

31 ベクトルの内積と三角形の面積

△OAB において、 $OA=3$ 、 $OB=2$ とする。また、辺 AB を 2:1 に内分する点を P とすると、 $OP=\frac{2\sqrt{7}}{3}$ である。 $\angle AOB=\theta$ とすると

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \quad \cos \theta = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$$

であり、△OAB の面積は $\frac{\text{オ}}{\text{キ}} \sqrt{\text{カ}}$ である。

32 線分の交点の位置ベクトル

△OAB において、辺 OA を 1:2 に内分する点を C、辺 OB を 2:1 に内分する点を D、辺 AB を 1:2 に内分する点を E とし、線分 CD と OE の交点を P とする。また、 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

このとき、点 P は線分 CD 上にあるから、 $CP:PD=s:(1-s)$ (s は実数) とおくと

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} - s \vec{a} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} s \vec{b}$$

また、点 P は直線 OE 上にあるから、 $\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OE}$ (k は実数) とおけて

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} k \vec{a} + \frac{\text{キ}}{\text{ク}} k \vec{b}$$

したがって、 $\overrightarrow{OP} = \frac{\text{ケ}}{\text{コサ}} \vec{a} + \frac{\text{シ}}{\text{スセ}} \vec{b}$ と表せる。