

一、实验背景及目的

实际生活中很多用电器都含有电容/电感这类动态元件，如何对只含有一个动态元件分析是属于一阶电路研究的一个主要范畴。在一阶电路中，按照初始状态的情况，可以将电路中产生的响应分为三类：零状态响应，零输入响应，和全响应，这是研究一阶电路的基础知识，也是求解电路问题，分析生活中动态电路的关键。

本次实验是验证一阶电路的全响应，从实验角度去分析电路，验证全响应=零输入响应+零状态响应的结论，并对一阶电路相关的性质进行验证，如改变时间常数对充放电时间的影响，加深对一阶电路全响应的认识和理解。

二、实验环境

Multisim 14.0 , Windows10

三、实验原理

1. 一阶电路的全响应

当电路中的动态元件的初始储能不为零，且有独立源激励时，两者共同作用产生的响应称为全响应。特别地，当电路中动态元件有初始储能时，产生的响应称为零输入响应；当电路中动态元件没有初始储能但又独立源输入时，产生的响应称为零状态响应。

以 RC 电路为例，对其分析零输入响应，零状态响应和全响应依次分析。

● 零输入响应

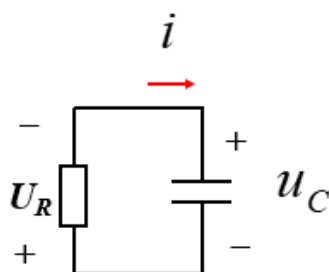


图 1

$t=0$ 时刻，电容充满电，对外电路放电，此时根据 KVL 列电压方程得到

$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ ，这个是一阶常系数齐次线性微分方程，根据其解的结构可以得

到 $u_c = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$ ，将 $t=0$ 时刻的电压 $U(0+)$ 带入方程得到如下最终的电容电压的表达式，其中 τ 是时间常数，其值越大，过渡过程时间越大。

$$u_c = U_c(0+) e^{-\frac{t}{RC}} = U_c(0+) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

从表达式中可以看出，随着时间的增大，电容电压从初始值 $U(0+)$ 开始呈指数衰减趋势。

● 零状态响应

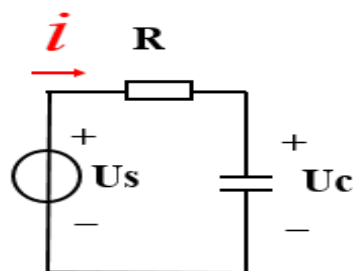


图 2

$t=0$ 时刻，外部电源激励 U_s 对电容充电，根据 KVL 列出电压方程

$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U_s$ 。这个是一阶常系数非齐次线性微分方程。这类方程的解分为两个部分，一是对应齐次方程的解，即 $u_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ ，二是方程的特解，这里取 $t=\infty$ 时的响应值作为微分方程的特解，即 $u_c = U_s$ 。将 $u_c(0_+) = u_c(0_-) = 0$ 的初始值带入方程得到 $A = -U_s$ ，最终得到电容电压的表达式如下

$$u_c = U_s(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0_+$$

分析表达式，可以知道电容电压由两个部分组成，一是外部独立电源产生的稳态分量，二是随时间逐渐衰减的暂态分量，总体上看电容电压随着时间的增大，电压值逐渐增大，并趋向于 U_s 。

● 全响应

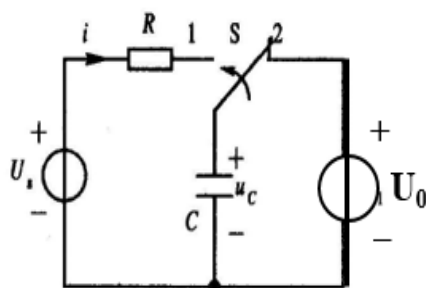


图 3

$t=0$ 时刻,开关由2掷向1。初始时刻电容初始电压不为0, $u_c(0_-) = U_0 \neq 0$, 换路后,对电路分析有 $RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U_s$, 这类方程的解分为两个部分,一是对应齐次方程的解,即 $u_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, 二是方程的特解,这里取 $t=\infty$ 时的响应值作为微分方程的特解,即 $u_c(t) = u_c(\infty)$,可以得到方程 $u_c(t) = u_c(\infty) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ 。将 $u_c(0_+) = u_c(0_-)$ 的初始值代入方程得到 $A = u_c(0_+) - u_c(\infty)$, 最终得到电容电压的表达式如下

$$u_c(t) = u_c(\infty) + [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = U_s + [U_0 - U_s]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

电容电压的方程可以看作是初始值,稳态值,时间常数三个要素,这个方法可以推广使用,无论是状态变量,还是非状态变量的过渡过程均可求解,该方法就是一阶电路的通用的求解方法——三要素法。当 $t=0$ 时,电容电压为初始充满电的值 U_0 ,随着时间的增大,电压逐渐减小,最后趋向于外部独立源的电压值 U_s 。

2. 实验方法

(1). 使用示波器测量电容两端的电压,通过查看输出波形来验证简单一阶电路的全响应。

(2). 使用控制变量的方法,分别改变电阻和电容的大小来改变时间常数,观察时间常数的改变对一阶电路全响应的影响。

四、实验过程

1. 电路设计

设计电路如图 4 所示。初始时单刀双掷开关接通含有 12V 电压源的支路,电压源为电容 C1 充电,观察波形变化规律(对应零状态响应);开关向下闭合,电容 C1 放电,观察波形变化规律(对应零输入响应)。

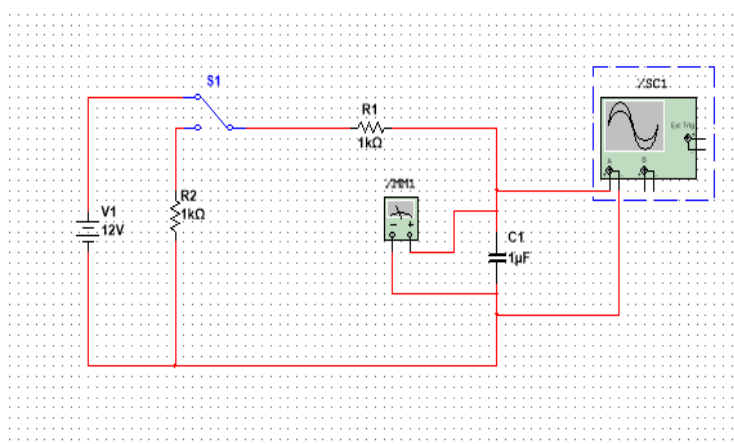


图 4

修改电路如图 5 所示，向上拨动开关对电容充电，和图 4 中电路无区别，当向下拨动开关时，电路中电容有初始储能，并且电路中含有电压源，此时电容两端电压变化的规律就是一个全响应的过程。

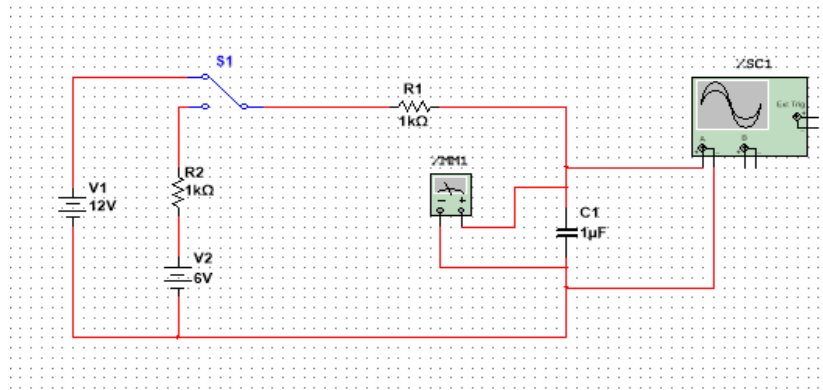


图 5

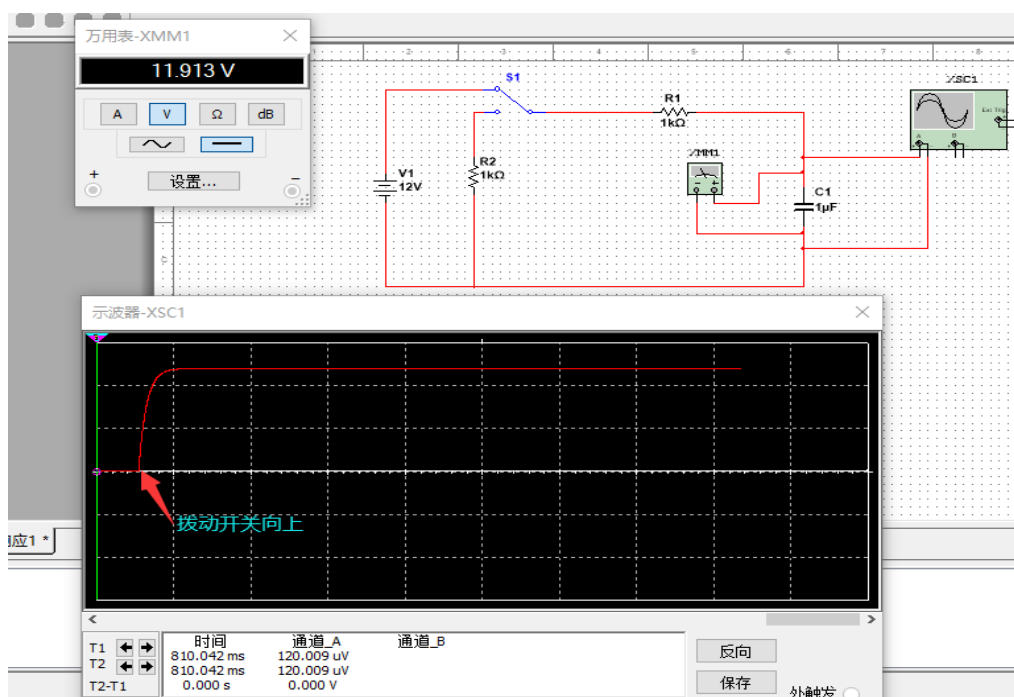
2. 实验步骤

- (1). 调节示波器参数，观察充放电波形。
- (2). 选择开关按钮，启动示波器，并且按 Space 按键切换开关分别接通充电和放电电路。
- (3). 改变电阻 $R1$ 和电容 $C1$ 的大小，观察不同时间常数下图 4 电路的充放电规律。

五、实验结果分析

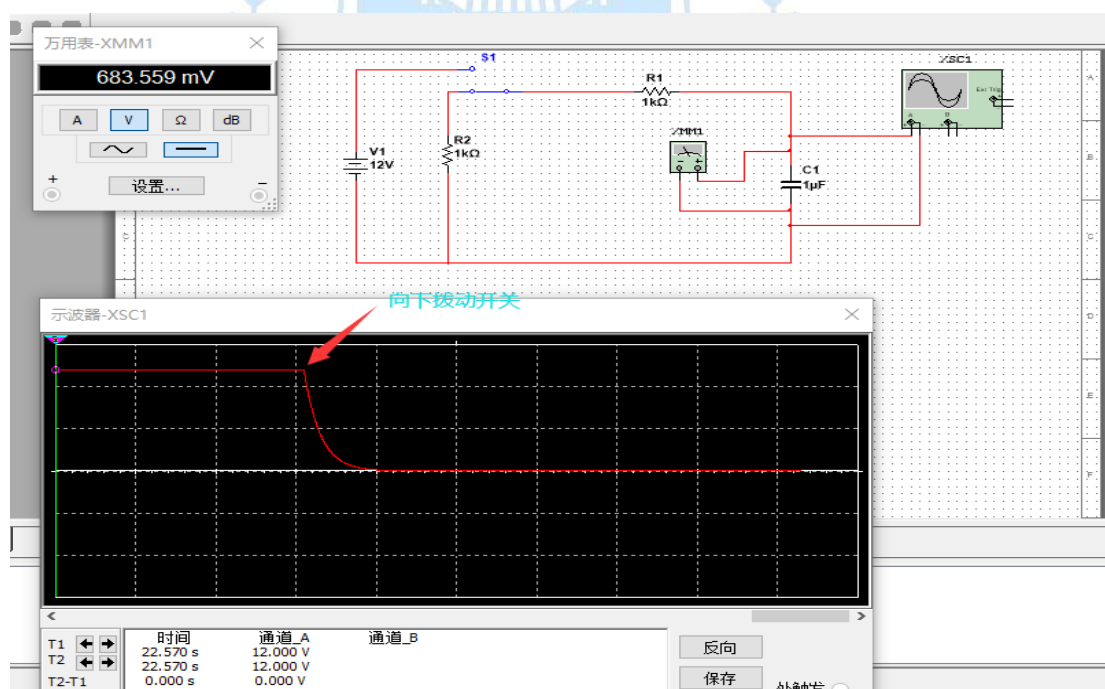
1. 一阶电路全响应的验证

- 图 4 电路的零状态响应



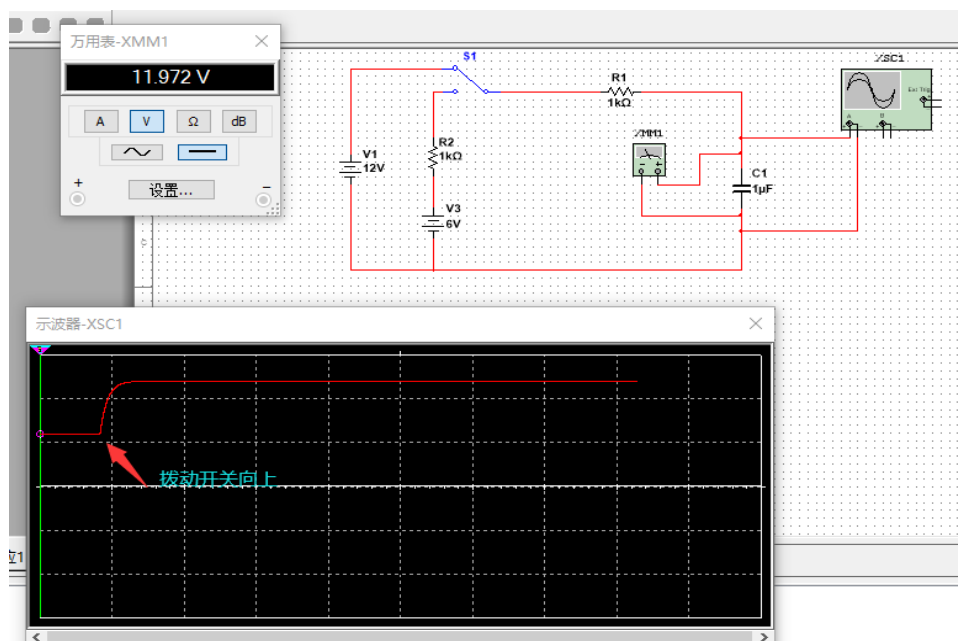
拨动开关向上，12V 的电压源对电容充电，电容电压按照 $u_C = 12(1 - e^{-\frac{t}{10^{-3}}}) \quad t \geq 0_+$ 的规律逐渐增大，当达到稳定状态时，电容电压达到 12V，符合图像变化规律。

- 图 4 电路的零输入响应

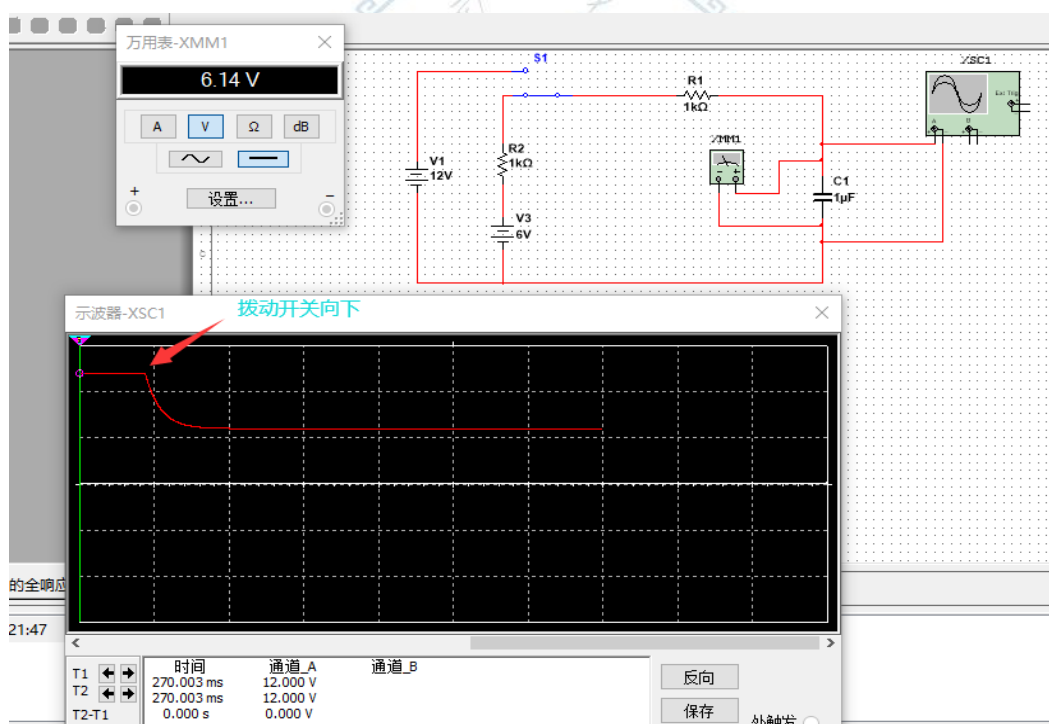


拨动开关向下，电容对外电路放电，电容电压按照 $u_C = 12e^{-\frac{t}{10^{-3}}} \quad t \geq 0_+$ 的规律逐渐减小，当达到稳定状态时，电容电压衰减为 0V，符合图像变化规律。

- 图 5 电路的全响应



拨动开关向上，12V 的电压源对电容充电，当达到稳定状态时，电容电压达到 12V。



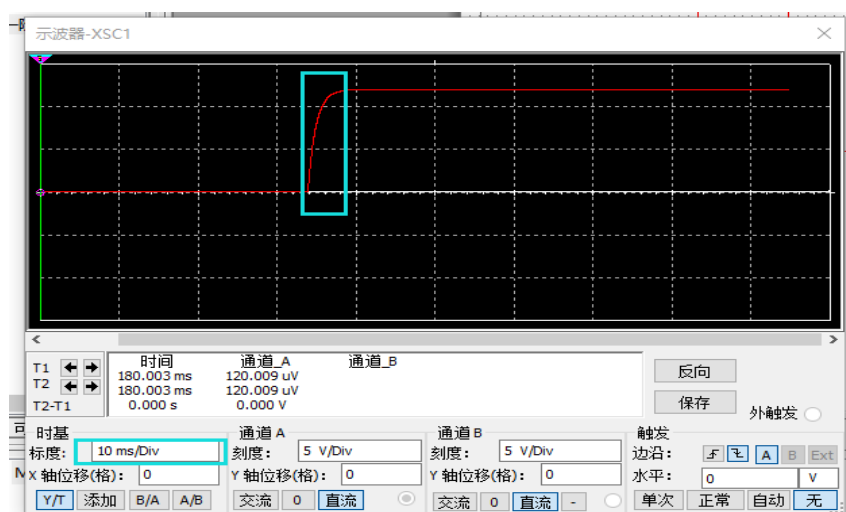
电容充满电后，拨动开关向下，电容对外电路放电，根据三要素法对该一阶电路的分析，电容电压的变化规律为 $u_c(t) = 6 + [12 - 6]e^{-\frac{t}{10^{-3}}} = 6 + 6e^{-\frac{t}{10^{-3}}}$ ， $t=0$ 时电压初始值为 12V，随着时间的增大逐渐减小，达到稳态时，电容电压衰减到 6V。符合图像的变化规律。

从另外一个角度分析，向下拨动开关时，外部独立电源为电容充电，这个过程是零状态响应的过程，电容电压的变化规律为 $u_c = 6(1 - e^{-\frac{t}{10^{-3}}})$ $t \geq 0_+$ ，电容初

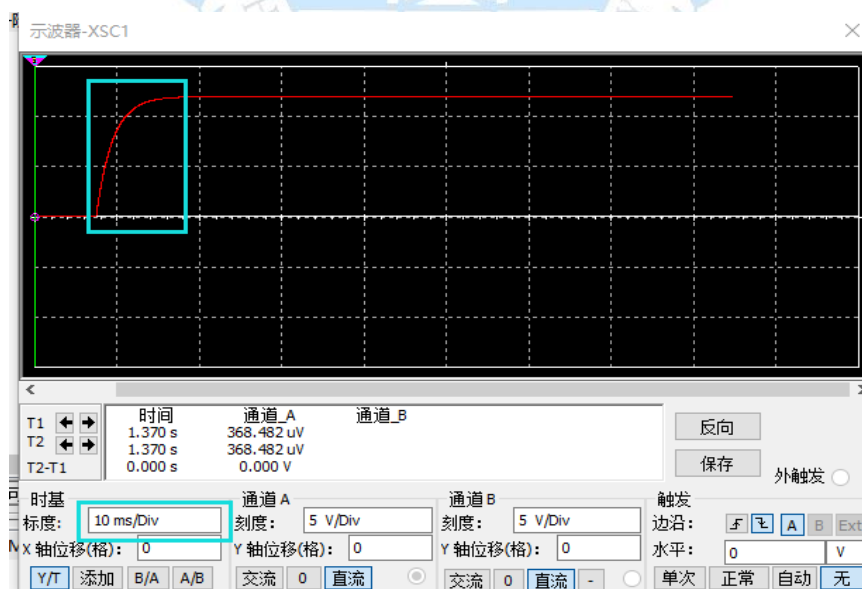
始有初始储能，对外放电，这个过程是零输入响应的过程，电容电压的变化规律为 $u_C = 12e^{-\frac{t}{10^{-3}}} \quad t \geq 0_+$ ，根据叠加原理，可以得到电容电压的最终变化规律为 $u_C(t) = 12 + 6(1 - e^{-\frac{t}{10^{-3}}}) = 6 + 6e^{-\frac{t}{10^{-3}}}$ ，验证了一阶电路的全响应等于零状态响应+零输入响应的规律。

2. 探究时间常数对电容电路充放电的影响

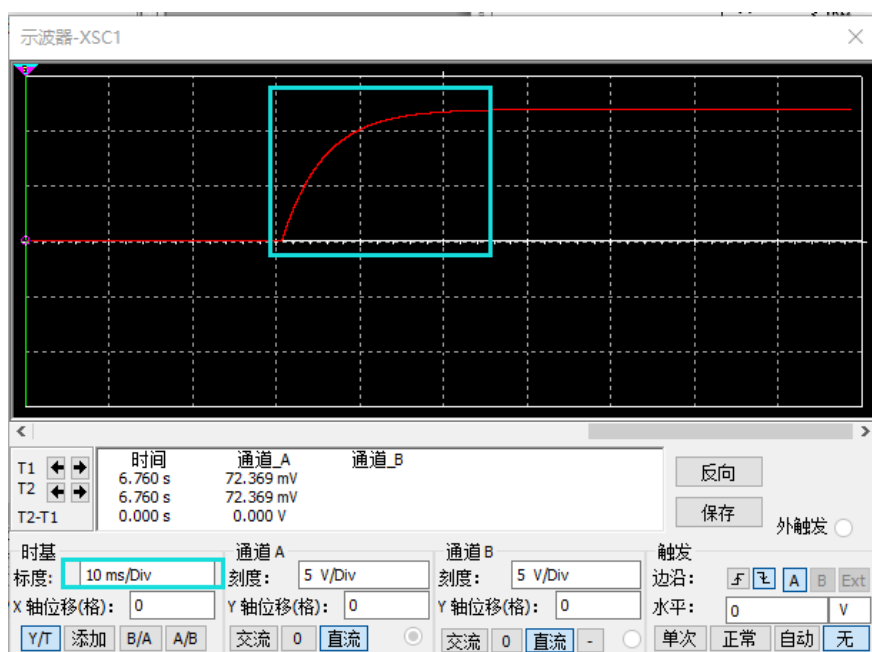
电阻为 $1k\Omega$,电容为 $1\mu F$ 时,充电时间为 $20ms$ 。(看标度, 2 格, 每格 $10ms$)



电阻为 $2k\Omega$, 电容为 $1\mu F$ 时, 充电时间为 $50ms$ 。(看标度, 5 格, 每格 $10ms$)



电阻为 $1k\Omega$,电容为 $5\mu F$ 时, 充电时间为 $120ms$ 。(看标度, 12 格, 每格 $10ms$)



放电时间也有类似的规律。将所作实验对应的电阻和电容的阻值得到的充放电时间统计在表 1 中。

表 1

	电阻1千欧 电容1微法 时间常数 $1 \times 10^{-3} \text{s}$	电阻2千欧 电容1微法 时间常数 $2 \times 10^{-3} \text{s}$	电阻1千欧 电容5微法 时间常数 $5 \times 10^{-3} \text{s}$
充电时间(ms)	20	50	120
放电时间(ms)	45	60	195

从表中可以得到如下结论

时间常数和电容，电阻成正比关系；时间常数越大，换路后的过渡时间越长；时间常数越小，换路后的过渡时间越短。

六、总结反思

本次实验以 RC 电路为例，验证了一阶电路的全响应。实验先从零状态响应和零输入响应开始，分析其电容电压的变化规律，验证了零状态响应和零输入响应。接着对全响应进行了验证，从三要素法求解的公式和叠加原理两个角度分别分析了一阶电路的全响应，得到了全响应=零状态响应+零输入响应的结论，同时也验证了其过渡过程的电容电压变化规律。

通过这次实验，自己对一阶电路的分析和求解加深了理解。在实验之余，还探究了时间常数对过渡过程的时间长短的影响，和理论课程所学一致，对动态电路有了进一步的理解。