

筑波大学

社会・国際学群（社会学類，国際総合学類），生命環境学群（生物学類，生物資源学類，地球学類），医学群（医学類，医療科学類），情報学群（情報科学類，情報メディア創成学類，知識情報・図書館学類），人間学群（教育学類，心理学類，障害科学類），理工学群（数学類，物理学類，化学類，応用理工学類，工学システム学類，社会工学類）

数学 - 解答

〔1〕

(1)

$$y = \frac{1}{3}ax^2 - 2a^2x + \frac{7}{3}a^3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -\frac{2}{3}ax^2 + 2a^2x - \frac{2}{3}a^3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

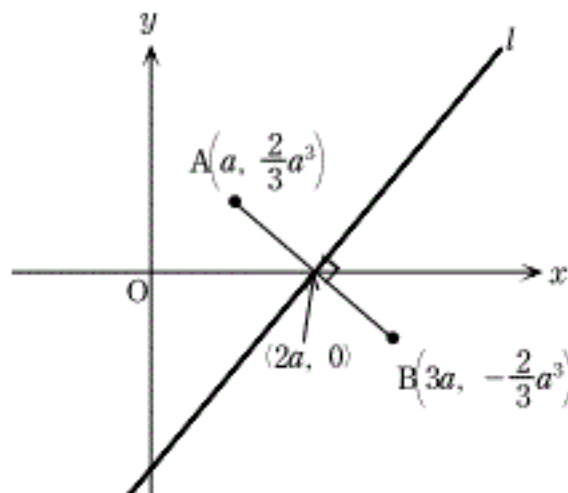
①,②の交点の x 座標は $a > 0$ であるから，

$$\frac{1}{3}ax^2 - 2a^2x + \frac{7}{3}a^3 = -\frac{2}{3}ax^2 + 2a^2x - \frac{2}{3}a^3$$

$$\Leftrightarrow ax^2 - 4a^2x + 3a^3 = 0, x^2 - 4ax + 3a^2 = 0$$

$$(x-a)(x-3a) = 0$$

$$\therefore A\left(a, \frac{2}{3}a^3\right), B\left(3a, -\frac{2}{3}a^3\right) \quad \cdots \cdots (\text{答})$$



(2) 線分 AB の中点は $(2a, 0)$ ，直線 AB の傾きは $\frac{-\frac{4}{3}a^3}{2a} = -\frac{2}{3}a^2$

よって， l の傾き m は， $m \cdot \left(-\frac{2}{3}a^2\right) = -1$ より， $m = \frac{3}{2a^2}$

$$\therefore l: y = \frac{3}{2a^2}(x-2a) \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

(3) $l: 2a^2y - 3x + 6a = 0$

距離公式より，

$$d = \frac{6a}{\sqrt{4a^4 + 9}} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

$$d = \frac{6}{\sqrt{4a^2 + \frac{9}{a^2}}}$$

相加・相乗平均より，

$$4a^2 + \frac{9}{a^2} \geq 2\sqrt{4\cancel{a^2} \cdot \frac{9}{\cancel{a^2}}} = 12$$

$$d = \frac{6}{\sqrt{4a^2 + \frac{9}{a^2}}} \leq \frac{6}{\sqrt{12}} = \sqrt{3}$$

等号は $4a^2 = \frac{9}{a^2}, a^4 = \frac{9}{4}, a = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ のとき成り立ち，

このとき， d は最大になる．

$$\therefore a = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

$$f(a) = \frac{6a}{\sqrt{4a^4 + 9}} \text{ とおくと,}$$

$$f'(a) = -24 \frac{a^4 - \frac{9}{4}}{(\sqrt{4a^4 + 9})^3}$$

$a > 0$ で $f'(a) = 0$ となる a は $a^4 = \frac{9}{4}$, $a = \frac{\sqrt{6}}{2}$ で, このとき $f(a)$ は最大になる.

$$\therefore a = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

このウィンドウを閉じる