高2HL数学B 小テスト 2学期第4講

①以下の関数によって囲まれる図形の面積を求めよ

(1)
$$y = x^2$$
, $y = 2x + 1$

[解]

共有点を求めると

$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{2}$$
, $\beta = 1 + \sqrt{2}$ とすると

求める面積Sは

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} (2x+1) - x^2 \, dx = \frac{1}{6} (\beta - \alpha)^3$$

$$\beta - \alpha = \left(1 + \sqrt{2}\right) - \left(1 - \sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2} \, \, \text{\&} \, \, \emptyset$$

$$S = \frac{1}{6}(2\sqrt{2})^3 = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

(2)
$$y = x^2 - 3x + 1$$
, $y = -x^2 - x + 5$

[解]

共有点を求めると

$$x = -1, 2$$

$$\alpha = -1$$
, $\beta = 2$ \geq $\beta \geq$

求める面積Sは

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} (-x^2 - x + 5) - (x^2 - 3x + 1) \, dx = 2 \cdot \frac{1}{6} (\beta - \alpha)^3$$

$$S = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3^3 = 9$$