首都大学東京

都市教養(都市教養学科(理工学系-数理科学コース),都市教養学科(理工学系-物理学コース、化学コース、生命科学コース),都市教養学科(理工学系-電気電子工学コース),都市教養学科(理工学系-機械工学コース)),健康福祉(放射線学科),都市環境(都市環境学科(地理環境コース),都市環境学科(都市基盤環境コース、建築都市コース、分子応用化学コース)),システムデザイン(システムデザイン学科(ヒューマンメカトロニクスシステムコース、情報通信システムコース、航空宇宙システム工学コース),システムデザイン学科(経営システムデザインコース),システムデザイン学科(インダストリアルアートコース))

数学 - 解答

2

$$\begin{cases} 3^x = a \\ 12^y = a \end{cases}$$

より,

$$\begin{cases} x = \frac{\log a}{\log 3} \\ y = \frac{\log a}{\log 12} \end{cases}$$

である。これを $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ に代入して、

$$\frac{\log 3}{\log a} + \frac{\log 12}{\log a} = 2$$

$$\Leftrightarrow \log 3 + \log 3 + 2 \log 2 = 2 \log a$$

$$\Leftrightarrow \log a = \log 2 + \log 3$$

$$\Leftrightarrow \log a = \log 6$$

$$\Leftrightarrow a = 6$$

を得る。

(答) a=6

(2)

b, cは正の実数なので、 $\frac{c}{b} > 0$ である必要がある。与式より、

$$(\log_2 z - \log_2 b)(\log_2 z - \log_2 c) + 1 = 0$$

である。ここで,

$$\log_2 z = Z$$
, $\log_2 b = B$, $\log_2 c = C$

とすると、Z、B、Cの範囲は全実数であり、

$$Z^{2}-(B+C)Z+BC+1=0$$

を得る。これを満たす実数Zが存在する条件は、この方程式をZの2次方程式と見たときの 判別式が0以上であることより、

$$D = (B+C)^2 - 4BC - 4 \ge 0$$

$$\Leftrightarrow B^2 - 2BC + C^2 - 4 \ge 0$$

(- - - -)(- - -)

$$\Leftrightarrow (C-B+2)(C-B-2) \leq 0$$

である。ここで,

$$C-B = \log_2 \frac{c}{h}$$

であるので,

$$(C-B+2)(C-B-2) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\log_2 \frac{c}{b} + 2\right) \left(\log_2 \frac{c}{b} - 2\right) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{c}{b} \leq -2, 2 \leq \log_2 \frac{c}{b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{c}{b} \leq \frac{1}{4}, 4 \leq \frac{c}{b}$$

を得る。 $\frac{c}{b} > 0$ と合わせて,

$$0 < \frac{c}{b} \le \frac{1}{4}, 4 \le \frac{c}{b}$$

である。

(答)
$$0 < \frac{c}{b} \le \frac{1}{4}, 4 \le \frac{c}{b}$$

このウインドウを閉じる