계량분석
상관분석

김현우, PhD[1]

[1] 충북대학교 사회학과 조교수

October 25, 2021

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

진행 순서

1. 공분산과 상관계수
2. 유의성 검정 및 해석상 주의사항
3. 상관분석의 실제 활용

공분산과 상관계수

공분산과 상관계수

둘 이상의 숫자형 변수 사이의 관계를 볼 때는 일차적으로 상관분석(correlation analysis)을 수행한다.

- 상관분석은 상관계수(correlation coefficient)를 구하는 과정이다.
- 상관계수를 이해하려면 먼저 공분산(covariance)을 이해할 필요가 있다.

다시 한 번 분산(variance)의 식을 돌이켜보자.

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(x) = \sigma^2 &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)(x_i - \mu) \end{aligned}$$

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

공분산과 상관계수

변수가 하나(x_i) 주어져 있을 때 편차(deviation)를 구해 제곱했는데 이걸 이렇게 바꾸면 어떨까?

$$\mathrm{Cov}(x,\, y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$$

공분산과 분산의 아이디어는 거의 똑같다!

- 다만 x_i 하나의 편차를 제곱하는 대신, x_i와 y_i의 편차를 서로 곱했을 뿐이다.
- 두 변수의 편차끼리 곱할 때, 모두 양수(+)이거나 음수(-)이면 양수(+)가 되고, 어느 한쪽이 양수(+)이고 다른 쪽이 음수(-)이면 음수(-)가 된다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

공분산과 상관계수

공분산을 Stata에서 직접 계산해보자(**[Stata 코드]** 참고).

- eCampus에서 showmethemoney.csv를 다운받아 Stata로 불러오자. 이것은 단지 여덟 개의 관찰값만 가진 장난감 데이터(toy data)이다. 이 설문에 참여한 사람들은 월 소득(만원), 월 소득(백만원), 그리고 자신의 방 평수를 보고하였다.
- Stata에서 공분산을 계산하기 위해 사용해야 하는 명령어는 **correlate** 이고 옵션으로 반드시 **covariance**를 붙여야 한다.
- Cov(income1, housesize), 즉 월 소득(만원)과 방 평수 사이의 공분산(covariance)을 직접 계산해보자.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

공분산과 상관계수

공분산은 흥미로운 아이디어를 제시하고 있지만 명확한 단점이 있다.

- Cov(X, Y)는 X 내부(within X)의 분산과 Y 내부(within Y)의 분산이 다를 수 있다는 점을 고려하지 않는다. 제대로 표준화가 안되었다는 의미다.
- 그 결과 그 자체로는 해석이 안된다. 아니 대체 공분산이 241.12 이라고 나왔는데 그게 뭘 의미하나?

무슨 소리인지 잘 이해가 가지 않으니 직접 연습을 해보자!

- 아까 다운받은 showmethemoney.csv를 다시 열어보자.
- Cov(income1, housesize)를 계산해 보고, 곧바로 Cov(income2, housesize)를 계산해 보자.
- 결과가 같은가? 다른가? 정말로 income1과 income2이 다른 변수인가?

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

공분산과 상관계수

Karl Pearson은 이를 보완하는 천재적인 접근을 제시했다.

- 그는 두 변수 X와 Y의 각각의 표준편차(분산이 아니고!)를 분모로 각각 나누어줌으로서 X 내부의 분산과 Y 내부의 분산이 다를 수 있는 가능성을 제거하고 표준화를 이루었다.
- 뿐만 아니라, 일부러 분산이 아닌 표준편차로 나누어주었기 때문에 표준화된 값은 절묘하게 -1과 1사이로 두 변수가 얼마나 강한 상관관계를 가지고 있는지 보여준다.
- 이것이 이른바 피어슨의 적률상관계수(Pearson's product-moment correlation coefficient)이다. 줄여서 상관계수(ρ)다. ρ는 rho라고 읽는다.
- 전에 언급한 바 있듯, σ는 sigma라고 읽고 표준편차를 의미한다.

$$\rho = \frac{\mathrm{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

공분산과 상관계수

다시 showmethemoney.csv로 돌아가 상관계수를 계산해보자(**[Stata 코드]** 참고).

- 먼저 Cov(income1, housesize)를 계산해보자. 이때 income1의 표준편차와 housesize의 표준편차를 각각 기술통계량에서 계산할 필요가 있는데, Stata에서는 옵션으로 **means**를 덧붙이면 편리하다.
- 아래 식대로 엑셀에서 계산해보자. 괄호에 주의할 것!

$$\rho = \frac{\mathrm{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

- 상관계수를 편리하게 구하기 위해 어떤 옵션도 붙이지 않고 **correlate** 명령어를 사용할 수 있다. 검산을 해보자.
- 이제 $\mathrm{Corr}(\mathrm{income1}, \mathrm{housesize}) = \mathrm{Corr}(\mathrm{income2}, \mathrm{housesize})$ 인지 확인하자.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

유의성 검정 및 해석상 주의사항

상관계수의 해석은 매우 간단한데 혼동하지 않도록 주의해야 한다.

- 상관계수는 반드시 -1과 1사이에 놓인다.
- 상관계수가 0보다 크면 두 변수는 서로 같은 방향(정방향)으로 움직인다. 즉 $\mathrm{Cov}(x, y) > 0$ 이면 x가 커지면 y도 커진다. 반대로 0보다 작으면..
- 상관계수가 1에 가까울수록(그리고 -1에 가까울수록) 두 변수는 더욱 밀접한 관계를 갖게 된다.
- 해석은 이런 식이 편리하다: 0과 1 사이를 사분위수로 나누고 각각 리커트 4점 척도 (1사분위수=상관관계가 없다; 2사분위수=상관관계가 약하다; 3사분위수= 상관관계가 어느 정도 있다; 4사분위수=상관관계가 강하다)로 의미를 부여하여 해석한다. 물론 0과 -1 사이에서도 마찬가지이다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

eCampus에서 homophily.dta를 다운받아 Stata에서 열자(**[Stata 코드]** 참고).

- 이 자료는 장소와 시간대별로 성별-연령대별 유동인구수를 나타내 보이고 있다.
- 유유상종의 원리(the homophily principle)에 따라 거리를 활보할 때도 또래끼리 (20대는 20대끼리, 30대는 30대끼리 등) 함께 다닐 것이라고 가설을 세워 볼 수 있다.
- 예컨대 남자 10대가 가장 많이 다니는 시간-장소에 (마찬가지로) 많이 다니는 사람들은 누구인가?

모든 성별-연령대별 관계를 살펴보기 위해 상관계수행렬(correlation coefficient matrix)을 만든다.

- 두 개 이상의 변수를 입력하여 상관계수행렬을 쉽게 만들수 있다.
- 결과물을 하이라이트한 뒤, 우클릭-[Copy as Table]로 복사하여 엑셀에 붙여넣어 보자.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

상관계수에 대해서도 다음과 같이 유의성 검정을 할 수 있다.

- 주어진 가설 구조는 다음과 같다(양측검정):

$$\mathrm{H}_0 : \rho = 0$$
$$\mathrm{H}_a : \rho \neq 0$$

- (저번 주에 배운) t 검정을 통해 유의확률(p-value)을 구한다. 단 t 분포의 꼴은 n-2의 자유도로 결정된다.
- 검정통계량 t 값은 다음과 같다:

$$\mathrm{t} = \frac{\hat{\rho}}{\sqrt{\frac{1-\hat{\rho}^2}{\mathrm{n}-2}}} = \hat{\rho}\sqrt{\frac{\mathrm{n}-2}{1-\hat{\rho}^2}}$$

- 즉 추정된 상관계수($\hat{\rho}$)가 커지고 사례수(n)가 많아질수록 t 값이 커져 영가설을 기각하기 쉬워진다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

유의확률을 요약하기 위해 이제부터 별표(*)를 붙이기로 한다.

- p-value가 0.01보다 작으면 상관계수 옆에 **, 0.05보다 작으면 *, 0.1보다 작으면 †을 붙여보자.
- 이것은 완전히 관습의 문제이고 심지어 사람마다 다르다. 어떤 사람은 아예 붙이지 않기도 한다.

Stata에서 상관계수의 유의성 검정을 하려면 **pwcorr** 명령어를 활용해야 한다(**[Stata 코드]** 참고).

- **pwcorr**에서 pw는 pairwise를 의미하며 변수를 두 개씩 짝지어 상관계수를 계산한다. 결측치가 없는 이상 **correlate**과 똑같은 결과를 보여준다(Why?).
- **sig** 옵션을 달면 p-value를 보여준다.
- **star(0.05)** 옵션을 달면 5%보다 작은 p-value에 대해 별표를 하나 붙여준다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

산포도와 상관계수는 늘 함께 생각하자!

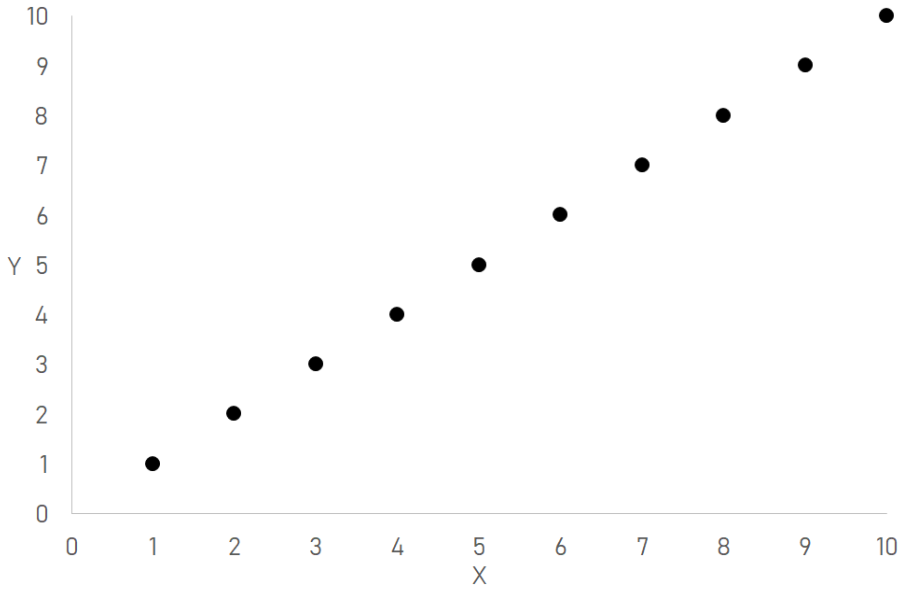
- 산포도(scatterplot)를 통해 대략 상관계수가 어떻게 나올지 짐작할 수도 있다. 상관계수는 기본적으로 두 변수간 선형적 관계의 강도(strength of the linear relationship)를 나타내 보이기 때문이다.
- 의외로 기울기는 상관계수의 본질이 아니다! 오히려 관찰값 사이의 흩어짐(산포경향)이 상관계수의 본질이다(Why?).
- 참고로 기울기는 회귀계수의 본질을 전달한다. 혼동은 금물이지만 이에 관해서는 나중에 배우기로 한다.

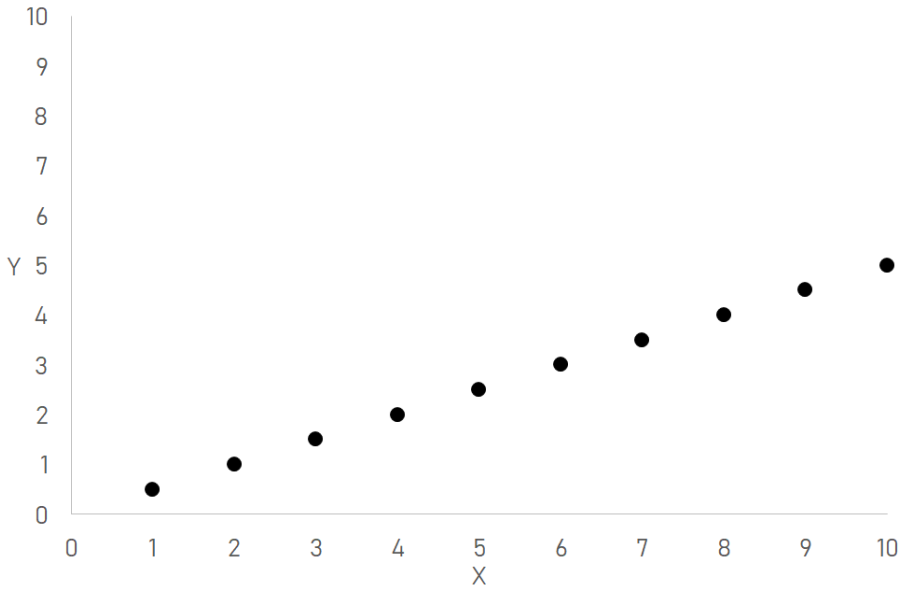
충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

- 왼쪽과 오른쪽 산포도 둘 다 상관계수(ρ)는 1이다.

X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)	X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)
1	1	0.5	6	6	3
2	2	1	7	7	3.5
3	3	1.5	8	8	4
4	4	2	9	9	4.5
5	5	2.5	10	10	5



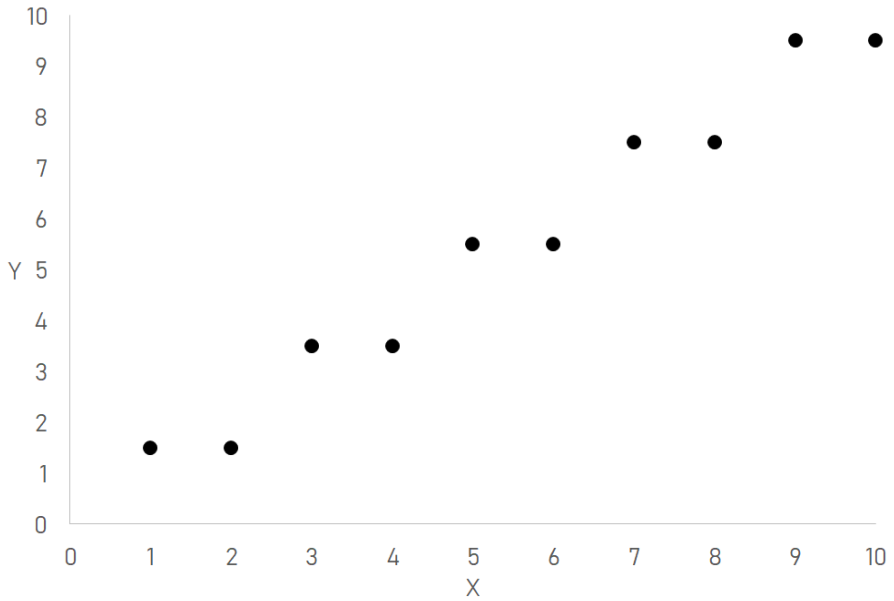


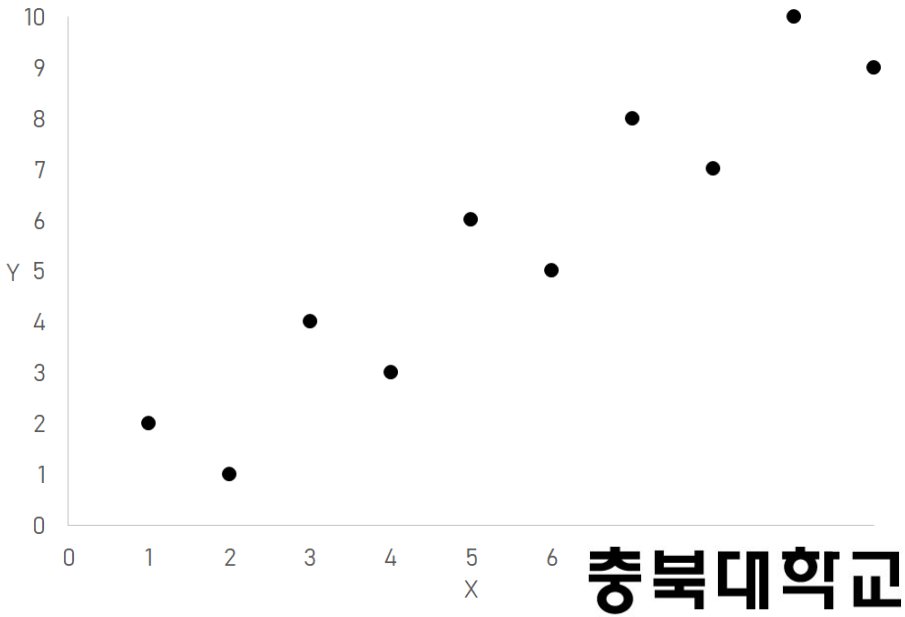
충북대학교 CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

- 왼쪽 산포도에서 Y는 X로부터 ± 0.5씩 더해 계산되었고, 오른쪽 산포도에서 Y는 X로부터 ± 1씩 더해 계산되었다.
- 왼쪽 상관계수($\rho = .98$)가 오른쪽 상관계수($\rho = .94$)보다 크다.

X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)	X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)
1	1.5	2	6	5.5	5
2	1.5	1	7	7.5	8
3	3.5	4	8	7.5	7
4	3.5	3	9	9.5	10
5	5.5	6	10	9.5	9



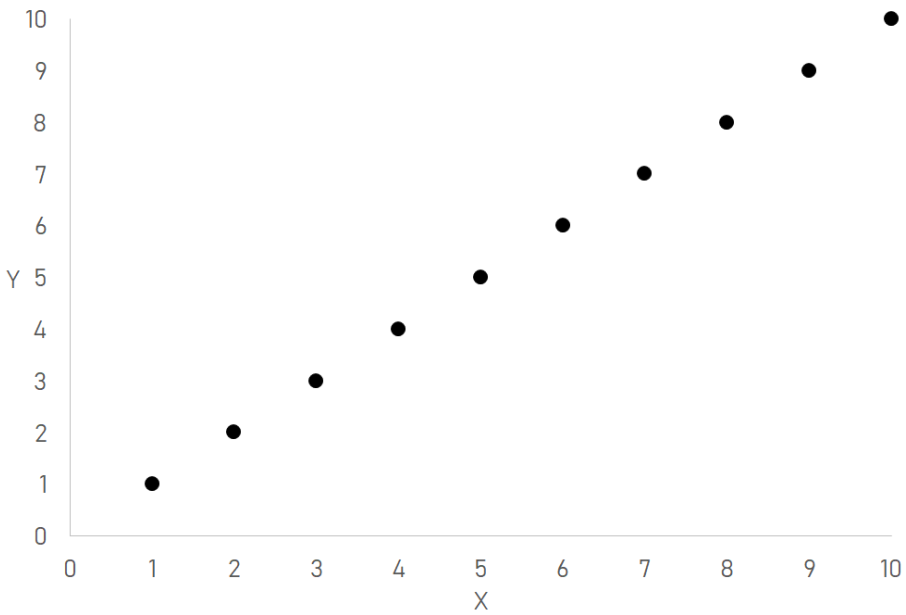


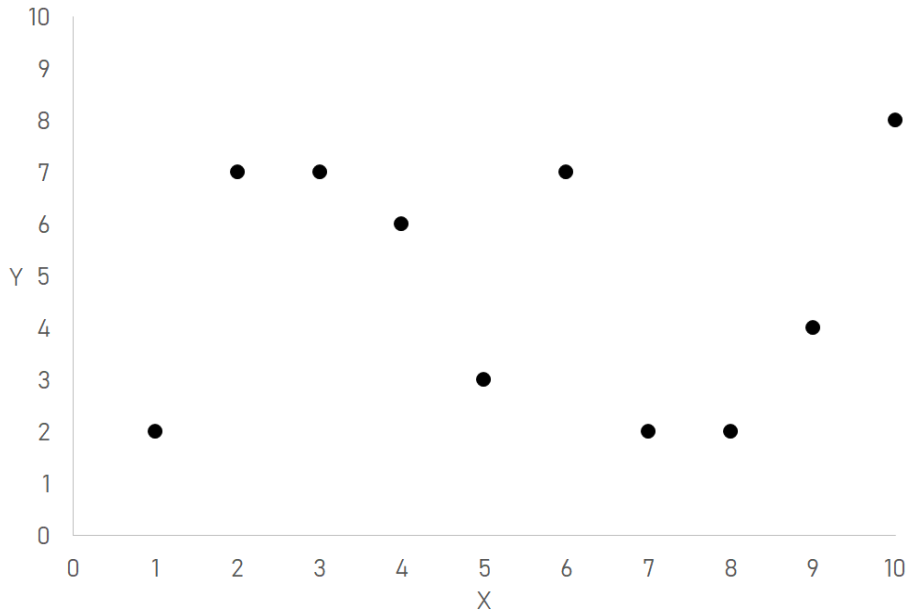
충북대학교 CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

- 왼쪽 산포도의 상관계수(ρ)이지만 (규칙없이 퍼진) 오른쪽 산포도의 ρ는 0이다.

X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)	X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)
1	1	2	6	6	7
2	2	7	7	7	2
3	3	7	8	8	2
4	4	6	9	9	4
5	5	3	10	10	8



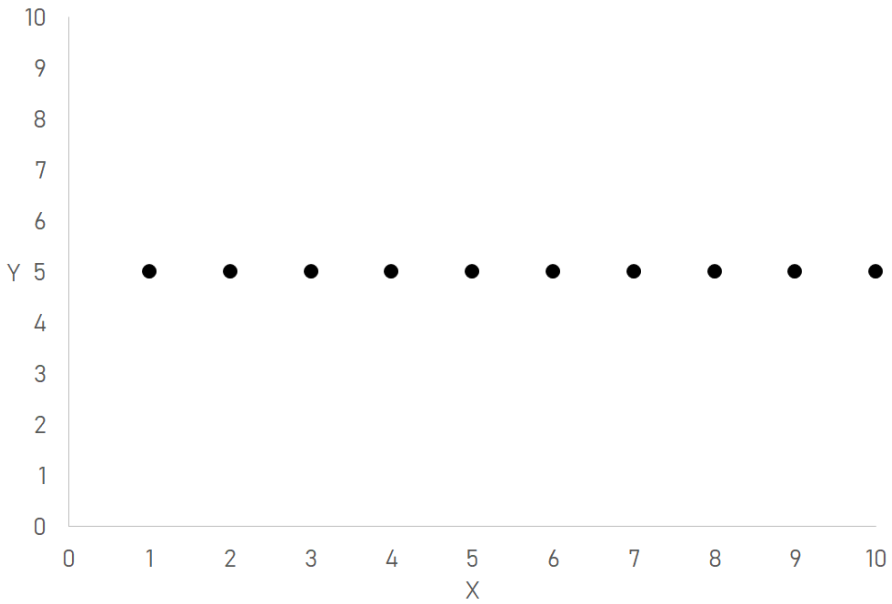


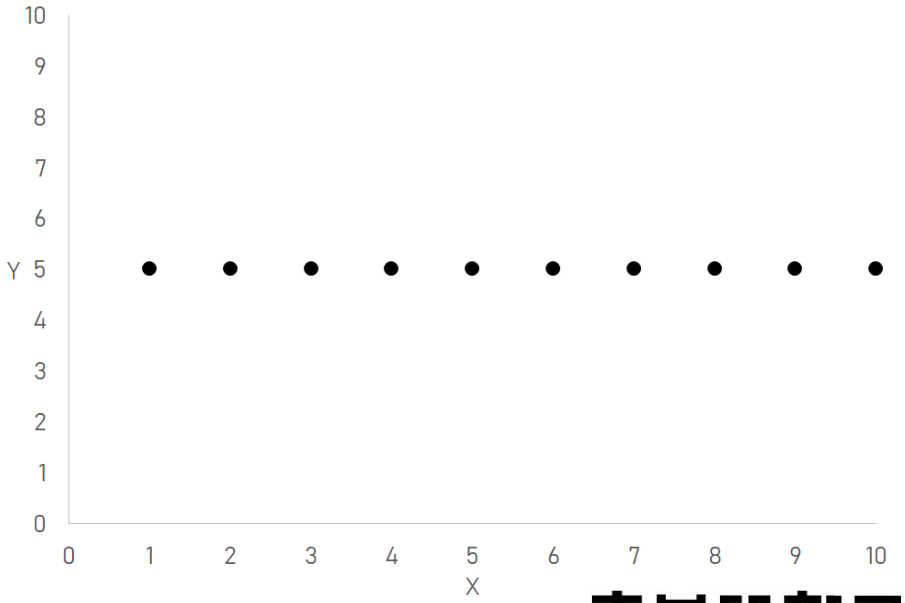
충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

- 왼쪽 산포도에서 Y는 .0001씩이라도 커져서 $\rho = 1$이지만, 오른쪽 산포도는 전혀 변동하지 않아 수평선이고 (ρ)는 아예 계산되지 않는다(Why?).

X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)	X(공통)	Y(왼쪽)	Y(오른쪽)
1	5	5	6	5.0005	5
2	5.0001	5	7	5.0006	5
3	5.0002	5	8	5.0007	5
4	5.0003	5	9	5.0008	5
5	5.0004	5	10	5.0009	5



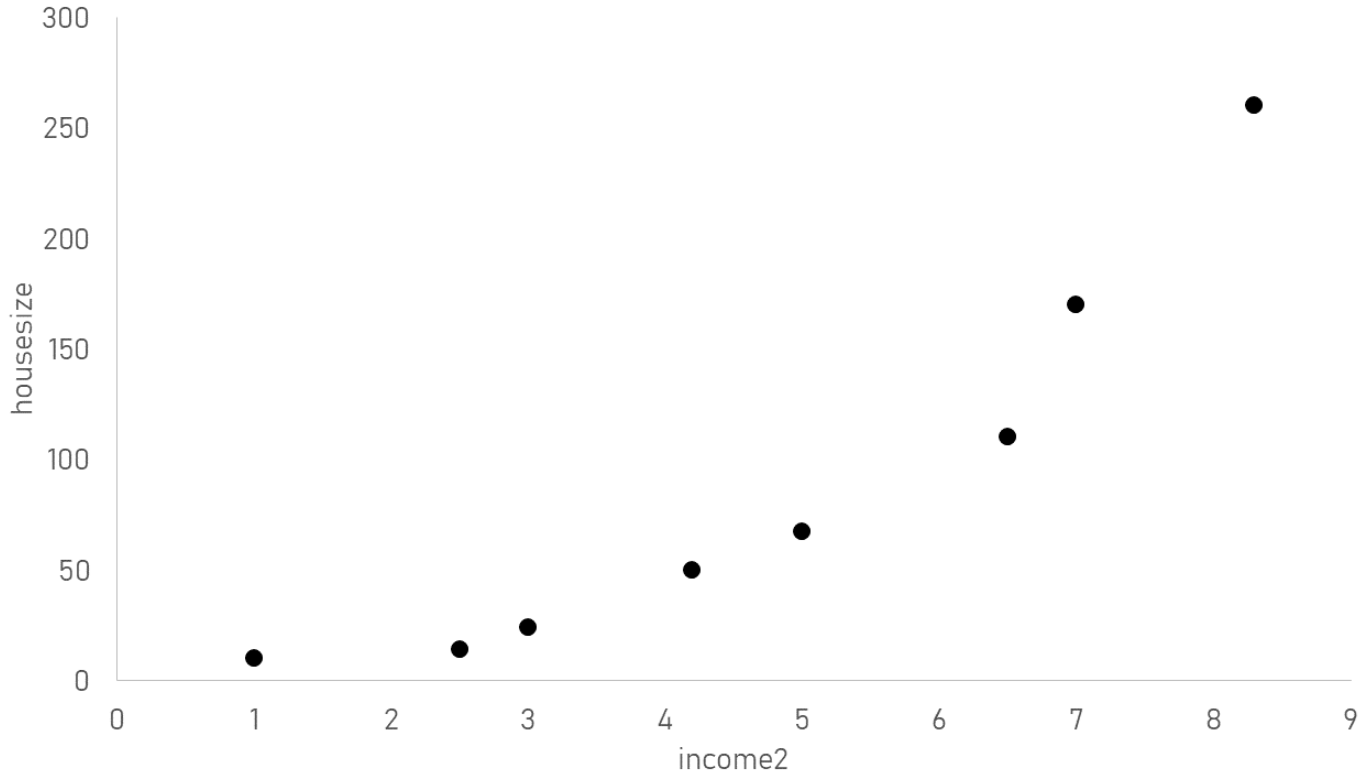


충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

아까 showmethemoney.csv에서 사실 월 소득과 방 평수 사이의 관계는 비선형적(non-linear)이다.

- 이것은 선형적(linear)이지 않고 보다 구체적으로는 곡선형(curvilinear)이다.



충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

유의성 검정 및 해석상 주의사항

상관계수를 보고할 때는 반드시 함께 산포도를 그려보자([Stata 코드] 참고).

- X와 Y의 관계는 경우에 따라서 U자형, 역U자형, W자형 등등 다양할 수도 있다.
- 상관분석은 기본적으로 X와 Y의 관계가 선형적일 것으로 가정하기 때문에 만일 데이터가 그렇지 않으면 문제를 일으킨다.
- 따라서 무턱대고 상관계수를 보고하기 보다는 반드시 먼저 산포도를 그려보고 충분히 선형적 관계인지 눈으로 확인해 둘 필요가 있다.
- Stata에서도 상관계수를 보고하기 앞서 산포도를 그려보자. 산포도에서 찾은 극단치(outliers)를 제거하고 다시 상관계수도 계산해보자.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

상관분석의 실제 활용

상관분석의 실제 활용

상당히 많은 논문들이 기술통계의 일환으로 상관계수행렬을 제시한다.

- 상관계수행렬은 단순히 한 변수와 다른 변수 사이의 상관관계를 보여주는 것을 넘어 이른바 다중공선성(multicollinearity)이 존재하는가를 살펴볼 때도 (잠재적으로) 유용하다. 이에 관해서는 나중에 다루기로 한다.
- 상관계수행렬은 논문 한 페이지를 통째로 잡아먹기 때문에 근래에는 보고하지 않는 경우도 많다.
- 이 행렬은 이른바 메타분석(meta analysis)에서 종종 유용한 정보를 제공하는 경우가 있으므로 사정이 허용된다면 온라인 부록(online appendix)으로라도 보고하는 편이 바람직하다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

일원분산분석의 실제 활용

논문의 기술통계 파트에서 상관계수행렬이 실제로 어떻게 활용되는지 살펴보자

- 한내창 (2020)의 〈표2〉를 꼼꼼히 살펴보자. 이 표는 혼전성수용도에서 교육수준에 이르기까지 10개의 변수들 사이에 상관계수가 어떠한가를 보여준다.
- 혼전성수용도와 가장 큰 상관계수를 보이는 변수는 무엇인가?
- 혼외성수용도와 가장 큰 상관계수를 보이는 변수는 무엇인가?
- 혼전 및 혼외성수용도 사이에는 통계적으로 유의한 상관관계가 있나?
- 가장 큰 상관계수를 보이는 두 변수는 무엇인가?

한내창. 2010. "종교와 성태도 간 관계." 한국사회학 44(5): 114-138.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY