

2019 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

B 题 “同心协力” 策略研究

“同心协力”（又称“同心鼓”）是一项团队协作能力拓展项目。该项目的道具是一面牛皮双面鼓，鼓身中间固定多根绳子，绳子在鼓身上的固定点沿圆周呈均匀分布，每根绳子长度相同。团队成员每人牵拉一根绳子，使鼓面保持水平。项目开始时，球从鼓面中心上方竖直落下，队员同心协力将球颠起，使其有节奏地在鼓面上跳动。颠球过程中，队员只能抓握绳子的末端，不能接触鼓或绳子的其他位置。



图片来源: https://yjs.syu.edu.cn/_mediafile/yjs/2017/10/26/32yuesec78.png

项目所用排球的质量为 270 g。鼓面直径为 40 cm，鼓身高度为 22 cm，鼓的质量为 3.6 kg。队员人数不少于 8 人，队员之间的最小距离不得小于 60 cm。项目开始时，球从鼓面中心上方 40 cm 处竖直落下，球被颠起的高度应离开鼓面 40 cm 以上，如果低于 40cm，则项目停止。项目的目标是使得连续颠球的次数尽可能多。

试建立数学模型解决以下问题：

1. 在理想状态下，每个人都可以精确控制用力方向、时机和力度，试讨论这种情形下团队的最佳协作策略，并给出该策略下的颠球高度。
2. 在现实情形中，队员发力时机和力度不可能做到精确控制，存在一定误差，于是鼓面可能出现倾斜。试建立模型描述队员的发力时机和力度与某一特定

时刻的鼓面倾斜角度的关系。设队员人数为 8，绳长为 1.7m，鼓面初始时刻是水平静止的，初始位置较绳子水平时下降 11 cm，表 1 中给出了队员们的不同发力时机和力度，求 0.1 s 时鼓面的倾斜角度。

表 1 发力时机（单位：s）和用力大小（单位：N）取值

序号	用力参数	1	2	3	4	5	6	7	8	鼓面倾角（度）
1	发力时机	0	0	0	0	0	0	0	0	
	用力大小	90	80	80	80	80	80	80	80	
2	发力时机	0	0	0	0	0	0	0	0	
	用力大小	90	90	80	80	80	80	80	80	
3	发力时机	0	0	0	0	0	0	0	0	
	用力大小	90	80	80	90	80	80	80	80	
4	发力时机	-0.1	0	0	0	0	0	0	0	
	用力大小	80	80	80	80	80	80	80	80	
5	发力时机	-0.1	-0.1	0	0	0	0	0	0	
	用力大小	80	80	80	80	80	80	80	80	
6	发力时机	-0.1	0	0	-0.1	0	0	0	0	
	用力大小	80	80	80	80	80	80	80	80	
7	发力时机	-0.1	0	0	0	0	0	0	0	
	用力大小	90	80	80	80	80	80	80	80	
8	发力时机	0	-0.1	0	0	-0.1	0	0	0	
	用力大小	90	80	80	90	80	80	80	80	
9	发力时机	0	0	0	0	-0.1	0	0	-0.1	
	用力大小	90	80	80	90	80	80	80	80	

3. 在现实情形中，根据问题 2 的模型，你们在问题 1 中给出的策略是否需要调整？如果需要，如何调整？

4. 当鼓面发生倾斜时，球跳动方向不再竖直，于是需要队员调整拉绳策略。假设人数为 10，绳长为 2m，球的反弹高度为 60cm，相对于竖直方向产生 1 度的倾斜角度，且倾斜方向在水平面的投影指向某两位队员之间，与这两位队员的夹角之比为 1:2。为了将球调整为竖直状态弹跳，请给出在可精确控制条件下所有队员的发力时机及力度，并分析在现实情形中这种调整策略的实施效果。