Technische Universität Dortmund
Fakultät Statistik
Lehrstuhl Computergestützte Statistik

Dr. Uwe Ligges
M.Sc. Daniel Horn
M.Sc. Hendrik van der Wurp
Steffen Maletz

Übung zur Vorlesung

Computergestützte Statistik

Wintersemester 2018/2019

Übungsblatt Nr. 5

Abgabe ist Montag der 12.11.2018 an CS-abgabe@statistik.tu-dortmund.de oder Briefkasten 138

Ankündigung: Ab der Korrektur dieses Übungszettels werden wir Verstöße gegen unere Programmierhinweise mit bis zu 0.5 Punkten Abzug bestrafen. Weiterhin werden wir Abgaben, die nicht fehlerfrei sourcebar sind, ebenfalls mit 0.5 Punkten Abzug versehen.

Aufgabe 1 **(4 Punkte)**

Schreiben Sie eine Funktion `youngsCramerVar`, die den Updating Algorithmus von Youngs und Cramer implementiert. Dokumentieren Sie Ihre Funktion wie üblich. Testen Sie Ihre Funktion, in dem Sie sicherstellen, dass die Ergebnisse sich nicht zu sehr von den Ergebnissen der `var`-Funktion unterscheiden.

Aufgabe 2 **(4 Punkte)**

Erweitern Sie die Varianz-Funktionen `textBook` und `twoPass` aus der letzten Woche um die Option der Verschiebung um den Mittelwert von m ausgewählten Beobachtungen. Wie groß muss / sollte mindestens / höchstens m sein? Gehen Sie wie folgt vor:

a) (1 Punkt) Schreiben Sie die Funktionen zur Berechnung der Varianz mit Verschiebung.

b) (2 Punkte) Bestimmen Sie mit jeweils dem Two-Pass und dem Textbook Algorithmus die Varianz von $\left(10^{16}+1,\dots,10^{16}+1000\right) \in \mathbb{R}^{1000}$ jeweils für $m \in \{0, 1, ..., 10\}$ und betrachten Sie die absolute Abweichung von der wahren Varianz. Visualisieren Sie die Ergebnisse.

c) (1 Punkt) Welche Empfehlung für m geben Sie? Warum?

Hinweis: Achten Sie bitte wie üblich darauf, Copy-Paste zu vermeiden. Es bietet sich hier an, in b) eine allgemeine Funktion zu schreiben, und diese zunächst für den Textbook und in c) für den Two-Pass Algorithmus aufzurufen.

Aufgabe 3 **(4 Punkte)**

Sei $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$.

a) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass sowohl $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ als auch $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ nur nicht-negative Eigenwerte haben.

b) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass für $\lambda > 0$, λ genau dann Eigenwert von $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ ist, wenn λ Eigenwert von $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ ist.