九州大学

法，文，教育，経済（経済、経営），医（保健(看護学専攻)）

数学 - 解答

[2]

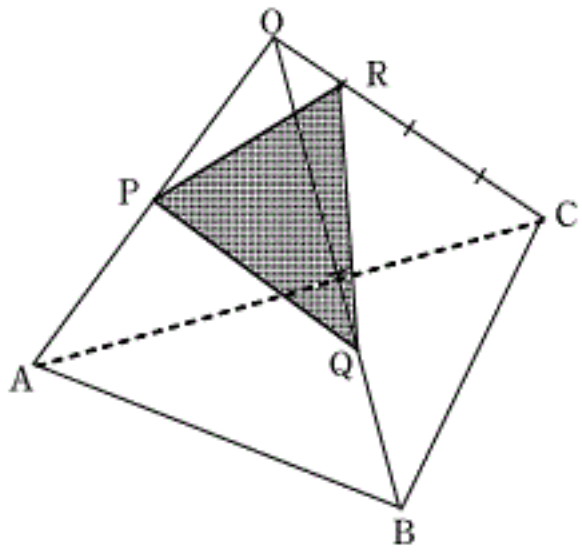
$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく．条件より，

$$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=1\cdot1\cdot\cos60^\circ=\frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{OR}-\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$$



(1) $\left|\overrightarrow{PQ}\right|^2=\left|\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}\right|^2=\frac{4}{9}|\vec{b}|^2-\frac{2}{3}\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{4}|\vec{a}|^2=\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{13}{36}$ より，

$$PQ=\sqrt{\frac{13}{36}}=\frac{\sqrt{13}}{6}\qquad\cdots\cdots(答)$$

$\left|\overrightarrow{PR}\right|^2=\left|\frac{1}{4}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}\right|^2=\frac{1}{16}|\vec{c}|^2-\frac{1}{4}\vec{c}\cdot\vec{a}+\frac{1}{4}|\vec{a}|^2=\frac{1}{16}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$ より，

$$PR=\sqrt{\frac{3}{16}}=\frac{\sqrt{3}}{4}\qquad\cdots\cdots(答)$$

(2)

$$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}=\left(\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}\right)=\frac{1}{6}\vec{b}\cdot\vec{c}-\frac{1}{8}\vec{c}\cdot\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{4}|\vec{a}|^2$$

$$=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{5}{48}\qquad\cdots\cdots(答)$$

(3)

$$\triangle PQR=\frac{1}{2}\sqrt{\left|\overrightarrow{PQ}\right|^2\left|\overrightarrow{PR}\right|^2-\left(\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{36}\cdot\frac{3}{16}-\left(\frac{5}{48}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{131}}{96}\qquad\cdots\cdots(答)$$

このウインドウを閉じる