

1 52 枚からランダムに 1 枚引くとき，根元事象は

「ハートの A」...「ハートの K」
「ダイヤの A」...「ダイヤの K」
「クラブの A」...「クラブの K」
「スペードの A」...「スペードの K」

の 52 通りあり，これらは同様に確からしい．そのうち
カードの数字が 2 である事象 A は 4 通りなので，求める
確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

カードの数字が 8 以下である事象 B は $8 \times 4 = 32$ 通り
なので，求める確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{32}{52} = \frac{8}{13}$$

ハートの絵札である事象 C はハートかつ J, Q, K のと
きの 3 通りなので，求める確率 $P(C)$ は

$$P(C) = \frac{3}{52}$$

2 (1) 4 枚の硬貨を区別して考える．これらを投げる
とき，起こり得るすべての事象は 2^4 通りあり，同
様に確からしい．このうち，4 枚とも表である事
象は 1 通り．したがって求める確率 P は

$$P = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

(2) 1 枚だけ表である事象は 4 枚から 1 枚だけ表を
選ぶ事象と等しいので ${}_4C_1 = 4$ 通り．したがって
求める確率 P は

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

3 2 人がジャンケンをするときの起こり得るすべ
ての事象は 3^2 通りあり，同様に確からしい．A が負け
る出し方を (A の事象, B の事象) で表すとすると
(グー, パー), (チョキ, グー), (パー, チョキ)
の 3 通り．したがって求める確率 P は

$$P = \frac{3}{3^2} = \frac{1}{3}$$

4 (1) 2 個のさいころを区別して考える．これらを投
げるとき，起こり得るすべての事象は 6^2 通りあ
り，同様に確からしい．出る目の差が 4 となる事
象は，(1 つ目のさいころの目, 2 つ目のさいころ
の目) とすると

(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)

の 4 通り．したがって求める確率 P は

$$P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) 出る目の和が 10 となる事象は，

(4, 6), (5, 5), (6, 4)

の 3 通り．したがって求める確率 P は

$$P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

5 (1) 白玉 5 個，黒玉 3 個の計 8 個の玉から 4 個を選
ぶ事象は， ${}_8C_4 = 70$ 通り．そのうち，すべて白
玉である事象は，白玉 5 個から 4 個選ぶ事象な
ので ${}_5C_4 = 5$ 通り．したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_5C_4}{{}_8C_4} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$$

(2) 白玉が 1 個だけ含まれる事象は，白玉 5 個から
1 個，黒玉 3 個から 3 個選ぶ事象なので，

$${}_5C_1 \times {}_3C_3 = 5 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_5C_1 \times {}_3C_3}{{}_8C_4} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$$

(3) 白玉が 2 個だけ含まれる事象は，白玉 5 個から
2 個，黒玉 3 個から 2 個選ぶ事象なので，

$${}_5C_2 \times {}_3C_2 = 30 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_5C_2 \times {}_3C_2}{{}_8C_4} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

6 (1) 8 枚のカードから 3 枚のカードを取り出すとき，
起こり得るすべての事象は， ${}_8P_3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ 通り．
800 以上の奇数ができる事象は，百の位を 8，一の
位は 1, 3, 5, 7 の奇数のうちから 1 つを選び，十
の位は残りの 6 枚から 1 枚を選ぶ事象を考えれば
よいので，

$$1 \times {}_4C_1 \times {}_6C_1 = 24 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{1 \times {}_4C_1 \times {}_6C_1}{{}_8P_3} = \frac{24}{336} = \frac{1}{14}$$

- (2) 200 以下の奇数ができる事象は、百の位に 1、一の位に 3, 5, 7 のうちから 1 枚、十の位は残りの 6 枚から 1 枚を選ぶ事象を考えればよいので、

$$1 \times {}_3C_1 \times {}_6C_1 = 18 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{1 \times {}_3C_1 \times {}_6C_1}{{}_8P_3} = \frac{18}{336} = \frac{3}{56}$$

- 7 起こり得るすべての事象は 6^4 通り、

4 個のさいころのうち、3 個の同じ目、1 個の異なる目となるのは、 ${}_6P_2 = 30$ 通り。(3 個の同じ目のかたまりと 1 個の異なる目のかたまりで考える)

3 個同じとなる並び方は ${}_4C_3 = 4$ 通り。よって $4 \times 30 = 120$ 通りなので、求める確率 P は

$$P = \frac{120}{6^4} = \frac{120}{1296} = \frac{5}{54}$$

- 8 コインを投げた回数に対する表か出た回数の割合は、 $\frac{4623}{10000}$ 。試行回数が十分に大きく、表が出る確率 P はこの値に近づくと考えられるので、

$$P = \frac{4623}{10000} \approx 0.46$$

- 9 (1) $A \cap B$

大きいさいころの目が奇数かつ出る目の和が偶数である事象なので

$$\text{奇数} + \text{奇数} = \text{偶数}$$

より、小さいさいころの目も奇数。

したがって、大きいさいころの目が奇数、小さいさいころの目が奇数である事象

$$\bar{B}$$

出る目の和が偶数である事象の余事象なので、出る目の和が奇数である事象

$$\bar{A} \cap B$$

大きいさいころの目が偶数かつ出る目の和が偶数である事象なので

$$\text{偶数} + \text{偶数} = \text{偶数}$$

より、小さいさいころの目も偶数。

したがって、大きいさいころの目が偶数、小さいさいころの目が偶数である事象

$$A \cup \bar{B}$$

大きいさいころの目が奇数または出る目の和が奇数である事象

- (2) $A \cup B$ は、大きいさいころの目が奇数または出る目の和が偶数である事象。これと排反な事象は、大きいさいころの目が偶数かつ出る目の和が奇数である事象がある。

$$\text{偶数} + \text{奇数} = \text{奇数}$$

より、小さいさいころの目は奇数なので、大きいさいころの目が偶数、小さいさいころの目が奇数である事象

- 10 (1) 全事象は、52 枚から 2 枚選ぶので、 ${}_{52}C_2 = 1326$ 通り。奇数となるのは 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 の 7 枚。ハート、ダイヤ、クラブ、スペードの 4 つのスートがあるから $7 \times 4 = 28$ 枚。ここから 2 枚選ぶので、 ${}_{28}C_2 = 378$ 通り。したがって求める確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{{}_{28}C_2}{{}_{52}C_2} = \frac{378}{1326} = \frac{63}{221}$$

- (2) 和が 9 となるのは、2 枚のカードを区別して考えて (1 枚目のカードの数字, 2 枚目のカードの数字) とすると

$$(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)$$

の 4 通り。それぞれの数字はハート、ダイヤ、クラブ、スペードの 4 つのスートがあるから、事象 B は $4 \times 4^2 = 64$ 通り。したがって求める確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{64}{1326} = \frac{32}{663}$$

- (3) 奇数 + 奇数 = 偶数、9 は奇数であることから、事象 A, B は互いに排反。

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{63}{221} + \frac{32}{663} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

- 11 (1) 全事象は、52 枚から 2 枚選ぶので、 ${}_{52}C_2 = 1326$ 通り。絵札は J, Q, K の 3 通りで、それぞれの数字はハート、ダイヤ、クラブ、スペードの 4 つのスートがあるから、事象 B は $4 \times 3 = 12$ 通り。ここから 2 枚選ぶので、 ${}_{12}C_2 = 66$ 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_{12}C_2}{{}_{52}C_2} = \frac{66}{1326} = \frac{11}{221}$$

- (2) 少なくとも1枚は絵札でない確率は(1)の余事象の確率と考えて、求める確率 P は

$$P = 1 - \frac{11}{221} = \frac{210}{221}$$

- 12 (1) 全事象は、10通り.

数字が奇数である事象 A は、1, 3, 5, 7, 9の5通り. 確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

数字が素数である事象 B は、2, 3, 5, 7の4通り. 確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{4}{10}$$

数字が奇数かつ素数である事象 $A \cap B$ は、3, 5, 7の3通り. 確率 $P(A \cap B)$ は

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

確率の加法定理より、求める確率 $P(A \cup B)$ は

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{5}{10} + \frac{4}{10} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

- (2) 数字が偶数である事象 \bar{A} は、2, 4, 6, 8, 10の5通り. 確率 $P(\bar{A})$ は

$$P(\bar{A}) = \frac{5}{10}$$

数字が素数である事象 B は、2, 3, 5, 7の4通り. 確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{4}{10}$$

数字が偶数かつ素数である事象 $\bar{A} \cap B$ は、2の1通り. 確率 $P(\bar{A} \cap B)$ は

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10}$$

確率の加法定理より、求める確率 $P(\bar{A} \cup B)$ は

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cup B) &= P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B) \\ &= \frac{5}{10} + \frac{4}{10} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

- (3) 数字が奇数である事象 A は、1, 3, 5, 7, 9の5通り. 確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

数字が素数でない事象 \bar{B} は、1, 4, 6, 8, 9, 10の6通り. 確率 $P(\bar{B})$ は

$$P(\bar{B}) = \frac{6}{10}$$

数字が奇数かつ素数でない事象 $A \cap \bar{B}$ は、1, 9の2通り. 確率 $P(A \cap \bar{B})$ は

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{2}{10}$$

確率の加法定理より、求める確率 $P(A \cup \bar{B})$ は

$$\begin{aligned} P(A \cup \bar{B}) &= P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) \\ &= \frac{5}{10} + \frac{6}{10} - \frac{2}{10} \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

- 13 (1) 3枚の硬貨を投げるときの全事象は、 2^3 通り. 表の出る枚数が0枚の事象は、3枚から表が0枚の硬貨を引く事象なので ${}_3C_0$ 通り.

$$\text{その確率は } \frac{{}_3C_0}{2^3} = \frac{1}{8}$$

表の出る枚数が1枚の事象は、3枚から表が1枚の硬貨を引く事象なので ${}_3C_1$ 通り.

$$\text{その確率は } \frac{{}_3C_1}{2^3} = \frac{3}{8}$$

表の出る枚数が2枚の事象は、3枚から表が2枚の硬貨を引く事象なので ${}_3C_2$ 通り.

$$\text{その確率は } \frac{{}_3C_2}{2^3} = \frac{3}{8}$$

表の出る枚数が3枚の事象は、3枚から表が3枚の硬貨を引く事象なので ${}_3C_3$ 通り.

$$\text{その確率は } \frac{{}_3C_3}{2^3} = \frac{1}{8}$$

したがって期待値 E は

$$\begin{aligned} E &= 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

- (2) 2個のさいころを区別して考える. 全事象は 6^2 通り. 事象を(1つ目のさいころの目, 2つ目のさい

いころの目)で表すとすると,
出る目の差が0の事象は

$$(1, 1), (2, 2), (3, 3), \\ (4, 4), (5, 5), (6, 6)$$

の6通り. その確率は $\frac{6}{6^2}$

出る目の差が1の事象は

$$(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), \\ (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$$

の10通り. その確率は $\frac{10}{6^2}$

出る目の差が2の事象は

$$(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), \\ (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$$

の8通り. その確率は $\frac{8}{6^2}$

出る目の差が3の事象は

$$(1, 4), (2, 5), (3, 6), \\ (4, 1), (5, 2), (6, 3)$$

の6通り. その確率は $\frac{6}{6^2}$

出る目の差が4の事象は

$$(1, 5), (2, 6), \\ (5, 1), (6, 2)$$

の4通り. その確率は $\frac{4}{6^2}$

出る目の差が5の事象は

$$(1, 6), (6, 1)$$

の2通り. その確率は $\frac{2}{6^2}$

したがって期待値 E は

$$E = 0 \times \frac{6}{6^2} + 1 \times \frac{10}{6^2} + 2 \times \frac{8}{6^2} \\ + 3 \times \frac{6}{6^2} + 4 \times \frac{4}{6^2} + 5 \times \frac{2}{6^2} \\ = \frac{35}{18}$$

14 賞金額を x で表すことにすると, x のとり得る値は
0, 200, 500 である.

x が値 $k(k = 0, 1, 2, 3)$ を取る確率を $P(x = k)$ と表
すと

$$P(x = 0) = \frac{9}{12} \\ P(x = 200) = \frac{2}{12} \\ P(x = 500) = \frac{1}{12}$$

したがって期待値 E は

$$E = 0 \times \frac{9}{12} + 200 \times \frac{2}{12} + 500 \times \frac{1}{12} \\ = 75 \text{ 円}$$

15 (1) 全事象は, 10 枚から 2 枚選ぶので, ${}_{10}C_2 = 45$
通りである.

x が $k(k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ となる事象
を $A(x = k)$, その確率を $P(x = k)$ と表す. ま
た, 事象を (大きい数字, 小さい数字) で表す.

$$A(x = 2) = \{(10, 8), (9, 7), (8, 6), (7, 5), \\ (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)\}$$

の8通り. 求める確率 $P(x = 2)$ は

$$P(x = 2) = \frac{8}{{}_{10}C_2} = \frac{8}{45}$$

(2)

$$A(x = 6) = \{(10, 4), (9, 3), (8, 2), (7, 1)\}$$

の4通り. 求める確率 $P(x = 6)$ は

$$P(x = 6) = \frac{4}{{}_{10}C_2} = \frac{4}{45}$$

(3)

$$A(x = 1) = \{(10, 9), (9, 8), (8, 7), (7, 6), \\ (6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), \\ (2, 1)\}$$

の9通り. 求める確率 $P(x = 1)$ は

$$P(x = 1) = \frac{9}{{}_{10}C_2} = \frac{9}{45}$$

$$A(x = 3) = \{(10, 7), (9, 6), (8, 5), (7, 4), \\ (6, 3), (5, 2), (4, 1)\}$$

の 7 通り . 求める確率 $P(x = 3)$ は

$$P(x = 3) = \frac{7}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{45}$$

$$A(x = 4) = \{(10, 6), (9, 5), (8, 4), (7, 3), \\ (6, 2), (5, 1)\}$$

の 6 通り . 求める確率 $P(x = 4)$ は

$$P(x = 4) = \frac{6}{{}_{10}C_2} = \frac{6}{45}$$

$$A(x = 5) = \{(10, 5), (9, 4), (8, 3), (7, 2), \\ (6, 1)\}$$

の 5 通り . 求める確率 $P(x = 5)$ は

$$P(x = 5) = \frac{5}{{}_{10}C_2} = \frac{5}{45}$$

$$A(x = 7) = \{(10, 3), (9, 2), (8, 1)\}$$

の 3 通り . 求める確率 $P(x = 7)$ は

$$P(x = 7) = \frac{3}{{}_{10}C_2} = \frac{3}{45}$$

$$A(x = 8) = \{(10, 2), (9, 1)\}$$

の 2 通り . 求める確率 $P(x = 8)$ は

$$P(x = 8) = \frac{2}{{}_{10}C_2} = \frac{2}{45}$$

$$A(x = 9) = \{(10, 1)\}$$

の 1 通り . 求める確率 $P(x = 9)$ は

$$P(x = 9) = \frac{1}{{}_{10}C_2} = \frac{1}{45}$$

したがって期待値 E は

$$\begin{aligned} E &= 1 \times \frac{9}{45} + 2 \times \frac{8}{45} + 3 \times \frac{7}{45} \\ &\quad + 4 \times \frac{6}{45} + 5 \times \frac{5}{45} + 6 \times \frac{4}{45} \\ &\quad + 7 \times \frac{3}{45} + 8 \times \frac{2}{45} + 9 \times \frac{1}{45} \\ &= \frac{165}{45} \\ &= \frac{11}{3} \end{aligned}$$