高2HL数学B　小テスト　夏期講習第5講

氏名 _____

①以下の漸化式を解け

(ⅰ) $a_1=-1\,,a_2=1\,,a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=0$

[解]特性方程式 $x^2-5x+6=0$ より $(x-2)(x-3)=0$ なので $x=2\,,3$

よって上記の式は

$a_{n+2}-2a_{n+1}=3(a_{n+1}-2a_n)$ …(1)

$a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n)$ …(2)

(1)より

$a_{n+2}-2a_{n+1}=3(a_{n+1}-2a_n)$

$b_n=a_{n+1}-2a_n$ とすると $b_{n+1}=a_{n+2}-2a_{n+1}$ より

$b_1=a_2-2a_1=1-2\cdot(-1)=1+2=3\,,b_{n+1}=3b_n$

$b_n=3\cdot3^{n-1}=3^n$

$a_{n+1}-2a_n=b_n$ より

$a_{n+1}-2a_n=3^n$ …(3)

(2)より

$a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n)$

$c_n=a_{n+1}-3a_n$ とすると $c_{n+1}=a_{n+2}-3a_{n+1}$ より

$c_1=a_2-3a_1=1-3\cdot(-1)=1+3=4\,,c_{n+1}=2c_n$

$c_n=4\cdot2^{n-1}=2^{n+1}$

$a_{n+1}-3a_n=c_n$ より

$a_{n+1}-3a_n=2^{n+1}$ …(4)

(3)−(4)より

$$\begin{array}{rl} & a_{n+1}-2a_n=3^n \\ -) & a_{n+1}-3a_n=2^{n+1} \\ \hline & \boldsymbol{a_n=3^n-2^{n+1}} \end{array}$$