

高2 HL 数学 B 小テスト 2 学期第3 講

氏名 _____

①次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ

$$(1) f(x) = x^2 + x + 2 \int_0^1 f(t) dt$$

[解]

$$\int_0^1 f(t) dt = a \text{ とおく}$$

$$f(x) = x^2 + x + 2a$$

$$\int_0^1 (t^2 + t + 2a) dt = a$$

$$\left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2at \right]_0^1 = a$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 2a = a \text{ より } a = -\frac{5}{6}$$

よって

$$f(x) = x^2 + x - \frac{5}{3}$$

②次の等式を満たす関数 $f(x)$ および定数 a の値を求めよ

$$(1) \int_a^x f(t) dt = 2x^2 - x - 1$$

[解]

両辺を x で微分する

$$f(x) = 4x - 1$$

次に $x = a$ を代入すると

$$\int_a^a f(t) dt = 2a^2 - a - 1$$

$$0 = 2a^2 - a - 1$$

$$(2a + 1)(a - 1) = 0$$

よって

$$a = 1, -\frac{1}{2}$$