

1 Szenario

Man kennt 2 Vektoren in 2 verschiedenen Koordinatensystemen, im folgenden A und B , wie erstellt man eine Rotationsmatrix aus genau diesen Informationen, mit deren Hilfe man einen Vektor von A nach B transferieren kann?

2 Idee

Man erstellt aus den 2 bekannten Vektoren in A ein orthogonales Koordinatensystem $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$. Äquivalent verfährt man mit Koordinatensystem $B(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3)$. Gesucht ist nun eine Matrix R der Form :

$$\begin{pmatrix} \vec{w}_1 & \vec{w}_2 & \vec{w}_3 \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \vec{v}_1 & \vec{v}_2 & \vec{v}_3 \end{pmatrix}$$

Diese Matrix R hat nun die Eigenschaft alle 3 Achsen des Koordinatensystems R in die des Koordinatensystems B zu transferieren. Kennt man nun die einzelnen Vektoren aus A und B , so kann man wie folgt diese Rotationsmatrix bestimmen:

$$R = \begin{pmatrix} \vec{w}_1 & \vec{w}_2 & \vec{w}_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{v}_1 & \vec{v}_2 & \vec{v}_3 \end{pmatrix}^{-1}$$

Da es sich hier um orthogonale Matrizen handelt, kann man auch schreiben :

$$R = \begin{pmatrix} \vec{w}_1 & \vec{w}_2 & \vec{w}_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{v}_1 & \vec{v}_2 & \vec{v}_3 \end{pmatrix}^T$$

Womit die Matrix R bestimmt ist.

3 Implementierung

Es kann nun analog zu obiger Idee wie folgt implementiert werden:

```
Vector3D v1(1,1,1);
Vector3D v2(2,2,2);
CoordinateFrame3D A (v1,v2); // Aufbau des Frames A
Matrix3D V(A.x,A.y,A.z); // die matrix (v1,v2,v3)

Vector3D w1(0,1,4);
Vector3D w2(-3,2,0);
CoordinateFrame3D B (w1,w2); // Aufbau des Frames B
Matrix3D W(B.x,B.y,B.z); // die Matrix (w1,w2,w3)

Matrix3D R = W.mMult(V.transpose()); //Matrix R
Quaternion q = R.toQuaternion(); // Quaternion
```

4 Hinweis

Im obigen Beispiel sind die Vektoren v1 und v2 nicht die ersten beiden Vektoren der Matrix V !!(analog w1 und w2 bei W). Das orthogonale System wird nur aus ihnen aufgebaut.