.C$

3. Nhân đa thức với đa thức: $(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 7: Thực hiện phép nhân.

a) $3x(2xy - 5x^2y)$

b) $2x^2y(xy - 4xy^2 + 7y)$

Bài 8: Tính (rút gọn nếu có)

a) $x^2 \left(5x^3 - x - \frac{1}{2} \right)$

b) $4x^3 - 5xy + 2x \left(-\frac{1}{2}xy \right)$

c) $3xy - x^2 + y \cdot \frac{2}{3}x^2y$

d) $\left(-\frac{2}{3}xy^2 + 6yz^2 \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy \right)$

Bài 9: Thực hiện phép nhân.

a) $(x - y)(x - 5y)$

b) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$

Bài 10: Làm tính nhân:

a) $x^2 - 2x + 1 \cdot x - 1$

b) $x^3 - 2x^2 + x - 1 \cdot 5 - x$

c) $\left(x^2y^2 - \frac{1}{2}xy + 2y \right) \cdot x - 2y$

d) $x^2 - xy + y^2 \cdot x + y$

Bài 11: Tìm đa thức M, biết:

a) $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$

b) $(3xy - 4y^2) - N = x^2 - 7xy + 8y^2$

Bài 12: Tính (rút gọn nếu có)

a) $x - 1 \cdot x + 2$

b) $x + y \cdot x - y$

c) $3x + 5 \cdot 2x - 7$

d) $-5x + 2 \cdot -3x - 4$

DẠNG 3: CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Phương pháp:

1. Chia đơn thức cho đơn thức: Ta chia hệ số với hệ số, phần biến chia với phần biến theo quy tắc chia hai lũy thừa.

2. Chia đa thức cho đơn thức: $(A + B) : C = A : C + B : C$

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Thực hiện phép chia.

a) $20x^3y^5 : (5x^2y^2)$

b) $18x^3y^5 : [3(-x)^3y^2]$

Bài 2: Chia đa thức cho đơn thức:

a) $x^3 : x^2$

b) $15x^7 : 3x^2$

c) $20x^5 : 12x$

d) $15x^2y^2 : 5xy^2$

e) $12x^3y : 9x^2$

f) $15x^3y^5z : 5x^2y^3$

g) $12x^4y^2 : -9xy^2$

h) $x^{10} : -x^8$

Bài 3: Thực hiện phép chia

a) $(4x^3y^2 - 8x^2y + 10xy) : (2xy)$

b) $(7x^4y^2 - 2x^2y^2 - 5x^3y^4) : (3x^2y)$

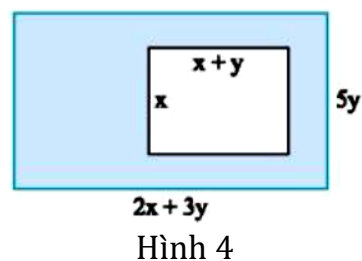
Bài 4: Chia đa thức cho đa thức:

a) $-2x^5 + 3x^2 - 4x^3 : 2x^2$

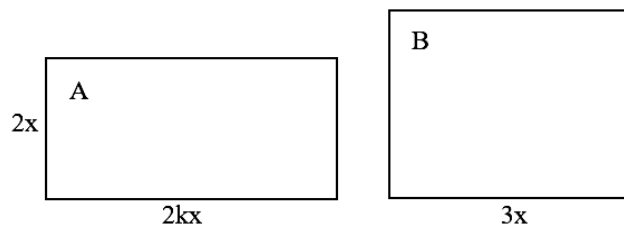
b) $(3x^2y^2 + 6x^2y^3 - 12xy) : 3xy$

c) $4x^4 - 8x^2y^2 + 12x^5y : -4x^2$

d) $20x^4y - 25x^2y^2 - 3x^2y : 5x^2y$

BÀI TẬP TỔNG HỢP**Bài 5:** Trên một dòng sông, để đi được 10 km, một chiếc xuồng tiêu tốn a lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn $(a + 2)$ lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn để đi từ bến A ngược dòng đến bến B, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là b km.**Bài 6:** a) Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng $6xy + 10y^2$ và chiều rộng bằng $2y$.b) Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $12x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$ và chiều cao bằng $3x$.**Bài 7:** Tính diện tích phần tô màu trong Hình 4.

Hình 4

Bài 8: Hình chữ nhật A có chiều rộng $2x$ (cm), chiều dài gấp k ($k > 1$) lần chiều rộng. Hình chữ nhật B có chiều dài $3x$ (cm). Muốn hai hình chữ nhật này có diện tích bằng nhau thì B phải có chiều rộng bằng bao nhiêu?

Hình 5

Bài 9: Tính giá trị của biểu thức.

a) $3x^2y - (3xy - 6x^2y) + (5xy - 9x^2y)$ tại $x = \frac{2}{3}, y = -\frac{3}{4}$

b) $x(x - 2y) - y(y^2 - 2x)$ tại $x = 5, y = 3$.

Bài 10: Tìm x, biết

a) $4 \cdot 3x - 1 - 2 \cdot 5 - 3x = -12$

$$b) 2x^2 - x - 1 - 3x^2 - 4x + x^2 + x + 2 = -3$$

Bài 11: Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x

$$A = -3x^2 - x - 5 + 3x^2 - 4x - 3x + 10$$

Bài 12: Tìm x , biết

$$a) x - 1 - 2x - 3 - x + 3 - 2x - 5 = 4$$

$$b) 6x - 3 - 2x + 4 + 4x - 1 - 5 - 3x = -21$$

Bài 13: Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x

$$A = 5x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2 - x^2 + 3x + 3 + 7$$

Bài 14: Cho đa thức $M = ax^2 + by^2 + cxy$ (x, y là biến). Tìm a, b, c biết: khi $x = 0, y = 1$ thì

$$M = -3; \text{ khi } x = -2, y = 0 \text{ thì }; \text{ khi } x = 1, y = -1 \text{ thì } M = 0.$$

Bài 15: Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = x^2(x - y^2) - xy(1 - yx) - x^3$$

$$b) B = x(x + 3y + 1) - 2y(x - 1) - (y + x + 1)x$$

Bài 16: Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức

$$a) P = x(x^2 - y) + y(x - y^2) \text{ tại } x = -\frac{1}{2} \text{ và } y = -\frac{1}{2}$$

Bài 17: Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$M = \left(2x - \frac{1}{2}y\right)\left(2x + \frac{1}{2}y\right) \text{ tại } x = \frac{-1}{2} \text{ và } y = 4$$

BÀI 3: HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

DẠNG 1: CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI

1) Bình phương một tổng: $A + B^2 = A^2 + 2AB + B^2$

2) Bình phương một hiệu: $A - B^2 = A^2 - 2AB + B^2$

3) Hiệu hai bình phương: $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(3x + 4)^2$

b) $(5x - y)^2$

c) $\left(xy - \frac{1}{2}y\right)^2$

Bài 2: Tính:

a) $5x + y^2$

b) $3x + 2y^2$

c) $a + b + c^2$

d) $x + y + z^2$

e) $3a - 1^2$

f) $3a - 2b^2$

g) $[a + b - c]^2$

h) $a - b + c^2$

i) $x^2 - 4$

j) $16x^2 - y^2$

k) $25 - 4y^2$

l) $a + b^2 - 4c^2$

Bài 3: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(3x - 5)(3x + 5)$; b) $(x - 2y)(x + 2y)$; c) $\left(-x - \frac{1}{2}y\right)\left(-x + \frac{1}{2}y\right)$

Bài 4: a) Viết biểu thức tính diện tích của hình vuông có cạnh bằng $2x + 3$ dưới dạng đa thức.

b) Viết biểu thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng $3x - 2$ dưới dạng đa thức.

Bài 5: Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $x^2 + 2x + 1$; b) $9 - 24x + 16x^2$; c) $4x^2 + \frac{1}{4} + 2x$

Bài 6: Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương một tổng hoặc bình phương một hiệu:

a) $x^2 - 6x + 9$ b) $4x^2 + 4x + 1$

c) $x^2 + 6xy + 9y^2$ d) $x^4 - 4x^2 + 4$

e) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1$

f) $\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$

g) $x^2 - 10x + 25$

h) $4x^4 + 36x^2 + 81$

Bài 7: Tính nhanh:

a) 38.42;

b) 102^2 ;

c) 198^2 ;

d) $75^2 - 25^2$.

Bài 8: Thực hiện phép tính (tính nhanh)

a) $99^2 - 1$

b) $102^2 + 2^2 - 4.102$

c) 199^2

d) 101^2

e) $157^2 + 43^2 + 86.157$

f) 47.53

Bài 9: Tính:

a) $5x + 2y^2$

b) $x + 2y^2$

c) $a + b + c^2$

d) $5a - 1^2$

e) $3a - b^2$

f) $[a + b - c]^2$

g) $x^2 - 100$

h) $16x^2 - 9y^2$

Bài 10: Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương một tổng hoặc bình phương một hiệu;

a) $4x^2 - 12x + 9$

b) $4x^2 - 4x + 1$

c) $x^2 - 6xy + 9y^2$

d) $x^4 - 8x^2 + 16$

e) $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$

f) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$

g) $100x^2 - 100x + 25$

h) $x^4 + 24x^2 + 144$

Bài 11: Thực hiện phép tính (tính nhanh)

a) $999^2 - 1$

b) $73^2 + 27^2 + 54.73$

c) $117^2 + 17^2 - 234.17$

d) 101.99

DẠNG 2: CÁC HẸNG ĐẲNG THỨC BẬC BA

4) Lập phương một tổng: $A + B^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

5) Lập phương một hiệu: $A - B^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

6) Tổng hai lập phương: $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$

7) Hiệu hai lập phương: $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(2x - 3)^3$; b) $(a + 3b)^3$; c) $(xy - 1)^3$.

Bài 2: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(a - 5)(a^2 + 5a + 25)$; b) $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$.

Bài 3: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$; b) $(xy + 1)^2 - (xy - 1)^2$

Bài 4: Tính:

1) $3x + 2^3$ 2) $2x^2 + 3y^3$ 3) $4x + 2y^3$ 4) $1 - 5a^3$
 5) $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^3$ 6) $5a - 4b^3$ 7) $1 - 27x^3$ 8) $64x^3 - 27y^3$
 9) $a + b^3 - 8c^3$ 10) $x^3 + 27y^3$ 11) $27x^3 - x - 6^3$ 12) $64a^3 + 125b^3$

Bài 5: Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương một tổng hoặc lập phương một hiệu hoặc tổng hai lập phương hoặc hiệu hai lập phương:

1) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$ 5) $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$
 2) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 6) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
 3) $x - 2x^2 + 2x + 4$ 7) $2x - 1 - 4x^2 + 2x + 1$
 4) $2x + y - 4x^2 - 2xy + y^2$ 8) $5x + 4y - 25x^2 - 20xy + 16y^2$

DẠNG 3: TỔNG HỢP

Bài 6: a) Cho $x + y = 12$ và $xy = 35$. Tính $(x - y)^2$.

b) Cho $x - y = 8$ và $xy = 20$. Tính $(x + y)^2$.

c) Cho $x + y = 5$ và $xy = 6$. Tính $x^3 + y^3$.

d) Cho $x - y = 3$ và $xy = 40$. Tính $x^3 - y^3$.

Bài 7: Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều bằng 5 cm. Thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:

a) Chiều dài và chiều rộng tăng thêm a cm?

b) Chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều tăng thêm a cm?

Bài 8: Thực hiện theo yêu cầu:

a) Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

b) Cho biết $ab = 2$; $a + b = -3$. Tính giá trị của biểu thức: $A = a^3 + b^3$

Bài 9: Thực hiện theo yêu cầu:

a) Chứng minh rằng: $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a + b)$

b) Cho biết $ab = 6$; $a + b = -5$. Tính giá trị của biểu thức: $C = a^3 - b^3$

Bài 10: Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$ biết $x = -4$

b) $B = x^2 + 6x + 9$ biết $x = 97$

c) $C = x + y$ biết $x^3 + y^3 = 95$; $x^2 - xy + y^2 = 19$

d) $D = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ biết $x = 11$

Bài 11: Tính giá trị biểu thức bằng cách vận dụng hằng đẳng thức:

a) $A = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$ với $x = 19$

b) $B = x^3 - 3x^2 + 3x$ với $x = 11$

Bài 12: Tính:

1) $2x + 1^3$

2) $3 - 2b^3$

3) $8 - 27x^3$

4) $64x^3 + 125y^3$

Bài 13: Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương một tổng hoặc lập phương một hiệu hoặc tổng hai lập phương hoặc hiệu hai lập phương:

1) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

2) $x^3 + 27 + 9x^2 + 27x$

3) $x - 2x^2 + 2x + 4$

4) $5x + 4y - 25x^2 - 20xy + 16y^2$

Bài 14: Điền vào chỗ trống cho thích hợp:

a) $x^2 + 4x + 4 = \dots\dots\dots$

b) $x^2 - 8x + 16 = \dots\dots\dots$

c) $(x + 5)(x - 5) = \dots\dots\dots$

d) $x^3 + 12x^2 + 48x + 64 = \dots\dots\dots$

e) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = \dots\dots\dots$

f) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = \dots\dots\dots$

g) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = \dots\dots\dots$

h) $x^2 + 2x + 1 = \dots\dots\dots$

i) $x^2 - 1 = \dots\dots\dots$

k) $x^2 + 6x + 9 = \dots\dots\dots$

l) $4x^2 - 9 = \dots\dots\dots$

m) $16x^2 - 8x + 1 = \dots\dots\dots$

BÀI 4: PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

DẠNG 1: PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

$$\triangleright A.B + A.C = A. B + C$$

$$\triangleright A + B.C + A + B.D = A + B. C + D$$

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (nhân tử chung)

1) $5x + 5y$

2) $x^3 + x^2 + x$

3) $2x(x - y) + 4(x - y)$

4) $15(x - 2) + 9y(2 - x)$

5) $2a + 2b$

6) $2a^2 - 4a$

7) $2a + 4b - 6c$

8) $3a - 6ab + 9ac$

9) $6a^2b + 3a^2c - 9a^2$

10) $-2ax + 4bx$

11) $-3xy + x^2y^2 - 5x^2y$

12) $2x(y - z) + 5y(y - z)$

13) $10x(x + y) - 5(x + y)y$

14) $2x(y - 4) + 3y(4 - y)$

15) $x(y - 2014) - 3y(2014 - y)$

16) $a(x - 1) + b(x - 1)$

17) $x(y + 1) + 3(y + 1)$

18) $ab(x - 5) - b(x - 5)$

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC

$$\triangleright A + B^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$\triangleright A - B^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$\triangleright A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$\triangleright A + B^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$\triangleright A - B^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

$$\triangleright A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$\triangleright A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

$$\triangleright A + B + C^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử (hằng đẳng thức)

1) $a^2 - 4b^2$

2) $4a^2 - b^2$

3) $4a^2 - 25b^2$

4) $25a^4 - 1$

5) $a + b^2 - 4$

6) $25b^2 - 2 - 5b^2$

7) $9a^2 - 2b^2 - 16b^2$

8) $a - 5b^2 - 2a + 5b^2$

9) $x^2 + 10x + 25$

10) $x^2 + 8x + 16$

11) $9x^2 + 12xy + 4y^2$

12) $4x^4 + 20x^2 + 25$

13) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

14) $25x^2 - 20xy + 4y^2$

15) $25x^2 - 10xy + y^2$

16) $9x^4 - 12x^2y + 4y^2$

17) $x^3 + 27y^3$

18) $8x^3 + y^3$

19) $64x^3 + 8y^3$

20) $64x^6 + 1$

21) $27 + x - 2^3$

22) $x - 5^3 + x + 2^3$

23) $8 + 8x - 2^3$

24) $x^2 + 1^3 + 64x - 2^3$

25) $x^3 - 64y^3$

26) $125x^3 - y^3$

27) $27x^3 - 8y^3$

28) $1 - 64x^6$

29) $27 - x + 5^3$

30) $5 - x^3 - x - 2^3$

31) $8x + 1^3 - x - 8^3$

32) $1 + x - 1^6$

33) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

DẠNG 3: PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ

- Sử dụng tính chất giao hoán, kết hợp để nhóm các hạng tử thích hợp vào từng nhóm.
- Áp dụng phương pháp phân tích đa thức khác để giải toán.

Bài 3: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (nhóm hạng tử)

a) $x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

b) $x^2y + xy + x + 1$

c) $ax + by + ay + bx$

Bài 4: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (nhóm hạng tử)

a) $ax - 2x - a^2 + 2a$

b) $x^2 + x - ax - a$

c) $2x^2 + 4ax + x + 2a$

Bài 5: Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 3xy + x - 3y$

b) $7x^2 - 7xy - 4x + 4y$

c) $x^2 + 6x - y^2 + 9$

d) $x^2 + y^2 - z^2 - 9t^2 - 2xy + 6zt$

e) $x^3 - 9x + 3x^2 - 27$

f) $x^4 - 9 + 3x^3 - 9x$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 6: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 + 4x$;

b) $6ab - 9ab^2$;

c) $2a(x - 1) + 3b(1 - x)$;

d) $(x - y)^2 - x(y - x)$.

Bài 7: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 1$;

b) $(x + 2)^2 - 9$;

c) $(a + b)^2 - (a - 2b)^2$.

Bài 8: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $P = 6x - 2x^3$;

b) $Q = 5x^3 - 15x^2y$;

c) $R = 3x^3y^3 - 6xy^3z + xy$

Bài 9: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $9x^2 - 16$;

b) $4x^2 - 12xy + 9y^2$;

c) $t^3 - 8$;

d) $2ax^3y^3 + 2a$.

Bài 10: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4a^2 + 4a + 1$; b) $-3x^2 + 6xy - 3y^2$; c) $(x + y)^2 - 2(x + y)z + 4z^2$.

Bài 11: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $8x^3 - 1$; b) $x^3 + 27y^3$; c) $x^3 - y^6$.

Bài 12: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^3 - 16x$; b) $x^4 - y^4$; c) $xy^2 + x^2y + \frac{1}{4}y^3$ d) $x^2 + 2x - y^2 + 1$.

Bài 13: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - xy + x - y$; b) $x^2 + 2xy - 4x - 8y$; c) $x^3 - x^2 - x + 1$.

Bài 14: Cho $y > 0$. Tìm độ dài cạnh của hình vuông có diện tích bằng $49y^2 + 28y + 4$.

Bài 15: Tìm một hình hộp chữ nhật có thể tích $2x^3 - 18x$ (với $x > 3$) mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa x .

Bài 16: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (đặt nhân tử chung)

a) $4x^2 - 6x$ b) $9x^4y^3 + 3x^2y^4$ c) $x^3 - 2x^2 + 5x$

Bài 17: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (đặt nhân tử chung)

a) $2x^2y - 4xy^2 + 6xy$ b) $4x^3y^2 - 8x^2y^3 + 2x^4y$

Bài 18: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (hằng đẳng thức)

a) $4x^2 - 12x + 9$ b) $4x^2 + 4x + 1$ c) $1 + 12x + 36x^2$

Bài 19: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (hằng đẳng thức)

a) $(3x - 1)^2 - 16$ b) $(5x - 4)^2 - 49x^2$ c) $(2x + 5)^2 - (x - 9)^2$

Bài 20: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (hằng đẳng thức)

a) $8x^3 - 64$ b) $1 + 8x^6y^3$ c) $125x^3 + 1$

Bài 21: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (hằng đẳng thức)

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ c) $1 - 9x + 27x^2 - 27x^3$

Bài 22: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (nhóm hạng tử)

a) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$ b) $x^4 + 2x^3 - 4x - 4$ c) $x^3 + 2x^2y - x - 2y$

Bài 23: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (nhóm hạng tử)

a) $(x - 3)(x - 1) - 3(x - 3)$ b) $(x - 1)(2x + 1) + 3(x - 1)(x + 2)(2x + 1)$

BÀI 5: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1) Định nghĩa: Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức, B là đa thức khác đa thức 0.

- A là tử thức (tử).
- B là mẫu thức
- Mỗi một đa thức cũng được coi là một đa thức có mẫu là 1.
- Điều kiện xác định của PTĐS là mẫu thức B khác 0.

2) Hai phân thức bằng nhau: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A \cdot D = B \cdot C$

3) Tính chất:

- Tính chất 1: $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$ (C là đa thức khác đa thức 0).
- Tính chất 2: $\frac{A}{B} = \frac{A : D}{B : D}$ (D là nhân tử chung khác 0).

4) Rút gọn PTĐS:

- **Bước 1:** Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.
- **Bước 2:** Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

5) Quy tắc đổi dấu: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$

DẠNG 1: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH

Bài 1: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

a) $\frac{3x+1}{2x-1}$ b) $2x^2 - 5x + 3$ c) $\frac{x+\sqrt{x}}{3x+2}$

Bài 2: Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức:

a) $\frac{1}{2a+4}$ b) $\frac{xy^2}{x-2y}$

Bài 3: Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\frac{4x-1}{2x-6}$ b) $\frac{x-10}{x+3y}$ c) $3x^2 - x + 7$

Bài 4: Tìm điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\frac{3}{5x+2}$ b) $\frac{x^2+3}{x^2-6x+9}$ c) $\frac{x}{x^2+3x}$ d) $\frac{2x+1}{x^2-3x+2}$

DẠNG 2: PTĐS BẰNG NHAU. ÁP DỤNG TÍNH CHẤT PTĐS

Bài 5: Mỗi cặp phân thức sau đây có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\frac{xy^2}{xy+y}$ và $\frac{xy}{x+1}$

b) $\frac{xy-y}{x}$ và $\frac{xy-x}{y}$

Bài 6: Xét các phân thức $P = \frac{x^2y}{xy^2}$, $Q = \frac{x}{y}$, $R = \frac{x^2+xy}{xy+y^2}$.

a) Các phân thức trên có bằng nhau không? Tại sao?

b) Có thể biến đổi như thế nào để chuyển Q thành P và R thành Q?

Bài 7: Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\frac{3ac}{a^3b}$ và $\frac{6c}{2a^2b}$

b) $\frac{3ab-3b^2}{6b^2}$ và $\frac{a-b}{2b}$

Bài 8: Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, hãy tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau.

a) $\frac{A}{2x-1} = \frac{6x^2+3x}{4x^2-1}$

b) $\frac{4x^2-3x-7}{A} = \frac{4x-7}{2x+3}$

Bài 9: Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy điền một đa thức M thích hợp trong các đẳng thức sau:

a) $\frac{x-x^2}{5x^2-5} = \frac{x}{M}$

b) $\frac{x^2+8}{2x-1} = \frac{3x^3+24x}{M}$

c) $\frac{M}{x-y} = \frac{3x^2-3xy}{3y-x^2}$

Bài 10: Tìm đa thức A thích hợp thay trong các đẳng thức sau:

a) $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{A}{x^2-1}$

b) $\frac{x^2+2x}{x^3+8} = \frac{A}{x^2-2x+4}$

Bài 11: Tìm điều kiện xác định của mỗi phân thức sau :

a) $A(x) = \frac{5x-6}{3x}$

b) $B(x) = \frac{x}{6y}$

c) $C(x) = \frac{5x-1}{3(x+1)}$

d) $D(x) = \frac{8}{x^2-4}$

Bài 12: Cho cặp phân thức $\frac{x^2y^3}{5}$ và $\frac{7x^3y^4}{35xy}$ với $xy \neq 0$. Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

Bài 13: Tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau.

a) $\frac{A}{2x-1} = \frac{6x^2+3x}{4x^2-1}$

b) $\frac{4x^2-3x-7}{A} = \frac{4x-7}{2x+3}$

DẠNG 3: RÚT GỌN PTĐS

Bài 1: Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{3x^2+6xy}{6x^2}$

b) $\frac{2x^2-x^3}{x^2-4}$

c) $\frac{x+1}{x^3+1}$

Bài 2: Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{3x^2y}{2xy^5}$

b) $\frac{3x^2-3x}{x-1}$

c) $\frac{ab^2-a^2b}{2a^2+a}$

d) $\frac{12(x^4-1)}{18(x^2-1)}$

Bài 3: Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{14xy^5(2x-3y)}{21x^2y(2x-3y)^2}$

b) $\frac{8xy(3x-1)^3}{12x^3(1-3x)}$

c) $\frac{20x^2-45}{(2x+3)^2};$

d) $\frac{5x^2-10xy}{2(2y-x)^3}$

e) $\frac{80x^3-125x}{3(x-3)-(x-3)(8-4x)}$

f) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-3x+2}$

DẠNG 4: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA PTĐS**Phương pháp:**

- **Bước 1:** Rút gọn PTĐS (nếu có).
- **Bước 2:** Thay giá trị phần biến, rồi tính kết quả.

Bài 4: Tìm giá trị của phân thức:

a) $\frac{x^2-2x+1}{x+2}$ tại $x = -3, x = 1$

b) $\frac{xy-3y^2}{x+y}$ tại $x = 3, y = -1$

Bài 5: Tìm giá trị của phân thức

a) $A = \frac{3x^2+3x}{x^2+2x+1}$ tại $x = -4$

b) $B = \frac{ab-b^2}{a^2-b^2}$ tại $a = 4, b = -2$

Bài 6: Giá thành trung bình của một chiếc áo sơ mi được một xí nghiệp sản xuất cho bởi biểu thức $C(x) = \frac{0,0002x^2+120x+1000}{x}$, trong đó x là số áo được sản xuất và C tính bằng nghìn đồng. Tính C khi $x = 100, x = 1000$.

Bài 7: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\frac{ax^4-a^4x}{a^2+ax+x^2}$ với $a = 3, x = \frac{1}{3}$

b) $\frac{x^3+x^2-6x}{x^3-4x}$ với $x = 98$

Bài 8: Cho $3a^2 + 3b^2 = 10ab$ và $b > a > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a-b}{a+b}$.

Bài 9: Rút gọn phân thức:

a) $\frac{45x(x-3)}{15x(x-3)^3}$

b) $\frac{x^2-y^2}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$

c) $\frac{8x^2y^2(x+y)}{4xy(x^2-y^2)};$

d) $\frac{9x^3-18x}{3 \cdot x^4-4};$

e) $\frac{x(x+3)}{x^2(3+x)};$

f) $\frac{9-(x+5)^2}{x^2+4x+4}$

Bài 10: Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{m^3-n^3-3mn(m-n)}{m^2+n^2-2mn}$ với $m = 6,75, n = -3,25$.

BÀI 6: CỘNG TRỪ PHÂN THỨC

DẠNG 1: QUY ĐỒNG PTĐS

Phương pháp:

- Phân tích các mẫu thành nhân tử (nếu cần).
- Lập tích các nhân tử bằng số và chữ:
 - ❖ Nhân tử bằng số là BCNN của các số ở mẫu.
 - ❖ Nhân tử bằng chữ là lũy thừa với số mũ lớn nhất.

Bài 1: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{25}{14x^2y}, \frac{14}{21xy^5}$ b) $\frac{11}{102x^4y}, \frac{3}{34xy^3}$ c) $\frac{3x+1}{12xy^4}, \frac{y-2}{9x^2y^3}$

Bài 2: Quy đồng mẫu thức của các cặp nhân thức sau:

a) $\frac{2a}{a-5}$ và $\frac{-a}{a+5}$ b) $\frac{1}{3abc}$ và $\frac{a+b}{ab^2}$ c) $\frac{3}{a^2-4}$ và $\frac{a^2}{a+2}$

Bài 3: Quy đồng mẫu thức các phân thức (có thể đổi dấu để tìm MTC cho thuận tiện).

a) $\frac{x-1}{2x+2}, \frac{x+1}{2x-2}, \frac{1}{1-x^2}$ b) $\frac{24}{4x^3-x}, \frac{4x}{x-2x^2}, \frac{18}{2x^2+x}$

DẠNG 2: CỘNG TRỪ PHÂN THỨC

Phương pháp:

1) Cộng hai phân thức cùng mẫu $\boxed{\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}}$

2) Cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau

- Quy đồng mẫu thức các phân thức.
- Cộng hai phân thức cùng mẫu (sau khi đã quy đồng).

3) Phân thức đối:

- Hai phân thức được gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

4) Phép trừ: $\boxed{\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(\frac{-C}{D}\right)}$

Bài 4: Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{a-1}{a+1} + \frac{3-a}{a+1}$ b) $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a}$ c) $\frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab}$

Bài 5: Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{x}{x+3} + \frac{2-x}{x+3}$ b) $\frac{x^2y}{x-y} - \frac{xy^2}{x-y}$ c) $\frac{2x}{2x-y} + \frac{y}{y-2x}$

Bài 6: Thực hiện phép tính $\frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} + \frac{1-a}{a^2+2a+1}$.

Bài 7: Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}$ b) $\frac{1}{2x} + \frac{2}{x^2}$ c) $\frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}$

Bài 8: Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{1}{2a} + \frac{2}{3b}$ b) $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$ c) $\frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz}$

d) $\frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$ e) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4x+4}$

Bài 9: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x-1} + \frac{x-4}{1-x}$ b) $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{2x}{x^2-25}$

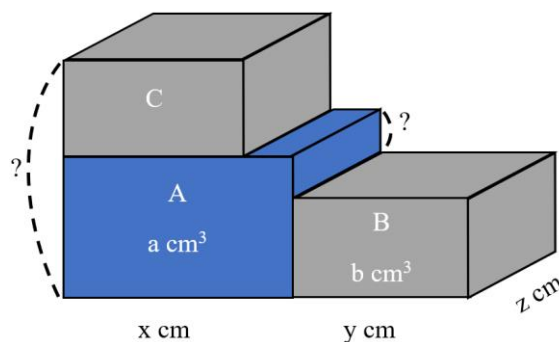
c) $x + \frac{2y^2}{x+y} - y$

Bài 10: Cùng đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ x (km/h); xe tải chạy với tốc độ y (km/h) ($x > y$). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

Bài 11: Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như Hình 2. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C.

a) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.

b) Tính tổng chiều cao của hình A và C, chênh lệch chiều cao của hình A và B.



Hình 2

Bài 12: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau.

a) $\frac{7x-1}{2x^2+6x}, \frac{5-3x}{x^2-9}$ b) $\frac{x+1}{x-x^2}, \frac{x+2}{2-4x+2x^2}$

Bài 13: Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy}$ b) $\frac{x^2+5x}{x+2} - \frac{x-4}{x+2}$ c) $\frac{3x+2y}{x^2-y^2} - \frac{x}{x^2-y^2}$

Bài 14: Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{2}{a} + \frac{1}{a-3}$ b) $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$ c) $\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy}$

BÀI 7: NHÂN CHIA PHÂN THỨC

Phương pháp:

1) Phép nhân: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D}$

2) Tính chất cơ bản:

❖ Giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$

❖ Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} \right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F} \right)$

❖ Phân phối đối với phép cộng: $\frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F} \right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F}$

3) Phép chia: Phép chia là phép nhân phân số nghịch đảo $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A.D}{B.C}$

DẠNG 1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

Bài 1: Tính:

a) $\frac{3a^2}{10b^3} \cdot \frac{15b}{9a^4}$

b) $\frac{x-3}{x^2} \cdot \frac{4x}{x^2-9}$

c) $\frac{a^2-6a+9}{a^2+3a} \cdot \frac{2a+6}{a-3}$

d) $\frac{x+1}{x} \cdot \left(x + \frac{2-x^2}{x^2-1} \right)$

Bài 2: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^2-9}{x-2} : \frac{x-3}{x}$

b) $\frac{x}{z^2} \cdot \frac{xz}{y^3} : \frac{x^3}{yz}$

c) $\frac{2}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$

Bài 3: Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{4y}{3x^2} \cdot \frac{5x^3}{2y^3}$

b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x-1}$

c) $\frac{2x+x^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{3x^3+3}{3x+6}$

Bài 4: Thực hiện các phép chia phân thức sau:

a) $\frac{5x}{4y^3} : \left(-\frac{x^4}{20y} \right)$

b) $\frac{x^2-16}{x+4} : \frac{2x-8}{x}$

c) $\frac{2x+6}{x^3-8} : \frac{(x+3)^3}{2x-4}$

Bài 5: Tính:

a) $\frac{4x^2+2}{x-2} \cdot \frac{3x+2}{x-4} \cdot \frac{4-2x}{2x^2+1}$

b) $\frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+2}{x^2+6x+9} : \frac{x^2-4}{x^2+3x}$

Bài 6: Tính:

a) $\left(\frac{1-x}{x} + x^2 - 1 \right) : \frac{x-1}{x}$

b) $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y}$

c) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{3}$

Bài 7: Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng để rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } \frac{x^3}{x+1975} \cdot \frac{2x+1954}{x+1} + \frac{x^3}{x+1975} \cdot \frac{21-x}{x+1} \quad \text{b) } \frac{19x+8}{x-7} \cdot \frac{5x-9}{x+1945} - \frac{19x+8}{x-7} \cdot \frac{4x-2}{x+1945}$$

Bài 8: Cho biểu thức: $M = \left(\frac{x+2}{x^2-x} + \frac{x-2}{x^2+x} \right) \cdot \frac{x^2-1}{x^2+2}$

a) Tìm các giá trị của x để biểu thức M xác định b) Rút gọn M.

Bài 9: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x^2+1}{x+1} - 1 \right) \left(\frac{4}{x-1} - \frac{2}{x} \right)$

a) Tìm các giá trị của x để biểu thức P xác định b) Rút gọn P.

DẠNG 2: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THỰC TẾ

Bài 10: Máy A xát được x tấn gạo trong a giờ; máy B xát được y tấn gạo trong b giờ,

a) Viết các biểu thức biểu thị số tấn gạo mỗi máy xát được trong 1 giờ (gọi là công suất của máy).

b) Công suất của máy A gấp bao nhiêu lần máy B? Viết biểu thức biểu thị số lần này.

c) Tính giá trị của biểu thức ở câu b) khi $x = 3, a = 5, y = 2, b = 4$.

Bài 11: Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có độ dài bằng nhau và bằng s (km). Thời gian để đi từ A đến B của tàu hỏa là a (giờ), của ô tô khách là b (giờ) ($a < b$). Tốc độ của tàu hỏa gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô? Tính giá trị này khi $s = 350, a = 5, b = 7$.

Bài 12: Tâm đạp xe từ nhà tới câu lạc bộ câu cá có quãng đường dài 15 km với tốc độ x (km/h). Lướt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lướt đi 4 km/h.

a) Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian T hai lượt đi và về.

b) Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian t lướt đi đối với lướt về.

c) Tính T và t với $x = 10$.

Bài 13: Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{2ac}{3b} \cdot \frac{-6b^3}{8a^2c} \quad \text{b) } \frac{x^2-1}{x^2+4x} \cdot \frac{2x}{x-1}$$

Bài 14: Tính:

$$\text{a) } \frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2-2x} \cdot \frac{6x}{2x+4} \quad \text{b) } \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{a+b}{4a} - a^2b - ab^2 \right)$$

Bài 15: Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{x^2-4}{x^2+5x} : \frac{x+2}{2x} \quad \text{b) } \frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{yz} \quad \text{c) } \frac{1}{x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1: Tính giá trị của đa thức $P = xy^2z - 2x^2yz^2 + 3yz + 1$ khi $x = 1, y = -1, z = 2$.

Bài 2: Cho đa thức $P = 3x^2y - 2xy^2 - 4xy + 2$.

a) Tìm đa thức Q sao cho $Q - P = -2x^3y + 7x^2y + 3xy$.

b) Tìm đa thức M sao cho $P + M = 3x^2y^2 - 5x^2y + 8xy$.

Bài 3: Thực hiện các phép tính sau:

a) $x^2y(5xy - 2x^2y - y^2)$

b) $(x - 2y)(2x^2 + 4xy)$

Bài 4: Thực hiện các phép tính sau:

a) $18x^4y^3 : 12(-x)^3y$

b) $x^2y^2 - 2xy^3 : \left(\frac{1}{2}xy^2\right)$

Bài 5: Tính:

a) $(2x + 5) \cdot (2x - 5) - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$

b) $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2)$

Bài 6: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $(x - 1)^2 - 4$;

b) $4x^2 + 12x + 9$;

c) $x^3 - 8y^6$;

d) $x^5 - x^3 - x^2 + 1$;

e) $-4x^3 + 4x^2 + x - 1$;

g) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$.

Bài 7: Cho $x + y = 3$ và $xy = 2$. Tính $x^3 + y^2$.

Bài 8: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2x^2 - 1}{x - 2} + \frac{-x^2 - 3}{x - 2}$

b) $\frac{x}{x + y} + \frac{y}{x - y}$

c) $\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$

d) $\frac{x + 2}{x^2 + xy} - \frac{y - 2}{xy + y^2}$

e) $\frac{1}{2x^2 - 3x} - \frac{1}{4x^2 - 9}$

g) $\frac{2x}{9 - x^2} + \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x + 3}$

Bài 9: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{8y}{3x^2} \cdot \frac{9x^2}{4y^2}$

b) $\frac{3x + x^2}{x^2 + x + 1} \cdot \frac{3x^3 - 3}{x + 3}$

c) $\frac{2x^2 + 4}{x - 3} \cdot \frac{3x + 1}{x - 1} \cdot \frac{x^2 + 2}{6 - 2x}$

d) $\frac{2x^2}{3y^3} : \left(-\frac{4x^3}{21y^2}\right)$

e) $\frac{2x + 10}{x^3 - 64} : \frac{(x + 5)^2}{2x - 8}$

g) $\frac{1}{x + y} \left(\frac{x + y}{xy} - x - y \right) - \frac{1}{x^2} : \frac{y}{x}$

Bài 10: Hôm qua, thanh long được bán với giá a đồng mỗi kilôgam. Hôm nay, người ta đã giảm giá 1.000 đồng cho mỗi kilôgam thanh long. Với cùng số tiền b đồng thì hôm nay mua được nhiều hơn bao nhiêu kilôgam thanh long so với hôm qua?

Bài 11: Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(x + 3)$ km/h và đi ngược dòng với tốc độ $(x - 3)$ km/h ($x > 3$).

a) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ.

Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?

b) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A 15 km, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A. Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A?