工程数学学报

第22卷 第7期 2005年12月

CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS

Vol. 22 No. 7 Dec. 2005

文章编号:1005-3085(2005)07-0122-05

# 雨量预报方法优劣的评价模型

何 金, 贺 为, 王建明 指导教师: 罗 剑 (解放军理工大学, 南京 211101)

**编者按**: 该文的主要特色是,在讨论公众对雨量误报的感受时,考虑了不同等级的雨量误报对公众的不同影响,以及 公众对不同时段预报的不同要求,确定了不同的权重。

摘 要:本文通过5种不同的插值方法得到所有观测站点的预报值:再从不同角度建立了评价预报方法两个模型。模型 I 是基于预报值与实测值的误差平方和的。模型 II 是基于公众对预报准确度的感受差异的。该模型考虑了公众对预报等级误差感受的不对称性以及不同时段的预报误差对公众行动的影响度差异,建立了公众不满意度指标。两种模型评价的结果是第一种预报方法要优于第二种预报方法。

关键词: 插值: 误差平方和: 对称性: 距离加权平均: 权重

分类号: AMS(2000) 49K35

中图分类号: O224

文献标识码: A

#### 1 问题重述

雨量预报对农业生产和城市工作和生活有重要作用,但准确、及时地对雨量作出预报是一个十分困难的问题,广受世界各国关注。我国某地气象台和气象研究所正在研究6小时雨量预报方法,即每天晚上20点预报从21点开始的4个时段(21点至次日3点,次日3点至9点,9点至15点,15点至21点)在某些位置的雨量,这些位置位于东经120度、北纬32度附近的 53×47 的等距网格点上。同时设立91个观测站点实测这些时段的实际雨量,由于各种条件的限制,站点的设置是不均匀的。

气象部门希望建立一种科学评价预报方法好坏的数学模型与方法。气象部门提供了41天的 用两种不同方法的预报数据和相应的实测数据。现要求

- 1) 建立数学模型来评价两种6小时雨量预报方法的准确性;
- 2) 将6小时降雨量分为6等: 0.1-2.5毫米为小雨, 2.6-6毫米为中雨, 6.1-12毫米为大雨, 12.1-25毫米为暴雨, 25.1-60毫米为大暴雨, 大于60.1毫米为特大暴雨。若按此分级向公众预报, 如何在评价方法中考虑公众的感受?

## 2 问题的分析与数据的预处理

本问题给出了一段时间内我国某区域网格点上的降雨量预报值,以及该地区部分点上的实测降雨量。我们可以利用 MATLAB 软件描绘出预报网格点和实际观测点按经纬度坐标的分布图,从图中可以看出网格点是非均匀分布的。选择 MATLAB 插值函数的时候就要注意此点。

本题给出的预报数据和实测数据不在同一位置,因此要对它们作正确的评价,就要先将数据预处理,使得实测数据与预测数据有可比性。即把网格预报数据通过某种方法(如插值、加权距离平均等等)映射到观测站点所在的位置。通过观测站点上映射出的预报值与实际观测值比较,来评价两种预报模型的好坏。

更多数模数设备讯学到资料,请关注的比众各号数数模建模ROOM

精品课程:https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

映射的方法我们采用了插值法和距离加权平均法,其中插值法我们用了4种,这些插值方法 没有考虑到气象预报方面的实际情况,完全是从数学函数插值角度出发,因此处理后的数据的 平滑性比较好;而距离加权平均法则是气象预报方面较常用的一种数据处理方式,有一定的合 理性,但是数据的平滑性处理就要差些。下面分别描述一下这些数值方法。

插值法:我们采用了常用的数学软件 MATLAB(版本号是7.0)中的非均匀网格插值函数 griddata,该函数提供了四种插值方法 linear, cubic, nearest,  $\nu 4$  作为选择参数,可以实现相应的四种插值。详情参见文献[1]。

距离加权平均法:如某观测点在一定半径周围内有 n 个网格点,到该观测点的距离分别为  $r_1, r_2, r_3 \ldots, r_n$ ,各网格点上预报降雨量值分别为  $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ,则该观测点上的估计值为

$$Y = \frac{\frac{x_1}{r_1^2} + \frac{x_2}{r_2^2} + \frac{x_3}{r_2^3} + \dots + \frac{x_n}{r_n^2}}{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_3^2} + \dots + \frac{1}{r_n^2}},$$

详情参见文献[2]。通过这些数值方法可以求得每天每个时段第 j 种方法第 i 个观测站点所在位置实测站点位置的预报值  $y_{ii}$ ,  $i=1,2,\ldots,91$ , j=1,2。

#### 3 模型的建立与求解

#### 3.1 模型I: 误差平方总和模型建立与求解

在误差理论中误差平方和通常表示估计值偏离真实值的程度,误差平方和越大,说明数据偏离真实值程度越大;误差平方和越小说明估计值偏离真实值程度越小。因此我们可以用误差平方和来评价两种预报方法的好坏。

设  $x_i, i = 1, 2, \ldots, 91$  为某天某个时段第 i 个观测站点的观测值;  $y_{ji}$ ,  $i = 1, 2, \ldots, 91$ , j = 1, 2。为该天该时段第 j 种方法第 i 个观测站点所在位置实测站点位置的预报值。定义第一,二种预报方法的在该天该时段的误差平方和为

$$d_j^2 = \sum_{i=1}^{91} (x_i - y_{ji})^2, \quad j = 1, 2$$

对各时段、各天的误差平方和求总和,再比较两种预报方法误差平方总和的大小,误差平方总 和最小者即为较好,否则为较差。

我们利用 MATLAB 中的插值函数 griddata 提供的四种插值方法以及距离加权平均法进行了计算,求得两种预报方法91个观测站点上41天、每天4个时段预报值的在每种情况下的误差平方和总和,结果如表1所示:

表1: 各种情况下的两种预报方法的预报值与观测值的误差平方总和

	ν4	nearest	linear	cubic	距离加权平均
预报方法1	1.3613e+005	2.2744e + 005	2.3953e+005	1.7429e+005	3.1958e+005
预报方法2	1.5275e+005	2.6129e+005	2.6008e+005	1.9558e+005	7.5824e+005

通过比较,从误差平方总和的角度考虑,第一种预报方法较好。

#### 3.2 模型II: 满意度评价模型

气象部门在对公众进行气象预报时并不是报出每个地区的降雨量的数值,而是将6小时降雨量分为7等:无雨、小雨、中雨、大雨、暴雨、大暴雨、特大暴雨。这样公众在衡量气象预报

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

是否准确时会根据实际的雨量大小等级与预报的雨量大小等级进行比较。若预报的雨量等级与实际的雨量等级相同则会认为气象预报是准确的,从而也是满意的,若预报的雨量等级与实际的雨量等级不相符,则人们会认为气象预报是不准确的,从而对气象预报产生一定程度的不满,预报越不准确则产生的不满意程度越大。基于此考虑,我们定义了公众对气象预报不满意程度权值,如表2所示:

	实测无雨	实测小雨	实测中雨	实测大雨	实测暴雨	实测大暴雨	实测特大暴雨
预报无雨	0	2	5	9	14	20	27
预报小雨	-1	0	2	5	9	14	20
预报中雨	-3	-1	0	2	5	9	14
预报大雨	-6	-3	-1	0	2	5	9
预报暴雨	-10	-6	-3	-1	0	2	5
预报大暴雨	-15	-10	-6	-3	-1	0	2
预报特大暴雨	-21	-15	-10	-6	-3	-1	0

表2: 不满意程度权值表

说明:表中数值反映了人们对降雨预报的等级误差的不满意程度,正值说明实测等级大于预报等级,数值越大说明预报与实测差距越大,不满意程度越大。表中负值说明实测降雨等级低于预报降雨等级。数值绝对值越大说明预报等级与实测等级差距越大,从而不满意程度也越大。相同等级差距的正值大于负值绝对值是基于以下假设:在气象预报报错的情况下公众往往对漏报或少报的抱怨较大,而对空报或多报的抱怨较少,也就是公众对漏报或少报与空报或多报的感觉是不对称的,如预报结果为无雨而实际却下了雨与预报有雨而实际没下雨,这两种情况给公众的感受是不一样的。

预报时间段的不满意程度权重及说明:不同的时间段降雨给公众的感受是不同的。例如在晚上下雨对人们的影响不大,而白天下雨对人们的出行如上下班影响较大,因此降雨预报的准确性对人的不满意程度值还应随时段的不同而不同。考虑到晚上降雨对人的影响较小,白天对人的影响较大我们定义不同时间段的不满意程度权重,如表3所示:

 时间段
 21:00—03:00
 03:00—09:00
 09:00—15:00
 15: 00—21: 00

 不满意程度权重wi
 0.1
 0.2
 0.4
 0.3

表3: 各预报时间段的不满意程度权重

有了这些关于不满意程度的权值和权重,我们就可以利用预报误差对人们的影响来评价预报方法的好坏了。记第 m 种预报方法在观测点的预报估计值与实测值对比所得的第 k 个观测点在第 i 天第 j 个时段的不满意程度值为  $\mathrm{Feel}(m,d_i,t_j,x_k)$ ,  $m=1,2,i=1,2,\ldots,41,j=1,2,3,4,k=1,2,\ldots 91$ ,其中  $d_i$  表示第 i 天, $t_j$  表示第 j 个时段, $x_k$  表示第 k 个观测站点。定义如下指标:

第m种预报方法在第i天第j时段公众对预报值小于实测值的不满意程度权值之和

$$\operatorname{Index}^+(m, d_i, t_j) = \sum_{\{\operatorname{Feel}(m, d_i, t_j, x_k) > 0\}} \operatorname{Feel}(m, d_i, t_j, x_k),$$

第 m 种预报方法在第 i 天第 j 时段公众对预报值大于实测值的不满意程度权值之和

$$\operatorname{Index}^-(m,d_i,t_j) = \sum_{\{\operatorname{Feel}(m,d_i,t_j,x_k) < 0\}} \operatorname{Feel}(m,d_i,t_j,x_k),$$

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.gg.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

第 m 种预报方法41天各时段公众对预报值小于实测值的不满意程度权值加权求和

Indextotal<sup>+</sup>
$$(m) = \sum_{i=1}^{41} \sum_{j=1}^{4} w_j \times \text{Index}^+(m, d_i, t_j),$$

第 m 种预报方法41天各时段公众对预报值大于实测值的不满意程度权值加权求和

$$\operatorname{Indextotal}^{-}(m) = \sum_{i=1}^{41} \sum_{j=1}^{4} w_j \times \operatorname{Index}^{-}(m, d_i, t_j),$$

第1种预报方法与第2种预报方法公众对预报值小于实测值的不满意程度加权和的差

$$P^+ = \text{Indextotal}^+(1) - \text{Indextotal}^+(2).$$

它可用来比较两种预报方法公众对预报值小于实测值的不满意程度:

 $P^+>0$  表示第1种预报方法公众对预报值小于实测值的不满意程度较第2种预报方法的大,单从这个方面考虑,预报效果较第2种预报方法差; $P^+<0$  表示第1种预报方法公众对预报值小于实测值的不满意程度较第2种预报方法的小,单从这个方面考虑,预报效果较第2种预报方法好。

第1种预报方法与第2种预报方法公众对预报值大于实测值的不满意程度加权和的绝对值之 差

$$P^{-} = |\operatorname{Indextotal}^{-}(1)| - |\operatorname{Indextotal}^{-}(2)|,$$

它可以用来比较两种预报方法公众对预报值大于实测值的不满意程度;

 $P^->0$  表示第1种预报方法公众对预报值大于实测值的不满意程度较第2种的大,单从这个方面考虑,预报效果较第2种预报方法差; $P^-<0$  表示第1种预报方法公众对预报值大于实测值的不满意程度较第2种的小,单从这个方面考虑,预报效果较第2种预报方法好。

 $P = P^+ + P^-$  表示第1种预报方法总的不满意程度之和与第2种预报方法总的不满意程度之和的差。

P > 0 表示第1种预报方法较差; P < 0 表示第1种预报方法较好。

根据以上判别指标的定义,在五种插值方法情况下各判别指标的结果如表4所示:

	ν4	nearest	linear	cubic	距离加权平均	
$Indextotal^+(1)$	111.6	156.7	143.5	123.4	167.6	
Indextotal (1)	-768.4	-776.4	-915.6	-805.0	-982	
Indextotal <sup>+</sup> (2)	120.2	166.2	152.3	131.4	168.6	
Indextotal <sup>-</sup> (2)	-761.3	-777.1	-910.2	-809.6	-981.1	
$P^+$	-8.6	-9.5	-8.8	-8.0	-1	
<i>p</i> -	7.1	-0.7	5.4	-4.6	0.9	
$\overline{P}$	-1.5	-10.20	-3.4	-12.6	-0.1	

表4: 各判别指标的计算结果

结论:从表5的数据可知,在五种插值方法情况下  $P^+$  均为负值,说明第一种方法预报在漏报或少报方面要优于第二种方法。而  $P^-$  在五种插值情况下有三种情况为正,两种情况为负说明第一种方法预报在虚报或多报方面要与第二种方法相当。P 的值均为负说明第1种预报方法要好于第2种预报方法。

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM精品课程:https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC

### 4 模型的评价

模型一从数学的角度来评价两种预报方式的好坏,模型二从人们对气象预报的感受来评价两种预报方式的好坏通过三种指标  $P^+$ 、 $P^-$ 、P 的值来衡量两种预报方式在漏报或少报、虚报或多报方面的好坏做出评价。 $P^+$  为负值,说明第一种方法预报在漏报或少报方面要优于第二种方法。而  $P^-$  有正有负说明第一种方法预报在虚报或多报方面要与第二种方法相当; P 的值均为负说明第1种预报方法要好于第2种预报方法。

我们的两个模型从不同的角度对两种预报方法作出了评价,综合对二种预报方法评价的结果,我们认为第一种预报方法要略好于第二种预报方法。

#### 参考文献:

- [1] 薛定宇,陈阳泉. 高等应用数学问题的Matlab求解[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004
- [2] 孔玉寿, 章东华. 现代天气预报技术[M]. 北京: 气象出版社, 2005

## The Models to Evaluate the Forecast Methods of Precipitation Rain Fall

HE Jin, HE Wei, WANG Jian-ming
Advisor: LUO Jian
(PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101)

Abstract: In this paper the forecasting data on every observation point were obtained by five different interpolation methods, then two models were established to evaluate the forecast methods via different points of view. The model I was based on the sum of the square errors between the forecast data and the measuring data. The model II was based on the people's different receptivity to the forecast precision. The people's nonsymmetric receptivity to the forecast error grades and the different effect of the forecast errors in different period of time on the people's action were involved in this model and some indexes of the people's dissatisfaction were also established. The same results were obtained from these two models were that the first forecast method is better than the second one.

Keywords: interpolation; sum of the square errors; symmetry; weight number