

## 式と証明

### 複素数と方程式①

〔1〕  $8x^3-27$  は

$$8x^3 - 27 = (\boxed{\text{ア}}x - \boxed{\text{イ}})(\boxed{\text{ウ}}x^2 + \boxed{\text{エ}}x + \boxed{\text{オ}})$$

と因数分解される。 $x$ が実数のとき,

$$\boxed{\text{ウ}}x^2 + \boxed{\text{エ}}x + \boxed{\text{オ}} = \boxed{\text{ウ}}\left(x + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)^2 + \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}} > 0$$

であるから、 $8x^3-27>0$  となる  $x$  の値の範囲は  $x>\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  である。

〔2〕  $x, y$  は実数,  $a$  は実数の定数とする。

$$A = x^2 + 4xy + 5y^2 - 2x - 10y + a - 3$$

$$= (x + \boxed{\text{ス}}y - \boxed{\text{セ}})^2 + (y - \boxed{\text{ソ}})^2 + a - \boxed{\text{タチ}}$$

であるから、つねに  $A \geq 0$  となるための  $a$  の値の範囲は  $a \geq \boxed{\text{ツテ}}$  である。

また、 $a = \boxed{\text{ツテ}}$  で、かつ  $A = 0$  となるとき

$$x = \boxed{\text{トナ}}, \quad y = \boxed{\text{二}}$$

である。

年 組 番 名前

$x=1-2i$  が 2 次方程式  $x^2+ax+b=0$  (ただし,  $a, b$  は実数の定数) の解であるとき

$$a = \boxed{\text{アイ}}, \quad b = \boxed{\text{ウ}}$$

である。また、この  $a, b$  に対して

$$2x^3-7x^2+19x-10=(x^2+ax+b)(\boxed{\text{工}}x-\boxed{\text{才}})+\boxed{\text{力}}x+\boxed{\text{キ}}$$

であるから,  $x=1-2i$  のとき

$$2x^3 - 7x^2 + 19x - 10 = \boxed{7} - \boxed{7}i$$

である。さらに、実数係数の3次式  $f(x)$  について、 $f(1-2i)=3+8i$  であるとき、

$f(x)$  を  $x^2+ax+b$  で割ったときの余りは,  $\boxed{\text{コサ}}$   $x + \boxed{\text{シ}}$  である。

[illegible][illegible]