# 算法设计与分析第四章作业

计算机72班 姓名:徐子越 学号:2174410455

4\_3>

特殊0-1背包算法:

将物品从小到大依次放入背包,直到背包放不下.这就是最优解.

证明:如果从小到大依次放入得到的不是最优解,那么必然有一个解外物体a比解中物体b价值高并且重量低.但是,这与算法相违,因为解是从大到小重量从大到小放入.所以得证.

4\_13>

伪代码如下:采用prim算法

整数n>=2;一个包括n个顶点的连通加权无向图.该图由一个二维数组W表示,他的行列索引都是由1到n,其中W[i][j]是第i个顶点与第j个顶点之间边上的权重.

void prim(int n, const number W[][], set\_of\_edges& F)

{

Index i, vnear;

number min;

edge e;

Index nearest[2..n];

number distance[2..n];

F=NULL;

For(i = 2; i<=n; i++){

Nearest[i] = 1;

Distance[i] = W[1][i];

}repeat(n-1次){

min = ∞;

for (i = 2; i<=n; i++){

If (i <= distance[i] < min){

min = distance[i];

vnear = i;

}

e = 链接两个顶点的边,这两个顶点以vnear和nearest[vnear]为索引;

将e加入F中;

distance[vnear] = -1;

for(i = 2;i<=n;i++)

If(W[i][vnear]<distance[i]{

Distance[i] = W[i][vnear];

Nearest[i] = vnear;

}

}

}

}

证明prim算法可以得到一个最小生成树:

1. 证明引理:设G=(V,E).如果可以向E的一个子集F添加边,使其构成一颗最小生成树,就说子集F是有希望的.设F是E的有希望子集,Y是由F中的边链接的顶点集合.如果e是链接Y的一个顶点和V-Y中一个顶点的边,而且它的权重最小,则F∪{e}是有希望的.

证明:因为F是有希望的,所以必然存在边的某个集合F`,使得F包含于F`,且(V,F`)是一棵最小生成树.如果e∈F`,则F∪{e}包含于F`,这意味着F∪{e}是有希望的.证毕.否则,因为(V,F`)是最小生成树,所以F`∪{e}必然恰好好汉一个简单环,而e必然在环内.那么这个简单环中必然还有另一个e`将Y中的一个顶点连接到V-Y中的一个顶点.如果将e`从F`∪{e}中移除,则简单环消失得到一个生成树.因为e是将Y中的一个顶点连接到V-Y中一个顶点且具有最小权重的边,所以e的权重必然小于或者等于e`的权重.

因此F`∪{e}-{e`}

是一颗最小生成树.现在,因为e`不可能在F中,所以:

F∪{e}包含于F`∪{e}-{e`},故F∪{e}是有希望的.

1. prim定理证明:

归纳法,基础:空集显然是有希望的

假设:假设在repeat循环的一次给定迭代之后,集合F是有希望的

归纳:因为在下一次迭代之中选定的e边是链接Y中一个顶点和V-Y中一个顶点且具有最小权重的边,所以根据引理,F∪{e}是有希望的.

归纳证毕