横浜国立大学

経済（経済システム(経済コース)，経済システム(法と経済コース)，国際経済）

数学 - 解答

1

(1) $a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+\cdots\cdots a_n{}^2=\dfrac{2}{3}a_na_{n+1}\ \ (n=1,2,3,\cdots\cdots)$ ……①

①で $n=1$ 代入

$$a_1{}^2=\frac{2}{3}a_1a_2 \qquad a_1=5$$

$$\Longleftrightarrow 25=\frac{10}{3}a_2$$

$$\Longleftrightarrow \underline{a_2=\frac{15}{2}} \quad \text{（答）}$$

①で $n=2$ 代入

$$25+\frac{225}{4}=\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{2}a_3$$

$$\Longleftrightarrow 5a_3=\frac{325}{4}$$

$$\Longleftrightarrow \underline{a_3=\frac{65}{4}} \quad \text{（答）}$$

(2) ①より，

$$a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+\cdots\cdots a_n{}^2+a_{n+1}{}^2=\frac{2}{3}a_{n+1}a_{n+2} \quad (n=0,1,2,\cdots\cdots)$$

$$-)\ a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+\cdots\cdots a_n{}^2=\frac{2}{3}a_na_{n+1} \quad (n=1,2,3,\cdots\cdots)$$

$$a_{n+1}{}^2=\frac{2}{3}a_{n+1}(a_{n+2}-a_n) \qquad (①より\ a_{n+1}>0)$$

$$\Longleftrightarrow a_{n+1}=\frac{2}{3}(a_{n+2}-a_n)$$

ゆえに，$\underline{a_{n+2}=\dfrac{3}{2}a_{n+1}+a_n\ \ (n=1,2,3,\cdots\cdots)}$ （答） ……②

(3) ②より，

$$\begin{cases} a_{n+2}+\dfrac{1}{2}a_{n+1}=2\left(a_{n+1}+\dfrac{1}{2}a_n\right) & \cdots\cdots③ \\ a_{n+2}-2a_{n+1}=-\dfrac{1}{2}(a_{n+1}-2a_n) & \cdots\cdots④ \end{cases}$$

③より，　$a_{n+1}+\dfrac{1}{2}a_n=10\cdot 2^{n-1}$ ……③′

④より，　$a_{n+1}-2a_n=-\dfrac{5}{2}\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ ……④′

③′, ④′ より，　$\underline{a_n=2^{n+1}+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\ \ (n=1,2,3,\cdots\cdots)}$ （答）