

静岡大学

教育（学校教育教員養成課程(発達教育学専攻（教育実践学専修、教育心理学専修、幼児教育専修）、初等学習開発学専攻、養護教育専攻、特別支援教育専攻、教科教育学専攻（国語教育専修、社会科教育専修、数学教育専修、理科教育専修、技術教育専修、家庭科教育専修、英語教育専修））、地域創造学環（地域共生コース、地域環境・防災コース、地域経営コース、アート&マネジメントコース、スポーツプロモーションコース（選抜方法A））、農（生物資源科、応用生命科）、理（生物科、地球科）

数学 - 解答

2

数列 $\{a_n\}, \{S_n\}$ について、関係式

$$a_1 = 2, a_n = n^2 - 2S_n + C \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots \textcircled{1}$$

が成立している。

(1)

$S_1 = a_1$ に注意すると、 $\textcircled{1}$ より、

$$\begin{aligned} a_1 &= 1^2 - 2S_1 + C \\ \Leftrightarrow C &= 2 - 1 + 2 \cdot 2 \\ \therefore C &= 5 \end{aligned}$$

である。

(答) $C = 5$

(2)

(1)の結果と $\textcircled{1}$ より、

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= (n+1)^2 - 2S_{n+1} + 5 \\ a_n &= n^2 - 2S_n + 5 \end{aligned}$$

である。辺々引くと、

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= 2n + 1 - 2a_{n+1} \\ \therefore a_{n+1} &= \frac{1}{3}(a_n + 2n + 1) \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

を得る。

(答) $a_{n+1} = \frac{1}{3}(a_n + 2n + 1)$

(3)

$b_n = a_n - n + 1 \Leftrightarrow a_n = b_n + n - 1$ を $\textcircled{2}$ へ代入すると

$$\begin{aligned} b_{n+1} + n &= \frac{1}{3}(b_n + 3n) \\ \Leftrightarrow b_{n+1} &= \frac{1}{3}b_n \end{aligned}$$

が成り立つ。ここで、

$$b_1 = a_1 - 1 + 1 = 2$$

$$b_1 = a_1 - 1 + 1 \\ = 2$$

であるから、数列 $\{b_n\}$ は、初項2、公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列である。よって、

$$b_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \quad \dots \textcircled{3}$$

である。

$$(\text{答}) \quad b_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

(4)

③より、 $a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + n - 1$ であるから、

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n a_k \\ &= \sum_{k=1}^n \left\{ 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} + k - 1 \right\} \\ &= 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{1}{2}n(n+1) - n \\ &= 3 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right\} + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \\ &= -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 3 \end{aligned}$$

とわかる。

$$(\text{答}) \quad S_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 3$$

このウインドウを閉じる