

Thời gian: 150 phút không kể thời gian phát đề.

(Đề số 1)

Câu 1. (2 điểm).

1. Cho hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{nếu } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

Khảo sát tính liên tục của $f(x, y)$.

2. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ trong miền $x^2 + y^2 \leq 25$.

Câu 2. (2 điểm).

1. Đổi thứ tự tích phân trong tích phân lặp sau: $I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{8x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$.

2. Tính tích phân trên với $f(x, y) = 3xy$.

Câu 3. (2 điểm). Tính tích phân:

$$\int_L \left(\frac{x^3}{1+x^2} - \frac{y^3}{3} \right) dx + \left(e^y \cos y + \frac{x^3}{3} \right) dy,$$

trong đó L là nửa trên đường tròn $x^2 + y^2 = 4$, đi từ $A(2, 0)$ đến $B(-2, 0)$.

Câu 4. (2 điểm). Áp dụng công thức Ostrogradski tính tích phân mặt loại II sau:

$$\iint_{S_{\vec{N}}} x^2 dy dz + y^2 dz dx + z^2 dx dy.$$

trong đó $S : x^2 + y^2 = z^2$, với $0 \leq z \leq h$, \vec{N} là véc tơ pháp tuyến ngoài.

Câu 5. (2 điểm). Giải các phương trình vi phân thường sau:

1. $x^2 dy - (2xy + 3) dx = 0$.

2. $y^{(4)} + 3y'' = 9x^2$.

Thời gian: 150 phút không kể thời gian phát đề.

(Đề số 2)

Câu 1. (2 điểm).

1. Cho hàm số: $z = (x + y)e^{x+y}$. Tính d^2z .
2. Tìm cực trị của hàm số: $z = x^3 + y^3 - 15xy$.

Câu 2. (2 điểm).

1. Đổi thứ tự tích phân trong tích phân lặp sau:

$$\int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy + \int_0^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy.$$

2. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi các mặt $x^2 + y^2 + z = 8$; $z = 4$.

Câu 3. (2 điểm). Cho tích phân đường $I = \int_{OCD} x^2 y dy - xy^2 dx$. Tính I với OC là phần thuộc nửa dưới đường tròn $x^2 + y^2 = 2ax$, $a > 0$, nối $O(0, 0)$, $C(a, -a)$; CD là đoạn thẳng nối C với $D(a, 0)$.

Câu 4. (2 điểm). Tính diện tích phần mặt $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm trong hình trụ lemniscat $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2 xy$. (Gợi ý: chuyển sang tọa độ cực).

Câu 5. (2 điểm). Giải các phương trình vi phân thường sau:

1. $x^2 y' = y(x + y)$.
 2. $y'' - 2y' - 3y = xe^{4x} + x^2$.
-