

# Post SVI 모델을 활용한 무차익 옵션거래 환경조성 및 동적 델타 헤징

Team Y-FoRM

# Contents

---

I. 연구 배경

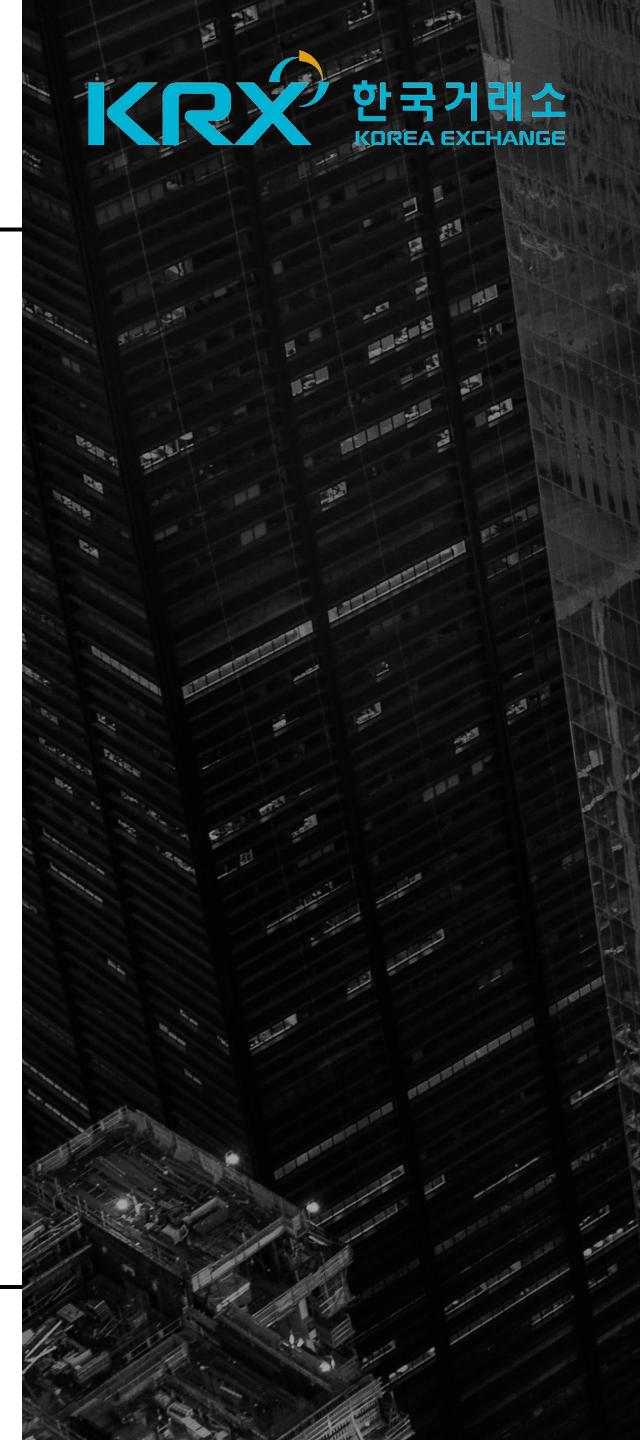
II. 연구 방법

III. Post SVI

IV. 동적 델타 헤징

V. 결론 및 제언

---



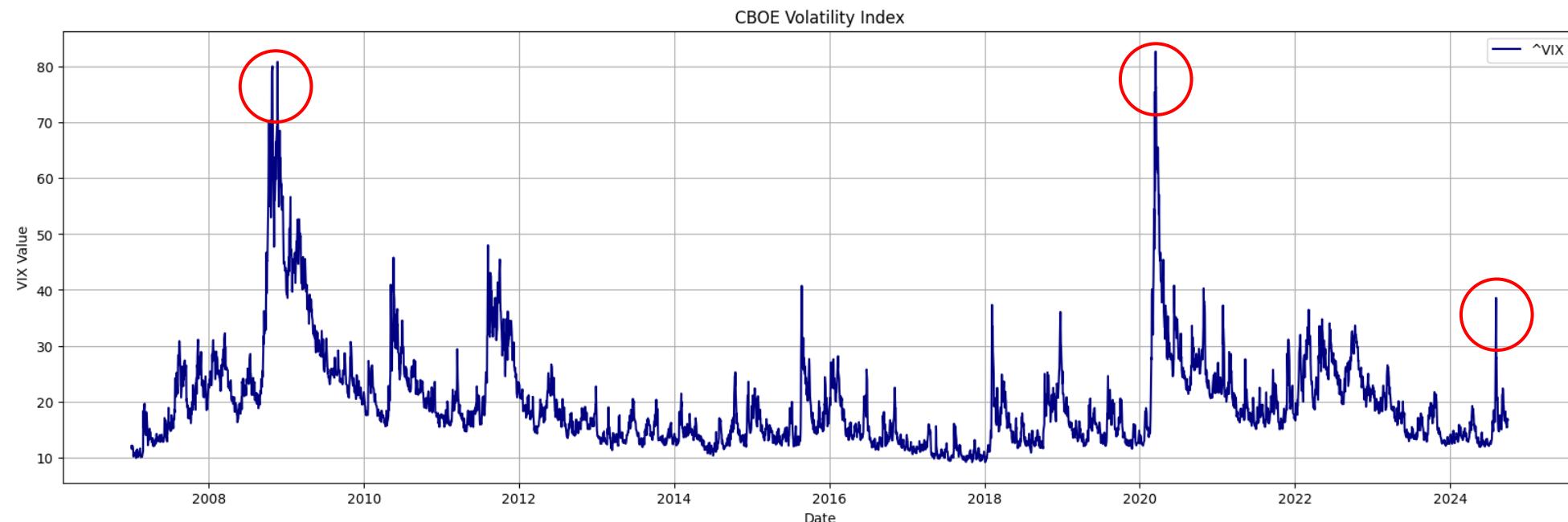
# I. 연구 배경

## i. 변동성 추정의 중요성



2008 글로벌 금융위기  
2020 코로나 팬데믹  
8/5 블랙 먼데이

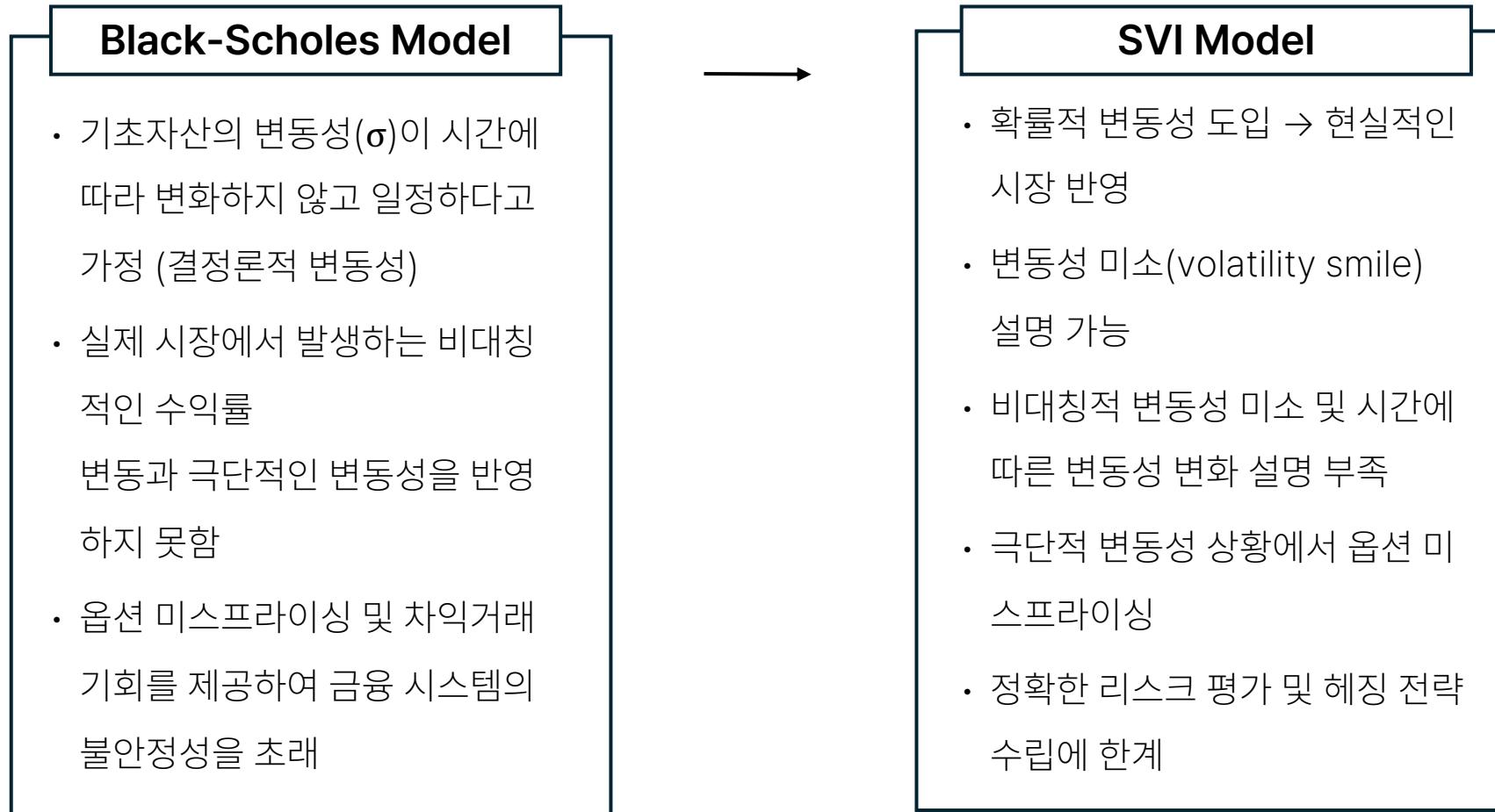
\* VIX 지수  
CBOE 거래소에서 거래되는 Volatility Index로,  
S&P500 지수 옵션의 변동성을 수치화한 지표



# I. 연구 배경

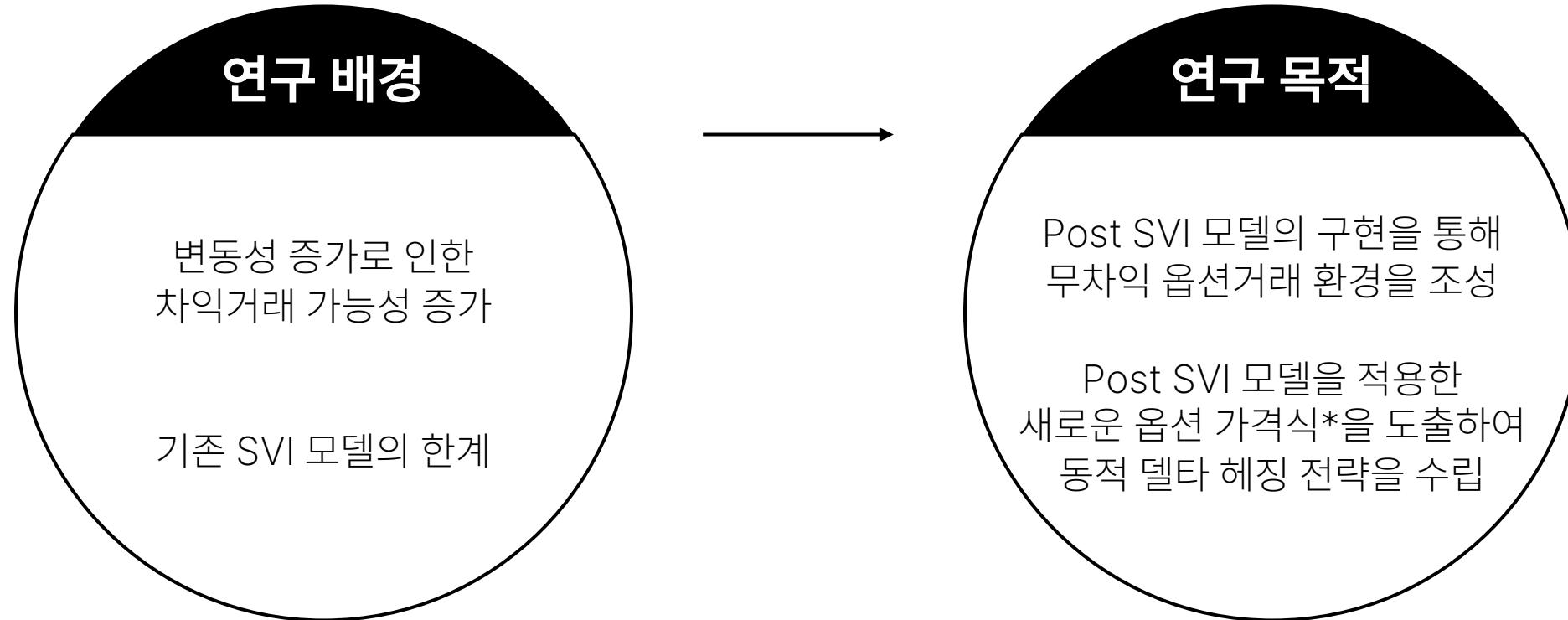


## ii. 새로운 SVI 모델의 필요성



# I. 연구 배경

## iii. 연구 목적

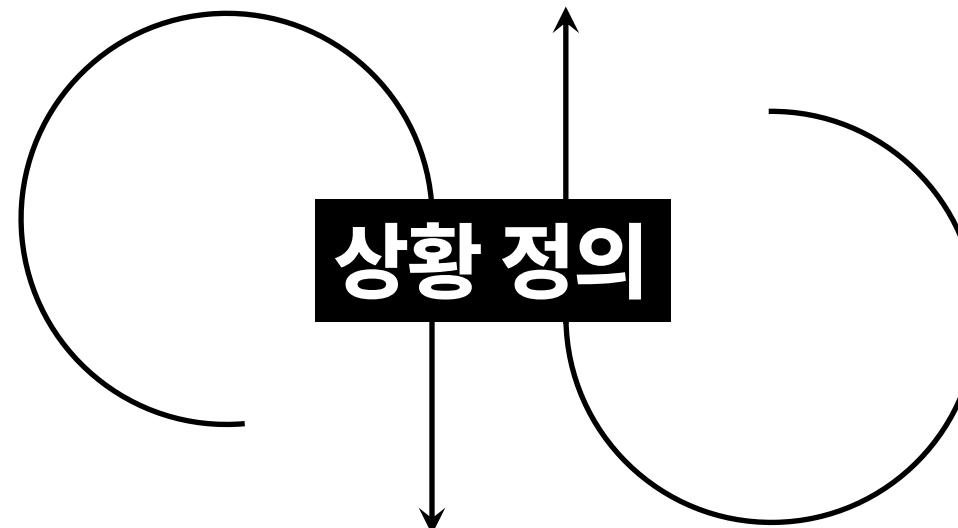


\* Peter Carr과 Lorenzo Torricelli의 논문  
「Convex duality in continuous option pricing models」을 참고

## iv. 상황 정의

### 옵션 미스프라이싱

- 변동성 피드백 효과  
: 주가 ↓ → 변동성 ↑  
→ 요구 위험 프리미엄 ↑  
→ 변동성 ↑↑
- 레버리지 효과  
: 주가 ↓, 상대적 부채비율  
↑ → 변동성 ↑↑



### 비대칭적인 변동성 미소

- 실제 변동성의 시계열적 클러스터링 현상
- 투자자의 비합리적인 행동  
: 공포심리, 과신 효과
- 거래량 및 유동성 부족

## II. 연구 방법 - SVI

### i. SVI(Stochastic Volatility Inspired) Model

단일 월물 옵션의 내재변동성 곡선을 추정하는 모델로, 5가지 파라미터를 통해 옵션의 변동성 미소를 매끄러운 형태로 피팅

→ 다양한 행사가격과 만기일에 따른 옵션의 내재변동성을 더 정확하게 반영

$$w(k) = a + b(\rho(k-m)) + \sqrt{(k-m)^2 + \sigma^2}$$

$k$  : 로그로 변환된 옵션의 행사가격

$w(k)$  : 변동성 구조 함수 (내재변동성의 제곱)

$a$ : 곡선의 최소값 (오프셋, 변동성의 최소값에 해당)

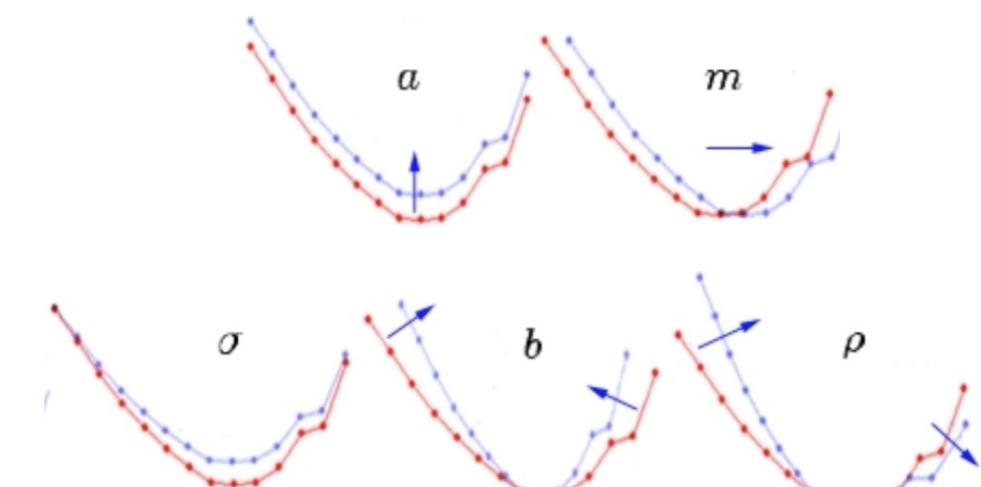
$b$ : 곡선의 경사도, 변동성 곡선의 기울기

$\rho$ : 비대칭 정도를 나타내는 상수 (smile의 좌우 비대칭성)

$m$ : 곡선의 중심 (가장 낮은 변동성이 나타나는 지점)

$\sigma$  : 곡선의 넓이를 결정하는 파라미터 (변동성 곡선의 스케일)

#### Parameters



## II. 연구 방법 - SVI

### ii. Natural SVI

헤스턴 모델의 한계에서 나타나는 함수 형태

$$\omega(k; x_N) = \Delta + \frac{\omega}{2} [1 + \xi\rho(k - u) + \sqrt{\xi^2(k - \mu)^2 + (1 - \rho^2)}]$$



#### Parameters

$$\Delta = a - \frac{\omega}{2} (1 - \rho^2)$$

$$\omega = b$$

$$\mu = m$$

$$\xi = \frac{1}{\sigma}$$

### iii. SVI Jump-Wings

ATM에서의 내재 분산을 사용하여 만기에 따른 만기 의존성을 명시적으로 표현

$$v_\tau = \frac{a + b(-\rho m + \sqrt{m^2 + \sigma^2})}{\tau}$$

$$\phi_\tau = \frac{1}{\sqrt{\omega_\tau}} \frac{b}{2} \left( \rho - \frac{m}{\sqrt{m^2 + \sigma^2}} \right)$$

$$p_\tau = \frac{1}{\sqrt{\omega_\tau}} b (1 - \rho)$$

$$c_\tau = \frac{1}{\sqrt{\omega_\tau}} bt (1 + \rho)$$

$$\hat{v}_\tau = \frac{1}{\tau} (a + b\sigma\sqrt{1 - \rho^2})$$

ATM에서의 시간에 따른 내재 변동성

ATM 내재 변동성 스퀴(skew)

ATM 변동성 미소의 왼쪽 날개 기울기

ATM 변동성 미소의 오른쪽 날개 기울기

ATM 내재 변동성 최솟값

## II. 연구 방법 - SVI



### iv. Post SVI

기존 SVI 모델에 차익거래 없는 옵션 가격 구조 결정을 위해 추가적인 왜곡 요소 반영

변동성 미소를 보다 차익거래 없는 구조로 만들기 위해  $J, \mu_j, \theta$ 라는 3가지 파라미터 도입

$$w(k, \tau) = \frac{a + b(\rho(k - m) + \sqrt{(k - m)^2 + \sigma^2} + Je^{-\theta|k - \mu_j|}}{\tau}$$

**New  
Parameters**

- $J$  : 변동성 점프의 크기를 조절하는 파라미터
- $\mu_j$  : 변동성 점프가 발생하는 평균적인 지점 (Moneyness 기준)
- $\theta$  : 점프 효과의 확산 정도를 결정하는 파라미터

$$\psi(x) = \int_0^x \omega'(s) ds \quad \left| \begin{array}{l} \psi(x) : \text{변동성 미소의 부드러운 곡률을 보장하며 결과적으로} \\ \text{버터플라이 스프레드 차익거래 방지할 수 있도록 함} \end{array} \right.$$

$Je^{-\theta|k - \mu_j|}$ 는 점프 효과를 반영한 왜곡 함수

- 점프 크기  $J$ 와 중심점  $\mu_j$ 를 조절하여 변동성이 특정 구간에서 더 급격하게 증가하거나 감소할 수 있도록 함
- $\theta$ 값이 클수록 점프 효과가 좁은 범위에서만 나타나며, 값이 작을수록 점프 효과가 더 넓은 구간에 걸쳐 분포되도록 함

# II. 연구 방법 - Data

## i. Data Information & Source

### S&P 500 Index Options

- SVI 및 Post SVI 모델 파라미터 최적화에 사용된 데이터
- CBOE 공식 DataShop
- 8/5 하루 1분 간격으로 제시된 콜옵션 및 풋옵션 호가 데이터

### KOSPI200 Index Options

- 국내 금융시장에 Post SVI 모델 적용 시 사용된 데이터
- 한국거래소(KRX) 정보데이터시스템
- 2024년 연간 동안의 KOSPI 200 옵션 데이터

## ii. Preprocessing

### ① 실거래 데이터만 사용 (Trade Volume $\geq 1$ )

SVI는 옵션의 실제 시장 가격을 기반으로 내재변동성을 설명하기 때문

### ② Strike Price Scaling ( $\ln(S/K)$ 칼럼 추가)

행사가격이 극단적인 값일수록 비대칭적으로 변하는 변동성 미소 고려

### ③ Call, Put Data 분리

콜옵션과 풋옵션은 서로 반대되는 payoff를 가짐

### ④ 만기일 기준으로 분리

옵션 만기에 따라 달라지는 변동성 관찰

### ⑤ 변동성 미소 시각화

### Data Size

Initial 10063440 \* 25

①

163170 \* 25

②

163170 \* 26

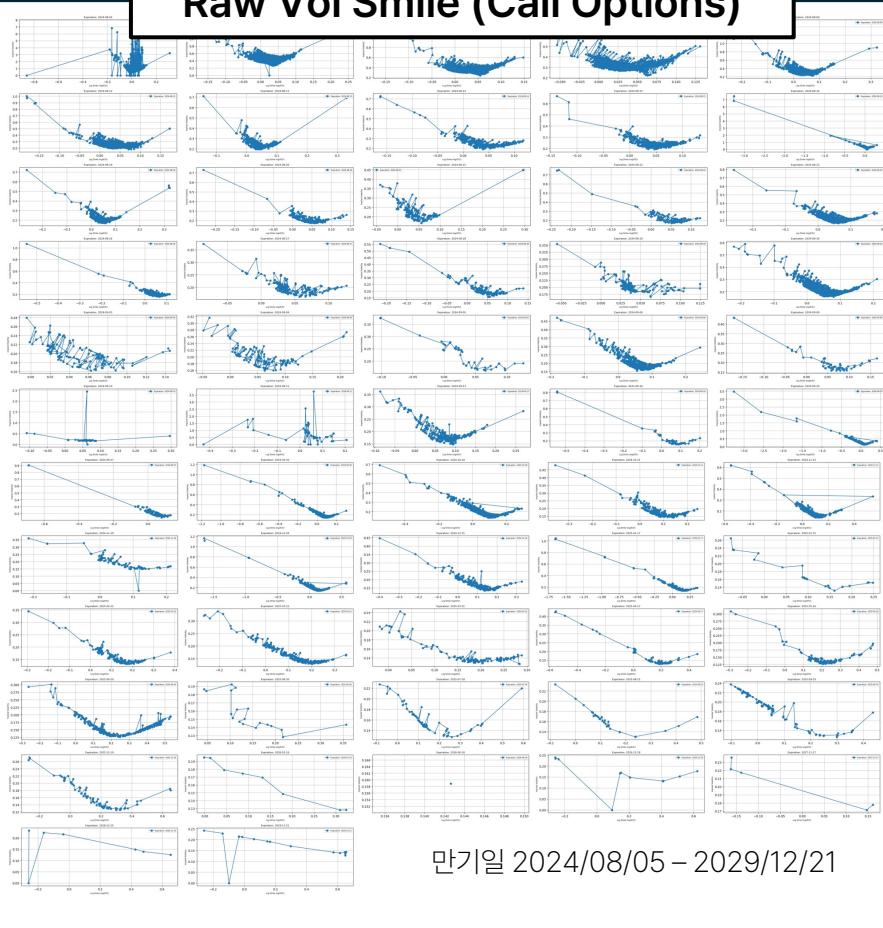
③

Call: 48111 \* 26

Put: 78150 \* 26

## II. 연구 방법 - Data

**Raw Vol Smile (Call Options)**



전처리를 거쳤음에도 다소 많은 노이즈 관찰

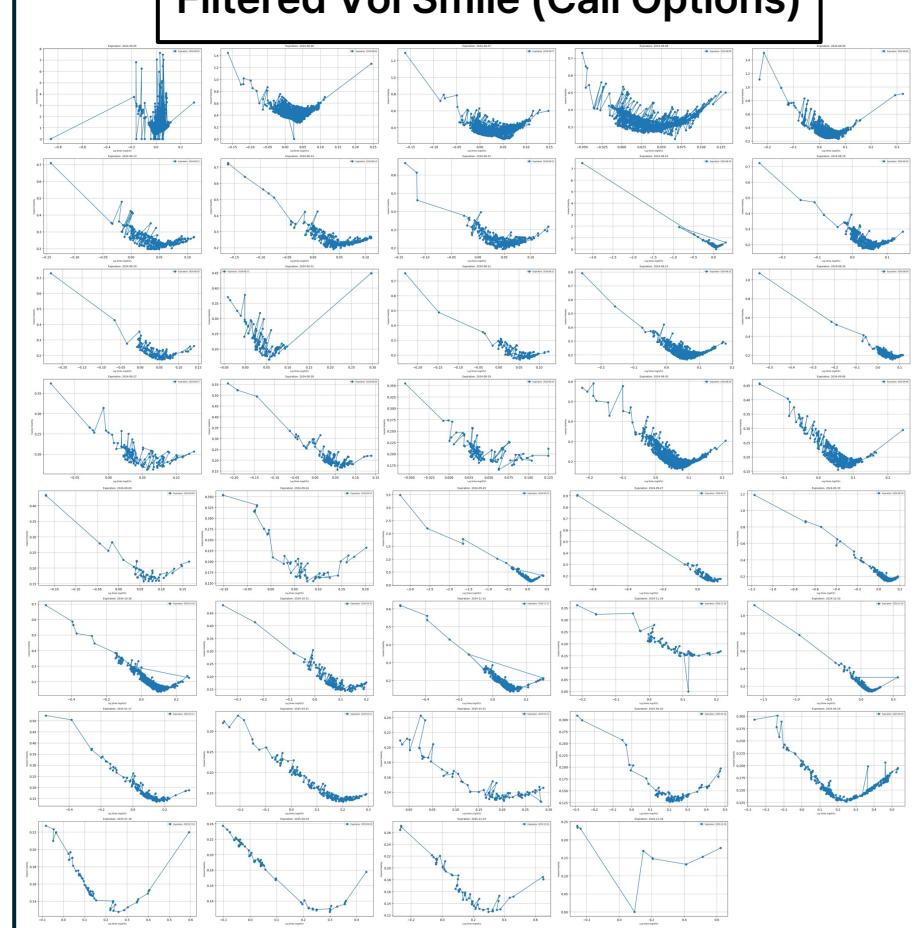
2024/08/05의 경우 0DTE 옵션 영향으로 변동성 높음

→ 특정 거래량 임계치를 초과하는 옵션 데이터 활용

추가 전처리

expiration		2024-09-16	65
2024-08-05	18827	2024-09-09	64
2024-08-06	9018	2024-09-11	57
2024-08-16	4805	2024-09-10	48
2024-08-09	4566	2024-09-05	42
2024-09-20	4556	2025-08-15	30
2024-08-07	3468	2025-01-31	27
2024-08-12	2456	2025-06-30	19
2024-10-18	1963	2026-12-18	19
2024-08-30	1623	2029-12-21	19
2024-08-08	1565	2026-01-16	8
2024-08-23	1017	2028-12-15	7
	1016	2027-12-17	5
		2026-06-18	1

**Filtered Vol Smile (Call Options)**



**IQR Method**

전체 분포의 극단적 이상치 제거

하방보다 작은 거래량을 보인 만기 삭제

**MAD Method**

거래량 낮은 데이터 미세 조정

IQR 적용 후에도 남아있는 이상치 제거

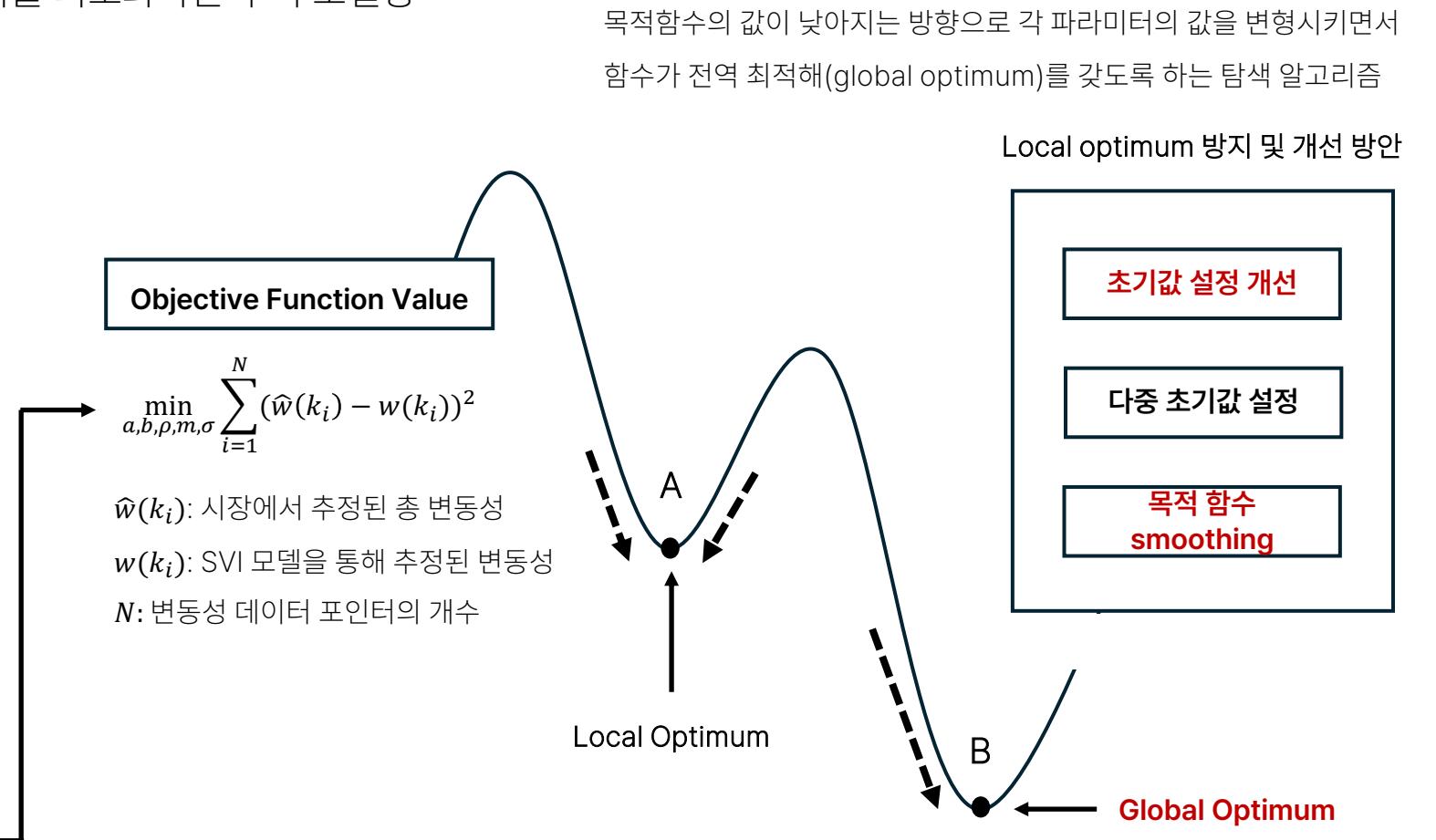
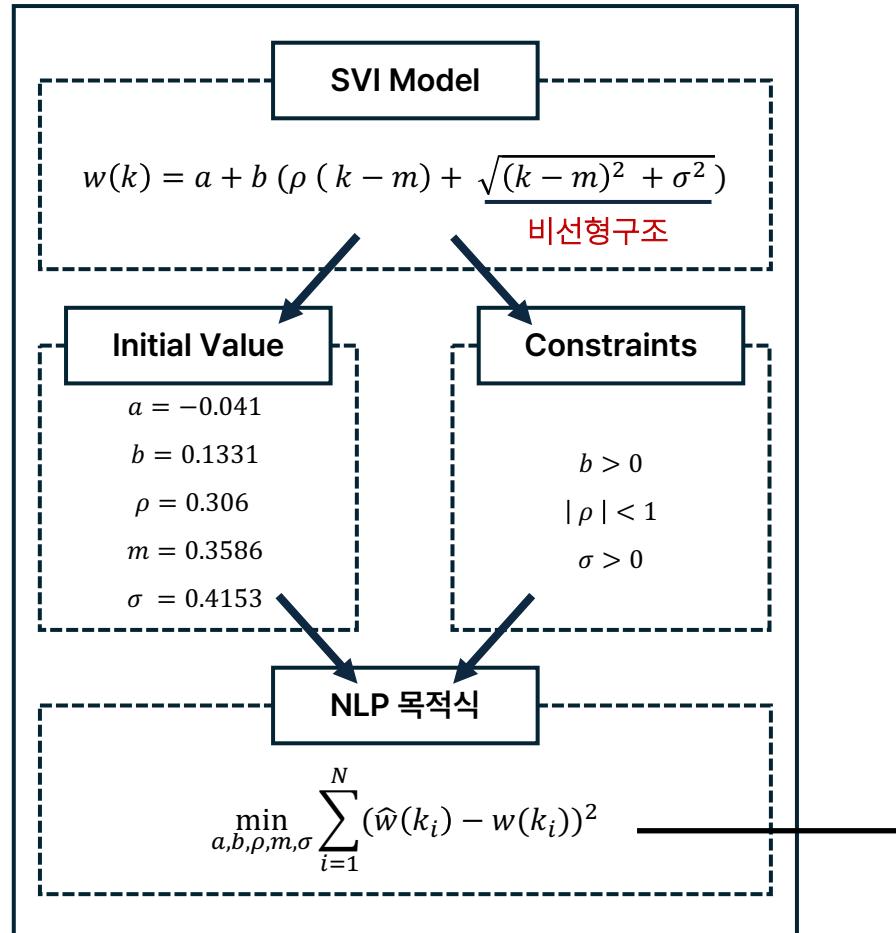
이전보다 비교적 개선된 개형을 보이지만, 여전히 노이즈 존재

→ SVI 모델 적용 후 최적화 진행

# III. Post SVI

## i. SVI Modeling (Gradient Descent)

실제 시장 변동성과 SVI를 통해 추정한 변동성 간의 거리를 최소화하는 수리 모델링



목적함수의 값이 낮아지는 방향으로 각 파라미터의 값을 변형시키면서 함수가 전역 최적해(global optimum)를 갖도록 하는 탐색 알고리즘

Local optimum 방지 및 개선 방안

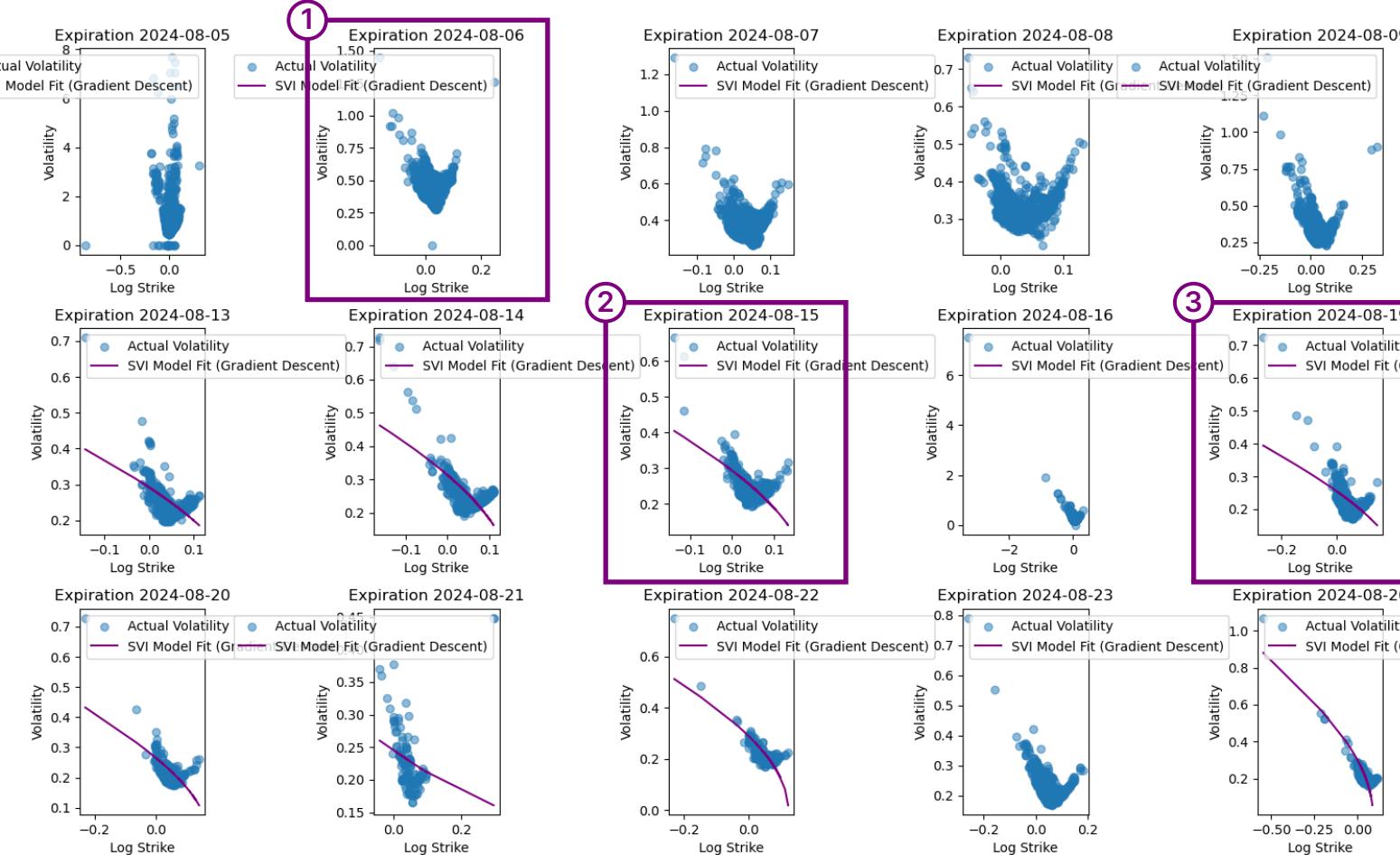


전체 파라미터 공간에서 목적 함수가 가질 수 있는 최소값.  
즉, 모든 파라미터 조합을 고려했을 때 가장 낮은 오차

# III. Post SVI

## ii. Gradient Descent 결과

옵션 거래데이터를 만기별로 분류한 뒤, Gradient descent를 적용하여 최적화한 변동성 미소



학습률(learning rate) = 0.001

반복 횟수(iterations) = 20000

수렴 조건(tolerance) = 1e-6

수치 안정성을 위한 극소값(epsilon) = 1e-8

### 분석

- 변동성 미소 자체가 도출되지 않는 경우 존재 ... ①
- 도출된 변동성 미소 역시 convexity 미충족 ... ②
- 적절한 피팅(회귀) 역시 이루어지지 않음 ... ③

→ 하이퍼파라미터 변경을 통해 추가 최적화 시도했으나

본질적인 개선 이루어지지 않았음

### Gradient Descent 방법론의 한계

- 설정한 초기값에 따라 local optimum에 빠지게 될 가능성이 큼
- 적절한 step size(또는 학습률(learning rate)) 설정의 어려움

→ 이러한 한계를 근본적으로 개선할 수 있는 알고리즘 활용

# III. Post SVI

## iii. L-BFGS-B 피팅

Gradient descent을 보완하는 L-BFGS-B 알고리즘을 통해 동일 만기일 옵션에 대해 변동성 미소 피팅을 수행한 결과

### L-BFGS-B 알고리즘

#### Limited-memory

#### 효율적인 메모리 사용

- 대규모 문제를 처리할 때 효율적으로 메모리 사용 최소화
- 큰 파라미터 공간 및 데이터 포인터가 많은 경우 효과적

#### BFGS

#### 근사치 사용

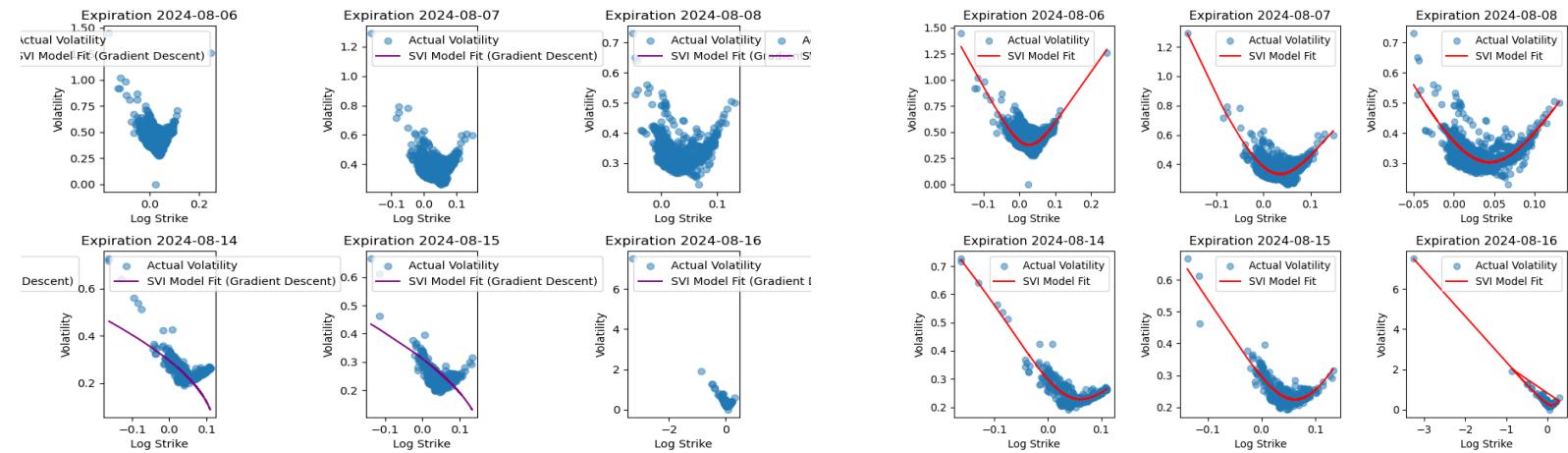
- 이차 도함수를 직접 계산하지 않고 근사치 사용
- Gradient Descent 알고리즘이보다 효율적으로 수렴

#### Box constraints

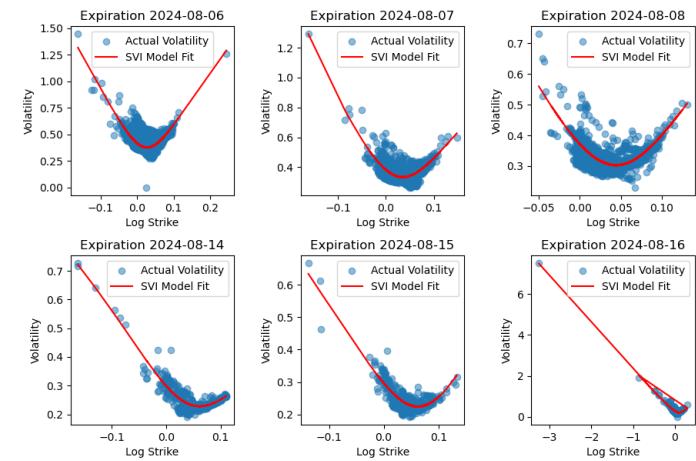
#### 경계 조건 제약 처리

- 변수 범위를 직접 제어하여 부적절한 값 생성 방지
- 이를 통해 최적화 변수에 경계 조건 부여

### Gradient Descent 적용



### L-BFGS-B 적용



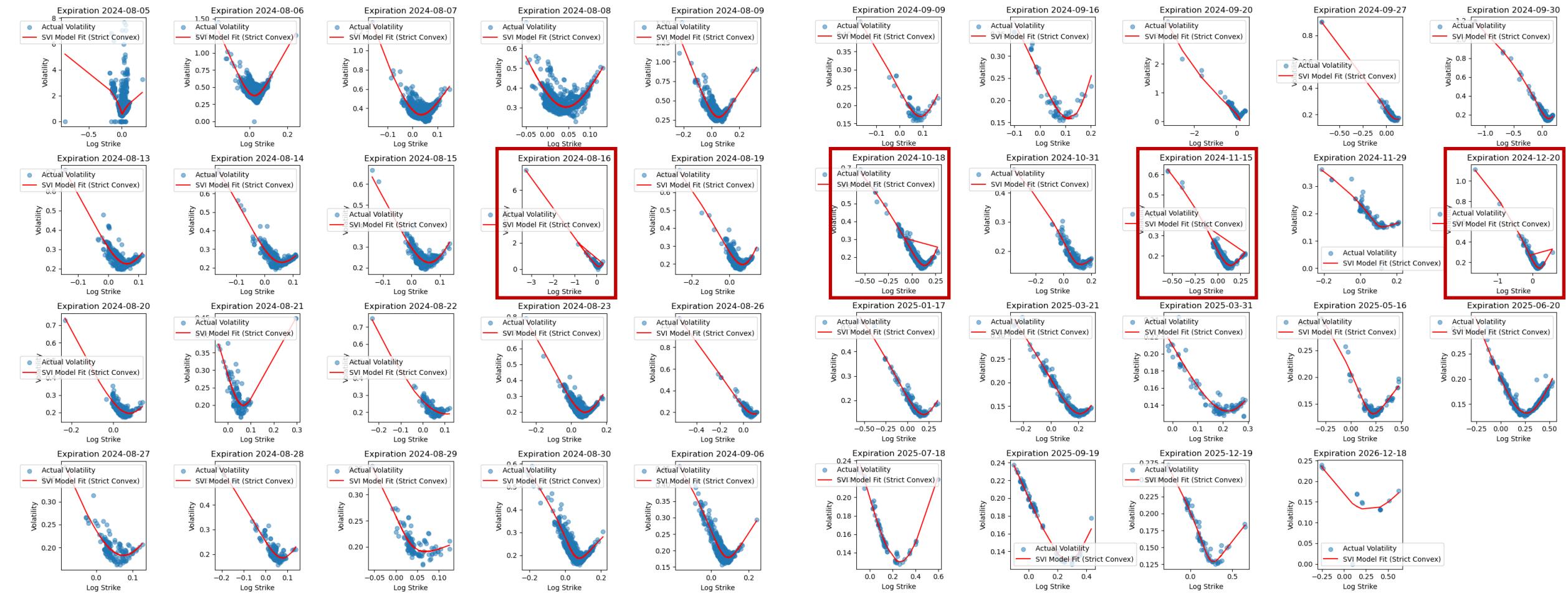
좌측 상단부터 시계방향으로, 만기일 2024-08-06, 2024-08-07, 2024-08-08, 2024-08-16, 2024-08-15, 2024-08-14 옵션에 대한 변동성 미소 피팅

거래 데이터에 대한 실제 변동성에 해당하는 파란색 점(dot)의 경우 두 알고리즘에서 동일한 배치를 보인다. 이를 감안했을 때, L-BFGS-B 적용을 통해 Gradient Descent를 보완할 수 있음을 확인 가능하다.

# III. Post SVI

## iv. L-BFGS-B 추가 최적화: 이차미분값의 하한 설정

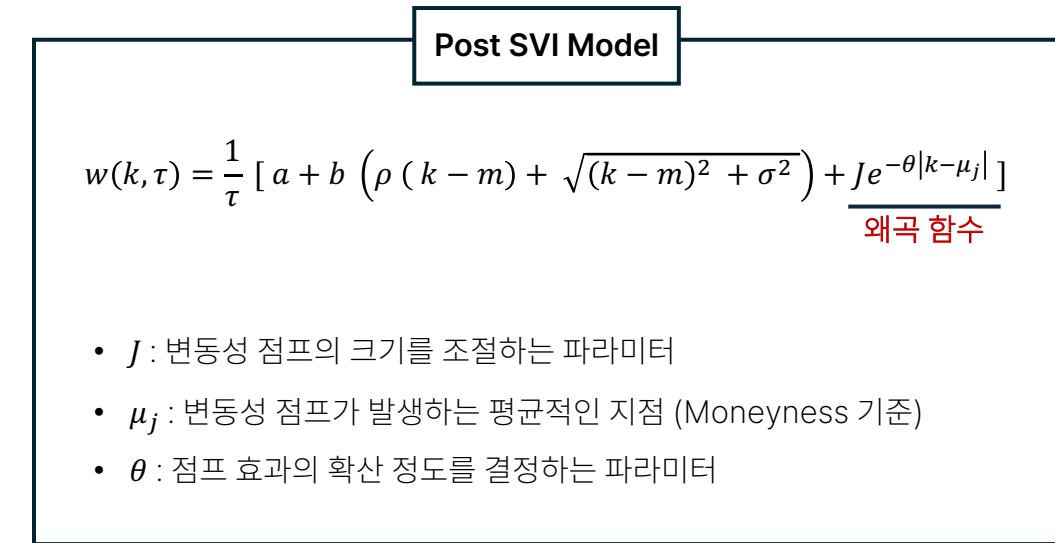
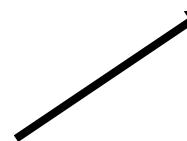
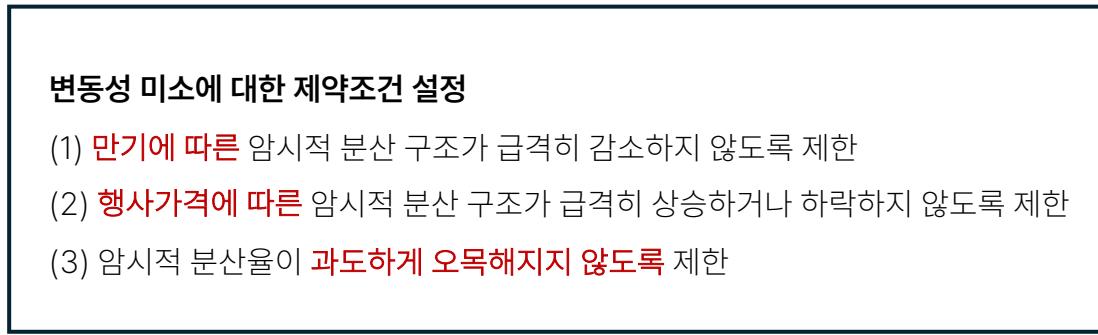
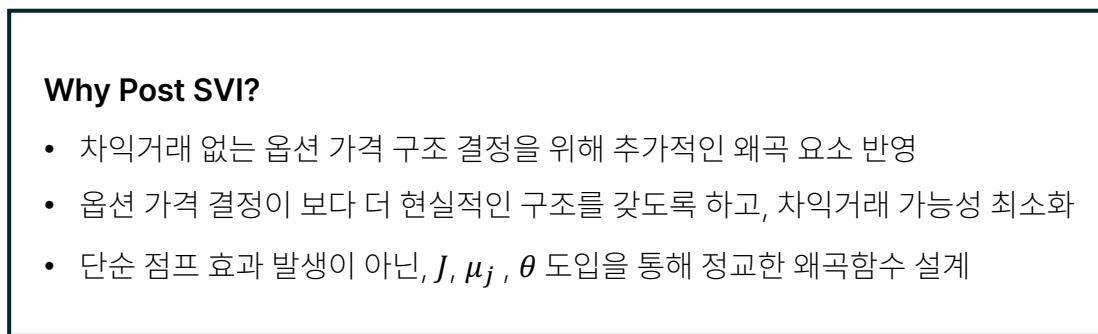
모든 만기일에 대해 추가 최적화한 결과



# III. Post SVI

## v. Post SVI Modeling

SVI의 한계점 개선 및 보완 목적의 Post SVI 모델링



- 만기 및 점프 효과를 반영한 왜곡 함수
- 기존 SVI 모델의 형태를 유지하면서, 특정 지점에서 변동성이 급격하게 변화하는 현상 반영
- 점프 크기  $J$  와 중심점  $\mu_j$  를 조절하여 특정 구간에서의 급격한 변동성 증감 반영
- $\theta$  값에 따라 점프 효과의 반영 범위 조정

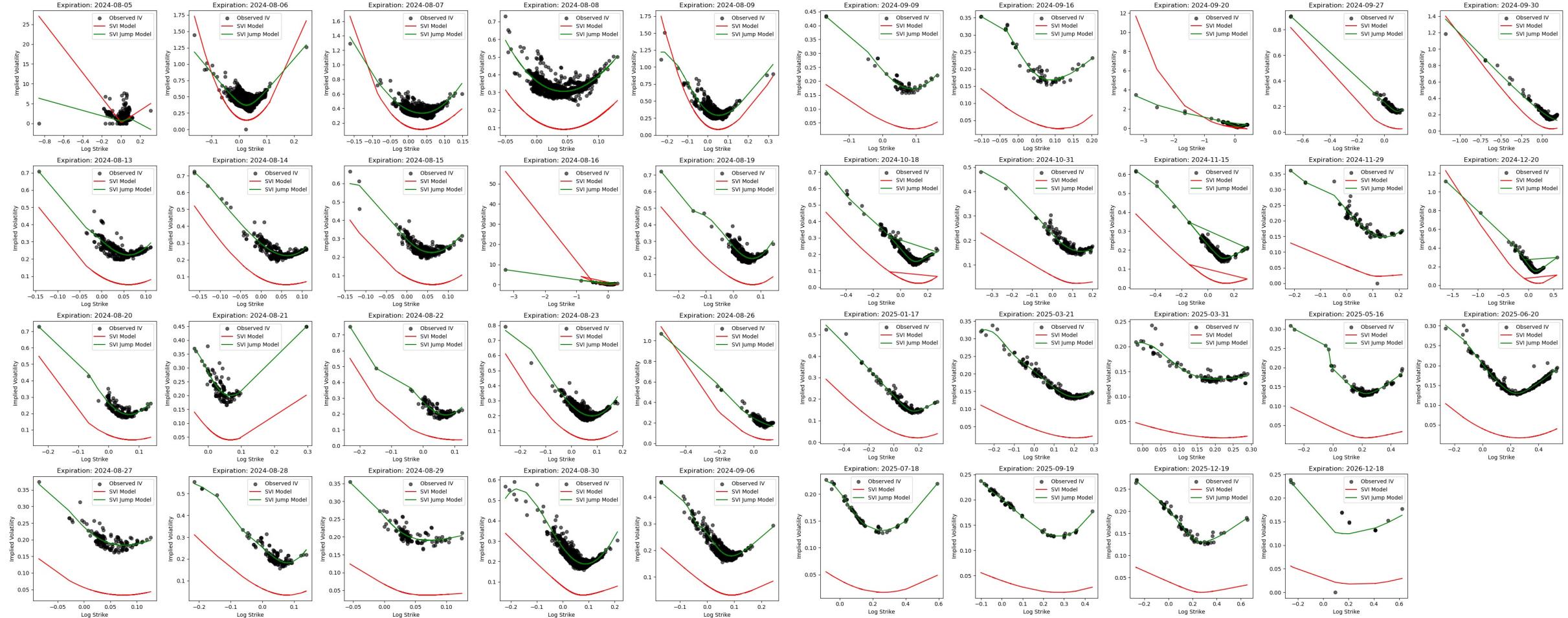
\* 다만 Python 구현 상의 한계로 인해 본 연구에서는 변동성 표면이 아닌 변동성 미소를 피팅하는 방식의 Post SVI 모델을 활용함. 단 변수에 만기( $\tau$ )를 추가하여, 각 만기별 내재변동성을 독립적으로 추정함. 이를 통해 개별 옵션의 시장 내재 변동성을 보다 유연하게 반영하고자 함

# III. Post SVI

## vi. SVI vs Post SVI

SVI와 Post SVI를 활용하여 모든 만기일에 대해 최적화한 결과 비교

- 데이터포인트
- SVI 피팅 결과
- Post SVI 피팅 결과



# III. Post SVI

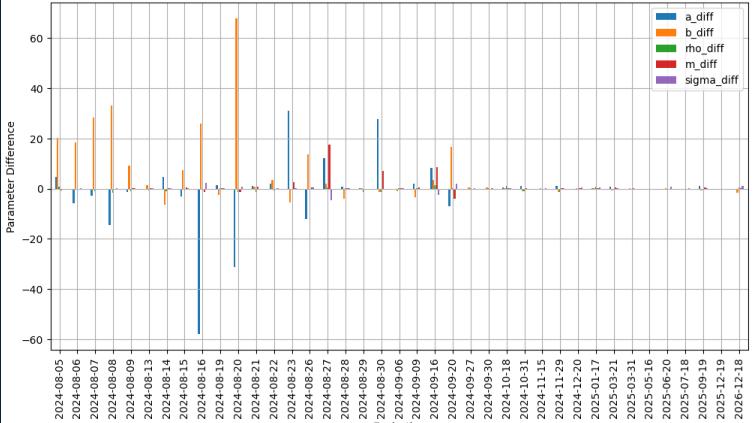
## 참고) SVI vs SVI Jump 결과 분석

좌측부터 차례로 파라미터 비교, AIC 분석, MSE 비교

Post SVI 피팅을 통해 도출한 파라미터

Expiration	a	b	rho	m	sigma	J	mu_j	theta
2024-08-05	-4.373	3.378	-0.999	0.731	0.000	1.251	0.099	0.043
2024-08-06	0.194	5.061	-0.016	0.027	0.034	0.010	-13.567	8.931
2024-08-07	-5.600	20.363	0.201	0.099	0.297	0.000	-20.547	33.714
2024-08-08	-3.523	6.500	1.000	0.055	0.484	18.470	-0.717	0.301
2024-08-09	-1.130	2.440	0.589	-0.236	0.000	2.377	-0.262	0.155
2024-08-13	-0.947	4.038	0.519	-0.061	0.000	1.537	-0.117	0.111
2024-08-14	-5.024	9.397	0.630	-0.109	0.107	4.985	-0.191	0.205
2024-08-15	-1.347	3.091	0.426	-0.192	0.187	1.294	-0.161	0.125
2024-08-16	0.160	1.893	-0.155	0.057	0.031	0.644	-1.478	0.000
2024-08-19	-1.997	6.185	0.041	-0.164	0.041	2.281	-0.191	0.167
2024-08-20	-2.252	3.757	0.346	-0.276	0.213	2.109	-0.246	0.182
2024-08-21	-1.042	0.670	1.000	-0.745	0.561	0.374	-0.070	0.063
2024-08-22	-4.124	10.301	-0.006	-0.200	0.020	4.519	-0.252	0.220
2024-08-23	-32.037	8.892	0.332	-2.380	0.000	9.144	-0.485	0.385
2024-08-26	0.082	0.060	0.549	0.403	0.591	0.952	-0.540	0.274
2024-08-27	-14.544	2.783	-0.745	-17.619	5.289	0.311	-0.107	0.078
2024-08-28	-1.047	5.792	-0.135	-0.076	0.060	1.061	-0.089	0.119
2024-08-29	-0.121	0.583	0.497	0.023	0.495	0.209	-0.065	0.052

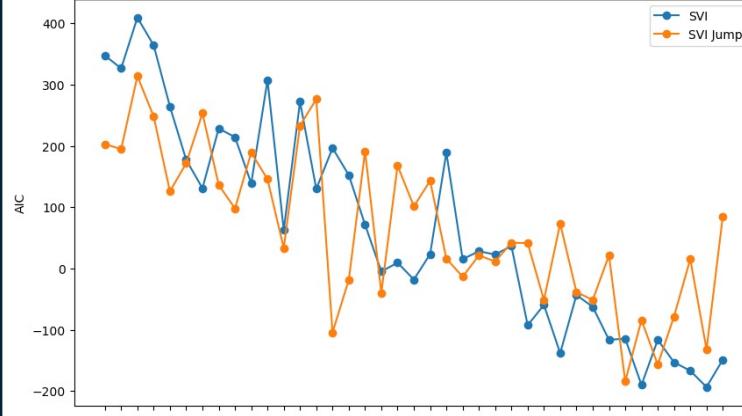
Parameter Differences (SVI - SVI Jump)



AIC 비교 분석 (각 모델의 적합도 분석)

Expiration	AIC_SVI	AIC_SVI Jump
2024-08-05	347.43992	202.98200
2024-08-06	326.55284	194.79397
2024-08-07	409.36500	313.81836
2024-08-08	364.19739	248.04115
2024-08-09	264.21718	125.90596
2024-08-13	177.32539	171.72986
2024-08-14	130.93275	253.30253
2024-08-15	228.44967	136.40689
2024-08-16	214.38910	97.84922
2024-08-19	138.81326	189.02744
2024-08-20	307.34871	145.75973
2024-08-21	62.62128	33.29132
2024-08-22	272.07957	233.10833
2024-08-23	129.81081	276.34613
2024-08-26	196.56336	-104.39551
2024-08-27	152.40564	-18.40081
2024-08-28	71.48072	191.23822
2024-08-29	-4.81097	-39.81305

AIC Comparison: SVI vs. SVI Jump

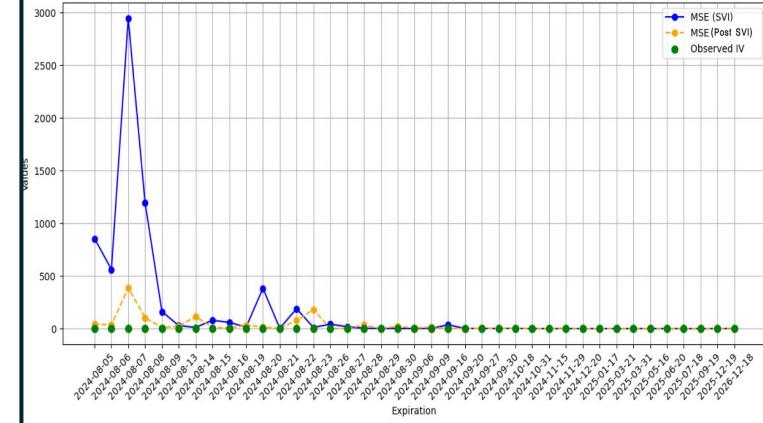


MSE 비교 분석 (모델 간 내재 변동성 피팅 성능 비교)

Expiration	MSE (SVI)	MSE (Post SVI)	Observed IV
2024-08-05	853.295279	42.071636	0.66150
2024-08-06	561.364941	35.623949	0.38220
2024-08-07	2943.920497	386.418963	0.34520
...	...	...	...

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (IV_{model,i} - IV_{observed,i})^2$$

MSE Comparison and Observed Implied Volatility by Expiration



# IV. 동적 델타 헤징



## i. 옵션가격식 도출을 위한 가정

듀얼 델타를 중심으로 한 모델을 위해 기존의 Dupire 방정식이 가정하는 put option 가격함수를 Dual Delta에 관해 변환

### Dual Delta의 활용

- 기초자산 가격 대신 행사가의 함수로 정의된 **듀얼 델타를 상태변수**로 채택
- 기초자산의 가격 움직임을 직접 모델링하지 않고도 마팅게일 성질을 유지
- 듀얼 델타는 **[0,1] 구간**에서 확산하는 확률적 과정

$$\Delta_T := \frac{\partial p}{\partial k}(K_T, T; s_0), \quad T > 0, \Delta_0 \in \{0, 1\}$$

<듀얼 델타 정의>

### Convex Duality

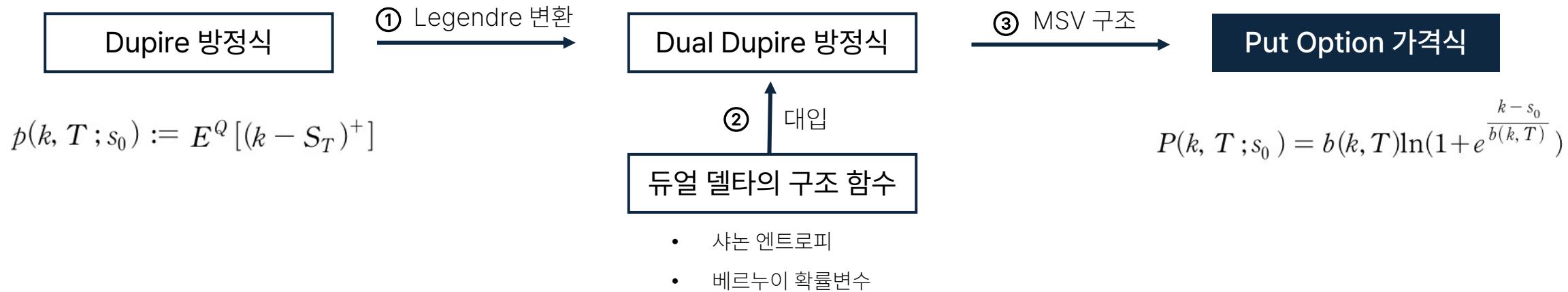
- 기존 옵션 가격의 르장드르 변환을 사용해 듀얼 델타 공간에서 옵션 가격 문제를 재정의
- 풋옵션 가격은  $x$ 에 대해 **볼록성**을 지니며, 미분 가능하므로 볼록 커勒가 정의됨
- 궁극적으로 기존에  $S$ 에 관해 표현된 식을 **듀얼 델타로 변환**한 식을 이용해 행사가에 대한 가격 표현식을 도출

### Dual Dupire 방정식

- 위험중립 하에서 풋옵션의 가격이 만기 풋옵션 페이오프의 기댓값과 같아야 Dupire 방정식을 만족
- Dupire 방정식은 옵션 가격을 **행사가격과 만기**에 대해 모델링하며 옵션의 볼록성과 국소 변동성을 분석하는데 유리함
- 그러나 Dual Delta에 관한 식으로 변환했을 때도 성립하려면 MSV(Multiplicatively separable) 조건이 만족되어야 함

# IV. 동적 델타 헤징

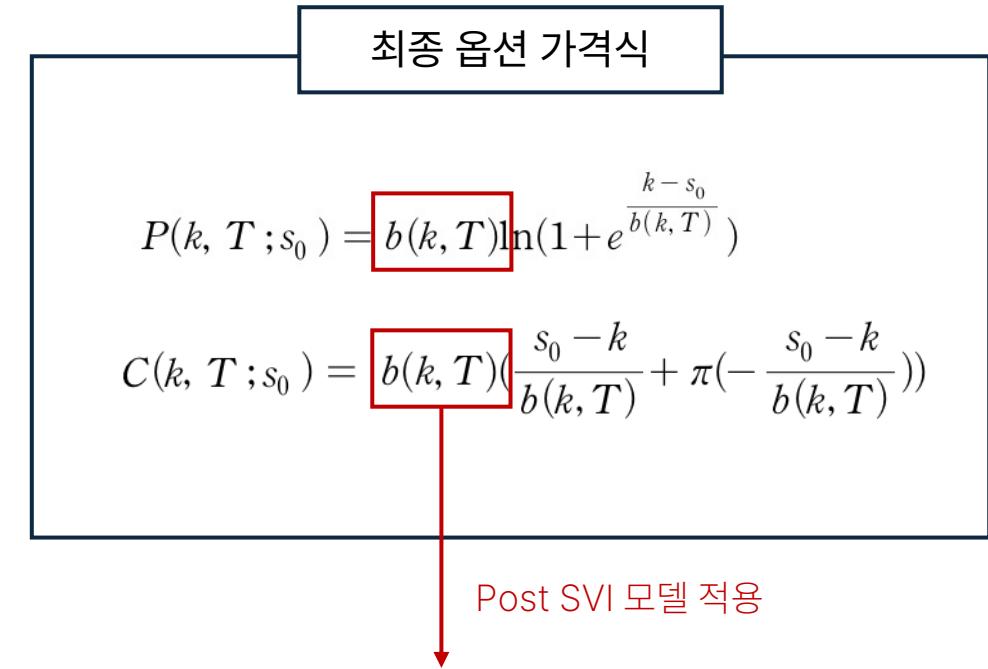
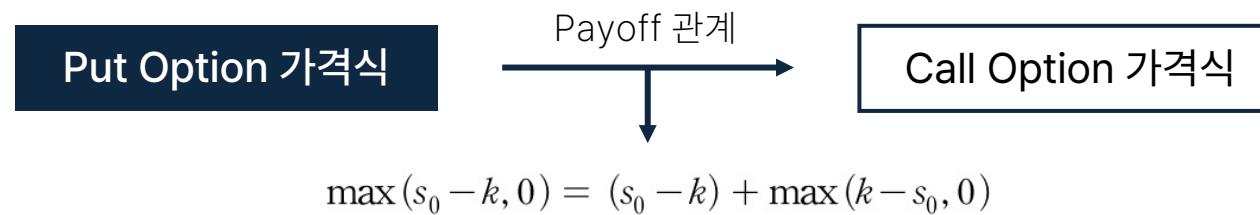
## ii. 옵션가격식 도출(Put)



- **Legendre 변환** : 여러 독립 변수로 표현되는 양을 **다른 변수**로 표현하기 위한 수학적 **변환**을 의미함. 기존의 Dupire 방정식에서 행사가와 만기에 관한 풋옵션 가격 함수를 듀얼 델타와 만기에 관한 함수로 변환하기 위해 이용되었음. 르장드르 변환된 식은 기존의 식과 볼록 커勒의 관계를 가지므로 르장드르 역 연산을 통해 기존 문자로 다시 변환시킬 수 있음.
- **듀얼 델타의 구조 함수** : 샤논 엔트로피와 베르누이 확률변수 분산의 기하 평균으로 가정함. 다시 말해 듀얼 델타의 불확실성과 듀얼 델타를 성공 확률로 하는 확률 변수의 분산을 반영하여 정의하였음.
- **MSV 구조** : Dual 문제에서도 확률적 특성을 유지하기 위해 변동성 계수가 **곱셈적으로 분리**되는 것을 가정.

# IV. 동적 델타 헤징

## iii. 옵션가격식 도출(Call)



- 변동성 함수  $b(k, T)$ 에 Post SVI 모델을 적용하여 확장된 옵션 가격 결정 모델을 제안함으로써 기존의 기초자산 가격 중심 옵션 프라이싱 방식을 **행사가격 중심의 방식으로 변환하며, Dual Delta 공간에서 옵션 가격을 정의하는 새로운 접근법**을 제시함.
- Post SVI 모델을 변동성 함수에 적용하여, 기존의 변동성을 정적으로 가정한 모델들과 달리 **변동성을 시간의 함수로 구조화**함으로써 **변동성이 시간에 따라 동적으로 변화하는 현실적인 시장 환경을 반영**할 수 있도록 설계함.
- 시장 변동성의 구조적 변화, 옵션 미스프라이싱 및 정적 차익거래 가능성을 최소화 할 수 있도록 정교하고 현실적인 프라이싱 방법론을 제안함

# IV. 동적 델타 헤징



## iv. 동적 델타 헤징 (Put Long position)

- 블랙-숄즈 모델과 Post SVI 모델을 활용한 동적 델타 헤징의 결과 비교 (등가격 옵션을 이용하여 데일리 델타 헤징을 수행)

날짜	$S_0$	$\delta_{BSM}$	필요 주식 수	차이	헤징 비용
2024.8.5	5195.13	-0.2680903	-26809		-139276391
2024.8.6	5240.03	-0.07578881	-7578.8	-19230.2	100766921
2024.8.7	5199.5	-0.2404891	-24048.9	16470.1	-85636273
2024.8.8	5319.31	-0.0058024	-580.2	-23468.7	124837129
2024.8.9	5344.16	-0.0025427	-254.3	-326.0	1742052
2024.8.12	5344.39	-0.0025233	-252.3	-1.9	10352
2024.8.13	5434.43	-0.001258	-12.6	-239.8	1302918
2024.8.14.	5455.21	-0.0000629	-6.3	-6.3	34284
2024.8.15	5543.22	-0.0000033	-0.3	-6.0	33020
2024.8.16	5554.25	-0.0000023	-0.2	-0.1	572
					3814585

<블랙-숄즈 모델 델타 헤징 (풋옵션, K=5165)>

날짜	$S_0$	$\delta_{SVI}$	필요 주식 수	차이	헤징 비용
2024.8.5	5195.13	-0.4363944	-43639.4		-226712583
2024.8.6	5240.03	-0.3715144	-37151.4	-6488	33997320
2024.8.7	5199.5	-0.4275475	-42754.7	5603.3	-29134377
2024.8.8	5319.31	-0.2511185	-25111.8	-17642.9	93848046
2024.8.9	5344.16	-0.2086292	-20862.9	-4248.9	22706934
2024.8.12	5344.39	-0.1570382	-15703.8	-5159.1	27572278
2024.8.13	5434.43	-0.0494879	-4948.8	-10755	58447433
2024.8.14.	5455.21	-0.0208487	-2084.9	-2863.9	15623305
2024.8.15	5543.22	-0.0006775	-67.8	-2017.1	11181318
2024.8.16	5554.25	-0.0000017	-0.2	-67.6	375350
					7905025

<Post SVI 모델 델타 헤징 (콜옵션, K=5165)>

- Post SVI 모델 기반 델타 헤징이 블랙-숄즈 기반 델타 헤징보다 헤징 **비용 측면에서 더 큰 이익**을 가져옴
- SVI 기반 델타를 이용한 경우 **델타가 극단적으로 변동하는 경우에 이를 보다 정확히 포착**하면서 헤징 과정에서 더 나은 결과를 제공한 것으로 보임
- 풋옵션 매수 포지션의 경우 델타 헤징을 위해 기초자산을 매수하기 때문에 비용이 드는 것이 일반적, but **델타 절댓값이 감소함에 따라 오히려 수익 발생**

# IV. 동적 델타 헤징



## v. 동적 델타 헤징 (Call Short position)

- 블랙-숄즈 모델과 Post SVI 모델을 활용한 동적 델타 헤징의 결과 비교 (등가격 옵션을 이용하여 데일리 델타 헤징을 수행)

날짜	$S_0$	$\delta_{BSM}$	필요 주식 수	차이	헤징 비용
2024.8.5	5245.2	0.58419	54819.0		-306419613
2024.8.6	5240.03	0.54182	54181.8	4237.1	22202938
2024.8.7	5199.5	0.23445	23445.3	30736.5	159814619
2024.8.8	5319.31	0.94323	94323.1	-70877.8	-377021143
2024.8.9	5344.16	0.97439	97438.5	-3115.4	-16649348
2024.8.12	5344.39	0.97458	97457.6	-19.0	-101890
2024.8.13	5434.43	0.99870	99870.4	-2412.8	-13112208
2024.8.14	5455.21	0.99935	99935.1	-64.6	-352925
2024.8.15	5543.22	0.99997	99996.5	-61.3	-340295
2024.8.16	5554.25	0.99998	99997.6	-1.0	-5898
					<b>-531985765</b>

<블랙-숄즈 모델 델타 헤징 (콜옵션, K=5235)>

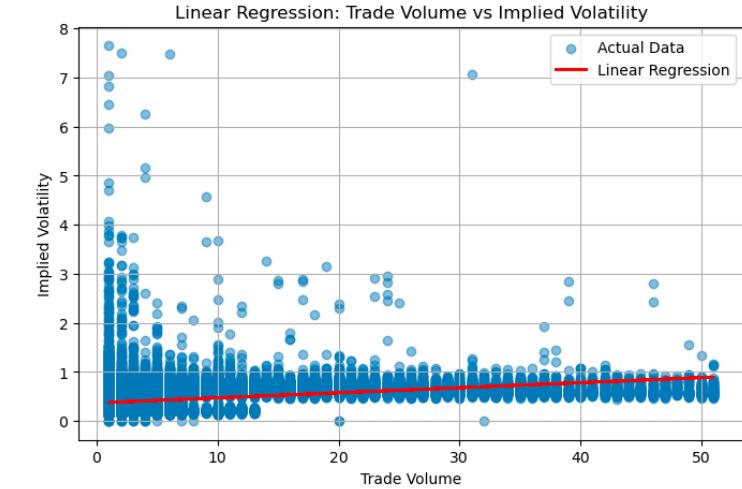
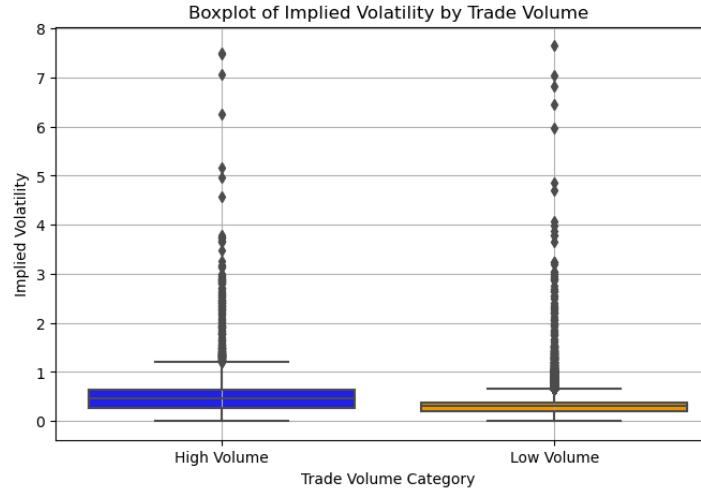
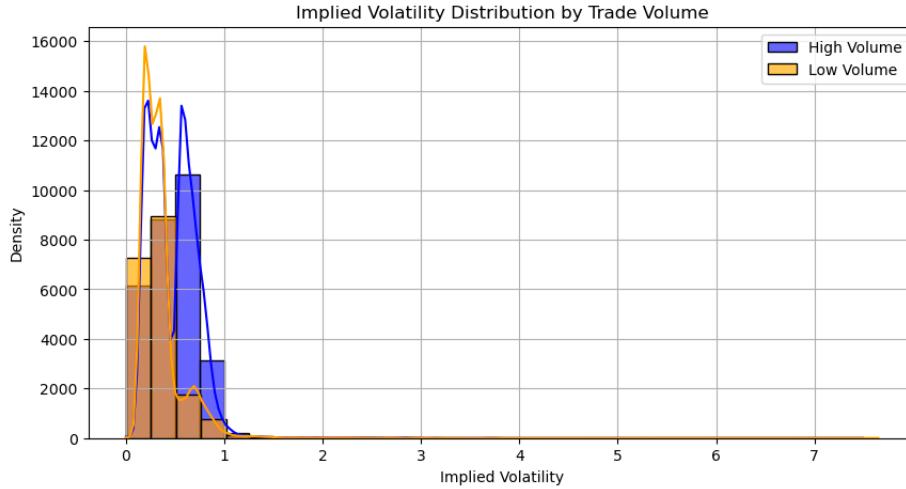
날짜	$S_0$	$\delta_{SVI}$	필요 주식 수	차이	헤징 비용
2024.8.5	5245.2	0.6317338	63173.3		-331357056
2024.8.6	5240.03	0.6284855	62848.5	324.8	1702123
2024.8.7	5199.5	0.5724525	57245.2	5603.3	29134377
2024.8.8	5319.31	0.7488815	74888.1	-17642.8	-93848046
2024.8.9	5344.16	0.7913707	79137.0	-4248.9	-22706934
2024.8.12	5344.39	0.8429618	84296.1	-5159.1	-27572277
2024.8.13	5434.43	0.9505120	95051.2	-10755.0	-58447432
2024.8.14	5455.21	0.9791513	97915.1	-2863.9	-15623304
2024.8.15	5543.22	0.9993224	99932.2	-2017.1	-11181318
2024.8.16	5554.25	0.9999998	99999.8	-67.5	-375350
					<b>-530275220</b>

<Post SVI 모델 델타 헤징 (콜옵션, K=5235)>

- Post SVI 모델 기반 델타 헤징이 블랙-숄즈 기반 델타 헤징보다 헤징 **비용 측면에서 더 큰 이익**을 가져옴
- 콜옵션 매도 포지션의 경우, 델타가 증가할 때 추가적인 기초자산 매수가 필요한데, 이때 시장의 변동성이 높아지면 델타가 빠르게 변화하여 헤징 빈도가 증가해 비용이 증가될 수 있음
- 불필요한 헤징으로 비용이 추가되는 것을 통제**하고, 효과적인 리스크 관리를 수행한다는 측면에서 Post SVI 기반 델타 헤징이 더 효율적인 헤징 성과를 보임

# V. 결론 및 제언

## i. 옵션 시장의 유동성 및 가격 형성 개선



### KOSPI 200 옵션의 내재 변동성과 거래량의 관계 분석

거래량이 낮은 옵션은 일반적으로 내재 변동성이 낮은 경향을 보이지만, 일부 옵션에서는 내재 변동성이 비정상적으로 높거나 낮게 형성되는 경우가 존재

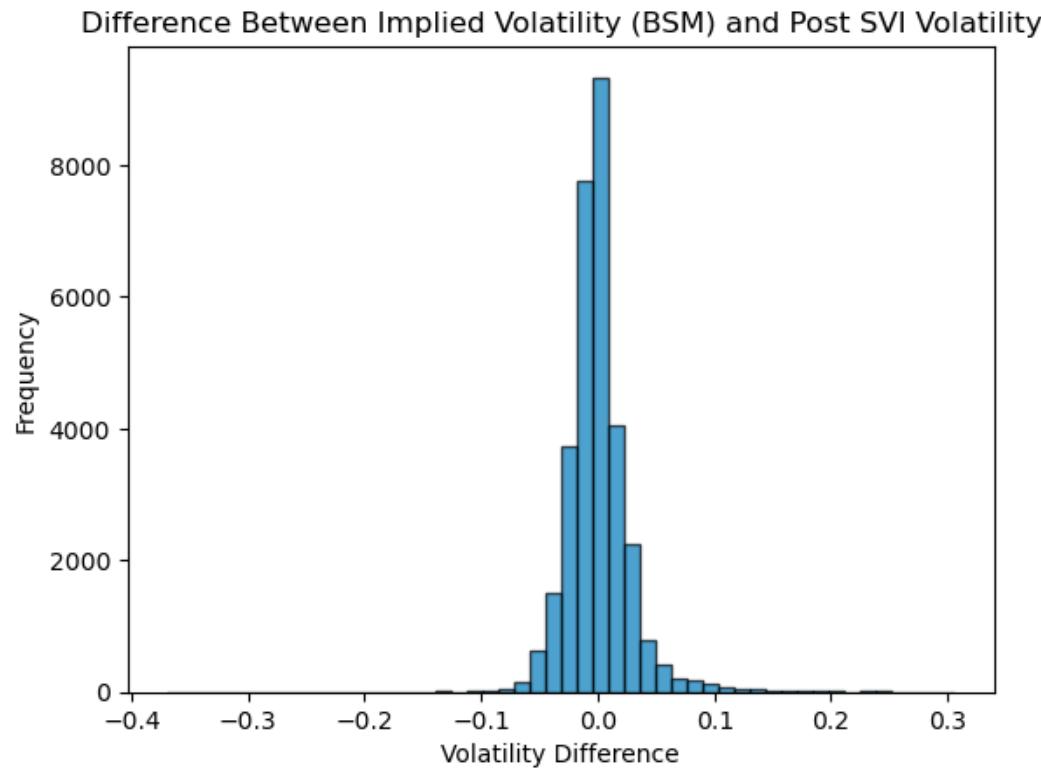


### 활용방안

- Post SVI 모델을 활용한 내재 변동성 정밀 분석
- 시장 조성자에게 최적화된 유동성 공급 전략 제언
- 비효율적인 가격 형성을 방지하여 유동성이 낮은 옵션에서도 합리적 가격 형성 지원

# V. 결론 및 제언

## ii. 실시간 변동성 모니터링 시스템 구축



### 블랙-숄즈 모델 및 Post SVI 모델 기반 변동성 비교

- 대부분의 차이는 0에 근접하며 정규 분포 형태를 보임  
→ Post SVI 모델이 블랙-숄즈 모델과 대체로 일관된 변동성 추정을 제공
- 꼬리 영역에서 변동성 과소/과대 평가 현상  
→ 블랙-숄즈 모델이 시장 변동성을 완전히 반영하지 못하는 사례
- 양(+)의 중앙값: Post SVI 모델이 대체로 더 높은 변동성 추정  
→ Post SVI 모델이 실제 시장 변동성을 더 현실적으로 반영

### 활용방안

- Post SVI 모델을 이용한 정교한 변동성 분석
- Post SVI 모델을 기반으로 실시간 변동성 모니터링 시스템 구축
- 옵션 시장의 급격한 변동을 자동으로 감지하고, 정책 대응을 통해 시장 안정성 유지

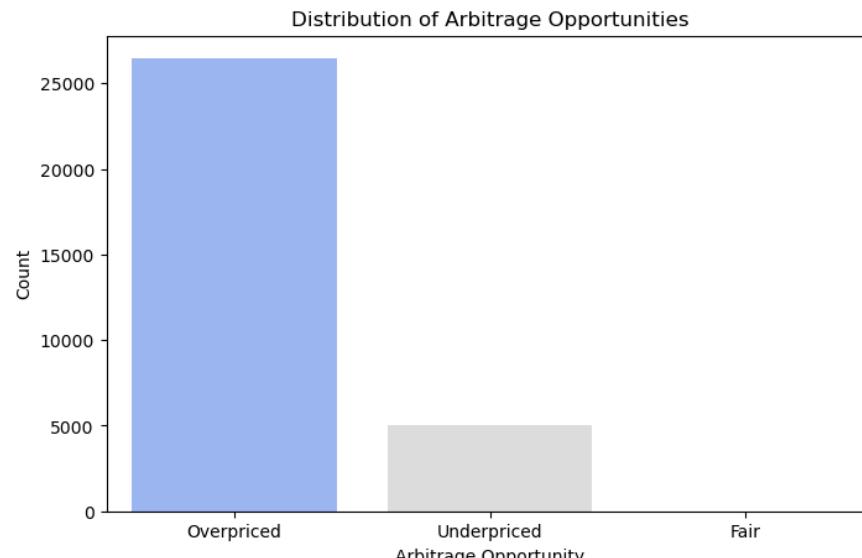
# V. 결론 및 제언

## iii. 비합리적 차익거래 식별

quote_datetime	strike	T	theoretical_price	close	price_difference	arbitrage_opportunity
2024-08-05 15:56:00	4400	0.000921	775.4545	777.73	2.275472	Overpriced
2024-08-05 13:19:00	4600	0.00122	614.7928	613.82	-0.97275	Underpriced
2024-08-05 15:30:00	4600	0.00097	579.5524	582	2.447553	Overpriced
2024-08-05 15:54:00	4600	0.000925	574.0055	574.91	0.904536	Overpriced
2024-08-05 10:46:00	4700	0.001511	483.8762	483.85	-0.02616	Underpriced
...	...	...	...	...	...	...
2024-08-05 15:53:00	7800	2.36805	34.19193	20.5	-13.6919	Underpriced
2024-08-05 15:54:00	7800	2.368048	34.23086	20.3	-13.9309	Underpriced
2024-08-05 15:55:00	7800	2.368046	34.10446	19.9	-14.2045	Underpriced
2024-08-05 09:43:00	8600	2.368754	23.95075	26.66	2.709255	Overpriced
2024-08-05 09:43:00	9600	2.368754	19.44275	9.27	-10.1727	Underpriced

### 차익거래 식별 가능(실제 시장 가격 - Post SVI 모델 옵션 가격)

- 비합리적인 차익거래 기회가 지속될 경우 시장 왜곡을 초래
- 기존 SVI에 점프 요소를 추가하여 **가장 현실과 괴리가 적은 이론가 도출**
- 시장에서 발생하는 차익거래 기회를 정밀하게 식별할 수 있도록 함
- 정확한 변동성 추정과 가격 산출을 통한 **시장의 비효율성 제거 및 공정 거래 환경 제공**

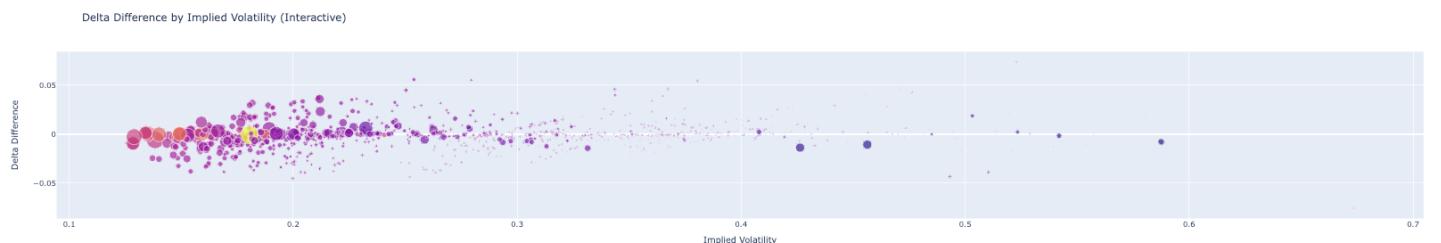
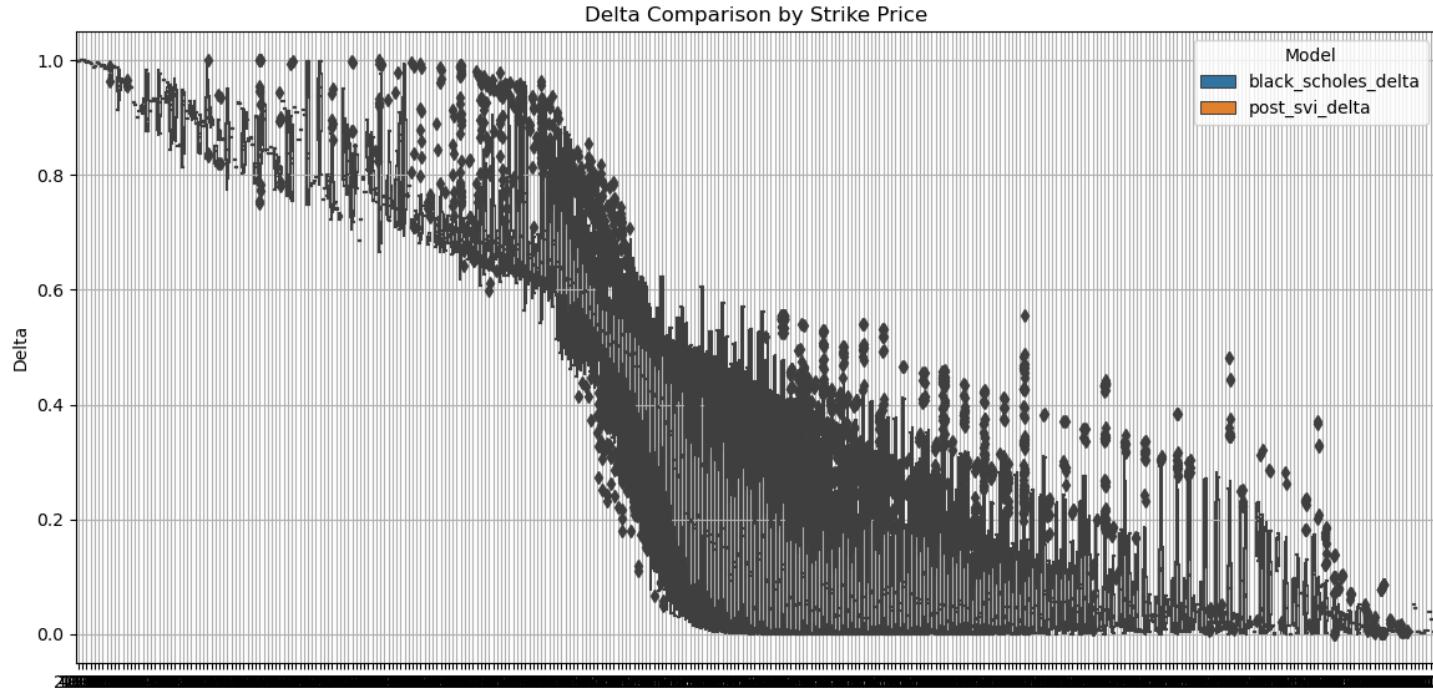


### 차익거래 기회 분포

- Overpriced 옵션이 시장에 다수 존재하는 것을 확인할 수 있음
- 시장 내 일부 옵션이 실제 변동성을 충분히 반영하지 못한 상태에서 거래되고 있음**
- 기존 한국거래소 감시 시스템에 추가로 시간에 따른 변동성 곡면의 움직임을 반영 가능
- 가격 왜곡 감지 정확도를 향상시켜 시장 조성자 전략 최적화에 기여할 수 있음

# V. 결론 및 제언

## iv. 동적 델타 헤징 전략 개선



### 기대 효과 (Post SVI 기반 델타)

- 실제 시장과 모델과 괴리가 적어 델타 헤징 오차가 줄어듦
- 고행사가격에서 두 델타 차이가 두드러지므로 시스템 보완
- 옵션 시장 참여자들에게 정교한 리스크 관리 도구 제공 가능
- 마켓 메이커들이 효과적인 동적 델타 헤징 전략 수립 가능
- 전반적인 옵션의 시장 가격 형성 메커니즘 향상

### 분석

- 내재변동성이 낮은 구간에서 차이가 큼
- 블랙-숄즈 모델과 다른 델타 양상을 보임
- 급격한 변동성 변화에 따라 델타도 변화

# IV. 결론 및 제언



## v. 한계점과 향후 연구

### 한계점

#### 1) 데이터 부족 및 조사 기간 한정

- 변동성 미소의 전체적인 특성을 충분히 반영하지 못할 가능성
- 극단적 시장 상황에서의 적용 가능성 검증 부족

#### 2) 계산 효율성 문제

- Post SVI 모델과 Convex Duality 결합으로 계산 과정이 복잡
- 실시간 트레이딩 환경에서의 적용 어려움 가능성

#### 3) 리스크 지표 반영 부족

- 감마나 베가와 같은 추가적인 리스크 지표 미반영

### 향후 연구

#### 1) 계산 효율성 개선

- 고성능 계산 알고리즘 도입 및 최적화

#### 2) 실무적 활용 방안 연구

- 구체적으로 Post SVI 모델을 한국거래소의 시장 안정성 정책과 연계
- 차익거래 방지 및 시장 조성자 지원 방안 모색

#### 3) 포괄적인 리스크 관리 시스템 구축

- 장기적 데이터 축적을 통한 모델 검증

# Post SVI 모델을 활용한 무차익 옵션거래 환경조성 및 동적 델타 헤징

Team Y-FoRM