

Phương pháp tiếp tuyến (Đọc thêm)

1. Điều kiện:

(1) Đạo hàm f' , f'' không đổi dấu trên $[a, b]$.

(2) Giá trị lặp ban đầu thỏa mãn: $f(x_0) \times f''(x_0) > 0$ (Điều kiện Fourier)

2. Công thức lặp:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad n = 0 \dots 1$$

Trong đó:

- Nếu b là điểm Fourier thì chọn $x_0 = b$.
- Nếu a là điểm Fourier thì chọn $x_0 = a$.

3. Sai số:

Công thức sai số 1: $|f'(x)| \geq m > 0$ thì $|x_n - x^*| \leq \frac{|f(x_n)|}{m}, \forall x \in (a, b)$.

Công thức sai số 2: $f'(x)$ không đổi dấu, $0 < m \leq f'(x) \leq M$ và $|f''(x)| \leq M_1$ thì

$$|x_n - x^*| \leq \frac{M_1}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2$$

4. Ví dụ:

Ví dụ 1: Bằng phương pháp tiếp tuyến, hãy tìm nghiệm gần đúng của phương trình sau: $x^3 - x - 1 = 0$ trên khoảng phân ly nghiệm $(1, 2)$ với sai số là 10^{-4} .

Giải:

Bước 1: Điều kiện hội tụ:

$$f'(x) = 3x^2 - 1$$

$$f''(x) = 6x \geq 6 > 0 \quad \forall x \in (1, 2)$$

$$\rightarrow f'(x) \geq f'(1) = 2 > 0 \quad \forall x \in (1, 2)$$

→ $f'(x)$ và $f''(x)$ không đổi dấu trên $(1, 2)$.

- **Điểm Fourier:**

➤ Với $x = 1$: $f(1) \times f''(1) = (-1) \times 6 < 0 \rightarrow x = 1$ không là điểm Fourier.

➤ Với $x = 2$: $f(2) \times f''(2) > 0 \rightarrow x = 2$ là điểm Fourier.

→ Điều kiện hội tụ thỏa mãn.

Bước 2: Công thức lặp:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^3 - x_n - 1}{3x_n^2 - 1}$$

Sai số:

$$0 < 2 = f'(1) \leq f'(x) \leq f'(2) = 11 \rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ M = 11 \end{cases}$$

$$\text{Có } f''(x) = 6x \rightarrow 0 < 6 = f''(1) \leq f''(x) \leq f''(2) = 12$$

$$\rightarrow |f''(x)| \leq \max\{6, 12\} = 12, \forall x \in (1, 2) \rightarrow \mathbf{M_1 = 12}$$

$$\text{Công thức sai số 1: } |x_n - x^*| \leq \frac{|f(x_n)|}{m} = \frac{|x_n^3 - x_n - 1|}{2}$$

$$\text{Công thức sai số 2: } |x_n - x^*| \leq \frac{12}{2 \times 2} |x_n - x_{n-1}|^2 = 3|x_n - x_{n-1}|^2$$

Bảng kết quả:

n	x_n	Sai số
0	$x_0 = 2$	2.5
1	$x_1 = 1.54545$	0.57288
2	$x_2 = 1.35961$	0.07685
3	$x_3 = 1.32580$	0.00231
4	$x_4 = 1.32472$	0.00233
5	$x_5 = 1.32472$	0.000002

Bấm máy:

- Xóa bộ nhớ máy tính: Shift 9 3 = =
- Lập công thức lệnh:

$$C = X^3 - X - 1 : Y = X - \frac{C}{3X^2 - 1} : A = \frac{|C|}{2} : X = Y \text{ (Sử dụng CT sai số 1)}$$

Nếu sử dụng thêm CT sai số 2: $B = 3|X - Y|^2$

5. Bài tập:

Bài tập 1: Tính đến x_2 là nghiệm gần đúng của phương trình $x^3 + 2x + 0.5 = 0$ trong khoảng phân ly nghiệm $(-1, 0)$ bằng phương pháp tiếp tuyến.

Bài tập 2: Tính đến x_4 là nghiệm gần đúng của phương trình $x^3 - 2x - 2 = 0$ trong khoảng phân ly nghiệm $(1, 2)$ bằng phương pháp tiếp tuyến.