ILI 292 - Investigación de operaciones I
Tarea II

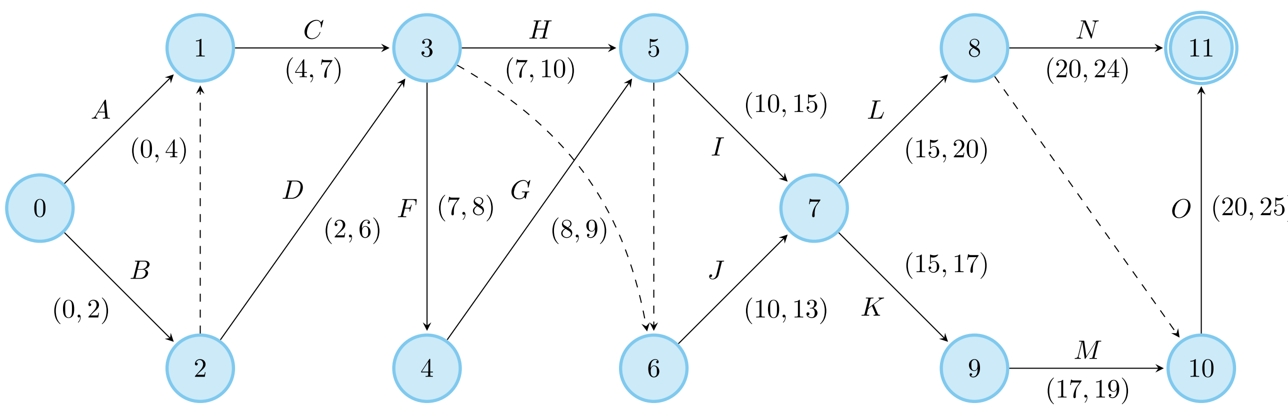
Alonso Sandoval Acevedo
asandova@alumnos.inf.utfsm.cl
201073011-5

Hernán Vargas Leighton
hvargas@alumnos.inf.utfsm.cl
201073009-3

27 de octubre de 2014

1. Guaripolo S.A.

1. **Malla del programa, ruta crítica y duración esperada.**
   La malla queda representada por la siguiente figura, donde se asignan números a los nodos y letras a los trabajos (las lineas punteadas son `dummies`):



   Podemos notar que la ruta crítica será:

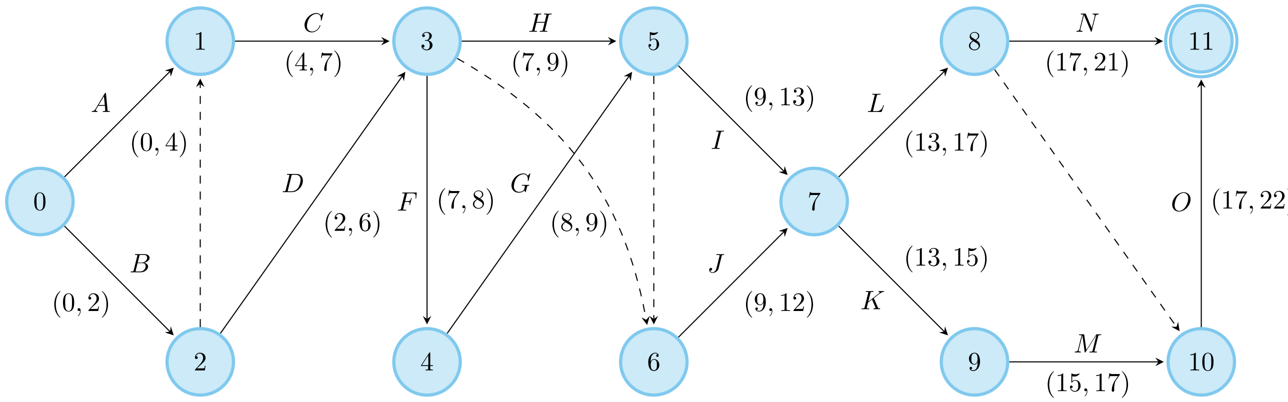
$$A \to C \to H \to I \to L \to O$$

   Con una duración esperada de 25 días.

2. Como notamos del resultado anterior el programa no finaliza en los 22 días que espera nuestro gerente de operaciones, por lo que es necesario acelerar el proceso. Para ello analizamos la tabla presentada y notamos que:

   - De la ruta crítica el trabajo con menor costo de aceleración es I, por lo tanto lo aceleramos un día.
   - Como la aceleración de I no produjo un cambio de ruta crítica, y además no podemos seguir acelerando I pasamos al siguiente menor que es L. Lo aceleramos un día.
   - El último cambio afectó la ruta crítica: desde I se puede llegar a O ya sea por L o por $K \to M$ sin cambiar su duración. Ahora un cambio en L no afectará la ruta crítica a no ser que a su vez se cambie K o M, lo que nos costará un mínimo de \$15000.
   - Vemos que en la ruta crítica tenemos un elemento con menor precio: H, lo aceleramos un día y obtenemos el resultado esperado.
   - El costo de la aceleración fue de $5000 + 7000 + 8000 = 20000$

La nueva malla del programa será:



Las nueva ruta críticas serán:

$$A \to C \to H \to I \to L \to O$$

$$A \to C \to H \to I \to K \to M \to O$$

$$A \to C \to F \to G \to I \to L \to O$$

$$A \to C \to F \to G \to I \to K \to M \to O$$

3. De la resolución del problema usando `lp_solve` (ver código anexo) obtenemos el siguiente resultado:

```
Value of objective function: 20000.00000000

Actual values of the variables:
Yc                              0
Yd                              0
Yh                              1
Yi                              1
Yj                              0
Yk                              0
Yl                              1
Ym                              0
Yn                              0
Yo                              0
Ya                              0
Yb                              0
Yf                              0
Yg                              0
x0                              0
x1                              4
x2                              2
x3                              7
x4                              8
x5                              9
x6                              9
x7                             13
x8                             17
x9                             15
x10                            17
x11                            22
```

El cual no varía del resultado obtenido sin el programa.

2. Ranking Top, difusión nacional.

1. **SUPUESTO: Solo se puede poner una antena por región.**
   Las variables binarias serán la existencia de la antena y su respectiva ampliación. Por simplicidad nos referiremos a la región metropolitana por el número 0. Además ordenaremos los datos suministrados de la misma manera. Tenemos entonces:

   $$\begin{aligned} x_i \forall i \in [0,15] \subset \mathbb{N} & \quad \text{Antena en la región } i. \\ y_i \forall i \in [0,15] \subset \mathbb{N} & \quad \text{Ampliación de la antena } i. \\ C_i \forall i \in [0,15] \subset \mathbb{N} & \quad \text{Costo de construcción en la región } i. \\ D_i \forall i \in [0,15] \subset \mathbb{N} & \quad \text{Demanda de la región } i. \end{aligned}$$

   La función objetivo será aquella que minimice los costos de construcción, luego:

   $$\textbf{F.O.:} \min Z = \sum_{0}^{15} (x_i \cdot C_i + 2 \cdot y_i)$$

   Ya que el costo de ampliación es constante lo dejamos explícitamente expresado.
   Por ultimo tenemos las restricciones de demanda y de cableado en Santiago. Para Santiago simplemente basta con establecer una restricción por región afectada (dos en total). Mientras que para la restricción de demanda debemos relacionar las antenas de cada región con las de las regiones adyacentes y sus respectivas demandas. Queda expresado como:

   $$x_0 + x_5 \leq 1 \quad \wedge \quad x_0 + x_6 \leq 1 \quad \text{Restricciones para Santiago.}$$

   $$D_i \leq C_i \cdot x_i + 400 \cdot y_i + C_{i+1} \cdot x_{i+1} + 400 \cdot y_{i+1} - D_{i+1} + C_{i-1} \cdot x_{i-1} + 400 \cdot y_{i-1} - D_{i-1}$$
   $$\forall i \in [0,15] \quad \text{Restricciones de demanda con:} \quad x_{-1} = y_{-1} = x_{16} = y_{16} = 0$$

   Nuevamente como el aumento de abastecimiento por la ampliación de una antena es constante se escribe explícitamente.

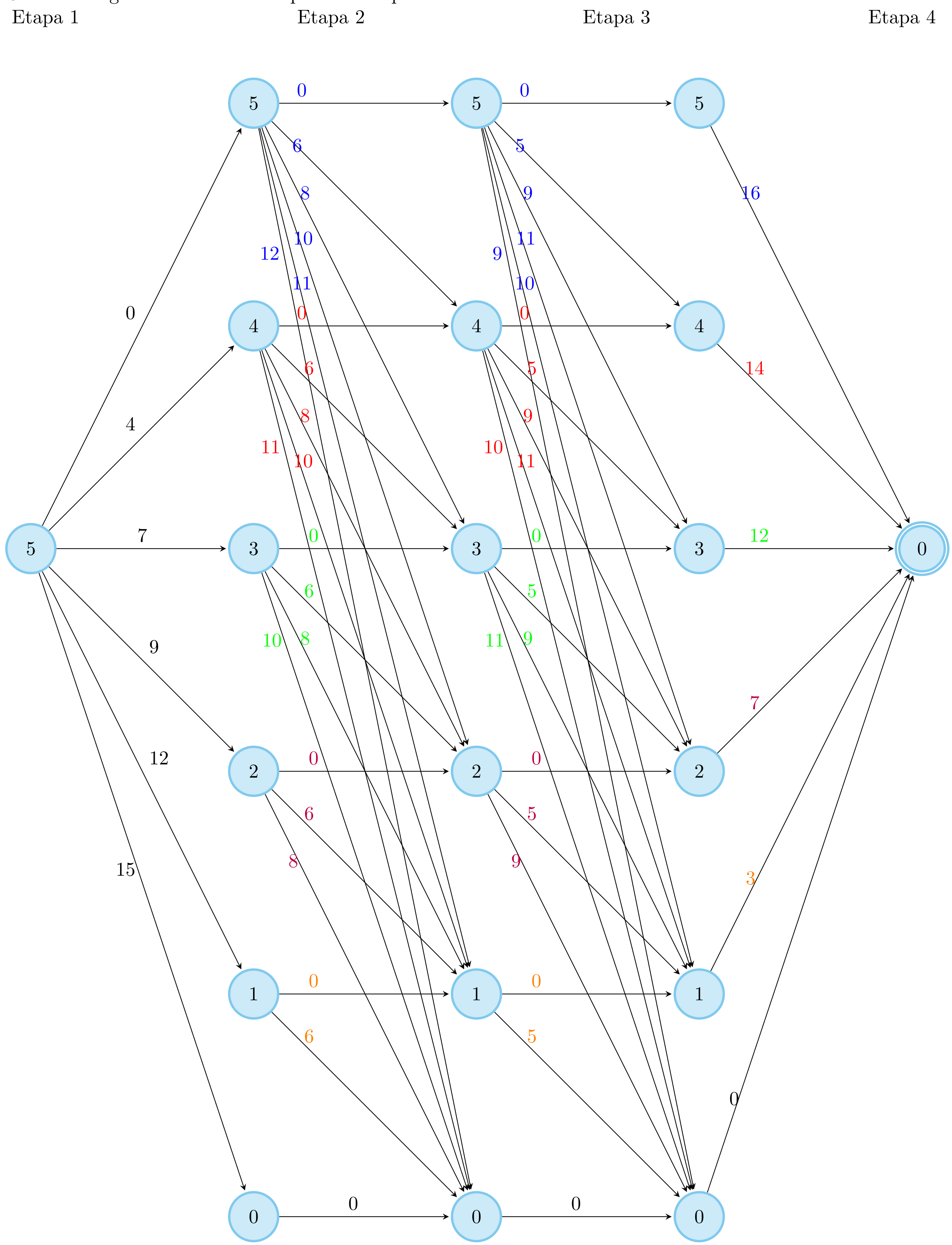
2. De la ejecución del código (ver anexo) obtenemos los siguientes resultados:

```
Value of objective function: 46.00000000

Actual values of the variables:
x15                  0
y15                  0
x1                   1
y1                   0
x2                   1
y2                   0
x3                   0
y3                   0
x4                   1
y4                   0
x5                   1
y5                   0
x0                   0
y0                   0
x6                   1
y6                   0
x7                   1
y7                   0
x8                   0
y8                   0
x9                   0
y9                   0
x10                  1
y10                  0
x11                  0
y11                  0
x12                  0
y12                  0
x13                  1
y13                  0
x14                  0
y14                  0
D15                650
D1                 650
D2                 700
D3                 800
D4                 400
D5                 950
D0                1200
D6                 600
D7                 400
D8                 700
D9                 450
D10                400
D11                350
D12                350
D13                300
D14                250
```

3. Triviño a senador.

1. Grafo de asignaciones con sus respectivas etapas de decisión.



2. Iteraciones por etapas de decisión.

Cuadro 1: **Cuarta etapa**, Titirileufú.

S	$f_4(S)$	X_4
5	16	0
4	14	0
3	12	0
2	7	0
1	3	0
0	0	0

Cuadro 2: **Tercera etapa**, Titirilahue.

S \ X_3	$f_3(S,X_3) = C_{X_3} + f_4^*(S)$ 5	4	3	2	1	0	$f_4^*(S)$	X_4^*
5	16	19	21	18	13	9	21	3
4	-	14	17	16	14	10	17	3
3	-	-	12	12	12	11	12	3/2/1
2	-	-	-	7	8	9	9	0
1	-	-	-	-	3	5	5	0
0	-	-	-	-	-	0	0	0

Cuadro 3: **Segunda etapa**, Titiritalca.

S \ X_2	$f_2(S,X_2) = C_{X_2} + f_3^*(S)$ 5	4	3	2	1	0	$f_2^*(S)$	X_2^*
5	21	23	20	19	16	12	23	4
4	-	17	18	17	15	11	18	3
3	-	-	12	15	13	10	15	2
2	-	-	-	9	11	8	11	1
1	-	-	-	-	5	6	6	0
0	-	-	-	-	-	0	0	0

Cuadro 4: **Primera etapa**, Titirilquen.

S \ X_1	$f_1(S,X_1) = C_{X_1} + f_1^*(S)$ 5	4	3	2	1	0	$f_1^*(S)$	X_1^*
5	23	22	22	20	18	15	23	5

3. Por lo tanto, la solución encontrada es:
   $5 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 0$.
   Obteniendo así 2300 votos a favor del candidato a senador Triviño.
   Supuesto: Se ocupan todos los comerciales disponibles dado que no existe restricción para ello y queremos maximizar los votantes.

4. Anexo

p1–IO–lab2.lp

```
/*****************************************************
* Variables:                                         *
*   xi  = Tiempo gastado hasta el nodo i.            *
*   Yj  = Días acelerables de la tarea j.            *
*   i entre 0 y 11.                                  *
*   j entre a y o.                                   *
* La naturaleza de variables es implícita ya que se le da *
* un valor exacto a x11. Explícitamente serian: xi >= 0   *
* y los Yj >= 0.                                     *
*****************************************************/

/* Minimización sobre las tareas que se pueden acelerar. */
min: 12000 Yc + 11000 Yd + 8000 Yh + 5000 Yi + 4000 Yj +
     9000 Yk + 7000 Yl + 8000 Ym + 7000 Yn + 9000 Yo;

/* Cantidad de días máximos acelerables por tarea. */
Ya <= 0;    Yb <= 0;    Yc <= 2;    Yd <= 1;    Yf <= 0;
Yg <= 0;    Yh <= 1;    Yi <= 1;    Yj <= 1;    Yk <= 1;
Yl <= 2;    Ym <= 1;    Yn <= 1;    Yo <= 2;

/* Grafo de tareas */
x0   = 0;
x1  >= x0 + 4 - Ya;
x2  >= x0 + 2 - Yb;
x1  >= x2;
x3  >= x1 + 3 - Yc;
x3  >= x2 + 4 - Yd;
x4  >= x3 + 1 - Yf;
x4  >= x2;
x5  >= x3 + 3 - Yh;
x5  >= x4 + 1 - Yg;
x6  >= x3;
x6  >= x5;
x7  >= x6 + 3 - Yj;
x7  >= x5 + 5 - Yi;
x8  >= x7 + 5 - Yl;
x9  >= x7 + 2 - Yk;
x10 >= x9 + 2 - Ym;
x11 >= x10 + 5 - Yo;
x10 >= x8;
x11 >= x8 + 4 - Yn;

/* Cuanto queremos acelerar la operación. */
x11 - x0 <= 25 - 3;
```

p2–IO–lab2.lp

```
/*****************************************************
* Variables:                                         *
*   xi  = Existencia de antena en región i.          *
*   yi  = Antena ampliada en región i..              *
*   Di  = Demanda de la región i.                    *
*   Ci  = Costo de construcción en la región i.      *
*   i entre 0 y 15, con 0 como la región metropolitana.  *
*****************************************************/

/* Función objetivo, minimiza costos. */
min: 4  x15 + 2 y15 + 3  x1  + 2 y1  + 2 x2  + 2 y2  + 5 x3  + 2 y3  +
     7  x4  + 2 y4  + 6  x5  + 2 y5  + 8 x0  + 2 y0  + 7 x6  + 2 y6  +
     8  x7  + 2 y7  + 7  x8  + 2 y8  + 9 x9  + 2 y9  + 9 x10 + 2 y10 +
     10 x11 + 2 y11 + 11 x12 + 2 y12 + 4 x13 + 2 y13 + 7 x14 + 2 y14;

/* Demandas por región. */
D15 = 650;      D1  = 650;      D2  = 700;      D3  = 800;
D4  = 400;      D5  = 950;      D0  = 1200;     D6  = 600;
D7  = 400;      D8  = 700;      D9  = 450;      D10 = 400;
D11 = 350;      D12 = 350;      D13 = 300;      D14 = 250;

/* Solo puede construir la ampliación si ya hay antena. */
y15 <= x15;     y1  <= x1;      y2  <= x2;      y3  <= x3;
y4  <= x4;      y5  <= x5;      y0  <= x0;      y6  <= x6;
y7  <= x7;      y8  <= x8;      y9  <= x9;      y10 <= x10;
y11 <= x11;     y12 <= x12;     y13 <= x13;     y14 <= x14;

/* Restricción de Santiago */
x0 + x5 <= 1;   x0 + x6 <= 1;

/* Restricción de demanda. */
D15 <= 1800 x15 + 400 y15 + 1800 x1  + 400 y1  - D1;
D1  <= 1800 x1  + 400 y1  + 1800 x2  + 400 y2  - D2  + 1800 x15 + 400 y15 - D15;
D2  <= 1800 x2  + 400 y2  + 1800 x3  + 400 y3  - D3  + 1800 x1  + 400 y1  - D1;
D3  <= 1800 x3  + 400 y3  + 1800 x4  + 400 y4  - D4  + 1800 x2  + 400 y2  - D2;
D4  <= 1800 x4  + 400 y4  + 1800 x5  + 400 y5  - D5  + 1800 x3  + 400 y3  - D3;
D5  <= 1800 x5  + 400 y5  + 1800 x0  + 400 y0  - D0  + 1800 x4  + 400 y4  - D4;
D0  <= 1800 x0  + 400 y0  + 1800 x6  + 400 y6  - D6  + 1800 x5  + 400 y5  - D5;
D6  <= 1800 x6  + 400 y6  + 1800 x7  + 400 y7  - D7  + 1800 x0  + 400 y0  - D0;
D7  <= 1800 x7  + 400 y7  + 1800 x8  + 400 y8  - D8  + 1800 x6  + 400 y6  - D6;
D8  <= 1800 x8  + 400 y8  + 1800 x9  + 400 y9  - D9  + 1800 x7  + 400 y7  - D7;
D9  <= 1800 x9  + 400 y9  + 1800 x10 + 400 y10 - D10 + 1800 x8  + 400 y8  - D8;
D10 <= 1800 x10 + 400 y10 + 1800 x11 + 400 y11 - D11 + 1800 x9  + 400 y9  - D9;
D11 <= 1800 x11 + 400 y11 + 1800 x12 + 400 y12 - D12 + 1800 x10 + 400 y10 - D10;
D12 <= 1800 x12 + 400 y12 + 1800 x13 + 400 y13 - D13 + 1800 x11 + 400 y11 - D11;
D13 <= 1800 x13 + 400 y13 + 1800 x14 + 400 y14 - D14 + 1800 x12 + 400 y12 - D12;
D14 <= 1800 x14 + 400 y14 + 1800 x13 + 400 y13 - D13;

int x15, x1, x2, x3, x4, x5, x0, x6, x7, x8, x9, x10, x11, x12, x13, x14,
    y15, y1, y2, y3, y4, y5, y0, y6, y7, y8, y9, y10, y11, y12, y13, y14;
```