

高 2HL 数学 小テスト 1 学期第 3 講

氏名 _____

① O, A, B が定点で、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ について

s と t が $2s + 3t = 6$ を満たすとき、 P の存在範囲を求めよ。

[解] $2s + 3t = 6$ より

\overrightarrow{OA} を同じ方向に 3 倍伸ばした点 A'

$$\frac{1}{3}s + \frac{1}{2}t = 1$$

\overrightarrow{OB} を同じ方向に 2 倍伸ばした点 B' とする

$$s' = \frac{1}{3}s, t' = \frac{1}{2}t \text{ とおく}$$

$$\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA} = 3\vec{a}, \quad \overrightarrow{OB'} = 2\overrightarrow{OB} = 2\vec{b}$$

$$s = 3s', t = 2t'$$

$$\overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t'\overrightarrow{OB'}$$

$$\overrightarrow{OP} = 3s'\vec{a} + 2t'\vec{b}$$

$$s' + t' = 1$$

$$\overrightarrow{OP} = s'(3\vec{a}) + t'(2\vec{b})$$

よって、 P は直線 $A'B'$ 上を動く

② 次のベクトルのなす角 θ を求めよ。

$$\vec{a} = (1, 2, 1), \vec{b} = (-2, 2, 4)$$

[解]

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{6}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times (-2) + 2 \times 2 + 1 \times 4 = 6$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \text{ より}$$

$$6 = \sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

よって $\theta = 60^\circ$