

## HL 数学 第7講

例題 1)  $O, A, B$  が定点で、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とする。 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$  について

$s, t$  が以下を満たすとき、 $P$  の存在範囲を求めよ。

$$(1) 4s + 3t = 12$$

$$(2) s + 2t \leq 2, s \geq 0, t \geq 0$$

[解]  $4s + 3t = 12$  より

[解]  $s + 2t \leq 2$  より

$$\frac{1}{3}s + \frac{1}{4}t = 1$$

$$\frac{1}{2}s + t \leq 1$$

$$s' = \frac{1}{3}s, t' = \frac{1}{4}t \text{ とおく}$$

$$s' = \frac{1}{2}s \text{ とおく}$$

$$s = 3s', t = 4t'$$

$$s = 2s'$$

$$\overrightarrow{OP} = 3s'\vec{a} + 4t'\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = 2s'\vec{a} + t'\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s'(3\vec{a}) + t'(4\vec{b})$$

$$\overrightarrow{OP} = s'(2\vec{a}) + t'\vec{b}$$

$\overrightarrow{OA}$  を同じ方向に 3 倍伸ばした点  $A'$

$\overrightarrow{OA}$  を同じ方向に 2 倍伸ばした点  $A'$

$\overrightarrow{OB}$  を同じ方向に 4 倍伸ばした点  $B'$

$$\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA} = 2\vec{a}$$

$$\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA} = 3\vec{a}, \overrightarrow{OB'} = 4\overrightarrow{OB} = 4\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t'\vec{b} = s'\overrightarrow{OA'} + t\overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t'\overrightarrow{OB'}$$

$$s' + t \leq 1$$

$$s' + t' = 1$$

$P$  は  $\triangle OA'B$  の内部と周上を動く

よって  $P$  は直線  $A'B'$  上を動く

(演習)p24 17 (1) (2) [(3)  $3s + 2t \leq 3, s \geq 0, t \geq 0$ ]

(1) , (2)はリード B の答え参照

(3)[解] $3s + 2t \leq 3$  より

$$s + \frac{2}{3}t \leq 1$$

$$t' = \frac{2}{3}t \text{ とおく}$$

$$t = \frac{3}{2}t'$$

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + \frac{3}{2}t'\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t'\left(\frac{3}{2}\vec{b}\right)$$

$\overrightarrow{OB}$ を同じ方向に $\frac{3}{2}$ 倍伸ばした点 $B'$ とすると

$$\overrightarrow{OB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{3}{2}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t'\overrightarrow{OB'} = s\overrightarrow{OA} + t'\overrightarrow{OB'}$$

$$s + t' \leq 1$$

よって  $P$ は $\triangle OAB'$ の内部と周上を動く