高２　RAT(6 月）　HL 数学　模範解答　　　　/100

(大問 1)[計 30 点]

①⑴ [5 点]　48 個	①⑵ [5 点]　12 個
② [5 点]　$\frac{45}{512}$	
③⑴ [5 点]　$6\sqrt{6}$	③⑵ [10 点]　$\frac{2}{3}\sqrt{6}$

(大問 2)[計 40 点]

① [5 点]　$x=\frac{3}{4}\,,y=9$	② [10 点]　$\theta=45°$
③ [5 点]　$x=4$	④ [10 点]　$(-5\,,0\,,6)$
⑤ [10 点]　$x=\frac{5}{3}\,,y=-3$	

(大問 3)[計 30 点]

①[解]始点を O とする

Q はOA を 2:1 に内分する点より

$\overrightarrow{OQ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}=\frac{2}{3}\vec{a}$　[1 点]

R はBC を 2:1 に内分する点より

$\overrightarrow{OR}=\frac{\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}}{3}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{c}$　[1 点]

M はQR の中点より

$\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR}}{2}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$　[1 点]

P は OM と平面 ABC の交点

(ⅰ)P は OM 上の点

$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}k\vec{a}+\frac{1}{6}k\vec{b}+\frac{1}{3}k\vec{c}$ …① [4 点]

(ⅱ)P は平面 ABC 上の点

$\overrightarrow{OP}=l\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OC}=l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}$ …② [4 点]

①，②より$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ は 1 次独立なので

$\frac{1}{3}k=l$

$\frac{1}{6}k=m$　　→ $k=\frac{6}{5}\,,l=\frac{2}{5}\,,m=\frac{1}{5}\,,n=\frac{2}{5}$

$\frac{1}{3}k=n$

$l+m+n=1$

よって

$\boldsymbol{\overrightarrow{OP}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{2}{5}\vec{c}}$　[4 点]

[計 15 点]

②[解]始点 O とする

H は平面 ABC 上の点より

$\overrightarrow{OH}=l\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OC}$

$\quad=(l+m-n\,,m+2n\,,n)$ [3 点]

$\overrightarrow{AB}=(0\,,1\,,0)\,,\overrightarrow{AC}=(-2\,,2\,,1)$ [1 点]

H は原点 O から下ろした垂線の足

つまり $\overrightarrow{OH}\perp$ 平面 ABC

(ⅰ) $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=m+2n=0$ …① [4 点]

(ⅱ) $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AC}=-2(l+m-n)+2(m+2n)+n$

$\quad=-2l+7n=0$ …② [4 点]

①，②より

$m+2n=0$

$-2l+7n=0$ $\quad\rightarrow\ l=\frac{7}{5}\,,m=-\frac{4}{5}\,,n=\frac{2}{5}$

$l+m+n=1$

よって

$\overrightarrow{OH}=\left(\frac{1}{5}\,,0\,,\frac{2}{5}\right)$

つまり $\boldsymbol{H\left(\frac{1}{5}\,,0\,,\frac{2}{5}\right)}$ [3 点]

[計 15 点]

(②の $\overrightarrow{BC}$ の場合)

$\overrightarrow{BC}=(-2\,,1\,,1)$

$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{BC}$ より

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{BC}=-2(l+m-n)+(m+2n)+n=-2l-m+5n=0$

(記述の採点基準と部分点について)

使う文字の種類は問わず、文字について言及する必要もない(k は実数など)

① ⑴ $\overrightarrow{OQ}\,,\overrightarrow{OR}\,,\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}\,,\vec{b}\,,\vec{c}$ を用いて表せてそれぞれ 1 点

⑵ P が直線 OM 上の共線条件がかけて 4 点

⑶ P が平面 ABC 上の共面条件がかけて 4 点

⑷最後の答えが合っていて 4 点

計 15 点

② ⑴ H が平面 ABC 上の点で $\overrightarrow{OH}$ を成分表示して3 点

⑵ $\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AC}\,,\overrightarrow{BC}$ のうち 2 つの成分表示が正しくて 1 点(2 つ正解で 1 点、1 つだけだと 0 点)

⑶ $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}\,,\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{BC}$ のうち 2 つの計算が正しくてそれぞれ 4 点ずつ

⑷最後の答えが合っていて 3 点

計 15 点