Т 程 数学 报

第21卷 第7期 2004年12月

CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS

Vol. 21 No. 7 Dec. 2004

文章编号:1005-3085(2004)07-0117-07

# 电力市场的输电阻塞管理

刘康生、 胡崇海 (浙江大学数学系, 杭州 310027)

摘 要:本文介绍了2004年全国大学生数学建模竞赛B题的背景和立意,然后给出了一种实用的模型,并结合参赛队 伍的答题情况对建模思路和方法进行了简要的分析和评注,最后陈述命题人的感想和建议。

关键词: 电力市场: 阻塞管理: 阻塞费用: 线性规划

分类号: AMS(2000) 90C05

中图分类号: O221.1 文献标识码: A

### 问题的背景和立意

电力市场环境下的电网输电阻塞是指线路(或断面)功率传输容量不能满足交易所引起的 输电需求,包括意外事故造成某些线路过载。阻塞管理的目的是建立一套合理的调度管理机 制,使电网安全经济地运行。

阻塞管理有两个重要的方面 [1]: 1.调整网内机组的出力使输电网络安全运行; 2.阻塞费用 的结算和平衡。阻塞管理过程中,独立系统运行员(ISO,本间题中指电力调度中心)检查出 系统阻塞时,考虑调整发电机组出力,而在阻塞严重的时候,则更多地依赖削减用户侧负荷。 事后,ISO还得基于一定的阻塞费用计算规则,对市场成员进行费用的结算和平衡(费用分摊 等)。合理的阻塞费用计算规则是电力市场规则的组成部分。

不同的电力市场结构有不同的输电管理模式和阻塞管理机制,在这个方面的讨论和研究是 目前电力市场中的一个重要的方向。最优潮流模型、阻塞分区定价模型和基于交易的模型是目 前世界各电力市场中流行的三大输电管理模式 [2], 而较常见的三种阻塞管理机制为 [1]: 1.交 易量的削减; 2.输电容量的预留(输电权的拍卖或交易); 3.系统重新调度, 这三机制各有特 点,也可以组合使用。本文提及的市场模式与以前pool模式下的英国电力市场 [3]类似,其输电 管理模式为最优潮流模型, 阻塞管理则采用重新调度的机制。

B题的原型是浙江电力市场(试点)在2001年遇到的问题。当时由于浙江电网的建设滞后于 浙江经济增长对用电的需求,在用电高峰时段,输电阻塞经常发生,严重时多达9条线路(断 面)越限。浙江试点电力市场初期的规则中,为了电网的安全进行机组出力调整(称为安全 校正)是无条件的,在2001年也提出了补偿费问题。于是命题人于2001年底承担了浙江电力调 度通信中心委托项目"浙江电网安全校正优化算法研究及软件开发"。项目要求在100台机组 和100条线路的规模下,校正计算时间不超过10秒。这迫使我们将所有涉及的优化约化到线性 规划。

线路潮流-机组出力函数的拟合是命题的加工。实际中潮流和灵敏度计算是由EMS(能量管 理系统)完成。在安全校正过程中,由于秒级的计算时间要求,只考虑超过安全限值80%的重 载线路和所有与之相关联的机组。这些机组的出力也可能通过其他线路输送。B题中没有陈述 该实际背景,引起了是否封闭电网的疑问。另外,使用安全裕度输电并"使每条线路上潮流的 绝对值超过限值的百分比尽量小"已经是数学语言,现场工作人员的语言是"当不能完全消除 越限时,能不能找一个最靠近的方案"。

> 更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM 精品课程:https://docs.gg.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

尽量保持原问题的结构,能分出解答者的层次和适当的工作量的均衡,导致了已竞赛的B题。

## 2 问题的解答和评注

#### 2.1 符号定义

M	发电机组数量
N	输电线路的数量
$P_i^0$	第:6机组的当前出力
$P_i^r$	第:台机组的预分配出力(出力分配预案)
$L_j^0$	第1条线路上的当前潮流
$L_j^r$	第1条线路上对应于出力分配预案的潮流
$b_{ik}$ ,	第i台机组的第k个段容量
$f_{ik}$	第i台机组的第k个段价
$P_i$	下一调度时段第i台机组的出力
$L_i^N$	第1条线路的潮流限值
$\eta_j$	第1条线路潮流限值的相对安全裕度
$v_{m{i}}$	第i台机组的爬坡速率
<u>.</u>	第i台机组的出力下限
$b_i = \min\{P_i^0 + 15v_i, \sum_{k=1}^{10} b_{ik}\}\$	第i台机组的出力上限
$P_T$	预报的电网总负荷
$P_{ik}$	满足 $0 \le P_{ik} \le b_{ik}$ 的变量
$\widehat{PP}$	$\{P_{11}, \cdots, P_{1,10}, \cdots, P_{M1}, \cdots, P_{M,10}\}$
$f^M$	市场清算价格
$f_i(s)$	第 $i$ 台机组的报价函数: $f_i(s) = f_{ik}$ ,
,	$\sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} \le s < \sum_{j=0}^{k} b_{ij}, b_{i0} = 0, k = 1, \dots, 10, i = 1, \dots, M$

#### 2.2 线路有功潮流的计算

由于电网的拓扑结构是确定的,线路上的有功潮流由机组出力决定。

设 $L_j = F_j(P_1, P_2, \dots, P_8), \ j = 1, 2, \dots, 6$ 。由题中数据可以看出单独一台机组的出力改变引起各线路上潮流的改变基本上成线性关系,即 $s_{ij} = \frac{\partial L_j}{\partial P_i}$ (称为灵敏度)可以认为是常值。基于当前出力可得第j条线路上的有功潮流关于各机组出力的近似表达式为:

$$F_j(P_1, P_2, \dots, P_8) \approx L_j^0 + \sum_{i=1}^8 s_{ij}(P_i - P_i^0) \quad (j = 1, \dots, 6)$$
 (1)

其中灵敏度系数sij的计算可以用最小二乘法拟合得到。

评注: 线路潮流-机组出力函数一般是非线性的,(1)式为标准的局部线性化公式,即在工作点附近用微分近似代替函数的改变量。这种近似即是电网安全校正的灵敏度方法,其合理性在于安全校正被认为是局部调整,线性化能很大程度上简化后续计算。多数参赛队的解答中,采用了与(1)式等价的表达方式:

$$F_j(P_1, P_2, \dots, P_8) = a_{9j} + \sum_{i=1}^8 a_{ij} P_i \quad (j = 1, \dots, 6)$$
 (2)

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.qg.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

119

许多关注B题的人对(2)式中是否应该有常数项感到迷惑,没有常数项的理由是所谓的符合实际规律一电网中没有机组出力就没有潮流。一些迷惑的参赛队最终接受了局部线性化的思想,而还有一些人赛后仍在执迷不悟中。也许是最近北美的电网崩塌给他们的印象太深,总想用一个线性函数简单描述电网从黑启动到正常工作状态范围内的潮流变化,以备北美电网再次崩塌时使用。希望动态规划的创始人R. Bellman 对数学模型的作用的论述能使这些人醒悟 [4]:在同一问题中,不能太强调实际系统具有许多不同的概念和数学上有很多不同的实现方法。一个系统的每一种数学描述都有它的优缺点,…… 有些要求极其准确;有些只要粗略的近似。虽然最理想的是建立符合所有目的的数学模型,但实际上很少有人想去研究这类重要问题。在任何情形下我们都要记住,数学系统(模型)终究不过是实际系统在概念轴上的一个投影。

#### 2.3 阻塞费用计算规则

一种简明合理的阻塞费用计算规则如下:

**规则II**: 序外发电量部分(相应机组集合为 $H_1$ )按照实际报价结算,序内未发电量部分(相应机组集合为 $H_2$ )按照市场结算价和实际报价之差给予补偿。

则支付给 $H_1$ 的阻塞费用(额外购电费用)为 $\frac{1}{4}\sum_{i\in H_1}\int_{P_i^*}^{P_i}(f_i(s)-f^M)ds$ ,支付给 $H_2$ 的阻塞费用为 $\frac{1}{4}\sum_{i\in H_2}\int_{P_i^*}^{P_i^*}(f^M-f_i(s))ds$ (注:15分钟=1/4小时),所以总共的阻塞费用:

$$W = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{M} \int_{P_i^r}^{P_i} (f_i(s) - f^M) ds = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{M} \int_{P_i^r}^{P_i} f_i(s) ds - \frac{f^M}{4} \sum_{i=1}^{M} (P_i - P_i^r) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{M} \int_{P_i^r}^{P_i} f_i(s) ds$$
 (3)

评注: 许多文献给出了如上规则及其合理性,但只有极少数解答论文给出了考虑分段报价的表达式。通过引入整数变量可得到另一种表达方式。完整的表达还应考虑机组从当前出力调节到计划出力过程中的输出电量差额。在这种表示下,阻塞费用目标函数还能否被精确线性化?这个问题留给读者作为练习。

#### 2.4 出力分配预案的生成

由于机组爬坡速率的约束,各机组报价函数 $f_i(s)$ 在下一个时段的定义域为区间 $[a_i,b_i]$ ,简单函数 $f_i(s)$  在 $[a_i,b_i]$  上每个段的长度称为第i台机组的有效段容量。所有机组的有效段容量按照段价递增排序得到的简单函数为T(s),则按照排队法得到的结果是将所有位于区间 $[0,P_T]$ 内的有效容量段调度出力,并且市场清算价格为 $T(P_T)$ 。

定理1: 排队法得到的各机组的出力值与以下规划(4)的最优解相等:

$$\min_{\hat{P}} \sum_{i=1}^{M} \int_{0}^{P_{i}} f_{i}(s) ds$$
s.t. 
$$\sum_{i=1}^{M} P_{i} = P_{T}$$

$$a_{i} \leq P_{i} \leq b_{i} \quad (i = 1, \dots, M)$$
(4)

其中 $\hat{P} = \{P_1, \cdots, P_M\}$ 。

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.qg.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

**定理**2 以下线性规划(5)是规划(4)的精确线性化,即规划(5)和规划(4)的最优解中各机组的出力值相等。

$$\min_{\hat{P} \cup \widehat{PP}} \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{10} P_{ik} f_{ik} 
\text{s.t.} \quad 0 \le P_{ik} \le b_{ik} \quad (k = 1, \dots, 10; i = 1, \dots, M) 
\sum_{k=1}^{10} P_{ik} = P_{i} \quad (i = 1, \dots, M) 
a_{i} \le P_{i} \le b_{i} \quad (i = 1, \dots, M) 
\sum_{i=1}^{M} P_{i} = P_{T}$$
(5)

其中 $\widehat{PP} = \{P_{11}, \cdots, P_{1,10}, \cdots, P_{M1}, \cdots, P_{M,10}\}$ 。

所以,根据定理1和定理2,给定总负荷,就可以根据求解线性规划(5)来得到出力分配预案。

评注 利用规划方法求解机组出力分配方案的优点是还可同时考虑其它约束条件。

#### 2.5 线路安全性检查和阻塞管理

- (一)我们对出力分配预案进行电网潮流计算,得到各线路的潮流值,并检验是否有越限线路,如果没有线路越限,则出力分配预案定为最终的执行方案,否则,进行阻塞管理,力图通过改变机组的出力来消除或改善网络的阻塞。根据(4)式我们可以得到各线路的潮流值为 $F_j(P_1^r,P_2^r,\cdots,P_8^r)$   $(j=1,\cdots,6)$  ,如果存在线路t ,满足 $|F_t(P_1^r,P_2^r,\cdots,P_8^r)| > L_t^N$  ,则进入下一步的阻塞管理。
- (二)对电网进行阻塞管理。根据电网阻塞管理中安全性和经济性的双重目标,我们采用 先安全后经济的策略。

电网安全原则是电力市场运营的基本原则,在确保电网安全输电的情况下再考虑电网的经济效益。所以我们在先安全后经济的原则下来对电力市场进行阻塞管理,即在电力市场阻塞时先以各线路中最大相对越限比例最小为目标重新调度,然后再以最优解中相应的越限量来松弛各线路的线路潮流约束,并以阻塞费用最小为目标再度修正各机组的出力,充分体现了先安全后经济的原则。

第一步:根据尽量少使用线路输电潮流安全限值裕度且尽量少拉闸限电的原则,重新调度时对潮流限值引入松弛变量 $\Delta L_1, \dots, \Delta L_N$ ,同时使各线路中最大的相对越限比例最小。

设
$$\widehat{\Delta L} = \{\Delta L_1, \cdots, \Delta L_N\}$$
,建立以下规划(6):

$$\min_{\widehat{\Delta L} \cup \widehat{P}} \max_{1 \leq j \leq N} \frac{\Delta L_j}{\eta_j L_j^N}$$
s.t. 
$$\sum_{i=1}^{M} P_i = P_T$$

$$|L_j^0 + \sum_{i=1}^{M} s_{ij} (P_i - P_i^0)| \leq L_j^N + \Delta L_j \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$a_i \leq P_i \leq b_i \quad (i = 1, \dots, M)$$

$$\Delta L_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, N)$$
(6)

规划(6)中各线路的潮流越限量和各机组的出力是需要优化的变量,约束条件中包含了机组出力和负荷的平衡、线路潮流限值约束和机组出力的上下限约束等。

规划(6)可以化成如下线性规划(7):

$$\min_{\widehat{\Delta L} \cup \widehat{P} \cup \{\lambda\}} \lambda$$
s.t. 
$$\sum_{i=1}^{M} P_i = P_T$$

$$|L_j^0 + \sum_{i=1}^{M} s_{ij}(P_i - P_i^0)| \le L_j^N + \Delta L_j \ (j = 1, \dots, N)$$

$$a_i \le P_i \le b_i \quad (i = 1, \dots, M)$$

$$\Delta L_j \ge 0 \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$\frac{\Delta L_j}{\eta_j L_i^N} \le \lambda \quad (j = 1, \dots, N)$$

设规划(7)的最优解为 $\lambda^*$ ,则有以下三种情况:

- $\lambda^* = 0$ , 此时可以通过调整发电侧出力完全消除阻塞。
- $0 < \lambda^* < 1$ ,此时可以在利用一定的安全限值裕度的情况下进行输电。
- $\lambda^* \geq 1$ , 此时不能通过调整发电侧出力来安全输电, 必须在用电侧限负荷。

第二步:在一定的安全要求下以阻塞费用W最小为经济目标重新调度。 其中阻塞费用W的计算如(3)所示, $4W=\sum_{i=1}^{M}\int_{P_i^i}^{P_i}f_i(s)ds$ 。

由于 $4W'=\sum\limits_{i=1}^{M}\int_{0}^{P_{i}^{r}}f_{i}(s)ds$  为常数,所以我们考虑以 $W^{T}=W+W'$  为目标函数的规划(8):

$$\min_{\hat{P}} \sum_{i=1}^{M} \int_{0}^{P_{i}} f_{i}(s) ds$$
s.t. 
$$\sum_{i=1}^{M} P_{i} = P_{T}$$

$$|L_{j}^{0} + \sum_{i=1}^{M} s_{ij}(P_{i} - P_{i}^{0})| \leq L_{j}^{N} + \Delta L_{j}^{\star} \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$a_{i} \leq P_{i} \leq b_{i} \quad (i = 1, \dots, M)$$
(8)

其中 $\Delta L_j^*$   $(j=1,\cdots,N)$ 是规划(6)的最优解中对应的各线路的越线量,体现了先安全后经济的调度原则。

由丁 $f_i(s) - f^M$ 也是关于s的单调函数,同理丁定理2,规划(8)和如下线性规划(9)的最优解导致的机组出力是一致的。

$$\min_{\hat{P} \cup \widehat{PP}} \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{10} P_{ik} f_{ik} 
\text{s.t.} \sum_{k=1}^{10} P_{ik} = P_i \quad (i = 1, \dots, M) 
\sum_{i=1}^{M} P_i = P_T$$
(9)

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

$$|L_{j}^{0} + \sum_{i=1}^{M} s_{ij}(P_{i} - P_{i}^{0})| \leq L_{j}^{N} + \Delta L_{j}^{\star} \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$a_{i} \leq P_{i} \leq b_{i} \quad (i = 1, \dots, M)$$

$$0 \leq P_{ik} \leq b_{ik} \quad (i = 1, \dots, M; k = 1, \dots, 10)$$

给定全网的总负荷,就可以根据求解线性规划(5)、(7)和(9)的情况,得到最终的机组出力分配方案和相应的阻塞费用。

**评注** 阻塞管理中安全性和经济性是两个相互矛盾的目标,如果安全性要求较高,则规划(7)中的 $\lambda$  就较小,导致最优解中 $\{L_j^*\}$   $(j=1,\cdots,6)$ 整体变小,规划(8)中第二个约束组变紧,最终得到的阻塞费用变大,也就是经济性要求变差。

由于 $\lambda$ 的值和阻塞费用 $W=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{M}\int_{P_{i}^{i}}^{P_{i}^{i}}f_{i}(s)ds$ 的最小化是相互制约的,所以我们可以考虑对这两个目标值进行双目标规划。记W在规划(6)的最优解处的取值为K,则有 $(\sum_{i=1}^{M}\int_{P_{i}^{i}}^{P_{i}^{i}}f_{i}(s)ds)/K\in[0,1]$ . 于是可引入权重系数将其单目标化。这时候,选择权重系数的原则成为电力市场规则的内容。总之,电力市场环境下的输电阻塞管理涉及电网运行安全和经济利益两个方面,结

本文给出的模型的主要优点是所有的优化问题都被精确转化成为线性规划,如规划(5)、(7)和(9)。由于线性规划有相当成熟的算法和软件,所以保证了计算的快速性、稳定性和精确性,这在实时电力市场的交易和调度实际运行中显得格外重要。我们正在开发一套规则、模型和算法可配置的"电力市场输电阻塞管理系统",对这方面有兴趣的读者可关注我们的后续报道。

# 3 感想和建议

合我国实际的研究还有待深入。

从做浙江电力调度通信中心委托项目、命题到写本文,命题人及合作者所花费的时间超过了以往发表的任何一篇研究论文所用时间。但想想本文的读者将是作者的其它科研论文的读者的大约一百倍,责任感和成就感油然而生。如此多的学生、教师和领导关注这项赛事,题目解答中的一个常数项引起如此大的争论,命题人感到这项活动已经非常普及并且受到大家的广泛重视。命题人认为,该项赛事中的奖励、荣誉等都是组织者的诱饵,目的只有一个,就是提高大家应用数学和计算机解决实际问题的能力。目前这种能力的培养和训练从一个人的小学阶段就开始,并且将贯穿和影响他的整个职业生涯。为了这个崇高的目的,结合参赛者的答题情况,命题人认为参赛者普遍缺乏两个培训过程,其一是对实际问题的社会调研过程,其二是对数学模型求解前的分析论证约化过程。这两个培训过程是提高"能力"的重要环节,建议大家重视。

命题人已经向浙江大学数学建模基地建议设立研究生助理指导岗位,招募各专业研究生协助数学建模培训工作,带来他们科研工作中的实际问题,组织社会调查等弄清问题背景,在数学建模基地建立研究氛围。命题人甚至向竞赛组委会建议提前公布题目的行业或方向。命题人所领导的应用研发团队已经将每年向竞赛组委会应征题目列为计划任务,2005年的命题兴趣在电力需求测管理、信用卡的风险管理和电子商务中的效率和服务质量问题等。大家通过关键词检索会发现这些都是热点问题。有无采用的荣誉不重要,能为提高大家的"能力"作出一点贡献足已。

#### 参考文献:

[1] Song Y H, Wang X F. Operation of Market-oriented Power Systems[M]. Springer Verlag, 2003

123

- [2] Richard D. Christie, Bruce F. Wollenberg. Transmission Management in the Deregulated Environment[J]. Proceedings of The IEEE, 2000;88(2):170-195
- [3] David M Newbery. The Regulator's Review of the English Electricity Pool[R]. OFFER, August 1998
- [4] R.Bellman. 控制过程的数学理论引论第一卷[M]. 浦福全, 邵明锋, 姜启源译. 人民教育出版社, 1983.

# Transmission Congestion Management of Electricity Markets

LIU Kang-Sheng, HU Chong-Hai

(Department of Mathematics of Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract: The background and intension of problem B of 2004 Chinese Undergraduate Mathematical Contest in Modelling are introduced. A pragmatic mathematical model is proposed with brief analysis of modelling idea and methods. Some review and remarks are further given based on answer papers. Finally, our feelings and suggestions are stated.

Keywords: electricity markets; congestion management; congestion cost; linear programming

(上接141页)

#### Consideration about the Invitation of Officials

WEI Ran, GU Li, RAN Qing-li Advisor: YANG Lu-shan, LE Fu-long, PENG Chang-yong

(College Of Science Of P.L. AInformation Engineering University, Zhengzhou 450001)

Abstract: In this paper, we use AHP and 0-1 integral programming establishing a mathematical model about the invitation of officials. According practice we present a general algorithm, we introduce the concept of weight combining the score of written examination and interview of the persons that apply for job and obtain a 0-1 integral programming problem by the maximum of sum of weights as objective function. Then we solve the problem using Matlab and Lingo. also, we extend our method to the general case for TRIALRESTRICTION persons that apply for job and TRIALRESTRICTION departments that invite persons. At last, we give some useful suggestion.

Keywords: invition of official; AHP; 0-1 integral programming

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.qg.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC