

例 7-10 某厂生产三种产品，其产量数据如下表所示。试在显著性水平  $\alpha=0.05$  下，检验这三种产品的产量是否存在显著差异。

产品	产量
1	1.15, 1.18, 1.20, 1.22, 1.25
2	1.28, 1.30, 1.32, 1.35, 1.38
3	1.40, 1.42, 1.45, 1.48, 1.50

解：(1) 提出假设： $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ， $H_1: \mu_1, \mu_2, \mu_3$  不全相等。

(2) 计算统计量：

$$\begin{aligned}
 \bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{15} (1.15 + 1.18 + 1.20 + 1.22 + 1.25 + 1.28 + 1.30 + 1.32 + 1.35 + 1.38 + 1.40 + 1.42 + 1.45 + 1.48 + 1.50) = 1.32 \\
 \bar{y}_1 &= \frac{1}{5} (1.15 + 1.18 + 1.20 + 1.22 + 1.25) = 1.18 \\
 \bar{y}_2 &= \frac{1}{5} (1.28 + 1.30 + 1.32 + 1.35 + 1.38) = 1.32 \\
 \bar{y}_3 &= \frac{1}{5} (1.40 + 1.42 + 1.45 + 1.48 + 1.50) = 1.43
 \end{aligned}$$

(3) 计算平方和：

$$\begin{aligned}
 SST &= \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = 1.15^2 + 1.18^2 + \dots + 1.50^2 - \frac{(1.32 \times 15)^2}{15} = 0.475 \\
 SSB &= \sum_{j=1}^3 n_j \bar{y}_j^2 - \frac{(\sum_{j=1}^3 n_j \bar{y}_j)^2}{n} = 5 \times 1.18^2 + 5 \times 1.32^2 + 5 \times 1.43^2 - \frac{(1.32 \times 15)^2}{15} = 0.475 \\
 SSE &= SST - SSB = 0.475 - 0.475 = 0
 \end{aligned}$$

(4) 计算 F 统计量：

$$F = \frac{MSB}{MSE} = \frac{SSB / (k-1)}{SSE / (n-k)} = \frac{0.475 / 2}{0 / 12} = \infty$$

(5) 决策：由于  $F$  统计量大于临界值  $F_{0.05}(2, 12)$ ，故拒绝  $H_0$ ，认为三种产品的产量存在显著差异。