

PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

Nội dung phương pháp: Giả sử (a, b) là một khoảng phân ly nghiệm của phương trình $f(x) = 0$. Nghiệm đúng α của phương trình $f(x) = 0$ trong khoảng phân ly nghiệm (a, b) được lấy lặp xấp xỉ bằng điểm giữa của khoảng phân ly.

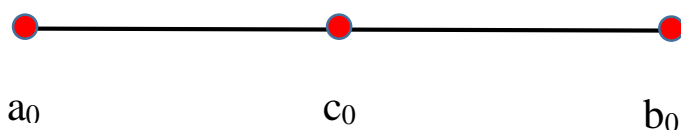
Không làm mất tính tổng quát, bằng cách đổi dấu hàm $f(x)$, luôn giả sử $f(a) < 0 < f(b)$.

Phương pháp tổng quát:

Ta có (a, b) là khoảng phân ly nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

Khởi tạo, $a_0 = a$ và $b_0 = b$

Ta chia đôi: $c_0 = \frac{a_0 + b_0}{2} \Rightarrow$ Tạo ra khoảng phân ly nghiệm mới.



$$f(a_0) \times f(c_0) < 0 \Rightarrow (a_0, c_0)$$

$$f(c_0) \times f(b_0) < 0 \Rightarrow (c_0, b_0)$$

Công thức sai số của phương pháp chia đôi:

$$|\bar{x} - \alpha| \leq \frac{b - a}{2^n} \leq \varepsilon \Rightarrow n \geq \frac{\log\left(\frac{b - a}{\varepsilon}\right)}{\log 2}$$

Với n là số lần tối thiểu thực hiện chia đôi.

Ví dụ: Bằng phương pháp chia đôi, tìm nghiệm gần đúng của phương trình sau: $x^3 - x - 1 = 0$, trong khoảng phân ly nghiệm là $(1, 2)$ và $\varepsilon = 0.02$.

Giải:

Xét $f(x) = x^3 - x - 1$

Ta có: $n \geq \frac{\log\left(\frac{b-a}{\varepsilon}\right)}{\log 2} = \frac{\log\left(\frac{2-1}{0.02}\right)}{\log 2} \approx 5.64 \Rightarrow$ Cần lặp ít nhất là 6 lần chia đôi.

Ta có bảng như sau:

n	an	bn	cn	f(cn)	delta
0	1	2	1.5	0.875	1
1	1	1.5	1.25	-0.297	0.5
2	1.25	1.5	1.375	0.2246	0.25
3	1.25	1.375	1.3125	-0.052	0.125
4	1.3125	1.375	1.34375	0.0826	0.0625
5	1.3125	1.34375	1.328125	0.0146	0.03125
6	1.3125	1.328125	1.3203125	-0.019	0.015625

Ta thấy tại bước 6, $\Delta_n \approx 0.0156 < 0.02$ nên ta dừng thuật toán.

Vậy, nghiệm gần đúng của phương trình là $x_6 \approx 1.3203$

Bấm máy:

- 1) Xóa bộ nhớ máy tính: Shift 9 3 = =
- 2) Thực hiện nhập dãy lệnh:

$$C = \frac{A+B}{2}; D = C^3 - C - 1; E = \frac{1}{2^M}; M = M + 1$$

Bấm CALC để nhập dữ liệu:

Bấm = để gán giá trị.

Lưu ý: Khi phương trình có chứa hàm lượng giác thì ta phải chuyển chế độ máy tính sang RAD bằng cách Shift Mode 4.

Bài tập 1: Giải gần đúng phương trình $x^2 + 3x - 5 = 0$ trong khoảng phân ly nghiệm (1, 1.5) bằng phương pháp chia đôi với độ chính xác $\varepsilon = 10^{-2}$.

Kết quả: $x \approx 1.1914$.

Bài tập 2: Cho phương trình $x - \cos(\pi x) - \frac{3}{2} = 0$. Chứng tỏ rằng $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ là một khoảng phân ly nghiệm của phương trình. Sử dụng phương pháp chia đôi để tìm

nghiệm gần đúng đạt độ chính xác 10^{-2} thì cần ít nhất bao nhiêu bước lặp. Tìm nghiệm của phương trình trên.

Kết quả: $x \approx 0.7617$.