

文章编号:1005-3085(2003)07-0069-07

露天矿生产的车辆安排

于浚泊, 肖 川, 楚玉强

指导教师: 韩铁民

(东北大学, 沈阳 110004)

编者按:面对问题既要选择铲位,又要考虑产量、品位限制,及车辆不等待等诸多要求,本文将问题分为几个阶段用不同方法处理,达到了满意的效果。文章精炼,论述清晰。

摘 要:如何利用最小的资源消耗取得理想的产量要求,是本文讨论的重点问题。文章采用两种方法——贪心法和线性规划建立模型,针对两个目标进行安排。

第1阶段:采用贪心法按距离、产量、品位等要求依次取得最优、次优……等若干较优的铲位,获得一些铲位的组合方案。

第2阶段:对这些组合进行线性规划:以车次为变量,根据不同目标建立目标函数,根据产量等条件限制建立约束方程,然后求整数解,在这些解中取最优者。

第3阶段:根据每条路线上的车次数再次利用贪心法进行具体的车辆安排。

关键词:贪心法;线性规划;车次;车辆安排

分类号:AMS(2000) 90C05

中图分类号:O221.1

文献标识码:A

1 问题的分析

变量说明

M 卡车总数(20辆)

V 卡车行驶速度(28公里/时)

L 卡车载重量(154吨)

T 一个班次的总时间(8小时)

Ta 电铲的平均装车时间(5分钟)

Tb 卡车的平均卸车时间(3分钟)

i 卸点编号(5个,分别为矿石漏、倒装场I、倒装场II、岩石漏、岩场,前3个用于卸矿石,后2个卸岩石)

j 铲位编号(10个)

D_{ij} 卸点 i 与铲位 j 之间的距离

N_i 卸点 i 的产量要求

Q_{aj} 铲位 j 的矿石数量

Q_{bj} 铲位 j 的岩石数量

P_j 铲位 j 的矿石平均铁含量

K_{ij} 一辆卡车一个班次内在卸点 i 与铲位 j 之间可往返的次数

X_{ij} 卸点 i 与铲位 j 之间需要安排的车次数

如果直接从题意出发,安排运输路线是比较困难的,因为卡车的行驶路线可以改变,但可以通过求出每条路线的车次数达到解决问题的目的。

铲车的安排方法共有 C_m^n (n 为铲位数, m 为铲车数) 种,计算复杂度较大,可用贪心法找出较优的若干位置,确定较优的安排方案,对这些安排方案,有如下方法:

目标及各个产量要求、品位要求等均为每条路线上车次的一次函数,故可用线性规划求解。

由已知条件可以得到线性规划的目标函数、约束方程。

对贪心法筛选过的铲车安排方法分别求出其线性规划的最优解,然后在其中再选出最优者,可得最优的铲车安排和车次,依据车次安排每辆卡车。

2 模型的建立

过程一 —— 铲车安排

基于分析,首先得到铲车安排方法共有 $C_{10}^7 = 120$ 种,如果直接计算 120 种组合,耗时太多,通过分析,最优解只可能存在于一些较优的组合中,可以采用贪心法获得这些组合。

贪心法的思想是:每次选择当前最优的点,如不满足条件,再选择次优点,以此类推。通过分析知,卡车应先选择距离卸点最近的铲位,才能以最小的运量获得足够的产量,若此铲位不能满足产量要求,再取次近的铲位,若不能达到品位要求,还需要选择可以平衡品位的点。

如本题的实例,先选取距离矿石漏最近的铲位 9,铲位 9 可满足产量,但无法满足品位要求,再选择可均衡品位的最近的点 —— 铲位 3。同理,选择距离倒装场 I 的较近铲位 2,铲位 4,距离倒装场 II 较近的铲位 10,平衡品位的铲位 1…… 确定 1,2,3,4,9,10 六个最优点,再从剩下的四个点中选取一个即可,经过这种方法筛选后的铲车安排方法为 4 种。

对于筛选后的方法,用线性规划逐一建立模型求解,下面以将铲车安排在 1,2,3,4,5,6,7 铲位为例(非上文提到的较优组合,仅作举例说明):

过程二 —— 线性规划 求解车次

1. 针对目标 1 建立模型

目标函数

总运量

$$\min Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 L \cdot D_{ij} \cdot X_{ij}$$

约束方程:

1) 各个卸点的产量要求:

$$\sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij} \geq N_i, (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (1)$$

2) 各个卸点的品位要求:

$$\text{下限} \quad \sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij} \cdot P_j \geq 28.5\% \sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij} (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

$$\text{上限} \quad \sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij} \cdot P_j \leq 30.5\% \sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij} (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

3) 各个铲位的矿石(岩石)数量,即该铲位允许的最大矿石(岩石)开采量

$$\text{矿石} \quad \sum_{i=1}^3 L \cdot X_{ij} \leq Q_{aj} (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) \quad (4)$$

$$\text{岩石} \quad \sum_{i=4}^5 L \cdot X_{ij} \leq Q_{bj} (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) \quad (5)$$

4) 由于铲车每次装载需 Ta 分钟,故一个班次内最多可装载 $T/Ta = 480/5 = 96$ 次:

$$\sum_{i=1}^5 X_{ij} \leq T/Ta (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) \quad (6)$$

5) 同理,由于卸点每次卸载需 Tb 分钟,故一个班次内最多可卸载 $T/Tb = 480/3 = 160$ 次

$$\sum_{j=1}^7 X_{ij} \leq T/Tb (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (7)$$

6) 由于一辆卡车在卸点 i 与铲位 j 之间往返行驶一次需 $2D_{ij}/V$ 分钟,装卸需 $Ta + Tb$ 分钟,共需 $Ta + Tb + 2D_{ij}/V$ 分钟,这条线路上一辆卡车一个班次内可往返 $K_{ij} = [T/(Ta + Tb + 2D_{ij}/V)]$ 次($[]$ 表示取整),则该线路需要卡车 X_{ij}/K_{ij} 辆,卡车总数最多不能超过 $M = 20$ 辆:

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 X_{ij}/K_{ij} \leq M \quad (8)$$

至此目标函数及约束方程构造完毕。由于车次数为整数,此题转化为对整数规划的求解。

题目中还要求在总运量最小的情况下出动最少的卡车,在解上述线性规划时,如果有多

组解满足总运量最小,需要取 $\min Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 X_{ij}/K_{ij}$,即卡车总数最少的解。

在对筛选过的安排方法进行线性规划后,取其中总运量最小的解,即为题目所求。

2. 针对目标2建立模型

目标2与目标1的主要区别是目标函数不同,其约束方程相同,只须改变目标函数即可。

目标函数:

$$\text{产量} \quad \max Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij}$$

约束方程:(同目标1)

如有多组解满足最大产量,依题目要求取 $\max Z = \sum_{i=4}^5 \sum_{j=1}^7 L \cdot X_{ij}$,即岩石产量优先,如

果岩石产量相同,依题取 $\min Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 L \cdot D_{ij} \cdot X_{ij}$,即总运量最小的解。

过程三——车辆安排

选取最优解中每条路线的车次,即可为每辆卡车安排行驶路线及运输次数。由

$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 X_{ij}/K_{ij}$ 可知共需要多少卡车。可再次采用贪心法,使每辆卡车发挥最大工效,先安排固定路线的卡车,然后安排改变路线的卡车。以下面一组解为例,具体说明卡车的安排方法:

每条路线上的车次见表 1

表 1

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10
矿石漏	0	13	0	0	0	0	0	54	0	11
倒装场 I	0	42	0	43	0	0	0	0	0	0
岩 场	0	0	0	0	0	0	0	0	70	15
岩石漏	81	0	43	0	0	0	0	0	0	0
倒装场 II	0	13	2	0	0	0	0	0	0	70

由 $\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 X_{ij}/K_{ij}$ 求得需要 13 辆卡车。

通过 $[X_{ij}/K_{ij}]$,使固定运行的卡车尽可能地往返于卸点和铲位之间,求出每条路线上固定运行的卡车数,见表 2

表 2

ij	路 线	卡 车 数
1—8	矿石漏—铲位 8	1
2—2	倒装场 I—铲位 2	1
2—4	倒装场 I—铲位 4	1
3—10	倒装场 II—铲位 10	1
4—1	岩石漏—铲位 1	1
4—3	岩石漏—铲位 3	1
5—9	岩场—铲位 9	1

固定运行的卡车共 7 辆,其它 6 辆车需要改变工作路线。此时每条线上剩余的车次见表 3

表 3

ij	路 线	车 次 数
1—2	矿石漏—铲位 2	13
1—8	矿石漏—铲位 8	25
1—10	矿石漏—铲位 10	11
2—2	倒装场 I—铲位 2	3
2—4	倒装场 I—铲位 4	6
3—2	倒装场 II—铲位 2	13
3—3	倒装场 II—铲位 3	2
3—10	倒装场 II—铲位 10	23
4—1	岩石漏—铲位 1	37
4—3	岩石漏—铲位 3	8
5—9	岩场—铲位 9	32
5—10	岩场—铲位 10	15

在改变路线的 6 辆车中:

第一辆:在 1—2 线路运输 13 次,剩余时间 $T - 13(Ta + Tb + 2D_{12}/V) = 87$ 分钟,

更多数模资讯与学习资料,请关注b站/公众号:数学建模BOOM

精品课程: <https://docs.qq.com/doc/DZk1OSERMQ2VDTVBC>

可以继续 1-8 线路运输 $87/(Ta + Tb + 2D18/V) = 5$ 次。剩余时间极小,忽略,此时 1-8 线路剩余车次 $25 - 5 = 20$ 。

第二辆:在 1-8 线路运输 20 次,剩余时间 $T - 20(Ta + Tb + 2D18/V) = 157$ 分钟,可以继续 1-10 线路运输 $157/(Ta + Tb + 2D110/V) = 11$ 次。剩余时间极小,忽略,此时 1-10 线路无剩余车次。

第三辆 — 第六辆的安排方法同上。

按上述方法,即贪心法计算剩余时间,即可得到具体的车辆安排,问题得解。

3 模型的计算

目标 1:

总运量 85628 吨公里 ≈ 8.6 万吨公里 总产量 70378 吨 ≈ 7.0 万吨

矿石产量 38192 吨 ≈ 3.8 万吨 岩石产量 32186 吨 ≈ 3.2 万吨

出动 7 台铲车,分别安排在 1,2,3,4,8,9,10 七个铲位。

出动 13 辆卡车,安排如表 4:

表 4

编号	路 线	运输次数
1	矿石漏 — 铲位 8	29
2	倒装场 I — 铲位 2	39
3	倒装场 I — 铲位 4	37
4	倒装场 II — 铲位 10	47
5	岩石漏 — 铲位 1	44
6	岩石漏 — 铲位 3	35
7	岩场 — 铲位 9	38
8	矿石漏 — 铲位 2	13
	矿石漏 — 铲位 8	5
9	矿石漏 — 铲位 8	20
	矿石漏 — 铲位 10	11
10	倒装场 I — 铲位 2	3
	倒装场 I — 铲位 4	6
	倒装场 II — 铲位 2	13
	倒装场 II — 铲位 3	2
	倒装场 II — 铲位 10	8
11	倒装场 II — 铲位 10	15
	岩石漏 — 铲位 1	30
12	岩石漏 — 铲位 1	7
	岩石漏 — 铲位 3	8
	岩场 — 铲位 9	23
13	岩场 — 铲位 9	9
	岩场 — 铲位 10	15

目标 2:

总产量 103488 吨 ≈ 10.3 万吨 总运量 146791 吨公里 ≈ 14.7 万吨公里

矿石产量 54308 吨 ≈ 5.4 万吨 岩石产量 49280 吨 ≈ 4.9 万吨

出动 7 台铲车,分别安排在 1,2,3,4,8,9,10 七个铲位。

出动 20 辆卡车,安排如表 5

表 5

编号	路 线	运输次数
1	矿石漏 — 铲位 3	18
2	矿石漏 — 铲位 3	18
3	倒装场 I — 铲位 2	39
4	倒装场 I — 铲位 4	37
5	倒装场 II — 铲位 3	20
6	倒装场 II — 铲位 8	32
7	岩石漏 — 铲位 1	44
8	岩场 — 铲位 9	38
9	岩场 — 铲位 9	38
10	岩场 — 铲位 10	45
11	矿石漏 — 铲位 8	28
	矿石漏 — 铲位 9	2
12	矿石漏 — 铲位 9	14
	倒装场 I — 铲位 1	20
13	倒装场 I — 铲位 1	4
	倒装场 I — 铲位 2	29
	倒装场 I — 铲位 4	4
14	倒装场 I — 铲位 4	27
	倒装场 II — 铲位 3	5
15	倒装场 II — 铲位 3	3
	倒装场 II — 铲位 8	25
	倒装场 II — 铲位 10	3
16	倒装场 II — 铲位 10	24
	岩石漏 — 铲位 1	22
17	岩石漏 — 铲位 1	6
	岩石漏 — 铲位 2	26
18	岩石漏 — 铲位 2	2
	岩石漏 — 铲位 3	32
	岩石漏 — 铲位 4	1
19	岩石漏 — 铲位 4	27
	岩场 — 铲位 8	2
20	岩场 — 铲位 8	9
	岩场 — 铲位 9	4
	岩场 — 铲位 10	24

4 模型的分析

运用贪心法,可迅速求得铲车的可能位置,确定可能取得最优解的若干组合,大大减少了线性规划的计算次数。确定铲车位置后,列出线性规划方程,用 Lindo 等工具求解,可迅速得到结果。对于一些特殊情况,如多数铲位的优劣程度很接近时,采用贪心法无法准确地

确定较优的铲位,此时需要进行线性规划的铲车安排方案数会大大增加,求解的时间会较长。在解线性规划时,需要考虑多解的情况,即多种方案均可取得最优解,此时需要根据题目要求(岩石产量优先、总运量最小、卡车数最少)取得相应的最优解。

模型优点

使用贪心法,迅速确定铲车的可能位置;

采用线性规划的思想,化整为零,使模型简化,大大减少了计算的复杂度;

模型缺点:

对于一些情况,可能存在很多较优点,使用贪心法后不能有效的减少铲车的安排方式;

解线性规划过程中存在误差,导致最后结果会有细小偏差。

参考文献:

- [1] 施光燕,董加礼.最优化方法[M]. 北京:高等教育出版社, 1999
- [2] 陈挺.决策分析[M]. 北京:科学出版社, 1987
- [3] Churchman W. Introduction to Operations Research[M]. John Wiley & Son Inc,1985
- [4] Thomas H Cormen etc. The Introduction to Algorithms[M]. The MIT Press, 2001

The Arrangement of Vehicles in Open Exploitation

YU Jun-bo, CHUAN Xiao, CHU Yu-qiang

Advisor: HAN Tie-min

(Northeastern University)

Abstract: The main problem to discuss in this paper is how to use the minimum amount of resource consumption. First Process, according to the requirement of distance, production and content, select the best expl. Second Process, do linear programming to these combinations. Third Process, make concrete arrangement by the number of trucks on each route with greedy method.

Keywords: greedy method; linear programming; times of transportation; arrangement of vehicles