

Лабораторная работа 3.3.1
Измерение удельного заряда электрона
методами магнитной индукции

Филохин Григорий
Б04-106

September 20, 2022

Цель работы

Определение отношения заряда электрона к его массе методом магнитной фокусировки и методом магнетрона.

Оборудование

Установка А

Электронно-лучевая трубка (с блоком питания), соленоид, регулируемый источник постоянного тока, вольтметр, магнитометр (милливеберметр).

Установка Б

Электронная лампа с цилиндрическим анодом, регулируемый источник постоянного тока, соленоид, вольтметр, два амперметра.

Метод магнитной фокусировки

Теоретическая справка

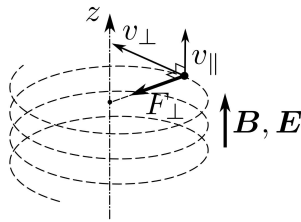


Figure 1: Траектория в параллельных полях

В постоянном однородном магнитном поле траектории заряженных частиц представляют собой спирали, радиус которых определяется формулой

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad (1)$$

За время $T_B = \frac{2\pi r}{v_{\perp}}$ (циклотронный период) заряд сместится вдоль магнитного поля на расстояние (шаг спирали)

$$L = v_{\parallel} T_B = \frac{2\pi v \cos \alpha}{\frac{e}{m} B},$$

где α — угол между вектором скорости v и направлением поля B . Если углы малы, то $\cos \alpha \approx 1$ и

$$L \approx \frac{2\pi v}{\frac{e}{m} B} \quad (2)$$

Таким образом, при малых углах расстояние L не зависит от α , так что все электроны, вышедшие из одной точки, после одного оборота вновь соберутся в одной точке — сфокусируются. Как следует из (2), индукция поля B при которой точка фокусировки отстоит от точки вылета на расстоянии L определяется величиной $\frac{e}{m}$ — удельным зарядом частицы.

Установка

Основной частью установки является электронный осциллограф, трубка которого вынута и установлена в длинном соленоиде, создающем магнитное поле, направленное вдоль оси трубки. Вылетая с катода, электроны имеют разные начальные скорости, соответствующие тепловой энергии $\sim 0.1\text{эВ}$. Затем эмитированные катодом электроны ускоряются большой анодной разностью потенциалов $U_A \sim 1\text{кВ}$ и пропускаются через две диафрагмы, благодаря чему получается пучок частиц с малой расходимостью $\Delta\alpha \ll 1$ и малым разбросом продольных скоростей около значения

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{2eU_A}{m}},$$

следующего из ЗСЭ.

В магнитном поле соленоида электроны будут двигаться по спиралям практически с одним и тем же шагом L и, следовательно, будут встречаться вновь, пересекая ось пучка на расстояниях $nL, n = 1, 2, \dots$. В этих точках сечение пучка будет наименьшим, и при изменении магнитного поля изображение пучка на экране будет периодически стягиваться в ярко светящуюся точку. Таким образом, удельный заряд может быть получен из соотношения

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{L^2} \cdot \frac{n^2}{B_{\Phi}^2(n)} \quad (3)$$

Эта формула и лежит в основе экспериментального измерения удельного заряда электрона методом магнитной фокусировки. Анодное напряжение, определяющее продольную скорость электронов, измеряется вольтметром. Магнитное поле в соленоиде создаётся постоянным током (fig. 2), величина которого задаётся источником питания постоянного тока и измеряется амперметром A источника. Ключ K служит для изменения направления поля в соленоиде.

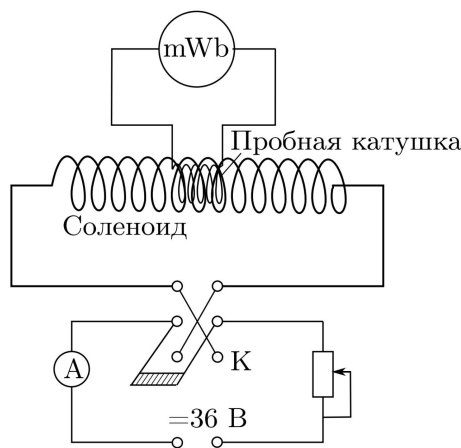


Figure 2: Установка для метода магнитной фокусировки

Величина магнитного поля определяется с помощью магнитометра, датчик которого расположен внутри соленоида. В качестве магнитометра может использоваться милливеберметр. Датчиком милливеберметра является измерительная катушка, намотанная на один каркас с соленоидом. Таким образом измеряется изменение магнитного потока, пронизывающего измерительную катушку. На точность результатов может влиять внешнее магнитное поле, особенно продольное. Оно не вызывает размытия фокуса, но изменяет величину фокусирующего поля. Присутствие внешнего магнитного поля проще всего обнаружить с помощью переполюсовки соленоида: при изменении направления поля показания милливеберметра будут отличаться, но их полусумма не зависит от наличия постоянного продольного поля. Измерение магнитного поля производится в предварительных опытах: при отключённом ключе K устанавливается связь между силой тока, протекающего через соленоид, и индукцией магнитного поля в соленоиде. По измеренным значениям строится калибровочный график $B(I)$, который используется при обработке результатов основных измерений для определения индукции магнитного поля по известному току.

Экспериментальные данные

Параметры установки:

$$\begin{array}{ll} SN = 3000 \text{ см}^2 & \sigma_I = 0.07 \text{ А} \\ L = 26.5 \text{ см} & \sigma_\Phi = 0.05 \text{ мВб} \\ V = 0.78 \text{ кВ} & \sigma_V = 10 \text{ В} \end{array}$$

Table 1: Данные для калибровочной кривой $B(I)$

Φ , мВб	I , А	B , мТл
0.8	0.3	2.60
1.2	0.6	3.83
1.7	0.9	5.50
2.0	1.2	6.67
2.5	1.5	8.17
2.8	1.8	9.33
3.2	2.1	10.67
3.6	2.4	12.00
4.0	2.7	13.03
4.4	3.0	14.67
4.9	3.6	16.33

Уравнение прямой: $y = 4.29x + 0.49$, значит будем искать B_{Φ_n} по формуле:

$$B_{\Phi_n} = 4.29 \cdot I_{\Phi_n} + 0.49$$

Из графика $a_1 = 2.26, a_2 = 2.27$.

С помощью этих коэффициентов находим $\frac{e}{m}$ из формулы (3), где $\frac{n}{B_{\Phi_n}} = \frac{10^3}{a_i}$.

$$W := \frac{8\pi^2 V}{L^2} \approx 8.77 \cdot 10^5$$

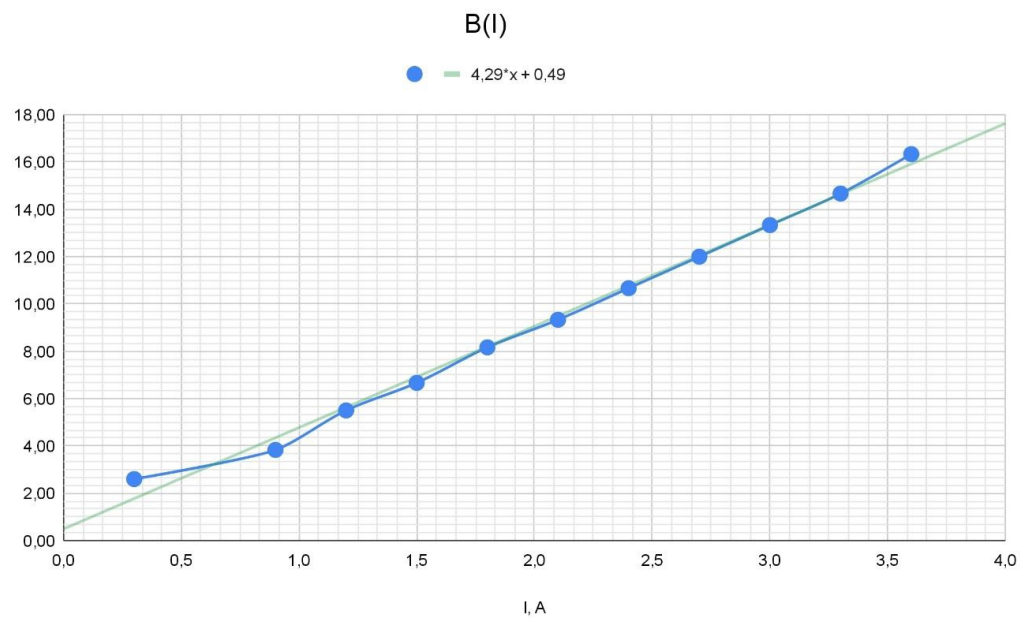


Figure 3: График $B(I)$

$$\frac{e}{m_1} = \frac{W}{a_1} \approx 1,72 \cdot 10^{11}$$

$$\frac{e}{m_1} = \frac{W}{a_2} \approx 1,70 \cdot 10^{11}$$

Table 2: Поиск вектора магнитной индукции, когда поток сфокусирован

Направление	I_{Φ_n} , А	n	B_{Φ_n} , мТл
1	0.54	1	2.81
	1.09	2	5.17
	1.97	3	8.94
	2.27	4	10.23
	2.73	5	12.20
	3.19	6	14.18
2	0.55	1	2.85
	1.10	2	5.21
	1.67	3	7.65
	2.21	4	9.97
	2.73	5	12.20
	3.17	6	14.09

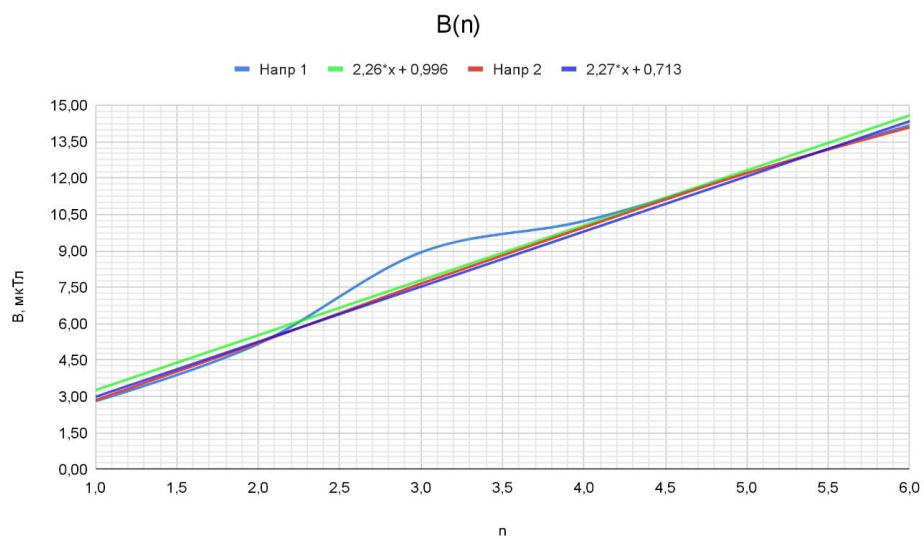


Figure 4: График $B(n)$

Метод магнетрона

Теоретическая справка

В методе магнетрона отношение $\frac{e}{m}$ измеряется на основе исследования движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях. Название метода связано с тем, что такая конфигурация полей реализуется в магнетронах – генераторах электромагнитных колебаний сверхвысоких частот. Рассмотрим движение заряда q во взаимно перпендикулярных однородных электрическом и магнитном полях $E \perp B$.

Уравнение движения заряда в таком случае имеет вид

$$m\dot{v} = qE + qv \times B.$$

Направим ось z вдоль B , а ось y – вдоль E . Тогда, разделив на m , получим:

$$\begin{aligned}\dot{v}_x &= \omega_B v_y \\ \dot{v}_y &= \frac{q}{m} E - \omega_B v_x \\ \dot{v}_z &= 0\end{aligned}\tag{4}$$

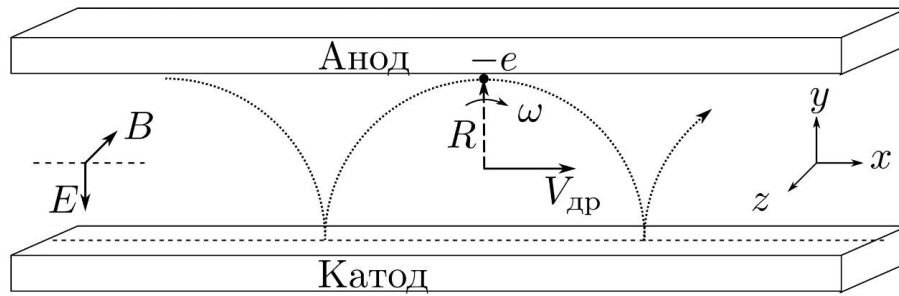


Figure 5: Движение заряда в скрещенных полях

Теперь рассмотрим упрощённую задачу о движении заряда в «плоском магнетроне». Пусть имеется плоский конденсатор, в пространстве между пластинами которого создан высокий вакуум. Поместим его в однородное магнитное поле так, что $E \perp B$. При этом отрицательная пластина конденсатора играет роль катода, положительная — анода. Если бы магнитного поля не было, то все электроны, вылетевшие без начальной скорости из катода, попадали бы на анод. При наличии же магнитного поля траектории электронов искривляются, вследствие чего при достаточно большом B ни один электрон не достигнет анода. Таким образом, при заданном напряжении V между пластинами существует некоторое критическое значение магнитной индукции $B_{кр}(V)$, при котором траектории касаются поверхности анода. Если $B < B_{кр}$, то все электроны достигают анода, и ток через магнетрон имеет то же значение, что и без магнитного поля. Если же $B > B_{кр}$, то электроны не достигают анода, и ток через вакуумный диод равен нулю.

Рассчитаем критическое магнитное поле для плоского конденсатора. Движение электрона будет иметь характер электрического дрейфа. Если начальная

скорость равна нулю (начальные условия $x(0) = y(0) = 0, v_x(0) = v_y(0) = 0$), то, как следует из уравнений (4), траектория частицы будет циклоидой:

$$x = Vt - R \sin \omega_B t \quad y = R(1 - \cos \omega_B t),$$

где $V = \frac{E}{B}$ – дрейфовая скорость, $R = \frac{V}{\omega_B} = \frac{Em}{eB^2}$. Касание анода происходит при $2R = h$ (h – расстояние между анодом и катодом). Этому значению соответствует критическое поле

$$B_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{2U}}{h \frac{e}{m}}, \quad (5)$$

где $U = Eh$ – напряжение между пластинами. Отсюда находим удельный заряд:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U^2}{B_{\text{кр}}^2} h^2 \quad (6)$$

Для нашей цилиндрической задачи:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_A}{B_{\text{кр}}^2 r_A^2} \quad (7)$$

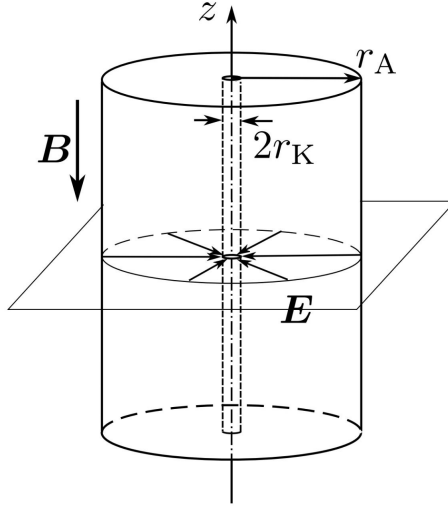


Figure 6: Двухэлектродная лампа

В данной работе движение электронов происходит в кольцевом пространстве, ограниченном катодом и анодом двухэлектродной электронной вакуумной лампы (fig. 6). Нить накала лампы (катод) располагается вдоль оси цилиндрического анода, так что электрическое поле между катодом и анодом имеет радиальное направление. Лампа помещается внутри соленоида, создающего магнитное поле, параллельное оси лампы. Таким образом, реализуется геометрия скрещенных полей E и B .

До сих пор мы рассматривали идеальный случай: при $B < B_{\text{кр}}$ все электроны без исключения попадают на анод, а при $B > B_{\text{кр}}$ все они

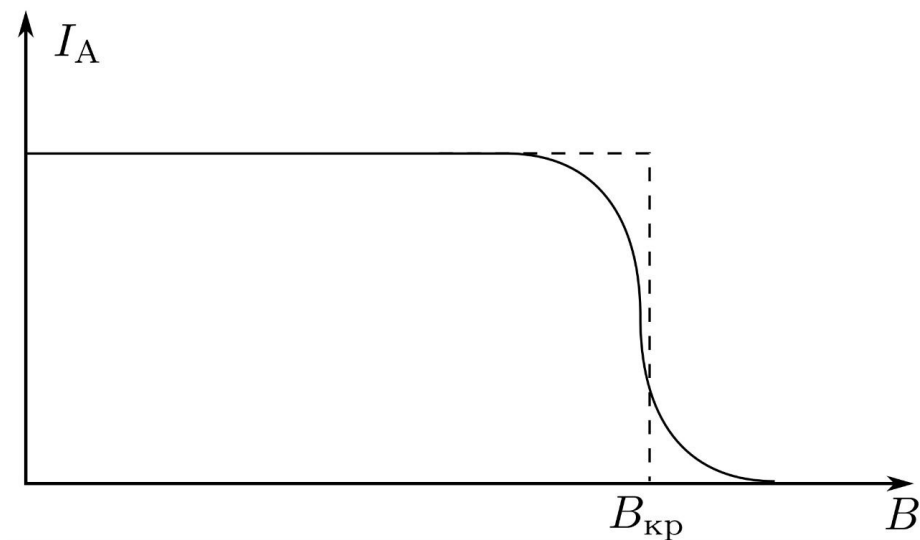


Figure 7: Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля в соленоиде

возвращаются на катод, не достигнув анода. Анодный ток I_A с увеличением магнитного поля изменялся бы при этом так, как это изображено штриховой линией на [fig. 7](#). В реальных условиях невозможно обеспечить полную коаксиальность анода и катода, вектор индукции магнитного поля всегда несколько наклонён по отношению к катоду, магнитное поле не вполне однородно и т. д. Всё это приводит к сглаживанию кривой $I_A(B)$ ([fig. 7](#)). Однако в хорошо собранной установке перелом функции $I_A(B)$ остаётся достаточно резким и может быть использован для измерения $\frac{e}{m}$. Схема установки изображена на [fig. 8](#). Анод лампы состоит из трёх немагнитных металлических цилиндров одинакового диаметра. Два крайних цилиндра электрически изолированы от среднего небольшими зазорами и используются для устранения краевых эффектов на торцах среднего цилиндра, ток с которого используется при измерениях. В качестве катода используется тонкая (диаметр $2r_K = 50$ мкм) натянутая вольфрамовая проволока, расположенная по оси всех трёх цилиндров анодной системы. Катод разогревается проходящим через него переменным током (лампа прямого накала), создаваемым стабилизированным источником питания. На анод лампы подаётся постоянное напряжение от регулируемого источника, измеряемое вольтметром V_A . Ток I_A через среднюю секцию анода измеряется с помощью миллиамперметра. Лампа закреплена в соленоиде. Ток I_C , проходящий через соленоид, подаётся от независимого источника и измеряется амперметром. Индукция магнитного поля в соленоиде рассчитывается по току, протекающему через обмотку соленоида.

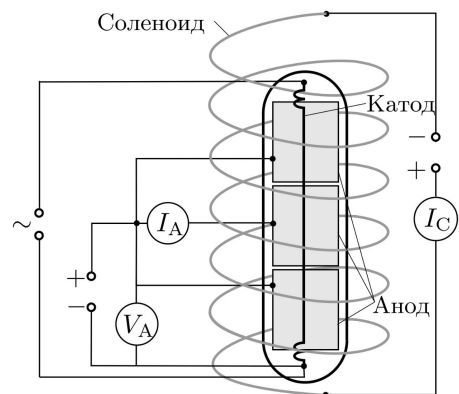


Figure 8: Измерительная установка

Экспериментальные данные

По данным таблицы строим зависимости I_A от B при разных V .

$$B = K * I_c, \text{ где } K = 2.8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Тл}}{\text{А}}$$

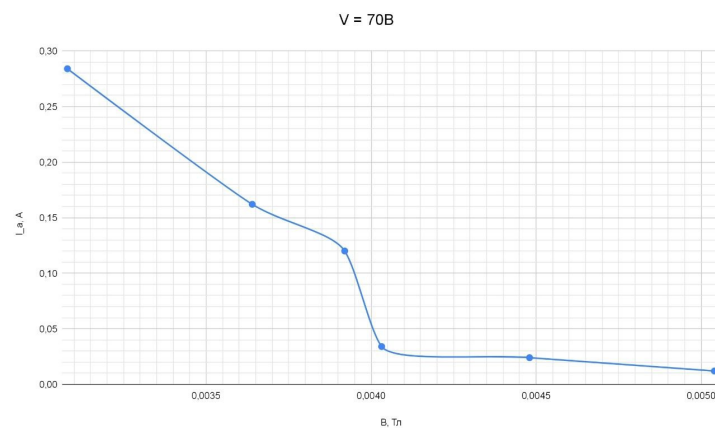


Figure 9: I_A от B при $V = 70 \text{ В}$

Из графиков находим $B_{\text{кр}}$ для разных значений V и строим график зависимости $B_{\text{кр}}^2$ от V .

Из этого графика получаем коэффициент наклона прямой: $q = 3.59 \cdot 10^{-7}$.

Находим $\frac{e}{m}$ по формуле 7:

$$\frac{e}{m} = \frac{8}{qr_A^2} = \frac{8}{3.2 \cdot 10^{-7} \times (12 \cdot 10^{-3})^2} \approx 1.74 \cdot 10^{11}$$

$V_A = 70 \text{ В}$		$V_A = 80 \text{ В}$		$V_A = 90 \text{ В}$		$V_A = 100 \text{ В}$		$V_A = 110 \text{ В}$	
$I_A : 150_{\text{дел}} = 0.3A$ $I_A : 75_{\text{дел}} = 1.5A$		$I_A : 150_{\text{дел}} = 0.6A$ $I_A : 75_{\text{дел}} = 1.5A$							
$I_c, \text{ дел}$	$I_A, \text{ дел}$	$I_c, \text{ дел}$	$I_A, \text{ дел}$	$I_c, \text{ дел}$	$I_A, \text{ дел}$	$I_c, \text{ дел}$	$I_A, \text{ дел}$	$I_c, \text{ дел}$	$I_A, \text{ дел}$
5.5	142	1.0	117	1.0	114	1.0	109	1.0	110
6.5	81	2.0	113	3.0	108	3.0	108	3.0	110
7.0	60	3.0	110	5.0	94	4.0	107	4.0	109
7.5	17	4.0	100	6.0	84	5.0	98	5.0	100
8.0	12	5.0	87	7.0	62	6.0	94	5.5	100
9.0	6	6.0	68	7.5	45	6.5	88	6.0	100
		7.0	35	8.0	31	7.0	78	7.0	92
		7.5	13	8.5	13	7.5	69	8.0	75
		8.0	7	9.0	7	8.0	62	8.5	64
		8.5	5	9.5	5	8.5	44	9.0	42
		9.0	3	10.0	4	9.0	15	9.5	32
		10.0	2			9.5	10	10.0	8
						10.0	6	11.0	5

Table 3: зависимость анодного тока I_A от тока через соленоид I_C

Вывод

Полученные значения примерно равны друг другу и приблизительно равны табличному ($1.55 \cdot 10^{11}$), вклад в погрешность, кроме систематических, также давала неточность определения $B_{\text{кр}}$.

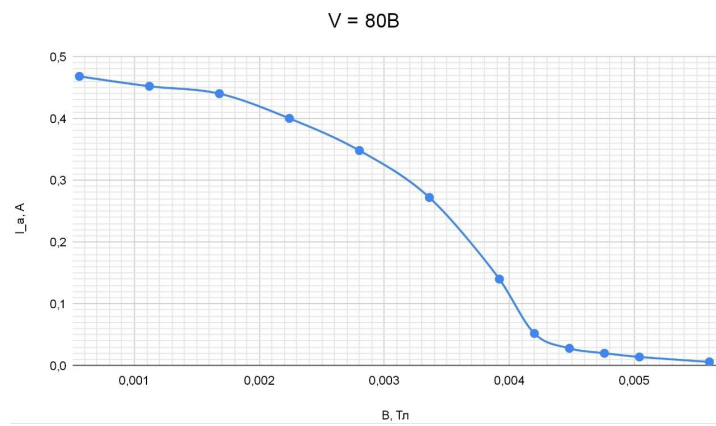


Figure 10: I_A от B при $V = 80 \text{ В}$

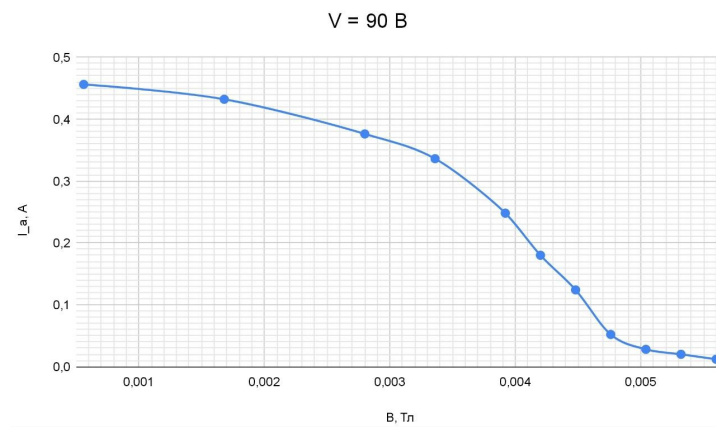


Figure 11: I_A от B при $V = 90 \text{ В}$

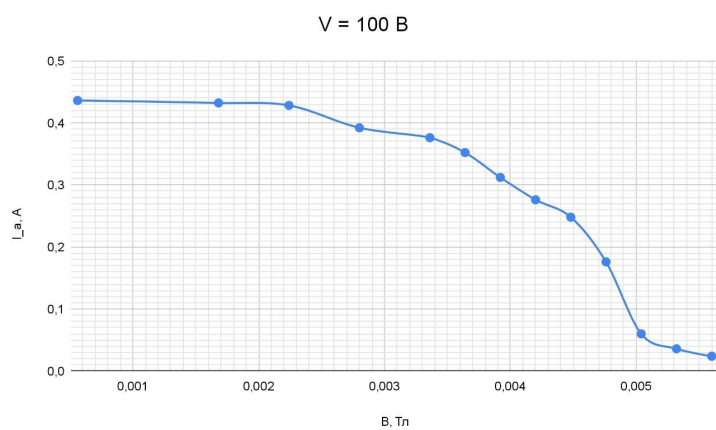


Figure 12: I_A от B при $V = 100 \text{ В}$

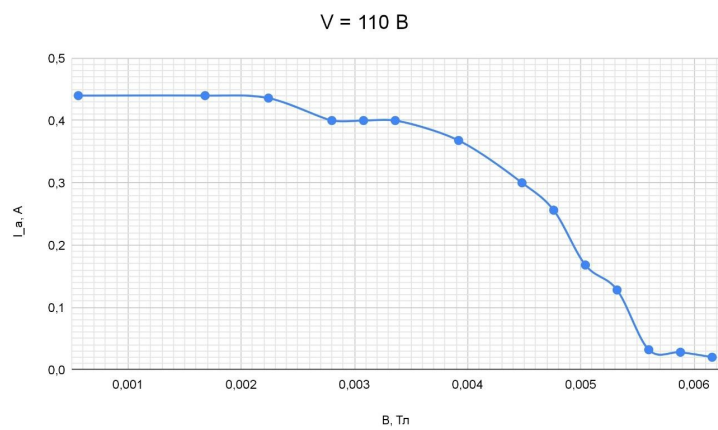


Figure 13: I_A от B при $V = 110 \text{ В}$

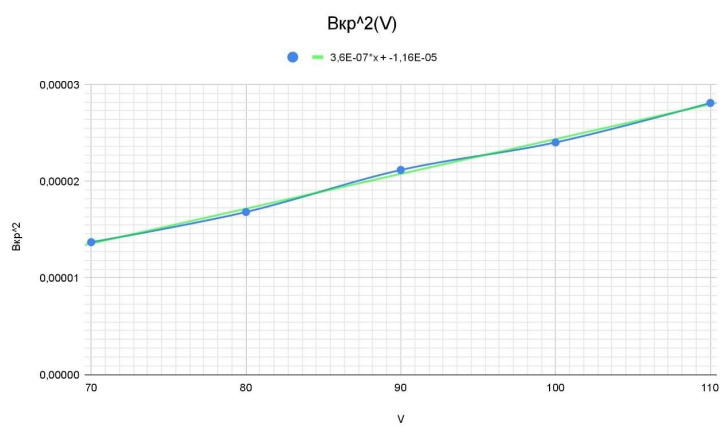


Figure 14: Зависимость $B_{кр}^2$ от V

List of Figures

1	Траектория в параллельных полях	2
2	Установка для метода магнитной фокусировки	3
3	График $B(I)$	5
4	График $B(n)$	6
5	Движение заряда в скрещенных полях	7
6	Двухэлектродная лампа	8
7	Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля в соленоиде	9
8	Измерительная установка	10
9	I_A от B при $V = 70$ В	10
10	I_A от B при $V = 80$ В	12
11	I_A от B при $V = 90$ В	12
12	I_A от B при $V = 100$ В	12
13	I_A от B при $V = 110$ В	13
14	Зависимость $B_{кр}^2$ от V	13

List of Tables

1	Данные для калибровочной кривой $B(I)$	4
2	Поиск вектора магнитной индукции, когда поток сфокусирован	6
3	зависимость анодного тока I_A от тока через соленоид I_C	11