

Introducción a la Informática Teórica

Tarea 4

“¡Quiero mi Premio Turing Ahora!”

Hernán Vargas Leighton

201073009-3

13 de junio de 2014

Respuestas

1. La Máquina de Turing que acepta el lenguaje $\mathcal{L} = \{w : \#1 = \#0\}$ será $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$, con:

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$\Gamma = \{X, Y\}$

δ = Función de transición.

q_0 = Estado inicial.

B = Blanco, $B \in \Gamma$, $B \notin \Sigma$

$F = q_5 \in Q$

La estrategia consiste en reemplazar el primer símbolo por Y para poder determinar donde está el inicio de la cinta y no caer de ella, si este símbolo fue 1 se pasa a un estado en el que se busca un 0 y se le reemplaza por X , si fue 0 se hace lo contrario, una vez reemplazado el segundo símbolo se va a un estado que retrocederá en la cinta hasta encontrar la Y , ahora se lee un 0 o un 1 y se reemplaza con X y se pasa a los estados que usamos cuando escribimos la Y . La máquina aceptará cuando, después de retroceder hasta la Y avance hasta B sin encontrar 1 o 0.

Estado actual	Símbolo leído	Símbolo escrito	Movimiento	Estado siguiente
q_0	0	Y	R	q_1
q_0	1	Y	R	q_2
q_1	0	0	R	q_1
q_1	X	X	R	q_1
q_1	1	X	L	q_3
q_2	1	1	R	q_2
q_2	X	X	R	q_2
q_2	0	X	L	q_3
q_3	0	0	L	q_3
q_3	1	1	L	q_3
q_3	X	X	L	q_3
q_3	Y	Y	R	q_4
q_4	X	X	R	q_4
q_4	0	X	R	q_1
q_4	1	X	R	q_2
q_4	B	B	R	q_5

Cuadro 1: Tabla de transiciones de M_1

2. Para construir una Máquina de Turing podemos basarnos en diferentes algoritmos de multiplicación binaria, en este caso me basaré en el “Algoritmo de Booth^{*}”. Para ello se pedirá la entrada de dos números binarios separados por espacio y se puede seguir el algoritmo como se ve en la página <http://morphett.info/turing/turing.html>.

Por otro lado podemos implementar el algoritmo de multiplicación normal. Para ello digamos una Máquina de Turing $M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ con:

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Gamma = \{0, 1, \times, =, +\}$$

La máquina recibe como entrada un string de la forma 1011×1001 . En primer lugar pondrá el símbolo $=$ al principio de la cinta y luego la recorrerá hasta encontrar el último 0 o 1. Si el número es 1 copiará lo que está entre $=$ y \times al lado izquierdo de la igualdad y luego elimina el número. Si es 0 pondrá tantos ceros como largo tenga el string entre el $=$ y el \times y después eliminará el 0 (en ambos casos el último elemento en la cinta). Una vez escrito este número se agregará un $+$ al principio de la cinta y tantos 0's como $+$ hallan al lado izquierdo de la igualdad. Este paso se repite hasta que no queden más 0's o 1's después del \times .

Una vez hecho todo este proceso puede descartarse la parte a la derecha de la igualdad y pasa a ser un problema de suma de números binarios el cual puede ser resuelto por otra máquina de Turing.

Tenemos por ejemplo:

```

1011 × 1001
=1011 × 1001
1011 =1011 × 100
0 + 1011 =1011 × 100
00000 + 1011 =1011 × 10
00 + 00000 + 1011 =1011 × 10
000000 + 00000 + 1011 =1011 × 1
000 + 000000 + 00000 + 1011 =1011 × 1
1011000 + 000000 + 00000 + 1011 =1011 ×
1011000 + 000000 + 00000 + 1011 =

```

La cinta de salida de esta máquina se toma como entrada de una máquina que sume números binarios y como resultado se tendrá la multiplicación.

No se escribe la tabla de estados ni la máquina para sumar ya que son muy largos.

3. El lenguaje $\mathcal{L}(M)$ aceptado por la Máquina de Turing M será $\mathcal{L}(M) = \{w : w = (01)^*\}$ ya que q_0 pasa con 0 a q_1 moviéndose a la derecha y este a su vez pasa a q_2 con 1 moviéndose a la izquierda. En q_2 se verifica que tengamos un 1 en el cursor, pero esto siempre será así ya que q_0 cambió el 0 por 1, ahora volvemos a estar en el estado inicial y el cursor se movió a la derecha por lo que éste proceso puede repetirse infinitas veces. Si se llega a B en el estado q_0 se pasa a q_f y se acepta.
4. Sabemos que el problema de decidir si un programa imprime “Hola mundo” dada cierta entrada es indecidible. Intentaré reducir el problema de “determinar si se le asigna valor a una variable a en un programa en C” al problema de “Hola mundo”.
- Primero digamos que el programa en C tiene declarada la variable a como un arreglo de char.
 - Digamos que se le asigna el valor `Hola mundo` a la variable a .
 - Asignar un valor a una variable significa que ésta se imprime en la memoria.
 - Ahora el problema se reduce a imprimir `Hola mundo` que sabemos es un problema indecidible.

^{*}http://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Booth