# 一橋大学

商、経済、法、社会

# **数学** - 解答

$\boxed{1}$

$a \geqq 1$, $b \geqq 1$, $a+b=9$　…①

のとき、$b=9-a \geqq 1$ から $a \leqq 8$ から、

$1 \leqq a \leqq 8$　…②

である。

(1)　$\log_3 a+\log_3 b$

$=\log_3 (ab)$

$=\log_3 \{a(9-a)\}$

$=\log_3 \left\{-\left(a-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{81}{4}\right\}$

ここで $f(a)=-\left(a-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{81}{4}$ とおくと、$\frac{9}{2}=\frac{1+8}{2}$ であり、②の範囲で、

$$8=f(1)=f(8) \leqq f(a) \leqq f\left(\frac{9}{2}\right)=\frac{81}{4}$$

だから、求める最大値は、

$$\log_3 \frac{81}{4}=\log_3 81-\log_3 4=4-2\log_3 2 \quad \cdots 答$$

最小値は、

$$\log_3 8=\log_3 2^3=3\log_3 2 \quad \cdots 答$$

(2)　$\log_2 a+\log_4 b$

$=\log_2 a+\frac{\log_2 b}{\log_2 4}$

$=\log_2 a+\frac{1}{2}\log_2 b$

$=\frac{1}{2}(2\log_2 a+\log_2 b)$

$=\frac{1}{2}\log_2 (a^2 b)$

$=\frac{1}{2}\log_2 \{a^2(9-a)\}$

ここで $g(a)=a^2(9-a)$ とおくと、

$g'(a)=18a-3a^2=-3a(a-6)$

よって、②の範囲における関数 $g(a)$ の増減は右のようになるから、

| $a$ | 1 | … | 6 | … | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(a)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $g(a)$ | 8 | ↗ | 108 | ↘ | 64 |

最小値は、

$$\frac{1}{2}\log_2 g(1)=\frac{1}{2}\log_2 8=\frac{3}{2} \quad \cdots 答$$

最大値は、

$$\frac{1}{2}\log_2 g(6)=\frac{1}{2}\log_2 108$$

$$=\frac{1}{2}\log_2(2^2 3^3)$$

$$=\frac{1}{2}(2+3\log_2 3)$$

$$=1+\frac{3}{2}\log_2 3 \quad \cdots 答$$

このウインドウを閉じる