

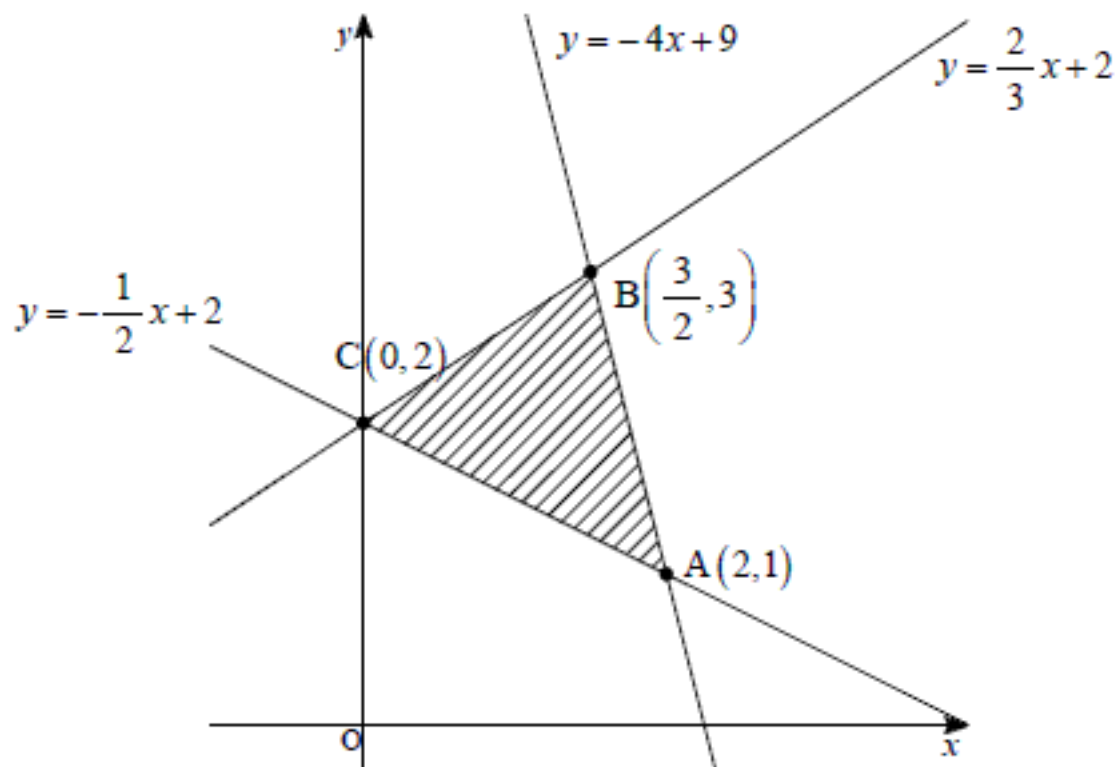
2

$$y \leq -4x + 9 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y \geq -\frac{1}{2}x + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$y \leq \frac{2}{3}x + 2 \quad \dots \textcircled{3}$$

とする。①かつ②かつ③の表す領域 D を図示すると、下図の斜線部となる。
(境界はすべて含む)



ここで、各々の直線の交点を求めておくと

$$\text{点 } A(2,1), B\left(\frac{3}{2}, 3\right), C(0,2)$$

である。

[1] $2x + y$ について

$$2x + y = k \quad \dots \textcircled{4}$$

と置くと、この直線が領域 D と交点を持つような k の最大値と最小値を求めればよい。

$$y = -2x + k$$

とすると、 k は切片となる。

[i] 切片 k が最大となるとき

④が点 B を通るときで、このとき、

$$k = 2 \cdot \frac{3}{2} + 3$$

$$= 6$$

[ii] 切片 k が最小となるとき

④が点 C を通るときで、このとき、

$$\begin{aligned} k &= 2 \cdot 0 + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

[2] $x^2 + y^2$ について

$$x^2 + y^2 = OP^2$$

であるから、

[i] OP が最大となるとき

P と B が一致するときで、このとき、

$$\begin{aligned} OP^2 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2 \\ &= \frac{45}{4} \end{aligned}$$

[ii] OP が最小となるとき

O を通って $y = -\frac{1}{2}x + 2$ に垂直な直線は $y = 2x$ であり、 $y = 2x$ と $y = -\frac{1}{2}x + 2$ との交

点 $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ に点 P が一致するときである。このとき、

$$\begin{aligned} OP^2 &= \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2 \\ &= \frac{16}{5} \end{aligned}$$

以上をまとめて、

$2x + y$ の最大値 : 6 最小値 : 2

$x^2 + y^2$ の最大値 : $\frac{45}{4}$ 最小値 : $\frac{16}{5}$

である。

$2x + y$ の最大値 : 6 最小値 : 2

(答) $x^2 + y^2$ の最大値 : $\frac{45}{4}$ 最小値 : $\frac{16}{5}$

