13. a.

$$\begin{bmatrix} 0 & 42 & 33 & 52 & 29 \\ 42 & 0 & 26 & 38 & 49 \\ 33 & 26 & 0 & 34 & 27 \\ 52 & 28 & 34 & 0 & 35 \\ 29 & 49 & 27 & 35 & 0 \end{bmatrix}$$

用分支与界法求旅行商问题的解.

所以最优解为 $d(8)=161$

a_{ij}:	a_{23}	a_{35}	a_{51}	a_{13}	a_{34}	a_{45}	a_{24}	a_{21}	a_{25}	a_{14}
d_{ij}:	26	27	29	33	34	35	38	42	49	52

$d(s_1)=d(1)=d(a_{23}, a_{35}, a_{51}, a_{13}, a_{34})=149$

V_3 出现了三次，故非所求，且之后的课程中，V_3 都出现三次，故退栈.

$d(2)=d(a_{23}, a_{35}, a_{51}, a_{34}, a_{45})$ V_3 出现三次，之后都非H回路，退栈

$d(3)=d(a_{23}, a_{35}, a_{51}, a_{45}, a_{24})$ V_5 (11) (11)

$d(4)=d(a_{23}, a_{35}, a_{51}, a_{24}, a_{21})$ V_2 (11)

$d(5)=d(a_{23}, a_{35}, a_{51}, a_{24}, a_{14}) = 172$，$d(0)=d(5)=172$，之后置换都大于 $d(5)$ 退栈

$d(6)=d(a_{23}, a_{35}, a_{13}, a_{45}, a_{25})$ V_5 出现三次，之后都非H回路，退栈

$d(7)=d(a_{23}, a_{35}, a_{34}, a_{45}, a_{24})$ V_3 (V)

$d(8)=d(a_{23}, a_{35}, a_{45}, a_{24}, a_{21})$ V_2 (11) $(\overline{a_{35}})$

$d(9)=d(a_{23}, a_{51}, a_{13}, a_{34}, a_{45})$ V_3 (11)

$d(10)=d(a_{23}, a_{51}, a_{13}, a_{45}, a_{24})=161<d(0)$ $\therefore d(0)=d(10)=161$

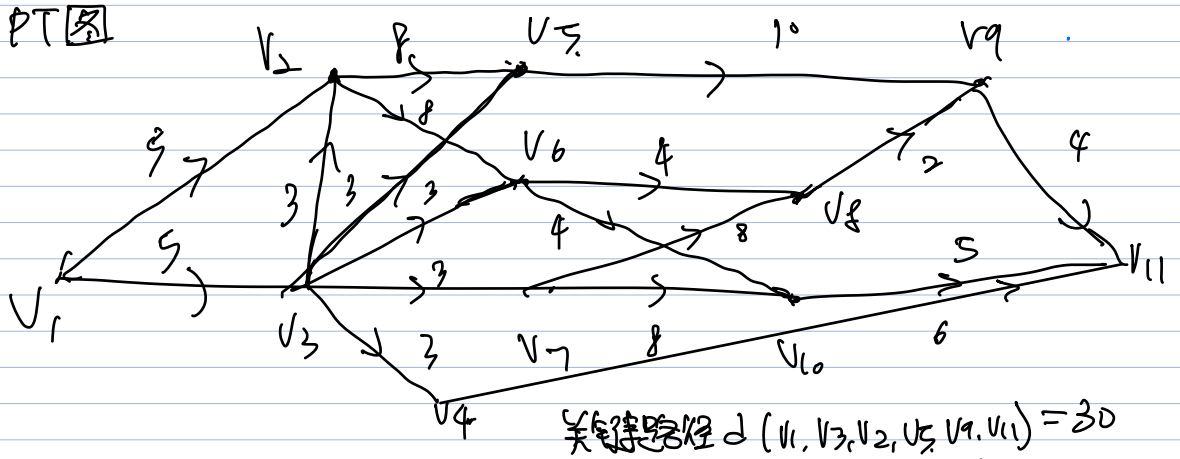
之后都比 $d(10)$ 大 ∴ 退栈 $\overline{a_{23}}$

$d(11)=d(a_{35}, a_{51}, a_{13}, a_{34}, a_{45})$ 非H回路. $\overline{a_{34}}$

$d(12)=d(a_{35}, a_{51}, a_{13}, a_{45}, a_{24})$ 非回路，且之后都比 $d(10)$ 大，终止计算

17. 一项工程，其各工序所需时间与约束关系如下表，试用(a)：PT 图与(b)：PERT 图求其关键路径。并求工序 3,5,10 的允许延误时间如表：

(a) PT图



关键路径 $d(V_1, V_3, V_2, V_5, V_9, V_{11}) = 30$

$\pi(V_1)=0$, $\pi(V_2)=8$, $\pi(V_3)=5$, $\pi(V_4)=8$, $\pi(V_5)=16$, $\pi(V_6)=16$

$\pi(V_7)=8$, $\pi(V_{10})=20$, $\pi(V_8)=20$, $\pi(V_9)=26$, $\pi(V_{11})=30$

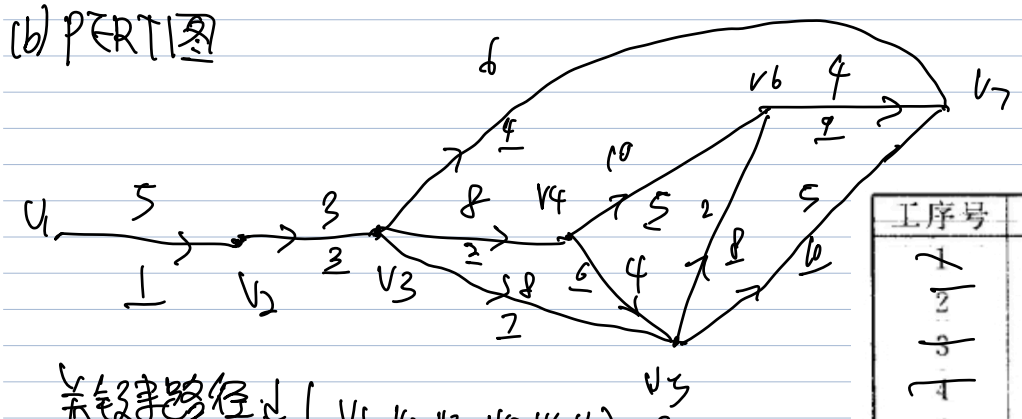
设工序 3, 5, 10 的允许延误时间为 $t(V_3)$, $t(V_5)$, $t(V_{10})$

则 $\tau(V_3)=\pi(11)-\pi(3,11)=30-25=5$, $t(V_3)=\tau(V_3)-\pi(V_3)=0$

$\tau(V_5)=\pi(11)-\pi(5,11)=30-14=16$, $t(V_5)=\tau(V_5)-\pi(V_5)=0$

$\tau(V_{10})=\pi(11)-\pi(10,11)=30-5=25$, $t(V_{10})=\tau(V_5)-\pi(V_{10})=5$

(b) PERT图



工序号	时间	前序工序
~~1~~	5	
~~2~~	8	1,3
~~3~~	3	1
~~4~~	6	3
~~5~~	10	2,3
~~6~~	4	2,3
~~7~~	8	3
8	2	6,7
9	4	5,8
10	5	6,7

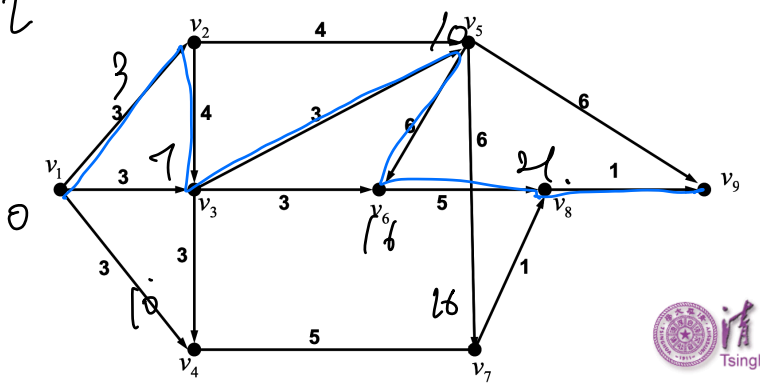
关键路径 $d(V_1, V_2, V_3, V_4, V_6, V_7) = 30$

∵ $3=(V_2, V_3)$ ∴ $t(3)=0$

$5=(V_4, V_6)$, ∴ $t(5)=0$

$t(10) = \tau(V_7) - \pi(V_5) - w(V_5, V_7) = 30 - 20 - 5 = 5$

练习题：求下图中各顶点的最早完成时间、最晚完成时间、缓冲时间，并求关键路径。



① $\pi(v_1)=0$, $\pi(v_2)=3$, $\pi(v_3)=7$, $\pi(v_4)=10$

$\pi(v_5)=10$, $\pi(v_6)=16$, $\pi(v_7)=16$, $\pi(v_8)=21$, $\pi(v_9)=22$

② $\tau(v_9)=\pi(v_9)=22$, $\tau(v_8)=\pi(v_9)-\pi(v_8,v_9)=22-1=21$

$\tau(v_7)=\pi(v_9)-\pi(v_7,v_9)=22-2=20$ $\tau(v_6)=22-6=16$

$\tau(v_5)=22-12=10$, $\tau(v_4)=22-7=15$, $\tau(v_3)=22-15=7$

$\tau(v_2)=22-19=3$, $\tau(v_1)=22-22=0$

③ $t(v_9)=22-22=0$, $t(v_8)=21-21=0$, $t(v_7)=20-16=4$

$t(v_6)=16-16=0$, $t(v_5)=10-10=0$, $t(v_4)=15-10=5$

$t(v_3)=7-7=0$, $t(v_2)=3-3=0$, $t(v_1)=0-0=0$

④ $(v_1,v_2,v_3,v_5,v_6,v_8,v_9)=22$

第1章第6题页 RAMSEY数

证：6人中若至少有3人互相认识，则至少有3人互相不认识

证：6人中有某人A认识的人要么≥ 3人，要么≤ 3人
①　②

第①种情况下，

A认识的人	A不认识的人	
B. C, D+α	E, F − α	$(2 \geq \lvert\alpha\rvert \geq 0)$

其中，在B、C、D三人中若至少有两人互相认识，则 条件成立

若没有人互相认识，则 B、C、D 互相不认识 条件亦成立

第②种情况下，

A认识的人	A不认识的人	
B, C − α	D, E, F +α	$(2 \geq \lvert\alpha\rvert \geq 0)$

同理 D、E、F 要么互相认识，要么加上A有3人互相不认识

再看原题，6人中有某人A认识的人 要么≥ 3人 ① 要么≤ 3人 ②

A不认识　A认识

① − (1)　B. C. D　/　E. F. G. H. I

把人看作结点，互相认识的人之间用无向边连接，那么由图的性质，该图中度为奇数的结点必为偶数个 ⇒ 至少有一人不属于这种情况，故能排除。

① − (2)　B, C　−α / D, E, F, G, H, I　+α

由上面证明 D, E, F, G, H, I 中要么有3人互不认识，条件成立；要么有3人互相认识，加上A有4人互相认识。

② ⇒ 不认识的人至少有4人。

A不认识　A认识

B. C. D. E +α / F. G. H. I　−α　$(4 \geq \lvert\alpha\rvert \geq 0)$

(1)　B. C. D. E 中有2人不认识 ⇒ 3人互相不认识

(2)　(1)　无人不认识 ⇒ 4人互相认识（或任4人多）