

高 2 SL 数学 小テスト 2 学期第 11 講

氏名 _____

① 点 $(-1, a)$ から曲線 $y = x^3 - 6x$ に 3 本の接線が引けるような定数 a の値の範囲を求めよ

[解]

接点を $(t, t^3 - 6t)$ とおく

$$y' = 3x^2 - 6$$

$$y'(t) = 3t^2 - 6$$

よって接線の方程式は

$$y = (3t^2 - 6)(x - t) + t^3 - 6t$$

$$y = (3t^2 - 6)x - 2t^3$$

$(-1, a)$ を通るので代入すると

$$a = -2t^3 - 3t^2 + 6$$

3 本の接線を引くには上記の式を満たす t が 3 個存在すれば良いので

定数分離を用いると

$$f(t) = -2t^3 - 3t^2 + 6 \text{ とおくと}$$

$$f'(t) = -6t^2 - 6t = -6t(t + 1)$$

$$f'(t) = 0 \text{ より } t = -1, 0$$

$$f(-1) = 5, f(0) = 6 \text{ より}$$

求める範囲は

$$5 < a < 6$$