2013 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

承　诺　书

我们仔细阅读了《全国大学生数学建模竞赛章程》和《全国大学生数学建模竞赛参赛规则》(以下简称为“竞赛章程和参赛规则”,可从全国大学生数学建模竞赛网站下载)。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛章程和参赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛章程和参赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛章程和参赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从 A/B/C/D 中选择一项填写）：B

我们的参赛报名号为（如果赛区设置报名号的话）：20001040

所属学校（请填写完整的全名）：国防科学技术大学

参赛队员 (打印并签名) ：1. 向航

2. 王帆

3. 郭树璇

指导教师或指导教师组负责人　(打印并签名)：

（论文纸质版与电子版中的以上信息必须一致，只是电子版中无需签名。以上内容请仔细核对，提交后将不再允许做任何修改。如填写错误，论文可能被取消评奖资格。）

日期：2013 年 9 月 16 日

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

扫码关注公众号
后台回复“课程”
精品课程
DTVBQ

2013 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

扫码关注公众号
后台回复“课程”
更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

基于旅行商规划模型的碎纸片拼接复原问题研究

摘要

本文分别针对 RSSTD(Reconstruction of Strip Shredded Text Document）、RCCSTD(Reconstruction of cross-cut Shredded Text Document)和 Two-Sides RCCSTD 三种类型的碎纸片拼接复原问题进行了建模与求解算法设计。首先我们对于 RSSTD 问题，建立了基于二值匹配度的 TSP 模型，并将其转化为线性规划模型，利用贪心策略复原了该问题的中文和英文碎片；然后对于 RCCSTD 问题，由于中英文字的差别，我们分别建立了基于改进误差评估的汉字拼接模型和基于文字基线的误差评估的英文字拼接模型，并利用误差评估匹配算法，复原了该问题的中文和英文碎片；随后我们针对正反两面的 RCCSTD 问题，利用基线的概念将正反两面分行，转化为 RCCSTD 问题，并复原了该问题的英文碎片。最后，我们对模型的算法和结果进行了检验和分析。

◎问题一：我们针对仅纵切的情况，首先将图像进行数字化处理，转换为了二值图像，然后得到各图像的边缘，并计算所有碎片与其他碎片边缘的匹配程度。然后，根据两两碎片之间的匹配程度建立了 TSP 模型，并将其划归为线性规划模型。最终，我们根据左边距的信息确定了左边第一碎片，随后设计了基于匹配度的贪心算法从左向右得到了所有碎片的拼接复原结果。结果表明我们的方法对于中英文两种情况适用性均较好，且该过程不需要人工干预。

◎问题二：我们针对既纵切又横切的情况，由于中英文的差异性，我们在进行分行聚类时应采用不同的标准。首先根据左右边距的信息确定了左边和右边的碎片，随后分别利用基于改进误差评估的汉字拼接模型和基于文字基线的误差评估模型，将剩余的碎片进行分行聚类，然后再利用基于误差评估的行内匹配算法对行内进行了拼接，最终利用行间匹配算法对行间的碎片进行了再拼接，最终得到了拼接复原结果。对于拼接过程中可能出现误判的情况，我们利用 GUI 编写了人机交互的人工干预界面，用人的直觉判断提高匹配的成功率和完整性。

◎问题三：我们针对正反两面的情况，首先根据正反基线信息，分别确定了左右两边的碎片，然后利用基线差值将其两两聚类，聚类以后其正反方向也一并确定，随后我们将其与剩余碎片进行分行聚类，最终又利用行内匹配和行间匹配算法得到了最终拼接复原结果。其中，对于可能出现的误判情况，我们同样在匹配算法中使用了基于 GUI 的人机交互干预方式，利用人的直觉提高了结果的可靠性和完整性。

关键字：碎片复原、TSP、误差评估匹配、基线误差、人工干预

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

一、问题重述

破碎文件的拼接复原工作在传统上主要需由人工完成，准确率较高，但效率很低。特别是当碎片数量巨大，人工拼接很难在短时间内完成任务。随着计算机技术的发展，人们试图开发碎纸片的自动拼接技术，以提高拼接复原效率。请讨论以下问题：

1. 对于给定的来自同一页印刷文字文件的碎纸机破碎纸片（仅纵切），建立碎纸片拼接复原模型和算法，并针对附件 1、附件 2 给出的中、英文各一页文件的碎片数据进行拼接复原。如果复原过程需要人工干预，请写出干预方式及干预的时间节点。复原结果以图片形式及表格形式表达。

2. 对于碎纸机既纵切又横切的情形，请设计碎纸片拼接复原模型和算法，并针对附件 3、附件 4 给出的中、英文各一页文件的碎片数据进行拼接复原。如果复原过程需要人工干预，请写出干预方式及干预的时间节点。

3. 上述所给碎片数据均为单面打印文件，从现实情形出发，还可能有双面打印文件的碎纸片拼接复原问题需要解决。请尝试设计相应的碎纸片拼接复原模型与算法，并就附件 5 的碎片数据给出拼接复原结果。

二、问题分析

破碎文件的拼接复原工作，传统人工处理准确率高，但是效率低。随着计算机技术的发展，本问题试图寻找碎纸片的自动拼接方法。本文的碎片均为矩形，且大小一样，这就给碎片的拼接带来了困难，因为难以利用碎片的轮廓信息，从而只能利用碎片边缘的图像像素信息来进行拼接。

对于问题一，给出了纵切的 19 条碎纸片，碎片为 1980*72，总切线的像素点较多，并且碎纸片的数量较少，从效率出发，可以直接考虑纵切条上的像素统计信息。为了衡量匹配程度，需要建立误差评估函数。本文考虑采用 TSP 模型，将碎纸片作为节点，将误差评估函数的值作为节点之间的权值，寻找最优解。在本问题的情况下，中英文的差别并无太大影响。

对于问题二，由于给出的数据是横纵切的中英文碎片，碎片大小为 180*72，各 208 张。因为碎纸片的数量较多，直接匹配则为 NP 问题中的无法用多项式解决的问题，所以先将行分组匹配完成后再把各行拼接起来。本问题主要解决：1）如何正确高效分组；2）如何准确高效拼接。考虑到中文和英文在字形和印刷结构上的不同，需要定义不同的特征向量去描述中文和英文的碎纸片上的信息。文字各行的位置和间距将作为重要的分组依据。在问题一的基础上，由于每个碎纸片的边缘像素较少，为了充分利用包含信息，误差评估函数的定义将会比问题一中更加细化。行之间的拼接将会利用边缘像素和间距匹配。在本问题中，中英文

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

的基线选择方法将会有很大不同。

对于问题三，在问题二的基础上，加入了正反面信息，碎纸片的形状并没有改变。因此，需要在问题二的误差评估函数的基础上，综合考虑正反面的匹配误差。分组的方法与行间的拼接方式与问题二基本相同。

综上所述，本问题可以看做是 TSP 问题，碎纸片为节点，误差评估函数值为边的权值，寻求最优解的问题。

三、模型假设

1. 假设需要复原的碎片是来自同一张纸，且对于该张纸具有完备性。

2. 假设同一页中，文字的种类、行间距和段落分布情况是相同的。

四、符号说明

m_{ijk}	碎片 i 和碎片 j 第 k 行之间的匹配度
M_{ij}	碎片 i 和碎片 j 之间的匹配度
d_{tb}	由上边缘向下像素点由黑过度到白的距离
d_{bb}	由下边缘向上像素点由黑过度到白的距离
d_{tw}	由上边缘向下像素点由白过度到黑的距离
d_{bw}	由下边缘向上像素点由白过度到黑的距离
$c_h(i,j)$	碎片 i 和碎片 j 之间左右边缘误差评估值
$c'_h(i,j)$	碎片 i 和碎片 j 之间左右边缘相对误差评估值
$c_w(p,q)$	行片段之间上下边缘的误差评估值

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

五、模型建立与求解

文件碎片拼接主要有两类不同的技术标准：

（1）Reconstruction of Strip Shredded Text Documents(RSSTD)

碎片的长度和原始文件的长度相等，同时所有碎纸片都是等宽的长方形。

（2）Reconstruction of Cross-cut Shredded Text Document(RCCSTD)

所有的文件碎片都是长方形且大小相等，但其长度小于原始文件的长度。

问题一为典型的 RSSTD 问题，我们通过分析碎纸片文字的行特征，建立了一种基于匹配度的求解模型，下面就对该模型的建立进行详细的讨论。

5.1 问题 1——基于匹配度的 RSSTD 问题研究

为了便于对图像数据进行分析，我们首先需要对其进行数字化处理以及文字行特征的提取，而后再建立基于匹配度的模型。

5.1.1 图像数字化处理

图像的数字化处理主要包括以下几个方面：

（1）二值化处理

由于纵切碎纸片的长度特征（碎片长度与原始文件长度相等），其边缘像素点信息量丰富。因此我们采取二值化而非灰度对图像进行了处理，进一步简化了算法的复杂度，得到每条碎片像素大小为 72×1980（长×宽），像素点值取{0,1}，其中 0 和 1 分别表示颜色的黑与白。

（2）edge 矩阵的建立

edge[i,j]为 19×2 的矩阵，储存每一条碎片的边缘像素点信息。其中 i 表示碎片的编号，j=0 表示左侧边缘像素点信息，j=1 表示右侧边缘像素点信息。例如，edge[0,0]储存 001 号碎片左侧边缘像素点信息。

（3）count 矩阵的建立

根据 edge[i,j]矩阵，我们可以计算得到一个 19×2 的 count[i,j]矩阵，该矩阵储存每一条碎片边缘取值为 0 的像素点的数量。例如，count[0,0]=350 表示 001 号碎片左侧边缘共有 350 个黑色像素点。

（4）shred with blank left 的选取

根据 count 矩阵，若 edge[i,0]=0，那么我们就认为该碎片在原始文件中处于

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

最左端，即为选取的 shred with blank left。

（5）碎片行特征的提取

由于原始文件文字行特征明显，因此我们需要提取碎片的行特征（其具体的原因见匹配度的定义）。首先确定碎片顶端取值为 0 的像素点的位置，以此作水平线为上边界，依次向下取 w 为行宽（这里取 w=40 pixels 以保证能容纳每一个文字）直至下边缘，得到每条碎片的行数为$\{n_1, n_2,\ldots, n_{19}\}$；然后取$n=\max\{n_1, n_2,\ldots, n_{19}\}$作为最终确定的行数，并以该条碎片的行化方式为标准对每一条碎片进行行化；最终每一条碎片被划分为 28 行。

每条碎片维护着以下的特征数据表：

表 1 碎片 i 特征数据表

k	1	2	3	…	27	28
$\mathbf{n_{kl}}$	n_{i1l}	n_{i2l}	n_{i3l}	…	n_{i27l}	n_{i28l}
$\mathbf{n_{kr}}$	n_{i1r}	n_{i2r}	n_{i3r}	…	n_{i27r}	n_{i28r}

其中，k 为行号；n_{kl}为第 k 行左侧边缘取值为 0 的像素点的数量，n_{kr}为第 k 行右侧边缘取值为 0 的像素点的数量；n_{ikl}为第 i 条碎片第 k 行左侧边缘取值为 0 的像素点的数量。

5.1.2 匹配度的定义

为了衡量两个碎片之间的匹配程度，我们定义匹配度 M_{ij} 作为评价的标准，其计算公式如下：

$$m_{ijk} = \frac{\min(n_{ikr}, n_{jkl})}{\max(n_{ikr}, n_{jkl})}$$

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^{n} m_{ijk}$$

其中，n 为总的行数（如 $n=28$）；m_{ijk} 表示碎片 i 和碎片 j 第 k 行之间的匹配度；M_{ij} 表示碎片 i 和碎片 j 之间的匹配度。

这里我们不选择通过统计碎片边缘总黑色像素点的数量来计算两碎片之间的匹配度，而是通过计算两碎片行匹配度来间接计算其匹配度，原因在于：

① 若以总的边缘黑色像素点计算匹配度，行与行之间的差异性无法体现，匹配结果误差过大；

② 通过行匹配度计算碎片之间的匹配程度，更加充分的挖掘了碎片边缘的信息，更为精确。

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

5.1.3 基于 TSP 问题的模型建立与求解

5.1.3.1 模型的建立

根据匹配度的定义，我们可以计算得到 19 个碎片两两之间边缘的匹配度，现可将问题化简为：已知起始碎片和其他碎片之间的匹配度，寻找一序列使得碎片之间总的匹配度达到最大。如右图所示：

（1）为简化问题，我们引入空白碎片 0，同样可计算得到空白碎片与其他碎片的匹配度；

（2）其中节点表示碎片，有向线段长度表示费用 w_{ij}，且 $w_{ij}=1-M_{ij}$，箭头所指方向表示前一条碎片右侧边缘到后一条碎片左侧边缘。如①→②表示 1 号的碎片右侧边缘与 2 号碎片左侧边缘的费用；

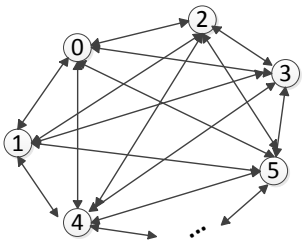


图 1 问题示意图

（3）现要求寻找一条回路遍历所有的节点使得费用达到最小。

通过分析，可以发现这是一典型的 TSP 问题。为解决上述问题，我们建立模型如下：

假设图中存在 Hamilton 回路，有 n 个节点，图中(i,j)边的权重为 w_{ij}，设决策变量为 $x_{ij}=1$ 说明弧(i,j)进入到 Hamilton 回路中，则线性规划模型可表达[6]为：

$$\min \sum_{(i,j)\in E} w_{ij}x_{ij}$$

$$\begin{cases} \sum_{(i,j)\in E} x_{ij} = 1 \\ \sum_{(j,i)\in E} x_{ji} = 1 \\ x_{ij} \in \{0,1\}, (i,j) \in E \\ Only\ One\ Circle \end{cases}$$

求解该问题就是求解该线性规划问题的最优解。

5.1.3.2 模型的求解

为了进一步求解上述模型，我们设计的算法如右图所示：

（1）将所有碎片放入地址池中；

（2）选出左侧全为白色像素点的碎片作为基准碎片，记为 si，并将其从碎片池中剔除；

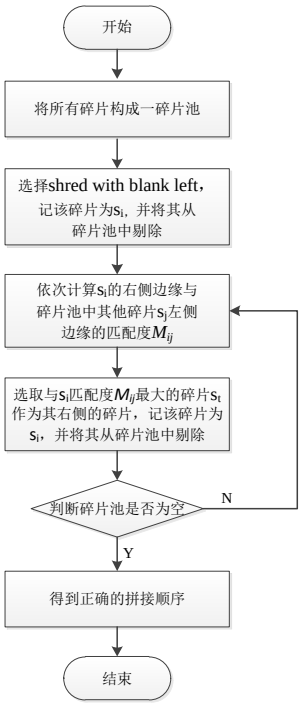


图 2 算法流程图

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

（3）依次计算 s_i 右侧边缘与地址池中其他碎片 s_j 左侧边缘的匹配度 M_{ij}；

（4）选择匹配度最大的碎片 s_t 作为碎片 s_i 的右侧碎片，并将其记为 s_i，从碎片池中剔除该碎片；

（5）重复（3）~（4）步直至碎片池为空。

由于该算法使用统计量构建匹配度，很好的避免了中英文之间的差异性，适用性较好，在实际的应用中都收到了很好的效果。最终可以得到附件 1 与附件 2 中碎片的正确序列如下所示：

表 2 附件 1 排序后碎片序列表

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
碎片编号	8	14	12	15	3	10	2	16	1	4	5	9	13	18	11	7	17	0	6

表 3 附件 2 排序后碎片序列表

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
碎片编号	3	6	2	7	15	18	11	0	5	1	9	13	10	8	12	14	17	16	4

通过求解结果发现，我们利用贪心策略求解得到了全局最优解，原因在于匹配度的定义较好。同时由于碎片两侧提供的信息量大，很好的避免了中英文之间的差异性。若碎片规格变小，信息量减少，中英文之间差异性的讨论显得十分有必要。

5.2 问题 2——基于误差评估的 RCCSTD 问题研究

由于中英文的字存在显著的差异性，对算法的设计有很大影响，因此我们需要对它们进行具体的讨论。

如右图所示，我们可以分析得到如下的差异性特征：

（1）中英文的字行存在显著的差异性，中文字结构复杂，笔画繁多，无法确定固定的基准线；

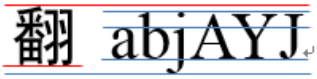


图 3 中英文字对比图

（2）英文字印刷格式固定，一般为“四线三格”的形式，容易通过基准线来确定具体字母的位置信息。

基于以上分析，我们需要针对中英文设计不同的模型进行碎纸片的拼接复原。下面首先建立文字的拼接复原模型。

5.2.1 基于误差评估的汉字拼接模型

5.2.1.1 碎片的逐行分组

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

（1）逐行分组原因分析

首先参考问题一中的算法提取位于原始文件左右边界位置的 22 块碎片，以此为基础将所有碎片分为 22 组，而非按列分组或分为 11 组，主要原因如下：

①若按列分组，由于碎片上下边缘信息量少，分组误差较大，不可取；

②若以原始文件左侧边缘的 11 块碎片为基础将所有碎片分为 11 组，可能存在以下的问题：如右图所示，014 块碎片为原始文件的左侧边缘碎片，128 块碎片为其右侧碎片。但由于 014 块碎片处于一自然段的开始位置，上半部分基本为空白，而 128 块碎片上半部分信息丰富，两者匹配失败率高，很可能导致该组元素个数为 0。因此我们将碎片分为 22 组，同时考虑左侧边缘与右侧边缘的信息，分组效率高且准确率高。

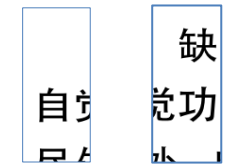


图 4 匹配示意图

（2）分组标准的确定

我们确立四个参数 d_{tb}，d_{bb}，d_{tw}，d_{bw} 其意义如右图所示。其中 d_{tb}，d_{bb} 代表由上下边缘至中间像素点由黑过度到白的距离；d_{tw}，d_{bw} 代表上下边缘至中间像素点由白过度到黑的距离。

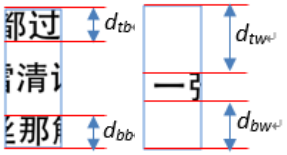


图 5 参数示意图

根据上述定义，对于每一幅图像，首先判断其上下边缘的过度情况，由此可以确定上下边缘的两个参数。那么我们认为若两个碎片具有相同的参数，如同样为 d_{tb} 和 d_{bw}，同时相同参数之间的差值不超过 $4pixels$，即：

$$|d_{tb}-d'_{tb}|\leq 4pixels \quad 且 \quad |d_{bw}-d'_{bw}|\leq 4pixels$$

那么，我们认为两碎片在同一组内。最终可以得到分组情况如下表所示：

表 4 分组情况表

组号	组内成员编号	组号	组内成员编号
1	{7，68，175，0，126，174，56，53，208，158，138，137，45}	**12**	{18，195}
2	{14}	**13**	{36}
3	{29}	**14**	{43}
4	{38，189，88，103，35，24，148，167，161，46，122，130，193}	**15**	{59，37，98，104，10，75，48，171，207，92，111，55，180，5，172，64，44，201}
5	{49，54，28，192，22，129，190，186，118，143，65，57，2，91}	**16**	{60，205，85，152}
6	{61，116，67，162，79，99，63，20，72，6，	**17**	{74，8，25，9}

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

	69，96，131，78，163，52，19，177}		
7	{71}	**18**	{123，152，194，207，154，119，146，108，185，4，155，40，102，101，140，113}
8	{89}	**19**	{141，188，12}
9	{94，42，144，97，34，77，127，90，84，121，136，47，149，164，183，112，124}	**20**	{145，181，204，182，16，110，66，184，13，106，109，150，139，187，197，157，21，173}
10	{125}	**21**	{176，115，12，3，134，135，82，39，169，31，203，199，51，159，128，107，73，160}
11	{168，142，147，76，50，23，120，87，179，62，100，191，41，26}	**22**	{196，32，93，153，70，166}

由上表可知，由于某些碎片的特殊性，仍不能归入任何一组。这些碎片有 1，15，17，27，30，33，58，80，81，83，86，95，105，114，117，132，133，156，165，170，178，198，200，202。我们可以将他们放入碎片池中，这一部分碎片后续将进行单独的处理。

5.2.1.2 组内碎片匹配算法的设计

评价两块碎片拼接的好坏程度，我们用误差评估函数来描述。

由题可知，每页被分为了 11×19 个碎片，每个碎片具有同样的规格。那么，就有 $h_i = h_j$，表示两碎片的高度相等。我们定义误差评估函数 $c_h(i,j)$ 为：

$$c_h(i,j)=\sum_{y=3}^{h-2} e_h(i,j,y)$$

$$e_h(i,j,y)=\begin{cases}1 & if \quad e'_h(i,j,y)\geq\tau\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$\begin{aligned}e'_h(i,j,y)=\big|&0.7\cdot(v_r(i,y)-v_l(j,y))\\&+0.1\cdot(v_r(i,y+1)-v_l(j,y+1))\\&+0.1\cdot(v_r(i,y-1)-v_l(j,y-1))\\&+0.05\cdot(v_r(i,y+2)-v_l(j,y+2))\\&+0.05\cdot(v_r(i,y-2)-v_l(j,y-2))\big|\end{aligned}$$

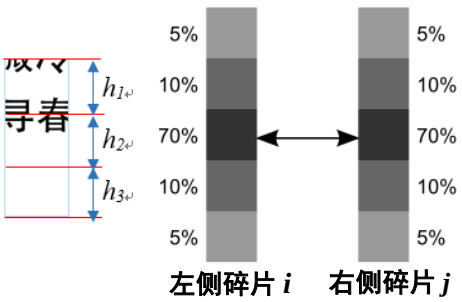


图 6 评估函数参数示意图

其中，每个像素点以 8 位数值表示，有：

$$v_l(j,y),\ v_r(i,y)\in\{0,\ldots,255\}\quad with\ 1\leq y\leq h\ for\ the\ left\ and\ right\ edge$$

如上图所示，我们将一碎片边缘等分为三分。在考虑像素点 y 时，对其邻域 $y+1$，$y+2$，$y-1$，$y-2$ 共 5 个像素点进行分析，并赋予不同的权重，那么可以分别计算得到三段的误差评估函数为 $c_{h_1}(i,j), c_{h_2}(i,j), c_{h_3}(i,j)$。

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

参考问题一，设计组内匹配算法如下：

（1）将组内碎片以及剩余未分组的碎片放入碎片池中；

（2）以左侧全为白色像素点的碎片为基准碎片，记为 s_i，并将其从碎片池中剔除；

（3）依次计算 s_i 右侧边缘与地址池中其他碎片 s_j 左侧边缘的误差评估值 $c_{h_1}(i,j), c_{h_2}(i,j), c_{h_3}(i,j)$；

（4）依次计算碎片 s_i 与池中其他碎片 s_j 的相对误差:[1]

$$c'_h(i,j)=\sum_{k=1}^{3}\frac{|c_{h_k}(i,j)-\min c_{h_k}(i,j')|}{c_{h_k}(i,j)}$$

其中，j 表示当前比较的碎片，j' 为碎片池中其他的碎片，k 表示上下三段，如 h_1,h_2,h_3；

（5）选取相对偏差最小的碎片，且 $c'_h(i,j)\le\xi$ 时，将该碎片作为碎片 s_i 的右侧碎片，并记该碎片为 s_i，将其从碎片池中删除；

（6）重复（3）~（5）步 18 次直至结束。

12~22 组可以根据同样的算法进行碎片的拼接复原。在此过程中由于最小相对误差的碎片存在多个，计算机很难进行取舍。因此，在程序中，我们设计了人机交互的界面，当遇到此类情况时，通过人工干预的方式来选择最佳的碎片。最后，可以得到 22 个拼接好的片段。

5.2.1.3 组间片段的匹配

组间片段的匹配，我们主要依据以下两点原则：

（1）若两个片段在同一行，那么两个片段内碎片的数量应当互补（和为 19）；

（2）以一个片段为基础，计算其与右侧片段的相对偏差，相对偏差越小，匹配程度越高。

根据以上原则，最终可以得到左右两侧片段按行匹配的结果如下图所示：

表 5　22 组片段按行匹配情况表

行号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
左侧片段组号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
右侧片段组号	22	21	15	74	19	13	16	18	14	20	12

注：这里行号不表示该行在原始文件中的顺序。

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

5.2.1.4 行间匹配

类似于组内碎片匹配的算法，通过计算行片段之间上下边缘的误差评估值 $c_w(p,q)$，最终可以得到行片段的正确序列。行误差评估值[2]的计算公式如下：

$$c_w(p,q)=\sum_{x=3}^{w-2}e_w(p,q,x)$$

其中，p,q 表示行片段号，w 表示行像素点的数量。

根据上述模型及算法，最终可得到 11×19 个碎片在原始文件中的序列如下表所示：

表 6 附件 3 排序后碎片序列表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	49	54	65	143	186	2	57	192	178	118	190	95	11	22	129	28	91	188	141
2	61	19	78	67	69	99	162	96	131	79	63	116	163	72	6	177	20	52	36
3	168	100	76	62	142	30	41	23	147	191	50	179	120	86	195	26	1	87	18
4	38	148	46	161	24	35	81	189	122	103	130	193	88	167	25	8	9	105	74
5	71	156	83	132	200	17	80	33	202	198	15	133	170	205	85	152	165	27	60
6	14	128	3	159	82	199	135	12	73	160	203	169	134	39	31	51	107	115	176
7	94	34	84	183	90	47	121	42	124	144	77	112	149	97	136	164	127	58	43
8	125	13	182	109	197	16	184	110	187	66	106	150	21	173	157	181	204	139	145
9	29	64	111	201	5	92	180	48	37	75	55	44	206	10	104	98	172	171	59
10	7	208	138	158	126	68	175	45	174	0	137	53	56	93	153	70	166	32	196
11	89	146	102	154	114	40	151	207	155	140	185	108	117	4	101	113	194	119	123

5.2.2 基于基线的英文字拼接模型

由上文的分析可以知道，英文与中文在字形、行分布等方面存在着很大的不同。在英文的印刷排版中对应字体均有比较严格的基准线，基线是排成一行的西文字符主体上的一条不可见的假想线。对于英文段落上完整的一行，一定存在至少四条基准线，将整行英文分布在三个格子中，即英文的“四线三格”。本问题中给出的是衬线体（serif 字体）示意图如下：

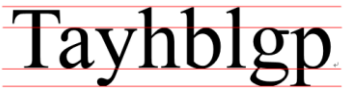


图 7 “三线四格”示意图

根据上述特征，我们建立了基于基线的碎片拼接模型。同中文字体，我们首先需要对 11×19 个碎片进行。

5.2.2.1 按行分组

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

按行分组的重要依据是每一块碎片的基准线，因此首先需要确定每一个碎片基准线的具体位置。通过观察发现，基准线是黑白像素点的分水岭，因此通过统计黑白渐变处黑色像素点的数量，可以确定基准线的位置。具体方法如下所示：

如右图所示，由上到下，由左到右按列统计从白色像素点到第一个黑色像素点的距离 l_x，那么可以得到 72 个 l_x 的数据，取众数即为第一条基准线的位置 $line_1$，同样，从下到上统计 2 得到第二条基准线 $line_2$。这样，每个碎片可得到至少 2 条基准线以及他们的位置信息。

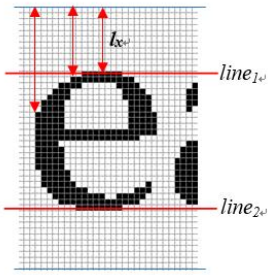


图 8 基线示意图

同样，按行分组时：

（1）选取左侧留白的碎片作为标准碎片，以基准线为依据，若碎片 i 和碎片 j 满足：$|line_{1i} - line_{1j}| < 2 pixels$。那么，我们认为这两个碎片处于同一行。

（2）若该碎片的基准线不和任何一行的标准碎片相吻合，那么将该碎片放入碎片池中。

最终可以得到 11 个组以及碎片池中少量的碎片。

5.2.2.2 组内匹配算法设计

由于在组内，英文碎片的边缘信息与汉字类似，因此我们同样采用误差评估函数 $c_h(i,j)$ 来衡量两个碎片之间匹配程度。不同的是由于相对误差最小的碎片不一定是该碎片右侧的碎片。因此，我们做了如下的处理：

当两碎片的相对误差 $c'_h(i,j) < 0.5$ 时，接受碎片 j 作为碎片 i 的右侧碎片，相反，则加入人工干预的方式，帮助判断是否为右侧碎片。

5.2.2.3 行间匹配

增加人工干预的方式，最终可以得到 11 组完整的碎片片段。同样利用行碎片上下边缘的信息，计算行片段之间上下边缘的误差评估值 $c_w(p,q)$，最终可以得到行片段的正确序列。

根据上述模型及算法，最终可得到 11×19 个碎片在原始文件中的序列如下表所示：

表 7 附件 4 排序后碎片序列表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	191	75	11	154	190	184	2	104	180	64	106	4	149	32	204	65	39	67	147
2	201	148	170	196	198	94	113	164	78	103	91	80	101	26	100	6	17	28	146
3	86	51	107	29	40	158	186	98	24	117	150	5	59	58	92	30	37	46	127
4	19	194	93	141	88	121	126	105	155	114	176	182	151	22	57	202	71	165	82
5	159	139	1	129	63	138	153	53	38	123	120	175	85	50	160	187	97	203	31

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

6	20	41	108	116	136	73	36	207	135	15	76	43	199	45	173	79	161	179	143
7	208	21	7	49	61	119	33	142	168	62	169	54	192	133	118	189	162	197	112
8	70	84	60	14	68	174	137	195	8	47	172	156	96	23	99	122	90	185	109
9	132	181	95	69	167	163	166	188	111	144	206	3	130	34	13	110	25	27	178
10	171	42	66	205	10	157	74	145	83	134	55	18	56	35	16	9	183	152	44
11	81	77	128	200	131	52	125	140	193	87	89	48	72	12	177	124	0	102	115

5.3 问题三——Two-Sides RCCSTD 问题研究

通过对问题三的分析，发现问题的解决方案基本与问题二类似，但针对正反碎片的特点，对问题二中的算法做了进一步的改进。

5.3.1 基于问题二算法的改进

（1）**边缘基准碎片的选择。**由于一个碎片存在正反面的信息，因此在选择边缘基准碎片时，需要考虑正反面两侧边缘留白的情况。若某一碎片正反面两侧均有留白，说明该碎片为边缘基准碎片；相反则不是。这样可以选取到 22 组边缘基准碎片对（即一碎片的正反面）。

（2）**分组标准的确定。**在问题二中，我们通过分析不同碎片基准线之间的差异性来判断两块碎片是否在同一行。而对于正反的碎片，可获取的信息更多。因此采取下述标准进行分组：

若（a_1，b_1）为左侧基准碎片，（a_2，b_2）为右侧比较碎片，那么有右图所示的两种比较方式。同问题二的基准线误差计算方式，可以得到两组数据：

$$((l_{t1},l_{b1}),(l_{t2},l_{b2}))$$

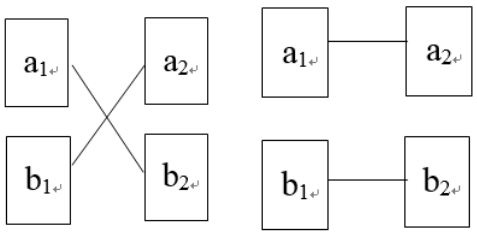


图 9 碎片的两种匹配方式示意图

其中，(l_{t1},l_{b1})表示在第一种情况下匹配，上下面基准线的差值；(l_{t2},l_{b2})表示在第二种情况下匹配，上下面基准线的差值。为了便于比较，我们作如下的简化：对于每一次匹配可以得到一组数据(l_1,l_2)，其中，$l_1=l_{t1}+l_{b1},l_2=l_{t2}+l_{b2}$。

那么，在分组过程中，依次取碎片分别与 22 组边缘基准碎片做匹配，得到 22 组共 44 个数据：$(l_{1,1},l_{2,1}; l_{1,2},l_{2,2}; ...; l_{1,22},l_{2,22})$，取其中的最小值对应的碎片即可将其归入相应的组。同时可判断匹配的方式，即：选取l_{1i}表示为第一种匹配方式，选取l_{2i}表示为第二种匹配方式。这样可以将所有碎片分为 22 组，一些未归入任何组的碎片可放入地址池中。

（3）**组内匹配算法的改进。**对于同一组内的碎片，我们同样可以以误差评

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

估函数$c_h(i,j)$来衡量两个碎片之间匹配程度。不同的是在匹配的过程中，我们可以计算得到上下两面的误差值分别为$c_{h1}(i,j)$和$c_{h2}(i,j)$，为了便于比较，同样以$c_h(i,j)=c_{h1}(i,j)+c_{h2}(i,j)$来作为衡量匹配程度的标准。$c_h(i,j)$越小，匹配度越好，即可作为被匹配碎片的右侧碎片。这样，可以得到 22 组碎片片段。

（4）**行间匹配的改进。**利用问题二中行间匹配的算法，计算上下面的误差评估值的综合指标，即$c_w(i,j)=c_{w1}(i,j)+c_{w2}(i,j)$。最终可以拼接复原得到原始文件。

5.3.2 模型计算结果

由上述改进后的算法，最终可以计算得到附件 5 排序后碎片的序列如下两表所示：

表 8　附件 5 排序后一面碎片序列表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	136a	047b	020b	164a	081a	189a	029b	018a	108b	066b	110b	174a	183a	150b	155b	140b	125b	111a	078a
2	005b	152b	147b	060a	059b	014b	079b	144b	120a	022b	124a	192b	025a	044b	178b	076a	036b	010a	089b
3	143a	200a	086a	187a	131a	056a	138b	045b	137a	061a	094a	098b	121b	038b	030b	042a	084a	153b	186a
4	083b	039a	097b	175b	072a	093b	132a	087b	198a	181a	034b	156b	206a	173a	194a	169a	161b	011a	199a
5	090b	203a	162a	002b	139a	070a	041b	170a	151a	001a	166a	115a	065a	191b	037a	180b	149a	107b	088a
6	013b	024b	057b	142b	208b	064a	102a	017a	012b	028a	154a	197b	158b	058b	207b	116a	179a	184a	114b
7	035b	159b	073a	193a	163b	130b	021a	202b	053a	177a	016a	019a	092a	190a	050b	201b	031b	171a	146b
8	172b	122b	182a	040b	127b	188b	068a	008a	117a	167b	075a	063a	067b	046b	168b	157b	128b	195b	165a
9	105b	204a	141b	135a	027b	080a	000a	185b	176b	126a	074a	032b	069b	004b	077b	148a	085a	007a	003a
10	009a	145b	082a	205b	015a	101b	118a	129a	062b	052b	071a	033a	119b	160a	095b	051a	048b	133b	023a
11	054a	196a	112b	103b	055a	100a	106a	091b	049a	026a	113b	134b	104b	006b	123b	109b	096a	043b	099b

表 9 附件 5 排序后另一面碎片序列表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	078b	111b	125a	140a	155a	150a	183b	174b	110a	066a	108a	018b	029a	189b	081b	164b	020a	047a	136b
2	089a	010b	036a	076b	178a	044a	025b	192a	124b	022a	120b	144a	079a	014a	059a	060b	147a	152a	005a
3	186b	153a	084b	042b	030a	038a	121a	098a	094b	061b	137b	045a	138a	056b	131b	187b	086b	200b	143b
4	199b	011b	161a	169b	194b	173b	206b	156a	034a	181b	198b	087a	132b	093a	072b	175a	097a	039b	083a
5	088b	107a	149b	180a	037b	191a	065b	115b	166b	001b	151b	170b	041a	070b	139b	002a	162b	203b	090a
6	114a	184b	179b	116b	207a	058a	158a	197a	154b	028b	012a	017b	102b	064b	208a	142a	057a	024a	013a
7	146a	171b	031a	201a	050a	190b	092b	019b	016b	177b	053b	202a	021b	130a	163a	193b	073b	159a	035a
8	165b	195a	128a	157a	168a	046a	067a	063b	075b	167a	117b	008b	068b	188a	127a	040a	182b	122a	172a
9	003b	007b	085b	148b	077a	004a	069a	032a	074b	126b	176a	185a	000b	080b	027a	135b	141a	204b	105a
10	023b	133a	048a	051b	095a	160b	119a	033b	071b	052a	062a	129b	118b	101a	015b	205a	082b	145a	009b
11	099a	043a	096b	109a	123a	006a	104a	134a	113a	026b	049b	091a	106b	100b	055b	103a	112a	196b	054b

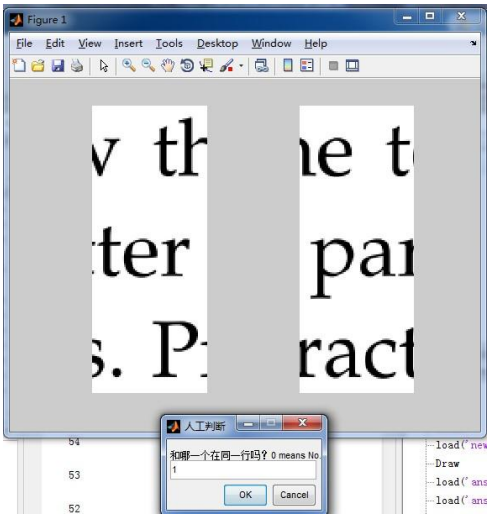
5.4 关于人工干预的说明

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

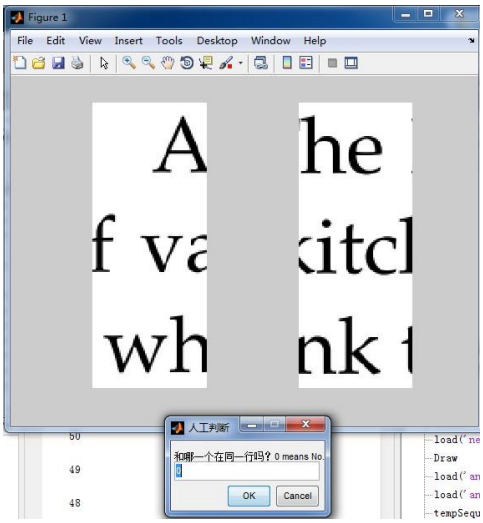
由于算法的局限性，碎纸片在 *cross-cut* 的情况下需要人工参与决策。在我们的算法中，有两种情况需要进行人工干预。

情况一：在组内进行匹配时，我们选取误差值最小的碎片作为匹配的碎片，但在实际中误差值最小的碎片不一定为正确的匹配对象。因此，在问题二中，我们设计为：当最小的误差值小于 0.5 时，该碎片被完全接受；相反，当其大于 0.5 时，该碎片需要人工干预判断其是否被接受。

干预方式：如下图所示：



案例一：误差值大于 0.5 但匹配成功



案例二：误差值大于 0.5 但匹配失败

当人工匹配接受时，输入 1；相反，人工匹配拒绝时，输入 0。

情况二：当组内匹配成功后，组间匹配失败的碎片片段，通过人工干预的方式完成组间的匹配。

干预方式：由于碎片片段数量有限，可通过观察直接获得位于同一行的两片段的序号。

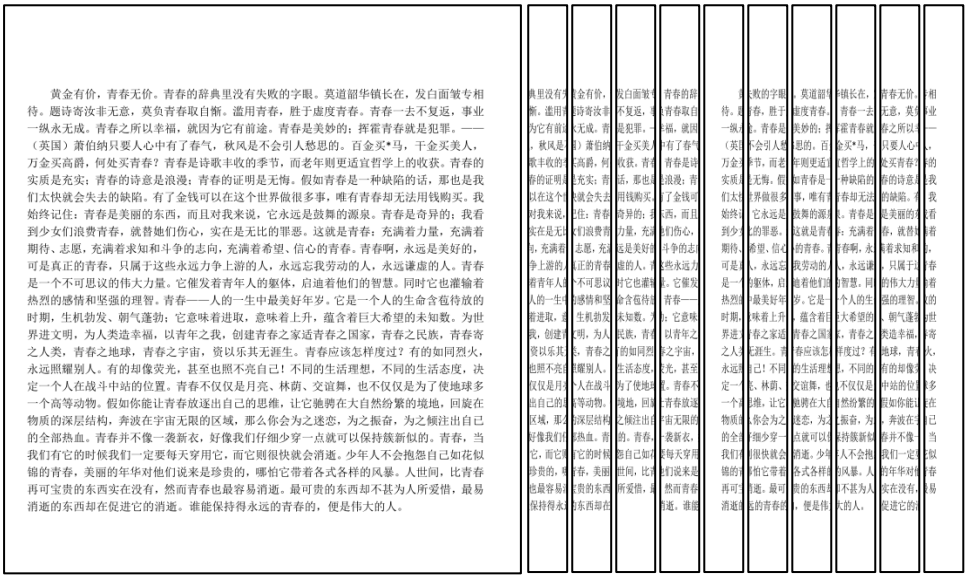
六、模型检验与结果分析

6.1 碎纸片复原中文算法的检验

为了检验我们的模型是否具有较强的适用性，我们利用现有文档，将其裁剪后打乱顺序，随后利用复原算法对其进行复原，以此来检验算法。其步骤如下：

我们首先利用 PDF XChange Viewer 软件将下列所示 PDF 文档转换为 bmp 图像，然后利用 Photoshop 图像处理软件利用基准线和裁剪工具，将其划分为 196*2145 像素点的 10 个碎纸片，然后随机编码这些碎纸片，利用碎纸片复原的中文算法对这些随机编码的碎纸片进行复原，以此来检验算法的正确性。

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ



（a）　　（b）

图 10　恢复后（b）分割前（a）的文档

经过与原文进行比较，可以得出我们的模型算法对于普遍的情况具有一定的适用性。

6.2 结果分析

利用我们的中文或英文复原算法可以将一堆碎纸片复原，但如何知道复原后的结果的正确性，我们上面是通过人工观察的方法，这对于复原大量碎纸片是效率很低的。为此我们利用 OCR 技术对复原得到后的图片进行文字提取。

如果复原结果很好，那么就会提取出文字，否则就会提取出大量乱码，如下所示：

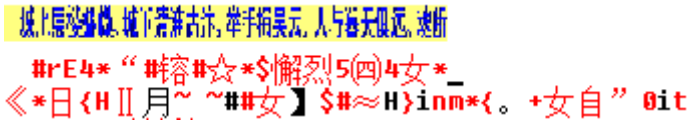


图 11 OCR 提取复原程度较差的碎纸片后得到的文本

如果复原的很好，我们可以直接利用互联网上的搜索引擎提供的 API，将文本在互联网上进行搜索，若果搜索到很多相关结果，那么就可以基本证明我们的复原是可靠的，这一过程完全可以实现全自动化，而不需要人进行干预。

七、模型的进一步讨论

（1）模型中缺乏对于中英文混合的碎纸片复原算法的设计，可以考虑自动生成具有中英文混合的碎纸片，考察它们的特点，并针对它们的特点进行算法的

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

改进和优化。（2）模型中可以考虑将适当的语料库加入，利用 OCR 工具将局部结果进行文字转化然后与语料库进行匹配，以提高模型的准确性，减少人工干预量。（3）现有模型的算法对于相关参数比较敏感，为了提高算法的适用性，可以尝试引入模拟退火算法、遗传算法、蚁群算法等智能算法。（4）模型中针对的碎纸片形状都是规则的矩形，而实际情况的碎纸片往往是不规则的，为了提高模型的适用性，可以考虑将形状的匹配纳入我们的模型。（5）模型中没有考虑实际情况中可能存在彩色字体，在碎纸片拼接的实际应用中可以考虑将颜色作为匹配的依据，这样能够适当提高模型的准确性。

八、模型优缺点

表 10 模型的优缺点

优点	缺点
（1）模型中针对不同碎片类型和尺寸，具体问题具体分析，为每种情况设计了不同的算法实现了碎纸片的复原。	（1）模型中仅针对中文和英文的字符特点进行了匹配算法的设计，缺乏对中英文混合以及阿拉伯字符等更一般情况的考虑。
（2）为了能够结合计算机进行人工干预，我们专门在计算机很难分辨的特殊情况下设计了人工干预 GUI 界面，使得人工干预与机器复原巧妙地结合到了一起。	（2）算法的匹配准确率对于相关参数比较敏感，因此应用于不同碎纸片对象时需重新设定。
（3）模型中对于中文和英文的字符特点进行了充分挖掘，使得模型对于中文和英文的匹配准确度较高。	（3）模型中缺乏针对碎纸片的语义分析，人工干预量还有待进一步减少。

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

九、参考文献

[1] Christian Schauer, Matthias Prandtstetter, and Günther R.Raidl. A Memetic Algorithm for Reconstructing Cross-Cut Shredded Text Documents. Institute of Computer Graphics and Algorithms Vienna University of Technology, Vienna, Austria.

[2] Johannes Perl, Markus Diem, Florian Kleber, and Robert Sablatnig. Strip Shredded Document Reconstruction Using Optical Character Recognition. In Imaging for Crime Detection and Prevention 2011 (ICDP 2011), 4th International Conference on, pages 1 –6, nov. 2011.

[3] 罗智中。.基于文字特征的文档碎纸片半自动拼接，计算机工程与应用。2012，48(5) ：207---210。

[4] 刘金根，吴志鹏。一种基于特征区域分割的图像拼接算法[J]。西安电子科技大学学报，2002，29（6）：768-771。

[5] Prim, R.C.: Shortest Connection Networks and Some Generalizations. The Bell System Technical Journal 3,1389—1401(1957).

[6] 王剑文，戴光明，谢柏桥，张全元。求解 TSP 问题算法综述[J]。计算机工程与科学.2008(02)。

[7] 张辉,赵正德,杨立朝,赵郁亮. TSP 问题的算法与应用的研究[J]。 计算机应用与软件. 2009(04)。

十、附录

10.1 程序运行环境

本文题的解决主要在 Mathwork matlab 中完成代码的编写和编译。计算机操作系统：32 位 Win7 操作系统。软件环境：Matlab　R2012b。

10.2 碎片拼接复原结果

（1）附件 1 复原图

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

城上层楼叠巘。城下清淮古汴。举手揖吴云，人与暮天俱远。魂断。魂断。后夜松江月满。簌簌衣巾莎枣花。村里村北响缲车。牛衣古柳卖黄瓜。海棠珠缀一重重。清晓近帘栊。胭脂谁与匀淡，偏向脸边浓。小郑非常强记，二南依旧能诗。更有鲈鱼堪切脍，儿辈莫教知 自古相从休务日，何妨低唱微吟。天垂云重作春阴。坐中人半醉，帘外雪将深。双鬟绿坠。娇眼横波眉黛翠。妙舞蹁跹。掌上身轻意态妍 碧雾轻笼两凤，寒烟淡拂双鸦。为谁流睇不归家。错认门前过马。

我劝髯张归去好，从来自己忘情。尘心消尽道心平。江南与塞北，何处不堪行。闲离阻。谁念萦损襄王，何曾梦云雨。旧恨前欢，心事两无据。要知欲见无由，痴心犹自，倩人道、一声传语。风卷珠帘自上钩。萧萧乱叶报新秋。独携纤手上高楼。临水纵横回晚鞚。归来转觉情怀动。梅笛烟中闻几弄。秋阴重。西山雪淡云凝冻。凭高眺远，见长空万里，云无留迹。桂魄飞来光射处，冷浸一天秋碧。玉宇琼楼，乘鸾来去，人在清凉国。江山如画，望中烟树历历。省可清言挥玉尘，真须保器全真。风流何似道家纯。不应同蜀客，惟爱卓文君。自惜风流云雨散。关山有限情无限。待君重见寻芳伴。为说相思，目断西楼燕。莫恨黄花未吐。且教红粉相扶。酒阑不必看茱萸。俯仰人间今古。玉骨那愁瘴雾，冰姿自有仙风。海仙时遣探芳丛。倒挂绿毛么凤。

俎豆庚桑真过矣，凭君说与南荣。愿闻吴越报丰登。君王如有问，结袜赖王生。师唱谁家曲，宗风嗣阿谁。借君拍板与门槌。我也逢场作戏、莫相疑。晕腮嫌枕印。印枕嫌腮晕。闲照晚妆残。残妆晚照闲。可恨相逢能几日，不知重会是何年。茱萸仔细更重看。午夜风翻幔，三更月到床。簟纹如水玉肌凉。何物与侬归去、有残妆。金炉犹暖麝煤残。惜香更把宝钗翻。重闻处，余熏在，这一番、气味胜从前。菊暗荷枯一夜霜。新苞绿叶照林光。竹篱茅舍出青黄。霜降水痕收。浅碧鳞鳞露远洲。酒力渐消风力软，飕飕。破帽多情却恋头。烛影摇风，一枕伤春绪。归不去。凤楼何处。芳草迷归路。汤发云腴酽白，盏浮花乳轻圆。人间谁敢更争妍。斗取红窗粉面。炙手无人傍屋头。萧萧晚雨脱梧楸。谁怜季子敝貂裘。

附图 1

（2）附件 2 复原图

fair of face.

The customer is always right. East, west, home's best. Life's not all beer and skittles. The devil looks after his own. Manners maketh man. Many a mickle makes a muckle. A man who is his own lawyer has a fool for his client.

You can't make a silk purse from a sow's ear. As thick as thieves. Clothes make the man. All that glisters is not gold. The pen is mightier than sword. Is fair and wise and good and gay. Make love not war. Devil take the hindmost. The female of the species is more deadly than the male. A place for everything and everything in its place. Hell hath no fury like a woman scorned. When in Rome, do as the Romans do. To err is human; to forgive divine. Enough is as good as a feast. People who live in glass houses shouldn't throw stones. Nature abhors a vacuum. Moderation in all things.

Everything comes to him who waits. Tomorrow is another day. Better to light a candle than to curse the darkness.

Two is company, but three's a crowd. It's the squeaky wheel that gets the grease. Please enjoy the pain which is unable to avoid. Don't teach your Grandma to suck eggs. He who lives by the sword shall die by the sword. Don't meet troubles half-way. Oil and water don't mix. All work and no play makes Jack a dull boy.

The best things in life are free. Finders keepers, losers weepers. There's no place like home. Speak softly and carry a big stick. Music has charms to soothe the savage breast. Ne'er cast a clout till May be out. There's no such thing as a free lunch. Nothing venture, nothing gain. He who can does, he who cannot, teaches. A stitch in time saves nine. The child is the father of the man. And a child that's born on the Sab-

附图 2

（3）附件 3 复原图

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

便邮。温香熟美。醉慵云鬓垂两耳。多谢春工。不是花红是玉红。一颗樱桃樊素口。不要黄金，只要人长久。学画鸦儿犹未就。眉尖已作伤春皱。清泪斑斑，挥断柔肠寸。嗔人问。背灯偷揾拭尽残妆粉。春事阑珊芳草歇。客里风光，又过清明节。小院黄昏人忆别。落红处处闻啼鴂。岁云暮，须早计，要褐裘。故乡归去千里，佳处辄迟留。我醉歌时君和，醉倒须君扶我，惟酒可忘忧。一任刘玄德，相对卧高楼。记取西湖西畔，正暮山好处，空翠烟霏。算诗人相得，如我与君稀。约他年、东还海道，愿谢公、雅志莫相违。西州路，不应回首，为我沾衣。料峭春风吹酒醒。微冷。山头斜照却相迎。回首向来萧瑟处。归去。也无风雨也无晴。紫陌寻春去，红尘拂面来。无人不道看花回。惟见石榴新蕊、一枝开。

九十日春都过了，贪忙何处追游。三分春色一分愁。雨翻榆荚阵，风转柳花球。白雪清词出坐间。爱君才器两俱全。异乡风景却依然。团扇只堪题往事，新丝那解系行人。酒阑滋味似残春。

缺月向人舒窈窕，三星当户照绸缪。香生雾縠见纤柔。搔首赋归欤。自觉功名懒更疏。若问使君才与术，何如。占得人间一味愚。海东头，山尽处。自古空槎来去。槎有信，赴秋期。使君行不归。别酒劝君君一醉。清润潘郎，又是何郎婿。记取钗头新利市。莫将分付东邻子。西塞山边白鹭飞。散花洲外片帆微。桃花流水鳜鱼肥。主人嗔小。欲向东风先醉倒。已属君家。且更从容等待他。愿我已无当世望，似君须向古人求。岁寒松柏肯惊秋

水涵空，山照市。西汉二疏乡里。新白发，旧黄金。故人恩义深。谁道东阳都瘦损，凝然点漆精神。瑶林终自隔风尘。试看披鹤氅，仍是谪仙人。三过平山堂下，半生弹指声中。十年不见老仙翁。壁上龙蛇飞动。暖风不解留花住。片片著人无数。楼上望春归去。芳草迷归路。犀钱玉果。利市平分沾四坐。多谢无功。此事如何到得侬。元宵似是欢游好。何况公庭民讼少。万家游赏上春台，十里神仙迷海岛。

虽抱文章，开口谁亲。且陶陶、乐尽天真。几时归去，作个闲人。对一张琴，一壶酒，一溪云。相如未老。梁苑犹能陪俊少。莫惹闲愁。且折

附图 3

（4）复原 4 复原图

bath day. No news is good news.

Procrastination is the thief of time. Genius is an infinite capacity for taking pains. Nothing succeeds like success. If you can't beat em, join em. After a storm comes a calm. A good beginning makes a good ending.

One hand washes the other. Talk of the Devil, and he is bound to appear. Tuesday's child is full of grace. You can't judge a book by its cover. Now drips the saliva, will become tomorrow the tear. All that glitters is not gold. Discretion is the better part of valour. Little things please little minds. Time flies. Practice what you preach. Cheats never prosper.

The early bird catches the worm. It's the early bird that catches the worm. Don't count your chickens before they are hatched. One swallow does not make a summer. Every picture tells a story. Softly, softly, catchee monkey. Thought is already is late, exactly is the earliest time. Less is more.

A picture paints a thousand words. There's a time and a place for everything. History repeats itself. The more the merrier. Fair exchange is no robbery. A woman's work is never done. Time is money.

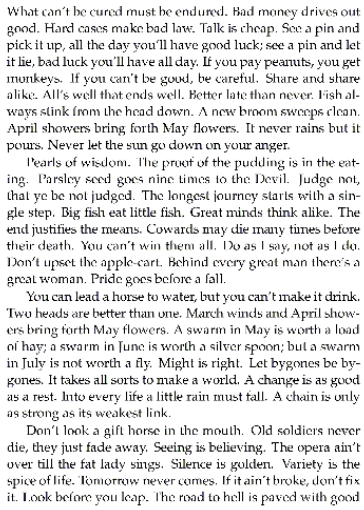
Nobody can casually succeed, it comes from the thorough self-control and the will. Not matter of the today will drag tomorrow. They that sow the wind, shall reap the whirlwind. Rob Peter to pay Paul. Every little helps. In for a penny, in for a pound. Never put off until tomorrow what you can do today. There's many a slip twixt cup and lip. The law is an ass. If you can't stand the heat get out of the kitchen. The boy is father to the man. A nod's as good as a wink to a blind horse. Practice makes perfect. Hard work never did anyone any harm. Only has compared to the others early, diligently

附图 4

（5）复原 5 复原图

①其中一面

更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ



What can't be cured must be endured. Bad money drives out good. Hard cases make bad law. Talk is cheap. See a pin and pick it up, all the day you'll have good luck; see a pin and let it lie, bad luck you'll have all day. If you pay peanuts, you get monkeys. If you can't be good, be careful. Share and share alike. All's well that ends well. Better late than never. Fish always stink from the head down. A new broom sweeps clean. April showers bring forth May flowers. It never rains but it pours. Never let the sun go down on your anger.

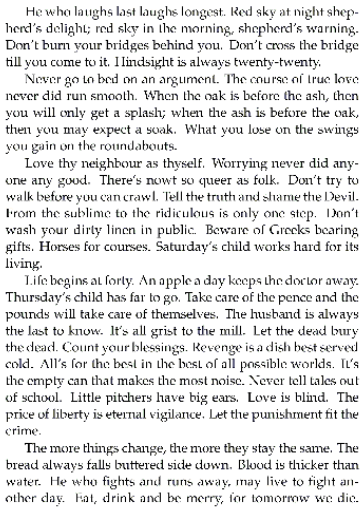
Pearls of wisdom. The proof of the pudding is in the eating. Parsley seed goes nine times to the Devil. Judge not, that ye be not judged. The longest journey starts with a single step. Big fish eat little fish. Great minds think alike. The end justifies the means. Cowards may die many times before their death. You can't win them all. Do as I say, not as I do. Don't upset the apple-cart. Behind every great man there's a great woman. Pride goes before a fall.

You can lead a horse to water, but you can't make it drink. Two heads are better than one. March winds and April showers bring forth May flowers. A swarm in May is worth a load of hay; a swarm in June is worth a silver spoon; but a swarm in July is not worth a fly. Might is right. Let bygones be bygones. It takes all sorts to make a world. A change is as good as a rest. Into every life a little rain must fall. A chain is only as strong as its weakest link.

Don't look a gift horse in the mouth. Old soldiers never die, they just fade away. Seeing is believing. The opera ain't over till the fat lady sings. Silence is golden. Variety is the spice of life. Tomorrow never comes. If it ain't broke, don't fix it. Look before you leap. The road to hell is paved with good

附图 5

②另外一面



He who laughs last laughs longest. Red sky at night shepherd's delight; red sky in the morning, shepherd's warning. Don't burn your bridges behind you. Don't cross the bridge till you come to it. Hindsight is always twenty-twenty.

Never go to bed on an argument. The course of true love never did run smooth. When the oak is before the ash, then you will only get a splash; when the ash is before the oak, then you may expect a soak. What you lose on the swings you gain on the roundabouts.

Love thy neighbour as thyself. Worrying never did anyone any good. There's nowt so queer as folk. Don't try to walk before you can crawl. Tell the truth and shame the Devil. From the sublime to the ridiculous is only one step. Don't wash your dirty linen in public. Beware of Greeks bearing gifts. Horses for courses. Saturday's child works hard for its living.

Life begins at forty. An apple a day keeps the doctor away. Thursday's child has far to go. Take care of the pence and the pounds will take care of themselves. The husband is always the last to know. It's all grist to the mill. Let the dead bury the dead. Count your blessings. Revenge is a dish best served cold. All's for the best in the best of all possible worlds. It's the empty can that makes the most noise. Never tell tales out of school. Little pitchers have big ears. Love is blind. The price of liberty is eternal vigilance. Let the punishment fit the crime.

The more things change, the more they stay the same. The bread always falls buttered side down. Blood is thicker than water. He who fights and runs away, may live to fight another day. Eat, drink and be merry, for tomorrow we die.

附图 6

10.3 运行程序

10.3.1 main.m

```
tic
n=19;
[Edge,row]=match(n);
rowNumber=length(row);
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
%% Find the number of pixal of each line left and right edge in picture.
 % count is a cell for storage of each line left and right edge pixal
 % number.
for i=1:n
    temp=zeros;
    tempEdge=Edge{i};
    for j=1:rowNumber
        temp(j,1)=length(find(tempEdge(row(j):row(j)+40,1)==0));
        temp(j,2)=length(find(tempEdge(row(j):row(j)+40,2)==0));
    end
    count{i}=temp;
end

%% First step is to find the shred with blank left.
 result=zeros(19);
for j=1:n
    if sum(count{1,j}(:,1))==0
        result(1)=j;
    end
end

%% Second step is to find the proper picture for the shred with blank left.

start=count{1,result(1)};
picturePool=dropPool([1:19],result(1));
pairA=result(1);
number=2;
tempSimilarity=zeros;
while (~isempty(picturePool))

    tempSimilarity=[];
    for k=1:length(picturePool)
        pairB=picturePool(k);
        tempPic=count{1,picturePool(k)};
        similarity=similar(start,tempPic);
        tempSimilarity=[tempSimilarity;pairA,pairB,similarity];
    end

result(number)=tempSimilarity(find(tempSimilarity(:,3)==max(tempSimil
arity(:,3))),2);
    start=count{1,result(number)};
    picturePool=dropPool(picturePool,result(number));
    pairA=result(number);
    number=number+1;
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
end
toc
```

10.3.2 main.m

```
clc,clear
tic
n=209;
[image,I,Edge,Distance,grayEdge]=match(n);
countLeft=1;
countRight=1;
 for i=1:n
      tempEdge=Edge{i};
   if length(find(tempEdge(:,1))==1)==180 && Distance(i,1)>5
       leftHemp(countLeft)=i;
       countLeft=countLeft+1;
       continue;
   end

   if length(find(tempEdge(:,2))==1)==180 && Distance(i,2)>5
       rightHemp(countRight)=i;
       countRight=countRight+1;
       continue;
   end
 end




 %% Find the number of pixal of each line left and right edge in picture.
 % count is a cell for storage of each line left and right edge pixal
 % number.

 picType=[];
 picDistance=[];
for i=1:n

   [A,B]=pictureAttribute(I{i});
   picType=[picType;A];
   picDistance=[picDistance;B];

end


%%
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
%Create the remaining pool
picturePool=[1:209];
nleft=length(leftHemp);
nright=length(rightHemp);
totalHemp=nleft+nright;
 for i=1:totalHemp
     if i<=length(leftHemp)
     picturePool=dropPool(picturePool,leftHemp(i));
     else
     picturePool=dropPool(picturePool,rightHemp(i-nleft));
     end
 end

%
totalPool=length(picturePool);
pictureHemp=zeros(22,19);
pictureCount=zeros(22,1)+1;
count=totalPool*30;
while (count~=0)
    tic
    i=ceil(length(picturePool)*rand());
    for j=1:totalHemp
        if j<=length(leftHemp)
         if picType(leftHemp(j),1)==picType(picturePool(i),1) &&
picType(leftHemp(j),2)==picType(picturePool(i),2)
            if
abs(picDistance(leftHemp(j),1)-picDistance(picturePool(i),1))<3   &&
abs(picDistance(leftHemp(j),2)-picDistance(picturePool(i),2))<3
                pictureHemp(j,pictureCount(j,1))=picturePool(i);
                pictureCount(j,1)=pictureCount(j,1)+1;
                picturePool=dropPool(picturePool,picturePool(i));
                break;
            elseif
abs(picDistance(leftHemp(j),1)-picDistance(picturePool(i),1))<8   &&
abs(picDistance(leftHemp(j),2)-picDistance(picturePool(i),2))<8
            subplot(1,2,1),imshow(image{leftHemp(j)});
            subplot(1,2,2),imshow(image{picturePool(i)});
            prompt = {'Á½ÕßÔÚÍ¬Ò»ÐÐÂð£¿0 is ²»ÔÚ£¬1 is ÔÚ¡£'};
            dlg_title = 'ÈËÀ¤ÅÐ¶Ï';
            num_lines = 1;
            def = {'0'};
            answer = inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
            flag=str2num(answer{1,1});
            if flag==1
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
                pictureHemp(j,pictureCount(j,1))=picturePool(i);
                pictureCount(j,1)=pictureCount(j,1)+1;
                picturePool=dropPool(picturePool,picturePool(i));
                break;
            end
            end

        end

       else

        if picType(rightHemp(j-nleft),1)==picType(picturePool(i),1) &&
picType(rightHemp(j-nleft),2)==picType(picturePool(i),2)
            if
abs(picDistance(rightHemp(j-nleft),1)-picDistance(picturePool(i),1))<
3   &&
abs(picDistance(rightHemp(j-nleft),2)-picDistance(picturePool(i),2))<
3
                pictureHemp(j,pictureCount(j,1))=picturePool(i);
                pictureCount(j,1)=pictureCount(j,1)+1;
                picturePool=dropPool(picturePool,picturePool(i));
                break;
            elseif
abs(picDistance(rightHemp(j-nleft),1)-picDistance(picturePool(i),1))<
3   &&
abs(picDistance(rightHemp(j-nleft),2)-picDistance(picturePool(i),2))<
3

            subplot(1,2,1),imshow(image{picturePool(i)});
            subplot(1,2,2),imshow(image{rightHemp(j-nleft)});
            prompt = {'Á½ÕßÔÚÍ¬Ò»ÐÐÂð£¿0 is ²»ÔÚ£¬1 is ÔÚ¡£'};
            dlg_title = 'ÈË¹¤ÅÐ¶Ï';
            num_lines = 1;
            def = {'0'};
            answer = inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
            flag=str2num(answer{1,1});
            if flag==1
                pictureHemp(j,pictureCount(j,1))=picturePool(i);
                pictureCount(j,1)=pictureCount(j,1)+1;
                picturePool=dropPool(picturePool,picturePool(i));
                break;
            end
            end
        end
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
        end

    end
    toc
    count=count-1;

end

%% First step is to find the shred with blank left.
leftHeadPool=leftHemp;
RightHeadPool=leftHemp;

for i=1:totalHemp
    if i<=nleft
        Head=leftHemp(i);
        sequence=pictureHemp(i,:);

        [result,leftHeadPool,RightHeadPool,picturePool] =
LeftToRightMatch( Head,grayEdge,sequence,leftHeadPool,RightHeadPool,p
icturePool,pictureHemp,rightHemp,picType,picDistance);
        leftResult{i}=result;
    else
        Head=rightHemp(i-nleft);
        sequence=pictureHemp(i,:);

        [result,leftHeadPool,RightHeadPool,picturePool] =
RightToLeftMatch( Head,grayEdge,sequence,leftHeadPool,RightHeadPool,p
icturePool,pictureHemp,leftHemp,picType,picDistance);
        rightResult{i-nleft}=result;
    end
end

%% Second step is to find the proper picture for the shred with blank left.

start=count{1,result(1)};
picturePool=dropPool([1:19],result(1));
pairA=result(1);
number=2;
tempSimilarity=zeros;
while (~isempty(picturePool))

    tempSimilarity=[];
    for k=1:length(picturePool)
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
        pairB=picturePool(k);
        tempPic=count{1,picturePool(k)};
        similarity=similar(start,tempPic);
        tempSimilarity=[tempSimilarity;pairA,pairB,similarity];
    end

result(number)=tempSimilarity(find(tempSimilarity(:,3)==max(tempSimil
arity(:,3))),2);
    start=count{1,result(number)};
    picturePool=dropPool(picturePool,result(number));
    pairA=result(number);
    number=number+1;
end
toc
```

10.3.3 main.m

```
clc,clear
tic
n=209;
[image,I,Edge,Distance,grayEdge]=match(n);
%% Find the picture with left and right blank.
 %
countLeft=1;

 for i=1:n
     flag=0;

          tempEdge=Edge{1,i};
      if (length(find(tempEdge(:,1)==1))==180 && Distance(i,1)>4) ||
(length(find(tempEdge(:,2)==1))==180 && Distance(i,2)>4)

          tempEdge=Edge{2,i};
          if (length(find(tempEdge(:,1)==1))==180 &&
Distance(209+i,1)>4) || (length(find(tempEdge(:,2)==1))==180 &&
Distance(209+i,2)>4)

              leftHemp(countLeft)=i;
              countLeft=countLeft+1;
              continue;

          end

      end
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
 end

 %% Find the number of pixal of each line left and right edge in picture.
 % count is a cell for storage of each line left and right edge pixal
 % number.

 picType=[];
 picDistance=[];
for i=1:n
    tempA=[];
    tempB=[];
    for row=1:2
    [A,B]=pictureAttribute(I{row,i});
    tempA=[tempA A];
    tempB=[tempB B];
    end
    picType=[picType;tempA];
    picDistance=[picDistance;tempB];
end



picturePool=[1:209];
picturePool=[picturePool;picturePool];
nleft=length(leftHemp);
 for i=1:nleft
     tempPool1=dropPool(picturePool(1,:),leftHemp(i));
     tempPool2=dropPool(picturePool(2,:),leftHemp(i));
     picturePool=[tempPool1;tempPool2];
 end



%
totalPool=length(picturePool);
pictureHemp=zeros(11,19);
pictureCount=zeros(11,1)+1;
count=totalPool*60;
while (count~=0)
    tic
    i=ceil(length(picturePool)*rand());
    error=[];
    for j=1:nleft
       error=[error;leftHemp(j) picturePool(i)
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
(picType(leftHemp(j),1)==picType(picturePool(i),1) &&
picType(leftHemp(j),2)==picType(picturePool(i),2))
abs(picDistance(leftHemp(j),1)-picDistance(picturePool(i),1))+abs(pic
Distance(leftHemp(j),2)-picDistance(picturePool(i),2))];
    end

    temp=(find(error(:,4)==min(error(:,4))));
    ti=length(temp);

    for k=1:ti
    % for j=1:nleft
        if  error(temp(k,1),3)==1

pictureHemp(temp(k,1),pictureCount(temp(k,1),1))=picturePool(i);
            pictureCount(temp(k,1),1)=pictureCount(temp(k,1),1)+1;
            picturePool=dropPool(picturePool,picturePool(i));
            break;
        end
     %end
    end
    toc
    count=count-1;
end

%% First step is to find the shred with blank left.
leftHeadPool=leftHemp;

for i=1:nleft

        Head=leftHemp(i);
        sequence=pictureHemp(i,:);

        [result,leftHeadPool,picturePool] =
LeftToRightMatch( Head,image,grayEdge,sequence,leftHeadPool,picturePo
ol,picType,picDistance);
        leftResult{i}=result;

end

%% Second step is to find the proper picture for the shred with blank left.

start=count{1,result(1)};
picturePool=dropPool([1:19],result(1));
pairA=result(1);
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ

```
number=2;
tempSimilarity=zeros;
while (~isempty(picturePool))

    tempSimilarity=[];
    for k=1:length(picturePool)
        pairB=picturePool(k);
        tempPic=count{1,picturePool(k)};
        similarity=similar(start,tempPic);
        tempSimilarity=[tempSimilarity;pairA,pairB,similarity];
    end

result(number)=tempSimilarity(find(tempSimilarity(:,3)==max(tempSimil
arity(:,3))),2);
    start=count{1,result(number)};
    picturePool=dropPool(picturePool,result(number));
    pairA=result(number);
    number=number+1;
end
toc
```


更多数模资讯与学习资料，请关注b站/公众号：数学建模BOOM
精品课程：https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBQ