

# 筑波大学

生命環境学群（生物学類，生物資源学類，地球学類），医学群（医学類、医療科学類），情報学群（情報科学類，情報メディア創成学類，知識情報・図書館学類），人間学群（心理学類，障害科学類，教育学類），理工学群（数学類、物理学類、化学類、応用理工学類、工学システム学類，社会工学類），社会・国際学群（社会学類，国際総合学類）

## 数学 - 解答

[1]

(1)

$$f(-1) = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}a$$

$$f(3) = 9 - \frac{9}{2}a$$

であるから

$$f(-1) \leq f(3) \Leftrightarrow -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}a \leq 9 - \frac{9}{2}a$$

これを解いて

$$a \leq \frac{7}{3}$$

となるので， $a > 0$  と合わせて

$$0 < a \leq \frac{7}{3}$$

となる。

$$(答) \quad 0 < a \leq \frac{7}{3}$$

(2)

$$\begin{aligned} f'(x) &= x^2 - ax \\ &= x(x - a) \end{aligned}$$

であるから， $a > 0$  に注意して  $f(x)$  の増減表は次のようになる。

$x$	...	0	...	$a$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	0	↘	$-\frac{1}{6}a^3$	↗

極小値は  $-\frac{1}{6}a^3$  であるから，これが  $f(-1)$  以下となるのは

$$-\frac{1}{6}a^3 \leq -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}a \Leftrightarrow a^3 - 3a - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (a+1)^2(a-2) \geq 0$$

より、 $a > 0$  に注意して

$$a \geq 2$$

となる。

(答)  $a \geq 2$

(3)

(i)  $0 < a < 3$  のとき  $f(x)$  の区間  $-1 \leq x \leq 3$  における増減表は次のようになる。

$x$	-1	...	0	...	$a$	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$f(-1)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{6}a^3$	$\nearrow$	$f(3)$

$f(-1)$  と  $-\frac{1}{6}a^3$  の大きくない方が最小値であるから、(2)の結果より

最小値は  $0 < a < 2$  のとき  $f(-1)$ 、 $2 \leq a < 3$  のとき  $-\frac{1}{6}a^3$  となる。

(ii)  $a \geq 3$  のとき、 $f(x)$  の区間  $-1 \leq x \leq 3$  における増減表は次のようになる。

$x$	-1	...	0	...	3
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$f(-1)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$f(3)$

(1)の結果より  $a \geq 3$  では  $f(-1) > f(3)$  なので、最小値は  $f(3)$  となる。

以上をまとめて、最小値は

$$0 < a < 2 \text{ のとき } -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}a, \quad 2 \leq a < 3 \text{ のとき } -\frac{1}{6}a^3, \quad a \geq 3 \text{ のとき } 9 - \frac{9}{2}a$$

となる。

$$(答) \quad 0 < a < 2 \text{ のとき } -\frac{1}{3} - \frac{1}{2}a, \quad 2 \leq a < 3 \text{ のとき } -\frac{1}{6}a^3, \quad a \geq 3 \text{ のとき } 9 - \frac{9}{2}a$$

