

基于改进的神经网络和混沌时间序列预测控制高炉炼铁过程

摘要

在我国制造业升级“中国制造 2025”的国家战略下，为了预测控制高炉炼铁过程，本文建立了神经网络预测模型、混沌时间序列预测模型，并基于遗传算法（GA）改进了神经网络模型，使用粒子群算法（PSO）优化了含硫量[S]。

针对问题一，首先，本文对附件所给数据进行了数据预处理，剔除了异常值并归一化，得到 932 组有效数据。然后，建立 BP 神经网络预测模型预测了含硅量[Si]，并分析了含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 之间的相关性。其次，建立了小波神经网络预测模型和遗传算法（GA）优化的 BP 神经网络预测模型，并比较了三者优劣。接着，选取训练样本数据 922 组，验证样本数据 10 组，发现遗传算法优化的 BP 神经网络预测模型和小波神经网络预测模型预测效果较好，BP 神经网络预测模型较差。最后，本文建立了混沌时间序列预测模型，并对含硅量[Si]进行了混沌局部线性一步预测和第二步预测。

针对问题二，首先，本文选取了 922 组数据作为训练样本，10 组数据作为验证样本，将传统的 BP 神经网络预测模型、小波神经网络模型预测模型、基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型和混沌时间序列预测模型，分别预测后 10 炉次含硅量[Si]的结果与实际值进行对比，计算得到：BP 预测成功率为 20%，小波预测为 70%，GA+BP 预测为 60%，混沌预测为 80%。其次，通过不同的模型分别预测了后 10 炉次含硅量[Si]的结果，预测了炉温升降方向，计算得到：BP 预测成功率为 40%，小波预测为 100%，GA+BP 预测为 100%，混沌预测为 100%。最后，通过讨论神经网络训练函数的选取、神经网络性能参数的设定与混沌时间序列预测邻域半径的选取，分析了动态预测控制的可行性。

针对问题三，首先，本文根据遗传算法（GA）优化 BP 神经网络的预测模型，预测了含硫量[S]，并找出了含硫量[S]与含硅量[Si]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 之间的关系。然后，本文使用粒子群算法（PSO）优化了含硫量[S]，得出当鼓风量归一化后 $FL=0.7012$ 和喷煤量 $PML=0.0809$ 时，含硫量[S]有最小值。最后，本文分析了在含硫量[S]最优条件下，预测控制含硅量[Si]的预期效果，在含硫量[S]取最小值时，预测到此时含硅量[Si]较小，为 0.5712。

针对问题四，我们结合建模背景、求解模型所得结果与分析结果所得结论，根据复杂流程工业智能控制的意义，浅谈了建模的心得体会。通过大数据挖掘，我们可以确定生产过程的最佳途径与最佳参数范围，获得最佳生产效果。

关键词：BP 神经网络，小波神经网络，遗传算法，混沌时间序列，粒子群算法



目录

一. 问题重述.....	3
二. 模型假设.....	3
三. 符号说明.....	3
四. 问题分析.....	4
五. 数据预处理.....	4
5.1 异常值剔除.....	4
5.2 归一化处理.....	6
5.3 预处理后的数据.....	6
六. 问题一模型的建立与求解.....	8
6.1 BP 神经网络预测模型.....	8
6.2 小波神经网络预测模型.....	12
6.3 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型.....	14
6.4 混沌时间序列预测模型.....	18
七. 问题二模型的建立与求解.....	21
7.1 模型的预测成功率.....	21
7.1.1 训练集与验证集.....	21
7.1.2 数值预测成功率.....	22
7.1.3 炉温升降方向预测成功率.....	25
7.2 动态预测控制的可行性.....	26
7.2.1 神经网络训练函数的选取.....	26
7.2.2 神经网络性能参数的设定.....	26
7.2.3 混沌时间序列预测的邻域半径.....	26
八. 问题三模型的建立与求解.....	27
8.1 遗传算法优化 BP 神经网络预测 S 含量.....	27
8.1.1 构建预测含硫量[S]的神经网络.....	27
8.1.2 含硫量[S]与鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的关系.....	27
8.1.3 含硫量[S]与含硅量[Si]和喷煤量 PML 的关系.....	28
8.1.4 含硫量[S]与含硅量[Si]和鼓风量 FL 的关系.....	28
8.2 粒子群算法优化含硫量[S].....	29
8.2.1 粒子群算法优化流程.....	29
8.2.2 粒子群算法优化结果.....	29
8.3 [Si]预测控制的预期效果.....	30
九. 问题四的心得体会.....	31
十. 结论.....	32
十一. 模型的优缺点.....	32
十二. 参考文献.....	33
十三. 附录.....	34



一. 问题重述

“中国制造 2025”是我国制造业升级的国家大战略。其技术核心是智能制造，智能化程度相当于“德国工业 4.0”水平。通过大数据挖掘，确定生产过程的最佳途径与最佳参数控制范围，预测性地动态调整生产过程控制，获得最佳生产效果。本课题数学建模需要解决的问题如下：

- 从给定数据表中[Si]-[S]-FL-PML 依序号排列的 1000 炉生产大数据中，自主选取学习样本和算法，建立[Si]预测动态数学模型，包括一步预测模型和二步预测模型。全面论述你的数学建模思路。
- 自主选取验证样本，验证你所建立的数学模型的预测成功率。包括数值预测成功率和炉温升降方向预测成功率，并讨论动态预测控制的可行性。
- 以质量指标铁水含硫量[S]为例，含硫量低，铁水质量好，可以生产优质钢，制造优质装备。试建立质量指标[S]的优化数学模型，并且讨论按照优化模型计算结果进行[Si]预测控制的预期效果。
- 讨论你所建立的复杂流程工业智能控制大数据建模的心得体会。

二. 模型假设

- (1) 假设在混沌局部线性预测中，邻域 ε 的选取客观准确，主观性较小。
- (2) 假设在混沌局部线性预测中，局部特性可以准确代表整体特性。
- (3) 假设在神经网络预测中，输入变量作为网络的第一层合理有效。
- (4) 假设附件中提供的数据及所使用的数据都真实准确。
- (5) 假设铁水含硅量[Si]、含硫量[S]、喷煤量 PML 和鼓风量 FL 组成的数据能代表高炉炼铁过程，体现高炉炼铁特性。

三. 符号说明

符号	说明	符号	说明
σ	标准差	b_j	平移因子
x_{\min}	最小值	a_j	伸缩因子
x_{\max}	最大值	lr	学习概率
ω_{ij}	连接权值	F	适应度值
θ_j	网络阈值	T	预测步长
y_k	期望输出	τ	滞后时间
\hat{y}_k	实际输出	d	嵌入维数
ρ	相关系数	ε	邻域半径

四. 问题分析

问题一的分析：在问题一中，题目要求我们从给定数据表中[Si]-[S]-FL-PML依序号排列的 1000 炉生产大数据中，自主选取学习样本和算法，建立[Si]预测动态数学模型，包括一步预测模型和两步预测模型。其中的一步预测模型和两步预测模型指的是预测步长分别取 1 和 2，前后两炉铁水含硅量，即炉温之间是具有相关性的。这里的学习样本不能是全部的 1000 炉生产大数据，因为问题二中需要验证所建立的数学模型的预测成功率，所以不能选择全部数据来训练，只能选择一部分数据来学习训练。至于建模的算法，需要结合问题本身来选择。

问题二的分析：在问题二中，题目要求我们自主选取验证样本，验证我们所建立的数学模型的预测成功率，包括数值预测成功率和炉温升降方向预测成功率。并且讨论其动态预测控制的可行性。我们需要从 1000 炉生产大数据中剩下未学习训练的数据中，选取验证样本，验证包括[Si]含量和炉温升降方向的成功率。难点在于讨论其动态预测控制的可行性，以及如何提高算法的预测成功率。

问题三的分析：在问题三中，题目要求我们以质量指标铁水含硫量[S]为例，含硫量低，铁水质量好，可以生产优质钢，制造优质装备。试建立质量指标[S]的优化数学模型，并且讨论按照优化模型计算结果进行[Si]预测控制的预期效果。通过大数据挖掘，确定生产过程的最佳途径与最佳参数控制范围，预测性地动态调整生产过程控制，获得最佳生产效果，建立优化模型，讨论对[Si]的预测控制。

问题四的分析：在问题四中，题目要求我们讨论我们所建立的复杂流程工业智能控制大数据建模的心得体会，这需要我们模型的结果和背景来讨论。

五. 数据预处理

[Si]含量预测模型的成功率取决于过去[Si]含量数据的质量和数量，由于受到仪表精度、可靠性、现场测量环境、炉温状况及人为因素的影响，“智能控制专家系统”在线采集的数据会存在异常等情况，需剔除不完整和异常数据。如果用这些数据来预测，会导致预测的成功率下降。而且输入变量众多且相互影响，必须对样本数据进行预处理，要对原始数据做异常值剔除、归一化和相关性分析等。

5.1 异常值剔除

图 1~图 4 分别是 1000 炉含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据，从图 1~图 4 中可以看出，个别含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的数据波动较大，需要进行异常值的剔除。如果直接用这些数据来预测，将会导致预测的成功率下降，甚至预测的结果完全偏离实际值。

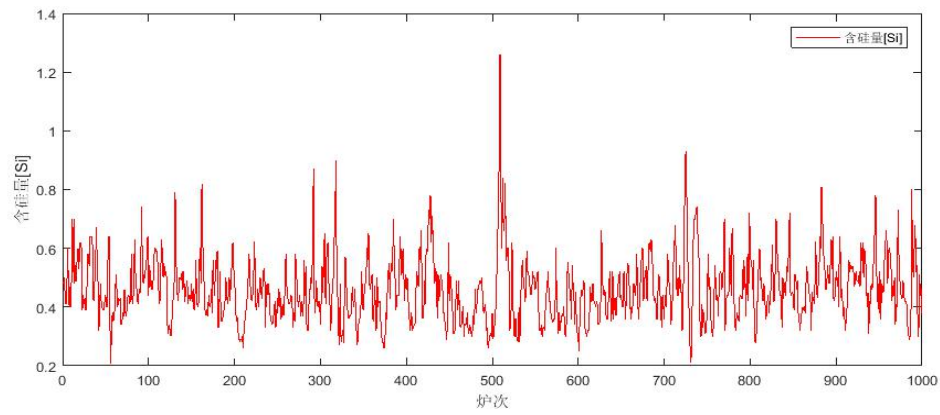


图 1.1000 炉含硅量[Si]的原始时间序列数据

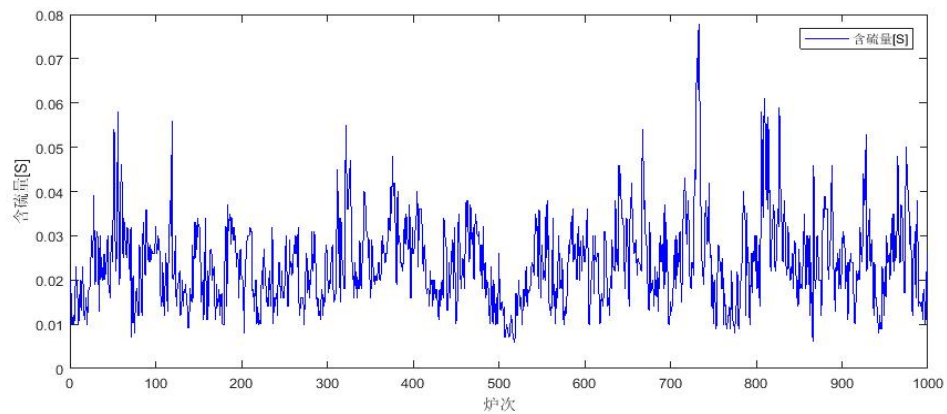


图 2.1000 炉含硫量[S]的原始时间序列数据

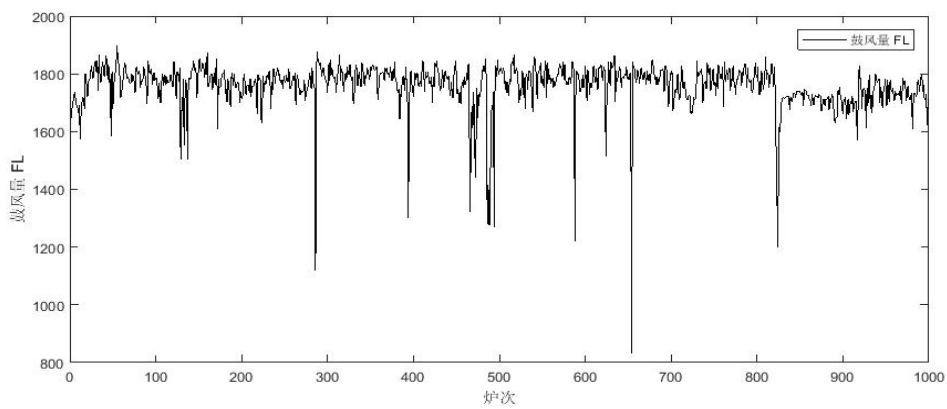


图 3.1000 炉鼓风量 FL 的原始时间序列数据

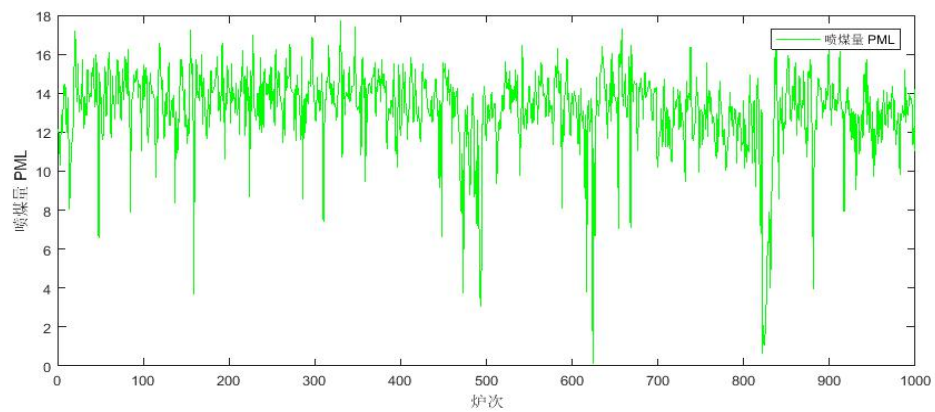


图 4.1000 炉喷煤量 PML 的原始时间序列数据

异常值剔除的方法采用的是拉依达准则，即 3σ 准则：对于 1000 炉含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据，当偏差大于 3σ 的时候，该数据为异常值，需要被及时剔除， σ 的计算公式为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1)$$

其中， $x_i (i=1 \sim 1000)$ 分别指的是 1000 炉含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据， \bar{x} 分别指的是 1000 炉含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据的平均值，样本容量 $n=1000$ 。

当偏差大于 3σ 的时候，该数据为异常值，异常值的判断准则如下：

$$|x_i - \bar{x}| > 3\sigma \quad (2)$$

因此，正常数据的范围为 $x_i > 3\sigma + \bar{x}$ 和 $x_i < \bar{x} - 3\sigma$ ，剔除完剩下的即为正常值。1000 炉含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据中有 68 个异常值，剔除全部异常值后，总共剩下 932 炉次的正常时间序列数据。

5.2 归一化处理

由于含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据存在不同的量纲单位，因此数据的大小差别非常大，数据的范围也不相同。差异的较大会增大某些变量对预测结果的影响，同时会减弱某些变量对预报模型的影响，所以需要剔除异常值后的含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的时间序列数据进行归一化。将所有数据都转化为 [0,1] 之间的数，可以消除数据因大小不一而造成的偏差，最后对预测结果进行反归一化还原。

数据的归一化有很多方法，本文采用最大最小法进行归一化处理，对含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的数据进行归一化的公式如下所示：

$$x_i' = \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (3)$$

其中， x_i 和 x_i' 是归一化前后含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的时间序列数据， x_{\min} 和 x_{\max} 分别指的是含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据的最小值和最大值。

5.3 预处理后的数据

经过异常值剔除、数据归一化处理之后得到 932 炉次的正常时间序列数据，具体数据见附录一。图 5~图 8 分别是预处理后的 932 炉含硅量 [Si]、含硫量 [S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的时间序列数据。

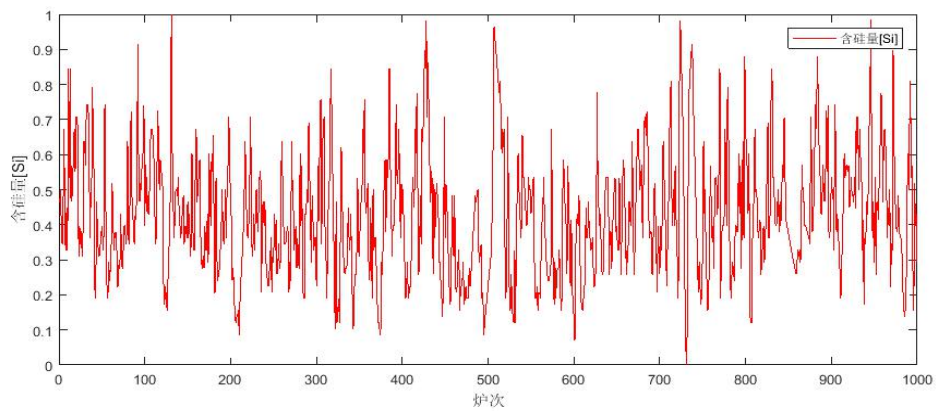


图 5. 预处理后 932 炉含硅量[Si]的时间序列数据

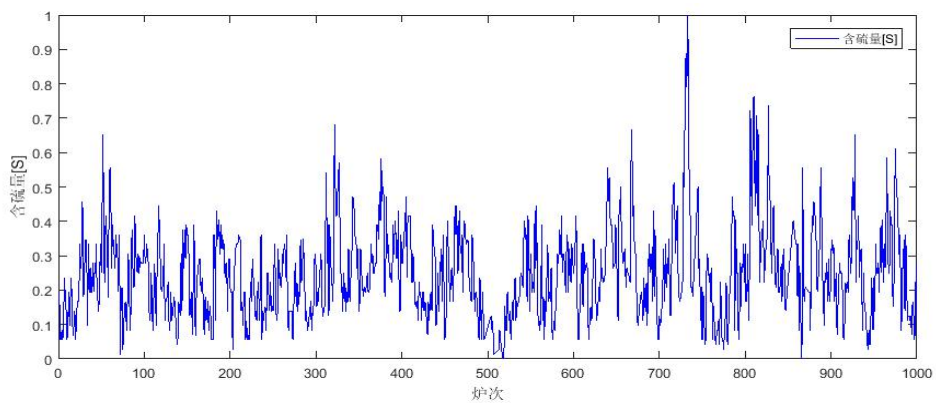


图 6. 预处理后 932 炉含硫量[S]的时间序列数据

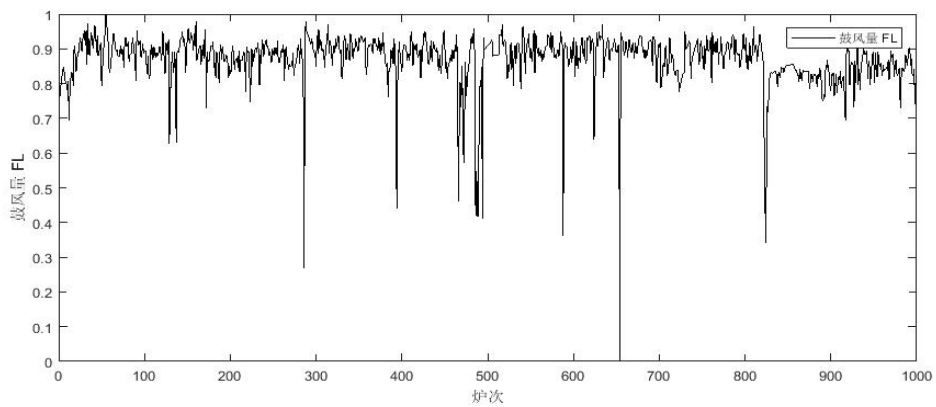


图 7. 预处理后 932 炉鼓风量 FL 的时间序列数据

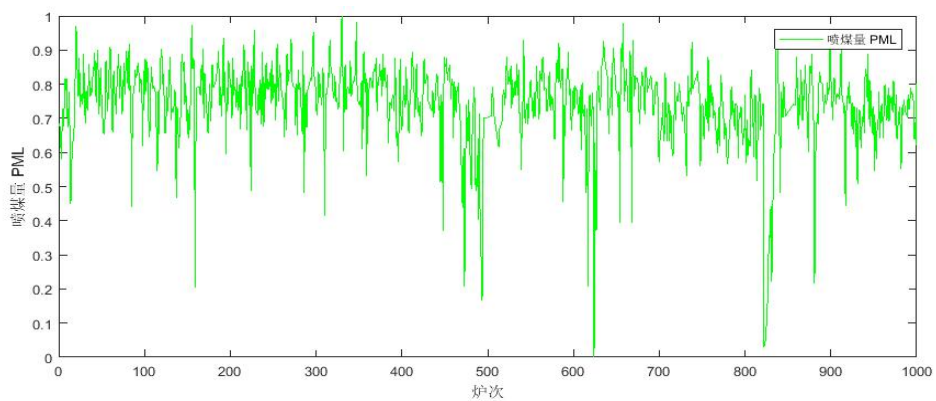


图 8. 预处理后 932 炉喷煤量 PML 的时间序列数据

六. 问题一模型的建立与求解

6.1 BP 神经网络预测模型

6.1.1 输入层和输出层

BP (Back Propagation) 神经网络是一种按误差逆传播算法训练的多层前馈网络, 通过反向传播来不断调整网络的权值和阈值, 使网络的误差平方和最小^[1]。BP 神经网络模型拓扑结构包括输入层、隐含层和输出层。

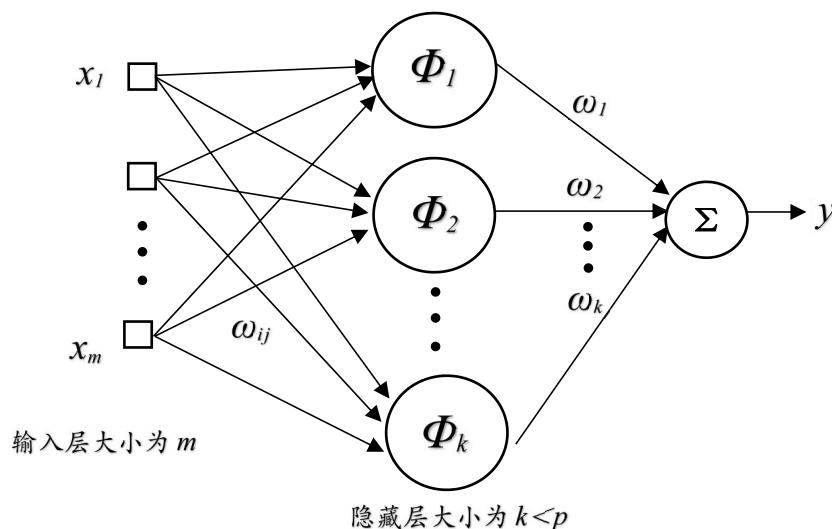


图 9. BP 神经网络模型的拓扑结构

BP 神经网络的算法具有良好的自适应性和分类识别等能力。神经网络可以看作是一个函数映射, 适用于有明确的输入与输出的对应关系, 但其中的函数不容易确定的问题^[1]。而含硅量[Si]的预测可以看成将含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为输入, 含硅量[Si]为输出的复杂函数映射问题。因此, 可以利用 BP 神经网络作为含硅量[Si]的进行预测。下面阐述如何将 BP 神经网络用于含硅量[Si]的预测。

6.1.2 训练集和验证集

经过异常值剔除和归一化等预处理之后, 总共有 932 炉次的含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML, 将前 922 炉次的含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为学习训练的样本, 剩余 10 炉次的数据作为验证的样本, 即: 训练集为前 922 炉次的时间序列数据, 验证集为后 10 炉次的数据。

6.1.3 三层 BP 神经网络结构

三层 BP 网络输入节点为 m 个 (与 p 同维), 输出节点为 c 个, 隐节点为 r 个, 输入层到隐层的激活函数采用 Sigmoid 型函数, 隐含层到输出层的激活函数采用

线性函数 Purelin 函数，可得网络输入与输出的关系如下所示^[1]：

$$\hat{y}_k = \sum_{j=1}^r v_j \cdot f \left[\sum_{i=1}^m w_{ij} \cdot P_i + \theta_j \right] \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (4)$$

其中， w_{ij} 为连接权值， θ_j 为阈值， y_k 为期望输出， \hat{y}_k 为网络的实际输出。

三层 BP 神经网络结构示意图如图 10 所示，将含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为输入层，将含硅量[Si]作为输出层，如图 10 所示。

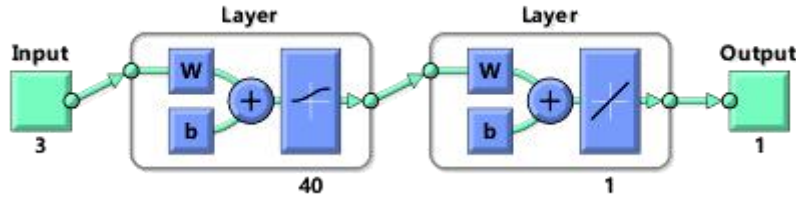


图 10. BP 神经网络的结构示意图

6.1.4 BP 神经网络的参数

BP 神经网络时间序列预测模型中的参数主要包括：最大训练步数 `net.trainParam.epochs`、训练结果的间隔步数 `net.trainParam.show`、学习速率 `net.trainParam.lr`、动子因量 `net.trainParam.mc`、训练目标误差 `net.trainParam.goal`，本文中设置的 BP 神经网络预测模型中的参数如下表所示：

表 1. BP 神经网络预测模型中的参数

最大训练步数	训练结果的间隔步数	学习速率	动子因量	训练目标误差
50000	2000	0.45	0.8	0.0000001

6.1.5 BP 神经网络预测的结果

BP 神经网络预测的结果如图 11 所示，从图 11 中看出预测的效果不是很好。

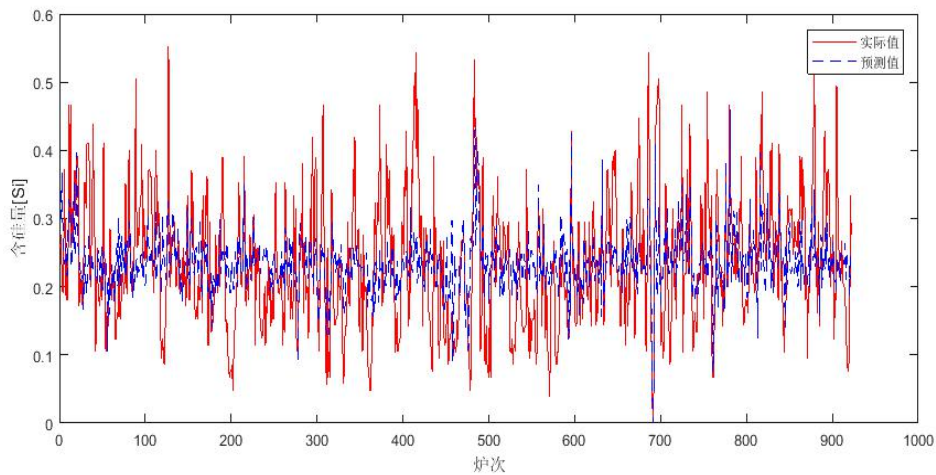


图 11. BP 神经网络预测的结果

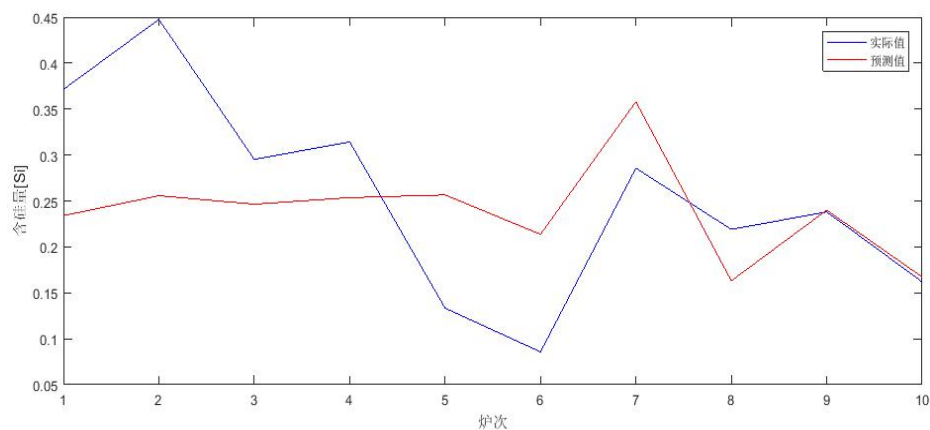


图 12. BP 神经网络预测验证 10 炉次的预测值与实际值

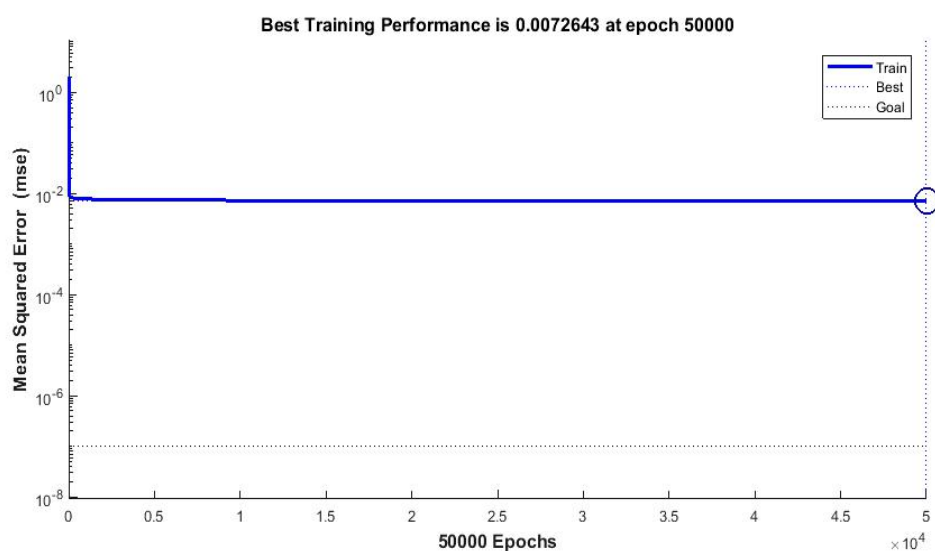


图 13. BP 神经网络预测模型的性能曲线

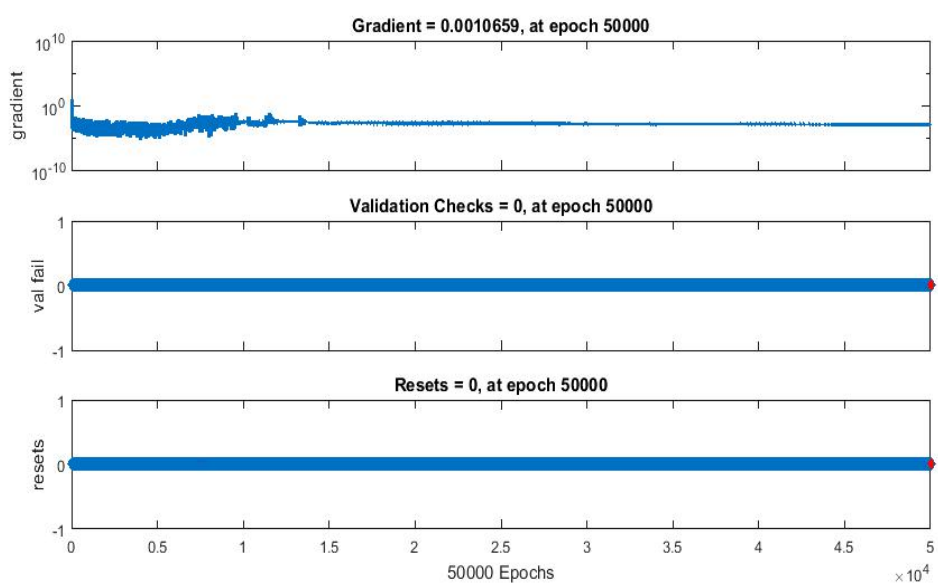


图 14. BP 神经网络预测模型的梯度和验证

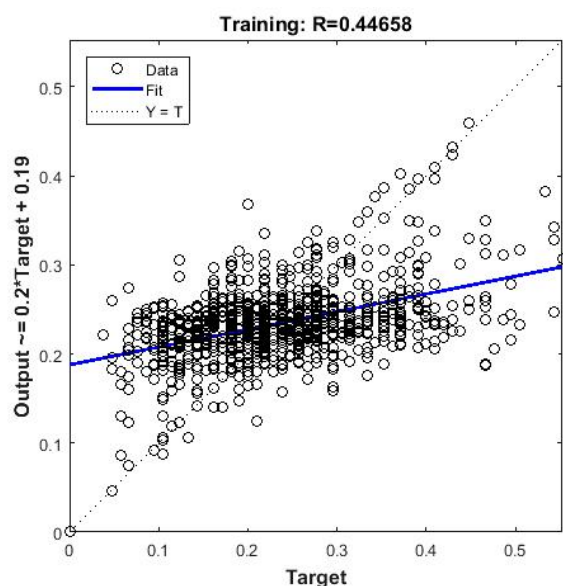


图 15. BP 神经网络预测模型的回归效果

图 15 是 BP 神经网络预测模型的回归效果，相关系数 R 只有 0.44658，说明了传统的 BP 神经网络对于高炉炼铁过程中含硅量[Si]的预测不是很准确。因此，需要对传统的 BP 神经网络预测模型进行改进，提高其预测效果。

6.1.6 相关性分析

为了研究含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 与含硅量[Si]之间的相关性，本文计算了不同指标之间的 Pearson 线性相关系数，计算公式如下^[2]：

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

其中， \bar{x} 和 \bar{y} 分别指的是含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的原始时间序列数据两两比较时的平均值。计算得到相关系数如下表所示：

表 2. 含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 之间的相关系数

相关系数	含硅量[Si]	含硫量[S]	鼓风量 FL	喷煤量 PML
含硅量[Si]	1.0000	-0.2131	-0.0219	-0.0180
含硫量[S]	-0.2131	1.0000	-0.0640	-0.0002
鼓风量 FL	-0.0219	-0.0640	1.0000	0.3883
喷煤量 PML	-0.0180	-0.0002	0.3883	1.0000

从表 2 中可以看出，含硫量[S]与含硅量[Si]的相关性比鼓风量 FL 与含硅量[Si]、喷煤量 PML 与含硅量[Si]的相关性更大，鼓风量 FL 与喷煤量 PML 之间的相关性最大。

6.2 小波神经网络预测模型

6.2.1 小波神经网络的结构

小波神经网络是由小波理论和神经网络理论相互作用的结果，其实质是用小波元取代神经元。小波神经网络模型的网络拓扑结构如图 16 所示^[2]。

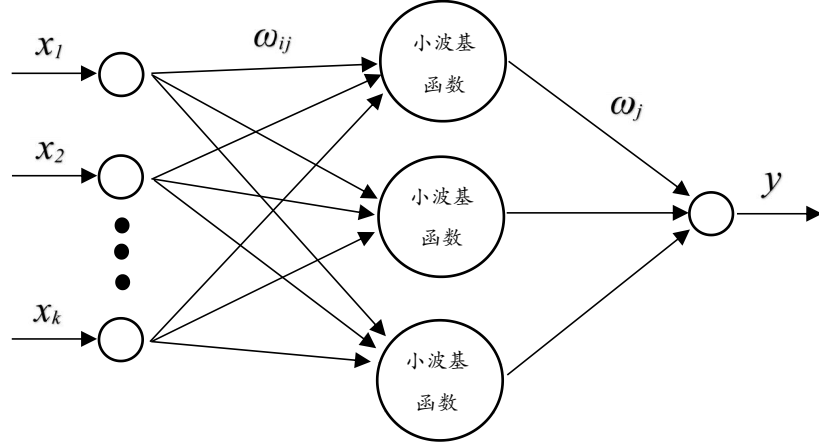


图 16. 小波神经网络模型的网络拓扑结构

在图 16 中， x_i 代表小波网络模型的输入变量，即含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为输入层。 y 代表小波网络模型的预测输出，即含硅量[Si]，小波网络模型的权值是 ω_{ij} 和 ω_j 。

在输入变量为 x_i 时，隐含层输出表达式如下^[2]：

$$h(j) = h_j \left(\frac{\sum_{i=1}^k \omega_{ij} x_i - b_j}{a_j} \right) \quad (6)$$

其中， $h(j)$ 表示隐含层的第 j 个节点输出， ω_{ij} 是输入层与隐含层的权值，小波基函数 h_j 的平移因子和伸缩因子分别为 b_j 和 a_j 。

6.2.2 小波神经网络的基函数

Morlet 母小波基函数的表达式为：

$$y = \cos(1.75x) e^{-x^2/2} \quad (7)$$

Morlet 母小波基函数的导函数表达式为：

$$y = -1.75 \sin(1.75x) e^{-x^2/2} - x \cos(1.75x) e^{-x^2/2} \quad (8)$$

小波网络模型的输出层计算公式如下^[2]：

$$y = \sum_{i=1}^l \omega_i h(i) \quad (9)$$

6.2.3 小波神经网络的流程

小波网络模型的修正算法与 BP 神经网络模型基本相同，均采用梯度下降法来修正网络模型的权值，使小波神经网络模型的预测输出结果不断逼近期望的输出值，小波神经网络的流程主要有以下几个主要步骤：

- 网络模型的初始化：首先需要初始化小波函数的伸缩因子、平移因子、网络的学习速率和网络的连接权重。
- 仿真数据的分类：把高炉炉温数据分为训练部分和测试部分，训练数据用于训练网络，测试数据则是用于测试网络的预测精度。
- 预测结果输出：把高炉铁水温度训练数据输入网络，计算出网络模型的预测输出，并计算网络模型输出与期望输出之间的误差。
- 权值的修正：由误差在线修正网络模型的权值和小波网络模型参数。最后判断算法是否结束，如果没有结束，则返回步骤 3。
- 小波神经网络预测模型的仿真验证。

6.2.4 小波神经网络的参数

BP 神经网络预测模型中的参数主要包括隐形节点个数、学习概率 lr_1 、学习概率 lr_2 和迭代次数 n ，本文中设置的 BP 神经网络预测模型中的参数如下表所示：

表 3. BP 神经网络预测模型中的参数

隐形节点个数	学习概率	学习概率	迭代次数
6	0.01	0.001	1000

6.2.5 小波神经网络的结果

小波神经网络模型预测的结果如图 17 所示，从图 17 中可以看出，小波神经网络模型预测值与实际值比较接近，这比 BP 神经网络预测效果要好，因为小波神经网络的局部搜索特性和收敛速度快，从而取得精确度较高的预测结果。

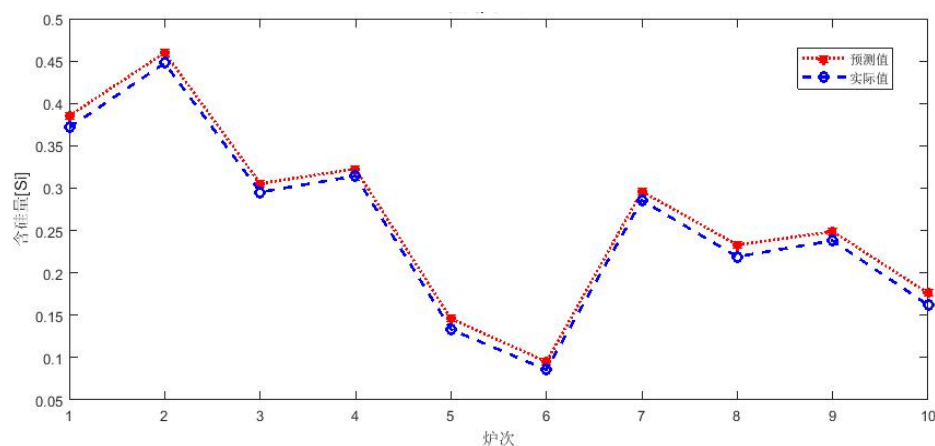


图 17. 小波神经网络模型预测的结果

6.3 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型

6.3.1 预测模型的结构

遗传算法是一种并行随机搜索优化方法。遗传算法优化 BP 网络，包括 BP 神经网络结构的确定、遗传算法的优化和 BP 神经网络的预测三部分内容^[3]。

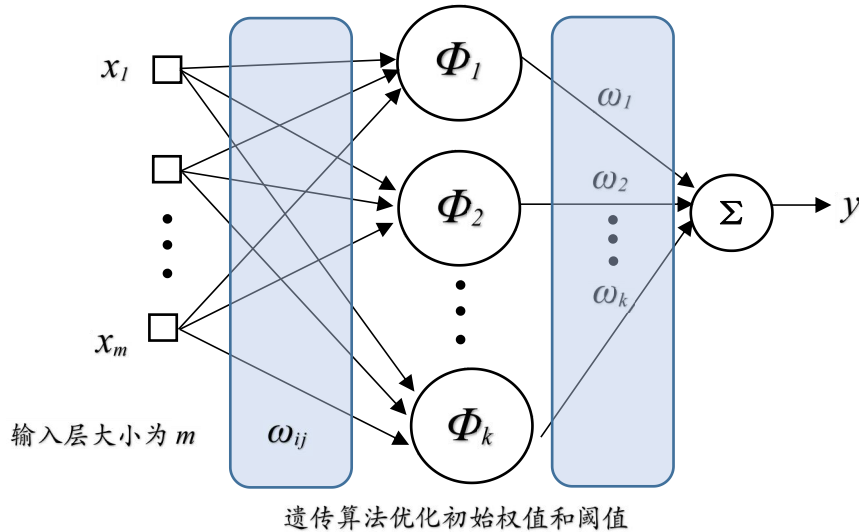


图 18. 遗传算法优化 BP 神经网络模型的拓扑结构

其中，BP 网络结构是通过拟合函数来确定变量个数和遗传算法长度。BP 算法预测模型是通过遗传算法得到的最优个体作为 BP 网络的初始权值和阈值，然后经过 BP 算法的训练得到模型预测输出值。

6.3.2 预测模型的流程

遗传算法 GA 优化 BP 神经网络是指利用遗传算法优化 BP 网络的初始权值和阈值，优化后的 BP 网络能够取得更好的预测输出^[3]。遗传算法 GA 优化 BP 网络的主要步骤如下：

- 种群初始化：每个个体的编码方法选择实数编码方式。其中，每个个体包含了全部的网络权值和阈值。在高炉炼铁输入输出变量已知的情况下，便能构成一个网络结构、权值和阈值确定的网络。
- 适应度函数：首先由每个个体可以得到 BP 神经网络算法的初始权值和阈值。接着用训练数据训练 BP 网络后，从而得到系统的预测值。把预测值和期望值之间的误差绝对值作为个体的适应度值 F ，计算公式如下：

$$F = k \sum_{i=1}^n |y_i - o_i| \quad (10)$$

其中， n 是网络的输出节点， y_i 是 BP 神经网络第 i 个节点的期望输出， o_i 为第 i 个节点的预测输出， k 是系数。

- 选择操作：本文选择操作方法是采用适应度比例法，计算公式如下^[3]：

$$f_i = k / F_i, \quad P_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (11)$$

其中，个体 i 的适应度值为 F_i ， k 为系数， N 为种群个体的总数。

- 交叉操作：个体选用实数编码。第 k 个染色体 a_k 和第 l 个染色体 a_l 在 j 位的交叉操作公式为^[3]：

$$\begin{cases} a_{kj} = a_{kj}(1-b) + a_{lj}b \\ a_{lj} = a_{lj}(1-b) + a_{kj}b \end{cases} \quad (12)$$

其中， b 是 $[0, 1]$ 之间的任意数。

- 变异操作：选取第 i 个个体的第 j 个基因 a_{ij} 进行变异操作，其公式为^[3]：

$$a_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + (a_{ij} - a_{\min})f(g) & r \geq 0.5 \\ a_{ij} + (a_{\min} - a_{ij})f(g) & r < 0.5 \end{cases} \quad (13)$$

其中，基因 a_{ij} 的上限是 a_{\max} ，基因 a_{ij} 的下限是 a_{\min} ， $f(g) = r_2(10g / G_{\max})$ ， r_2 是一个任意数， g 是当前的迭代次数， G_{\max} 是最大进化次数， r 是 $[0, 1]$ 之间的任意数。

- BP 网络部分：遗传算法部分获取最优权值与阈值。通过计算误差的网络学习算法，实时更新权值和阈值，最终取得优化结果。
- 遗传算法优化 BP 神经网络的仿真校验。

6.3.3 预测模型的参数

遗传算法优化 BP 神经网络预测模型中的参数主要包括种群规模数、进化次数、交叉概率和变异概率，本文中设置 BP 神经网络预测模型中的参数如表所示：

表 4. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型中的参数

种群规模数	进化次数	交叉概率	变异概率
10	50	0.4	0.2

6.3.4 预测模型的结果

遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的结果如图 19 和图 20 所示，从图 19 和图 20 中可以看出，遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的预测值与实际值比较接近，这比 BP 神经网络预测效果要好，因为基于遗传算法优化 BP 神经网络的多元时间序列模型，其预测结果因考虑了变量的时滞，因此预测结果误差较小。

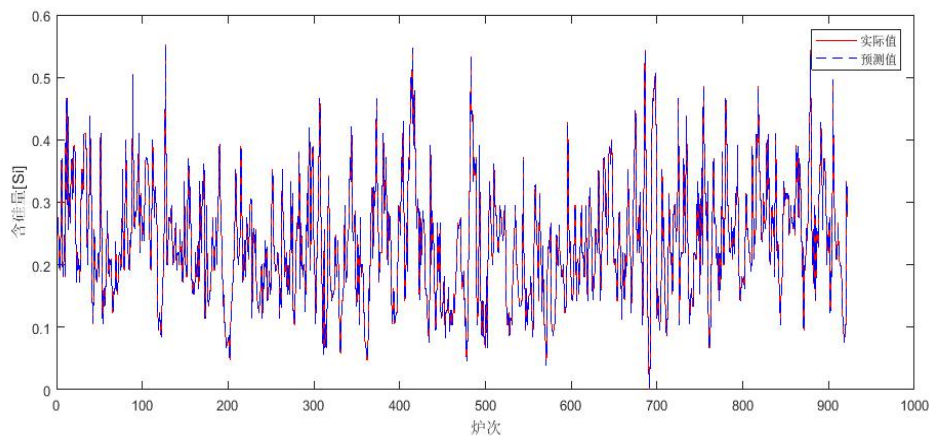


图 19. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的预测值与实际值

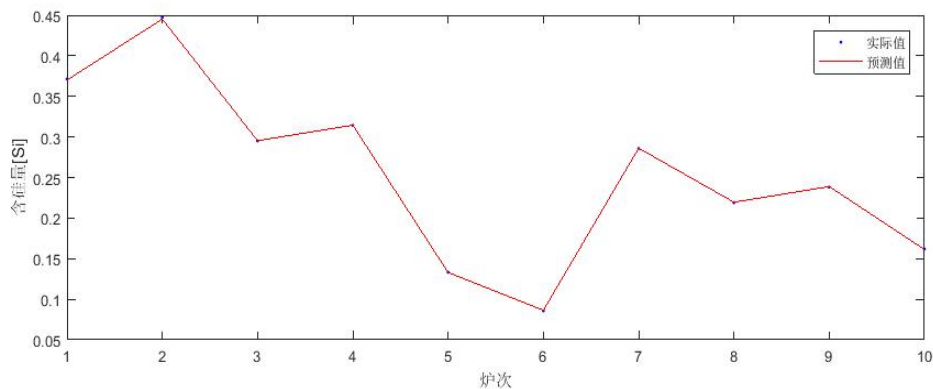


图 20. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型验证 10 炉次的预测值与实际值

经过异常值剔除和归一化等预处理之后，总共有 932 炉次的含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML，将前 922 炉次的含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为学习训练的样本，剩余 10 炉次的数据作为验证的样本，即：训练集为前 922 炉次的时间序列数据，验证集为后 10 炉次的数据。

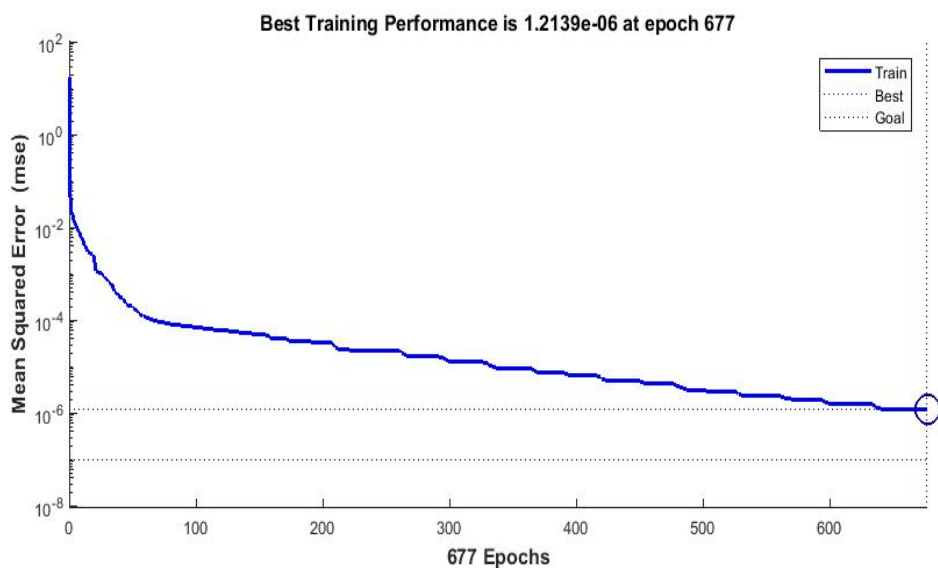


图 21. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的性能曲线

从图 21 中可以看出，遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的性能较好，很快就找到了最佳性能点。当迭代次数为 677 次时，找了模型的最佳训练性能为 $1.2139\text{e-}6$ 。图 2 是遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的梯度和验证，从图 22 中可以看出，遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的预测较稳定，通过了测试。

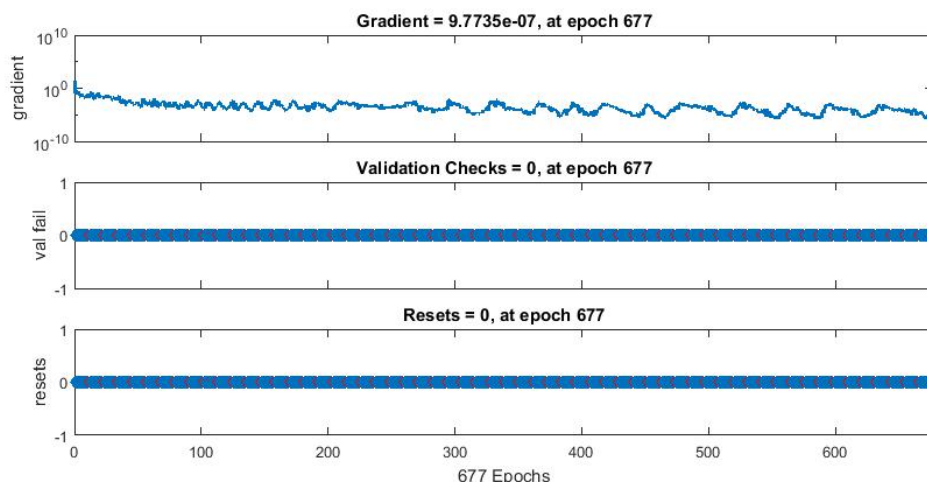


图 22. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的梯度和验证

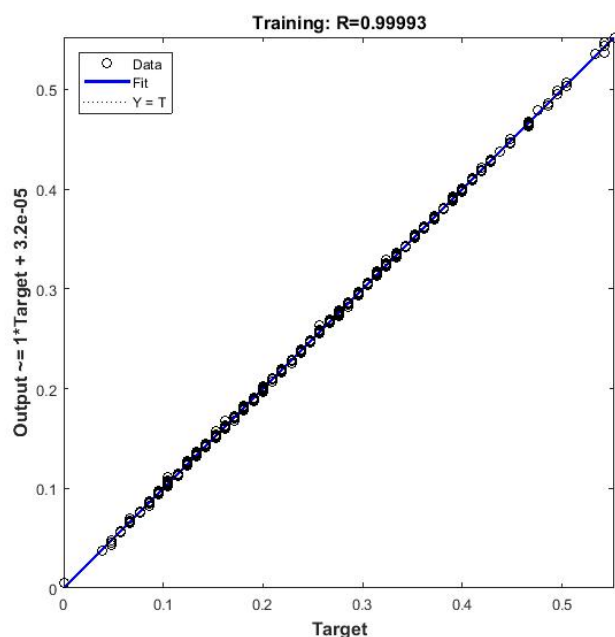


图 23. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的回归效果

图 23 是遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的回归效果，相关系数 R 为 0.99993，说明了基于遗传算法对 BP 神经网络进行改进之后，可以大大提高 BP 神经网络预测[Si]含量的准确性。

虽然基于遗传算法优化的 BP 神经网络能提高网络的训练速度。但是，遗传算法复杂的操作过程，使网络的搜索时间随着所研究问题复杂度不同呈指数倍增长。遗传算法缺少局部搜索特性，该算法在得到最优解时收敛缓慢也有可能出现收敛停止问题。因此本文又建立了混沌时间序列预测模型来预测[Si]含量。

6.4 混沌时间序列预测模型

郜传厚指出高炉炼铁的过程中的含硅量[Si]貌似是随机的，实际上并不是随机的，而是混沌的^[4]。由于混沌局部线性一步、二步预测含硅量[Si]，取得了很好的效果，因此本文建立了混沌时间序列预测模型来动态预测含硅量[Si]。

对于高炉炼铁混沌时间序列 $\{X_t\}$ ， $t=1, 2, \dots, n$ ，利用相空间重构技术^[4]和 Takens 定理^[5]，嵌入维数为 d ，时滞为 τ ，重构相空间中的矢量点可表示为^[5]：

$$X_t = (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(d-1)\tau})^T \quad (14)$$

根据非线性动力学，建立混沌时间序列预测模型，可以对含硅量[Si]进行混沌局部线性一步预测和二步预测。

6.4.1 一步预测模型

假设预测步长为 T ，对于含硅量[Si]的一步预测， $T=1$ ，根据 Takens 定理，可以建立混沌时间序列的预测模型，即^[5]：

$$X_{t+1} = f(X_t) \quad (15)$$

混沌局部线性预测模型可以表示为^[5]：

$$X_{t+1} = aX_t + bI \quad (16)$$

其中， a 和 b 是拟合系数， I 是各分量均为1的 d 维列向量。

对于高炉炼铁的混沌时间序列的 X_p ，在重构相空间的矢量点中，选取一定的邻域半径 ε ，找出邻近 X_p 的 k 个矢量点， $X_{p_1}, X_{p_2}, \dots, X_{p_k}$ ，使得满足：

$$|X_{p_j} - X_p| \leq \varepsilon \quad (j=1, 2, \dots, k) \quad (17)$$

定义 ξ_i 和 ξ_p 如下^[5]：

$$P = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_{p_i}, \quad \xi_i = X_{p_i} - P, \quad \xi_p = X_p - P \quad (18)$$

对于 k 个矢量点的一步迭代点 $X_{p_{i+1}}, X_{p_{2+1}}, \dots, X_{p_{k+1}}$ ，定义^[5]：

$$\tilde{P} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_{p_{i+1}}, \quad \tilde{\xi}_i = X_{p_{i+1}} - \tilde{P}, \quad \tilde{\xi}_p = X_{p_{+1}} - \tilde{P} \quad (19)$$

使用混沌局部线性预测模型拟合这 k 个矢量点的迭代情况，即满足^[6]：

$$\tilde{\xi}_i \approx a\xi_i + bI \quad (20)$$

使用最小二乘法可以拟合出 a 和 b 拟合系数，即最小化误差：

$$\min E = \min \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left| \tilde{\xi}_i - a\xi_i - bI \right|^2 \quad (21)$$

令误差 E 对拟合系数 a 和 b 的偏导数为 0，即满足：

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial b} = 0 \quad (22)$$

可以求解得到拟合系数 a 的计算公式为^[6]：

$$a = \frac{\left(\sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_i^T I \right) \left(\sum_{i=1}^k I^T \xi_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_i^T \xi_i \right) \left(\sum_{i=1}^k I^T I \right)}{\left(\sum_{i=1}^k I^T \xi_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_i^T \xi_i \right) \left(\sum_{i=1}^k I^T I \right)} \quad (23)$$

可以求解得到拟合系数 b 的计算公式为^[6]：

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_i^T \xi_i \right) \left(\sum_{i=1}^k I^T \xi_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_i^T I \right) \left(\sum_{i=1}^k I^T I \right)}{\left(\sum_{i=1}^k I^T \xi_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_i^T \xi_i \right) \left(\sum_{i=1}^k I^T I \right)} \quad (24)$$

然后根据以下公式可以计算出矢量 $\tilde{\xi}_p$ ，从而可以求出 X_{p+1} ^[6]：

$$\tilde{\xi}_p = a\xi_p + bI \quad (25)$$

6.4.2 一步预测的参数

在混沌局部线性预测模型中，对于含硅量[Si]的一步预测，本文设置一步预测的参数如下表所示^[7]：

表 5. 一步预测的参数

步长 T	滞后时间 τ	嵌入维数 d	邻域半径 ε
1	6	8	0.35

6.4.3 一步预测的结果

混沌局部线性一步预测的结果如图 24 所示，从图 24 中可以看出，预测值与实际值分布在直线 $x_{n+1} = x_{n+1}$ 附近，即预测值和实际值有很好的对应关系。计算得到预测命中率在 $[\text{Si}] \pm 0.1\%$ 的范围内分别为 84.5% 和 83.2%。

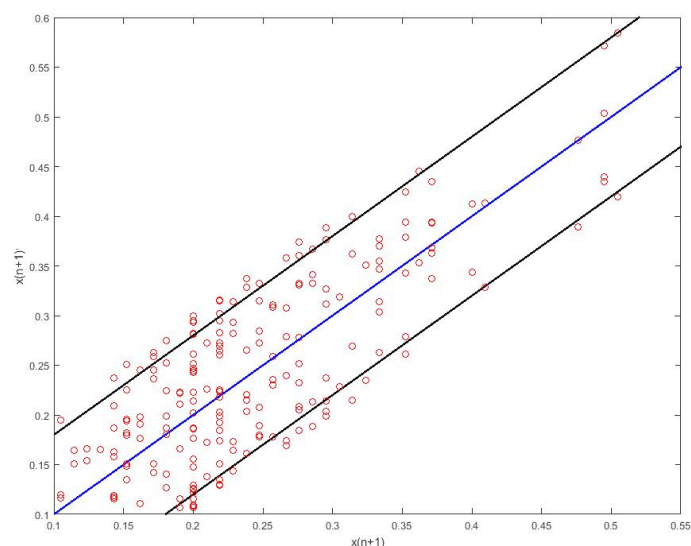


图 24. 混沌局部线性一步预测的结果

通过计算预测相对误差，混沌局部线性一步预测模型的精度，计算公式为^[7]：

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i' - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (26)$$

计算得混沌局部线性一步预测模型的精度为 0.0127，对生产有很好的作用。

6.4.4 二步预测模型

假设预测步长为 T ，对于含硅量[Si]的二步预测， $T=2$ ，根据 Takens 定理，可以建立混沌时间序列的预测模型，即^[7]：

$$X_{t+2} = f(X_t) \quad (27)$$

混沌局部线性预测模型可以表示为^[7]：

$$X_{t+2} = aX_t + bI \quad (28)$$

其中， a 和 b 是拟合系数， I 是各分量均为 1 的 d 维列向量。

6.4.5 二步预测的参数

在混沌局部线性预测模型中，对于含硅量[Si]的二步预测，本文设置参数如下表所示^[7]：

表 6. 二步预测的参数

步长 T	滞后时间 τ	嵌入维数 d	邻域半径 ε
2	6	7	0.26

6.4.6 二步预测的结果

混沌局部线性二步预测的结果如图 25 所示,从图 25 中可以看出,预测值与实际值分布在直线 $x_{n+1} = x_{n+1}'$ 附近,即预测值和实际值有很好的对应关系。计算得到预测命中率在 $[\text{Si}] \pm 0.1\%$ 的范围内分别为 84.6% 和 85.1%。

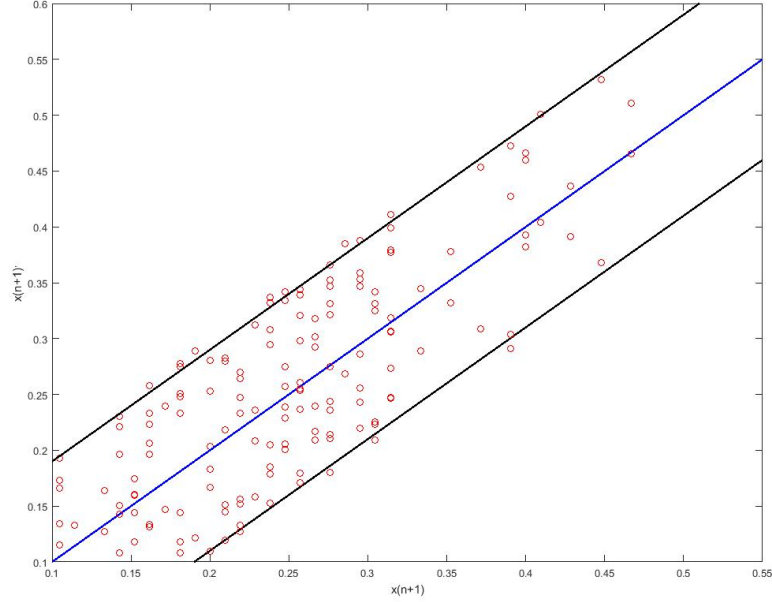


图 25. 混沌局部线性二步预测的结果

通过计算预测相对误差,混沌局部线性二步预测模型的精度,计算公式为^[7]:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i' - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (29)$$

计算得混沌局部线性二步预测模型的精度为 0.0245,对生产有很好的作用。

七. 问题二模型的建立与求解

7.1 模型的预测成功率

7.1.1 训练集与验证集

经过异常值剔除和归一化等预处理之后,总共有 932 炉次的含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML,将前 922 炉次的含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为学习训练的样本,剩余 10 炉次的数据作为验证的样本,即:训练集为前 922 炉次的时间序列数据,验证集为后 10 炉次的数据。

然后,验证本文所建立的数学模型的预测成功率,包括数值预测成功率和炉温升降方向预测成功率,验证结果见下文。

7.1.2 数值预测成功率

传统的 BP 神经网络预测模型、小波神经网络模型预测模型、基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型和混沌时间序列预测模型，分别预测后 10 炉次含硅量[Si]的结果与实际值的对比如图 26~图 29 所示。

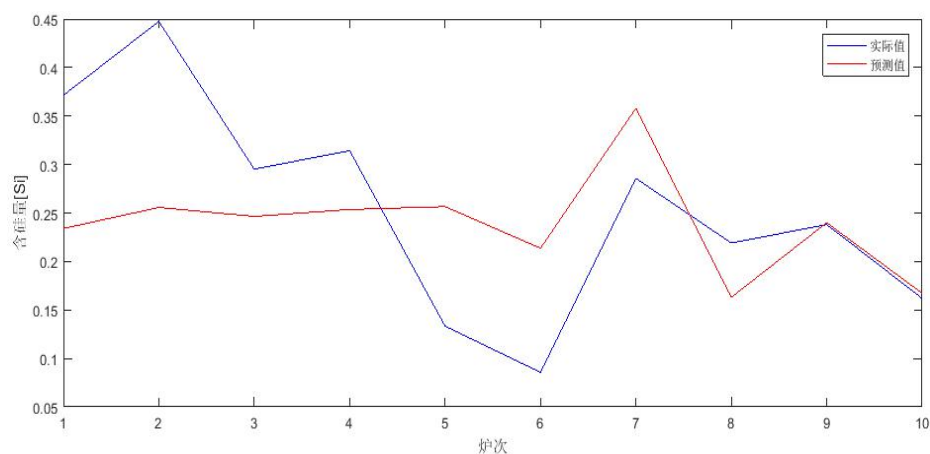


图 26. BP 神经网络预测验证后 10 炉次的预测值与实际值

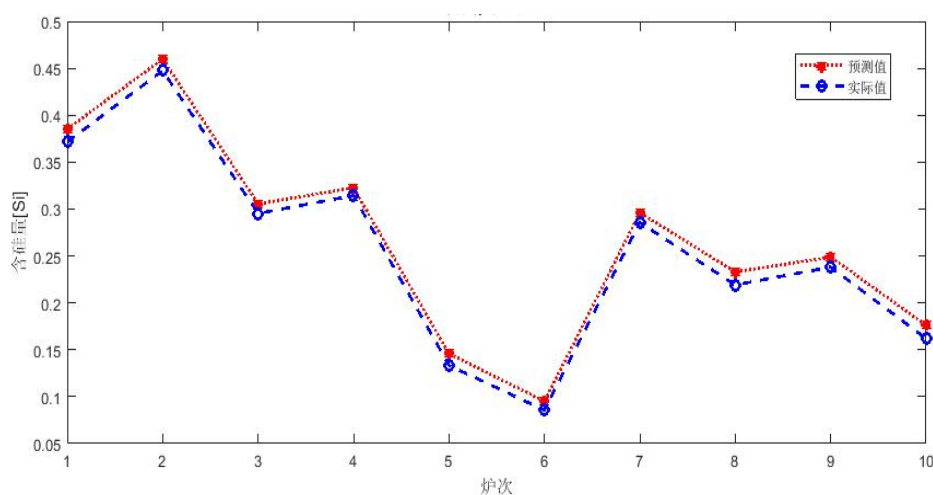


图 27. 小波神经网络预测验证后 10 炉次的预测值与实际值

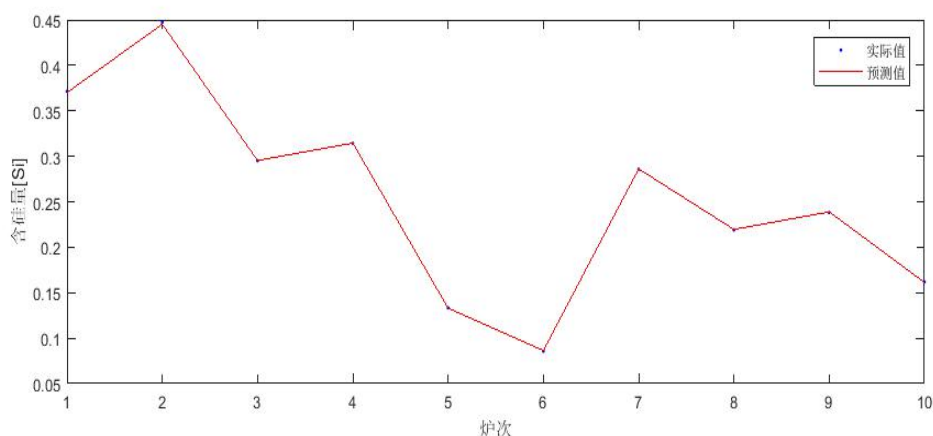


图 28. 遗传算法优化 BP 神经网络预测模型验证后 10 炉次的预测值与实际值

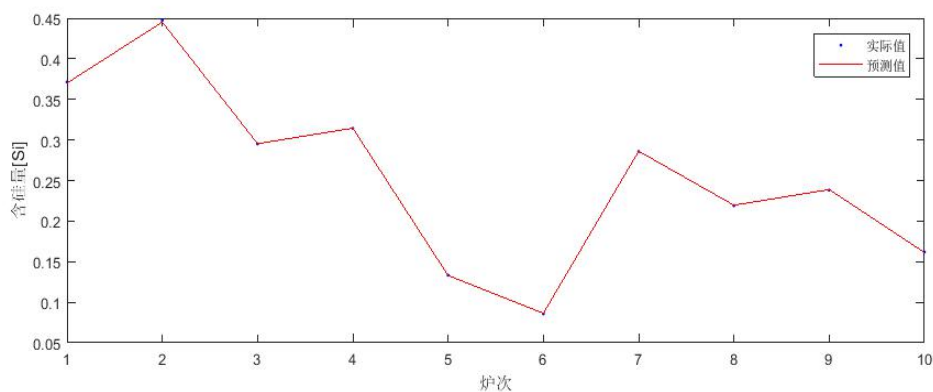


图 29. 混沌时间序列预测模型验证后 10 炉次的预测值与实际值

从图 26~图 29 中可以看出，基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型和混沌时间序列预测模型的预测效果很好，小波神经网络模型预测模型的预测效果较好，传统的 BP 神经网络预测模型较差。

不同预测模型预测后 10 炉次含硅量的结果与实际值的数据如表 7 所示。

表 7. 不同预测模型预测后 10 炉次含硅量的结果与实际值的对比

序号	炉次	实际含硅量[Si]	BP 预测	小波预测	GA+BP 预测	混沌预测
1	991	0.3714	0.2382	0.3730	0.3710	0.3713
2	992	0.4476	0.2435	0.4466	0.4477	0.4489
3	993	0.2952	0.2551	0.2957	0.2952	0.2948
4	994	0.3143	0.2341	0.3150	0.3146	0.3151
5	995	0.1333	0.2495	0.1329	0.1326	0.1334
6	996	0.0857	0.2439	0.0881	0.0870	0.0858
7	997	0.2857	0.3732	0.2861	0.2863	0.2856
8	998	0.2190	0.2724	0.2180	0.2168	0.2228
9	999	0.2381	0.2244	0.2375	0.2375	0.2389
10	1000	0.1619	0.2659	0.1606	0.1599	0.1633

为了计算不同预测模型的预测命中率，即数值预测成功率，我们定义如果预测结果在实际含硅量 $[Si] \pm 0.5\%$ 范围之内，则认为预测成功；如果预测结果在实际含硅量 $[Si] \pm 0.5\%$ 范围之外，则认为预测失败。

对于传统的 BP 神经网络预测模型，其预测成功与否的情况如表 8 所示。从表 8 中可以看出，在 10 次预测验证的情况中，只有 2 次预测成功。因此传统的 BP 神经网络预测模型的数值预测成功率大约在 20%左右，预测效果较差。

表 8. 传统的 BP 神经网络预测模型的预测情况

序号	炉次	实际 $[Si] - 0.5\%$	实际	实际 $[Si] + 0.5\%$	BP	绝对误差	相对误差	预测情况
1	991	0.3696	0.3714	0.3733	0.2382	-0.1332	0.3587	×

2	992	0.4454	0.4476	0.4499	0.2505	-0.1971	0.4404	×
3	993	0.2938	0.2952	0.2967	0.2481	-0.0471	0.1597	×
4	994	0.3127	0.3143	0.3159	0.2501	-0.0642	0.2042	×
5	995	0.1327	0.1333	0.1340	0.2514	0.1181	0.8855	×
6	996	0.0853	0.0857	0.0861	0.2358	0.1501	1.7510	×
7	997	0.2843	0.2857	0.2871	0.3732	0.0875	0.3062	×
8	998	0.2180	0.2190	0.2201	0.1684	-0.0506	0.2312	×
9	999	0.2369	0.2381	0.2393	0.2382	0.0001	0.0004	√
10	1000	0.1611	0.1619	0.1627	0.1623	0.0004	0.0024	√

对于小波神经网络预测模型，其预测成功与否的情况如表 9 所示。从表 9 中可以看出，在 10 次预测验证的情况中，有 7 次预测成功。因此小波神经网络预测模型的数值预测成功率大约在 70%左右，预测效果较好。

表 9. 小波神经网络预测模型的预测情况

序号	炉次	实际[Si]-0.5%	实际	实际[Si]+0.5%	小波预测	绝对误差	相对误差	预测情况
1	991	0.3696	0.3714	0.3733	0.3730	0.0016	0.0042	√
2	992	0.4454	0.4476	0.4499	0.4466	-0.0010	0.0023	√
3	993	0.2938	0.2952	0.2967	0.2957	0.0004	0.0014	√
4	994	0.3127	0.3143	0.3159	0.3150	0.0007	0.0021	√
5	995	0.1327	0.1333	0.1340	0.1329	-0.0005	0.0036	√
6	996	0.0853	0.0857	0.0861	0.0881	0.0024	0.0276	×
7	997	0.2843	0.2857	0.2871	0.2861	0.0003	0.0012	√
8	998	0.2180	0.2190	0.2201	0.2179	-0.0011	0.0052	×
9	999	0.2369	0.2381	0.2393	0.2375	-0.0006	0.0024	√
10	1000	0.1611	0.1619	0.1627	0.1606	-0.0013	0.0078	×

对于基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型，其预测成功与否的情况如表 10 所示。从表 10 中可以看出，在 10 次预测验证的情况中，有 6 次预测成功。因此基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型数值预测成功率大约在 60%左右。

表 10. 基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型的预测情况

序号	炉次	实际[Si]-0.5%	实际	实际[Si]+0.5%	GA+BP	绝对误差	相对误差	预测情况
1	991	0.3696	0.3714	0.3733	0.3710	-0.0004	0.0012	√
2	992	0.4454	0.4476	0.4499	0.4477	0.0001	0.0002	√
3	993	0.2938	0.2952	0.2967	0.2952	0.0000	0.0001	√
4	994	0.3127	0.3143	0.3159	0.3146	0.0003	0.0010	√
5	995	0.1327	0.1333	0.1340	0.1326	-0.0007	0.0055	×
6	996	0.0853	0.0857	0.0861	0.0870	0.0013	0.0150	×
7	997	0.2843	0.2857	0.2871	0.2863	0.0006	0.0020	√
8	998	0.2180	0.2190	0.2201	0.2168	-0.0022	0.0103	×
9	999	0.2369	0.2381	0.2393	0.2375	-0.0006	0.0025	√
10	1000	0.1611	0.1619	0.1627	0.1599	-0.0020	0.0124	×

对于混沌时间序列预测模型，其预测成功与否的情况如表 11 所示。从表 11 中可以看出，在 10 次预测验证的情况中，有 8 次预测成功。因此混沌时间序列预测模型的数值预测成功率大约在 80%左右，预测效果较好。

表 11. 混沌时间序列预测模型的预测情况

序号	炉次	实际[Si]-0.5%	实际	实际[Si]+0.5%	混沌	绝对误差	相对误差	预测情况
1	991	0.3696	0.3714	0.3733	0.3713	-0.0001	0.0003	√
2	992	0.4454	0.4476	0.4499	0.4489	0.0013	0.0029	√
3	993	0.2938	0.2952	0.2967	0.2948	-0.0004	0.0015	√
4	994	0.3127	0.3143	0.3159	0.3151	0.0008	0.0026	√
5	995	0.1327	0.1333	0.1340	0.1334	0.0001	0.0005	√
6	996	0.0853	0.0857	0.0861	0.0858	0.0001	0.0010	√
7	997	0.2843	0.2857	0.2871	0.2856	-0.0001	0.0004	√
8	998	0.2180	0.2190	0.2201	0.2228	0.0038	0.0171	×
9	999	0.2369	0.2381	0.2393	0.2389	0.0008	0.0034	√
10	1000	0.1611	0.1619	0.1627	0.1633	0.0014	0.0086	×

7.1.3 炉温升降方向预测成功率

至于不同模型的炉温升降方向预测成功率，只需要与实际的炉温升降情况对比，即可计算出炉温升降方向预测成功率。传统的 BP 神经网络预测模型、小波神经网络模型预测模型、基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型和混沌时间序列预测模型，分别预测后 10 炉次含硅量[Si]的结果与实际值的对比如表 12 所示。

表 12. 不同模型预测炉温升降方向的结果

序号	炉次	实际含硅量[Si]	实际升降温	BP 预测	小波预测	GA+BP 预测	混沌预测
1	991	0.3714	/	/	/	/	/
2	992	0.4476	升温	升温	升温	升温	升温
3	993	0.2952	降温	升温	降温	降温	降温
4	994	0.3143	升温	降温	升温	升温	升温
5	995	0.1333	降温	升温	降温	降温	降温
6	996	0.0857	降温	降温	降温	降温	降温
7	997	0.2857	升温	升温	升温	升温	升温
8	998	0.2190	降温	降温	降温	降温	降温
9	999	0.2381	升温	降温	升温	升温	升温
10	1000	0.1619	降温	升温	降温	降温	降温

综上，不同的预测模型分别预测后 10 炉次含硅量[Si]的数值预测成功率和炉温升降方向预测成功率如表 13 所示。

表 13. 不同模型预测炉温升降方向的结果

预测成功率	BP 预测	小波预测	GA+BP 预测	混沌预测
数值预测成功率	20 %	70 %	60 %	80 %
炉温升降方向预测成功率	40 %	100 %	100 %	100 %

7.2 动态预测控制的可行性

7.2.1 神经网络训练函数的选取

当采用一般的基于梯度下降的 BP 神经网络进行训练时，由于固定的学习速率，有限的迭代次数，较小的设定误差和截止梯度，致使 BP 神经网络有较长的训练时间，而且还不一定能达到要求的精度，这会大大影响识别率^[9]。

经过多次训练函数的尝试，最终选择带有动量相的自适应学习率的训练函数 traingdx。不同训练函数在训练速度上的比较见表 14。

表 14. 神经网络训练参数对识别率的影响

隐层节点数	截止误差	学习速率	训练函数	迭代次数	时间/s	预测成功率
50	0	0.1	traingdx	768	5	82.5%
60	0	0.1	traingdx	823	5	77.5%
70	0	0.1	traingdx	718	5	80.0%
50	0	0.2	traingdx	404	5	85.0%
60	0	0.2	traingdx	195	1	81.3%
70	0	0.2	traingdx	194	1	78.8%
50	0.001	0.2	traingdm	10000	88	80.0%
60	0.001	0.2	traingdm	10000	99	92.5%
70	0.001	0.2	traingdm	4385	54	93.8%

由表 14 中可以看出：尽管采用添加动量相的神经网络预测算法，由于学习速率固定，网络的训练速度仍旧很慢。如果盲目的增加学习速率，又会造成网络在某处的波动。因此，训练函数采用带动量相的自适应学习速率的算法较为合适。修改之后，网络的训练时间均在 10s 左右，大大提供了识别速率。

7.2.2 神经网络性能参数的设定

为了缩短运行时间，通过加大截止误差（trainParam.goal）和设定迭代次数（trainParam.epochs）的方法来加快程序运行，这样会在一定程度上降低识别率。当采用 traingdx 的训练函数后，网络运行速度加快，将截止误差（trainParam.goal）设定为 0，迭代次数（trainParam.epochs）仍设定为 10000，发现每次促使训练停止的为默认的截止梯度，此时的网络误差已足够小。

7.2.3 混沌时间序列预测的邻域半径

虽然基于混沌时间序列预测含硅量[Si]的数值预测成功率和炉温升降方向预测成功率都较高，但是其中邻域半径 ε 的选择对于结果有很大的影响。目前，邻域半径 ε 的选择具有主观性^[10]。如果通过基于递归分析对邻域半径 ε 进行参数估计或基于噪声强度对邻域半径 ε 进行参数估计，可以增加客观性，使得邻域半径 ε 的选择更加科学有效。综上，本文建立的几种改进的模型在动态预测控制方面，具有可行性，参数的调节可以提高预测成功率，几种改进后模型的预测效果很好。

八. 问题三模型的建立与求解

8.1 遗传算法优化 BP 神经网络预测 S 含量

8.1.1 构建预测含硫量[S]的神经网络

在问题二中，建立了基于遗传算法优化 BP 神经网络预测 Si 含量。同理，可以基于遗传算法优化 BP 神经网络预测 S 含量。经过异常值剔除和归一化等预处理之后，总共有 932 炉次的含硅量[Si]、含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML，将前 922 炉次的含硅量[Si]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为学习训练样本的输入量，含硫量[S]作为输出量。然后，用此网络来预测不同含硅量[Si]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 时的含硫量[S]，如图 30 所示。

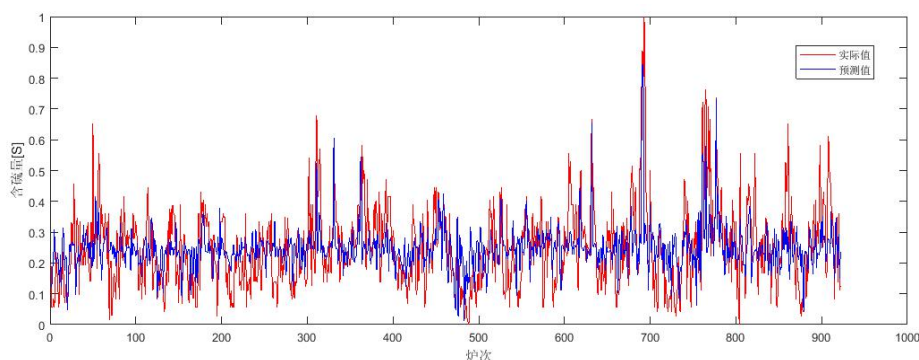


图 30. 基于遗传算法优化 BP 神经网络预测含硫量[S]的结果

8.1.2 含硫量[S]与鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的关系

令含硅量[Si]保持不变，鼓风量 FL 和喷煤量 PML 分别在[0,1]区间范围内变化，然后将它们作为输入量，可以预测得到含硫量[S]，如图 31 所示。

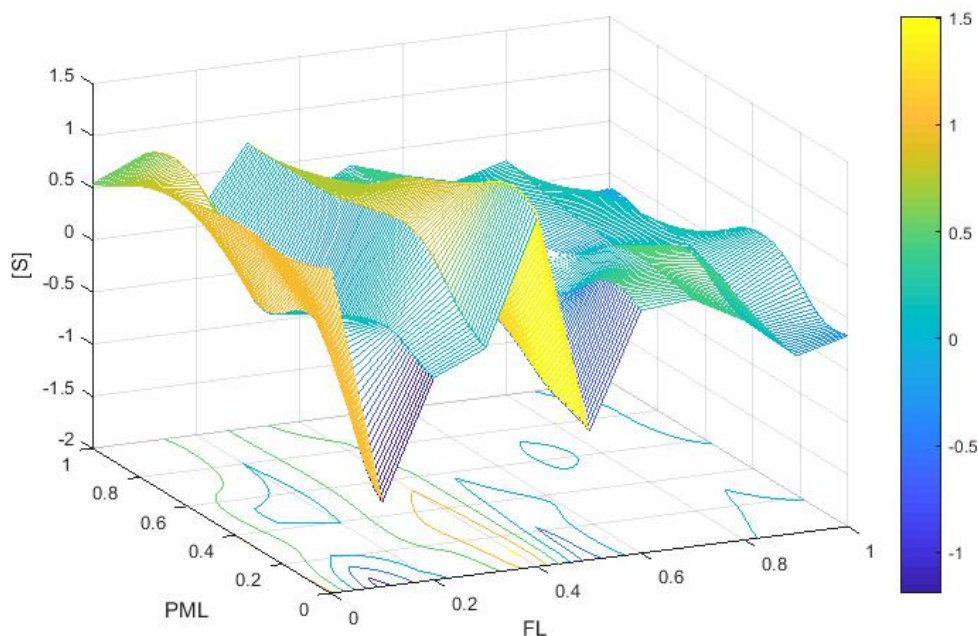


图 31. 含硫量[S]与鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的关系

8.1.3 含硫量[S]与含硅量[Si]和喷煤量 PML 的关系

令鼓风量 FL 保持不变，含硅量[Si]和喷煤量 PML 分别在[0,1]区间范围内变化，然后将它们作为输入量，可以预测得到含硫量[S]，如图 32 所示。

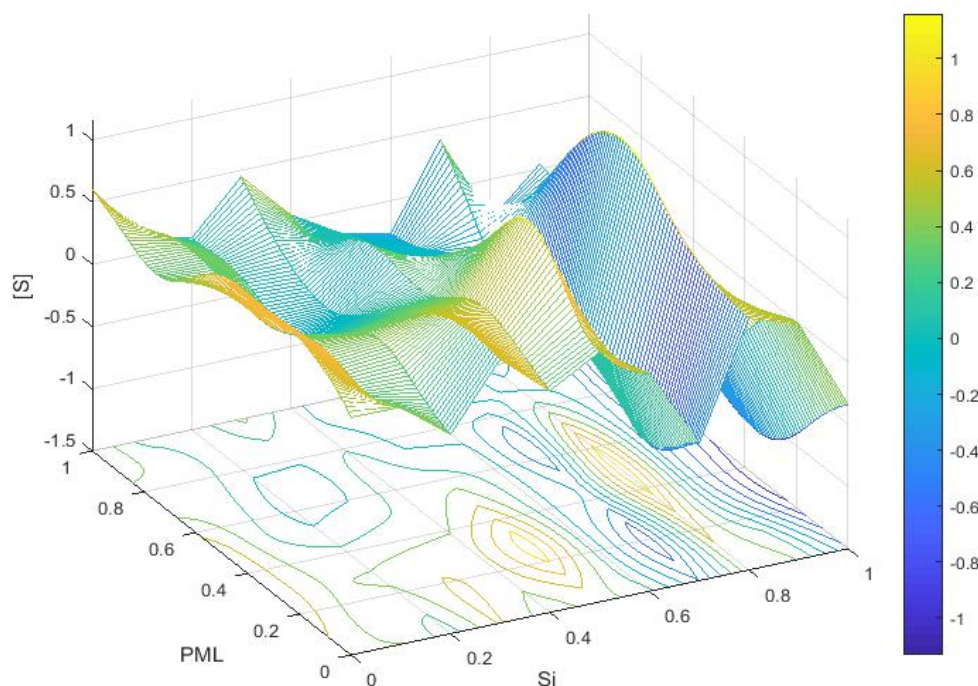


图 32. 含硫量[S]与含硅量[Si]和喷煤量 PML 的关系

8.1.4 含硫量[S]与含硅量[Si]和鼓风量 FL 的关系

令喷煤量 PML 保持不变，含硅量[Si]和鼓风量 FL 分别在[0,1]区间范围内变化，然后将它们作为输入量，可以预测得到含硫量[S]，如图 33 所示。

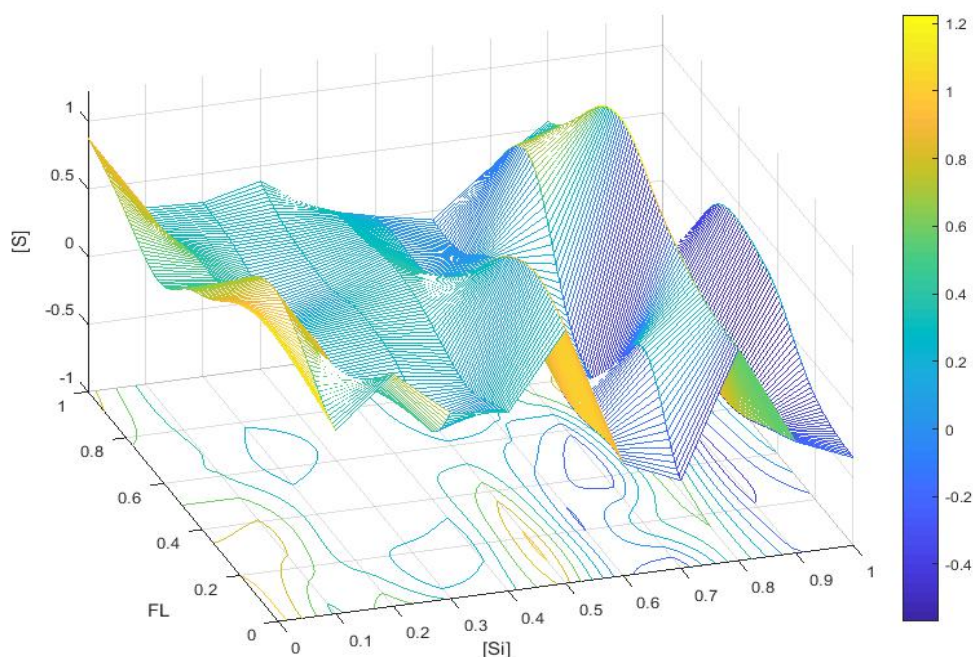


图 33. 含硫量[S]与含硅量[Si]和鼓风量 FL 的关系

8.2 粒子群算法优化含硫量[S]

含硫量低，铁水质量好，可以生产优质钢，制造优质装备。通过改变鼓风量 FL 和喷煤量 PML，可以调节含硫量[S]，使含硫量最小，然后控制含硅量[Si]。

8.2.1 粒子群算法优化流程

粒子群算法优化含硫量[S]的主要步骤如下所示：

- 随机初始化粒子群、群体规模和每个粒子群体的位置和速度：通常在允许的范围内随机设置微粒的初始位置和速度，每个微粒的 $pbest$ 设为其初始位置， $pbest$ 中的最好值设为 $gbest$ ；
- 计算每个粒子的适应值，计算每个微粒的目标函数；
- 对每个粒子，将其适应值与个体极值 $pbest$ 进行比较，如果较优于 $pbest$ ，则将其作为当前的最好位置 $pbest$ ；
- 对每个粒子，将其适应度值与全局极值 $gbest$ 进行比较，如果优于 $gbest$ ，则将其作为群体的最优位置，并重新设置 $gbest$ 的索引号；
- 每一代粒子根据下面公式更新自己的速度和位置^[12]：

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 \times rand() \times (pbest - x_i^k) + c_2 \times rand() \times (gbest - x_i^k) \quad (30)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \alpha v_i^{k+1}$$

其中， ω 为惯性权重， c_1 和 c_2 是学习因子， r_1 和 r_2 是[0,1]之间的随机数。

- 如果满足结束条件（误差足够好或达到最大循环次数）退出，否则回到步骤 2，继续搜索。

8.2.2 粒子群算法优化结果

当鼓风量归一化后 FL=0.7012 和喷煤量 PML=0.0809 时，含硫量[S]有最小值。

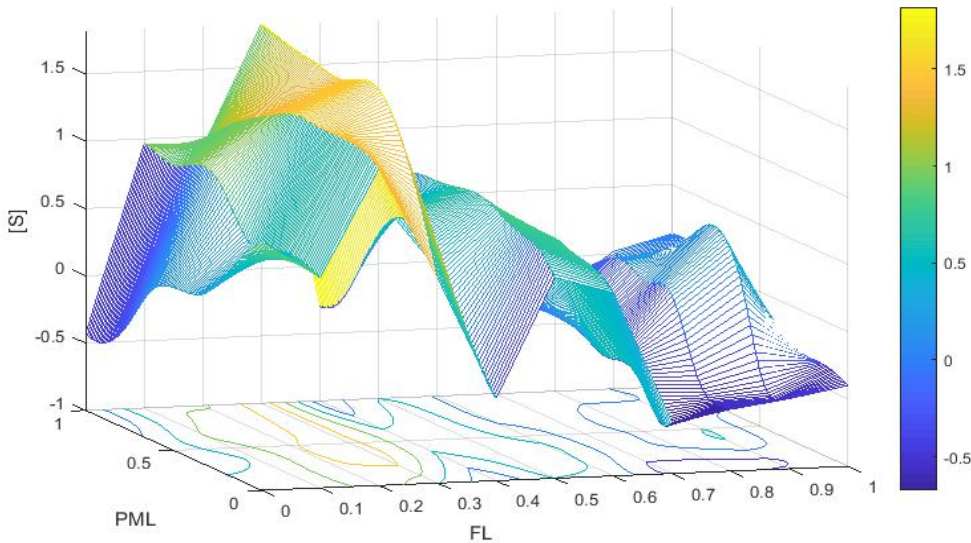


图 34. 含硫量[S]与鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的关系

8.3 [Si]预测控制的预期效果

当鼓风量归一化后 $FL=0.7012$ 和喷煤量 $PML=0.0809$ 时,含硫量 $[S]$ 有最小值。此时,将含硫量 $[S]$ 、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为神经网络的输入量,可以预测出此时的含硅量 $[Si]$ 。

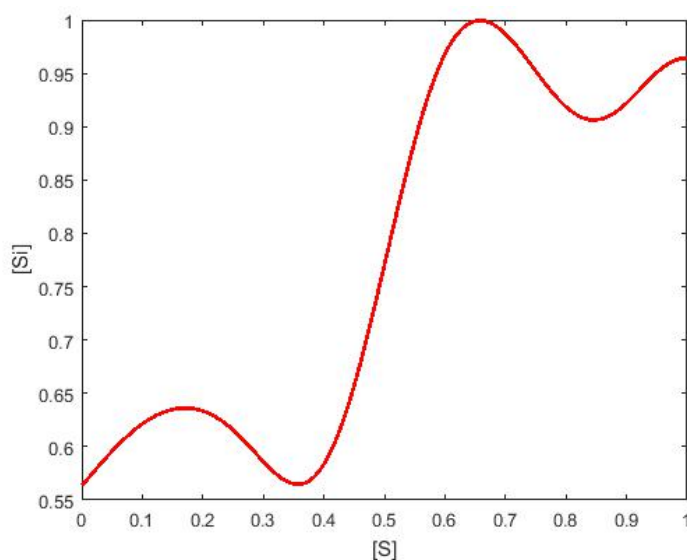


图 35. 含硅量 $[Si]$ 与含硫量 $[S]$ 的关系

按照粒子群优化含硫量 $[S]$ 模型的计算结果进行含硅量 $[Si]$ 预测控制,预测到此时含硅量 $[Si]$ 为 0.5712, 此时含硅量 $[Si]$ 较小。

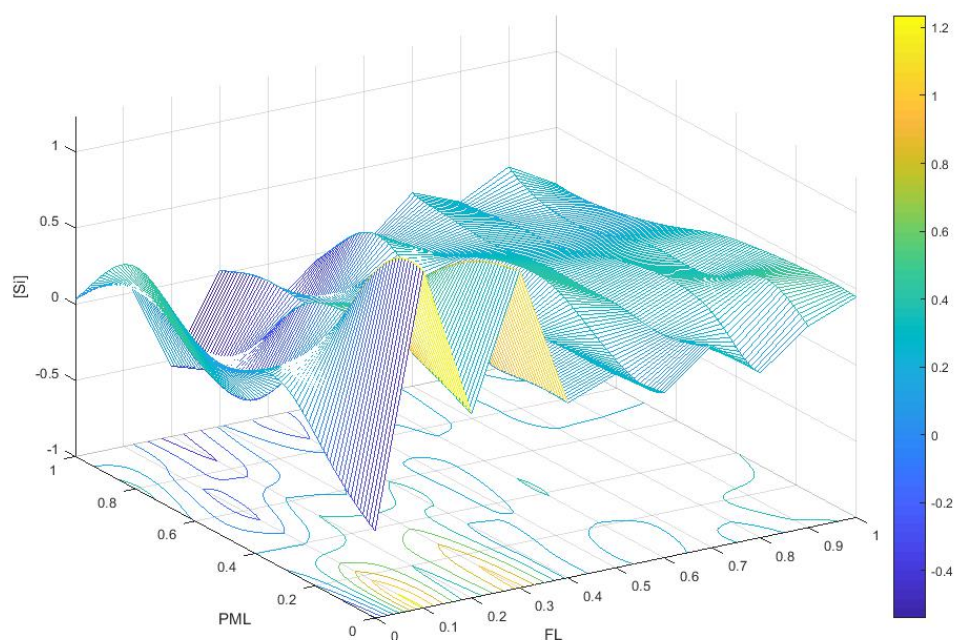


图 36. 含硅量 $[Si]$ 与鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的关系

含硅量 $[Si]$ 与鼓风量 FL 和喷煤量 PML 的关系如图 36 所示,当鼓风量 FL 较大,喷煤量 PML 较小时,含硫量 $[S]$ 较小,同时,含硅量 $[Si]$ 较小。含硅量 $[Si]$ 可以被动态预测控制。通过调节鼓风量 FL 和喷煤量 PML 可以调节含硅量 $[Si]$ 。

九. 问题四的心得体会

高炉炼铁的复杂生产工业流程中，其生产过程的系统优化与智能控制的目标函数包括优质，低耗，绿色环保等多目标要求。而充分利用生产工艺大数据的信息物理系统建模，通过大数据挖掘确立最佳生产途径和最佳参数控制范围是优化生产流程，聚合生产资源，提高生产效能的关键所在。

同时，实现对高炉炉温的预测和控制则是控制高炉复杂系统的难点所在。相关文献通过计算饱和关联维数定量地证明高炉等高炉冶炼过程具有混沌性，这为将混沌时间序列预测模型应用于高炉的[Si]预测提供理论依据。

通过利用混沌局部线性预测模型，对高炉[Si]进行混沌局部线性一步预测与二步预测，取得了很好的命中效果。同时，通过建立[Si]含量的 BP 神经网络预测模型，利用实际生产数据进行仿真验证，结果表明该模型能对高炉喷煤冶炼过程中的铁水[Si]含量进行实时有效预测。

此外，通过利用多元线性回归计算模型，也对高炉冶炼中[Si]含量具有很好的预测效果。在本次复杂流程工业智能控制大数据建模中，我们深刻体会到随着大数据技术与工业制造技术的发展，现代工业过程聚合程度日益提高，系统呈现出高度智能化和高度自动化。

由于工业生产普遍存在非线性和动态特性，随着大数据智能化的发展，对于此类复杂系统，其控制已逐渐由传统的反馈分析控制过渡到通过炉温预测实时控制。这不仅是将前沿技术应用于工业生产领域方面取得的技术进展，也是随着人类文明日新月异的发展，科技是第一生产力的最佳例证，更是科技革新起源于生产实践，技术革新推动工业进步的重大突破。

此外，[S]含量也是衡量冶铁质量优劣的重要指标，[S]越低，冶铁质量越好。在出铁之前了解铁水中的含硫量的高低对于高炉生产具有一定指导意义。第(3)问中，基于遗传算法(GA)和 BP 神经网络构造高炉铁水含硫量的预测分析模型，对高炉冶炼炉况数据进行预测，预测精度较高。

同时，该模型回归分析了高炉喷煤量 PML 和风量 FL 与铁水硫含量的相关关系，优化结果与高炉理论基本吻合，可为高炉生产提供一定的指导。当鼓风量归一化后 $FL=0.7012$ 和喷煤量 $PML=0.0809$ 时，含硫量[S]有最小值。

此时，将含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为神经网络的输入量，可以预测出此时的含硅量[Si]为 0.5712，此时含硅量[Si]较小。通过调节鼓风量 FL 和喷煤量 PML 可以调节含硅量[Si]和含硫量[S]。

虽然基于遗传算法优化的 BP 神经网络能提高网络的训练速度。但是，遗传算法复杂的操作过程，使网络的搜索时间随着所研究问题复杂度不同呈指数倍增长。遗传算法在得到最优解时收敛缓慢也有可能收敛停止问题。

十. 结论

基于遗传算法优化 BP 神经网络预测模型和混沌时间序列预测模型的预测效果很好，小波神经网络模型预测模型的预测效果较好，传统的 BP 神经网络预测模型较差。不同的预测模型分别预测后 10 炉次含硅量[Si]的数值预测成功率和炉温升降方向预测成功率如表 15 所示。

表 15. 不同模型预测炉温升降方向的结果

预测成功率	BP 预测	小波预测	GA+BP 预测	混沌预测
数值预测成功率	20 %	70 %	60 %	80 %
炉温升降方向预测成功率	40 %	100 %	100 %	100 %

当鼓风量归一化后 $FL=0.7012$ 和喷煤量 $PML=0.0809$ 时，含硫量[S]有最小值。此时，将含硫量[S]、鼓风量 FL 和喷煤量 PML 作为神经网络的输入量，可以预测出此时的含硅量[Si]为 0.5712，此时含硅量[Si]较小。通过调节鼓风量 FL 和喷煤量 PML 可以调节含硅量[Si]和含硫量[S]。

十一. 模型的优缺点

11.1 优点

BP 神经网络预测模型在处理非线性，强耦合的海量数据时，采用基于改进的欧几里得距离相似性度量方法，很好地处理大量数据间的非线性和强耦合问题，为实际操作模式提供了充实的理论依据^[15]。基于遗传算法优化 BP 神经网络的多元时间序列模型，其预测结果考虑了变量的时滞，因此预测结果误差较小。

混沌局部线性预测模型能很好地预测高炉铁水含硅量但就相关研究表明，对于国内中小型高炉的其它预测模型很难启及它的命中效果，对实际生产具有深远的指导意义。同时，混沌时间序列预测方法用于高炉[Si]预测有很好的发展方向。

11.2 缺点

混沌局部线性预测模型在选取领域半径 ε 时具有很大的主观性，领域内的所有点均用于迭代规律的拟合，只考虑单一[Si]序列的历史数据预测[Si]等^[16]。尽管高炉喷煤模式匹配和演化策略取得了理论上的成功，但研究深度广度还尚欠，且高炉喷煤冶炼过程操作模式优化方法目前仍处于探索阶段，还有待进一步完善。

虽然基于遗传算法优化的 BP 神经网络能提高网络的训练速度。但是，遗传算法复杂的操作过程，使网络的搜索时间随着所研究问题复杂度不同呈指数倍增长^[20]。遗传算法在得到最优解时收敛缓慢也有可能收敛停止问题。

十二. 参考文献

- [1] 于卓颖, 郑涛. 基于神经网络的高炉铁水硅含量和硫含量预报模型[C]// 炼铁共性技术研讨会. 2015.
- [2] 史燕. 高炉炉温预测控制模型的研究[D]. 杭州电子科技大学, 2009.
- [3] 刘芳. 高炉炉温的多目标优化控制[D]. 浙江大学, 2001.
- [4] 郜传厚, 刘祥官. 高炉冶炼过程的混沌性辨识 I. 饱和关联维数的确定[J]. 金属学报, 2004, 40(4):347-350.
- [5] 郜传厚, 周志敏. 高炉铁水 Si 含量的修正混沌加权一阶局部预报[J]. 物理学报, 2004, 53(12):4092-4097.
- [6] 郜传厚, 周志敏, 邵之江. 高炉铁水含硅量的混沌局部线性预测[J]. 金属学报, 2005, 41(4):433-436.
- [7] 郜传厚, 周志敏, 邵之江. 高炉冶炼过程的混沌性解析[J]. 物理学报, 2005, 54(4):1490-1494.
- [8] 郜传厚, 刘祥官, 周志敏. 基于 Lyapunov 指数的高炉铁水[Si]预报[J]. 高校应用数学学报, 2006, 21(3):264-270.
- [9] 曾燕飞, 李虎山. 高炉铁水[Si]含量预测控制模型的设计与实现[J]. 微计算机信息, 2007, 23(10):64-66.
- [10] 贺诗波, 刘祥官, 郜传厚,等. 高炉硅含量预测控制的时间序列混合建模[J]. 浙江大学学报工学版, 2007, 41(10):1739-1742.
- [11] 冯婷, 刘祥官, 马祥,等. 高炉炉温预测控制的变系数回归模型[J]. 浙江大学学报工学版, 2007, 41(10):1743-1745.
- [12] 郜传厚, 渐令, 陈积明,等. 复杂高炉炼铁过程的数据驱动建模及预测算法[C]// 第 33 期双清论坛. 2008:725-730.
- [13] 冯婷. 基于非参数回归的高炉炉温预测控制研究[D]. 浙江大学理学院 浙江大学, 2008.
- [14] 贺诗波. 自组织数据挖掘在高炉炉温预测控制中的应用[D]. 浙江大学理学院 浙江大学, 2008.
- [15] 熊欣. 基于改进的粒子群 BP 神经网络的高炉热状态预报模型的研究[D]. 重庆大学, 2008.
- [16] 高小强, 郑忠. 高炉铁水含硅量和含硫量动力学预报研究[J]. 钢铁, 1995(4):10-13.
- [17] 王宇红, 赵旭, WANGYu-hong,等. 基于 MLD 模型的预测控制可行性与约束优先级研究[J]. 控制与决策, 2010, 25(9):1389-1392.
- [18] 李静. 基于数据挖掘的高炉铁水温度建模与预报[D]. 内蒙古科技大学, 2013.
- [19] 刘均会, 徐广尧. 用 Si—S 图分析高炉操作[J]. 包钢科技, 1981(1):45-49.
- [20] 李国勇. 智能控制及其 MATLAB 实现[M]. 电子工业出版社, 2005.

十三. 附录

附录一：预处理后的时间序列数据

炉次	含硅量 [Si]	含硫量 [S]	喷煤量 PML	鼓风量 FL	炉次	含硅量 [Si]	含硫量 [S]	喷煤量 PML	鼓风量 FL
1	0.2571	0.1944	0.6837	0.7622	484	0.2381	0.2500	0.7907	0.9586
2	0.2762	0.0556	0.6542	0.7703	485	0.2667	0.1389	0.7469	0.8673
3	0.2000	0.0556	0.5802	0.8179	486	0.2571	0.1944	0.4869	0.4198
4	0.1905	0.0833	0.6786	0.8216	487	0.2667	0.1806	0.5074	0.5470
5	0.2571	0.0556	0.7281	0.8417	488	0.2762	0.1667	0.5910	0.4170
6	0.3714	0.1250	0.6763	0.8487	489	0.1810	0.0833	0.4027	0.4188
7	0.2000	0.2361	0.8140	0.8078	490	0.1619	0.0556	0.7127	0.6866
8	0.1810	0.1806	0.7810	0.8062	491	0.1810	0.2361	0.4397	0.7916
9	0.2476	0.1389	0.8168	0.7972	492	0.1905	0.1389	0.3561	0.7911
10	0.1810	0.0556	0.7088	0.7831	493	0.1048	0.0556	0.1667	0.8473
11	0.4667	0.0833	0.6758	0.8069	494	0.1143	0.1944	0.1860	0.4106
12	0.2952	0.1944	0.7787	0.6954	495	0.0476	0.1250	0.7008	0.9338
13	0.4667	0.0972	0.6524	0.7826	496	0.0667	0.0556	0.6997	0.8974
14	0.2571	0.1806	0.4494	0.8150	504	0.1810	0.1250	0.7065	0.9210
15	0.3143	0.2361	0.5739	0.8323	505	0.2762	0.0833	0.7713	0.9278
16	0.2667	0.1250	0.5956	0.8258	506	0.3619	0.1111	0.7918	0.8784
17	0.3524	0.0694	0.6547	0.7953	507	0.5333	0.0139	0.7156	0.8832
18	0.3714	0.0972	0.6712	0.9104	513	0.4286	0.0278	0.6143	0.8824
19	0.3048	0.1389	0.7816	0.8967	514	0.4476	0.0833	0.6695	0.9416
20	0.3905	0.0556	0.9704	0.8361	516	0.3333	0.0278	0.6837	0.9376
21	0.3905	0.1111	0.9414	0.8396	517	0.3714	0.0139	0.6934	0.9697
22	0.3714	0.1667	0.8083	0.8909	518	0.3429	0.0000	0.7776	0.9082
23	0.1714	0.1667	0.7651	0.8881	519	0.3714	0.0139	0.7850	0.9198
24	0.2190	0.1944	0.8754	0.9106	520	0.1048	0.1528	0.7378	0.9273
25	0.1905	0.3333	0.7344	0.9329	521	0.1143	0.0833	0.7799	0.9162
26	0.2095	0.2639	0.7588	0.9125	522	0.1810	0.0833	0.8805	0.8706
27	0.1714	0.3056	0.7730	0.8936	523	0.3905	0.1944	0.8390	0.8149
28	0.2095	0.4583	0.7400	0.9269	524	0.2190	0.1389	0.8009	0.8538
29	0.3524	0.1806	0.8874	0.9411	525	0.0952	0.1111	0.8208	0.8365
30	0.3524	0.1944	0.7548	0.9514	526	0.0857	0.1389	0.8003	0.8707
31	0.3143	0.3333	0.6860	0.9114	527	0.1429	0.0556	0.8538	0.9182
32	0.4095	0.3472	0.7810	0.9523	528	0.0857	0.1111	0.7298	0.8394
33	0.4095	0.2778	0.7287	0.8549	529	0.0762	0.1667	0.8123	0.8946
34	0.4095	0.0972	0.7247	0.9712	530	0.0667	0.1111	0.7617	0.7958
35	0.3714	0.3333	0.8601	0.8946	531	0.1810	0.2083	0.7673	0.9057
36	0.2000	0.1944	0.7969	0.8809	532	0.0667	0.2361	0.8100	0.9090
37	0.2571	0.2639	0.7651	0.9215	533	0.2095	0.1111	0.7685	0.8589

38	0.2762	0.1944	0.7895	0.9473	534	0.2762	0.1667	0.8589	0.9132
39	0.4381	0.1944	0.7770	0.9273	535	0.3333	0.1528	0.7668	0.9187
40	0.3524	0.2778	0.8493	0.9009	536	0.2762	0.1667	0.8419	0.9145
41	0.2857	0.1944	0.8390	0.9316	537	0.2571	0.1806	0.7156	0.8963
42	0.1048	0.2500	0.8908	0.9684	538	0.2000	0.2361	0.7162	0.8169
43	0.1333	0.2500	0.7793	0.9494	539	0.2190	0.2500	0.5489	0.7860
44	0.2571	0.3333	0.7486	0.8912	540	0.3619	0.2361	0.6923	0.9442
45	0.2000	0.1806	0.9016	0.9394	541	0.2952	0.2083	0.7543	0.9642
46	0.1810	0.1667	0.8464	0.8796	542	0.2952	0.3472	0.9289	0.9441
47	0.1714	0.1389	0.7133	0.8900	543	0.2667	0.4028	0.7082	0.8887
49	0.2000	0.3333	0.8481	0.9172	544	0.2381	0.3472	0.6877	0.8280
50	0.2190	0.2500	0.7577	0.7931	545	0.2190	0.3611	0.7378	0.9075
52	0.1810	0.6528	0.6564	0.8942	546	0.2381	0.1667	0.7446	0.9149
53	0.4000	0.2778	0.6536	0.9176	547	0.2952	0.4167	0.6832	0.9233
54	0.4095	0.2222	0.7144	0.9481	548	0.2762	0.3611	0.7315	0.9429
55	0.1429	0.4167	0.8680	1.0000	549	0.2762	0.1389	0.7799	0.8767
57	0.1048	0.3194	0.7207	0.9406	550	0.2381	0.3056	0.8117	0.9012
58	0.1619	0.1806	0.7861	0.9034	551	0.2476	0.2500	0.7668	0.8734
59	0.1333	0.4722	0.8567	0.8302	552	0.2857	0.1944	0.7344	0.8645
60	0.1524	0.5556	0.9090	0.8413	553	0.2952	0.2222	0.7008	0.9295
61	0.1905	0.4722	0.8567	0.8656	554	0.1619	0.1944	0.7736	0.9524
62	0.2857	0.2639	0.6758	0.8919	555	0.1048	0.4306	0.7048	0.8301
63	0.2381	0.3889	0.6593	0.9251	556	0.1048	0.2639	0.7491	0.9449
64	0.1810	0.3333	0.8390	0.9454	557	0.1238	0.4444	0.8544	0.9185
65	0.2095	0.3056	0.7747	0.9265	558	0.0857	0.1806	0.7702	0.8879
66	0.2000	0.2639	0.7639	0.9021	559	0.1143	0.0972	0.7543	0.9037
67	0.2095	0.3611	0.7133	0.8928	560	0.1143	0.1111	0.6974	0.8784
68	0.1238	0.3194	0.8151	0.8971	561	0.1048	0.0833	0.8396	0.8885
69	0.1238	0.2917	0.8515	0.8803	562	0.2000	0.1528	0.8191	0.8953
70	0.1619	0.1944	0.8896	0.8794	563	0.2286	0.3889	0.8089	0.8643
71	0.1524	0.3611	0.7582	0.8790	564	0.2571	0.1111	0.8794	0.8862
72	0.2381	0.0139	0.8527	0.9086	565	0.2952	0.1806	0.8498	0.8702
73	0.1619	0.1944	0.7867	0.8840	566	0.2000	0.0556	0.7821	0.8875
74	0.1524	0.2083	0.7105	0.8996	567	0.2000	0.1667	0.7895	0.9003
75	0.1810	0.0278	0.7742	0.8815	568	0.1619	0.1389	0.7861	0.9076
76	0.2190	0.0833	0.8612	0.8480	569	0.1429	0.2500	0.7190	0.9083
77	0.2190	0.1528	0.7691	0.9297	570	0.1333	0.3333	0.7258	0.9411
78	0.1905	0.1667	0.8396	0.9321	571	0.1333	0.1667	0.8106	0.9345
79	0.2095	0.1111	0.8987	0.9077	572	0.1429	0.1944	0.8356	0.9327
80	0.3524	0.0833	0.8174	0.9085	573	0.1429	0.1667	0.7218	0.8989
81	0.2000	0.3056	0.7884	0.9201	574	0.3714	0.2639	0.7679	0.9471
82	0.1905	0.2778	0.9170	0.8637	575	0.1810	0.0833	0.7429	0.8890
83	0.2952	0.1389	0.7816	0.8834	576	0.1619	0.0556	0.7554	0.9389

84	0.4000	0.0833	0.7952	0.8839	577	0.0952	0.1111	0.7122	0.8896
85	0.2667	0.3333	0.4420	0.8904	578	0.1619	0.0833	0.6388	0.8738
86	0.2476	0.3750	0.7372	0.9320	579	0.1048	0.1389	0.7856	0.8829
87	0.2000	0.2222	0.7747	0.9153	580	0.1429	0.1528	0.8487	0.8722
88	0.1905	0.2083	0.7816	0.8934	581	0.1524	0.3056	0.8720	0.8958
89	0.2381	0.4167	0.8419	0.8664	582	0.1524	0.2778	0.8060	0.8985
90	0.2286	0.3333	0.8203	0.8096	583	0.1810	0.3056	0.9215	0.8768
91	0.3333	0.2639	0.8254	0.9517	584	0.1238	0.3750	0.8214	0.9002
92	0.5048	0.2500	0.8549	0.9240	585	0.0857	0.3056	0.7878	0.9480
93	0.2762	0.3056	0.8623	0.9112	586	0.1048	0.4167	0.8208	0.9307
94	0.2571	0.2500	0.7770	0.9179	587	0.2762	0.2500	0.8458	0.9115
95	0.2857	0.2917	0.8168	0.9236	588	0.3238	0.3056	0.4539	0.3625
96	0.2762	0.2778	0.8146	0.8737	589	0.2762	0.3056	0.7406	0.8826
97	0.3333	0.2778	0.7725	0.8907	590	0.2381	0.2361	0.6479	0.9170
98	0.3333	0.2778	0.6206	0.9132	591	0.2190	0.1944	0.7594	0.9060
99	0.4095	0.2778	0.8390	0.8867	592	0.1429	0.3333	0.8163	0.9091
100	0.2190	0.3611	0.7708	0.8938	593	0.3143	0.3611	0.8242	0.8856
101	0.3143	0.2778	0.8737	0.8950	594	0.2476	0.1944	0.8931	0.8495
102	0.2857	0.2917	0.7782	0.8648	595	0.2095	0.3194	0.7691	0.8587
103	0.2381	0.3333	0.8641	0.8282	596	0.1238	0.2778	0.7884	0.8731
104	0.2667	0.2917	0.8350	0.8788	597	0.2286	0.2222	0.7002	0.9056
105	0.2381	0.2778	0.6672	0.8164	598	0.1238	0.3333	0.6644	0.8621
106	0.3143	0.1111	0.6433	0.8133	599	0.0952	0.2917	0.7543	0.8829
107	0.3714	0.1111	0.7747	0.8887	600	0.0762	0.2500	0.7901	0.9325
108	0.3714	0.2500	0.8487	0.9098	601	0.0381	0.2778	0.7264	0.8818
109	0.3619	0.1667	0.8123	0.8707	602	0.1810	0.3333	0.7952	0.8194
110	0.3619	0.0833	0.7878	0.9052	603	0.2190	0.4167	0.7816	0.9211
111	0.2952	0.1806	0.7941	0.8749	604	0.2381	0.2778	0.7827	0.9038
112	0.2190	0.2778	0.7816	0.9018	605	0.2190	0.0556	0.7327	0.8424
113	0.1905	0.1667	0.7747	0.8758	606	0.2667	0.0556	0.7105	0.8753
114	0.2762	0.0972	0.6513	0.8880	608	0.1048	0.1944	0.7838	0.8628
115	0.4000	0.2778	0.5444	0.8789	609	0.0952	0.2500	0.6081	0.9296
116	0.3619	0.3611	0.7787	0.8824	610	0.0857	0.3333	0.8038	0.9327
117	0.2762	0.4444	0.6559	0.9043	611	0.1048	0.1528	0.7144	0.8901
118	0.3238	0.3333	0.8567	0.9060	612	0.1048	0.3333	0.7082	0.8783
120	0.2952	0.1944	0.9033	0.8664	613	0.1524	0.2500	0.7395	0.9230
121	0.2762	0.2083	0.7992	0.9489	614	0.2476	0.2639	0.6308	0.8572
122	0.1238	0.2222	0.8299	0.9375	615	0.2000	0.2778	0.4801	0.8605
123	0.0952	0.3333	0.7469	0.8636	616	0.2000	0.2778	0.7270	0.9310
124	0.1238	0.1111	0.6564	0.8273	617	0.2571	0.1111	0.2088	0.9268
125	0.1048	0.1667	0.6672	0.9163	618	0.2000	0.0556	0.7235	0.9364
126	0.0857	0.1667	0.7907	0.9116	619	0.2000	0.1250	0.7696	0.9358
127	0.1333	0.2083	0.7224	0.8838	620	0.1810	0.1528	0.7122	0.8874

128	0.1619	0.2222	0.7662	0.9270	621	0.1905	0.1111	0.6786	0.9190
129	0.2381	0.0833	0.8362	0.6285	622	0.2000	0.1389	0.7730	0.9295
130	0.2667	0.0972	0.8794	0.7890	623	0.1238	0.3472	0.7247	0.9135
131	0.5524	0.1944	0.6951	0.7882	624	0.1238	0.3472	0.0000	0.6398
132	0.3429	0.1111	0.7270	0.8917	625	0.1333	0.2917	0.6291	0.8085
134	0.2000	0.1528	0.7184	0.8304	626	0.2000	0.1806	0.3720	0.8515
135	0.2286	0.1806	0.7838	0.8902	627	0.4286	0.1111	0.3754	0.9459
136	0.2762	0.1250	0.7759	0.8570	628	0.2762	0.1389	0.8385	0.9068
137	0.2762	0.1111	0.4676	0.6305	630	0.2190	0.2083	0.7639	0.9485
138	0.2667	0.0417	0.7338	0.8878	631	0.2381	0.1667	0.7241	0.9251
139	0.2952	0.0556	0.6769	0.8955	632	0.1619	0.3194	0.7753	0.9343
140	0.2381	0.1667	0.6138	0.8899	633	0.1429	0.2361	0.8538	0.9345
142	0.2000	0.1250	0.7048	0.9283	634	0.1429	0.2361	0.8584	0.9696
143	0.2190	0.3056	0.8612	0.9288	635	0.2000	0.2222	0.9266	0.8164
144	0.2476	0.1389	0.8885	0.9505	637	0.2952	0.2500	0.8612	0.8833
145	0.2667	0.3750	0.8373	0.9209	640	0.2952	0.5556	0.8146	0.9321
146	0.1905	0.2639	0.8658	0.9295	641	0.1429	0.4583	0.6553	0.9206
147	0.2190	0.3750	0.7418	0.9122	642	0.2095	0.5278	0.7338	0.8652
148	0.2190	0.2917	0.8032	0.8321	643	0.2095	0.3889	0.7457	0.8973
149	0.2000	0.3889	0.6928	0.8875	644	0.1524	0.3889	0.8180	0.8987
150	0.2571	0.3611	0.7264	0.9364	645	0.2000	0.3889	0.7088	0.8947
151	0.2000	0.3611	0.6422	0.9595	646	0.2571	0.2639	0.9061	0.9074
152	0.2381	0.2917	0.7150	0.9249	648	0.2952	0.2778	0.8521	0.9300
153	0.1714	0.1250	0.6644	0.9173	649	0.2095	0.3889	0.7833	0.8936
154	0.1905	0.1667	0.8276	0.9448	650	0.2190	0.3611	0.7787	0.8973
155	0.3333	0.1944	0.9744	0.9384	651	0.1810	0.1667	0.7708	0.8886
156	0.2190	0.0694	0.8441	0.9244	652	0.1810	0.1111	0.7327	0.9085
157	0.1810	0.2083	0.8760	0.8969	653	0.2952	0.4167	0.7765	0.9102
158	0.1810	0.3889	0.8629	0.9426	654	0.2190	0.4444	0.3953	0.0000
159	0.3143	0.1111	0.2048	0.9085	655	0.1429	0.5000	0.9061	0.9481
160	0.3714	0.0694	0.7105	0.9791	656	0.2190	0.3333	0.8646	0.9355
161	0.2571	0.2222	0.7890	0.8673	657	0.3048	0.3056	0.8982	0.9294
164	0.3238	0.2917	0.7935	0.9062	658	0.3238	0.2778	0.9772	0.9067
165	0.2095	0.2917	0.7679	0.9095	659	0.2571	0.3056	0.7514	0.8807
166	0.1619	0.1944	0.8453	0.8561	660	0.2381	0.3194	0.7833	0.8916
167	0.1524	0.2222	0.8123	0.8872	661	0.1429	0.2083	0.8072	0.9212
168	0.1714	0.2361	0.9016	0.9106	662	0.1810	0.2639	0.8458	0.9108
169	0.1524	0.1111	0.6997	0.8719	663	0.1619	0.2500	0.7207	0.8767
170	0.2190	0.0694	0.8350	0.9262	664	0.2571	0.2500	0.7201	0.9030
171	0.1810	0.1806	0.7873	0.9567	665	0.2571	0.2361	0.7184	0.9275
172	0.1810	0.1111	0.7480	0.7313	666	0.2190	0.2222	0.8965	0.9090
173	0.2381	0.1250	0.6923	0.8917	667	0.2381	0.5694	0.8544	0.8909
174	0.1619	0.1667	0.6570	0.8652	668	0.3524	0.6667	0.3953	0.8915

175	0.3333	0.0833	0.7378	0.8641	669	0.2381	0.4167	0.9295	0.9167
176	0.2571	0.1389	0.8020	0.8791	670	0.1429	0.4444	0.8305	0.8976
177	0.2190	0.1528	0.6911	0.9072	671	0.1810	0.3333	0.7639	0.8736
178	0.3333	0.0556	0.7418	0.9085	672	0.2476	0.3194	0.8248	0.9160
179	0.3048	0.0556	0.8572	0.9100	673	0.2952	0.2500	0.8163	0.9012
180	0.3619	0.0556	0.7918	0.9202	674	0.3714	0.1250	0.8163	0.8864
181	0.1143	0.3611	0.7901	0.8458	675	0.3714	0.0972	0.8180	0.9071
182	0.1143	0.3611	0.8032	0.8580	677	0.2762	0.1528	0.6826	0.9368
183	0.2952	0.1111	0.8077	0.8174	679	0.3143	0.1944	0.7958	0.9366
184	0.1714	0.4306	0.8311	0.8916	680	0.2000	0.1667	0.8350	0.9161
185	0.1333	0.3472	0.8373	0.8718	681	0.2762	0.1111	0.8020	0.8894
186	0.1429	0.3889	0.8970	0.8431	682	0.3810	0.2361	0.7878	0.8973
187	0.1524	0.4028	0.8242	0.8022	683	0.3905	0.1667	0.7127	0.8723
188	0.1810	0.3056	0.7366	0.8956	684	0.3619	0.1389	0.8476	0.8980
189	0.2000	0.3889	0.7912	0.9115	685	0.4000	0.2222	0.8498	0.8755
190	0.2762	0.3194	0.7076	0.8695	686	0.3619	0.0972	0.7770	0.8902
191	0.2190	0.3611	0.8197	0.9069	687	0.2476	0.2500	0.7929	0.9001
192	0.1905	0.3194	0.9357	0.8817	688	0.2000	0.3333	0.7958	0.9209
193	0.2190	0.3333	0.7673	0.8644	689	0.2095	0.2500	0.8117	0.9226
194	0.2762	0.2361	0.8345	0.8654	690	0.2095	0.3056	0.8248	0.9244
195	0.2000	0.2778	0.5973	0.8833	691	0.1429	0.3056	0.8123	0.9184
196	0.2952	0.2778	0.7884	0.8791	692	0.1429	0.1667	0.7782	0.8512
197	0.3143	0.1389	0.7400	0.8587	693	0.2571	0.4306	0.7099	0.9363
198	0.3905	0.2778	0.8692	0.8161	694	0.2857	0.1806	0.7099	0.9307
199	0.3143	0.2917	0.8430	0.8500	695	0.2381	0.3750	0.7878	0.9174
200	0.2571	0.2083	0.7907	0.8278	696	0.1810	0.2639	0.8055	0.8644
201	0.2286	0.1944	0.7969	0.8368	697	0.1143	0.2083	0.7958	0.8015
202	0.1333	0.1944	0.7002	0.8906	698	0.2190	0.0556	0.8066	0.8637
203	0.1524	0.0278	0.8760	0.9077	699	0.1810	0.0556	0.6001	0.9113
204	0.1048	0.1944	0.7685	0.8729	700	0.1429	0.1250	0.5734	0.9055
205	0.0857	0.2500	0.7912	0.8400	701	0.2190	0.0972	0.6530	0.9176
206	0.0667	0.3056	0.7821	0.8679	702	0.1810	0.1111	0.6650	0.7880
207	0.0762	0.3333	0.7327	0.8704	703	0.2381	0.1528	0.6815	0.8046
208	0.0762	0.3333	0.8191	0.8732	704	0.3524	0.2222	0.7446	0.8466
209	0.0857	0.3333	0.7253	0.8463	705	0.3048	0.3194	0.6348	0.8593
210	0.0476	0.3611	0.7361	0.8942	706	0.2381	0.1667	0.6564	0.8478
211	0.1048	0.3472	0.8003	0.8346	707	0.2190	0.3333	0.8322	0.9013
212	0.1333	0.3472	0.6678	0.8670	708	0.1238	0.2083	0.7577	0.9085
213	0.1619	0.1389	0.8242	0.8661	709	0.1810	0.2778	0.6337	0.8232
214	0.1810	0.1667	0.7929	0.8683	710	0.2190	0.2500	0.7457	0.8303
215	0.2190	0.0972	0.8493	0.8842	711	0.3524	0.3472	0.7400	0.8562
216	0.2762	0.1944	0.9141	0.8929	712	0.3905	0.2083	0.6320	0.9331
217	0.3524	0.1944	0.7873	0.8686	713	0.4476	0.1250	0.7213	0.9178

218	0.2762	0.0556	0.8396	0.7771	714	0.2667	0.2222	0.6974	0.8601
219	0.2190	0.1111	0.6655	0.9065	715	0.2190	0.4167	0.5910	0.8830
220	0.2000	0.0556	0.7975	0.8882	716	0.2762	0.4722	0.5887	0.8749
221	0.2190	0.0694	0.8658	0.8946	717	0.2190	0.5139	0.6507	0.8423
222	0.2476	0.0556	0.7383	0.8848	718	0.3143	0.4167	0.8060	0.8273
223	0.3905	0.1667	0.8089	0.7479	719	0.2286	0.3056	0.6957	0.8234
224	0.3143	0.2222	0.4869	0.8108	720	0.2286	0.4028	0.7509	0.8366
225	0.1714	0.1667	0.8532	0.8998	721	0.1048	0.4444	0.7656	0.8399
226	0.1810	0.2917	0.7366	0.8506	722	0.1429	0.2361	0.7509	0.8357
227	0.2381	0.2361	0.8424	0.8855	723	0.4476	0.1806	0.8003	0.7772
228	0.1810	0.2083	0.9590	0.8746	724	0.5429	0.1667	0.7776	0.7883
229	0.2381	0.1250	0.7730	0.8998	727	0.3810	0.2083	0.6917	0.8241
230	0.2762	0.1389	0.7241	0.9033	728	0.2762	0.5417	0.7332	0.8283
231	0.2286	0.1111	0.7196	0.8899	729	0.1524	0.5000	0.7082	0.8300
232	0.2095	0.1944	0.7110	0.9180	730	0.0571	0.7778	0.6724	0.9507
233	0.2667	0.2222	0.7895	0.8931	731	0.0000	0.8889	0.5853	0.8995
234	0.3048	0.1111	0.7235	0.7958	732	0.0476	0.7917	0.5307	0.9033
235	0.3048	0.1944	0.8117	0.8821	733	0.2571	1.0000	0.8254	0.9094
236	0.1143	0.3611	0.6826	0.8585	734	0.4095	0.8333	0.7338	0.9152
237	0.2476	0.0556	0.8931	0.9269	735	0.4667	0.4306	0.7793	0.9243
238	0.2571	0.1389	0.6763	0.9123	736	0.4667	0.4167	0.7901	0.9039
239	0.2190	0.1111	0.8214	0.8777	737	0.4952	0.2083	0.7708	0.8148
240	0.2571	0.1389	0.6889	0.9127	738	0.5048	0.2083	0.9243	0.8717
241	0.1714	0.1528	0.8481	0.9143	739	0.4190	0.1806	0.7861	0.8808
242	0.1429	0.0833	0.8618	0.9266	745	0.1143	0.5000	0.8379	0.9292
243	0.1333	0.2500	0.7838	0.9049	746	0.1619	0.2639	0.7799	0.8551
244	0.1238	0.2500	0.8157	0.9090	747	0.1238	0.2917	0.7708	0.8656
245	0.1429	0.1806	0.7856	0.8807	748	0.0952	0.1111	0.5597	0.9134
246	0.1619	0.1389	0.7975	0.8903	749	0.1143	0.2083	0.7378	0.9242
247	0.2000	0.2222	0.8436	0.8796	750	0.1810	0.0556	0.7412	0.8720
248	0.1143	0.1389	0.7435	0.8607	751	0.3524	0.1944	0.7355	0.8810
249	0.1714	0.1528	0.8680	0.9014	752	0.2381	0.1528	0.6394	0.8391
250	0.1619	0.1389	0.7582	0.8876	753	0.2762	0.0417	0.6911	0.9097
251	0.2381	0.2500	0.7850	0.8803	754	0.1429	0.0556	0.7571	0.8595
252	0.1810	0.3333	0.8020	0.9047	755	0.1333	0.2500	0.7395	0.9372
253	0.2286	0.2083	0.6945	0.8871	756	0.0857	0.3056	0.6843	0.9225
254	0.1429	0.1111	0.8987	0.8837	757	0.1048	0.2778	0.8794	0.8956
255	0.1524	0.1111	0.9170	0.9239	758	0.2000	0.2222	0.6638	0.8939
256	0.1905	0.3194	0.7486	0.8605	759	0.3143	0.2500	0.7901	0.9089
257	0.1524	0.2361	0.8197	0.8610	760	0.2571	0.1667	0.7986	0.9321
258	0.1619	0.2500	0.8561	0.8707	761	0.2000	0.2639	0.7383	0.8007
259	0.3143	0.2083	0.7856	0.8871	762	0.2190	0.0556	0.7765	0.9471
260	0.3524	0.2222	0.7782	0.9004	763	0.1524	0.1528	0.7002	0.8847

261	0.2381	0.3056	0.7577	0.8889	764	0.2762	0.1111	0.7213	0.9047
262	0.2095	0.2778	0.7383	0.9125	765	0.2952	0.0556	0.7156	0.9201
263	0.1905	0.3333	0.6451	0.8075	766	0.2952	0.0417	0.6655	0.8900
264	0.1905	0.3194	0.7730	0.8907	767	0.2381	0.0833	0.6337	0.9200
265	0.2000	0.2361	0.6655	0.9047	768	0.2571	0.0833	0.5984	0.9294
266	0.2190	0.3611	0.8902	0.8764	769	0.3143	0.1111	0.7298	0.8555
267	0.2095	0.1250	0.7975	0.8605	770	0.4667	0.0417	0.6172	0.8912
268	0.1143	0.0833	0.8413	0.8397	771	0.1048	0.2222	0.7230	0.8864
269	0.1619	0.1389	0.8328	0.8547	772	0.2000	0.1667	0.8259	0.9349
270	0.1333	0.1389	0.8379	0.8479	773	0.2190	0.0556	0.7679	0.8823
271	0.3524	0.1389	0.9334	0.8499	774	0.2190	0.0556	0.7389	0.8806
272	0.2857	0.1389	0.8094	0.8547	775	0.2190	0.0278	0.6985	0.8414
273	0.2571	0.0556	0.7935	0.8876	776	0.3714	0.0833	0.6394	0.8819
274	0.1810	0.1389	0.7912	0.8230	777	0.3143	0.1250	0.6854	0.8913
275	0.2000	0.2361	0.7901	0.8457	778	0.2190	0.2222	0.6587	0.8932
276	0.2190	0.2778	0.6809	0.8533	779	0.4381	0.0556	0.5654	0.9220
277	0.1524	0.1528	0.8015	0.8673	780	0.3810	0.0417	0.5791	0.9195
278	0.2000	0.2222	0.6507	0.8793	781	0.2286	0.1389	0.6308	0.9125
279	0.1619	0.1389	0.8430	0.9117	782	0.1524	0.1944	0.6536	0.8695
280	0.1524	0.1944	0.7838	0.8970	783	0.1048	0.2222	0.7224	0.9152
281	0.3333	0.1806	0.8026	0.8591	784	0.1429	0.3333	0.7918	0.9036
282	0.2190	0.3472	0.7651	0.9290	785	0.1619	0.4722	0.7093	0.9355
283	0.3143	0.2222	0.7110	0.8815	786	0.1429	0.4167	0.7520	0.9412
284	0.1238	0.2500	0.6542	0.8718	787	0.1333	0.4167	0.7014	0.9319
285	0.1048	0.3472	0.8970	0.8595	788	0.2190	0.0833	0.6650	0.8650
286	0.1048	0.2917	0.4818	0.2678	789	0.2190	0.4028	0.7446	0.9279
287	0.2381	0.1944	0.7526	0.9330	790	0.2095	0.2500	0.7423	0.8893
288	0.2381	0.1111	0.7747	0.9791	791	0.2095	0.2500	0.7258	0.8851
289	0.2762	0.1389	0.6735	0.9493	792	0.3333	0.0833	0.5842	0.8820
290	0.2571	0.0833	0.7833	0.9445	793	0.2381	0.0556	0.7179	0.8872
291	0.3810	0.0972	0.7901	0.9368	794	0.3143	0.2778	0.6974	0.8467
294	0.1619	0.1667	0.8197	0.9134	795	0.1524	0.1528	0.7344	0.8541
295	0.2667	0.0833	0.8100	0.9302	796	0.2571	0.2778	0.7304	0.8894
296	0.2286	0.1389	0.9181	0.9076	797	0.3524	0.2500	0.6212	0.9024
297	0.1810	0.1250	0.9534	0.8937	798	0.2000	0.3333	0.6451	0.9443
298	0.2000	0.2778	0.8163	0.8878	799	0.4857	0.2222	0.6422	0.9037
299	0.2000	0.3056	0.8123	0.8807	800	0.4000	0.3333	0.7673	0.8955
300	0.1238	0.2639	0.7298	0.8488	801	0.3143	0.1667	0.5700	0.9304
301	0.2095	0.1528	0.7082	0.9364	802	0.3143	0.1806	0.6974	0.8428
302	0.3143	0.1944	0.7531	0.8863	803	0.2381	0.3056	0.5882	0.8843
303	0.2286	0.1667	0.8356	0.9562	804	0.3333	0.1111	0.6416	0.8393
304	0.3714	0.2361	0.7605	0.9022	805	0.0857	0.2500	0.6206	0.9167
305	0.4190	0.2639	0.7992	0.9265	806	0.0667	0.7222	0.6177	0.9052

306	0.1905	0.3056	0.7378	0.9172	807	0.0667	0.5278	0.8430	0.8576
307	0.3333	0.1667	0.7645	0.8928	808	0.2000	0.3889	0.7605	0.8739
308	0.3810	0.1250	0.8476	0.9005	809	0.2000	0.7083	0.7509	0.9023
309	0.3905	0.1389	0.7668	0.8900	810	0.3333	0.7639	0.5865	0.9626
310	0.2190	0.1528	0.4141	0.8465	811	0.3714	0.5278	0.7241	0.8910
311	0.1905	0.3611	0.6780	0.8928	812	0.2667	0.4444	0.7696	0.9090
312	0.1048	0.5417	0.7719	0.9130	813	0.2762	0.7083	0.6092	0.9117
313	0.1714	0.2778	0.7702	0.9319	814	0.2190	0.4167	0.5171	0.8657
314	0.2571	0.3889	0.8333	0.9708	815	0.2000	0.6667	0.7207	0.8863
315	0.2762	0.1250	0.8203	0.8884	817	0.2286	0.2222	0.7884	0.9426
316	0.3905	0.3889	0.9289	0.9238	818	0.1429	0.3194	0.6667	0.9263
317	0.4667	0.2917	0.8549	0.9153	821	0.2190	0.4028	0.7429	0.8663
319	0.2952	0.2083	0.8208	0.8524	822	0.1619	0.2222	0.0290	0.6897
320	0.2190	0.1667	0.7577	0.9017	824	0.2381	0.3194	0.0523	0.3434
321	0.1048	0.5278	0.7651	0.9106	826	0.3810	0.3611	0.1473	0.7337
322	0.0571	0.6806	0.8254	0.8900	827	0.2000	0.7361	0.2725	0.7182
323	0.2571	0.4167	0.7514	0.9297	828	0.2000	0.4861	0.3561	0.8115
324	0.0667	0.4167	0.7600	0.9067	829	0.2762	0.4722	0.3510	0.8203
326	0.1048	0.5278	0.7253	0.9389	830	0.4667	0.3333	0.4425	0.8326
327	0.0667	0.5694	0.7958	0.9052	831	0.4476	0.2500	0.2207	0.8321
328	0.2190	0.3750	0.8094	0.8880	832	0.2952	0.3889	0.3572	0.8294
329	0.3429	0.2500	0.8754	0.8981	833	0.2952	0.4444	0.5694	0.8314
330	0.2762	0.2222	1.0000	0.8124	834	0.2381	0.3194	0.6052	0.8348
331	0.1810	0.1389	0.8771	0.8327	835	0.2190	0.2222	0.6439	0.8368
332	0.1619	0.2500	0.6035	0.9108	836	0.2190	0.2083	0.8936	0.8348
333	0.1429	0.1667	0.8373	0.9377	838	0.2762	0.3194	0.9329	0.7915
334	0.1524	0.2222	0.8561	0.9277	839	0.2095	0.1944	0.7844	0.8337
335	0.1524	0.1389	0.7253	0.8691	840	0.2571	0.1944	0.6792	0.8223
336	0.1619	0.1944	0.7861	0.9006	841	0.2190	0.2222	0.4824	0.8176
337	0.2476	0.1667	0.7912	0.9132	842	0.2667	0.2778	0.7776	0.8463
338	0.2000	0.3194	0.7838	0.8827	843	0.3143	0.1667	0.7491	0.8442
339	0.1810	0.1806	0.7725	0.8657	844	0.2952	0.2917	0.7019	0.8442
340	0.2381	0.1667	0.8680	0.9438	845	0.3905	0.3194	0.8077	0.8321
341	0.1714	0.2917	0.7639	0.9373	847	0.2286	0.1389	0.7065	0.8510
342	0.0952	0.3194	0.7793	0.8959	856	0.1619	0.4028	0.7406	0.8555
343	0.0571	0.4722	0.8094	0.8709	859	0.1429	0.3333	0.7400	0.8383
344	0.1143	0.4583	0.8077	0.9021	860	0.1619	0.3333	0.8788	0.8389
345	0.1429	0.4028	0.8123	0.8937	861	0.1810	0.1806	0.7799	0.8249
346	0.1429	0.3333	0.8612	0.9278	862	0.1714	0.3333	0.6667	0.8238
347	0.1810	0.3333	0.9818	0.9175	863	0.1810	0.0833	0.7594	0.8062
348	0.2952	0.2639	0.7554	0.9040	864	0.1619	0.2500	0.7105	0.8424
349	0.1810	0.3194	0.7486	0.8916	865	0.2571	0.0694	0.8407	0.8254
350	0.1714	0.1389	0.7412	0.9324	866	0.3143	0.0000	0.7964	0.8073

351	0.2286	0.1667	0.7514	0.9192	867	0.2571	0.5556	0.6940	0.8320
352	0.2571	0.3194	0.7315	0.9356	868	0.2571	0.2083	0.7673	0.8380
353	0.2571	0.2500	0.8106	0.9367	869	0.2190	0.1667	0.7548	0.8364
354	0.3714	0.2222	0.6086	0.9243	870	0.2190	0.2083	0.8561	0.8354
355	0.3333	0.1806	0.8862	0.9194	874	0.2000	0.1944	0.6024	0.8368
356	0.4190	0.2083	0.8942	0.9243	875	0.1905	0.1944	0.8493	0.7859
357	0.2571	0.1944	0.7759	0.9329	876	0.3905	0.0833	0.8538	0.8033
358	0.2381	0.1944	0.8345	0.8475	877	0.3238	0.3056	0.8316	0.8269
359	0.2667	0.2222	0.5319	0.8256	878	0.2095	0.4167	0.8885	0.8254
360	0.2857	0.2500	0.8026	0.8925	879	0.2476	0.3889	0.7116	0.8050
361	0.1429	0.1944	0.7059	0.9105	880	0.2571	0.4583	0.6894	0.8255
362	0.1333	0.1944	0.7981	0.9083	881	0.4095	0.4167	0.2173	0.8262
363	0.2476	0.2222	0.8180	0.9120	882	0.3714	0.4167	0.5808	0.8271
364	0.1905	0.3333	0.8191	0.9143	884	0.4857	0.1944	0.7127	0.7922
365	0.1048	0.2778	0.8026	0.9097	885	0.3714	0.2222	0.6826	0.8277
366	0.2762	0.3056	0.7873	0.8874	886	0.3333	0.3056	0.7958	0.8141
367	0.1810	0.2500	0.8356	0.9292	887	0.2952	0.3333	0.8356	0.8433
368	0.2000	0.2500	0.8441	0.9171	888	0.2381	0.5556	0.8111	0.8360
369	0.2000	0.2778	0.8385	0.9275	889	0.2381	0.4167	0.8015	0.8015
370	0.1429	0.2778	0.8777	0.9063	890	0.3143	0.2500	0.8038	0.7566
371	0.0952	0.3889	0.7207	0.9107	891	0.2762	0.1806	0.7651	0.7496
372	0.0667	0.3889	0.8066	0.8964	892	0.2571	0.0972	0.7156	0.7675
373	0.0667	0.3472	0.7958	0.9322	893	0.2762	0.2500	0.7685	0.7630
374	0.0476	0.4861	0.8595	0.9100	894	0.4000	0.2222	0.7491	0.8529
375	0.0571	0.4028	0.8117	0.8849	895	0.3048	0.2778	0.7423	0.8419
376	0.1619	0.5833	0.8419	0.9174	896	0.4095	0.1667	0.8043	0.8670
377	0.1429	0.4583	0.7634	0.8948	897	0.2095	0.2917	0.7713	0.8380
378	0.2381	0.5000	0.8874	0.9464	898	0.2000	0.1806	0.7873	0.8314
379	0.2952	0.4722	0.8129	0.8899	899	0.2286	0.1667	0.9255	0.7933
380	0.3238	0.1944	0.8470	0.8857	900	0.2952	0.2917	0.8214	0.7801
381	0.2095	0.1806	0.8077	0.8589	901	0.2667	0.3472	0.7725	0.8267
382	0.3238	0.4722	0.7907	0.8492	902	0.2762	0.3056	0.6951	0.8244
383	0.2952	0.3056	0.8254	0.8577	903	0.1810	0.3333	0.7622	0.8318
384	0.3333	0.3333	0.6268	0.7608	904	0.4095	0.1667	0.8191	0.7634
385	0.4667	0.2917	0.6980	0.8439	905	0.3524	0.2083	0.7856	0.7873
386	0.3238	0.2361	0.7457	0.8344	906	0.2095	0.2500	0.7406	0.8267
387	0.2667	0.2500	0.7429	0.8983	907	0.2381	0.0694	0.7719	0.7733
388	0.1714	0.2222	0.7292	0.8720	909	0.1810	0.2222	0.7673	0.8199
389	0.2190	0.2778	0.7696	0.9025	910	0.1429	0.2778	0.7571	0.8114
390	0.2190	0.3889	0.7656	0.8560	911	0.1048	0.2500	0.8225	0.8359
391	0.2190	0.3056	0.7201	0.9303	912	0.1714	0.2500	0.9107	0.7863
392	0.3333	0.4028	0.8766	0.8803	913	0.1810	0.2500	0.7662	0.8077
393	0.4095	0.3611	0.7782	0.8329	914	0.2762	0.0694	0.7622	0.8175

394	0.2857	0.2917	0.6195	0.4398	915	0.3333	0.0556	0.7156	0.8197
395	0.2952	0.2917	0.6627	0.7985	916	0.2952	0.1111	0.7355	0.7529
396	0.3714	0.4306	0.5734	0.8839	917	0.3143	0.2222	0.4425	0.6944
397	0.2857	0.1389	0.7708	0.9186	918	0.3143	0.1944	0.7150	0.8768
398	0.2000	0.1389	0.8743	0.8768	919	0.3048	0.2222	0.7656	0.9335
399	0.2857	0.3611	0.7014	0.8580	920	0.3143	0.1944	0.7600	0.8942
400	0.2381	0.2778	0.6650	0.8343	921	0.2476	0.3611	0.8066	0.8958
401	0.2762	0.2778	0.7042	0.8797	922	0.2571	0.3056	0.7440	0.7960
402	0.2000	0.3333	0.7947	0.9120	923	0.2952	0.2500	0.7668	0.8496
404	0.1048	0.4028	0.7309	0.9101	924	0.2667	0.3056	0.6775	0.8616
405	0.1238	0.4722	0.8510	0.9089	925	0.2667	0.5278	0.7446	0.8601
406	0.1619	0.2361	0.7571	0.8674	926	0.2571	0.4306	0.6536	0.8514
407	0.1048	0.4167	0.7491	0.8767	927	0.2952	0.4583	0.7338	0.7331
408	0.1143	0.4167	0.6553	0.8863	928	0.2476	0.6528	0.7338	0.8641
409	0.1238	0.4167	0.7423	0.8667	929	0.3905	0.2222	0.6177	0.8032
410	0.1238	0.4167	0.7429	0.9289	930	0.3333	0.3333	0.7315	0.8795
411	0.2190	0.2778	0.8265	0.9505	931	0.3905	0.3333	0.5068	0.9038
412	0.2952	0.2222	0.8936	0.9108	932	0.2762	0.4167	0.6712	0.7960
413	0.2762	0.3056	0.8544	0.8507	933	0.3714	0.2361	0.7258	0.8413
414	0.2476	0.2778	0.8083	0.9153	934	0.3238	0.3056	0.7201	0.7828
415	0.3714	0.1806	0.7036	0.9008	935	0.3143	0.3194	0.6115	0.8434
416	0.3333	0.1528	0.7418	0.8958	936	0.1810	0.1806	0.6741	0.8613
417	0.4286	0.1667	0.8595	0.9146	937	0.2286	0.0833	0.6900	0.8702
418	0.2857	0.1667	0.7673	0.8855	938	0.0952	0.2500	0.7389	0.9093
419	0.1429	0.1111	0.7247	0.8756	939	0.2000	0.1389	0.6576	0.8877
420	0.1524	0.2222	0.7076	0.8841	940	0.1905	0.1389	0.8413	0.8822
421	0.2667	0.1806	0.7497	0.8980	941	0.2571	0.0972	0.8464	0.8872
422	0.1905	0.1944	0.6877	0.8149	942	0.2381	0.0556	0.7622	0.8939
423	0.3714	0.1111	0.6479	0.8980	943	0.2762	0.0278	0.8885	0.8157
424	0.3524	0.1944	0.6843	0.8655	944	0.3714	0.0833	0.6980	0.8639
425	0.4095	0.1944	0.8367	0.9434	945	0.4286	0.0417	0.8129	0.8483
426	0.4952	0.1389	0.8749	0.9319	946	0.5429	0.0417	0.6763	0.7969
427	0.4667	0.1667	0.8026	0.9496	947	0.3143	0.2361	0.7804	0.8481
428	0.5429	0.1528	0.8026	0.9251	948	0.2000	0.1944	0.6889	0.8531
429	0.3905	0.0972	0.8305	0.9182	949	0.2571	0.0833	0.6513	0.8913
430	0.4762	0.0694	0.8220	0.8812	950	0.1619	0.2361	0.7355	0.8603
431	0.4000	0.1667	0.7440	0.8551	951	0.2952	0.1389	0.5449	0.8038
432	0.3143	0.1111	0.7446	0.8621	952	0.1429	0.3333	0.6860	0.8882
433	0.2571	0.1806	0.7315	0.8933	953	0.2571	0.2500	0.5796	0.8371
434	0.3048	0.1944	0.7235	0.9231	954	0.2476	0.2500	0.6667	0.8183
435	0.2857	0.1389	0.7213	0.8629	955	0.2286	0.2778	0.6706	0.8907
436	0.1429	0.3889	0.7799	0.8991	956	0.3238	0.1944	0.7759	0.8572
437	0.2857	0.3333	0.7048	0.9200	957	0.3524	0.3056	0.6416	0.8499

438	0.2000	0.3194	0.7287	0.9020	958	0.4286	0.3889	0.7378	0.8603
439	0.2476	0.2917	0.7651	0.8970	959	0.3905	0.2500	0.6849	0.8398
440	0.2857	0.0972	0.8077	0.8906	960	0.2571	0.4028	0.7418	0.8220
441	0.2667	0.1111	0.8316	0.9027	961	0.3619	0.2222	0.6439	0.8520
442	0.2476	0.2500	0.7958	0.8582	962	0.3714	0.3333	0.7418	0.8376
443	0.1619	0.1389	0.7235	0.8388	963	0.3524	0.2639	0.7992	0.8410
444	0.1619	0.2222	0.7372	0.8824	964	0.3048	0.3611	0.7486	0.8397
445	0.1238	0.2778	0.5125	0.8456	965	0.2000	0.5833	0.6957	0.8475
446	0.1048	0.3194	0.7691	0.8294	966	0.2476	0.4028	0.7025	0.8389
447	0.0762	0.1667	0.6985	0.9046	967	0.2190	0.2500	0.7907	0.8690
448	0.1524	0.3611	0.3703	0.9210	968	0.2762	0.2500	0.6911	0.8116
449	0.3905	0.2222	0.8800	0.9520	969	0.1238	0.4306	0.7668	0.8490
450	0.2000	0.0556	0.8549	0.9063	970	0.1905	0.3889	0.7440	0.8943
451	0.2857	0.0833	0.8521	0.8435	971	0.1810	0.3889	0.7622	0.8750
452	0.2476	0.1528	0.8754	0.8602	972	0.4952	0.1667	0.7179	0.8855
453	0.2286	0.4028	0.8111	0.8156	973	0.3524	0.1528	0.8111	0.8592
454	0.1429	0.3333	0.8367	0.8495	974	0.2762	0.4583	0.7816	0.8214
456	0.0952	0.1667	0.8572	0.8686	975	0.2381	0.6111	0.6792	0.8629
457	0.1238	0.2222	0.7565	0.8825	976	0.2095	0.5000	0.7685	0.8682
458	0.2667	0.2639	0.8043	0.8634	977	0.2095	0.4722	0.6388	0.8269
459	0.2190	0.2222	0.8168	0.8984	978	0.2667	0.4167	0.6706	0.8228
460	0.1714	0.1667	0.6428	0.8730	979	0.2190	0.3056	0.7019	0.8395
461	0.2667	0.3333	0.8072	0.8745	980	0.2000	0.3611	0.7327	0.8446
462	0.1238	0.4444	0.7867	0.9124	981	0.2000	0.2500	0.6718	0.7307
463	0.1143	0.3611	0.7184	0.8915	982	0.1905	0.0833	0.5518	0.8153
464	0.1238	0.4444	0.7799	0.9413	983	0.1238	0.2639	0.7315	0.8450
465	0.1619	0.2500	0.7810	0.7617	984	0.1048	0.2639	0.7105	0.8453
466	0.1810	0.2639	0.8043	0.4609	985	0.0762	0.3472	0.7543	0.8335
467	0.0857	0.4306	0.7213	0.7120	986	0.0857	0.1389	0.7355	0.8422
468	0.1238	0.3333	0.6968	0.8038	987	0.1048	0.3611	0.7184	0.8827
469	0.1238	0.3056	0.6035	0.7313	989	0.3333	0.1111	0.7042	0.8529
470	0.1333	0.3611	0.4681	0.8497	990	0.2762	0.1250	0.7685	0.8782
471	0.1619	0.1944	0.4391	0.7412	991	0.3714	0.1250	0.7247	0.9006
472	0.0952	0.3611	0.6126	0.5723	992	0.4476	0.1111	0.7418	0.9039
473	0.1048	0.4028	0.2071	0.7032	993	0.2952	0.1250	0.7895	0.8520
474	0.1238	0.3611	0.5182	0.8627	994	0.3143	0.0694	0.7713	0.8718
475	0.1048	0.3333	0.7406	0.7648	995	0.1333	0.1667	0.7691	0.8226
477	0.1048	0.3472	0.6314	0.8338	996	0.0857	0.1389	0.7736	0.8253
478	0.1524	0.2500	0.7531	0.8475	997	0.2857	0.0556	0.6382	0.8410
479	0.1238	0.2083	0.6274	0.8828	998	0.2190	0.0833	0.6871	0.7416
481	0.1619	0.1667	0.4926	0.9341	999	0.2381	0.2778	0.6212	0.8255
482	0.1905	0.3611	0.6456	0.9146	1000	0.1619	0.1250	0.8015	0.7953