

Desempeño de Esquemas de Control Tipo Hiperbólico para Aeropéndulo

Hanan Ronaldo Quispe Condori, Joel Huamán Zárate, Héctor Lionel García Hurtado, Roly Sandro Gutierrez Benito, María Teresa Vera Percca

Resumen—Se propone la aplicación de una familia de esquemas de control tipo hiperbólico de alto desempeño para el problema de control de posición angular del aeropéndulo, los metodos de control clasicos resuelven este problema satisfactoriamente en el sistema linealizado mas el enfoque no lineal permite un control preciso sobre toda la dinámica del sistema en mención.

I. INTRODUCCIÓN

Texto aca [1].

II. MODELAMIENTO MATEMÁTICO

Se usará el enfoque de dinámica analítica, este enfoque usa las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange para la obtención del modelo dinámico del sistema, se eligio este metodo debido a que se obtiene una estructura matemática bien definida el cual se integra de manera natural con la teoria de estabilidad de Lyapunov para el análisis de estabilidad para sistemas dinámicos lineales y no lineales sin importar el orden del sistema. [2]

Se obtendrá la cinemática directa del sistema en función de la coordenada generalizada θ .

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \sin(\theta) \\ -L \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Apartir de 1 se podrá obtener la cinemática diferencial para calcular la rapidez lineal.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} L \cos(\theta) \\ \dot{\theta} L \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

La rapidez lineal esta dada por

$$\begin{aligned} \|v\|^2 &= v \cdot v^T = \sqrt{\dot{\theta}^2 L^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2 L^2 \cos^2 \theta} \\ \|v\|^2 &= L^2 \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Usando la expresión de la rapidez lineal del sistema se procedera a calcular el modelo de energía del sistema.

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\theta, \dot{\theta}) &= \frac{1}{2} m L^2 \dot{\theta}^2 \\ \mathcal{K}(\theta, \dot{\theta}) &= \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \\ \mathcal{U}(\theta) &= -m_1 g \frac{L}{2} \cos \theta - m_2 g L \cos \theta \\ \mathcal{U}(\theta) &= -g L \cos \theta \left(\frac{m_1}{2} + m_2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

El lagrangiano del sistema esta dado por

$$\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta}) = \mathcal{K}(\theta, \dot{\theta}) - \mathcal{U}(\theta) = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + g L \cos \theta \left(\frac{m_1}{2} + m_2 \right) \quad (5)$$

Las ecuaciones de Euler lagrange para el sistema tienen la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}} \right] - \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta} \right] + f_f(f_e, \dot{\theta}) = \tau \quad (6)$$

Usando el lagrangiano se tienen las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}} \right] &= J \dot{\theta} \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}} \right] &= J \ddot{\theta} \\ \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta} \right] &= -L g \sin(\theta) \left(m_2 + \frac{m_1}{2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

El modelo dinámico del sistema considerando el fenomeno de fricción esta dado por:

$$J \ddot{\theta} + L g \sin(\theta) \left(m_2 + \frac{m_1}{2} \right) + c \dot{\theta} = \tau \quad (8)$$

Además del modelo dinámico del pendulo tambien se tendrá que obtener un modelo dinámico del rotor, esto para obtener un modelo que describa en su totalidad el comportamiento físico del sistema.

Típicamente el modelo de fricción utilizado para el rotor, considera que el torque de rotor τ_r es directamente proporcional al cuadrado de su velocidad rotacional ω_r^2 [3], [4], [5], [6]. En la literatura tambien se reportan metodologias experimentales para rotores basculantes [7]. Dentro

REFERENCIAS

- [1] O. Gunnel and A. Ankarali, "Tuning pid controller using genetic algorithm and particle swarm optimization algorithm for single propeller pendulum," *ICAME2017*, 2017.
- [2] F. Reyes, *Drones: Cinemática, Dinámica y Control de Cuadricópteros*. Alfaomega grupo editor, 2019.
- [3] A. Nemati and M. Kumar, "Modeling and control of a single axis tilting quadcopter," in *2014 American Control Conference*, pp. 3077–3082, IEEE, 2014.
- [4] M. Schulz, F. Augugliaro, R. Ritz, and R. D'Andrea, "High-speed, steady flight with a quadrocopter in a confined environment using a tether," in *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1279–1284, IEEE, 2015.
- [5] A. Koehl, H. Rafaralahy, M. Boutayeb, and B. Martinez, "Aerodynamic modelling and experimental identification of a coaxial-rotor uav," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 68, no. 1, pp. 53–68, 2012.
- [6] D. Mellinger, N. Michael, and V. Kumar, "Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 31, no. 5, pp. 664–674, 2012.

- [7] R. Gill and R. D'Andrea, "Propeller thrust and drag in forward flight," in *2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, pp. 73–79, IEEE, 2017.