

电力市场的输电阻塞问题

参赛队员：臧海成（软件工程学院），
蒋 文（软件工程学院），
吴正华（软件工程学院）

指导教师：刘琼芳

参赛单位：重庆大学

参赛时间：2004 年 9 月 17~20 日



电力市场的输电阻塞问题

【摘要】

本问题考虑当电力系统中的发电侧在各条线路上的输电产生阻塞时,如何对各线路的输电量进行优化安排,使输电以既安全又经济的方式进行,安全即各线路传输尽量在限值内(尽量少用安全裕度),经济即产生的阻塞费用尽量小,该问题可归结为一个带约束的组合优化问题,是 NP 难题。

首先对于问题一,我们根据提供的数据建立线性回归模型,得出各线路上的有功潮流值关于各发电机组出力值的近似表达式。

对于问题二,设计简明、合理的计算阻塞费用的规则,根据序内容量与序外容量的变化得出三种产生阻塞费用的方式,序内容量减少时的阻塞费用为 $\Delta p_i * C_0 * k_1$; 序外容量增加时的阻塞费用为 $(p_i + \Delta p)_i * (C_b - C_0) * k_2$; (k_1, k_2 网方决定赔偿的比例系数) 序内容量和序外容量无变化时阻塞费用为零。

针对问题三,在考虑爬坡速率和各线路上的潮流限制的约束下,建立了网方总购电费用最小为目标函数的优化模型,利用贪婪算法思想设计了求解的方法。我们还建立了一个关于线性规划的模型,利用 lingo 进行求解得出划分三种调度方案的阈值点 983.4828, 1094.6, 当预测负荷小于 983.4828 时,采用输电阻塞管理原则(1)进行调度;当预测负荷介于 983.4828 与 1094.6,在输电阻塞管理原则(2)进行调度;当预测负荷大于 1094.6 时,只能采用输电阻塞管理原则(3)拉闸减少负荷后再进行调度。

对于问题四,建立了在输电阻塞管理原则(1)情况下,以调度后阻塞费用最小为目标建立模型,为了易于计算将目标函数进行转化,变为各个机组出力的变化值的绝对值之和最小,在预测负荷为 982.4MW,得出阻塞费用最小为 20208.23 元。

同样对于问题五,我们建立了在采用输电阻塞管理原则(2)情况下,以各条线路上的潮流绝对值超过限值的百分比之和最小为目标建立模型,我们以安全为主要考虑因素,阻塞费用其次,作为该模型的约束条件,并用贪婪法和逐步优化方法设计出求解的算法,得到了较好的结果。

作为模型的推广,我们考虑输电阻塞管理原则(3)的情况,强制用电方拉闸限电,这时仍然以输电的安全作为第一原则,所以拉闸的限电量要使用电负荷减到第一个阈值点 983.4828。然后采用问题四建立的模型进行求解。

关键词： 条件约束 线性规划 阻塞费用 贪婪算法



一 问题的重述

设某电网有若干台发电机组和若干条主要线路，每条线路上的有功潮流（输电功率和方向）取决于电网结构和各发电机组的出力情况。电网每条线路上的有功潮流的绝对值——安全限值，限值还具有一定的相对裕度。如果各机组出力分配方案使某条线路上的有功潮流的绝对值超出限值，就出现了输电阻塞。当发生输电阻塞时，需要研究如何制定既安全又经济的调度方案。

需要解决的问题如下：

1. 设某电网有 8 台发电机组，6 条主要线路，根据已给出的各机组的当前出力和线路上对应的有功潮流值，有这些数据确定各线路上有功潮流关于各发电机组出力的近似表达式。
2. 设计一种简明、合理的阻塞费用计算规则，除考虑电力市场规则外，还要注意在输电阻塞发生时公平的对待序内容量不能出力的部分和报价高于清算价的序外容量部分。
3. 假设下一个时段预报的负荷需求是 982.4MW，根据题目中给出的各机组的段容量、段价和爬坡速率的数据，按照电力市场规则给出下一个时段各机组的出力分配预案。
4. 检验各线路上是否会出现输电阻塞（潮流值是否超过潮流限制），如果发生输电阻塞，根据安全且经济的原则，调整各机组的出力分配预案，并给出相应的阻塞费用。
5. 假设下一个时段预报的负荷需求是 1052.8MW，重复 3~4 的工作。

二 问题的假设

1. 发电、输电、配电和用电瞬间完成。
2. 不考虑电网的网损。
3. 发电方的机组的费用三均按清算价结算。
4. 假设在解决发电方和网方的利益冲突时，他们协商了一个赔偿系数 k 位于 0.6—0.8。
5. 在考虑安全和经济的情况下，必须遵循电网原则，即“安全第一”。
6. 各机组工作互不影响。
7. 各机组和电网正常工作。

三 符号说明

1. $P_{i\min}$ ：表示机组 i 在下一时段内出力值的下限值。
2. $P_{i\max}$ ：表示机组 i 在下一时段内出力值的上限值。
3. P_i ：表示机组 i 在某一时段内出力值。
4. P_{0i} ：表示机组 i 在当前时段内的出力值。
5. V_i ：表示机组 i 的爬坡速率。

6. Δt : 一交易时段的长度 (本题目中 $\Delta t=15$)。
7. C_0 : 某时段的清算价。
8. C_b : 机组某段容量的报价。
9. W_i : 机组 i 的赔偿费用。
10. G : 机组的个数。
11. G_0 : 线路的条数。
12. P_i' : 机组 i 在调整后的出力。
13. y_j : 线路 j 的潮流值。
14. M : 预测负荷值。

四 问题的分析、建模及求解

1. 问题 (一)

1.1 问题的分析

设某电网是由若干台发电机组和若干条主要线路 ,假设每条线路上的有功潮流仅取决于电网结构和各发电机组的出力情况 ,与其他因素无关。由于某一电网结构是固定的 ,所以在研究影响各线路上的有功潮流值的有关因素时 ,主要考虑各发电机组的出力。

现在记机组 i 的出力为 x_i 。基于上面的分析 ,我们利用 x_i 来建立各线路的有功潮流值 y_j 的数学模型。

1.2 模型的建立

为了大致的分析各 y_j 与 x_i 的关系。首先利用表 1 与表 2 的数据分别作出 y_1 对 $x_1, x_2, \dots, x_7, x_8$ 的散点图 (见图 1 和图 2 中的星点 ,由于图较多现仅给出前面两个 ,其他的效果与图 1 与图 2 类似)。

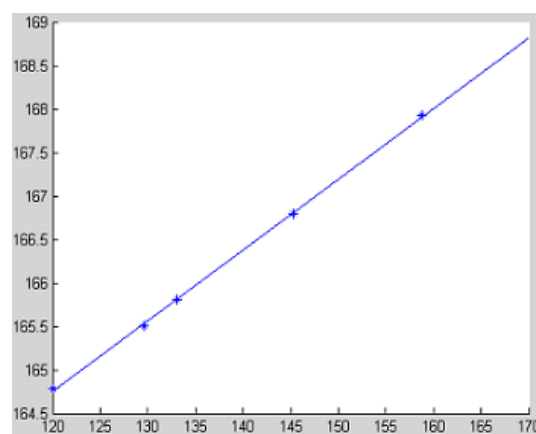


图 1 y_1 对 x_1 的散点图

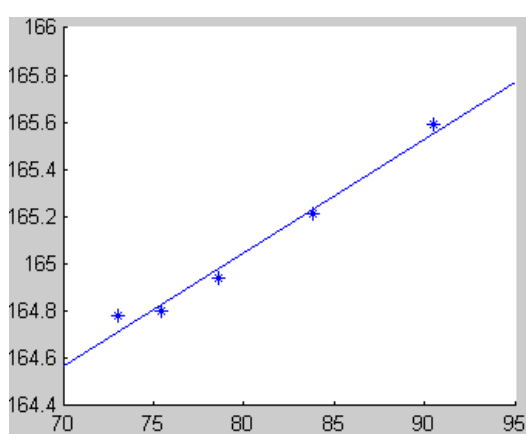


图 2 y_1 对 x_2 的散点图

如图所示 , 图中的直线是用线性模型

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 * x_i + \varepsilon \quad (1)$$

拟合的(其中 ε 是随机误差)可知单个的 x_i 对 y_1 有较明显的线性关系,得出各个 x_1, x_2, \dots

x_7, x_8 与 y_1 成线性关系。于是得出 y_1 关于 $x_1, x_2, \dots, x_7, x_8$ 的近似表达式

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \dots + \beta_7 * x_7 + \beta_8 * x_8 + \varepsilon \quad (2)$$

综合上面的分析,结合模型(2)我们建立各线路上的有功潮流值的多元回归线形模型:

$$y_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^G \beta_i x_i (j=1, 2, \dots, G_0) \quad (3)$$

其中, β_i 是对应的 x_i 的回归系数,影响 y_j 的其他因素作用都包含在随机误差 ε 中,如果模型选择的合适 ε 应大致服从均值为零的正态分布。

1.3 模型的求解

我们直接用 MATLAB 编程(见附录的程序1),求解得到模型的回归系数估计值及其置信区间(置信水平 $\alpha=0.05$),检验统计量 R^2, F, p 的结果见下表:

线路1的潮流值

参数	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
值	110.4775	0.0826	0.0478	0.0528	0.1199	-0.0257	0.1216	0.1220	-0.0015
$R^2 = 1, F = 5376.8, p=0$									

线路2的潮流值

参数	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
值	131.3521	-0.0547	0.1275	-0.0001	0.0332	0.0867	-0.1127	-0.0186	0.0985
$R^2 = 1, F = 6970.2, p=0$									

线路3的潮流值

参数	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
值	-108.9928	-0.0694	0.0620	-0.1565	-0.0099	0.1247	0.0024	-0.0028	-0.2012
$R^2 = 1, F = 21788, p=0$									

线路4的潮流值

参数	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
值	77.6116	-0.0346	-0.1028	0.2050	-0.0209	-0.120	0.0057	0.1452	0.0763
$R^2 = 1, F = 24424, p=0$									

线路 5 的潮流回归方程系数

参数	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
值	133.1334	0.0003	0.2428	-0.0647	-0.0412	-0.0655	0.0700	-0.0039	-0.0092
$R^2 = 1$, $F = 6433.9$, $p = 0$									

线路 6 的潮流回归方程系数

参数	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
值	120.8481	0.2376	-0.0607	-0.0781	0.0929	0.0466	-0.0003	0.1664	0.0004
$R^2 = 1$, $F = 26029$, $p = 0$									

表 1.1

1.4 结果分析：

表 1.1 显示所有的 $R^2 = 1$ 指因变量几乎 100%可以由模型确定， F 值远远大于 F 的检验临界值， p 远远小于 α ，因此该模型是可用的。

2. 问题（二）

2.1 问题的分析

通过竞价后，每台机组的出力 P_i ($i=1:G$)。但是在输电的过程中要受到线路 l 的约束，要在机组之间进行容量的调整，调整后，每台机组的发电容量变成 P_i' 。所以就得到每台机组的发电的容量差 $\Delta P_i = P_i' - P_i$ 。

在这种情况下，每台机组就可能减少了本应该得到的收入，因此发电方的收入将受到影响。为了解决这种利益冲突，网方将对发电方制定规则作出一定的经济补偿。

2.2 规则的制定

分三种情况制定每台机组的损失费用：

(1) 如果 $\Delta P_i < 0$ ，即机组 i 在调度后减少了发电容量

在机组 i 减少了序内发电容量后，它的收入将减少 $(P_i' - P_i) * C_0$ 。

按照上面的叙述，我们制定赔偿规则一：如果要机组 i 减少发电容量，网方将赔偿给机组 i 的费用为

$$W_i = (P_i' - P_i) * C_0 * k = \Delta P_i * C_0 * k$$

(2) 如果 $\Delta P_i > 0$ ，即机组 i 在调度后增加了发电容量

机组 i 得到部分序外容量后，它的发电容量变为 P_i' 。这部分序外容量是在不高于报价 C_b 的清算价 C_0 上出力的（如果机组 i 的某段的部分段容量在最后被选入，此时的 C_0 为这段段容量的段价，若增加的序外容量还是没有超过所选段的剩余容量时，那么此时的报价 C_b 等于清算价 C_0 ；如果机组 i 得到的序外容量在下一段中选取，那么此时的报价 C_b 高于清算价 C_0 ），因而机组可能要损失部分收入。

机组 i 在增加序外容量后，网方还是按以前的清算价 C_0 来付费，这个时候机组 i 得到的收入为 $P_i' * C_0$ 。那么机组 i 损失的收入为 $P_i' * (C_b - C_0)$ 。

按上述，我们制定**赔偿规则二**：如果机组 i 增加了序外容量后容量为 P_i' 时，网方将赔偿给机 i 的费用为：

$$W_i = P_i' * (C_b - C_0) * k = P_i * (C_b - C_0) * k + \square P_i * (C_b - C_0) * k$$

其中 k 为规则一中的赔偿系数。

(3) 如果 $\Delta P_i = 0$ ，即机组 i 的发电容量在调度后不发生变化

由于机组 i 的序内发电量全部输出，因而它的收入不受影响。

据上所述，我们制定**赔偿规则三**：如果机组 i 的发电容量不变时，网方将不需对它进行赔偿，即赔偿的金额为零。即： $W_i = 0$ 。

3.问题（三）

3.1 问题的分析

在当前时段内，市场交易-调度中心根据下一个时段的负荷预报、每台机组的报价、当前出力和爬坡速率，按段价从低到高选取各机组的段容量或‘其部分’，直到它们之和等于负荷预报，这时每个机组被选入的段容量或其部分之和形成该时段的该机组的出力分配预案。由于每个机组在 15 分钟内的出力的改变量受到爬坡速率的影响，致使有的段容量只能取一部分；为了满足各机组出力之和恰好等于预报之和，所以清算价对应的段容量有可能也只取一部分。根据题中的表 3 和表 4 可知，我们假设每个机组的容量至多分成 10 份（有的段容量为零），对应的段价依次非递减，所以 8 台发电机组共分成 80 个段，对应 80 个段价。

3.2 模型的建立

在实施下一时段的机组的调配方案，我们在符合电力市场交易规则下的要考虑购买费用最少为目标运行，并且考虑到机组的发电的要求和机组功率的上下限，于是我们建立我们的优化方程模型：

$$\min F = \min \sum_{i=1}^G P_i C_0 \quad (4)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^G P_i = M \quad (5)$$

$$P_{i\min} \leq P_i \leq P_{i\max} \quad (6)$$

$$P_{i\min} = P_{0i} - V_i * \Delta t \quad (7)$$

$$P_{i\max} = P_{0i} + V_i * \Delta t \quad (8)$$

其中(4)为目标函数,即购买费用最少。条件(5)要求各机组的总出力之和要满足预测负荷,条件(6)为机组的功率的上下限约束,即受到各机组的爬坡速率的约束。条件(7)(8)的值由当前时刻的出力 and 该机组的爬坡速率决定。

由约束条件可知, $\sum_{i=1}^G P_i$ 等于预测费用 M (各时段为一定值), 所以求目标函数最小就是求 C_0 最小。我们用贪婪算法的原则, 我们每次选取段容量作累加时, 都是从对应段价表中还未被选种的价格中选择最低的段, 当累加值达到预测负荷时, 最后选择的那个段价即为满足约束条件最低清算价。这样我们得到了一个购买费用最低的各机组出力分配预案。

3.3 求解的算法

我们把各机组的段容量(表3)和各机组的段价(表4)置成两个大小相同的矩阵(段容量矩阵 $cap[]$ 、段价矩阵 $pri[]$), 下一时段的负荷预报 M (初始值 $M=0$), 第 i 台机组的出力之和为 $set[i]$ ($i = 1, 2, \dots, G$, 初始值都置为零), pri_max 为一常数, 大于 $pri[]$ 中任一个段价。

步骤 1 首先从 $pri[]$ 中剩余的段价中寻得此时的最小段价 pri_min , 由 $pri_min[i,j]$ 取得 $cap[]$ 中对应的段容量 $cap[i,j]$ 。

步骤 2 检验 $set[i]$ 加上 $cap[i,j]$ 时是否超过该机组下一时段的出力上限值, 如果超过则只取该段容量的部分值, 把这部分值累加到 M 和 $set[i]$ 中, 并把 $cap[]$ 中第 i 行第 j 个元素以后的值置为零, 即在以后的遍历中第 i 台机组不再贡献出力; 如果不超过, 把 $cap[i,j]$ 累加到 M 和 $set[i]$ 中。最后将 $pri[i,j]$ 置成 pri_max (标记该段已被选过)。

步骤 3 如果 M 值小于预测负荷时, 重复步骤 1, 2, 否则, 停止。

步骤 4 停止时, 检测 M 值是否恰好满足预测负荷, 否则, 最后选择的那个段容量只取部分值, 以使 M 值恰好满足预测负荷。

步骤 5 检测 $set[]$ 中各机组的出力值是否有未达到该机组下一时段的出力下限值, 如果有, 使该机组的出力达到出力下限值, 然后再按步骤 1, 2, 3, 4 进行。

步骤 6 将最后选取的那个段价定为清算价。

执行完该算法, 得到了一个购买费用最低的各机组出力分配方案 $set[]$ 。

3.5 模型的求解

我们根据上面的算法步骤, 我们编程序(见附录的程序2), 并且代入表3, 4, 5给出的各机组的段容量, 段价, 和爬坡速率。可以得到预报需求为 982.4MW 时各机组的出力分配方案为:

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力	150.0000	79.0000	180.0000	99.5000	125.0000	140.0000	95.0000	113.9000

4. 问题（四）和问题（五）

4.1 问题的分析

当出现输电阻塞时，我们按照输电阻塞管理原则进行运作。

在输电阻塞原则下，我们可以得到在满足约束：

（1）下一时段的各机组的出力介于出力上限值和出力下限值之间；

（2）每条线路上的有功潮流值不超过其给定的上限值；

情况下得到各机组的最大总出力值。我们建立模型有：

目标函数为：

$$M = \max \sum_{i=1}^G P_i \quad (9)$$

s.t.

$$|y_j| < L_j (j=1, 2, \dots, G_0) \quad (10)$$

$$P_{i\min} < P_i < P_{i\max} \quad (11)$$

$$y_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^G \beta_i x_i (j=1, 2, \dots, G_0) \quad (12)$$

其中条件（10）表示每一条线路上的潮流值的绝对值不超过该线路的上限值。条件（11）为机组 i 发电的功率的能力上下限。条件（12）根据各机组的出力得到每条线路的潮流值。

对条件（10）进行简化：

$$\text{当 } y_j > 0 \text{ 时 } y_j < L_j; \quad (13)$$

$$\text{当 } y_j < 0 \text{ 时 } -y_j < L_j; \quad (14)$$

于是我们加上条件（10），（11），（12），（13）和条件（14），我们可以建立其线性方程用软件 LINDO 求解（见附录的程序 3）。

当各线路上的限值为题中表 6 中所示的潮流限值（ L_j' ），即 $L_j = L_j'$ ，得到下一时段的总出力最大可为

$$\max \sum_{i=1}^G P_i = 983.4828$$

当各线路的限值为潮流限值加上安全预度时，即 $L_j = L_j' * (1 + A_j)$ ，得到下一时段的总出力最大可为

$$\max \sum_{i=1}^G P_i = 1094.6$$

也就是说在预测的负荷需求值是 0 到 983.4828 之间时，我们就能用输电阻塞管理原则（1）来解决输电堵塞问题；而介于 983.48280 到 1094.6 间时，就采用输电阻塞管理原则（2）进行调度；如果大于 1094.6 必须采用输电阻塞管理原则（3）。

4.2 模型的建立

4.2.1 问题（四）模型的建立

当负荷需求值是 0 到 983.4828 之间时，根据输电阻塞管理原则（1）在确定调配方案时以阻塞费用最小为目标建立各机组出力调配方案的模型：

目标函数为

$$\min W_{\text{总}} = \min \sum_{i=1}^G W_i$$

s.t.

$$|y_j| < L_j \quad (j=1, 2 \cdots G_0)$$

$$P_{i\min} < P_i < P_{i\max}$$

对模型进行简化，根据问题（二）的阻塞费用的计算规则：

$$W_i = (P_i' - P_i) * C_0 * k = \square P_i * C_0 * k$$

或：

$$W_i = P_i' * (C_b - C_0) * k = P_i * (C_b - C_0) * k + \square P_i * (C_b - C_0) * k$$

对于式，由于 k 为常数，我们知道此时的 W_i 取决于 $\square P_i$ 。对于式，由于 P_i 为预测的机组 i 的出力是一定的，k 为常数，对于 $(C_b - C_0)$ ，在 $\square P_i$ 很小的情况下也是一个定值。所以 W_i 主要也是取决于 $\square P_i$ 。

因此我们可以转换目标函数把求 W_i 的和的最小值转换成求 $\square P_i$ 的绝对值的和最小。又

$$\text{求 } \min \sum_{i=1}^G |P_i| \text{ 也就是求 } \min \sum_{i=1}^G (P_i)^2$$

我们的模型可以转化为下面的模型：

$$\text{目标函数：} \min \sum_{i=1}^G (P_i)^2$$

s.t.

$$|y_j| < L_j' (j=1, 2 \cdots G_0)$$

$$P_{i\min} < P_i < P_{i\max}$$

该模型是一个非线性规划问题，因此我们可以用软件 LINGO 编程进行计算。具体算法见附录的程序 4；

4.2.2 问题（五）模型的建立

根据输电阻塞管理原则（2）如果输电阻塞管理（1）做不到，即不能通过调配机组的出力而消除阻塞，还可以使用线路的安全裕度输电，以避免拉闸限电（强制减少负荷需求）。此时我们以每条线路上潮流的绝对值超过潮流限值的百分比尽量小为目标函数建立模型：
目标函数：

$$\min \sum_{i=1}^{G_0} \frac{y_i - L_i'}{L_i'} * y$$

st

$$\frac{y_j - L_j'}{L_j'} < A(j) \quad (15)$$

$$y_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^G \beta_i x_i (j=1, 2, \cdots G_0) \quad (16)$$

$$P_{i\min} < x_i < P_{i\max} \quad (17)$$

$$y \in \{0, 1\} \quad (18)$$

$$\text{当 } y_j - L_j' > 0, y = 1; \quad (19)$$

$$\text{当 } y_j - L_j' < 0, y = 0; \quad (20)$$

其中条件（15）是使使用线路安全裕度输电；条件（16），（17）是各机组的发电功率的上下限。（18），（19），（20）是指在线路 j 的潮流值超过限值时，才能有超过限值的百分比。

模型的解决方法：要求机组的分配方案，我们可以把上面的模型求解分成两步，进行逐步优化，第一步：首先得到线路的潮流值在各个线路上的分布。要每条线路上潮流的绝对值超过潮流限值的百分比尽量小，根据贪婪算法的原则，我们可以把分配预案中没有达到潮流值且剩余最多的线路首先得到剩余容量，当所有的线路都达到限值时，潮流值最大的线路优

先得到部分容量，但是不能超过安全裕度。

第二步：根据得到的每条线路上的潮流值得到每个机组的出力，但是他们要以阻塞费用最少为目标，并且使每个机组的发电功率在其上下限内。用输电阻塞管理(1)的模型求解。

4.3 模型的求解

4.3.1 问题(四)的求解

问题(4)给出的预报的负荷需求是 982.4MW，由于 $982.4 < 983.4828$ ，根据上面的分析知道，用原则(1)来解决输电阻塞问题。我们利用上面输电阻塞管理原则(1)的模型进行编程(见附录的程序4)计算可以得到调整后的各机组的出力为：

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力	153.0000	86.58718	227.9226	78.4782	152.0000	100.9680	66.4440	117.000

利用各个机组的出力值，代入到问题(二)的模型得到发电方总的损失费用为：28868.9元，那么网方出的阻塞费为： $28868.9 \times k = 20208.23$ 元。

4.3.2 问题(五)的求解

当下一段预报的负荷需求量是 1052.8MW。根据问题(二)的模型和求解方法。按照电力市场规则给出的下一个时段各机组的出力为：

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力	150.000	81.000	218.2000	99.5	135.000	150.000	102.1000	117.000

因为 $983.48280 < 1052.8 < 1094.6$ ，根据问题的分析，此时用输电阻塞管理(2)解决输电阻塞问题。根据问题(五)建立的模型，调整后得到各机组的出力方案为

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力	153.000	85.68	251.9226	82.85	151.1	139.8134	71.434	117.000

网方付出的阻塞费用为：32436.74 元。

五 模型的评价

优点

1. 本文的模型在建立的过程中充分考虑到输电的安全与经济的情况，得出最佳的分配方案。
2. 充分利用 Matlab, Lingo 等软件进行编程求解，所得误差较小，数据准确合理。

3. 该模型实用性强，对现实有较强的指导意义。
4. 模型算法贪婪法和逐步优化方法设计出求解的算法，得到了较好的结果。

缺点

1. 本文在解决问题中使用的数据大部分为实验值，本身存在误差，我们没有使用实际数据进行检验。
2. 在计算阻塞费用时都是近似计算，忽略了一些细节，因而费用的精确度不是很高。

六 模型的推广与改进

作为模型的推广，我们考虑调度方案（3）的情况，强制用电方拉闸限电，这时仍然以输电的安全作为第一原则，所以拉闸的限电量要使用电负荷减到第一个阈值点 983.4828。然后采用问题四建立的模型进行求解。

参考文献

- [1] 姜启源，谢金星，叶俊. 数学模型[M].北京：高等教育出版社，2003.8
- [2] Shoichiro Nakamura 著. 科学计算引论——基于 MATLAB 的数值分析[M]. 北京：电子工业出版社，2002.6
- [3] 李瑞珍,李凤荣. 电力市场中实时电价的探讨[J].电力学报，1999 年 02 期
- [4] 高志华,任震,黄福全,潘锡芒. 输电阻塞中的电价调整机制[J].电力系统自动化，2003 年 16 期