高２HL 数学Ｂ　小テスト　夏期講習第２講

氏名　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

①以下の数列の一般項を求めよ

(ⅰ) 3 , 4 , 6 , 10 , 18 , …

[解]3 , 4 , 6 , 10 , 18

　　1　2　4　8　 ←$b_n = 2^{n-1}$

よって一般項は

$n \geq 2$ のとき

$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^{k-1} = 3 + \frac{2^{n-1}-1}{2-1} = 2^{n-1} + 2$

$n = 1$ のとき$a_1 = 2^{1-1} + 2 = 1 + 2 = 3$ で成立

したがって　一般項　$a_n = \mathbf{2^{n-1} + 2}$

② $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots + (n-1) \cdot 2^{n-2} + n \cdot 2^{n-1}$を求めよ

[解]求める和をS_nとすると

$$
\begin{array}{rl}
S_n = & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots (n-2) \cdot 2^{n-2} + n \cdot 2^{n-1} \\
\underline{-)\,2S_n =} & \underline{\qquad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots \qquad + (n-1) \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^n} \\
-S_n = & 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + \cdots \qquad + 1 \cdot 2^{n-1} - n \cdot 2^n
\end{array}
$$

$-S_n = (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1}) - n \cdot 2^n$

$-S_n = \sum_{k=1}^{n} 2^{k-1} - n \cdot 2^n$

$-S_n = \frac{2^n - 1}{2-1} - n \cdot 2^n$

$-S_n = 2^n - 1 - n \cdot 2^n$

$S_n = -2^n + n \cdot 2^n + 1 = \mathbf{(n-1) \cdot 2^n + 1}$