

2005 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题评阅要点

[说明] 根据各赛区的建议,从 2004 年起全国组委会不再提供赛题参考解答,只给评阅要点。本要点仅供参考,各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答,自主地进行评阅。

总体思路 根据问题的实际背景,首先依据 17 个观测点水质数据对相应地区的水质情况做定量分析评价:依据这些地点的相对地理位置,水流量和水质数据,利用简化的一维水质模型推算出相应的排污量,从而可以确定出长江的主要污染源所在的地区;根据长江过去 10 年的总体水质检测数据,对未来长江干流水质发展趋势进行预测,并对可能控制水质的条件进行研究。

问题 (1) 按照国家标准地表水的评价指标主要是附表中的 4 项,而水质有 I、II、III、IV、V、劣 V 共 6 个类别,每一类对每一项指标都有相应的标准值(区间),只要有一项指标达到高类别标准就算是高类别的水质。

由于各项指标在各类别中的标准值(区间)差别很大,评价时要先对各项指标的数据做标准化处理。其次,由于不同类别的水质有很大的差别,同一类别水质的污染物含量也有一定的范围,所以做综合评价时要考虑这些指标的类别差别和同类别内的数量差异。最后,根据附件 3 的数据计算出 17 个观测点 28 个月的水质综合指标后,还要进行综合排序。

问题 (2) 一个江段的水质污染来自本地区的排污和上游的污水,问题 (1) 得到的水质排序最差的地区不一定是污染源最严重的地区。用长江干流上的 7 个观测站点将长江分为 6 个江段,逐段计算各江段的排污量,找出主要污染源所在的区域。

首先研究每个江段中污染物浓度 C (mg/L) 的变化规律。由于题目中给出了污染物的降解系数,附件 3 给出了每个月的污染物浓度,流量,流速等数据,若忽略了污染物的局部扩散(研究的是总体污染),在考虑固定时段(月)的污染物浓度时,可利用一般一维水质模型的近似解 $C = C_0 e^{-k \frac{x}{u}}, C_0 = C|_{x=0}$ (其中 x 为江段长度, u 为流速,对每一江段 u 是常数, k 为污染物的降解系数)。

根据污染物浓度和流量计算各江段的单位时间排污量时,困难在于不知道一个江段内诸多支流及排污口的位置和排污量,无法精确计算各江段的总排污量。解决问题的一个办法是,考虑到当所有排污点都集中在江段起点时,对该江段的水质影响最大,而当所有排污点都集中在江段终点时,对该江段的水质影响最小,由此可以计算一个江段内可能的最大排污量和最小排污量。这样,每一江段的每个月都可以得到一个排污区间,可以再用对月取平均及对区间取中点的方法得到每一江段单位时间的平均排污量,最后,由于附件 3 给出了各江段的距离,所以可用每一江段单位时间,单位距离的平均排污量作为可比性指标来确定主要污染源所在江段。

问题 (3) 附件 4 给出了过去 10 年长江流域总体水质污染状况数据,可以认为反映污染状况的各类水质比例主要与当年(或者还与去年)总排污量和总流量有关,从而建立可饮用水(I、II、III类水)的比例与排污量和流量的回归模型。为了用这个模型预测未来可饮用水比例,先要预测未来的排污量和流量。

由附件 4 的数据可以看出,排污量增长很快,而流量变化不大。可以用灰色预测或拟合等方法得到排污量与时间的关系,而流量可以简单地用取过去 10 年的平均值等办法处理。最后,用上面两个模型计算未来可饮用水的比例,会得到污染状况将十分严重的结论。

问题 (4) 在问题 (3) 模型的基础上可以直接计算。

问题 (5) 开放性问题(略)。

说明: 所给数据基本上都来自于相关部门的真实数据,有些可能用不到(甚至不准确或有误),如果认为不够可以自己去查找(如果认为有误可修正),可以充分利用自己认为有用的数据来解决问题。