

사회통계연습

단일표본 t 검정과 평균비교

김현우, PhD¹

¹충북대학교 사회학과 부교수



진행 순서

- 1 모평균에 관한 가설검정
- 2 단일모평균에 관한 가설검정
- 3 두 모평균에 관한 가설검정



모평균에 관한 가설검정



모평균에 관한 가설검정

평균에 관한 가설검정은 관례상 t 검정으로 수행한다.

- 표본 크기가 충분히 크면($n \geq 30$) 평범하게 표준정규분포, 즉 Z 분포를 사용해서 가설검정할 수 있다.
- 표본 크기가 너무 작으면($n < 30$) t 분포를 사용해서 가설검정할 수 있다.
- 표본 크기가 커짐에 따라 t 분포는 점차 표준정규분포에 수렴한다.



모평균에 관한 가설검정

t 분포를 사용하여 (Z 분포와 비슷하게) 가설검정을 수행할 수 있다.

- 오늘 연습할 t 검정(t test)에는 세 종류가 있다.
- 첫째, 살펴보려는 모집단이 하나 있을 때 그 평균에 관해 가설검정할 수 있다.
- 먼저 모집단에 관한 귀무가설(null hypothesis)을 세운다.
- (이것이 옳다는 전제 아래) 그 표본평균의 표집분포가 t 분포를 따른다고 할 때, 나의 표본에 근거하여 귀무가설을 기각할 수 있는가 살펴본다.
- 이것이 (1) 단일표본 t 검정(one-sample t test)이다.



모평균에 관한 가설검정

- 둘째, 살펴보려는 모집단이 두 개 있을 때 그 평균의 차이에 관해 가설검정할 수 있다. 이것이 이른바 **평균비교(mean comparison)**이다.
- 각각에서 무한히 표본을 뽑고 두 평균의 차 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ 를 **확률변수(random variable)**로 보고 표집분포를 그릴 수 있다.
- 그 표집분포는 대표본일 때 정규분포한다. 물론 소표본이라면 t 분포한다.
- 이제 귀무가설을 세우고 적절하게 가설검정을 수행한다.
- 다만 자료구조에 따라 (2) **독립표본 t 검정(t test for independent samples)** 또는 (3) **쌍체표본 t 검정(t test for paired samples)**을 사용해야 한다.



단일모평균에 관한 가설검정



단일모평균에 관한 가설검정

연습 1. 우리나라 형사정책연구원에서 2019년 발표한 <국민안전 보장을 위한 형사정책의 실효성> 자료를 살펴보자. neighbor.sav에서 Q1 변수들은 이웃과의 관계를 주관적으로 측정하는 문항이다. 이웃과의 관계 표준 점수들의 평균을 구한 뒤, 그 값에 관해 검정하고자 한다. 이때 고래는 “이웃과의 관계 점수 평균은 70점이다”라는 귀무가설을 세웠다. 적절한 가설을 제시하고 5% 유의수준에서 이를 검정하시오.



단일모평균에 관한 가설검정

- 모평균에 관한 가설검정이므로 적절한 가설은 다음과 같다.

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_a : \mu \neq 70$$

- 이 자료는 표본 크기가 상당히 크다. 그러므로 t 분포가 아니라 표준정규분포를 사용할 수 있다. 그러나 표본 크기가 크면 두 분포는 결국 비슷해지므로 신경쓰지 않고 그냥 분석해도 된다.
- SPSS에서는 [분석]-[평균 비교]-[일표본 T검정]을 선택한다. Jamovi에서는 [분석]-[T-테스트]-[단일표본 T 검증]을 선택한다.
- 95% 신뢰수준(또는 5% 유의수준)에서 통계적으로 유의하게 귀무가설을 기각할 수 있다.



단일모평균에 관한 가설검정

- 물론 엑셀에서도 같은 답을 구해 볼 수 있다.
- 엑셀의 [데이터] 메뉴에서 [데이터 분석]을 선택하고 “기술 통계법”을 고른다.
요약통계량을 구해 표본평균 \bar{x} 와 표준오차 s/\sqrt{n} 도 찾아낸다.
- 이제 t 값을 다음과 같이 계산한다.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{51.56 - 70}{17.3/\sqrt{2000}} = -47.66$$



단일모평균에 관한 가설검정

- 귀무가설이 옳다는 가정 아래에서 그린 표집분포 상에 이러한 표본평균 t 값이 나올 확률은 얼마인가? 다시 말해, 유의확률(p -value)을 확인해야 한다.
- 이 가설구조는 양측검정을 필요로 한다. 좌측 꼬트머리 면적은 $T.DIST(-47.66, 1999, TRUE)$ 이고, 우측 꼬트머리 면적도 값은 같다(Why?).
- 유의확률은 매우 작은 값이다. 적어도 0.05보다는 확실히 작으므로 고래는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각할 수 있다.
- 이 답은 물론 통계 프로그램에서 구한 결과와 완전히 똑같다.



단일모평균에 관한 가설검정

연습 2. 그때 옆에 있던 새우는 같은 자료를 토대로 이번엔 “이웃과의 관계 점수 평균은 51점이다”라는 귀무가설을 세웠다. 적절한 가설을 제시하고 5% 유의수준에서 이를 검정하시오.



두 모평균에 관한 가설검정



두 모평균에 관한 가설검정

평균비교는 두 모집단의 평균의 차이를 가설검정의 대상으로 삼는다.

- 평균비교는 양측검정과 단측검정으로 수행될 수 있다. 다만 양측검정이 압도적으로 많이 사용된다(Why?).

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0$$

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0$$

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 < 0$$

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 > 0$$

- 사실 0이 아닌 숫자로 가설검정을 할 수 있다. 하지만 0이 실무나 연구에서 많이 쓰이므로 이걸로 충분하다.



두 모평균에 관한 가설검정

- 단일표본 t 검정은 현실적으로 그다지 사용되지 않는다고 생각하기 쉽다(Why?). 하지만 나중에 정말 중요하게 사용된다!
- 물론 당장은 그룹 간의 평균비교를 수행하는 경우가 훨씬 많다.
 - (1) 남성의 연 평균소득과 여성의 연 평균소득의 차이
 - (2) 가출경험이 있는 중학생이 가진 비행경험 친구의 수와 가출경험이 없는 중학생이 가진 비행경험 친구의 수의 차이
 - (3) 집중강화 트레이닝을 받기 전 2군 선수들의 이전 평균기록과 이후 평균기록의 차이
 - (4) 처방약을 복용한 환자의 혈압과 위약을 복용한 환자의 혈압의 차이



두 모평균에 관한 가설검정

독립표본 t 검정과 쌍체표본 t 검정은 어떻게 다른가?

- 왼쪽은 쌍체표본(paired samples)으로 같은 사람에 대해 처방 전후(before and after)로 기록이 짝지어(paired) 있는 반면, 오른쪽은 독립표본(independent samples)은 처방(treatment) 실시 여부를 말해주는 더미변수(dummy variable)가 있다.

ID	BEFORE	AFTER
1	35	27
2	31	39
3	46	33
4	39	40
5	31	31

ID	TREATED	RECORD
1	0	35
2	0	31
3	0	46
4	0	39
5	0	31
1	1	27
2	1	39
3	1	33
4	1	40
5	1	31



두 모평균에 관한 가설검정

- 먼저 독립표본과 쌍체표본을 정확하게 식별해야 한다. 실무적으로는 독립표본이 압도적으로 많이 사용된다.
- 쌍체표본 t 검정은 그다지 사용되지 않는데 괜히 사람 헛갈리게 한다.
- 두 가지 자료 구조는 본질적으로 같다. 다만 구조화의 방식이 다를 뿐이다.
- 우리는 **자료 재배열(data reshaping)**을 지난 주에 연습했기 때문에 이제 마음대로 바꿀 수 있다!



두 모평균에 관한 가설검정

연습 3. PAIRED.SAV를 독립표본으로 변경하시오. 그리고 다시 쌍체표본으로 되돌리시오.



두 모평균에 관한 가설검정

연습 4. 아동의 사회화에 관한 가족사회학 연구를 수행하는 로즈는 초등학생의 사회적 자아가 1년 전후로 분명히 차이가 있을 것이라고 예상하고 있다. social_paired.csv는 사회적 자아 점수가 각각의 시점에서 socialself1과 socialself2로 입력되어 있다. 로즈의 귀무가설과 대립가설을 제시하고 5% 유의수준에서 검정하시오.



두 모평균에 관한 가설검정

- 새우의 적절한 가설은 다음과 같으며 양측검정이 필요하다.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

- 자료를 열어보면 표본 수가 매우 작고 쌍체표본이므로 쌍체표본 t 검정이 적합하다.
- 쌍체표본을 만들기 위해 결합(merging)이 필요할 수도 있다(Why?).
- (독립표본과는 달리) 쌍체표본은 같은 대상을 **반복 측정(repeated measures)**한 경우에만 타당하다.
- SPSS에서는 [분석]-[평균 비교]-[대응표본 T검정]을 선택한다. Jamovi에서는 [분석]-[T-테스트]-[대응표본 T 검증]을 선택한다.



두 모평균에 관한 가설검정

연습 5. 로즈와 같은 수업을 듣는 브래드도 초등학교의 사회적 자아가 1년 전후로 분명히 차이가 있을 것이라고 귀무가설을 세웠다. 이번에는 `social_independent.csv`를 사용하여 위 가설을 95% 신뢰수준에서 검정하시오.



두 모평균에 관한 가설검정

- 브래드의 적절한 가설은 다음과 같으며 양측검정이 필요하다.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

- 자료를 열어보면 표본 수가 매우 작고 독립표본이므로 독립표본 t 검정이 적합하다.
- SPSS에서는 [분석]-[평균 비교]-[독립표본 T검정]을 선택한다.



두 모평균에 관한 가설검정

연습 6. neighbor.sav 자료를 활용하여 국적(TYPE)에 따라 이웃과의 관계 점수 평균이 다른지 여부를 5% 유의수준에서 검정하시오.



두 모평균에 관한 가설검정

- 평균 비교의 문제로 귀무가설은 다음과 같다.

$$H_0 : \mu_{\text{내국인}} - \mu_{\text{외국인}} = 0$$

$$H_a : \mu_{\text{내국인}} - \mu_{\text{외국인}} \neq 0$$

- 그런데 이것은 대응표본이 아니라 독립표본이다. 대부분 이런 상황일 것이다(Why?).
- t 값은 약 7.1로 이는 5% 유의수준에서 통계적으로 유의한 차이가 있음을 시사한다.
- 표본 내에서 시각화해보자.

