

高 2HL 数学 小テスト 1 学期第 1 講

氏名 _____

① $\triangle ABC$ において、 AB を $2:1$ に内分する点 $D(AD:DB = 2:1)$, AC の中点 $E(AE:EC = 1:1)$ のとき、 BE と CD の交点を P とする。

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$ として、 \overrightarrow{AP} を \vec{a}, \vec{b} で表せ。

(解) 始点 A とする

D は AB を $2:1$ に内分するので

$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\vec{a}$$

E は AC の中点より

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{b}$$

P は BE と CD の交点

(i) P は BE 上の点

$$\overrightarrow{AP} = (1-t)\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AE} = (1-t)\vec{a} + \frac{1}{2}t\vec{b} \quad (t \text{ は実数}) \dots \textcircled{1}$$

(ii) P は CD 上の点

$$\overrightarrow{AP} = (1-s)\overrightarrow{AC} + s\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}s\vec{a} + (1-s)\vec{b} \quad (s \text{ は実数}) \dots \textcircled{2}$$

① , ②より \vec{a}, \vec{b} は 1 次独立なので

$$\left[\begin{array}{l} (1-t) = \frac{2}{3}s \\ \frac{1}{2}t = (1-s) \end{array} \right. \quad \text{より} \quad t = \frac{1}{2}, s = \frac{3}{4}$$

$$\text{よって} \quad \overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$$