大阪大学

法，文，経済，人間科，医（保健(看護学)）

数学 - 解答

$\boxed{3}$

(1) $c_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおく。

$c_{n+1} - c_n = 1$ から

$$c_n = n - 1 + c_1 = n + 2$$

よって

$$a_n = \frac{1}{n+2}$$

(2) $b_{n+1} - b_n = \dfrac{1}{n+3} \cdot \dfrac{1}{n+4} = \dfrac{1}{n+3} - \dfrac{1}{n+4}$

を変形すると，

$$\begin{cases} b_n - \cancel{b_{n-1}} = \cancel{\dfrac{1}{n+2}} - \dfrac{1}{n+3} \\ \cancel{b_{n-1}} - \cancel{b_{n-2}} = \cancel{\dfrac{1}{n+1}} - \cancel{\dfrac{1}{n+2}} \\ \qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ \cancel{b_3} - \cancel{b_2} = \cancel{\dfrac{1}{5}} - \cancel{\dfrac{1}{6}} \\ \cancel{b_2} - b_1 = \dfrac{1}{4} - \cancel{\dfrac{1}{5}} \end{cases}$$

上式の辺々を加えると，

$$b_n - b_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{n+3}$$

$b_1 = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{12}$ から，

$$b_n = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} - \frac{1}{n+3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{n+3} = \frac{n}{3(n+3)}$$

このウインドウを閉じる