1. 유체 역학
(Fluid Mechanics)

1 압 력
2 깊이에 따른 압력의 변화
3 압력의 측정
4 부력과 아르키메데스의 원리
5 유체 동역학
6 베르누이 방정식
7 유체 동역학의 응용

- ## Fluids

  A fluid is a collection of molecules that are randomly arranged and held together by weak cohesive forces and by forces exerted by the walls of a container.

  Both liquids and gases are fluids.

- ## Statics and Dynamics with Fluids

  Fluid Statics

  - Describes fluids at rest

  Fluid Dynamics

  - Describes fluids in motion

  The principles that have already been discussed will also apply to fluids.

- ## Forces in Fluids

  Fluids do not sustain shearing stresses or tensile stresses.

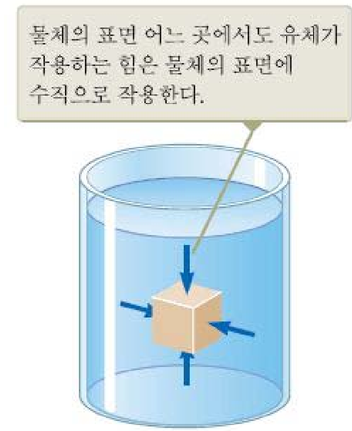
  The only stress that can be exerted on an object submerged in a static fluid is one that tends to compress the object from all sides.

  The force exerted by a static fluid on an object is always perpendicular to the surfaces of the object.

1 압력
(Pressure)

유체(fluid)는 약한 응집력과 용기 벽에 의해 작용하는 힘으로 결합된 무질서한 분자들의 집합이다. 액체와 기체는 모두 유체이다.

유체가 물체에 가하는 힘은 항상 물체의 표면에 수직이다.



$$P \equiv \frac{F}{A}$$

Unit of pressure is **pascal** (Pa)

스칼라

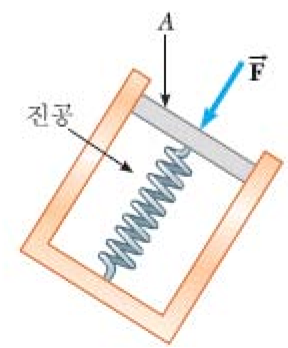
단위: N/m^2 = Pa

✓ Pressure vs. Force

Pressure is a scalar and force is a vector.
The direction of the force producing a pressure is perpendicular to the area of interest.

만일 압력이 면 위의 위치에 따라 다르다면, 면적 요소 (또는 작은 면적) dA에 작용하는 미소 힘 dF 는 다음과 같이 주어진다.

$$dF = P\,dA$$



✓ Measuring Pressure

The spring is calibrated by a known force.
The force due to the fluid presses on the top of the piston and compresses the spring.
The force the fluid exerts on the piston is then measured.

2 깊이에 따른 압력의 변화
(Variation of Pressure with Depth)

밀도가 ρ인 정지한 액체를 생각해 보자.

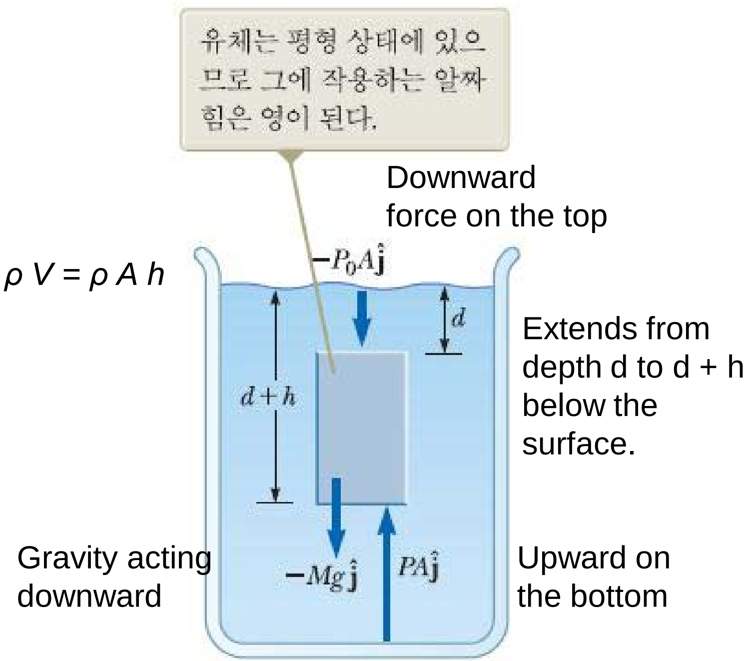
ρ는 유체 내부에서 일정한 값이라고 가정하자.

$$\sum \mathbf{F} = PA\hat{\mathbf{j}} - P_0 A\hat{\mathbf{j}} - Mg\hat{\mathbf{j}} = 0$$

$M = \rho V = \rho A h$

$$PA - P_0 A - \rho A h g = 0$$

$$\boxed{\therefore P = P_0 + \rho g h}$$



a cross-sectional area A

P_0 is atmospheric pressure

$$P_0 = 1.00\,\text{atm} = 1.013 \times 10^5\,\text{Pa}$$

1 atm = 1.013×10^5 Pa = 1013 mbar
= 760 mmHg = 760 Torr
= 10.3 m의 물기둥의 압력

$$\rho = \frac{m}{V(T)}$$

✓ Density Notes

Density is defined as the mass per unit volume of the substance.
The values of density for a substance vary slightly with temperature since volume is temperature dependent.
The various densities indicate the average molecular spacing in a gas is much greater than that in a solid or liquid.

Density Table

TABLE 14.1 *Densities of Some Common Substances at Standard Temperature (0°C) and Pressure (Atmospheric)*

Substance	ρ (kg/m^3)	Substance	ρ (kg/m^3)
Air	1.29	Iron	7.86×10^3
Air (at 20°C and atmospheric pressure)	1.20	Lead	11.3×10^3
		Mercury	13.6×10^3
Aluminum	2.70×10^3	Nitrogen gas	1.25
Benzene	0.879×10^3	Oak	0.710×10^3
Brass	8.4×10^3	Osmium	22.6×10^3
Copper	8.92×10^3	Oxygen gas	1.43
Ethyl alcohol	0.806×10^3	Pine	0.373×10^3
Fresh water	1.00×10^3	Platinum	21.4×10^3
Glycerin	1.26×10^3	Seawater	1.03×10^3
Gold	19.3×10^3	Silver	10.5×10^3
Helium gas	1.79×10^{-1}	Tin	7.30×10^3
Hydrogen gas	8.99×10^{-2}	Uranium	19.1×10^3
Ice	0.917×10^3		

♠파스칼의 법칙 (Pascal's law)

유체에 작용하는 압력의 변화는 유체 내의 각 점과 용기의 벽에 똑같이 전달된다.

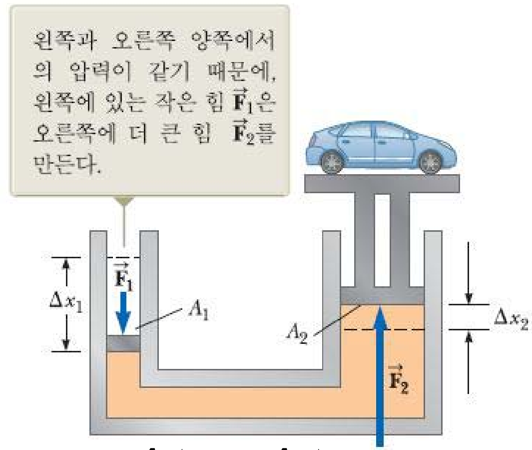
Pascal's Law $\quad P_1 = P_2\ , \quad \dfrac{F_1}{A_1} = \dfrac{F_2}{A_2}$

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2$$

Work → Conservation of Energy

$$F_1 \Delta x_1 = F_2 \Delta x_2$$

$$A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2$$



$$A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2$$

a

Sam Jordash/Digital Vision/Getty Images

b

예제 14.2 Car lifts (자동차 리프트)

자동차 리프트의 경우, 압축된 공기를 사용하여 반지름이 5.00cm인 원형의 작은 피스톤에 힘을 가한다. 이 압력은 액체를 통해 반지름이 15.0 cm인 피스톤으로 전달된다. 13,300N의 무게를 가진 자동차를 들어올리기 위해서는 압축된 공기가 얼마의 힘을 가하여야 하는가? 이 힘을 얻기 위해서는 공기의 압력을 얼마로 하여야 하는가?

풀이

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2 = \frac{\pi (5.00\times10^{-2}\,\mathrm{m})^2}{\pi (15.0\times10^{-2}\,\mathrm{m})^2}(1.33\times10^4\,\mathrm{N}) = 1.48\times10^3\,\mathrm{N}$$

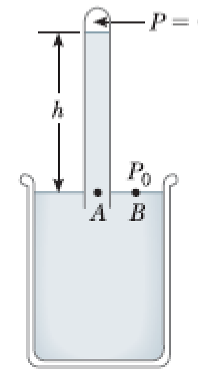
$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.48\times10^3\,\mathrm{N}}{\pi (5.00\times10^{-2}\,\mathrm{m})^2} = 1.88\times10^5\,\mathrm{Pa}$$

3 압력의 측정
(Pressure Measurements)

A점에 가해지는 유체의 압력이 B점에서 대기의 압력과 같다.

$$P_0 = \rho_{Hg} g h$$

$$\rightarrow h = \frac{P_0}{\rho_{Hg} g} = \frac{1.013\times10^5\,\mathrm{Pa}}{(13.6\times10^3\,\mathrm{kg/m^3})(9.80\,\mathrm{m/s^2})} = 0.760\mathrm{m}$$

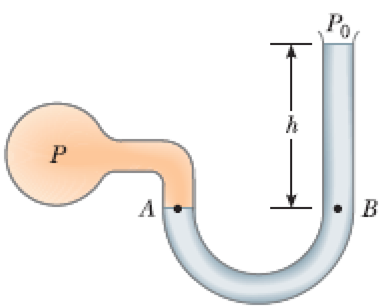


(a)

1기압은 0°C에서 수은 기둥의 높이가 정확히 0.7600m에 해당하는 압력으로 정의한다.

$$P - P_0 = \rho g h$$

P-P_0: 계기압력
P : 절대압력



(b)

4 부력과 아르키메데스의 원리
(Buoyant Forces and Archimedes's Principle)

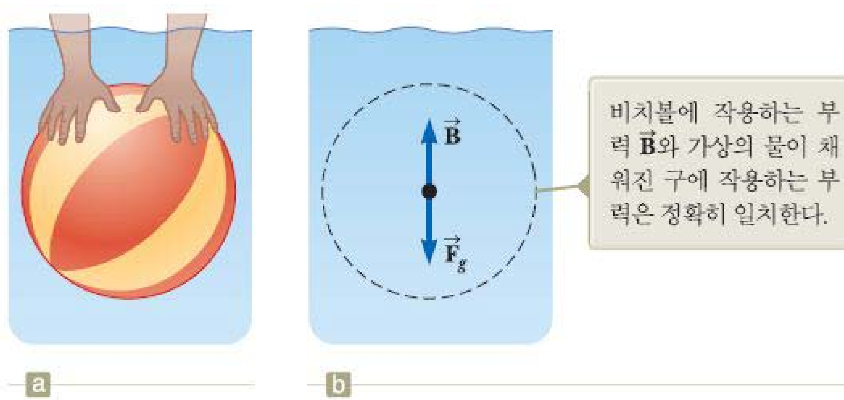
♠아르키메데스의 원리: 어떤 물체에 작용하는 부력은 그 물체에 의해 밀려난 유체의 무게와 같다.

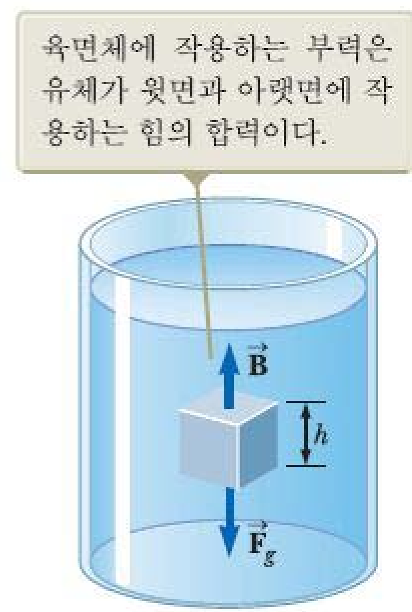
$$B = (P_{\text{bot}} - P_{\text{top}})A = (\rho_{\text{fluid}} gh)A$$

$$\boxed{\therefore B = \rho_{\text{fluid}} g V_{disp}}$$

$$\therefore B = Mg$$

아르키메데스
Archimedes ; BC 287~212
그리스 수학자, 물리학자, 공학자





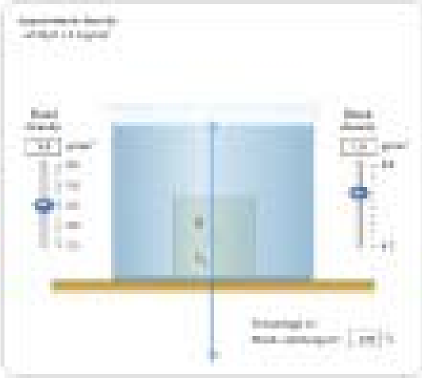
Active Figures

14.9: Buoyant Force for Different Object Densities

A totally submerged object that is less dense than the fluid in which it is submerged experiences a net upward force. A totally submerged object that is denser than the fluid experiences a net downward force and sinks.

14.10: Buoyant Force for Different Object and Fluid Densities

An object floating in a fluid experiences two forces, as shown here: the gravitational force and the buoyant force.



경우 1. 완전히 잠긴 물체

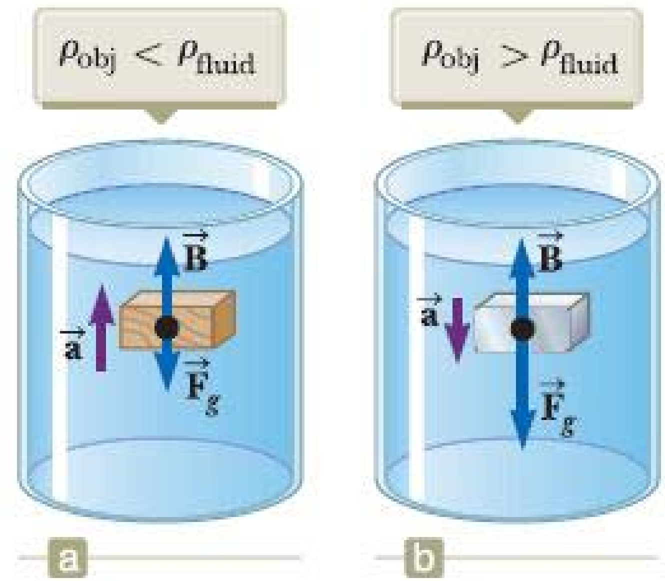
$$B = \rho_{fluid} g V_{obj}$$ 부력

$$F_g = Mg = \rho_{obj} g V_{obj}$$ 물체의 무게

$$B - F_g = (\rho_{fluid} - \rho_{obj}) g V_{obj}$$ 알짜 힘

$\rho_{obj} \prec \rho_{fluid}$ 위로

$\rho_{obj} \succ \rho_{fluid}$ 아래로



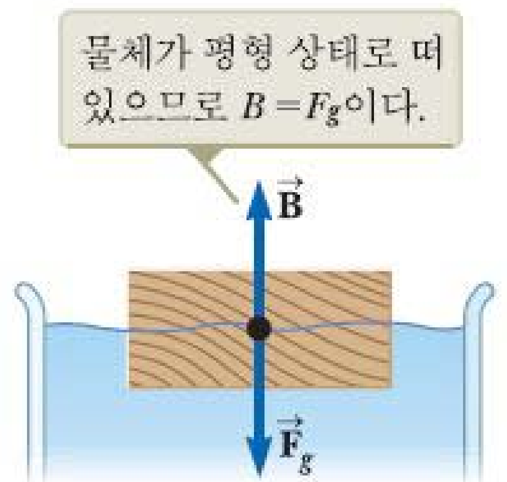
경우 2. 떠 있는 물체

$$B = \rho_{fluid} g V_{disp}$$ 부력

$$F_g = Mg = \rho_{obj} g V_{obj}$$ 물체의 무게

$$B = F_g$$

$$\rho_{fluid} g V_{disp} = \rho_{obj} g V_{obj}, \quad \frac{V_{disp}}{V_{obj}} = \frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}}$$



예제 14.4 유레카(Eureka!)

왕이 아르키메데스에게 왕관이 순금인지를 물었다. 그는 이 문제를 풀기 위해 왕관의 무게를 공기 중과 물 속에서 측정했다. 이때 공기 중에서는 7.84N이었고, 물 속에서는 6.84N이었다고 하자. 아르키메데스는 왕에게 어떻게 대답했을까?

풀이

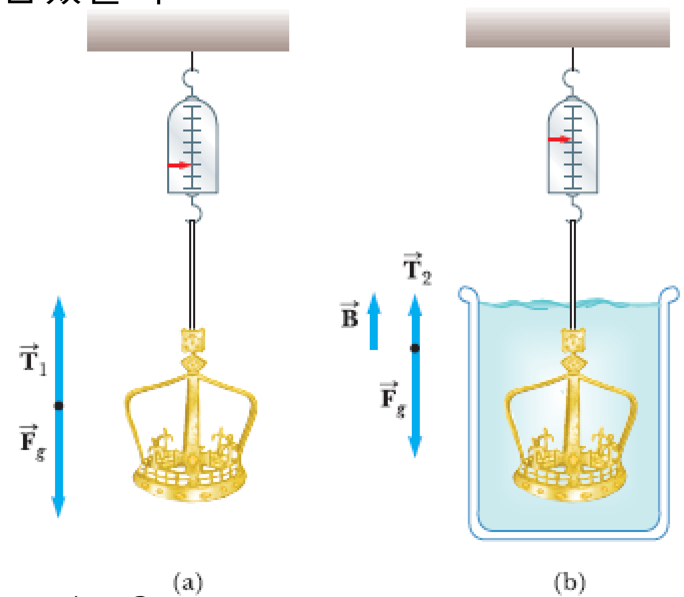
$$\sum F = B + T_2 - F_g = 0$$

$$B = F_g - T_2$$

$$= 7.84\text{N} - 6.84\text{N} = 1.00\text{N}$$

$$V_c = V_w = \frac{1.00\text{N}}{\rho_w g}$$

$$= \frac{1.00\text{N}}{(1000\text{kg/m}^3)(9.80\text{m/s}^2)} = 1.02\times10^{-4}\text{m}^3$$



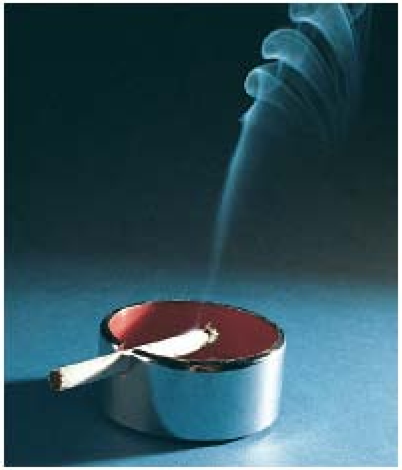
$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{m_c g}{V_c g} = \frac{7.84\text{N}}{(1.02\times10^{-4}\text{m}^3)(9.80\text{m/s}^2)} = 7.84\times10^3\text{kg/m}^3$$

금의 밀도: $19.3\text{x}10^3$ kg/m^3

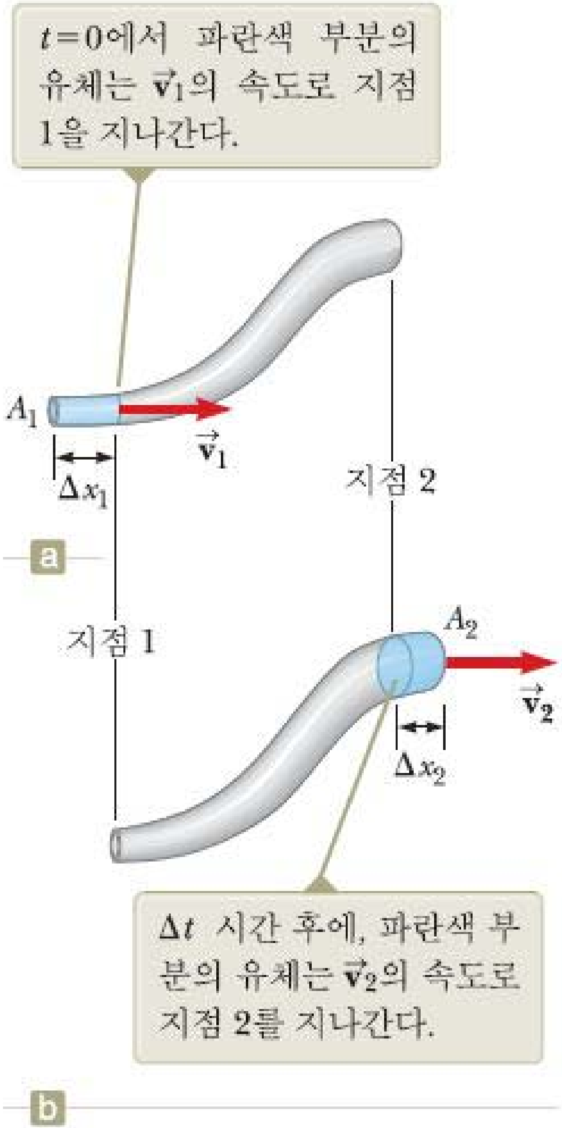
5 유체 동역학
(Fluid Dynamics)

층 흐름(laminar flow) 또는 유선형 흐름(streamline):
한 특정한 점을 지난 모든 입자가 실제로 이전에 이 점을 지난 입자들의 궤적을 따라 연속적으로 움직이는 경우.

난류(turbulent) : 맴돌이나 소용돌이가 발생하는 유체의 운동.



이상 유체(ideal fluid)
1. 비점성 유체: 내부 마찰력을 무시한다.
물체는 점성력을 받지 않고 유체를 통과한다.
2. 정상류(steady): 한 지점을 통과하는 모든 입자들의 속도가 같다.
3. 비압축성(incompressible): 유체의 밀도는 항상 일정하게 유지된다고 가정한다.
4. 비회전성 흐름(irrotational): 유체가 어느 한 점에 대해서도 각운동량을 갖고 있지 않다면 유체의 흐름은 비회전성이다.



$$m_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t$$

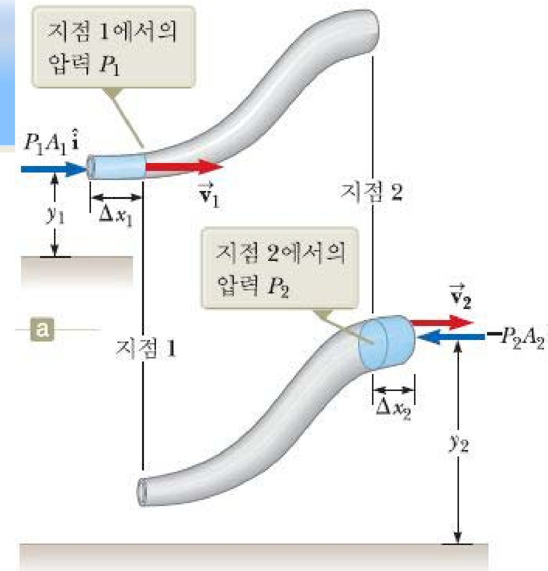
$$m_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$$

유체가 비압축성이고 흐름이 정상류이기 때문에, 시간 *t* 동안 단면적 A_1을 통과한 유체의 질량과 단면적 A_2를 통과한 유체의 질량은 같다.

$\therefore A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{일정}$ (유체의 연속 방정식)

부피 선속 또는 흐름률(m^3/s)

6 베르누이 방정식
(Bernoulli's Equation)



$$
\begin{aligned}
W &= W_1 + W_2 \\
&= F_1\Delta x_1 - F_2\Delta x_2 \\
&= P_1A_1\Delta x_1 - P_2A_2\Delta x_2 \\
&= P_1V - P_2V = (P_1 - P_2)V
\end{aligned}
$$

$$\Delta K = \left(\tfrac{1}{2}mv_2^2 + K_{gray}\right) - \left(\tfrac{1}{2}mv_1^2 + K_{\text{gray}}\right) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Delta U = \left(mgy_2 + U_{gray}\right) - \left(mgy_1 + U_{gray}\right) = mgy_2 - mgy_1$$

$W = \Delta K + \Delta U$ 이므로

$$(P_1 - P_2)V = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1$$

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_2 - \rho gy_1$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$\therefore P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{일정}$$

베르누이 방정식(Bernoulli's equation)

유체가 정지해 있을 때는

$$P_1 - P_2 = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

베르누이 방정식은 비압축성 유체에 대해서 성립하지만,
속력과 압력 사이의 관계는 기체에 대해서도 성립한다.
즉, 속력이 커질수록 압력이 감소한다.
비행기 날개의 양력은 날개 윗면과 아래면에서의 공기 속력 차이로 인해 발행하는 힘이다.

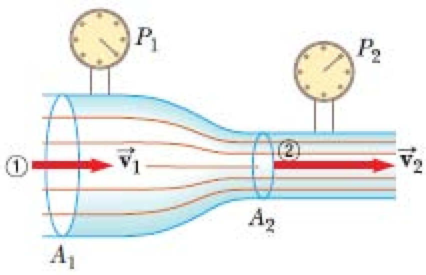
예제 14.7 벤투리관(The Venturi Tube)

한쪽 끝이 좁은 관을 벤투리관이라 하며, 비압축성 유체의 속력을 측정하는 데 사용한다. 압력차 $P_1 - P_2$가 주어질 때 점 2에서의 속력을 구하라.

풀이

$$(1)\quad P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$



(a)


(b)

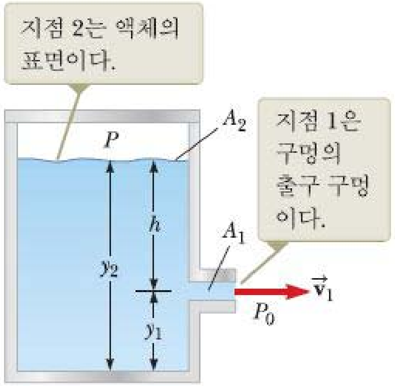
베르누이 방정식에 대입하면

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 v_2^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2 = A_1\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

예제 14.8 토리첼리의 법칙

밀도가 t인 액체가 담긴 통의 한 면에 작은 구멍이 바닥으로부터 y_1인 곳에 나 있다. 구멍의 지름은 통의 지름에 비하여 매우 작다. 액체 위의 공기의 압력은 P로 일정하게 유지된다. 액체면이 구멍으로부터 h의 높이일 때, 이 구멍을 통하여 흘러나오는 액체의 속력을 구하라.



풀이

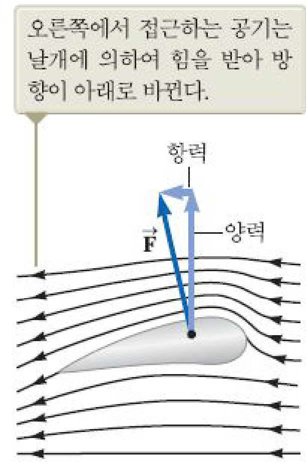
$$P_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P-P_0)}{\rho} + 2gh}$$

압력 P가 P_0보다 매우 크다면 $2gh$항을 무시할 수 있으므로 유출 속력은 P에만 의존한다.

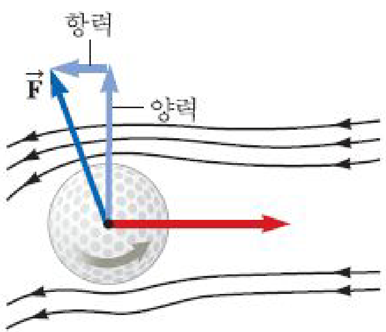
통의 뚜껑이 없이 대기와 접하고 있다면, $P= P_0$이고 $v_1=(2gh)^{1/2}$ 이다. 즉, 뚜껑이 없는 통에 담겨있는 액체가 액체 표면으로부터 h만큼의 아래쪽에 위치한 구멍을 통해 나오는 경우 유출 속력은 높이 h에서 자유 낙하하는 물체의 속력과 같다.
이것을 토리첼리의 법칙(Torricelli’s law)이라 한다.

7 유체 동역학의 응용
(Other Applications of Fluid Dynamics)



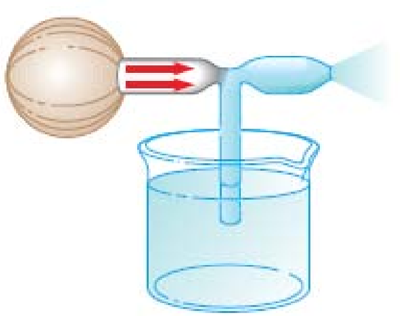
양력은 비행기의 속력, 날개의 면적 및 곡률, 날개의 수평각 등 여러 가지 변수에 의존한다. 날개의 곡률은 베르누이 효과에 의해 날개 위쪽의 압력이 날개 아래쪽의 압력보다 낮게 만들어 준다.

이러한 압력차로도 양력을 설명할 수 있다. 날개의 각이 증가하면 날개 위에 난류가 발생하여 양력을 감소시킨다.



골프공을 클럽으로 쳤을 때 클럽의 경사면 때문에 공은 빠른 역회전을 하게 된다. 골프공의 표면에는 작은 홈들이 있는데 이것 때문에 공기에 대한 마찰력이 증가되어 표면에 공기를
밀착시키는 효과를 준다.

공에 밀착된 공기는 아래 방향으로 편향되어 흐른다. 이때 골프공이 공기를 아래로 밀어주기 때문에 공기는 골프공을 위로 밀어주게 된다. 골프공에 홈이 없으면 저항은 작아지고 골프공은 멀리 날아갈 수 없게 된다.



회전운동에너지 => 위치에너지: 오래 떠있게 된다!