Control De Posición De Brazo Levitado Por Hélice

Champi Castro Miguel Angel, Quispe Condori Hanan Ronaldo, Sevilla Hidalgo Alfonso Alejandro

***Resumen*—En este proyecto implementaremos el control de un brazo levitado por hélice, esto se logrará modificando la velocidad de giro de la hélice con el fin de que el brazo se encuentre en una posición deseada.**

I. Objetivos

El objetivo de este proyecto es controlar el nivel de un brazo, controlando la velocidad de la hélice para que mantenga el brazo nivelado. Se usa y mide el ángulo para que el brazo se mantenga nivelado controlando la velocidad. Utilizando ganancia proporcional (control de realimentación lineal, que multiplica la señal de error actuante con la ganancia) y retroalimentación delta (derivada), podemos hacer que el brazo se mueva cerca del nivel deseado.

La nivelación del brazo dependerá de la retroalimentación que este reciba, si esta retroalimentación es demasiado alta el brazo comenzara a oscilar ante cualquier perturbación y la oscilación aumentara con el tiempo, pero esto se puede evitar si se añade una retroalimentación delta, ya que añadiendo esta se tiene un control completo del brazo moviéndolo hacia arriba o abajo dependiendo de lo que uno desee y debido a la retroalimentación delta, cuando el brazo reciba una perturbación; este automáticamente regresara a su posición de nivel deseado [1].

II. Modelamiento Matemático

El modelamiento de este sistema tendra dos partes, en la primera parte modelaremos el subsistema mecánico del brazo y en la segunda parte el subsistema motor-hélice [2].

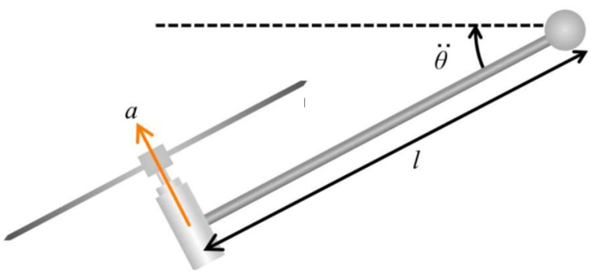

Figura 1. Diagrama del Sistema Completo.

Haciendo uso del diagrama de cuerpo libre, ecauciones difreenciales y la transformada de Laplace para el calculo de la función de transferencia.

En el subsistema del motor-hélice tendremos.

$$\begin{aligned} V_s &= R_i + L\frac{di}{dt} + e_t \\ e_t &= k_f\frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \tag{1}$$

Torque en hélice

$$T_l = J_p\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

En el torque en el motor tendremos

$$\begin{aligned} T_r &= J_1\frac{d^2\theta}{dt^2} + B\frac{d\theta}{dt} + T_l \\ T_r &= k_t i(t) \\ k_t i(t) &= J_1\frac{d^2\theta}{dt^2} + B\frac{d\theta}{dt} + J_p\frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned} \tag{3}$$

En el dominio de Laplace tendremos

$$I(s) = \frac{(J_1+J_p)s^2 + Bs}{k_t}\theta(s) \tag{4}$$

Torque en el subsistema del brazo, sustituyendo 2 tendremos.

$$\begin{aligned} T_l &= J_B\frac{d^2\theta_B}{dt^2} \\ J_p\frac{d^2\theta}{dt^2} &= J_B\frac{d^2\theta_B}{dt^2} \end{aligned} \tag{5}$$

LLevando 5 al dominio de Laplace

$$\theta(s) = \frac{J_B}{J_p}\theta_B(s) \tag{6}$$

LLevando 3 al dominio de Laplace

$$\begin{aligned} V_s(s) &= RI(s) + LSI(s) + k_fS\theta(s) \\ V_s(s) &= k_fS\theta(s) + (R+LS)\frac{(J_1+J_p)S^2+BS}{k_t}\theta(s) \\ V_s(s) &= \frac{k_fk_tS + (R+LS)((J_1+J_p)S^2+BS)}{k_t}\theta(s) \end{aligned} \tag{7}$$

Reemplazando 6 en 7 tendremos la función de transferencia.

$$\frac{k_tJ_p}{(k_f+k_t)LS^3J_B + J_BS^2(LB+R(J_1+J_p)) + S(RB+k_fk_t)} \tag{8}$$

III. Espacio de Estados

Apartir de la funcion de transferencia hallada en la seccion anterior podremos calcular lo siguiente.

Considerando

$$\begin{aligned} A &= J_BL(J_p+J_1) \\ B &= J_B(LB+R(J_p+J_1)) \\ C &= J_B(RB+k_fk_t) \\ D &= J_pk_t \end{aligned} \tag{9}$$

Reemplazando 9 en 8 la función de transferencia queda de la siguiente manera.

$$
\begin{aligned}
\theta_B(s)[AS^3 + BS^2 + CS] &= DV_s(s) \\
A\dddot{\theta}_B + B\ddot{\theta}_B + C\dot{\theta}_B &= DV_s(s) \\
A\dddot{\theta}_B &= DV_s - B\ddot{\theta}_B - C\dot{\theta}_B \\
\dddot{\theta}_B &= \frac{DV_s}{A} - \frac{B\ddot{\theta}_B}{A} - \frac{C\dot{\theta}_B}{A}
\end{aligned} \tag{10}
$$

Operando en 10 tendremos que

$$
\begin{aligned}
\frac{D}{A} &= \frac{J_p k_t}{J_B L(J_p + J_1)} \\
\frac{B}{A} &= \frac{LB + R(J_p + J_1)}{L(J_p + J_1)} \\
\frac{C}{A} &= \frac{RB + k_f k_t}{L(J_p + J_1)}
\end{aligned} \tag{11}
$$

Tomando nuestros estados

$$
\begin{aligned}
X_1 &= \dot{\theta}_B \\
X_2 &= \ddot{\theta}_B \\
\dot{X}_2 &= \dddot{\theta}_B \\
\dot{X}_1 &= \ddot{\theta}_B \\
\dot{X}_1 &= X_2
\end{aligned} \tag{12}
$$

La matriz de estados será

$$
\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_B \\ \dddot{\theta}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C}{A} & -\frac{B}{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_B \\ \ddot{\theta}_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{D}{A} \end{pmatrix} V_b \tag{13}
$$

Reemplazando Valores en la matriz de estados

$$
\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{RB + k_f k_t}{L(J_p + J_1)} & -\frac{LB + R(J_p + J_1)}{L(J_p + J_1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{J_p k_t}{J_B L(J_p + J_1)} \end{pmatrix} V_b \tag{14}
$$

Simplificando

$$
Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{S} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \tag{15}
$$

El diagrama de estados quedará de la siguiente manera.

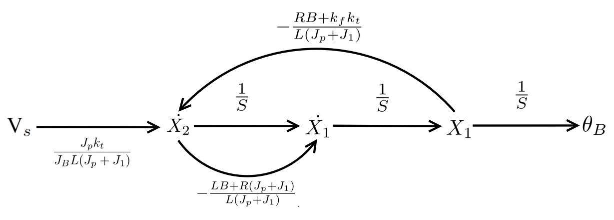

Figura 2. Diagrama de Estados.

Pasando a diagrama de bloques

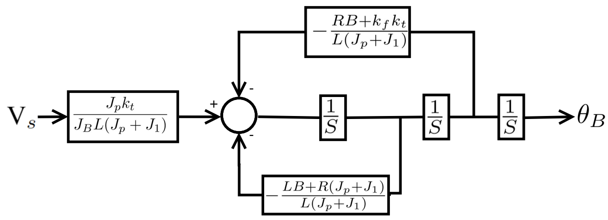

Figura 3. Diagrama de Bloques.

REFERENCIAS

[1] MITx, "Introduction to control system design – a first look." url https://courses.edx.org/courses/course-v1:MITx+6.302.0x+2T2016/course/, 2016.

[2] O. Günel and A. Ankaralı, "Modeling of basic propeller thrust test system and thrust control using pid method," in *4th International Symposium on Innovative Technologies in Engineering and Science (ISITES2016) 3-5 Nov 2016 Alanya/Antalya-Turkey*, 2016.