数学 - 解答

1.

(1)　$2t^3-3t^2+1=\underline{(t-1)^2(2t+1)}$ <u>（答）</u>

(2)

$$
\begin{aligned}
f(x)&=x^3+3x^2-3(t^2-1)x+2t^3-3t^2+1\\
f'(x)&=3x^2+6x-3(t^2-1)\\
&=3\{x^2+2x-(t+1)(t-1)\}\\
&=3(x+t+1)(x-t+1)\ \ (\text{ただし}, t>0)
\end{aligned}
$$

x	$\cdots$	$-t-1$	$\cdots$	$t-1$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$	(極小)	$\nearrow$

← [$x=t-1$ で $f(x)$ は極小値をもつ]

よって，

$$
\begin{aligned}
f(t-1)&=(t-1)^3+3(t-1)^2-3(t^2-1)(t-1)+\underset{\uparrow\,(1)}{\underline{\underline{2t^3-3t^2+1}}}\\
&=(t-1)^2\{(t-1)+3-3(t+1)+(2t+1)\}\\
&=(t-1)^2\cdot 0\\
&=0
\end{aligned}
$$

（証明終）

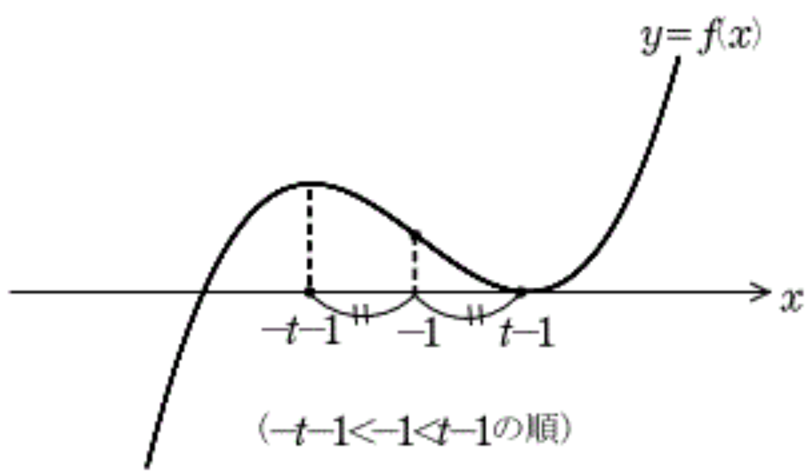
(3)　(2)より，(極値)$=0$ に注意して，
グラフを描くと右図の通り．
$-1\leqq x\leqq 2$ について最小値を調べる．

(i)　$2\leqq t-1$　$(3\leqq t)$ のとき

$$
\begin{aligned}
m&=f(2)\\
&=\underline{\underline{2t^3-9t^2+27}}
\end{aligned}
$$

(ii)　$t-1\leqq 2$　$(0<t\leqq 3)$ のとき

$$
\begin{aligned}
m&=f(t-1)\\
&=\underline{\underline{0}}
\end{aligned}
$$



以上(i)，(ii)より，

$$
\underline{m=\begin{cases}2t^3-9t^2+27 & (3\leqq t)\\ 0 & (0<t\leqq 3)\end{cases}\ \ (\text{答})}
$$

次に，　$-1\leqq x\leqq 2$ について，最大値を調べる．
最大値は，　$f(-1)=2t^3$，$f(2)=2t^3-9t^2+27$ のいずれか．

(iii) $f(-1) \geqq f(2)$ $\left(9\left(t+\sqrt{3}\right)\left(t-\sqrt{3}\right) \geqq 0$ より, $t \geqq \sqrt{3}\right)$ のとき

$$\begin{aligned} M &= f(-1) \\ &= \underline{\underline{2t^3}} \end{aligned}$$

(iv) $f(-1) \leqq f(2)$ $\left(9\left(t+\sqrt{3}\right)\left(t-\sqrt{3}\right) \leqq 0$ より, $0 < t \leqq \sqrt{3}\right)$ のとき

$$\begin{aligned} M &= f(2) \\ &= \underline{\underline{2t^3 - 9t^2 + 27}} \end{aligned}$$

以上(iii), (iv)より,

$$\underline{M = \begin{cases} 2t^3 & \left(t \geqq \sqrt{3}\right) \\ 2t^3 - 9t^2 + 27 & \left(0 < t \leqq \sqrt{3}\right) \end{cases} \quad (\text{答})}$$

このウインドウを閉じる