

사회통계연습

교차표와 χ^2 독립성 검정

김현우, PhD¹

¹충북대학교 사회학과 부교수



진행 순서

- 1 교차표의 기초
- 2 교차표 표준화
- 3 χ^2 독립성 검정
- 4 교차표 분석의 실제 활용



교차표의 기초



교차표의 기초

교차표는 어쩌면 가장 유용한 조사기법이다.

- 원칙적으로 교차표는 두 개의 질적변수 사이의 관계를 분석하는데 사용한다.
- 하지만 일정한 정보의 손실을 감수한다면 숫자형 변수를 범주형 변수로 얼마든지 변환할 수 있다(e.g., 숫자형 연령에서 범주형 연령으로).
- 그러므로 교차표는 (1) 두 개의 질적변수, (2) 하나의 질적변수와 하나의 양적변수, (3) 두 개의 양적변수 등 자료유형과 무관하게 다 사용할 수 있다.
- 즉 교차표는 둘 이상의 변수 간 관계를 분석하는데 있어 매우 탄력적이고 강력한 도구이다.
- 수많은 보고서, 연구논문 뿐 아니라, 사회학의 고전에서조차 교차표는 폭넓게 사용되어 왔고 앞으로도 그럴 것이다.



교차표의 기초

- 교차표로 **유형론(typology)**을 제시하기에 편리하다. 무엇을 기준으로 유형을 만들 것인가는 여러분의 이론적 상상력에 달렸다!
- 현실은 아주 구체적이다(e.g., “모든 나무는 다르게 생겼다”). 하지만 우리는 현실을 반영한 추상적 이론을 만들 수 있다(e.g., “나무는 활엽수 또는 침엽수로 나뉜다”).
- 앞으로 닥친 현실에 부딪칠 때 과거의 유형론을 꺼내 쓸 수 있다!
- 신문의 정치적 이데올로기에 따라 다음의 2×2 교차표를 만들었다고 하자. 각각의 셀은 Max Weber가 말한 **이념형(ideal type)**의 상대적 위치를 요약한다.

표 6-4 신문의 정치적 유형

		대외정책	
		보수주의적	진보주의적
국내정책	보수주의적	A	B
	진보주의적	C	D



교차표 표준화



교차표 표준화

- 교차표는 각 셀에는 빈도(frequency)를 보고하는 것에서 종종 출발한다. 하지만 사실 비율(percentage)을 보고하는 쪽이 해석에 훨씬 편리하다.
- 그런데 상대비율을 구할 때는 세 가지 방법을 상상해 볼 수 있다!
 - (1) 행 합계(row total)로 표준화하는 방법
 - (2) 열 합계(column total)로 표준화하는 방법
 - (3) 총 합계(grand total)로 표준화하는 방법
- 물론 셋 다 연습해야 한다. 분석 목적에 따라 다른 표준화 방식이 적용되어야 하기 때문이다.
- 그런데 우리는 관습에 따라 종종 독립변수 X 에 해당하는 부분을 행(row)에 놓고, 종속변수 Y 에 해당하는 부분을 열(column)에 놓는 경향이 있다.
- 이 경우 행 합계로 표준화하는 편이 해석에 편리하다(Why?).



교차표 표준화

종교성의 성차를 살펴본다고 하자.

- 좌측은 빈도를, 우측은 행 합계 비율을 나타내고 있다.

	비종교인	종교인	합계
남자	232	68	300
여자	124	97	221
합계	356	165	521

	비종교인	종교인	합계
남자	0.77	0.23	1
여자	0.56	0.44	1
합계	0.68	0.32	1

- 이 해석은 물론 **조건부확률(conditional probability)** 개념을 사용하고 있다.

$$P(\text{비종교인}|\text{남자}) = 0.77$$

$$P(\text{종교인}|\text{남자}) = 0.23$$

$$P(\text{비종교인}|\text{여자}) = 0.56$$

$$P(\text{종교인}|\text{여자}) = 0.44$$



교차표 표준화

- 좌측은 빈도를, 우측은 열 합계 비율을 나타내고 있다.

	비종교인	종교인	합계
남자	232	68	300
여자	124	97	221
합계	356	165	521

	비종교인	종교인	합계
남자	0.65	0.41	0.58
여자	0.35	0.59	0.42
합계	1	1	1

- 만약 열 합계로 표준화할 경우, $P(\text{여자}|\text{종교인})$, $P(\text{남자}|\text{종교인})$, $P(\text{여자}|\text{비종교인})$, $P(\text{남자}|\text{비종교인})$ 을 계산할 수 있다. 이 해석들도 조건부확률 개념을 사용하고 있다.



교차표 표준화

- 좌측은 빈도를, 우측은 총 합계 비율을 나타내고 있다.

	비종교인	종교인	합계
남자	232	68	300
여자	124	97	221
합계	356	165	521

	비종교인	종교인	합계
남자	0.45	0.13	0.58
여자	0.24	0.19	0.42
합계	0.68	0.32	1

- 이 해석은 **결합확률(joint probability)**을 사용하고 있다.

$$P(\text{비종교인} \cap \text{남자}) = 0.45$$

$$P(\text{종교인} \cap \text{남자}) = 0.13$$

$$P(\text{비종교인} \cap \text{여자}) = 0.24$$

$$P(\text{종교인} \cap \text{여자}) = 0.19$$



연습 1. HATE.SAV에서 오프라인 혐오표현 노출과 온라인 혐오표현 노출 간 연관성을 드러내는 표를 작성하고 이를 시각화하시오. 결과물을 적절히 해석하시오.



교차표 표준화

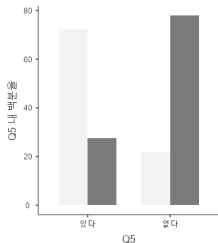
(제3주차 시각화 수업에서 배웠듯) 막대 차트를 이용해 시각화할 수 있다.

- Jamovi에서는 [분석]-[빈도]-[분할표]에서 “독립 표본”을 선택한다.
- 교차표를 만들 때는 독립변수가 x 축에 온다는 전제 아래 행 표준화를 수행한다.

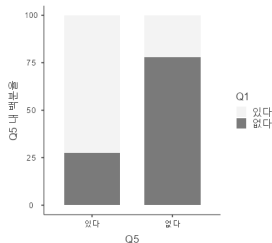
분할표		Q1		전체
		있다	없다	
Q5				
있다	행 비율	72.4 %	27.6 %	100.0 %
없다	행 비율	21.9 %	78.1 %	100.0 %
전체	행 비율	53.3 %	46.8 %	100.0 %

χ^2 검증			
	값	자유도	p
χ^2	290	1	< .001
사례수	1200		

도표

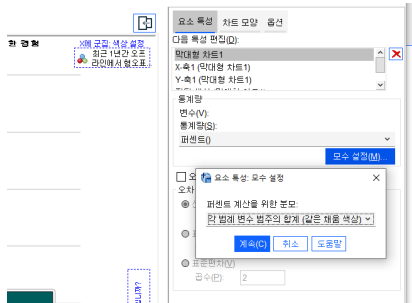


도표



교차표 표준화

- SPSS에서는 [분석]-[기술통계량]-[교차분석]에서 “수평배열 막대형 차트 표시”를 선택한다.
- 그러나 [그래프]-[차트 작성기]에서 “수평누적 막대도표”를 선택한 뒤, x 축과 군집을 잘 선택하는 편이 낫다(Why?).
- 표의 내용과 시각화의 내용이 (표준화 차원에서) 일관되어야 한다!



연습 2. 앞서 자료를 다시 한 번 활용하여 이번에는 총합계로 표준화하여 다시 한 번 표와 시각화를 작성하시오. 결과물을 적절히 해석하시오.



χ^2 독립성 검정



χ^2 독립성 검정

χ^2 분석으로 교차표의 유의성 검정을 수행할 수 있다.

- 우리는 이미 χ^2 분포에 관해 모분산에 대한 추정과 가설검정 파트에서 배웠다.
- 이제 Karl Pearson이 개발한 χ^2 독립성 검정(chi-square test of independence) 또는 χ^2 분석(chi-square analysis)이라고 불리는 기법을 하나 더 배운다.
- χ^2 분포를 따르는 확률밀도함수를 정의하기 위해서는 독립성 가정(independence assumption)이 필요했음을 떠올리자. Karl Pearson의 χ^2 분석은 이 가정을 절묘하게 이용한다.
- 즉 독립성을 가정하고 이론적으로 계산한 기대빈도(expected frequency) E 와 실제 교차표의 관찰빈도(observed frequency) O 를 비교하여 너무 큰 차이가 나는지 살펴보는 것이다!



χ^2 독립성 검정

기대빈도 E 는 χ^2 분포의 독립성 가정에 따라 계산된다.

- 표준화된 비율 자료가 아니라 빈도 자료로 χ^2 독립성 검정을 시작한다.

	비종교인	종교인	합계
남자	232	68	300
여자	124	97	221
합계	356	165	521

- 성별과 종교 두 변수가 독립적이라면(=다른 모집단에서 나온 표본이라면) 곱셈법칙이 성립한다.

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(A) \cdot P(B)$$

- e.g., $P(\text{여자} \cap \text{종교인}) = P(\text{여자}) \cdot P(\text{종교인}) = (221/521) \cdot (165/521) \approx 0.13434$
- $n = 521$ 이므로 “여자 \cap 종교인” 사건의 기대빈도 E 는 $521 \cdot 0.13434 = 69.99$ 이다.



χ^2 독립성 검정

- 이제 채워진 관찰빈도 O 와 기대빈도 E 를 꼼꼼히 비교해보자!

	비종교인	종교인	합계
남자	232	68	300
여자	124	97	221
합계	165	356	521

	비종교인	종교인
남자	204.99	95.01
여자	151.01	69.99

- 기대빈도 E 는 두 변수가 독립적이라는 가정에 입각했을 때 이론적으로 기대된 빈도였다.
- 다시 말해, 기대빈도 E 가 관찰빈도 O 와 크게 다르지 않다면 독립성 가정(=두 변수는 서로 독립적이다)는 결론에 도달한다.
- 반면, 기대빈도 E 와 관찰빈도 O 가 크게 다르다면 독립성 가정이 틀리다는 결론에 도달한다. 즉 두 변수는 연관되어 있는 것이다.



χ^2 독립성 검정

지금까지 논의를 통해 χ^2 분석의 가설구조를 유추할 수 있다.

- χ^2 독립성 검정의 가설은 다음과 같다.

H_0 : 성별과 종교인 여부는 서로 독립적이다.

H_a : 성별과 종교인 여부는 서로 독립적이지 않다.

- 만일 귀무가설을 기각할 수 있었다고 할지라도 여성이 더 종교적인지 여부 등은 독립성 검정을 통해서 알 수 없다.
- 단지 “성별과 종교성이 서로 독립적”이라는 귀무가설을 통계적으로 유의하게 기각할 수 있을 뿐이다.
- 대립가설 이상의 해석을 χ^2 독립성 검정에 멋대로 덧붙이지 않도록 꼭 주의해야 한다!



χ^2 독립성 검정

관찰빈도 O 와 기대빈도 E 가 다름을 확인하는 유의성 검정을 수행한다.

- (유의성 검정에서 사용하는) 이론적 확률분포는 확률변수 χ^2 의 분포이다.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{(O_{jk} - E_{jk})^2}{E_{jk}} \sim \chi^2_{(j-1)(k-1)}$$

- 만일 귀무가설대로 $O = E$ 라면 χ^2 는 0이다. 그러나 표본에서 계산된 χ^2 값이 크다면 (그러진) χ^2 분포 위의 아주 구석진 곳에 놓일 것이다.
- 유의수준에 따른 판정은 엑셀 함수 1-CHISQ.DIST(·)를 활용할 수 있지만 Jamovi나 SPSS가 바로 답을 준다.



χ^2 독립성 검정

연습 3. religious.sav에서 종교성과 성차의 연관성을 살펴보고 이에 대한 유의성 검정을 수행한 뒤, 결과를 해석하시오.



χ^2 독립성 검정

연습 4. finedust.sav에서 “귀하는 미세먼지로 인해 어느 정도 영향을 받고 계십니까”라는 문항이 응답자가 거주하고 있는 광역지역(시도 단위)에 따라 연관성이 있는지 검토하시오.



교차표 분석의 실제 활용



교차표 분석의 실제 활용

교차표와 유의성 검정 결과를 기술통계표로 제시할 수도 있다.

- 교차표는 까다로운 통계학 지식이나 스킬이 없어도 쉽게 할 수 있기 때문에 유용성이 높다.
- 다양한 책과 논문에서 실제 활용된 결과물을 통해 어떻게 교차표를 만들어야 하는지 배워야 한다.
- **유의성 검정(significance test)**을 통해 테스트하는 것은 모집단에서 두 변수가 서로 독립인가의 여부임에 주의할 것!



교차표 분석의 실제 활용

<표 3> 직업환경적 특성과 건강수준의 관계

특 성		질병경험		심혈관질환 이환		주관적 건강상태		
		없음	있음	없음	있음	건강군	보통군	비건강군
군	육군	319(67.9)	151(32.1)	458(97.2)	13(2.8)	250(53.5)	186(39.8)	31(6.6)
	공군	119(68.0)	56(32.0)	169(96.0)	6(4.0)	59(51.8)	50(43.9)	5(4.4)
	해군	73(65.2)	39(34.8)	109(94.8)	7(5.2)	83(47.2)	81(46.0)	12(6.8)
		$\chi^2=0.325$		$\chi^2=1.915$		$\chi^2=3.116$		
근무지역	후방	209(72.8)	78(27.2)	283(97.3)	8(2.7)	162(56.4)	111(38.7)	14(4.9)
	특수/전방	225(67.8)	107(32.2)	320(96.1)	13(3.9)	165(49.7)	139(41.9)	28(8.4)
	산업/교육	78(56.1)	61(43.9)	134(96.4)	5(3.6)	66(47.5)	67(48.2)	6(4.3)
		$\chi^2=11.938^*$		$\chi^2=0.648$		$\chi^2=8.175$		
계급	부사관	319(64.1)	179(35.9)	479(95.8)	21(4.2)	252(50.9)	210(42.4)	33(6.7)
	위관장교	140(74.5)	48(25.5)	188(98.4)	3(1.6)	108(56.5)	71(37.2)	12(6.3)
	영관장교	32(72.7)	12(27.3)	43(97.7)	1(2.3)	19(43.2)	23(52.3)	2(4.5)
		$\chi^2=7.354^*$		$\chi^2=3.089$		$\chi^2=4.006$		
근무기간	5년 미만	251(71.1)	102(28.9)	348(98.6)	5(1.4)	214(61.3)	115(33.0)	20(5.7)
	5~10년	113(68.5)	52(31.5)	164(97.0)	5(3.0)	83(49.1)	71(42.0)	15(8.9)
	11년 이상	120(58.5)	85(41.5)	190(92.2)	16(7.8)	84(41.0)	110(53.6)	11(5.4)
		$\chi^2=9.487^*$		$\chi^2=15.474^{**}$		$\chi^2=26.483^{**}$		

* $P<0.05$, ** $P<0.001$

김봉정·정애숙·이주열. 2009. "남자 직업군인의 건강수준 관련 요인." 『보건교육·건강증진학회지』 26(3): 49-62.



교차표 분석의 실제 활용

〈표 4〉 성장기 경험(부모 간 - 심한 말) 유무에 따른 폭력 관련 생각

단위: 명(%)

구분	있다	없다	전체	χ^2
폭력 관련 생각 - 결과가 좋다면 나쁘지 않음	전혀 그렇지 않다	751 (37.0)	1425 (47.9)	2176 (43.5)
	그렇지 않다	972 (48.0)	1264 (42.5)	2236 (44.7)
	그렇다	288 (14.2)	274 (9.2)	562 (11.2)
	매우 그렇다	16 (0.8)	12 (0.4)	28 (0.6)
폭력 관련 생각 - 사회질서 유지에 폭력 필요	전혀 그렇지 않다	703 (34.7)	1254 (42.2)	1957 (39.1)
	그렇지 않다	782 (38.6)	1166 (39.2)	1948 (39.0)
	그렇다	510 (25.2)	526 (17.7)	1036 (20.7)
	매우 그렇다	31 (1.5)	28 (0.9)	59 (1.2)
폭력 관련 생각 - 폭력이 일치리 쉽게 함	전혀 그렇지 않다	816 (40.3)	1404 (47.2)	2220 (44.4)
	그렇지 않다	908 (44.8)	1295 (43.5)	2203 (44.1)
	그렇다	272 (13.4)	258 (8.7)	530 (10.6)
	매우 그렇다	30 (1.5)	17 (0.6)	47 (0.9)
폭력 관련 생각 - 싸움 건 사람을 때리는 것은 나쁘지 않음	전혀 그렇지 않다	636 (31.4)	1069 (36.0)	1705 (34.1)
	그렇지 않다	1006 (49.6)	1404 (47.2)	2410 (48.2)
	그렇다	364 (18.0)	473 (15.9)	837 (16.7)
	매우 그렇다	21 (1.0)	27 (0.9)	48 (1.0)
폭력 관련 생각 - 학교/군대 내 선배의 후배 폭행 용인 가능	전혀 그렇지 않다	926 (45.7)	1478 (49.7)	2404 (48.1)
	그렇지 않다	929 (45.9)	1250 (42.0)	2179 (43.6)
	그렇다	170 (8.4)	239 (8.0)	409 (8.2)
	매우 그렇다	1 (0.0)	7 (0.2)	8 (0.2)

*** $p < 0.001$, ** $p < 0.01$, * $p < 0.05$, n.s. not significant

유한희. 2014. “부모 간 폭력 목격이 성장기 아동에 미치는 영향.” 한국사회학회 사회학대회 논문집. 368-386.



교차표 분석의 실제 활용

Table 6. Reduction in crashes caused by elderly drivers through the voluntary return of driver's licenses using a Chi-Square test

			Number of crashes caused by elderly drivers			Number of fatalities caused by elderly drivers			Number of serious injury crashes caused by elderly drivers		
			Treated group	Control group	Sum	Treated group	Control group	Sum	Treated group	Control group	Sum
2019	Observed numbers (number)	Before	8,737	2,617	11,354	367	231	598	2,838	969	3,807
		After	7,459	2,180	9,639	247	104	351	2,138	844	2,983
		Sum	16,196	4,797	20,993	614	335	949	4,976	1,813	6,790
	Predicted numbers (number)	Before	8,759	2,595	11,354	387	211	598	2,790	1,017	3,807
		After	7,436	2,203	9,639	227	124	351	2,186	797	2,983
		Sum	16,196	4,797	20,993	614	335	949	4,976	1,813	6,790
	Chi-square statistics			0.534		7.763**			6.993**		
	Observed numbers (number)	Before	7,060	2,673	9,733	420	242	663	2,592	422	3,014
		After	5,711	1,885	7,596	309	101	411	1,957	416	2,373
		Sum	12,771	4,558	17,329	730	344	1,073	4,549	838	5,387
2020	Predicted numbers (number)	Before	7,173	2,560	9,733	450	212	663	2,545	469	3,014
		After	5,598	1,998	7,596	279	131	411	2,004	369	2,373
		Sum	12,771	4,558	17,329	730	344	1,073	4,549	838	5,387
	Chi-square statistics			0.234		16.711**			28.361**		

2019 treated groups : 81, control groups : 25, 2020 treated groups : 61, control groups : 25

* $p < .05$, ** $p < .01$.

홍다희·한상진. 2024. “운전면허 자진반납제도에 따른 고령 운전자 유발 교통사고 변화분석.” 『대한교통학회지』 42(4): 398-407.



교차표 분석의 실제 활용

본래 χ^2 분석에는 독립성 검정 이외에 다른 유형도 있다.

- 기본적으로 독립성 검정(independence test)이 압도적으로 많이 쓰인다.
- 그러나 동질성 검정(homogeneity test)과 적합성 검정(goodness-of-fit test)도 분석 목적에 따라 나름 유용하다(교재 11장 참고).
- 독립성 검정과 동질성 검정은 두 변수 사이의 독립성에 주목하는 반면, 적합성 검정에서는 단일한 변수에 대한 이론적 분포와 (실제로) 관찰된 분포 사이의 일치성 여부를 살펴본다.
- 적합성 검정은 고급통계학이나 수리사회학(mathematical sociology) 분야에서는 매우 중요한 분석도구가 되지만, 기초사회통계에서는 다루지 않는다.

