高 2 HL 数学入試問題演習 <微分・積分>　氏名＿＿＿＿＿＿＿

[1] 以下の問いに答えよ。

(1) t を実数の定数とする。実数全体を定義域とする関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -2x^2 + 8tx - 12x + t^3 - 17t^2 + 39t - 18$$

と定める。このとき、関数 $f(x)$ の最大値を t を用いて表せ。

(2) (1)の「関数 $f(x)$ の最大値」を $g(t)$ とする。

t が $t \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ の範囲を動くとき、$g(t)$ の最小値を求めよ。

[2014 東京大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <微分・積分>　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

[2] $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ とおく。ただし $a > 0$ とする。

⑴ $f(-1) \leq f(3)$ となる a の範囲を求めよ。

⑵ $f(x)$ の極小値が $f(-1)$ 以下となる a の範囲を求めよ。

⑶ $-1 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最小値を a を用いて表せ。

[2010 筑波大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <微分・積分>　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

[3] 次の問いに答えよ

(1) 2 次関数 $f(x)$ が

$$f(x) = 6x^2 - \left(\int_0^1 f(t)\,dt\right)^2$$

をみたすとき、$f(x)$ を求めよ。

(2) 2 次関数 $g(x)$ が

$$g(x) = 4x^2 - \left(\int_0^1 |g(t)|\,dt\right)^2$$

をみたすとき、$g(x)$ を求めよ。

[2015 横浜国立大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <微分・積分>　氏名______________

[4] $0 < t < 1$ として、放物線 C : $y = x^2$ 上の点 (t, t^2) における接線を l とする。C と l と x 軸で囲まれる部分の面積を S_1 とし、C と l と直線 $x = 1$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。$S_1 + S_2$ の最小値を求めよ。

[2014 一橋大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <微分・積分>　氏名＿＿＿＿＿＿＿

[5] 2 つの放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2$, $D: y = -(x-a)^2$ を考える。

a は正の実数である。

⑴ C 上の点 $P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ における C の接線 l を求めよ。

⑵ l がさらに D とも接するとき、l を C と D の共通接線という。

2 本(C と D の)の共通接線 l_1 , l_2 を求めよ。

⑶ 共通接線 l_1 , l_2 と C で囲まれた図形の面積を求めよ。

[2007 名古屋大]

[解答欄]

高 2 HL 数学入試問題演習 <微分・積分>　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

[6] k を実数とする。3 次関数 $y = x^3 - kx^2 + kx + 1$ が極大値と極小値をもち、極大値から極小値を引いた値が $4|k|^3$ になるとする。

このとき、k の値を求めよ。

[2019 九州大]

[解答欄]