

2

(1) $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$ より,

$$\begin{aligned} f(\theta) &= 4\cos 2\theta \sin \theta + 3\sqrt{2}\cos 2\theta - 4\sin \theta \\ &= 4(1 - 2\sin^2 \theta)\sin \theta + 3\sqrt{2}(1 - 2\sin^2 \theta) - 4\sin \theta \\ &= -8\sin^3 \theta - 6\sqrt{2}\sin^2 \theta + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

ここで, $x = \sin \theta$ とおくとき,

$$\underline{f(\theta) = -8x^3 - 6\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{2}}$$

(2) $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ より, $-1 \leq x \leq 1$

$g(x) = -8x^3 - 6\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{2}$ とおくと,

$$\begin{aligned} g'(x) &= -24x^2 - 12\sqrt{2}x \\ &= -24x\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \end{aligned}$$

$g(x)$ の増減は以下の通りである.

x	-1	---	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	---	0	---	1
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$	$8-3\sqrt{2}$	\searrow	$2\sqrt{2}$	\nearrow	$3\sqrt{2}$	\searrow	$-8-3\sqrt{2}$

$$2\sqrt{2} - (-8 - 3\sqrt{2}) > 0 \text{ より, } g\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > g(1)$$

$$3\sqrt{2} - (8 - 3\sqrt{2}) > 0 \text{ より, } g(0) > g(-1)$$

したがって,

$x=1$ のとき, 最小値 $-8-3\sqrt{2}$

$x=0$ のとき, 最大値 $3\sqrt{2}$

このとき, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ より,

$x=1$ つまり $\sin \theta = 1$ のとき, $\theta = \frac{\pi}{2}$

$x=0$ つまり $\sin\theta=0$ のとき, $\theta=0$

以上より,
$$\begin{cases} \theta=\frac{\pi}{2} \text{ のとき, 最小値 } -8-3\sqrt{2} \\ \theta=0 \text{ のとき, 最大値 } 3\sqrt{2} \end{cases}$$

このウィンドウを閉じる