高 2 HL 数学入試問題演習 <数列>　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

[1] 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \frac{1}{3}, \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 1 \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定め、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = a_1 a_2, b_{n+1} - b_n = a_{n+1} a_{n+2} \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。

(1) 一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) 一般項 b_n を n を用いて表せ。

[2005 大阪大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <数列>　氏名______________

[2] 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 5\,, a_1{}^2 + a_2{}^2 + \cdots + a_n{}^2 = \frac{2}{3}a_n a_{n+1}\ (n = 1\,,2\,,3\,,\cdots)$$

をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1) $a_2\,,a_3$ を求めよ。

(2) a_{n+2} を $a_n\,,a_{n+1}$ を用いて表せ。

(3) 一般項 a_n を求めよ。

[2016 横浜国立大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <数列>　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

[3] 自然数 k に対して、分母が $2k+1$、分子が k 以下の自然数の平方からなる分数を考える。このような分数を、分母の小さい順に、分母が同じ場合には分子の大きい順に並べてできる数列を作り、下のように群を分ける。

$$\frac{1}{3}\,\Big|\,\frac{4}{5},\frac{1}{5}\,\Big|\,\frac{9}{7},\frac{4}{7},\frac{1}{7}\,\Big|\,\frac{16}{9},\frac{9}{9},\frac{4}{9},\frac{1}{9}\,\Big|\,\frac{25}{11},\frac{16}{11},\frac{9}{11},\frac{4}{11},\frac{1}{11}\,\Big|\,\frac{36}{13},\frac{25}{13},\cdots\Big|$$

第 1 群　第 2 群　第 3 群　　第 4 群　　　　第 5 群

このとき、次の問いに答えよ。

(1) 第 n 群の最初の項を n を用いて表せ。

(2) $\frac{36}{23}$ が第何項になるかを求めよ。

(3) 第 n 群の項の総和を S_n とする。このとき、$\sum_{k=1}^{n} S_n$ の値 S を n を用いて表せ。

[2018 静岡大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <数列>　氏名______________

[4] 次の問いに答えよ。

(1) n を自然数とするとき、ある自然数 a と b を用いて、

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a + b\sqrt{3},\ \left(2-\sqrt{3}\right)^n = a - b\sqrt{3}$$

とかけることを、数学的帰納法を使って示せ。

(2) (1)の a と b について、$a^2 - 3b^2 = 1$ が成り立つことを示せ。

(3) n を自然数とするとき、ある自然数 m を用いて、

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = \sqrt{m} + \sqrt{m-1},\ \left(2-\sqrt{3}\right)^n = \sqrt{m} - \sqrt{m-1}$$

とかけることを示せ。

[2013 静岡大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <数列>　氏名______________

[5] $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ を第 n 項とする数列を次のように奇数個ずつの群に分ける。

$$\underbrace{\{a_1\}}_{\text{第1群}},\underbrace{\{a_2, a_3, a_4\}}_{\text{第2群}},\underbrace{\{a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}}_{\text{第3群}},\cdots$$

k を自然数として、次の問いに答えよ。

(1) 第 k 群の最初の項を求めよ。

(2) 第 k 群に含まれる全ての項の和 S_k を求めよ。

(3) $(k^2+1)S_k \leq \frac{1}{100}$ を満たす最小の自然数 k を求めよ。

[2010 北海道大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <数列>　氏名＿＿＿＿＿＿＿

[6] $\{a_n\}$ を数列とし、$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおく。C を定数とする。数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{S_n\}$ が関係式

$$a_1 = 2, a_n = n^2 - 2S_n + C \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たしているとする。このとき、次の問いに答えよ。

⑴ C の値を求めよ。

⑵ a_{n+1} を a_n と n を用いて表せ。

⑶ 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_n - n + 1 \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。このとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

⑷ 数列 $\{S_n\}$ の一般項を求めよ。

[2017 静岡大]

[解答欄]