Уравнение для эллиптических функций Вейерштрасса (1):

$E_R[R(z)] = \left(\dfrac{dR(z)}{dz}\right)^2 - 4R^3(z) - aR^2(z) - bR(z) - c = 0$

Уравнение Риккати (2):

$E_Y[Y(z)] = \dfrac{dY(z)}{dz} + Y^2(z) - \beta = 0$

Хотим выразить решения $E_R[R(z)] = 0$ через решения уравнения $E_Y[Y(z)] = 0$

Порядок полюса уравнения $E_R[R(z)] = 0$:

$p = 2$

Тогда решение $E_R[R(z)] = 0$ выражается через решения уравнения $E_Y[Y(z)] = 0$ следующим образом:

$R(z) = A_0 + A_1 Y(z) + A_2 Y^2(z)$

Требуется найти коэффициенты: A_0, A_1, A_2

Выполняем подстановку $R(z) = A_0 + A_1 Y(z) + A_2 Y^2(z)$ в уравнение $E_R[R(z)] = 0$.

После подстановки член уравнения (1) $\left(\dfrac{dR(z)}{dz}\right)^2$ породит производную $\dfrac{dY(z)}{dz}$ функии $Y(z)$.

Выразим из уравнения (2) проивзодную $\dfrac{dY(z)}{dz}$ и подставим в соответствующее выражение.

Получим полином шестой степени относительно функции $Y(z)$:

$P(Y(z), A_0, A_1, A_2, a, b, c, \beta) = 0$

Для того, чтобы он был равен нулю необходимо, чтобы были равны нулю коэффициенты при всех степенях $Y(z)$.

Выпишем коэффициенты при разных степенях $Y(z)$:

$Y^6(z) : -4A_2^3 + 4A_2^2 = 0$

$Y^5(z) : -12A_1A_2^2 + 4A_1A_2 = 0$

$Y^4(z) : -12A_0A_2^2 - 12A_1^2A_2 + A_1^2 - A_2^2a - 8A_2^2\beta = 0$

$Y^3(z) : -24A_0A_1A_2 - 4A_1^3 - 2A_1A_2a - 8A_1A_2\beta = 0$

$Y^2(z) : -12A_0^2A_2 - 12A_0A_1^2 - 2A_0A_2a - A_1^2a - 2A_1^2\beta + 4A_2^2\beta^2 - A_2b = 0$

$Y(z) : -12A_0^2A_1 - 2A_0A_1a + 4A_1A_2\beta^2 - A_1b = 0$

$Y^0(z) : -4A_0^3 - A_0^2a - A_0b + A_1^2\beta^2 - c = 0$

Из первого уравнения очевидно, что $A_2 = 1$

Подставим $A_2 = 1$ в оставшиеся уравнения, получим более простую систему следующего вида:

$Y^5(z) : -8A_1 = 0$

$Y^4(z) : -12A_0 - 11A_1^2 - a - 8\beta = 0$

$Y^3(z) : -2A_1(12A_0 + 2A_1^2 + a + 4\beta) = 0$

$Y^2(z) : -12A_0^2 - 12A_0A_1^2 - 2A_0a - A_1^2a - 2A_1^2\beta - b + 4\beta^2 = 0$

$Y(z) : A_1(-12A_0^2 - 2A_0a - b + 4\beta^2) = 0$

$Y^0(z) : -4A_0^3 - A_0^2a - A_0b + A_1^2\beta^2 - c = 0$

Из первого уравнения новой системы очевидно, что $A_1 = 0$

Аналогично предыдушему шагу, подставим значение $A_1 = 0$ в последнюю систему уравнений.

Получим новую систему из двух уравнений, следующего вида: