

Esquemas de Control Tipo Hiperbólico para Aeropéndulo

Hanan Ronaldo Quispe Condori, Joel Huamán Zárate, Héctor Lionel García Hurtado, Roly Sandro Gutierrez Benito, María Teresa Vera Percca

Resumen—Se propone la aplicación de una familia de esquemas de control tipo hiperbólico de alto desempeño para el problema de control de posición angular del aeropéndulo, los metodos de control clasicos resuelven este problema satisfactoriamente en el sistema linealizado mas el enfoque no lineal permite un control preciso sobre toda la dinámica del sistema en mención.

I. MODELAMIENTO MATEMÁTICO

Se usará el enfoque de dinámica analítica, este enfoque usa las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange para la obtención del modelo dinámico del sistema, se eligio este metodo debido a que se obtiene una estructura matemática bien definida el cual se integra de manera natural con la teoria de estabilidad de Lyapunov para el análisis de estabilidad para sistemas dinámicos lineales y no lineales sin importar el orden del sistema.[1]]

Se obtendrá la cinemática directa del sistema en función de la coordenada generalizada θ .

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \sin(\theta) \\ -L \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Apartir de 1 se podrá obtener la cinemática diferencial para calcular la rapidez lineal.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} L \cos(\theta) \\ \dot{\theta} L \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

La rapidez lineal esta dada por

$$\begin{aligned} \|v\|^2 &= v \cdot v^T = \sqrt{\dot{\theta}^2 L^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2 L^2 \cos^2 \theta} \\ \|v\|^2 &= L^2 \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Usando la expresión de la rapidez lineal del sistema se procedera a calcular el modelo de energía del sistema.

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\theta, \dot{\theta}) &= \frac{1}{2} m L^2 \dot{\theta}^2 \\ \mathcal{K}(\theta, \dot{\theta}) &= \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \\ \mathcal{U}(\theta) &= -m_1 g \frac{L}{2} \cos \theta - m_2 g L \cos \theta \\ \mathcal{U}(\theta) &= -g L \cos \theta \left(\frac{m_1}{2} + m_2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

El lagrangiano del sistema esta dado por

$$\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta}) = \mathcal{K}(\theta, \dot{\theta}) - \mathcal{U}(\theta) = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + g L \cos \theta \left(\frac{m_1}{2} + m_2 \right) \quad (5)$$

Las ecuaciones de Euler lagrange para el sistema tienen la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}} \right] - \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta} \right] + f_f(f_e, \dot{\theta}) = \tau \quad (6)$$

Usando el lagrangiano se tienen las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}} \right] &= J \dot{\theta} \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}} \right] &= J \ddot{\theta} \\ \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta} \right] &= -L g \sin(\theta) \left(m_2 + \frac{m_1}{2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

El modelo dinámico del sistema considerando el fenomeno de fricción esta dado por:

$$J \ddot{\theta} + L g \sin(\theta) \left(m_2 + \frac{m_1}{2} \right) + c \dot{\theta} = \tau \quad (8)$$

Además del modelo dinámico del pendulo tambien se tendrá que obtener un modelo dinámico del rotor, esto para obtener un modelo que describa en su totalidad el comportamiento físico del sistema.

II. FUNDAMENTO TEÓRICO

Los divisores de potencia son caracterizados por matrices de dispersión que nos diran cual sera el comportamiento de dicho divisor, esta matriz es cuadrada cuyo orden dependerá del numero de puertos utilizados en nuestro caso sera de orden 3, ademas de ello si se analizan sus propiedades podremos saber si esta pertenece a un acoplador, divisor de potencia y las carateristicas de los puertos de estas [2]. El divisor de potencia de Wilkinson es un dispositivo en el que todos los puertos estan emparejados, aunque sea un dispositivo de N puertos, normalmente lo encontramos como un divisor de 2 vias(3 puertos),no tiene perdidas cuando se excita el puerto de entrada y los puertos de salida se mantienen aislados.

$$[S] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Scattering matrix 9.

Para analizar totalmente esta estructura realizaremos un análisis de modo par-impar, para dicho análisis partiremos el divisor de potencia como se muestra en la figura 1.

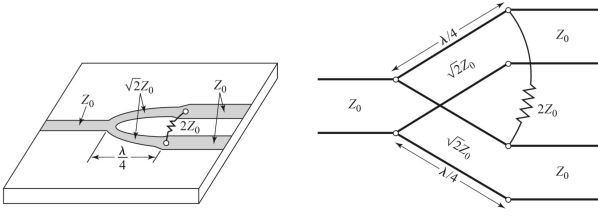


Figura 1. Division del divisor de potencia de Wilkinson

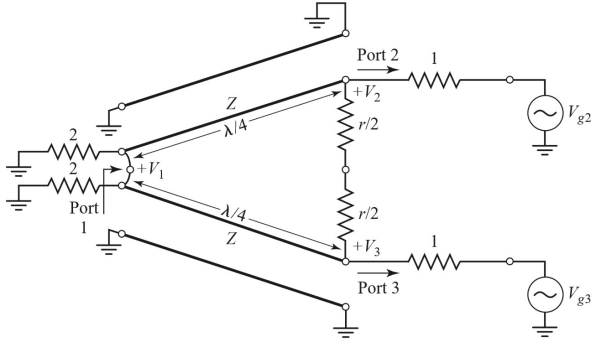


Figura 2. Diagrama Esquemático del divisor de potencia de Wilkinson.

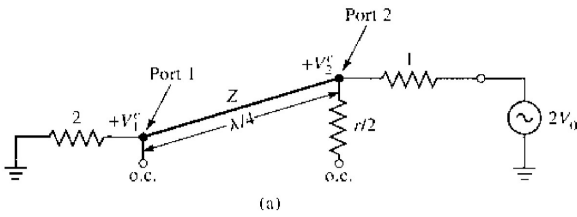


Figura 3. Analisis Par-Impar.

Posteriormente como resultado de este análisis tendremos los siguientes parametros de dispersión.

$$\begin{aligned} S_{11} &= 0 \\ S_{22} &= S_{33} = 0 \\ S_{12} &= S_{21} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \\ S_{13} &= S_{31} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \\ S_{23} &= S_{32} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

La matriz de dispersión del modelo que se simulará es la siguiente

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{j}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} \\ -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

III. EL MODELO

Se utilizará CST Studio Suite para el modelamiento de este divisor, los parametros a utilizar en la simulación estan dados en el cuadro I [3].

Procederemos a abrir CST Studio Suite, usaremos la plantilla de Planar Coupler and Divider, en modo time domain solver

Cuadro I
TABLA DE PARAMETROS

Parametro	Valor	Descripción
h	1.2 mm	Grosor del Substrato
eps_r	4.3	Permitividad del Substrato
t	0.035 mm	Espesor de metalización
W50	2.35 mm	50 Ohms (Z0) Anchura de línea
W70	1.23 mm	70.71 Ohms (Z0*sqrt(2))
L70	42.54 mm	Longitud de Lambda / 4 del ancho de línea Z0*sqrt(2)

y configuraremos los monitores de campo eléctrico, magnético y flujo de potencia, que usaremos para visualizar los resultados de la simulación. Seguidamente ingresaremos los parametros de la tabla I como se muestra en la figura.

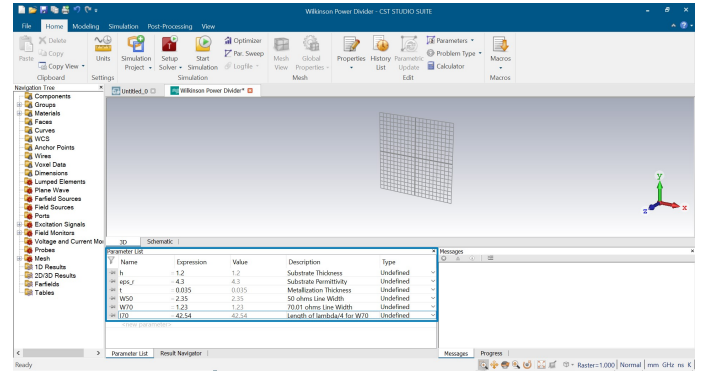


Figura 4. Ingreso de Parametros de Simulación.

Una vez los parametros esten ingresados podremos usar sus valores usando sus nombres en cualquier momento de la simulación.

Usaremos los parametros para empezar a construir el divisor de potencia, utilizaremos las herramientas para modelado 3D y las transformaciones disponibles para lograr la geometria deseada, se muestran imagenes de este proceso.

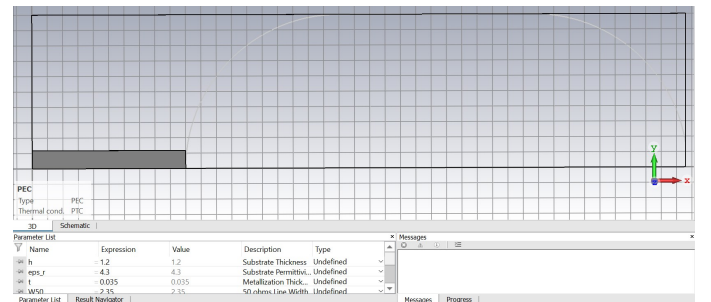


Figura 5. Construcción del conductor de cobre.

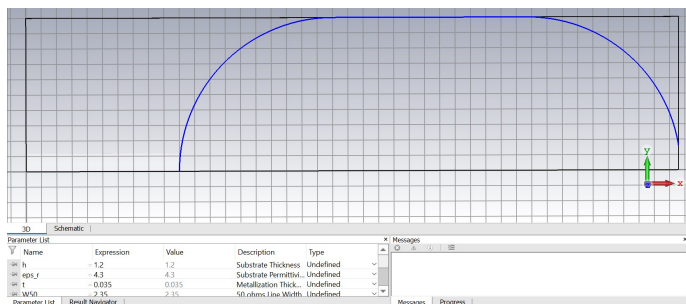


Figura 6. Construcción del conductor de cobre.

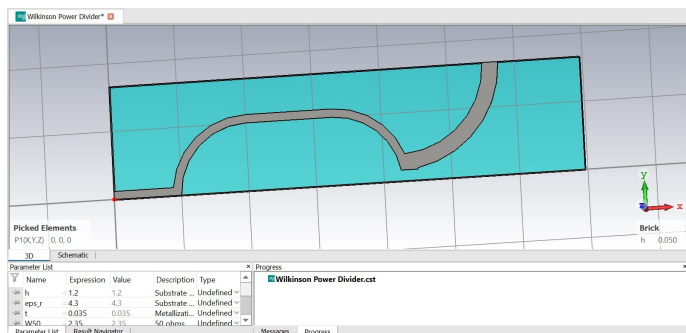


Figura 7. Construcción de primera mitad con el sustrato incluido.

Se aprovechará la simetría del modelo para su construcción, gracias a esto, solo será necesario construir una mitad del divisor y aplicar la transformación del espejo para construir la otra mitad. La línea de entrada es de 50 Ohms.

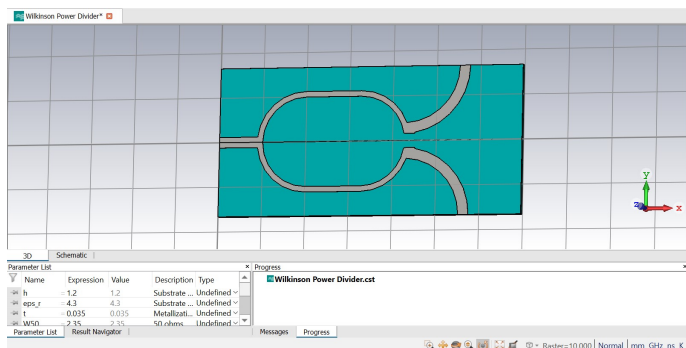


Figura 8. Uso de la Transformación espejo.

Se incluirá una resistencia SMD de 100 Ohms entre las ramas del divisor, esto se muestra en la figura 9.

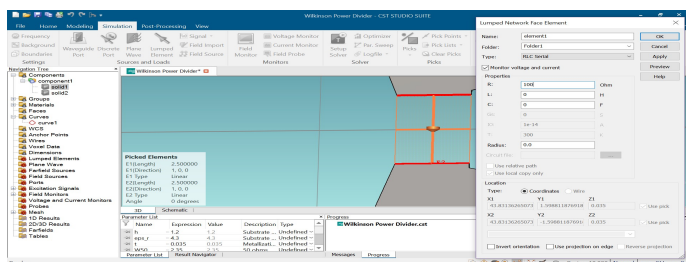


Figura 9. Inclusion del componente SMD.

Se configurarán los puertos del divisor, esto se muestra en la figura 10.

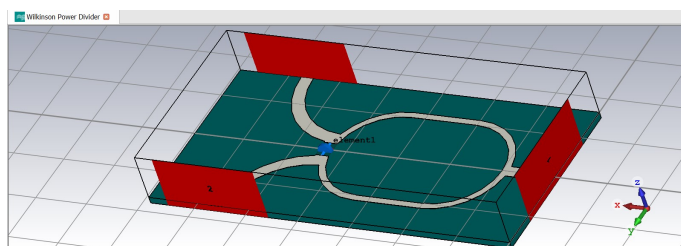


Figura 10. Modelo terminado.

Finalmente configuraremos los parametros del solver en el dominio del tiempo para ejecutar la simulación.

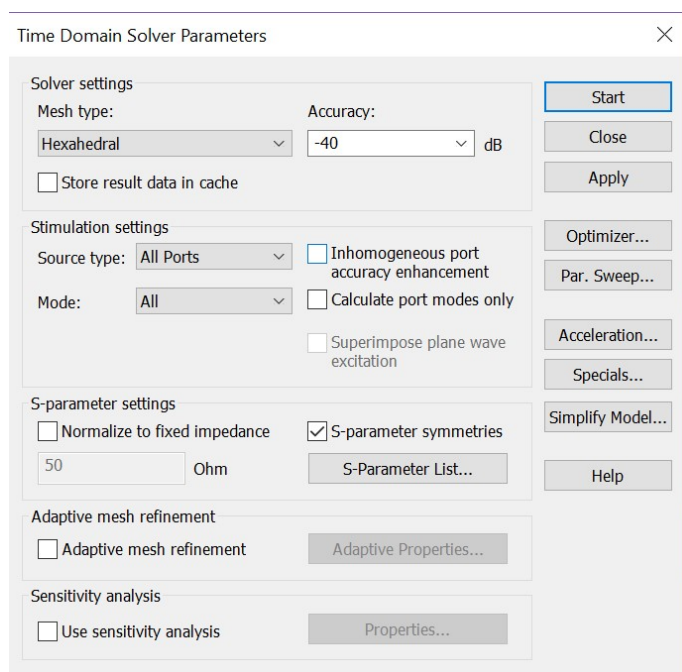


Figura 11. Parametros de Simulación.

Podremos visualizar el campo eléctrico y el campo magnético en el divisor para distintas fases pudiendo incluso mostrar una animación de esta variando, así como una variedad de gráficos que proporcionan información relevante acerca del divisor.

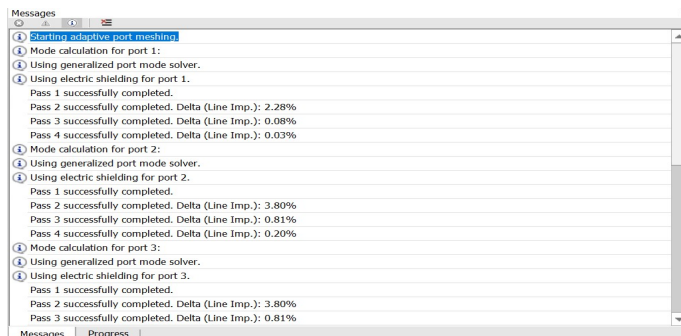


Figura 12. Mensaje de Consola de Simulación.

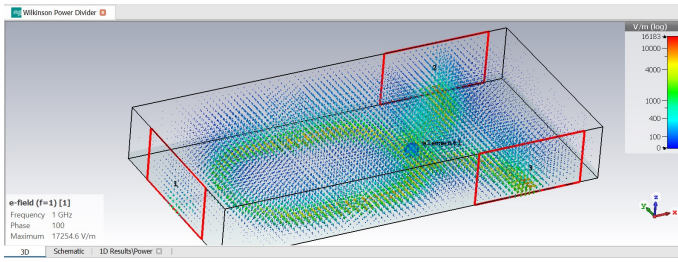


Figura 13. Vista de Campo Eléctrico.

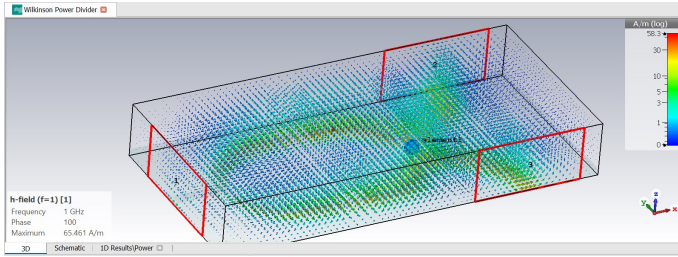


Figura 14. Vista de Campo Magnético.

IV. CONCLUSIONES

Podemos concluir que en el caso de los puertos 2 y 3 del divisor sean excitados simultáneamente, la matriz de dispersión nos indica que la red es recíproca, esto quiere decir que este divisor puede ser usado también como combinador de potencia, las señales de entrada se combinarían dando una resultante en el puerto 1 [4].

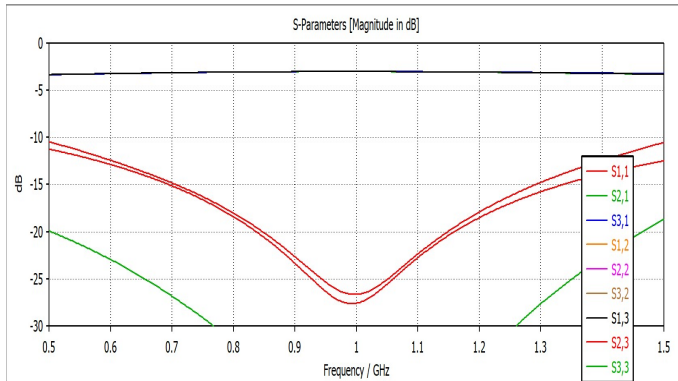


Figura 15. S Parameters.

Podemos ver en las curvas de los parámetros de dispersión las características de la matriz dada en el fundamento teórico, los parámetros S_{31} , S_{21} que al ser iguales nos dicen que una división igual de potencia fue alcanzada. También se puede apreciar que los terminales de salida están aislados, esto se puede ver en la gráfica de los parámetros

$$S_{31}, S_{21}$$

En la realización de esta simulación, se ha podido observar el fenómeno de división de potencia de este divisor, se entendieron los conceptos de matriz de dispersión, análisis par-impar, así como también, el uso a un nivel básico de la herramienta de simulación CST Studio Suite.

REFERENCIAS

- [1] F. Reyes, *Drones: Cinemática, Dinámica y Control de Cuadricópteros*. Alfaomega grupo editor, 2019.
- [2] D. M. Pozar, "Microwave engineering," 2012.
- [3] D. Systemes, "Wilkinson power divider simulation self-guided learning." url <https://www.3ds.com/products-services/simulia/resources/wilkinson-power-divider/>, 2018.
- [4] E. J. Wilkinson, "An n-way hybrid power divider," *IRE Transactions on microwave theory and techniques*, vol. 8, no. 1, pp. 116–118, 1960.