# <図形と方程式　公式集>

- 2 点間の距離

$A(x_1\,,y_1)\,,B(x_2\,,y_2)$ に対して

$\boldsymbol{AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}}$

- 分点

$A(x_1\,,y_1)\,,B(x_2\,,y_2)\,,C(x_3\,,y_3)$に対して

① 内分点

$AB$ を$m:n$に内分する点$P$

$\boldsymbol{P\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n}\,,\frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)}$

② 外分点

$AB$ を$m:n$に外分する点$Q$ → $AB$を$\boldsymbol{m:-n}$に内分する点$Q$

$Q\left(\frac{-nx_1+mx_2}{m-n}\,,\frac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

③ 中点

$AB$の中点 M → $AB$を 1: 1 に内分する点$M$

$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}\,,\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

④ 重心(各頂点から各辺への 2 等分線が交わった点)

$\varDelta ABC$の重心$G$

$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\,,\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

- 直線の方程式

① 傾き $m$

② 1 点 $(x_1\,,y_1)$

直線の方程式は

$y-y_1=m(x-x_1)$

$\boldsymbol{y=m(x-x_1)+y_1}$

以下の⑴，⑵は図示して考えること

⑴$(x_1, y_1)$ を通り、$x$軸に垂直($y$軸に平行)

$x = x_1$

⑵$(x_1, y_1)$ を通り、$y$軸に垂直($x$軸に平行)

$y = y_1$

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ の傾き(変化の割合) $m$ は

$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

平行　→ 傾きが**同じ(等しい)**

垂直　→ 傾き**かけて$-1$**($m_1 m_2 = -1$)

## ● 点と直線の距離

$(x_1, y_1)$ と $ax + by + c = 0$ との距離 $d$ は

$\boldsymbol{d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$

## ● 円の方程式

① 中心 $(a, b)$

② 半径 $r$

円の方程式は

$\boldsymbol{(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2}$

特に中心が原点$(0, 0)$ のとき

$x^2 + y^2 = r^2$

## ● 円の接線

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, (x_1, y_1)$における接線は

$\boldsymbol{(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2}$

特に原点中心の円$x^2 + y^2 = r^2$ のとき

$x_1 x + y_1 y = r^2$

# <図形と方程式 解法集>

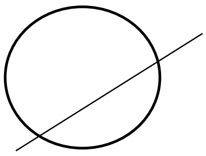
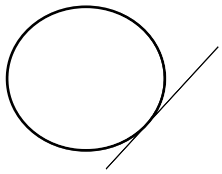
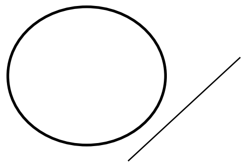
## ● 対称な点

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ が軸の直線 $l$ で対称
① $AB$と $l$ が**垂直**
② $AB$の**中点**が $l$ 上

## ● 円の決定(3 点から)

$x^2 + y^2 + px + qy + r = 0$ とおいて 3 つの座標を代入
→3 元 1 次方程式を解いて、$p, q, r$ を求める

## ● 共有点

| 共有点 | 2 点 | 1 点(接する) | 0 点(共有点なし) |
|---|---|---|---|
| 図示 |  |  |  |
| 判別式$D$ | $D > 0$ | $D = 0$ | $D < 0$ |
| 点と直線の距離(円のみ) $d$ [円の半径 $r$] | $d < r$ | $d = r$ | $d > r$ |

## ● 2 円の共有点(直線も同様)

$\left(\text{円 } 1\right) = 0, \left(\text{円 } 2\right) = 0$

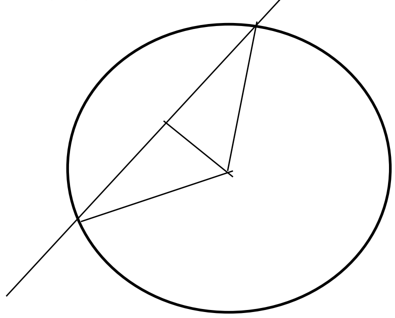
$\boldsymbol{\left(\text{円}1\right) + k\left(\text{円}2\right) = 0}$を考える

## ● 弦の長さ

円 $(x-p)^2 + (x-q)^2 = r^2$ と直線 $ax + by + c = 0$ で出来る線分(弦)の長さ$l$は

$d = \frac{|ap+bq+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ [円の中心$(p, q)$ と直線の距離]

$l' = \sqrt{r^2 - d^2}$
$l = 2l'$



● 円の接線(曲線外)

**接点**をおく　　　　　→ ①接線の公式を使って連立方程式を解く

接線の傾きをおく　→ ②判別式 $D = 0$ を使う(接線= 円との共有点が 1 点)
③点と直線の距離 $d = r$ を使う(②と同様)

● 軌跡[ある条件を満たす点の集合(1 点も)]

① 求める点$(x, y)$ とおく
② 他に必要な点をおく
③ 条件から式を立てる
④ $x, y$ 以外の文字を消去する
→$x, y$ の式にする

● 媒介変数表示[$x, y$ の関係を別の変数(媒介変数)で表したもの]

① 媒介変数を消去する
→$x, y$ の式にする
**② $\boldsymbol{x, y}$ の定義域を考える**

● 領域[軌跡が拡大した範囲・軌跡の拡張]

① 不等式を等式と考え、グラフを書く
② グラフの上・下または内部・外部を考える
**③ 境界線を考える**

● 線形計画法

① 領域を図示する
**② (式)= $\boldsymbol{k}$ とおく**
③ $k$ が何を表すかを考える

● 通過領域

$y =$ ( $t$ の式) が通過する領域
**→ $\boldsymbol{t}$ についての方程式が実数解をもつ**
→解の配置問題(①判別式　②軸　③切片)