

HL 数学 第2講

例題 1) O, A, B が定点で、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ について

s, t が以下を満たすとき、 P の存在範囲を求めよ。

$$(1) 4s + 3t = 12$$

$$(2) s + 2t \leq 2, s \geq 0, t \geq 0$$

[解] $4s + 3t = 12$ より

[解] $s + 2t \leq 2$ より

$$\frac{1}{3}s + \frac{1}{4}t = 1$$

$$\frac{1}{2}s + t \leq 1$$

$$s' = \frac{1}{3}s, t' = \frac{1}{4}t \text{ とおく}$$

$$s' = \frac{1}{2}s \text{ とおく}$$

$$s = 3s', t = 4t'$$

$$s = 2s'$$

$$\overrightarrow{OP} = 3s'\vec{a} + 4t'\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = 2s'\vec{a} + t'\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s'(3\vec{a}) + t'(4\vec{b})$$

$$\overrightarrow{OP} = s'(2\vec{a}) + t'\vec{b}$$

\overrightarrow{OA} を同じ方向に 3 倍伸ばした点 A'

\overrightarrow{OA} を同じ方向に 2 倍伸ばした点 A'

\overrightarrow{OB} を同じ方向に 4 倍伸ばした点 B'

$$\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA} = 2\vec{a}$$

$$\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA} = 3\vec{a}, \overrightarrow{OB'} = 4\overrightarrow{OB} = 4\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t'\vec{b} = s'\overrightarrow{OA'} + t\overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t'\overrightarrow{OB'}$$

$$s' + t \leq 1$$

$$s' + t' = 1$$

P は $\triangle OA'B$ の内部と周上を動く

よって P は直線 $A'B'$ 上を動く

(演習)p24 17 (1) (2) [(3) $3s + 2t \leq 3, s \geq 0, t \geq 0$]

(1) , (2)はリード B の答え参照

(3)[解] $3s + 2t \leq 3$ より

$$s + \frac{2}{3}t \leq 1$$

$$t' = \frac{2}{3}t \text{ とおく}$$

$$t = \frac{3}{2}t'$$

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + \frac{3}{2}t'\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t'\left(\frac{3}{2}\vec{b}\right)$$

\overrightarrow{OB} を同じ方向に $\frac{3}{2}$ 倍伸ばした点 B' とすると

$$\overrightarrow{OB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{3}{2}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t'\overrightarrow{OB'} = s\overrightarrow{OA} + t'\overrightarrow{OB'}$$

$$s + t' \leq 1$$

よって P は $\triangle OAB'$ の内部と周上を動く