入試問題集

<要項>

これは2学期の入試問題演習における補足問題である。

指定した問題について通常の入試問題演習と同様毎回予習してもらう。

大学名を見ればわかると思うが、難関国公立の問題を持ってきている。

しかし、絶対解けない問題は当然のごとく持ってきていない。時間かければ解けるもの、解説を聞けばきちんと理解できるものしか持ってきていない。現在の力でどこまで自分が解けるか見るためのものなので、出来るところまで挑戦してみて欲しい。(絶対予習で出来なきゃいけない訳でない)

つまり、2回目解くときにきちんと解ければいいのである。

<方式>

1. 指定された問題を配布する用紙に予習する

2. 授業で解説され、正解　→ その解答をその日に提出

　　　　　　　　　不正解 → 次回解き直しを提出

<補足>

指定しなかった問題については、各自で解くか、解かないかは自由である。解いて解答が欲しい人は渡します。

<図形と方程式>

① を正の実数とする。2つの関数

のグラフは、2点A , Bで交わる。但し、Aの座標はBの座標より

小さいとする。また、2点A , Bを結ぶ線分の垂直二等分線をとする。

⑴ 2点A , Bの座標をを用いて表せ。

⑵ 直線の方程式をを用いて表せ。

⑶ 原点と直線の距離をを用いて表せ。また、の範囲でを最大にするの値を求めよ。

[2017 筑波大]

② 座標平面上の点がの範囲を動くとき、のそれぞれの最大値と最小値を求めよ。

[2010 京都大]

③ 実数に対して2点を考える。

がの範囲を動くとき、線分PQが通過してできる図形を図示し、その面積を求めよ。

[2014 名古屋大]

④ 座標平面上の点が次の方程式を満たす。

このとき、のとりうる最大の値を求めよ。　　　　 [2012 東大]

<指数・対数関数>

①⑴ を満たす実数が存在するような

の値の範囲を求めなさい。

　⑵ 正の実数が

を満たすとき、の取りうる値の範囲を求めなさい。

　　[2009 首都大]

②⑴ 実数に関する連立不等式

が解をもつような実数の範囲を求めよ。

　⑵ を満たす全ての実数に対して不等式

が成り立つような実数の範囲を求めよ。

　　　[2011 東北大]

③ 実数は、を満たす。

　⑴ の最大値と最小値を求めよ。

　⑵ の最大値と最小値を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2017 一橋大]

<三角関数>

①⑴ 等式を示せ。

　⑵ は3次方程式の解であることを示せ。

　⑶ となる角

を求めよ。但し、とする。

　[2009 筑波大]

② で定義された関数

を考える。

⑴ とおく。をで表せ。

⑵ の最大値と最小値、およびそのときのの値を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2012 北海道大]

③ 2つの関数を

とする。

⑴ をの関数で表せ。

⑵ をの関数で表せ。

⑶ のとき、の最大値、最小値とそのときのの値を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2003 東北大]

<ベクトル>

① 座標平面における次の3つの直線を考える:

は点を通り、ベクトルに平行な直線である

は点を通り、ベクトルに平行な直線である

は点を通り、ベクトルに平行な直線である

Pを上の点として、Pからへ下ろした垂線の足をそれぞれQ , Rとする。このとき、を最小にするようなPと、そのときの

を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2014 京都大]

② 正四面体OABCの1辺の長さを1とする。辺OAを2:1に内分する点をP、辺OBを1:2に内分する店をQとし、を満たすに対して、辺OCをに内分する点をRとする。

⑴ PQの長さを求めよ。

⑵ PQRの面積が最小となるときのの値を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 [2008 一橋大]

③ 1辺の長さが1である正四面体OABCを考える。辺OAの中点をP、辺OBを2:1に内分する点をQ、辺OCを1:3に内分する点をRとする。以下の問いに答えよ。

⑴ 線分PQの長さと線分PRの長さを求めよ。

⑵ との内積を求めよ。

⑶ 三角形PQRの面積を求めよ。

[2015 九州大]

④ 四面体OABCにおいて、と

する。頂点Oから平面ABCに垂線を下ろし、平面ABCとの交点をHとする。頂点Aから平面OBCに垂線を下ろし、平面OBCとの交点をH’とする。

⑴ として、と表す。このとき、およびをの式で表せ。

⑵ 四面体OABCの体積Vをの式で表せ。また、が変化するときのVの最大値を求めよ。　　　　　　　　　　　　　　　　　[2015 東工大]

⑤ 四面体OABCがあり、とする。三角形ABCの重心をGとする。点D , E , Pををみたす点として、平面ADEと直線OPの交点をQとする。次の問いに答えよ。

⑴ をを用いて表せ。

⑵ 三角形ADEの面積を、三角形QDEの面積をとするとき、を求めよ。

⑶ 四面体OADEの体積を、四面体PQDEの体積をとするとき、を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2016 横浜国立大]

<数列>

① を第項とする数列を次のように奇数個ずつの群に分ける。

第1群　 第2群　　　　第3群

を自然数として、次の問いに答えよ。

⑴ 第群の最初の項を求めよ。

⑵ 第群に含まれる全ての項の和を求めよ。

⑶ を満たす最小の自然数を求めよ。

[2010 北海道大]

② 数列を

で定め、数列を

で定める。

⑴ 一般項をを用いて表せ。

⑵ 一般項をを用いて表せ。　　　　　　　　　　　[2005 大阪大]

③ 数列は以下の条件をみたす。

(ⅰ) は0 , 1 , 2のいずれかである。

(ⅱ) は

をみたす整数である。

次の問いに答えよ

⑴ を求めよ。

⑵ を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2018 横浜国立大]

④ 数列は

をみたすとする。次の問いに答えよ。

⑴ を求めよ。

⑵ をを用いて表せ。

⑶ 一般項を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2016 横浜国立大]

<微分・積分>

① とおく。ただしとする。

⑴ となるの範囲を求めよ。

⑵ の極小値が以下となるの範囲を求めよ。

⑶ におけるの最小値をを用いて表せ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2010 筑波大]

② 次の問いに答えよ

⑴ 2次関数が

をみたすとき、を求めよ。

⑵ 2次関数が

をみたすとき、を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2015 横浜国立大]

③ を実数とする。のグラフCへ点Pから接線を引く。

⑴ 接線がちょうど1本だけ引けるようなの範囲を求めよ。

⑵ が⑴で求めた範囲を動くとき、PからCへ引いた接線とCで囲まれた部分の面積をとする。の取りうる値の範囲を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2014 京都大]

④ 2つの放物線を考える。

は正の実数である。

⑴ 上の点におけるの接線を求めよ。

⑵ がさらにとも接するとき、をとの共通接線という。

2本(との)の共通接線を求めよ。

⑶ 共通接線とで囲まれた図形の面積を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2007 名古屋大]

⑤ 以下の問いに答えよ。

⑴ を実数の定数とする。実数全体を定義域とする関数を

と定める。このとき、関数の最大値をを用いて表せ。

⑵ ⑴の「関数の最大値」をとする。

がの範囲を動くとき、の最小値を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2014 東京大]

⑥ を実数とする。3次関数が極大値と極小値をもち、極大値から極小値を引いた値がになるとする。

このとき、の値を求めよ。

[2019 九州大]

⑦ として、放物線C :上の点における接線をとする。Cとと軸で囲まれる部分の面積をとし、Cとと直線で囲まれる部分の面積をとする。の最小値を求めよ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 [2014 一橋大]

⑧ を正の実数とする。

とおく。以下の問いに答えよ。

⑴ を因数分解せよ。

⑵ が極小値をもつことを示せ。

⑶ におけるの最小値と最大値をの式で表せ。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[2017 神戸大]