

应用密码学第二次作业

姓名：何小溪 学号：1901210398

sm4可逆性的证明

1、sm4的加密过程

加密算法由32次迭代运算和1次反序变换R组成，设明文输入为 $(X_0, X_1, X_2, X_3) \in (Z_2^{32})^4$ ，密文的输出为 $(Y_0, Y_1, Y_2, Y_3) \in (Z_2^{32})^4$ ，轮密钥为 $rk_i \in Z_2^{32}, i = 0, 1, \dots, 31$ 。

(1) 32次迭代运算：

$$X_{i+4} = F(X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, rk_i), i = 0, 1, \dots, 31$$

(2) 反序变换：

$$(Y_0, Y_1, Y_2, Y_3) = R(X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35}) = (X_{35}, X_{34}, X_{33}, X_{32})$$

2、轮函数结构

设输入为 $(X_0, X_1, X_2, X_3) \in (Z_2^{32})^4$ ，轮密钥为 $rk_i \in Z_2^{32}, i = 0, 1, \dots, 31$ ，则轮函数 F 为：

$$F(X_0, X_1, X_2, X_3, rk) = X_0 \oplus T(X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \oplus rk)$$

3、证明

第一步：轮密钥的顺序为 (rk_0, \dots, rk_{31}) ，第 i 轮加密为：

$$X_{i+4} = X_i \oplus T(X_{i+1} \oplus X_{i+2} \oplus X_{i+3} \oplus rk_i)$$

产生密文的顺序为： $(X_0, X_1, \dots, X_{34}, X_{35})$ ，然后经过一次反转后。最后所得密文为： $(X_{35}, X_{34}, X_{33}, X_{32})$ 。解密密文的顺序与产生密文的顺序相反，为 $(X_{35}, X_{34}, \dots, X_1, X_0)$ 。

第二步：解密的过程与加密流程一致，但轮密钥的顺序与加密相反，为 (rk_{31}, \dots, rk_0) 。则第

31 - i 轮解密为：

$$\begin{aligned}
 X_i &= X_{i+4} \oplus T(X_{i+3} \oplus X_{i+2} \oplus X_{i+1} \oplus rk_{31-(31-i)}) \\
 &= X_i \oplus T(X_{i+1} \oplus X_{i+2} \oplus X_{i+3} \oplus rk_i) \oplus T(X_{i+3} \oplus X_{i+2} \oplus X_{i+1} \oplus rk_i) \\
 &= X_i \oplus 0 \\
 &= X_i
 \end{aligned}$$

综上，可得sm4的加密过程是可逆的。