高 2 HL 数学 B　小テスト　夏期講習第 2 講

氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

①以下の数列の一般項を求めよ

(i) 2 , 6 , 12 , 20 , 30 , …

[解] 2 , 6 , 12 , 20 , 30

4　6　8　10　←$b_n = 2n + 2$

よって一般項は

$n \geq 2$ のとき

$a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k + 2$

$= 2 + 2 \cdot \frac{1}{2}(n-1)\{(n-1)+1\} + 2(n-1)$

$= 2 + n^2 - n + 2n - 2 = n^2 + n$

$n = 1$ のとき $a_1 = 1^2 + 1 = 2$ で成立

したがって　一般項　$a_n = \boldsymbol{n^2 + n}$

② $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots + (n-1) \cdot 2^{n-2} + n \cdot 2^{n-1}$ を求めよ

[解]求める和を S_n とすると

$$
\begin{array}{rl}
S_n = & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots (n-2) \cdot 2^{n-2} + n \cdot 2^{n-1} \\
-)\ 2S_n = & \qquad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots \qquad + (n-1) \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^n \\
\hline
-S_n = & 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + \cdots \qquad + 1 \cdot 2^{n-1} - n \cdot 2^n
\end{array}
$$

$-S_n = (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1}) - n \cdot 2^n$

$-S_n = \sum_{k=1}^{n} 2^{k-1} - n \cdot 2^n$

$-S_n = \frac{2^n - 1}{2 - 1} - n \cdot 2^n$

$-S_n = 2^n - 1 - n \cdot 2^n$

$S_n = -2^n + n \cdot 2^n + 1 = \boldsymbol{(n-1) \cdot 2^n + 1}$