Technische Universität Dortmund
Fakultät Statistik
Lehrstuhl Computergestützte Statistik

Dr. Uwe Ligges
M.Sc. Daniel Horn
M.Sc. Hendrik van der Wurp
Steffen Maletz

Übung zur Vorlesung

Computergestützte Statistik

Wintersemester 2018/2019

Übungsblatt Nr. 7

Abgabe ist Montag der 26.11.2018 an CS-abgabe@statistik.tu-dortmund.de oder Briefkasten 138

Aufgabe 1 **(4 Punkte)**

Ein weiterer Algorithmus zur Bestimmung von G-Inversen ist die sogenannte Givens Orthogonalization. Diese sei durch den folgenden Pseudocode gegeben:

Algorithm 1 Givens Orthogonalization

Require: $\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}_1 \dots \boldsymbol{x}_n]$
$\boldsymbol{Q} \leftarrow \boldsymbol{I}_m$
for $j = 1$ **to** n **do**
  for $i = (j+1)$ **to** m **do**
    if $\boldsymbol{X}_{j,j} = 0$ and $\boldsymbol{X}_{i,j} = 0$ **then**
      $\boldsymbol{J} \leftarrow \boldsymbol{I}_2$
    else
      if $|\boldsymbol{X}_{i,j}| > |\boldsymbol{X}_{j,j}|$ **then**
        $a \leftarrow 1/\sqrt{1 + (\boldsymbol{X}_{j,j}/\boldsymbol{X}_{i,j})^2}$
        $b \leftarrow (\boldsymbol{X}_{j,j}/\boldsymbol{X}_{i,j}) \cdot a$
      else
        $b \leftarrow 1/\sqrt{1 + (\boldsymbol{X}_{i,j}/\boldsymbol{X}_{j,j})^2}$
        $a \leftarrow (\boldsymbol{X}_{i,j}/\boldsymbol{X}_{j,j}) \cdot b$
      end if
      $\boldsymbol{J} \leftarrow \begin{bmatrix} b & a \\ -a & b \end{bmatrix}$
    end if
    $\boldsymbol{X}_{\{j,i\},\cdot} \leftarrow \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{X}_{\{j,i\},\cdot}$
    $\boldsymbol{Q}_{\{j,i\},\cdot} \leftarrow \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{Q}_{\{j,i\},\cdot}$
  end for
end for
Lösche in $\boldsymbol{X}$ und $\boldsymbol{Q}$ jeweils die $(n+1)$-te bis m-te Zeile
Löse Gleichungssystem $\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{X}^+ = \boldsymbol{Q}$
return $\boldsymbol{X}^+$

Implementieren Sie eine Funktion, die nach diesem Algorithmus eine G-Inverse bestimmt. Testen und Dokumentieren Sie Ihre Funktion wie üblich.

Hinweis: Sei $\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}_1 \dots \boldsymbol{x}_n] \in L(m, n)$ eine Matrix in Spaltendarstellung.

Beispiel für die Notation: Sei $\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 1 \end{bmatrix} \in L(4,3)$.

Dann gilt z. B:

- $\boldsymbol{x}_1 = (\boldsymbol{x}_{1,1}, \boldsymbol{x}_{2,1}, \boldsymbol{x}_{3,1}, \boldsymbol{x}_{4,1})^T = (2,5,6,4)^T$,
- $\boldsymbol{X}_{2,1} = \boldsymbol{x}_{2,1} = 5$,
- $\boldsymbol{X}_{\{2,3\},\cdot} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

Aufgabe 2 **(4 Punkte)**

In der Datei `sim.R` finden Sie Teile der Simulation zum Abschluss von Kapitel 2. Es gibt jeweils Funktionen zur

- Erzeugung von Zielke-Matrizen und Inversen
- Erzeugung von Wichtungsmatrizen
- Zeilenstreichung

sowie einige Algorithmen zur Lösung des KQ-Problems. Einige dieser Funktionen sind Ihnen bereits von vorherigen Übungszettel bekannt, einige sind neu. Verwenden Sie diese Teile, um die Simulationsstudie durchzuführen.

a) (4 Punkte) Implementieren Sie die Schritte 1-4 Testprozedur von Folie 318 und 319. Verwenden Sie in Schritt 4 neben Greville, MGS und Normalengleichung zusätzlich den bekannten `lm` Befehl. Verwenden Sie für Schritt 5 $T = 1$.

Hinweis: Manche der Solver funktionieren nicht immer! Vor allem der Base-R Solver `lm` steigt bei zu schlecht konditionierten Matrizen mit einem Fehler aus. Daher ist es notwendig, den Aufruf des Fehlers in ein `try` zu schreiben. Lesen Sie sich hierzu die Dokumentation von `try` durch!

Aufgabe 3 **(4 Punkte)**

Erstellen Sie geeignete Visualisierungen der Ergebnisse aus Aufgabe 2. Interpretieren Sie die Ergebnisse. Könnten Sie die Ergebnisse der Vorlesung bestätigen?

Hinweis: Sie dürfen auch gerne die von uns zur Verfügung gestellten Ergebnisse in der Datei `.RData` verwenden.