

第1問

$$(1) \quad \begin{aligned} f(x) &= -2x^2 + 8tx - 12x + t^3 - 17t^2 + 39t - 18 \\ &= -2\{x - (2t - 3)\}^2 + t^3 - 9t^2 + 15t \leq t^3 - 9t^2 + 15t \end{aligned}$$

等号は $x = 2t - 3$ のときに成立する.

よって，関数 $f(x)$ の最大値は $t^3 - 9t^2 + 15t$ である.

$$(2) \quad \begin{aligned} g(t) &= t^3 - 9t^2 + 15t \text{ である.} \\ g'(t) &= 3t^2 - 18t + 15 = 3(t-1)(t-5) \text{ より,} \\ t &\geq -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ の範囲における } g(t) \text{ の増減表は次の通り.} \end{aligned}$$

t	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		1		5	
$g'(t)$		+	0	-	0	+
$g(t)$	$\frac{-(31\sqrt{2}+18)}{4}$	↗	7	↘	-25	↗

ここで， $\sqrt{2} < 2$ より，

$$g\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-(31\sqrt{2}+18)}{4} > \frac{-(31 \cdot 2 + 18)}{4} = -20 > -25 = g(5)$$

よって， $g(t)$ の最小値は -25 である.

このウィンドウを閉じる