

### 上节课主要内容

#### 导电介质

$$\begin{aligned} \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \sum_{q_i \in S} q_i & \vec{j} &= \sigma \vec{E} & j_{2n} - j_{1n} &= 0 \\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} &= 0 & \vec{D} &= \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} & E_{2\tau} - E_{1\tau} &= 0 \\ \oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} &= 0 & \tau &= RC = \rho\epsilon & & \\ \sigma_{(\text{电导})} &\rightarrow j \rightarrow \vec{E} & & & & \\ &\downarrow & & & & \\ \epsilon &\rightarrow \rho_0, \rho' \leftarrow \rho & & & & \end{aligned}$$

1

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$U = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电源外部

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

#### 非静电力 $K$

$$\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{K})$$

$$\epsilon = \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l}$$

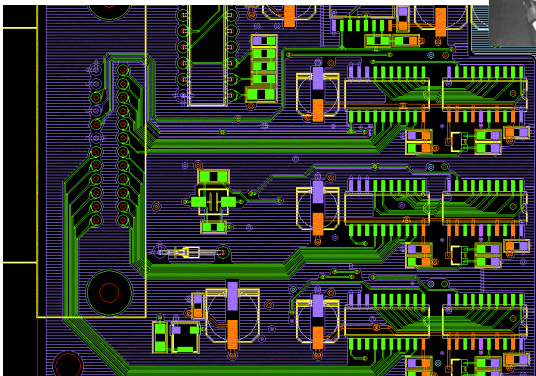
电源内部

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{K})$$

$$\epsilon = I(R + r) \quad \text{全电路欧姆定律}$$

2

### § 3-4 直流电路的基本规律



3

- 1845年，德国基尔霍夫还在读大学时，就发展了稳恒电路网络中电流、电压和电阻关系的两条定律，通常称为**基尔霍夫定律**，对电路理论做出了重大贡献。
- 1859年，基尔霍夫发明了**分元仪**，与**本生**一起创立了**光谱分析法**，并发现了元素**铯**和**铷**。
- 1859年，他还发现了**基尔霍夫辐射定律**，即任何物体的发射和吸收本领与物质特性无关，是波长和温度的普适函数。并由此推断：太阳光谱的暗线是太阳大气中元素吸收的结果，给太阳和恒星成分分析提供了一种新方法，使天体物理进入了新时代。
- 1862年，他又进一步得出**绝对黑体**的概念。这一概念和他的热辐射定律是开辟20世纪物理学新纪元的关键之一。
- 由于他在光谱分析方面的杰出贡献，他和本生于1877年分享了第一届**戴维奖**。

4

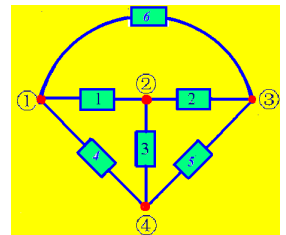
### § 3.4.1 基尔霍夫定律

- 欧姆定律只能用于解比较简单的电路。复杂的电路，往往有许多条导线交汇于一点，整个电路由若干个闭合回路组成，同一回路的各段电路中的电流并不相同。对于这类**复杂电路**，**欧姆定律无法解决**。
- 1847年基尔霍夫给出了求解一般复杂电路的**基尔霍夫方程组**，它包括**节点电流方程**和**回路电压方程**。
- 节点电流方程**：是恒定电流条件下任意闭合曲面内**电荷守恒**的结果。
- 回路电压方程**：是恒定电场环路积分为零（即静电场**环路定理**）的结果。
- 两者构成了完备的方程组，**原则上可以解决任何直流电路问题**。

5

### 1. 基本概念

- 节点**：在电路中，三条或三条以上导线相交在一起点，如图中1，2，3，4点。
- 支路**：两个相邻节点间，由电源和电阻串联而成的、且**不含其他节点**的通路。
- 支路电流**：一条支路只有一个电流值



6

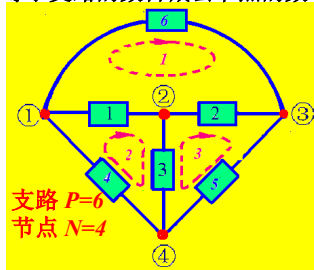
◆ **回路**：起点和终点重合在一个节点的**环路**。每一个回路均可列出相应的**回路电压方程**。

◆ **独立回路**：回路电压方程彼此独立的回路。独立回路数目减1，正好等于支路的数目减去节点的数目。

$N$  个节点、 $P$  条支路，独立回路数目  $m$  为

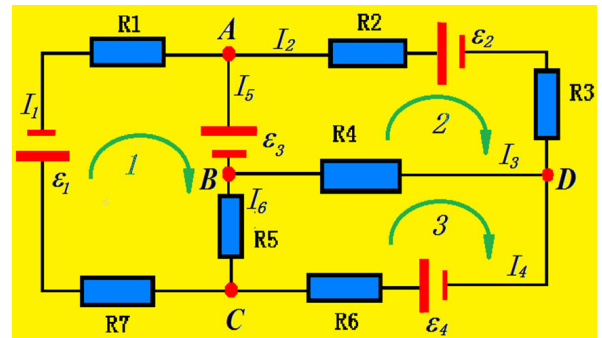
$$m = P - N + 1$$

独立回路数=网孔数



$$\text{独立回路 } m = P - N + 1 = 3$$

7



$$\text{支路 } P=6, \text{ 节点 } N=4(A, B, C, D), \text{ 独立回路 } m = P - N + 1 = 3$$

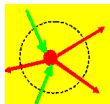
8

## 2. 基尔霍夫第一方程

✦ 对电路中每一个节点，有的电流流入节点，有的电流自节点流出。

✦ 根据**电荷守恒定律**和**稳恒电流条件**，**流入节点的电流应等于流出节点的电流**，因此，对于每一个分支点，有

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \sum_i I_i = 0$$



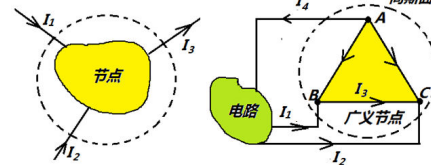
✦ 求和时，**流入节点的电流和流出节点的电流用相反的符号**，这就是**基尔霍夫第一方程**，**其实质就是稳恒电流情况下的电荷守恒定律**。

9

✦ 对  $N$  个节点，可列出  $N$  个节点电流方程，可以证明，**只有  $N-1$  个方程是独立的**。

## 广义节点

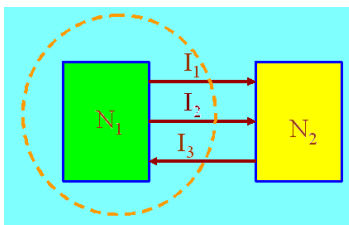
✦ 基尔霍夫第一方程适用于电路的节点，也可以把它**推广到电路的任何一个假想封闭面**。



$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$I_1 + I_2 = I_4$$

10



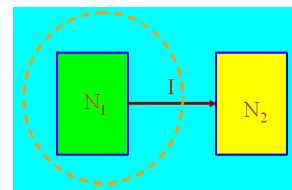
对虚线所示的封闭曲面，有

$$I_1 + I_2 = I_3$$

11

✦ 若两个网络系统只有一条导线连接，根据基尔霍夫第一方程就有：

$$I = 0$$



12

### 3. 基尔霍夫第二方程

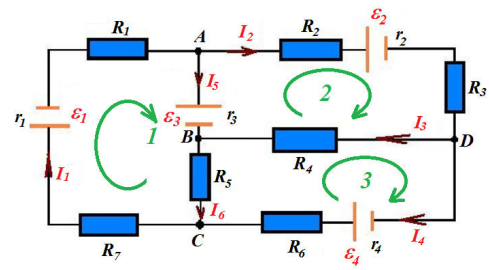
- ✚ **基尔霍夫第二方程(回路电压方程)**: 对于复杂电路中任一闭合回路, 沿闭合回路绕行一周, 回路中各电阻上电势降落的代数和等于各电源的电动势造成的电势升高的代数和。

$$\oint (\vec{E} + \vec{K}) \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \sum U = \sum (\pm \varepsilon \pm Ir \pm IR) = 0$$

- ✚ 正负号取法如下: **先任意假定绕行方向**

- 当绕行方向经电源内部由正极穿进电源, 从负极出来时, 电源电动势  $\varepsilon$  取正号, 反之取负号。
- 当回路绕行方向与支路电流方向一致时, 该支路上电阻的电压取正号, 反之取负号。

13



回路1:  $\varepsilon_1 + \varepsilon_3 + I_1(R_7 + r_1 + R_1) + I_5 r_3 + I_6 R_5 = 0$

回路2:  $\varepsilon_2 - \varepsilon_3 + I_2(R_2 + R_3 + r_2) + I_3 R_4 - I_5 r_3 = 0$

回路3:  $-\varepsilon_4 - I_3 R_4 + I_4(R_6 + r_4) - I_6 R_5 = 0$

14

- ✚ 对  $N$  个节点,  $P$  条支路, 有  $P-N+1$  个独立回路, 从而有  $P-N+1$  个基尔霍夫第二方程, 即:

$$\sum_j U_j^{(i)} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad m = P - N + 1)$$

- ✚ 由第一方程(节点电流方程  $N-1$ )和第二方程(回路电压方程  $P-N+1$ ), 一共可得到

$$[(N-1) + P] + (N-1) = P$$

个方程, 由此可解出所有  $(P)$  条支路上的电流。

15

### 4. 基尔霍夫方程求解电路注意事项

- ✚ **电流方向**: 实际问题中, 电流方向不一定已知, 但可假定一个方向, 若最后求得的电流为正, 则表示所标的方向与实际方向相同, 若求得的电流为负, 则表示所标的方向与实际电流的方向相反。
- ✚ **独立节点方程数**: 根据基尔霍夫第一方程, 对每一个分支点, 可列出一个方程, 但  $N$  个节点, 只有  $N-1$  个基尔霍夫第一方程是独立的。
- ✚ **独立电压方程数**: 每一个闭合回路, 可列一个基尔霍夫第二方程。所列的方程式中, **至少有一条支路在已列出的方程式中未用过**, 则此回路的方程式必定是独立的。一共有  $P-N+1$  个独立的回路电压方程。

16

### 5. 基尔霍夫方程组使用范围

- ✚ **恒定电流**: 严格成立;
- ✚ **似稳条件**: 即整个电路的尺度  $l$  远小于电路工作频率下的电磁波的波长  $\lambda$ , 此时也符合得相当好;
- ✚ **交流电路**: 也可用。此时电流、电压、电动势均应取瞬时值, 常采用复电压、复电流的形式表示, 并引入复阻抗, 这就是交流电路的复数解法。

从原则上说, 无论直流或交流电路的求解问题, 均可由基尔霍夫定律解决。

17

### 6. 基尔霍夫方程的应用

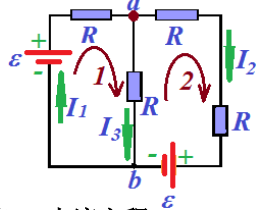
#### (a) 支路电流法

- ✚ 对每个支路**设定电流的方向和取值** (为代数值, 由计算决定)
- ✚ 对每个独立回路**设定绕行方向**, 然后利用基尔霍夫定律列出方程组。
- ✚ 注意独立方程组的数目正好等于待求支路电流的数目, 故可解得各支路电流。

18

**【例72】** 如图所示电路，求各支路中的电流表达式。

**【解】** 节点数为  $N=2$ ，独立回路数  $m=2$ ，支路数为  $P=3$ ，满足关系  $m=P-N+1$ 。利用基尔霍夫定律，列出3个独立方程：



$$\begin{cases} I_2 + I_3 - I_1 = 0 & \text{节点(a) 电流方程} \\ -\varepsilon + I_1 R + I_3 R = 0 & \text{回路1电压方程} \\ 2I_2 R + \varepsilon - I_3 R = 0 & \text{回路2电压方程} \end{cases}$$

19

解方程组，得到：

$$\begin{cases} I_1 = \frac{2\varepsilon}{5R} \\ I_2 = -\frac{\varepsilon}{5R} \\ I_3 = \frac{3\varepsilon}{5R} \end{cases}$$

“-”号表示实际电流与原假定电流方向相反

20

### (b) 回路电流法

✚ 设定独立回路的电流的方向(该方向通常取为相应回路的绕行方向)和取值(为代数值，由计算决定)，只用基尔霍夫第二定律，便可解出回路的电流。

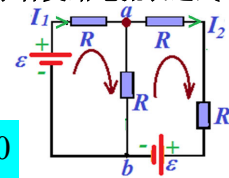
✚ 然后再用已得的回路电流，求出各支路电流，这样求得的支路电流将自动满足基尔霍夫第一定律。

21

**【例73】** 对如图所示的电路，求各支路电流表达式。

**【解】** 设回路的电流  $I_1$  和  $I_2$  的方向如图所示，列出2个回路电压方程，有：

$$\begin{cases} -\varepsilon + I_1 R + (I_1 - I_2) R = 0 \\ 2I_2 R + (I_2 - I_1) R + \varepsilon = 0 \end{cases}$$



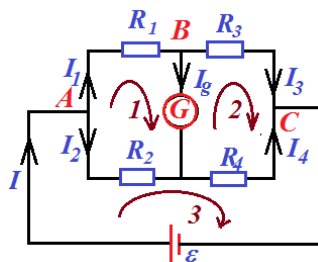
解之，得到的  $I_1$  和  $I_2$  的电流值与上题相同，中间支路aRb的电流值为：

$$I_3 = I_1 - I_2 = \frac{3\varepsilon}{5R}$$

两种解法的结果完全相同。

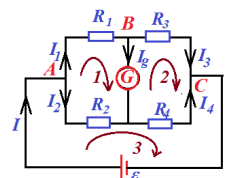
22

**【例74】** 如图是一电桥电路， $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  和  $R_4$  是四臂的电阻，G 是内阻为  $R_g$  的电流计，电源的电动势为  $\varepsilon$ ，忽略其内阻，求通过电流计 G 的电流  $I_g$  与四臂电阻的关系。



23

**【解】** 该桥式电路由4个节点和6条支路组成，可列出3个节点方程和3个回路方程，共6个独立方程



$$\begin{cases} \text{节点A, } I_1 + I_2 - I = 0 \\ \text{节点B, } I_g + I_3 - I_1 = 0 \\ \text{节点C, } I - I_3 - I_4 = 0 \\ \text{回路1, } I_1 R_1 + I_g R_g - I_2 R_2 = 0 \\ \text{回路2, } I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_g R_g = 0 \\ \text{回路3, } I_2 R_2 + I_4 R_4 - \varepsilon = 0 \end{cases}$$

简化后，得到三个方程组：

$$\begin{cases} R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_g I_g = 0 \\ R_3 I_1 - R_4 I_2 - (R_3 + R_4 + R_g) I_g = 0 \\ (R_2 + R_4) I_2 + R_4 I_g = \varepsilon \end{cases}$$

24

采用行列式法解该方程组，则：

$$I_g = \frac{\Delta_g}{\Delta}$$

$\Delta_g$ 和 $\Delta$ 分别为：

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & -R_2 & R_g \\ R_3 & -R_4 & -(R_3 + R_4 + R_g) \\ 0 & R_2 + R_4 & R_4 \end{vmatrix}$$

$$= (R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_3 R_4) R_g + (R_3 + R_4) R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_3 R_4$$

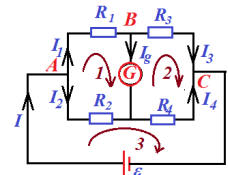
$$\Delta_g = \begin{vmatrix} R_1 & -R_2 & 0 \\ R_3 & -R_4 & 0 \\ 0 & R_2 + R_4 & \varepsilon \end{vmatrix}$$

25

若  $I_g=0$ ，则  $\Delta_g$  必为零，  
由此必有

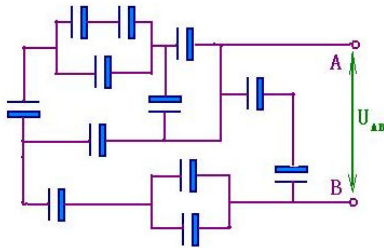
$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad \text{或} \quad R_1 R_4 = R_2 R_3$$

桥式电路可以用于测量电阻：若  $R_3$  为可变电阻， $R_2/R_4$  的比值一定，则通过调节  $R_3$ ，使  $I_g=0$ ，由上式就可求得  $R_1$ 。



26

多个电容由并联和串联组成一个电容网络。  
也可通过基尔霍夫回路定理和电荷守恒计算



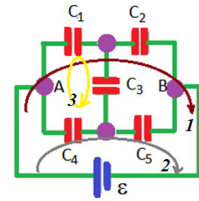
节点：  $\sum_i Q_i = 0$       回路：  $\sum U = 0$

27

【例75】如图所示的电路中， $C_1=C_3=2\mu F$ ， $C_2=C_4=C_5=1mF$ ， $\varepsilon=600V$ ，试求各电容器两端的电压。

【解】由基尔霍夫回路定理，可以得到 3 个方程：

$$\begin{cases} U_1 + U_2 - \varepsilon = 0 \\ U_4 + U_5 - \varepsilon = 0 \\ U_1 + U_3 - U_4 = 0 \end{cases}$$



28

另外2个方程由  $L_1$  和  $L_2$  节点的电荷守恒给出

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_3 & L_1 \text{ 节点} \\ Q_5 = Q_3 + Q_4 & L_2 \text{ 节点} \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_1 C_1 = U_2 C_2 + U_3 C_3 \\ U_5 C_5 = U_3 C_3 + U_4 C_4 \end{cases}$$

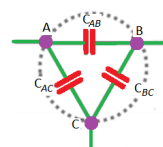
解之得

$$\begin{aligned} U_1 &= 240V, U_2 = 360V, U_3 = 120V \\ U_4 &= 360V, U_5 = 240V \end{aligned}$$

29

### 典型的复杂联结

$$Y = C_a + C_b + C_c$$



$$\Delta = C_{AB} C_{AC} + C_{BA} C_{BC} + C_{CB} C_{CA}$$

$$Y \rightarrow \Delta \text{ 变换}$$

$$C_{AB} = \frac{C_a C_b}{Y}, C_{BC} = \frac{C_b C_c}{Y}, C_{CA} = \frac{C_c C_a}{Y}$$

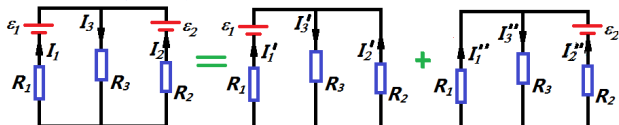
$$\Delta \rightarrow Y \text{ 变换}$$

$$C_a = \frac{\Delta}{C_{BC}}, C_b = \frac{\Delta}{C_{CA}}, C_c = \frac{\Delta}{C_{AB}}$$

30

### § 3.4.2 叠加原理

在具有几个电动势的电路中，几个电动势共同在某一支路中引起的电流，等于每个电动势单独存在时在该支路上所产生的电流之和。



$$I_1 = I_1' + I_1'', I_2 = I_2' + I_2'', I_3 = I_3' + I_3''$$

每个简单电路中，仅有一个电动势起作用，其他电动势被假定短接了，但它们的内阻应包含在各支路的电阻内。

31

【例76】一立方体，每边的电阻都为  $R$ ，求对角线之间的电阻。

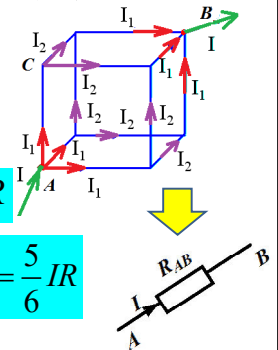
【解】对A点， $I = 3I_1$

对C点， $I_1 = 2I_2$

$$U_{AB} = I_1 R + I_2 R + I_1 R$$

$$IR_{AB} = \frac{1}{3} IR + \frac{1}{6} IR + \frac{1}{3} IR = \frac{5}{6} IR$$

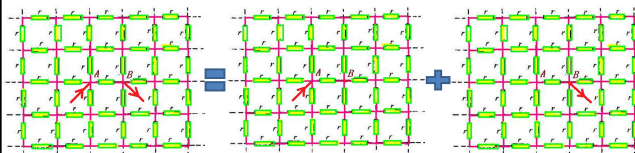
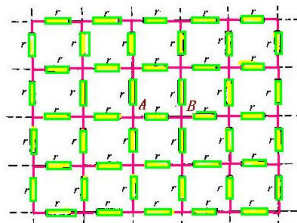
所以  $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{5}{6} R$



32

【例77】一个无限延展的矩形线圈平面网络，求任意两最近邻点间的电阻。

【解】利用对称性和叠加原理



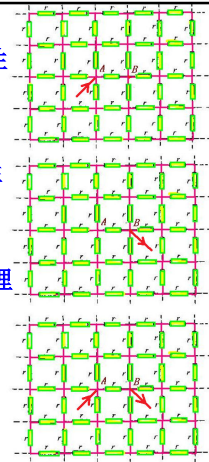
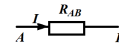
33

设A点有电流  $I$  流入，则  $I_{AB} = I/4$  对称性

设B点有电流  $I$  流出，则  $I_{AB} = I/4$  对称性

两者相加  $I_{AB} = I/2$  叠加原理

$$U_{AB} = IR_{AB} = \frac{I}{2} r \Rightarrow R_{AB} = \frac{r}{2}$$



34

设a点有电流  $I$  流入，则  $I_{ab} = I/6$

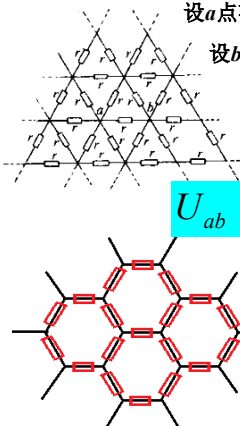
设b点有电流  $I$  流出，则  $I_{ab} = I/6$

两者相加，有  $I_{ab} = I/3$

$$U_{ab} = I_{ab} R_{ab}, R_{ab} = r/3$$

$$I_{ab} = I/3 + I/3 = 2/3 I$$

$$R_{ab} = \frac{2r}{3}$$



35

【例78】24个相同的电阻  $r$ ，联结成每边三个电阻的正方格子，试求对角a, b间的电阻  $R_{ab}$ 。

【解】ab间加电压，由对称性

$$U_{ae} = U_{eb} = U_{ab}/2, U_{ah} = U_{hb} = U_{ab}/2$$

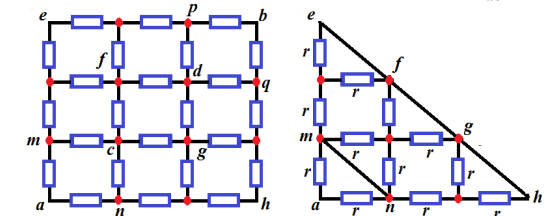
$$U_{af} = U_{fb} = U_{ab}/2, U_{ag} = U_{gb} = U_{ab}/2$$

$$\Rightarrow U_e = U_f = U_g = U_h$$

$m, n$  两点电势相等， $U_m = U_n$

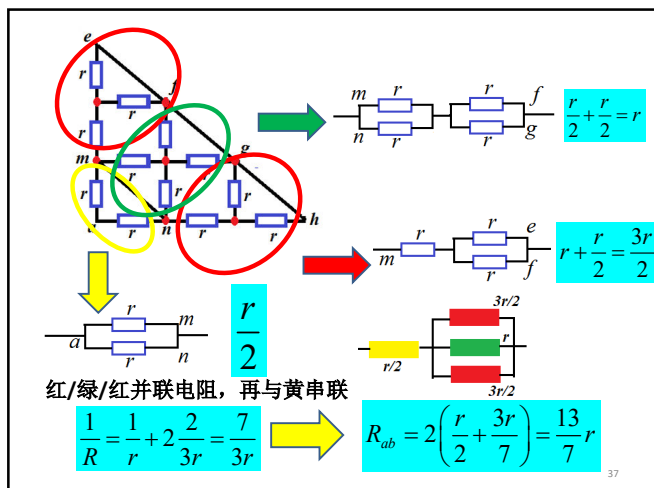
$p, q$  两点电势相等， $U_p = U_q$

故可以连接起来，一半变成了右图



36

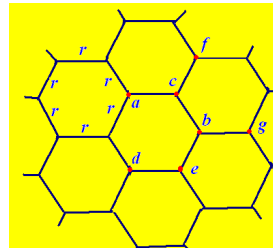




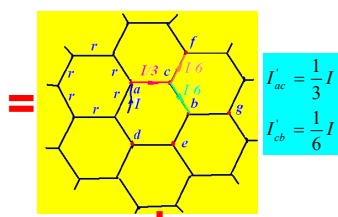
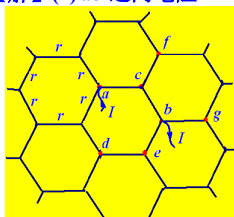
【例79】无限大六角形网络，每边电阻为 $r$ ，求：

(1)  $ab$  之间电阻；

(2) 如果电流从  $a$  流入，从  $g$  流出，求  $de$  段的电流。



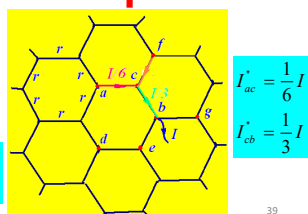
【解】(1)  $ab$  之间电阻



$$I_{ac} = I'_{ac} + I''_{ac} = \frac{1}{3}I + \frac{1}{6}I = \frac{1}{2}I$$

$$I_{cb} = I'_{cb} + I''_{cb} = \frac{1}{6}I + \frac{1}{3}I = \frac{1}{2}I$$

$$R_{ab} = \frac{U_{ab}}{I} = \frac{U_{ac} + U_{cb}}{I} = \frac{I r/2 + I r/2}{I} = r$$

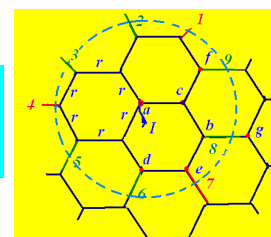


(2) 电流从  $a$  流入，从  $g$  流出，求  $de$  段的电流。

电流  $I$  从  $a$  点流入，以  $a$  为中心画圆，则由对称性(120度旋转对称)，有：

$$\begin{aligned} I_1 &= I_4 = I_7 = I_A \\ I_2 &= I_3 = I_5 = I_6 = I_8 = I_9 = I_B \\ 3I_A + 6I_B &= I \end{aligned}$$

$$I'_{de} = I_{be} = \frac{1}{2}I_7 = \frac{1}{2}I_A$$



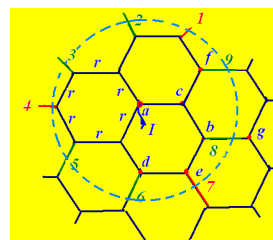
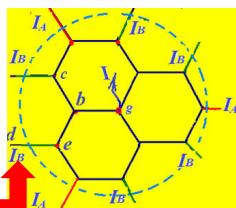
$b, d$  关于  $a$  点对称

电流  $I$  从  $g$  点流出，以  $g$  为中心画圆，则由对称性(120度旋转对称)，

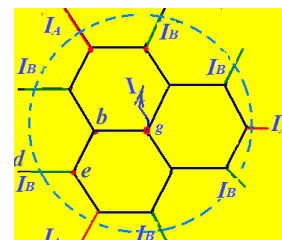
类似地，圆的边界有3个  $I_A$ ，6个  $I_B$

$$I = 3I_A + 6I_B$$

$$I''_{de} = I_B$$



$$I'_{de} = \frac{1}{2}I_A$$



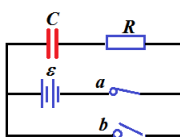
$$I''_{de} = I_B$$

$$I_{de} = I'_{de} + I''_{de} = \frac{1}{2}I_A + I_B = \frac{1}{6}(3I_A + 6I_B) = \frac{1}{6}I$$

### § 3.4.3 电容的充电和放电

#### 1. 电容充电

合上a点开关



$$\frac{q}{C} + IR = \varepsilon \quad \rightarrow \quad \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = \varepsilon$$

初始条件  $q|_{t=0} = 0$

$$q = q_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

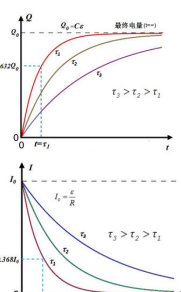
其中  $q_0 = C\varepsilon$

$$\tau = RC$$

$$I_0 = \varepsilon / R$$

$$I = \frac{dq}{dt} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\tau$  为 RC 电路的时间常数



电容充电，得到多少能量？

$$U_R = IR = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_c = \frac{q_0}{C} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$q_0 = C\varepsilon$$

电源做功提供的能量：

$$W_1 = \int_0^\infty I(t) \varepsilon dt = \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{\varepsilon^2 \tau}{R} = C\varepsilon^2$$

电阻消耗的电能

$$W_R = \int_0^\infty I^2(t) R dt = \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = \frac{\varepsilon^2 \tau}{2R} = \frac{C\varepsilon^2}{2}$$

电容充电的能量

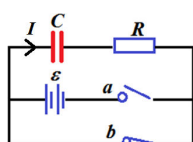
$$W_C = \int_0^\infty I(t) U_c(t) dt = \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\varepsilon^2}{2}$$

电动势恒定情况下，电容充电过程只能获得电源提供电能的一半(获得能量的比例与C的大小无关)，另一半消耗在电路的负载上(消耗能量的多少与R的大小无关)。

44

#### 2. 电容放电

合上b点开关



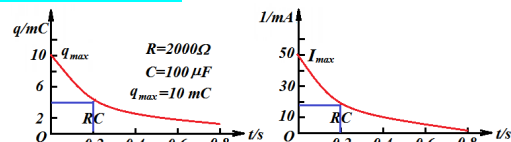
初始条件

$$q|_{t=0} = q_0$$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

负值表示电流与图标定的方向相反



放电过程，电容存储的能量将全部转化为电阻的焦耳热

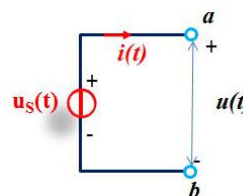
45

### 电压源

理想的电压源是一个理想的二端电路元件，元件的电压与通过的电流无关，即不管外部电路如何，其两端电压总能保持定值或一定时间函数的电源。

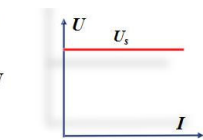
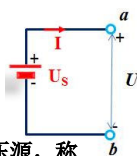
电池的内阻若为0，就是一个理想的电压源。

理想电压源不仅限于直流电压源，交流电源的内阻若为零，则电压也不受电流的影响，也是理想的电压源。



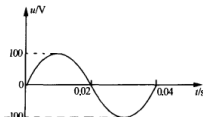
46

电压保持常量的电压源，称为恒定电压源或直流电压源



电压随时间变化的电压源，称为时变电压源。

电压随时间周期性变化、且平均值为0的时变电压源，称为交流电压源。

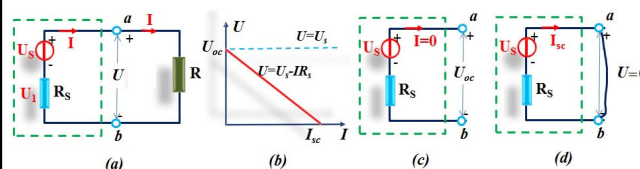


电压源的基本特性：

- (1) 电压是给定的时间函数，与通过的电流无关；
- (2) 电流不是电压源本身决定的，而是与外部电路共同决定的。

47

理想的电压源实际上是不存在的，一般情况下，电源总有一定的内阻 $R_s$ 。接上负载后，其电流通过负载，在内阻上形成电压降落，输出电压 $U$ 就减少，不能保持常数的电压值。



$$U_s = U + IR_s$$

实际电源内阻越小，就越接近理想电压源

电源内阻 $R_s$ 可由实验测出

$$R_s = \frac{U_s - U}{I} = \frac{U_{oc} - U}{I}$$

$U_{oc}$ ：开路电压

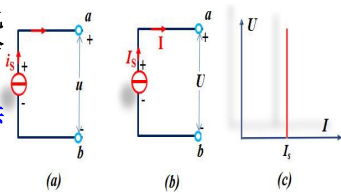
48



## 电流源

电流源是另一种形式的电源，可产生电流，提供给外界电路。

理想电流源向外电路提供一个恒定电流  $I_s$ ，与外电路的电阻大小无关。

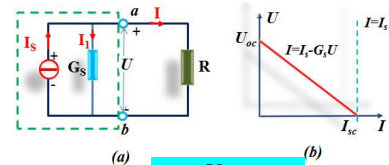


理想电流源的基本性质：

- (1) 电流  $I_s$  是恒值的，与其电压无关；
- (2) 理想电流源的端电压并不能由它本身决定，而是由与之相连的外电路确定的。

49

理想电流源实际上并不存在，实际电流源可看作是一个电流源  $I_s$  与一个电阻  $R_s$  并联。



$$I_s = I + I_1$$

$$I_1 = \frac{U}{R_s} = G_s U$$

$G_s$  是电源内电导

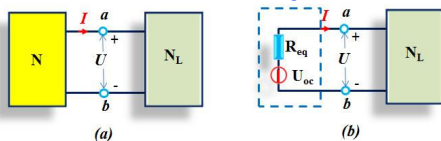
$$I = I_s - G_s U$$

$$G_s = \frac{1}{R_s}$$

50

## 戴维宁定理和诺顿定理

戴维宁定理：任何线性含源电阻网络  $N$  一般可以用一个独立电压源  $U_{oc}$  与一个电阻  $R_{eq}$  的串联组合来等效。



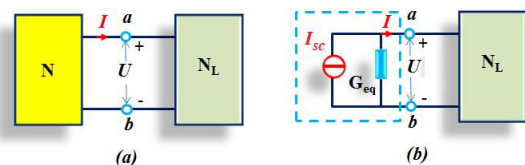
$U_{oc}$  称为开路电压，即  $N$  不接负载时其两个端点的电压；

$R_{eq}$  是原网络的内阻，即将网络  $N$  内的全部独立电源置零后所得的等效电阻。

该定理是1883年法国人戴维宁(L.C. Thevenin)提出的。

51

诺顿定理：任何线性含源电阻网络  $N$  一般可以用一个独立电流源  $I_{sc}$  与一个电导  $G_{eq}$  的并联组合来等效。



$I_{sc}$  是原网络  $N$  的短路电流，即  $N$  的负载  $N_L$  为短路时流过两个端点的电流；

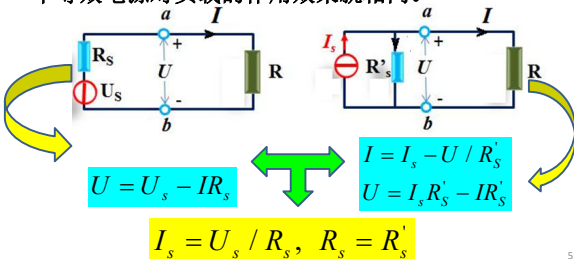
电导  $G_{eq}$  对应的电阻  $R_{eq}$  是原网络的内阻，即将组内的全部独立电源置零后所得的等效电阻。

52

## 电压源与电流源的等效变换

一个实际的电源，就其外部特性而言，既可以看成是一个电压源，也可以看成是一个电流源。

对于负载来说，只要端电压和流过电流不变，则两个等效电源对负载的作用效果就相同。



53

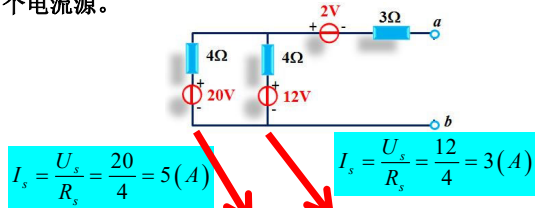
在满足上面的  $I_s$  和  $R_s$  的条件下，两种电源对外电路电阻  $R$  是完全等效的，两种电源互相替换对外电路不发生任何影响。

需要注意的是：

- (1) 等效互换是对外电路而言的，内部电路并不等效；
- (2) 理想电压源和理想电流源之间不能等效变换；
- (3) 等效变换时注意电源的方向，电流源的流向是电压源由负到正的方向。

54

【例80】简化如图所示的电路为一个电压源或一个电流源。

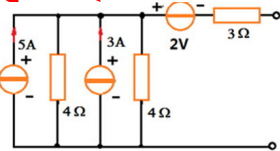


$$I_s = \frac{U_s}{R_s} = \frac{20}{4} = 5(A)$$

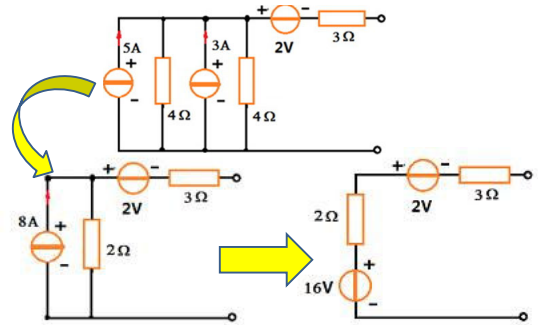
$$I_s = \frac{U_s}{R_s} = \frac{12}{4} = 3(A)$$

【解】利用电压源与电流源之间的等效变换做简化

(1)将左边两个电压源简化成电流源

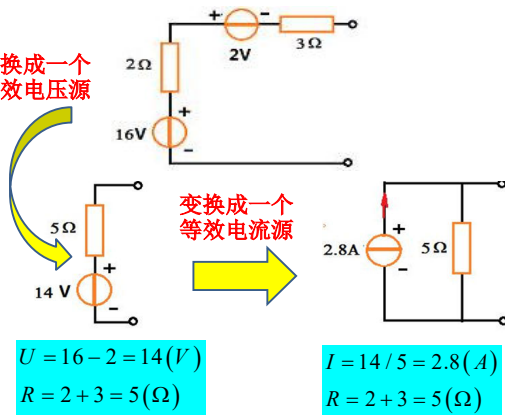


(2)将两个电流源合并成一个电流源



(3)再将电流源等效变换成电压源  $U = I_s R_s = 8 \times 2 = 16(V)$

变换成一个等效电压源



$$U = 16 - 2 = 14(V)$$

$$R = 2 + 3 = 5(\Omega)$$

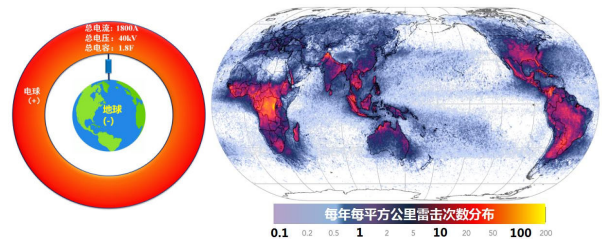
变换成一个等效电流源

$$I = 14 / 5 = 2.8(A)$$

$$R = 2 + 3 = 5(\Omega)$$

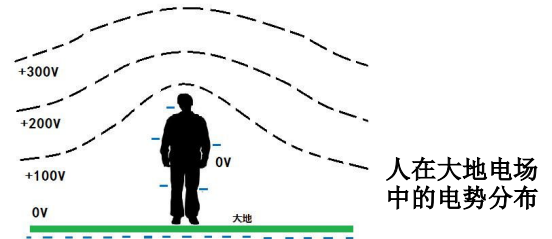
## § 3-5 雷电形成机制与安全用电

### § 3.5.1 雷电形成机制



## 1. 大气电势和电场

- 地球是个巨大的球形电容器，地球约带  $5 \times 10^5 C$  的负电，因此有相同数量的电荷驻留在大气中。
- 大气层顶部与地球约有  $40kV$  的电势差，大气的电导率随高度而增加，到  $60-1000Km$  高空时，大气处于部分电离状态，这个区域通常称为**电离层**。
- 电离层与大地之间的**总电阻约为  $220 \Omega$** ，**总电势差约  $40kV$** ，**球壳之间的总电容约为  $1.8 F$** 。整个大气平均场强为  $6 V/m$ ，地球表面附近，好天气下电场强度约  $100 V/m$ 。

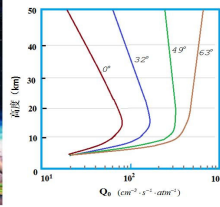


晴朗的天气中，从地面往上升时，电势将每米增加 $100V$ 。  
人从头到脚约有 $170 V$ 的电势差，这个电势差是否会让  
人受到电击？  
不会，因为人是**良导体**，**人体外表面是等势面**。人站在地面，若与地面接触，则人与大地等电势。人穿绝缘鞋，则人体与大地间电容约  $70-200 pF$ ，人体电容充电，在人外表面将感应出少量电荷，人体与大地电势相差无几。

- 大气的这种电场主要是由于**宇宙射线**( $E \sim 10^{20} \text{ eV}$ )和**太阳紫外线**不停的轰击地球的大气层,使**地球表层的大气分子电离**成正离子和电子而形成的。
- 电离作用在地球表面自上而下是逐渐减弱的**。低空只有少数分子被电离,而高空则大部分分子被电离。
- 地球表面的大气在不断地进行着电离和复合反应,处于一种**动态平衡**中。



(a)

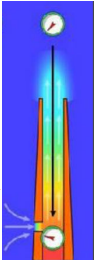


(b)

61

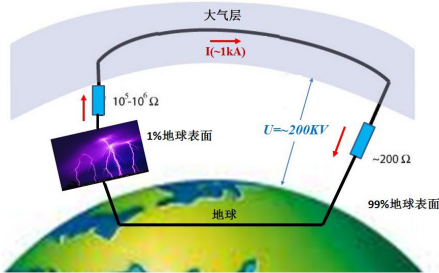
## 2. 大气电流

- 大气漏电电流**: 由于大气电场的存在,大气中的离子和电子在大气中形成一个自上而下的电流。小离子在这个电场中的运动速率约 $1 \text{ cm/s}$ ,较重离子的运动则缓慢得多。**大气漏电电流密度约  $10^{-16} \text{ A/cm}^2$** 。
- 激发电流**: 大气中还存在由于宇宙射线和太阳紫外线电离作用下形成的电子,通过“**烟囱效应**”产生激发电流(被激导电),这种**被激导电电流密度可达  $10^{-6} \sim 10^{-12} \text{ A/cm}^2$** 。
- 虽然大气漏电电流很小,但由于地球的表面积很大,以至于任何时刻从大气流到地面的电流高达 **$1800 \text{ A}$** 。在 **$50 \text{ km}$** 高空与地面的电势差约为 **$4 \times 10^5 \text{ V}$** ,其漏电功率高达 **$7 \times 10^5 \text{ kW}$** 。



62

## 3. 大气电流的电源



大气与地球之间的电流回路之间的总的电流达到 **$1800 \text{ A}$** ,这样一个巨大的电流是靠什么来维持的?正电荷是如何被泵回大气的?即大气与大地之间的电源在哪里?

63

- 维持大气电流流动,并使地球不断地充电是通过**雷雨和闪电**来实现的。雷电将负电荷带到地球,每一次闪电都是一次充电过程,从全球考虑,这种局部的雷雨闪电天气是整个地球与大气之间形成电流回路的电源。

### 雷雨云起电主要机理

- 温差起电机理**: 发生在 $0^\circ \text{C}$ 层高度以上,由于冰晶各部的温度差使正负离子浓度不均衡,冰晶破裂时造成一部分带正电,一部分带负电;
- 感应起电机理**: 大气电场线自上而下,悬浮在大气中的冰晶、水滴等被大气电场极化,上部带负电、下部带正电,在由于重力作用下落过程中,下部先与其他水滴和冰晶碰撞,弹出带正电的更小的水滴,被上升气流卷到雷雨云上部,其结果是进一步加强了局部大气电场;
- 水滴破裂起电机理**: 水滴在运动中破裂使得雷雨云带电。

64

- 阳光照射地面时,金属矿物质表面逸出光电子,产生**光电效应**。逸出光电子的动能随太阳光的频率的增加而增加,逸出光电子的数量与太阳光强度成正比。
- 绿色植物的**光合作用**也会释放一些电子到大气中。
- 光电效应和光合作用产生的光电子,在大气电场的作用下由地表向上运动,给各个高度的大气补充电子,从而使大气电流始终保持在一个相对稳定的水平。
- 此外**降水电流**和**尖端放电**也对大气电流的维持有贡献。

65

## § 3.5.2 安全用电

人的皮肤是很好的绝缘体,  $1 \text{ cm}^2$ 干燥的皮肤与导体接触,其电阻可达 $10^5 \Omega$ 。

但实际上这个阻值与皮肤**厚度**、**湿度**、**温度**、**电压**等因素有关,因人而异。

人体两手之间总电阻(%表示人群比例) 单位:  $\Omega$

电压	5%	50%	95%
25	1750	3250	6100
100	1200	1875	3200
220	1000	1350	2125
1000	700	1050	1500

66

电流在人体内持续  $I_s$  所引起的生物反应

电流 (mA)	生物效应	电压(V)	
		人体电阻为 $10^3\Omega$ 时	人体电阻 为 $10^5\Omega$ 时
1	感觉阈值, 刺痛的感觉	100	1
5	可承受的最大电流	500	5
10~20	开始持续肌肉收缩("不能放手")	1000~2000	10~20
100~300	致命的心室颤动, 如果继续, 呼吸 功能的衰竭	10000	100
6000	持续性心室收缩, 呼吸麻痹和灼伤	600000	6000

电击或触电的主要因素有: (1)总电流; (2)电流进入人体的路径; (3)持续的时间; (4)交流电的频率。

67

问 题

- 1. 纳米材料的电阻率研究。
- 2. 核电池及其制造。
- 3. 欧姆定律的失效问题再讨论。
- 4. 对称性网络原理与设计
- 5. 能量最小原理与基尔霍夫定律

68

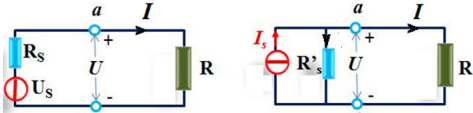
本节课主要内容

基尔霍夫第一方程  $\sum_i I_i = 0$

基尔霍夫第二方程  $\sum U = \sum (\pm \varepsilon \pm Ir \pm IR) = 0$

理想电压源与内阻串联

实际电源 = 理想电压源与内阻串联 or 理想电流源与内阻并联



$I_s = U_s / R_s, R_s = R'_s$

69

作 业 3.18, 3.21, 3.24, 3.28

Thank you!

70